

Câu 1 (2 điểm): Cho hàm số: $y = x^2 - 4x + c$

a) Tìm c biết rằng đồ thị của hàm số là một parabol đi qua điểm $A(2; -1)$.

b) Vẽ đồ thị của hàm số ứng với giá trị c tìm được.

Câu 2 (2 điểm):

a) Giải bất phương trình: $\sqrt{5x+4} > 3$;

b) Giải phương trình: $4\sqrt{(4+x)(6-x)} = x^2 - 2x - 3$.

Câu 3 (2 điểm):

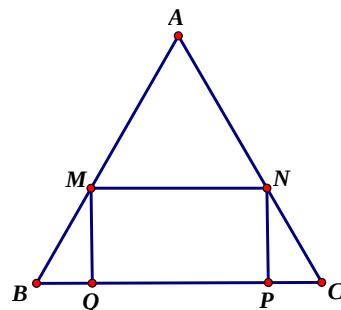
a) Cho $\sin x + \cos x = \frac{5}{4}$. Tính giá trị của $\sin 2x$.

b) Chứng minh trong mọi tam giác ABC ta đều có:

$$\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2}$$

Câu 4 (1 điểm):

Cho tam giác đều ABC cạnh a ($a > 0$). MNPQ là hình chữ nhật nội tiếp tam giác ABC (như hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất có thể đạt được của hình chữ nhật MNPQ theo a .



Câu 5 (1 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B là: $x + 3y - 18 = 0$, phương trình đường trung trực của đoạn BC là: $3x + 19y - 279 = 0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $d: 2x - y + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm A biết rằng $\widehat{BAC} = 135^\circ$.

Câu 6 (1 điểm): Tùy theo m tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

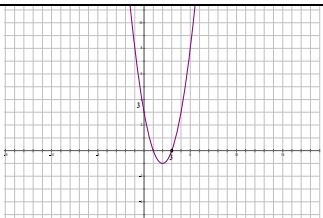
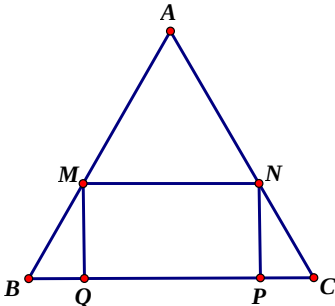
$$F(x, y) = (4x - 2y + 1)^2 + (2x + my + 3)^2 \quad (m \text{ là tham số})$$

Câu 7 (1 điểm): Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + 3\sqrt{y-1} = \sqrt{5(x^2 + y^2 - 3)} \\ (2x-1)^2 + (2y-1)^2 = 18 \end{cases}$$

-----Hết-----

ĐÁP ÁN TOÁN 10 LẦN 4

Câu	Đáp án	Điểm
1.a.	$c = 3$	1
1.b.		1
2.a.	$BPT \Leftrightarrow 5x + 4 > 9 \Leftrightarrow 5x > 5 \Leftrightarrow x > 1$ $KL : T_x = (1; +\infty)$	1
2.b.	ĐK: $-4 \leq x \leq 6$ Đặt $t = \sqrt{(4+x)(6-x)} \quad (0 \leq t \leq 5)$ Phương trình trở thành: $4t = -t^2 + 21 \Leftrightarrow t^2 + 4t - 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -7 \end{cases} \xrightarrow{0 \leq t \leq 5} t = 3$ $+t = 3 \Rightarrow -x^2 + 2x + 24 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -3 \end{cases}$	0,5 0,5
3.a.	$\left(\frac{5}{4}\right)^2 = (\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x$ $\Rightarrow \sin 2x = \frac{25}{16} - 1 = \frac{9}{16}$	1
3.b.	$\cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \tan \frac{C}{2} \Leftrightarrow \frac{\cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} - 1}{\cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2}} = \frac{1}{\cot \frac{C}{2}}$ Ta có: $\Leftrightarrow \left(\cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} - 1\right) \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2}$ $\Leftrightarrow \cot \frac{A}{2} + \cot \frac{B}{2} + \cot \frac{C}{2} = \cot \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{B}{2} \cdot \cot \frac{C}{2} \Rightarrow đpcm$	1
4.	Giả sử $AM = x \Rightarrow MN = x; \quad 0 \leq x \leq a$ $MQ = BM \cdot \sin 60^\circ = (a-x) \frac{\sqrt{3}}{2}$ $S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = x(a-x) \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \left(\frac{x+(a-x)}{2}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8}$ $S_{MNPQ_{\max}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} \Leftrightarrow x = a-x \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$ 	1
5.	Giả sử $B(18-3b;b); C(c;2c+5) \Rightarrow M\left(\frac{18-3b+c}{2}; \frac{b+2c+5}{2}\right)$ là trung điểm của BC.	

	$\begin{cases} M \in \Delta \\ \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot \frac{18-3b+c}{2} + 19 \cdot \frac{b+2c+5}{2} - 279 = 0 \\ 19(c+3b-18) - 3(2c-b+5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(9;23) \\ B(6;4) \end{cases}$ Gọi H là hình chiếu của B trên AC. Phương trình AC: $3x - y - 4 = 0 \Rightarrow H(3;5)$ Do $\widehat{BAC} = 135^\circ \Rightarrow \widehat{BAH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta HAB$ vuông cân tại H. $\Rightarrow HA = HB = \sqrt{10}$ $A(a; 3a-4); AH = \sqrt{10} \Rightarrow (a-3)^2 + (3a-9)^2 = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(2;2) \\ A(4;8) \end{cases}$ Vì A nằm giữa H và C nên $A(4;8)$ Vậy $A(4;8)$	0,5
6.	Nhận xét $F(x; y) \geq 0 \forall x, y$ Gọi $d_1: 4x - 2y + 1 = 0; d_2: 2x + my + 3 = 0$ $TH_1: m \neq -1 \Rightarrow d_1 \cap d_2 = I(x_0; y_0) \Rightarrow \begin{cases} 4x_0 - 4y_0 + 1 = 0 \\ 2x_0 + my_0 + 3 = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow F(x; y)_{\min} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 \end{cases}$ $TH_2: m = -1 \Rightarrow d_1 \parallel d_2 \Rightarrow F(x; y) = (4x - 2y + 1)^2 + (2x - y + 3)^2$ Đặt: $t = 2x - y; t \in \mathbb{R} \Rightarrow F(t) = (2t + 1)^2 + (t + 3)^2 = 5t^2 + 10t + 10 = 5(t + 1)^2 + 5 \geq 5$ $\Rightarrow F_{\min} = 5 \Leftrightarrow t = -1 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0$ (đạt tại nhữn điểm nằm trên đường thẳng $2x - y + 1 = 0$) $+m \neq -1: F(x; y)_{\min} = 0$ KL: $+m = -1: F(x; y)_{\min} = 5$	0,5
7.	+ Đk: $\begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ y - 1 \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 3 \geq 0 \end{cases}$ Từ (2) $\Rightarrow x^2 + y^2 = x + y + 4$ + Thay vào (1) ta có $\sqrt{x+2} + 3\sqrt{y-1} = \sqrt{5(x+y+1)} \Leftrightarrow 3\sqrt{(x+2)(y-1)} = 2x - 2y + 6$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{(x+2)(y-1)} = 2(x+2) - 2(y-1)$ (*) + Nếu $y = 1 \Rightarrow x = -2$ không thỏa mãn hệ nên $y - 1 \neq 0$ Chia 2 vế pt (*) cho $y - 1$ ta có : $2 \frac{x+2}{y-1} - 3 \sqrt{\frac{x+2}{y-1}} - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x+2}{y-1}} = 2 \\ \sqrt{\frac{x+2}{y-1}} = -\frac{1}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$ Với $\sqrt{\frac{x+2}{y-1}} = 2 \Rightarrow x = 4y - 6$. Thay vào (2) $\Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = \frac{19}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{26}{17} \end{cases}, (t/m)$	0,5

	Vậy hệ có nghiệm là: $(x; y) = (2; 2)$; $(x; y) = (\frac{-26}{17}; \frac{19}{17})$	0,5
--	---	-----