SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT BỈM SƠN

ĐỀ THI BỒI DƯỠNG THPT LẦN II

Môn thi: TOÁN

Năm học 2018 - 2019

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 485

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh: ....

Câu 1: Đường thẳng $y=6x+m+1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x-1$ khi m bằng

A. -4 hoặc -2. **B.** -4 hoặc 0. **C.** 0 hoặc 2. **D.** -2 hoặc 2.

Câu 2: Cho hình trụ có bán kính *R* và trục có độ dài *2R*. Tính thể tích của khối trụ?

A. $2\pi R^3$. **B.** πR^3. **C.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $\frac{2}{3}\pi R^3$.

Câu 3: Với *a, b* là hai số dương tùy ý , $\ln\left(ab^3\right)$ bằng

A. $3\ln a+\ln b$. **B.** $3\ln a.\ln b$. **C.** $\ln a+3\ln b$. **D.** $\ln a-3\ln b$.

Câu 4: Hàm số $y=2x^3+3x^2+1$ đồng biến trong các khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$ **B.** $(-1;0)$ **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-1);(0;+\infty)$

Câu 5: Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

A. Bát diện đều. **B.** Hình lập phương.
C. Lăng trụ lục giác đều. **D.** Tứ diện đều.

Câu 6: Tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=\int_1^2\sqrt{u}du.$ **B.** $I=\int_0^3\sqrt{u}du.$ **C.** $I=\frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{u}du.$ **D.** $I=2\int_0^3\sqrt{u}du.$

Câu 7: Cho $\int_0^1 f(x)dx=3;\int_1^3 f(x)dx=-1$. Tính tích phân $\int_3^0 f(x)dx$.

A. 4. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 8: Hàm số $y=x^4-3x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $3^{\log_7(x+4)}=x$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10: Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)$?

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $y=2^x-3$ là

A. 2^x-3x+C. **B.** $\frac{2^x}{\ln 2}+3x+C$. **C.** $\frac{2^x}{\ln 2}-3x+C$. **D.** $2^x-\frac{3}{x}+C$.

Câu 12: Cho hình chữ nhật *ABCD* có $AB=a,\widehat{BDC}=30^0.$ Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh *AD*. Tính diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành.

A. $S_{xq}=\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. **C.** $S_{xq}=2\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 13: Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là

A. A_{10}^7. **B.** 10^3 **C.** A_{10}^3. **D.** C_{10}^3.

Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{3x}{5x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=\dfrac{3}{5}$. **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=\dfrac{3}{5}$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=\dfrac{2}{5}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và mặt phẳng $(Q): \text{nx}-8\text{y}-6\text{z}+2=0$. Với giá trị nào của *m* và *n* thì hai mặt phẳng *(P), (Q)* song song với nhau.

A. $m=n=-4$. **B.** $m=4, n=-4$. **C.** $m=n=4$. **D.** $m=-4, n=4$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $M(-1;-2-3)$ và $P(1;2;3)$. Gọi *Q* là điểm đối xứng với điểm *P* qua trục *Ox*, tính *MQ*.

A. $MQ=2$. **B.** $MQ=6$. **C.** $MQ=1$. **D.** $MQ=2\sqrt{10}$.

Câu 17: Cho hình chóp *S.ABCD* có *ABCD* là hình thoi tâm *O* cạnh *a*, $\widehat{ABC}=60^0$, $SA\perp(ABCD), SA=\dfrac{3a}{2}$. Khoảng cách từ *O* tới mặt phẳng (*SBC*) bằng

A. $\dfrac{3a}{8}$. **B.** $\dfrac{5a}{8}$. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** $\dfrac{5a}{4}$.

Câu 18: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-6x+5}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2

Câu 19: Tìm dãy số là cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. $3;-\sqrt{3};-1;\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\sqrt{2};2;-2\sqrt{2};4$. **C.** 10; 5; 0; -5. **D.** 1; 2; -4; 8.

Câu 20: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, AD. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $MN//(ACD)$. **B.** $MN//(ABD)$. **C.** $MN//(BCD)$. **D.** $MN//(ABC)$.

Câu 21: Cho phương trình $3^{2x+5}=3^{x+2}+2$. Đặt $t=3^{x+1}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào?

A. $3t^2-t-2=0$. **B.** $27t^2-3t-2=0$. **C.** $81t^2-3t-2=0$. **D.** $27t^2+3t-2=0$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. **B.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=12\pi$. **D.** $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 23: Cho $f(x)=x^4-4x^3+2x^2-x+1$. Tính $\int_0^1 f^2(x)f'(x)dx$.

A. 2. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** -2. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 24: Cho biểu thức $P=\dfrac{a^{\sqrt{5}+1}.a^{2-\sqrt{5}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$. Rút gọn P được kết quả

A. a^5 **B.** a **C.** a^3 **D.** a^4

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$. **B.** $y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $2y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 26: Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(\dfrac{b^3}{c^2}\right)$.

A. 0. **B.** -5. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** 36.

Câu 27: Biết rằng S là tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(-x^2+100x-2400\right)<2$ có dạng $S=\left(a;b\right)\setminus\left\{x_0\right\}$. Giá trị $a+b-x_0$ bằng

A. 50. **B.** 150. **C.** 30. **D.** 100.

Câu 28: Trong hệ trục *Oxyz* cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-1=0$.

Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I\left(1;-2;-3\right), R=\sqrt{15}$. **B.** $I\left(1;2;3\right), R=\sqrt{15}$

C. $I\left(-1;2;3\right), R=\sqrt{15}.$ **D.** $I\left(1;-2;-3\right), R=4$.

Câu 29: Biết đường thẳng $y=3x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-2x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,B. Tính độ dài đoạn thẳng AB?

A. $AB=4\sqrt{6}.$ **B.** $AB=4\sqrt{2}.$ **C.** $AB=4\sqrt{15}.$ **D.** $AB=4\sqrt{10}.$

Câu 30: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh *a*, *SA* vuông góc với mặt đáy, *SD* tạo với mặt phẳng (*SAB*) một góc bằng 30^0. Tính thể tích *V* của khối chóp *S.ABCD*.

A. $V=\sqrt{3}a^3.$ **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}.$ **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}.$ **D.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}.$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, mặt bên SAB là tam giác đều và $SA\perp BC$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(SBD\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 32: Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng theo thỏa thuận cứ cuối mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng.

A. 21. **B.** 24. **C.** 22. **D.** 23.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị *A, B* sao cho diện tích của tam giác *OAB* bằng 64, với *O* là gốc tọa độ.

A. $m=\pm 1$ **B.** $m=1$ **C.** $m=2$ **D.** $m=\pm 2$

Câu 34: Cho các số thực x,y,z thỏa mãn $x>2, y>1, z>0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức:

$P=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2-2(2x+y-3)}}-\dfrac{1}{y(x-1)(z+1)}$ là

A. $\text{P}=\dfrac{1}{4}$. **B.** $\text{P}=\dfrac{1}{6}$. **C.** $\text{P}=\dfrac{1}{8}$. **D.** $\text{P}=\dfrac{1}{2}$.

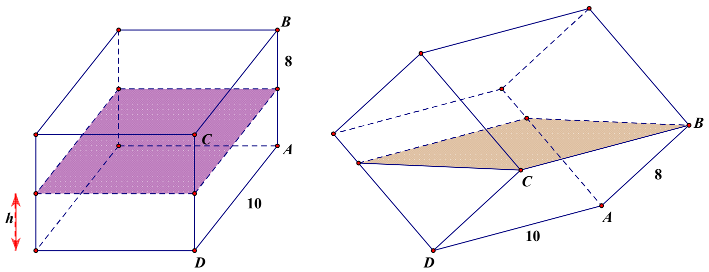
Câu 35: Cho hình chóp S.ABCD có các mặt phẳng (SAB), (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD), đáy là hình thang vuông tại các đỉnh A và B, có AD = 2AB = 2BC = 2a, SA = AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$

Câu 36: Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt đúng ba chữ số khác nhau.

A. $P=\dfrac{1500}{6561}$. **B.** $P=\dfrac{1120}{6561}$ **C.** $P=\dfrac{1130}{6561}$ **D.** $P=\dfrac{1400}{6561}$

Câu 37: Một cái bể cá hình hộp chữ nhật được đặt trên bàn nằm ngang, một mặt bên của bể rộng $10dm$ và cao $8dm$. Khi ta nghiêng bể thì nước trong bể vừa đúng che phủ mặt bên nói trên và chỉ che phủ $\dfrac{3}{4}$ bề mặt đáy của bể (như hình bên). Hỏi khi ta đặt bể trở lại nằm ngang thì chiều cao h của mực nước là bao nhiêu ?



A. $h = 3{,}5dm$. **B.** $h = 4dm$. **C.** $h = 3dm$. **D.** $h = 2{,}5dm$.

Câu 38: Tìm hệ số chứa x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^n + x^2(1+3x)^{2n}$, biết $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 5$.

A. 3360 **B.** 23210 **C.** 21360. **D.** 3320

Câu 39: Cho $\log_6 45 = a + \dfrac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$

A. 2 **B.** 1 **C.** -4 **D.** 0

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số

$$y = \frac{\cot^2 x - 2m\cot x + 2m^2 - 1}{\cot x - m} \text{ nghịch biến trên } \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$$

A. 2018 **B.** 2020 **C.** 2019 **D.** 2021

Câu 41: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC cân tại A. Cạnh bên SB lần lượt tạo với mặt phẳng đáy, mặt phẳng trung trực của BC các góc bằng 30^0 và 45^0, khoảng cách từ S đến cạnh BC bằng a. Thể tích khối chóp S.ABC bằng:

A. $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3}{2}$ **B.** $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3}{3}$ **C.** $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3}{6}$ **D.** $V_{S.ABC} = a^3$

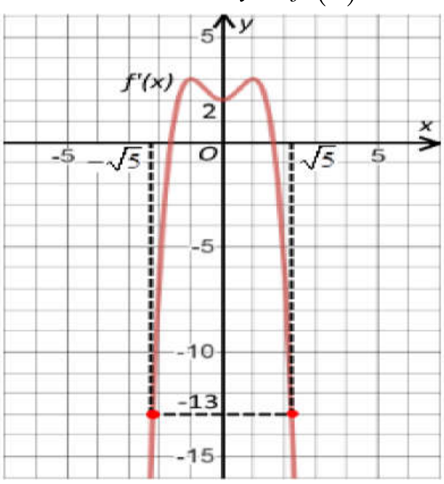
Câu 42: Cho $\displaystyle\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3}dx = -\frac{(\sin x + \cos x + 1)^m}{(\sin x + \cos x + 2)^n} + C$ với $m, n \in N$. Tính $A = 2m + 3n$.

A. $A = 7$. **B.** $A = 10$. **C.** $A = 9$ **D.** $A = 8$.

Câu 43: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R (đơn vị mét) của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa có giá trị nhỏ nhất.

A. $R = \sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}$ **B.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$ **C.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$ **D.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{3}{2\pi}}$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x) \le 0 \ \forall x \in \left[-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right]$ là:

A. $m \le \frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$. **B.** $m \ge \frac{2}{3}f\left(-\sqrt{5}\right)$. **C.** $m \ge \frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$. **D.** $m \ge \frac{2}{3}f\left(0\right)$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz,* viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $H(3;-4;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm M, N, P sao cho H là trực tâm của ΔMNP.

A. $4x-3y-z-22=0$. **B.** $x+2y-z+6=0$.
C. $-3x+4y-z-26=0$ **D.** $3x-4y+z-26=0$.

Câu 46: Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$?

A. $m>2$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m>2 \end{array}\right.$ **C.** $m\le 1$ **D.** $1\le m<2$

Câu 47: Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx=\frac{b}{c}+a\ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a+3b+c$.

A. 5 **B.** 4. **C.** -6. **D.** 6.

Câu 48: Xét các số nguyên dương *a, b* sao cho phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1x_2>x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S=2a+3b$.

A. $S_{\min}=33$. **B.** $S_{\min}=30$. **C.** $S_{\min}=17$. **D.** $S_{\min}=25$.

Câu 49: Gọi m là giá trị để đồ thị (C_m) của hàm số $y=\frac{x^2+2mx+2m^2-1}{x-1}$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và các tiếp tuyến với (C_m) tại hai điểm này vuông góc với nhau. Khi đó ta có:

A. $m\in(1;2)$ **B.** $m\in(-2;-1)$ **C.** $m\in(0;1)$ **D.** $m\in(-1;0)$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S), đáy là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by-z+c=0$, khi đó $a-b+c$ bằng:

A. 8. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -4

----------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	D	D	B	B	B	A	A	C	B	D	A	B	A	A	A	B	C	B	D	B	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	D	B	C	C	D	C	D	D	C	D	B	D	C	D	C	C	D	D	B	B	C	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đường thẳng $y=6x+m+1$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x-1$ khi m bằng

A. -4 hoặc -2. **B.** -4 hoặc 0. **C.** 0 hoặc 2. **D.** -2 hoặc 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=x^3+3x-1$.

Có $y'=3x^2+3$.

$$y'=6 \Leftrightarrow 3x^2+3=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=-1 \Rightarrow y=-5 \end{array}\right.$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1;3)$ là: $y=6x-3$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M'(-1;-5)$ là: $y=6x+1$.

Để đường thẳng $y=6x+m+1$ là tiếp tuyến của (C) thì $\left[\begin{array}{l} m+1=-3 \\ m+1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=0 \end{array}\right.$

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính R và trục có độ dài $2R$. Tính thể tích khối trụ.

A. $2\pi R^3$. **B.** πR^3. **C.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $\frac{2}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Có thể tích hình trụ là $V=\pi R^2.2\text{R}=2\pi R^3$.

Câu 3. Với a, b là hai số dương tùy ý, $\ln\left(ab^3\right)$ bằng

A. $3\ln a+\ln b$. **B.** $3\ln a.\ln b$. **C.** $\ln a+3\ln b$. **D.** $\ln a-3\ln b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\ln\left(ab^3\right)=\ln a+\ln b^3=\ln a+3\ln b$.

Câu 4. Hàm số $y=2x^3+3x^2+1$ đồng biến trong các khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1);(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=6x^2+6x$.

$$y'=0 \Leftrightarrow 6x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT ta có D là đáp án đúng.

Câu 5. Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng ?

A. Bát diện đều. **B**. Hình lập phương.

B. Lăng trụ lục giác đều. **D**. Tứ diện đều.

Lời giải

Chọn D

Bát diện đều, hình lập phương và lăng trụ lục giác đều là những hình đa diện có tâm đối xứng. Suy ra tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 6. Tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $I=\int_1^2 \sqrt{u}du.$ **B**. $I=\int_0^3 \sqrt{u}du.$ **C**. $I=\frac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{u}du.$ **D**. $I=2\int_0^3 \sqrt{u}du.$

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=x^2-1 \Rightarrow du=2xdx$.

Khi $x=1 \Rightarrow u=0; x=2 \Rightarrow u=3$.

Do đó $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx=\int_0^3 \sqrt{u}du=2\sqrt{3}$.

Câu 7. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$. Tính tích phân $\int_3^0 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 4. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_3^0 f(x)\mathrm{d}x=-\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=-\left(\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x\right)=-(3-1)=-2$.

Câu 8. Hàm số $y=x^4-3x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $1.(-3)=-3<0$ suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $3^{\log_7(x+4)}=x$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện của phương trình: $x>-4$.

Với $x>0$ phương trình đã cho tương đương với phương trình $\log_7(x+4)=\log_3 x$.

Đặt $\log_7(x+4)=\log_3 x=t$.

Ta có $\begin{cases} x+4=7^t \\ x=3^t \end{cases}$ suy ra $7^t-3^t=4 \Leftrightarrow 7^t=3^t+4 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^t+4\left(\frac{1}{7}\right)^t-1=0 \;\; (1)$.

Xét hàm số $f(t)=\left(\frac{3}{7}\right)^t+4\left(\frac{1}{7}\right)^t-1, t\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t)=\left(\frac{3}{7}\right)^t\ln\left(\frac{3}{7}\right)+4\left(\frac{1}{7}\right)^t\ln\left(\frac{1}{7}\right)<0, \forall t\in\mathbb{R}$.

Nên $f(t)$ nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$.

Mà $f(1)=0$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t=1\Leftrightarrow x=3$.

Câu 10. Tính $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)$?

A. $+\infty$. **B.** -1. **C.** $-\infty$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2\left(2+\frac{1}{x}\right)}+x\right)$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{2+\frac{1}{x}}+x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[x\left(-\sqrt{2+\frac{1}{x}}+1\right)\right]$.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$ và $=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\sqrt{2+\frac{1}{x}}+1\right)=1-\sqrt{2}<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+x}+x\right)=+\infty$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $y=2^x-3$ là

A. 2^x-3x+C. **B.** $\frac{2^x}{ln2}+3x+C$. **C.** $\frac{2^x}{ln2}-3x+C$. **D.** $2^x-\frac{3}{x}+C$.

Lời giải

Chọn C

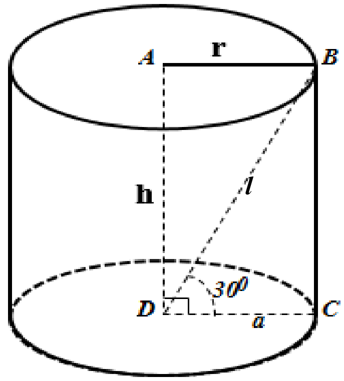
Ta có $\int(2^x-3)dx=\int 2^x dx-\int 3dx=\frac{2^x}{ln2}-3x+C$.

Câu 12. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a, \widehat{BDC}=30^0$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD. Tính diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành.

A. $S_{xq}=\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. **C.** $S_{xq}=2\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Từ giả thiết suy ra hình trụ được tạo ra có:

Bán kính đáy của hình trụ $r = AB = CD = a$, đường sinh $l = BC$.

Xét tam giác BDC vuông tại C và $\widehat{BDC} = 30^0$ suy ra

$tan\,30^0 = \dfrac{BC}{DC} \Rightarrow BC = tan\,30^0.CD = \dfrac{1}{\sqrt{3}}.a = \dfrac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow l = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi a\dfrac{a}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$.

Câu 13. Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là

A. A_{10}^7. **B.** 10^3. **C.** A_{10}^3. **D.** C_{10}^3.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là: C_{10}^3.

Câu 14. Cho hàm số $y = \dfrac{3x}{5x-2}$ .Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \dfrac{3}{5}$. **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = \dfrac{3}{5}$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y = \dfrac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x}{5x-2} = \dfrac{3}{5}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \dfrac{3}{5}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$. Với giá trị nào của m và n thì hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau.

A. $m = n = -4$. **B.** $m = 4, n = -4$. **C.** $m = n = 4$. **D.** $m = -4, n = 4$.

Lời giải

Chọn B

Để hai mặt phẳng song song với nhau điều kiện là $\dfrac{2}{n} = -\dfrac{m}{8} = -\dfrac{3}{6} \neq -\dfrac{5}{2} \Rightarrow m = 4, n = -4$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;-2;-3)$ và $P(1;2;3)$. Gọi Q là điểm đối xứng với điểm P qua trục Ox, tính MQ.

A. $MQ = 2$. **B.** $MQ = 6$. **C.** $MQ = 1$. **D.** $MQ = 2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của điểm $P(1;2;3)$ lên trục $Ox \Rightarrow H(1;0;0)$.

Vì Q là điểm đối xứng với P qua trục Ox nên H là trung điểm của PQ, suy ra $Q(1;-2;-3)$.

Do đó $MQ = 2$.

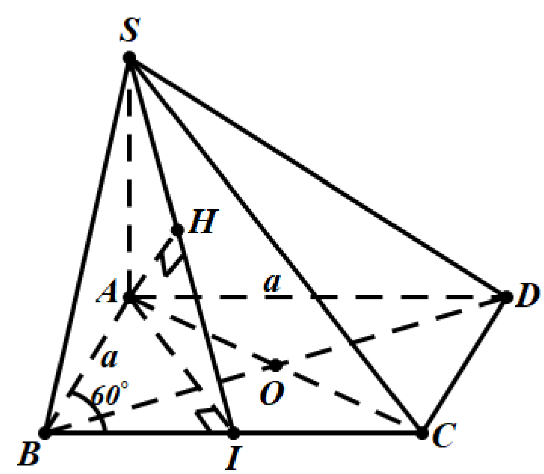
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O cạnh a, $\widehat{ABC} = 60°$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = \frac{3a}{2}$.

Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{8}$. **B.** $\frac{5a}{8}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{5a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1:

Xét ΔABC đều do $\widehat{ABC} = 60°$ và $AB = BC$.

Lấy I là trung điểm BC, kẻ $AH \perp SI$ tại H (1).

Ta có: $AI \perp BC$ (do ΔABC đều), mà $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAI), AH \subset (SAI) \Rightarrow BC \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC)$ tại H $\Rightarrow AH = d(A,(SBC))$.

Ta có: ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét ΔSAI vuông tại A có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{16}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{4} = d(A,(SBC)).$$

Ta có:

$$\frac{d(\mathrm{O},(SBC))}{d(\mathrm{A},(SBC))} = \frac{OC}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(\mathrm{O},(SBC)) = \frac{1}{2}d(\mathrm{A},(SBC)) = \frac{3a}{8}.$$

Cách 2:

Tương tự cách 1 ta có ΔABC đều cạnh $a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích ΔOBC là: $S_{OBC} = \frac{1}{2}.S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Thể tích của khối chóp $S.OBC$ là: $V_{S.OBC} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta OBC} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Xét ΔSAI vuông tại A: $SI = \sqrt{SA^2 + AI^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{3}a$.

Xét ΔSAI có $SA = SC\left(do\,\Delta SAB = \Delta SAC\right) \Rightarrow SI$ là đường cao $\Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}SI.BC = a^2\sqrt{3}$.

Ta có: $d\left(O;\left(SBC\right)\right) = \frac{3V_{S.OBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{\frac{3.a^3\sqrt{3}}{16}}{a^2\sqrt{3}} = \frac{3a}{8}$.

Câu 18. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-6x+5}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $D = \left[-\frac{1}{3};+\infty\right)\backslash\{1;5\}$.

Ta có:

1) $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-6x+5} = \lim\limits_{x\to 5}\frac{3(x-5)}{(x-1)(x-5)\left(\sqrt{3x+1}+4\right)} = \lim\limits_{x\to 5}\frac{3}{(x-1)\left(\sqrt{3x+1}+4\right)} = \frac{3}{32}$

2) $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-5x+6} = +\infty \quad \left(do \begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\sqrt{3x+1}-4\right) = -2 < 0\\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(x^2-5x+6\right) = 0, x^2-5x+6 < 0, \forall x \in (1;5)\end{cases}\right)$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng: $x = 1$.

Câu 19. Tìm dãy số là cấp số nhân trong các dãy số

A. $3;-\sqrt{3};-1;\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $-\sqrt{2};2;-2\sqrt{2};4$. **C.** $10;5;0;-5$. **D.** $1;2;-4;8$.

Lời giải

Chọn B

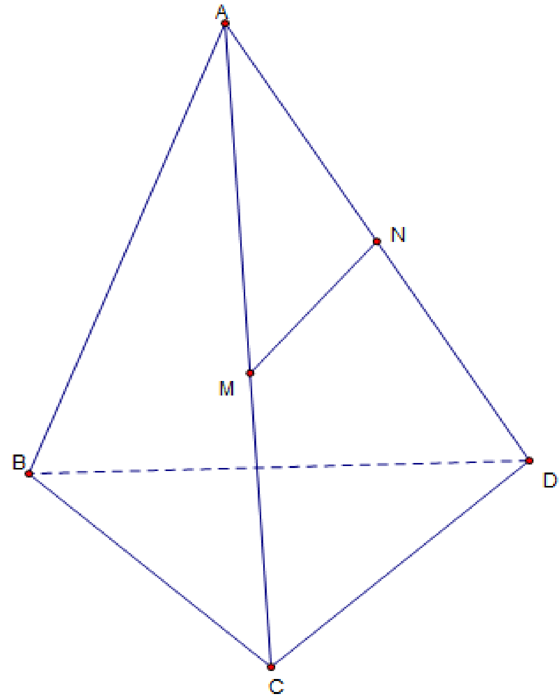
Ta có $-\sqrt{2};2;-2\sqrt{2};4$. là cấp số nhân có công bội bằng $-\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, AD. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $MN//(ACD)$. **B.** $MN//(ABD)$. **C.** $MN//(BCD)$. **D.** $MN//(ABC)$.

Lời giải

Chọn C



Vì M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, AD nên $MN//CD,\ MN \subset (ACD)$

$\Rightarrow MN//(BCD)$.

Câu 21. Cho phương trình $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$. Đặt $t = 3^{x+1}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào?

A. $3t^2 - t - 2 = 0$. **B.** $27t^2 - 3t - 2 = 0$. **C.** $81t^2 - 3t - 2 = 0$. **D.** $27t^2 + 3t - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2 \Leftrightarrow 3^3.3^{2(x+1)} - 3.3^{x+1} - 2 = 0$.

Đặt $t = 3^{x+1}$, phương trình đã cho trở thành phương trình: $27t^2 - 3t - 2 = 0$.

Vậy khi đặt $t = 3^{x+1}$ thì phương trình $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$ trở thành phương trình: $27t^2 - 3t - 2 = 0$.

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. **B.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = 12\pi$. **D.** $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$, với $r = \sqrt{3}$, $l = 4$.

Suy ra $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$.

Vậy hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$ có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 23. Cho $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1$. Tính $\int_0^1 f^2(x) f'(x) dx$?

A. 2. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** -2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 f^2(x)f'(x)dx=\int_0^1 f^2(x)d(f(x))=\frac{1}{3}f^3(x)\Big|_0^1=\frac{1}{3}\left[(f(1))^3-(f(0))^3\right]$.

Mà: $f(1)=-1$; $f(0)=1$. Do đó: $\int_0^1 f^2(x)f'(x)dx=-\frac{2}{3}$.

Câu 24. Cho biểu thức $P=\frac{a^{\sqrt{5}+1}.a^{2-\sqrt{5}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$. Rút gọn P được kết quả:

A. a^5. **B.** a. **C.** a^3. **D.** a^4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P=\frac{a^{\sqrt{5}+1}.a^{2-\sqrt{5}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}=\frac{a^{\sqrt{5}+1+2-\sqrt{5}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}}=\frac{a^3}{a^{-2}}=a^5$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào sau dây đúng ?

A. $2y'+xy''=\frac{1}{x^2}$. **B.** $y'+xy''=\frac{1}{x^2}$. **C.** $2y'+xy''=-\frac{1}{x^2}$. **D.** $y'+xy''=-\frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\frac{x(\ln x)'-x'\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$.

$y''=\frac{(1-\ln x)'x^2-(x^2)'(1-\ln x)}{x^4}=\frac{-x-2x(1-\ln x)}{x^4}=\frac{-3+2\ln x}{x^3}$.

Ta có :

$2y'+xy''=2\frac{1-\ln x}{x^2}+\frac{-3+2\ln x}{x^2}=\frac{2-2\ln x-3+2\ln x}{x^2}=-\frac{1}{x^2}$.

Vậy C là đáp án đúng . Đáp án A sai .

Ta có

$y'+xy''=\frac{1-\ln x}{x^2}+\frac{-3+2\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x-3+2\ln x}{x^2}=\frac{-2+\ln x}{x^2}$.

Vậy đáp án B và D sai .

Câu 26. Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(\frac{b^3}{c^2}\right)$.

A. 0. **B.** -5. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=\log_a\left(\frac{b^3}{c^2}\right)=\log_a b^3-\log_a c^2=3\log_a b-2\log_a c.$

 $P=0.$

Vậy đáp án A đúng .

Câu 27. Biết rằng S là tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(-x^2+100x-2400\right)<2$ có dạng $S=\left(a;b\right)\backslash\left\{x_0\right\}$.Giá trị $a+b-x_0$ bằng :

A. **50**. **B.** 150. **C.** 30. **D.** 100.

Lời giải

Chọn A

BPT tương đương với :

$$\begin{cases}-x^2+100x-2400>0\\-x^2+100x-2400<100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}40<x<60\\(x-50)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}40<x<60\\x\neq 50\end{cases}.$$

$S=\left(40;60\right)\backslash\left\{50\right\}\Rightarrow a+b-x_0=40+60-50=50.$

Câu 28. Trong hệ trục $Oxyz$ cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-1=0.$ Xác định tâm và bán kính của mặt cầu.

A. $I\left(1;-2;-3\right)$, $R=\sqrt{15}$. **B.** $I\left(1;2;3\right),R=\sqrt{15}$.

C. $I\left(-1;2;3\right),R=\sqrt{15}$. **D.** $I\left(1;-2;-3\right),R=4$.

Lời giải

Ta có : $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-1=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z+3\right)^2=15.$

Suy ra: Tâm $I\left(1;-2;-3\right),R=\sqrt{15}$.

Chọn A

Câu 29. Biết đường thẳng $y=3x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-2x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,B. Tính độ dài đoạn thẳng AB?

A. $AB=4\sqrt{6}$. **B.** $AB=4\sqrt{2}$. **C.** $AB=4\sqrt{15}$. **D.** $AB=4\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=3x+1$ và đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2-2x+3}{x-1}$ là nghiệm của phương trình sau:

$$\frac{2x^2-2x+3}{x-1}=3x+1$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-2x+3=(3x+1)(x-1) \\ x\neq 1 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2=4 \\ x\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right. \\ x\neq 1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

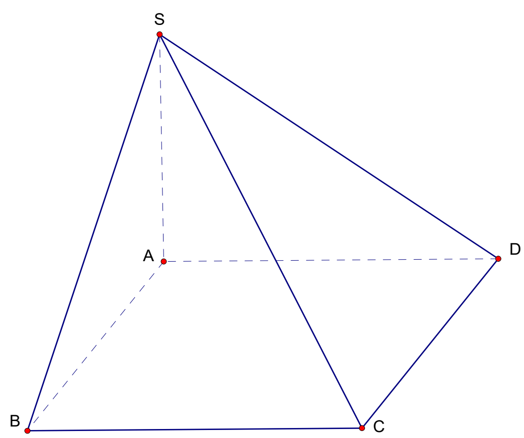
Suy ra $A=(-2;-5);B=(2;7)$ và $AB=4\sqrt{10}$.

Câu 30. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh *a, SA* vuông góc với mặt đáy, *SD* tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng $30°$. Tính thể tích V của khối chóp *S.ABCD.*

A. $V=\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh, *SA* vuông góc với mặt đáy nên $DA\perp AB$ và $DA\perp SA$. Suy ra $DA\perp(SAB)$. Vậy góc giữa *SD* và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{DSA}=30°$.

Ta có $SA=AD.\cot 30°=a\sqrt{3}$

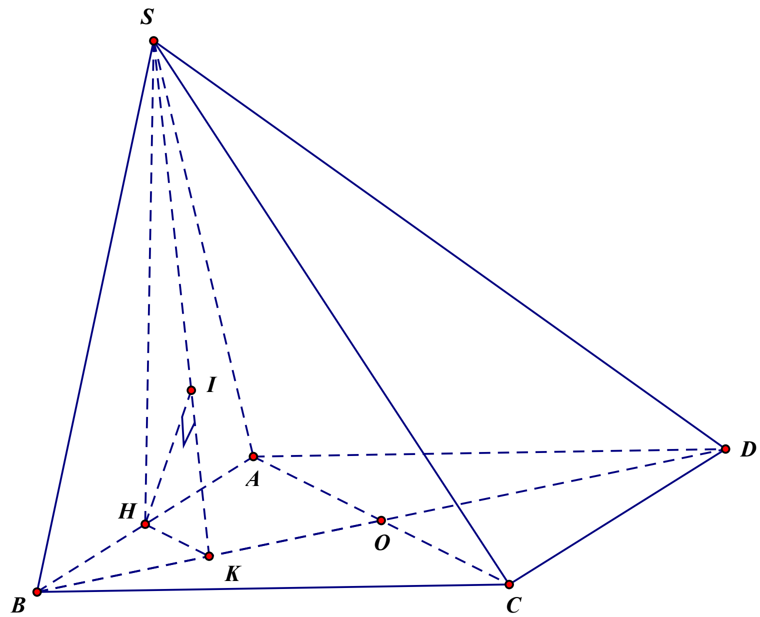
$$V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3.$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, mặt bên SAB là tam giác đều và $SA\perp BC$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Vì $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases}$ (gt) nên $BC \perp (SAB)$.

Gọi H là trung điểm của AB thì $SH \perp AB$ và $SH \perp BC$, suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $d(C,(SBD)) = d(A,(SBD)) = 2.d(H,(SBD))$.

Gọi $O = AC \cap BD$, K là trung điểm của BO. Trong (SHK), kẻ $HI \perp SK$ $(I \in SK)$.

Vì $HK \,//\, AO$ nên $HK \perp BD$ và $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp BD$

Suy ra $BD \perp (SHK) \Rightarrow BD \perp HI$ mà $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SBD)$. Do đó $d(H,(SBD)) = HI$.

Đặt $AB = x\ (x > 0)$ thì $SH = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$, $AC = x\sqrt{2} \Rightarrow HK = \dfrac{AC}{4} = \dfrac{x\sqrt{2}}{4}$.

Ta có $\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{4}{3x^2} + \dfrac{8}{x^2} = \dfrac{28}{3x^2} \Rightarrow HI = \dfrac{x\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra $d(C,(SBD)) = 2HI = \dfrac{x\sqrt{21}}{7} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow x = a$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ (đvtt).

Câu 32. Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/tháng theo thỏa thuận cứ cuối mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng?

A. 21. **B.** 24. **C.** 22. **D.** 23.

Lời giải

Chọn C

Xét bài toán tổng quát:

Gọi A là số tiền vay từ ngân hàng với lãi suất là r (%) mỗi tháng. Số tiền trả hàng tháng là a và sau n tháng thì trả được hết nợ.

Cuối tháng thứ 1, số tiền còn nợ là $N_1 = A(1+r) - a$.

Cuối tháng thứ 2, số tiền còn nợ là $N_2 = N_1 + N_1.r - a = A(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

Cuối tháng thứ 3, số tiền còn nợ là $N_3 = A(1+r)^3 - a(1+r)^2 - a(1+r) - a$.

…

Cuối tháng thứ n, số tiền còn nợ là $N_n = A(1+r)^n - a(1+r)^{n-1} - a(1+r)^{n-2} - a(1+r) - a$

$= A(1+r)^n - a.\dfrac{(1+r)^n - 1}{1+r-1} = A(1+r)^n - a.\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Để hết nợ thì $N_n = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{A.r.(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$ $(*)$.

Từ đề bài ta có $A = 100.000.000 = 10^8$, $a = 5.000.000 = 5.10^6$, $r = 0,7\% = 0,007 = 7.10^{-3}$.

Thay vào $(*)$ ta được $5.10^6 = \dfrac{10^8.7.10^{-3}.1,007^n}{1,007^n - 1} \Leftrightarrow 1,007^n = \dfrac{50}{43} \Leftrightarrow n = \log_{1,007}\left(\dfrac{50}{43}\right)$.

Suy ra $n \approx 21,6$.

Vậy sau 22 tháng thì người đó trả hết nợ.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A, B sao cho diện tích của tam giác OAB bằng 64, với O là gốc tọa độ.

A. $m = \pm 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \pm 2$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $y' = \left(x^3 - 3mx^2 + 4m^3\right)' = 3x^2 - 6mx = 3x(x-2m)$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

Tọa độ hai điểm cực trị là $A(0;4m^3)$ và $B(2m;0) \Rightarrow \begin{cases} OA = |4m^3| \\ OB = |2m| \end{cases}$

$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \dfrac{1}{2}OA.OB = \dfrac{1}{2}|4m^3||2m| = 4m^4 = 64 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 34. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x > 2$, $y > 1$, $z > 0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \dfrac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2(2x+y-3)}} - \dfrac{1}{y(x-1)(z+1)}$ là

A. $P = \dfrac{1}{4}$. **B.** $P = \dfrac{1}{6}$. **C.** $P = \dfrac{1}{8}$. **D.** $P = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $a = x - 2$, $b = y - 1$, $c = z$.

Ta có: a, b, $c > 0$ và $P = \dfrac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 1}} - \dfrac{1}{(a+1)(b+1)(c+1)}$.

Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq \dfrac{(a+b)^2}{2} + \dfrac{(c+1)^2}{2} \geq \dfrac{1}{4}(a+b+c+1)^2$.

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.

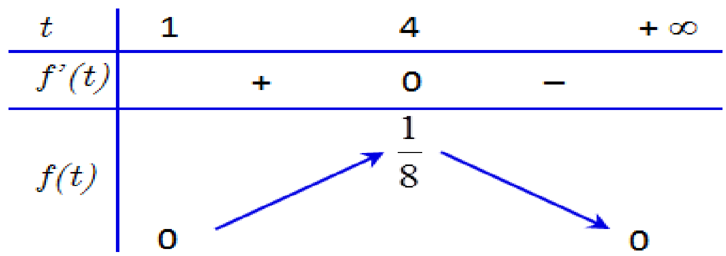
Mặt khác $(a+1)(b+1)(c+1)\le\dfrac{(a+b+c+3)^3}{27}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=1$.

Đặt $t=a+b+c+1\Rightarrow t>1$ khi đó $P\le\dfrac{1}{t}-\dfrac{27}{(t+2)^3}$, $t>1$

Xét hàm $f(t)=\dfrac{1}{t}-\dfrac{27}{(t+2)^3}$, $t>1$; $f'(t)=-\dfrac{1}{t^2}+\dfrac{81}{(t+2)^4}$

$f'(t)=0\Leftrightarrow(t+2)^4=81.t^2\Leftrightarrow t^2-5t+4=0\Leftrightarrow t=4$ $(\text{Do } t>1)$ và $\lim\limits_{t\to+\infty}f(t)=0$.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có $\max\limits_{(1;+\infty)}f(t)=f(4)=\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow t=4$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=b=c=1\\a+b+c+1=4\end{cases}\Leftrightarrow a=b=c=1$

$\Leftrightarrow x=3;\ y=2;\ z=1$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là $\dfrac{1}{8}$, đạt được khi $(x;y;z)=(3;2;1)$.

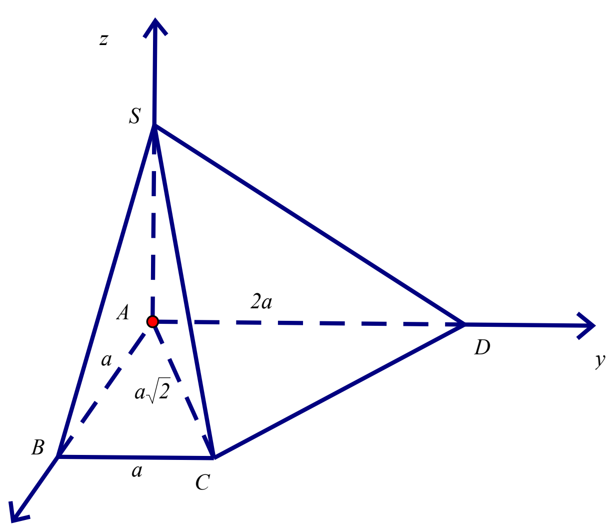
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các mặt phẳng (SAB), (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang vuông tại các đỉnh A và B, có $AD=2AB=2BC=2a$, $SA=AC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Theo bài ra có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$; $SA = AC$ nên $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O$; tia $Ox \equiv AB$; tia $Oy \equiv AD$; tia $Oz \equiv AS$. Khi đó:
$A(0;0;0)$; $B(a;0;0)$; $C(a;a;0)$; $D(0;2a;0)$; $S\left(0;0;a\sqrt{2}\right)$.

Ta có, phương trình đường thẳng $CD: \begin{cases} x = a - t \\ y = a + t \\ z = 0 \end{cases}$

Phương trình đường thẳng $SB: \begin{cases} x = a + t' \\ y = 0 \\ z = -\sqrt{2}t' \end{cases}$

Gọi MN là đoạn vuông góc chung của SB và CD với $M \in CD$; $N \in SB$.

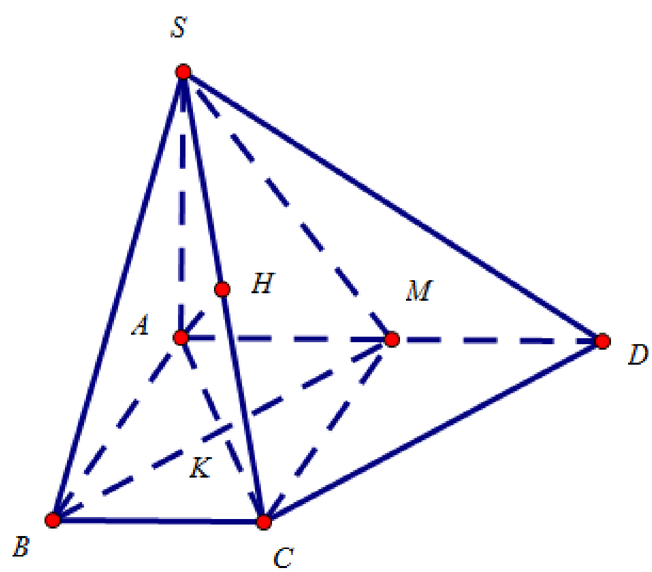
Ta có: $M(a-t;\, a+t;0)$; $N\left(a+t';0;-\sqrt{2}t'\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(t+t';-a-t;-\sqrt{2}t'\right)$.

Do $MN \perp CD$; $MN \perp SB$ nên có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{CD} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -t' - t - a - t = 0 \\ t' + t + 2t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t + t' = a \\ t + 3t' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{3a}{5} \\ t' = \dfrac{a}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{2a}{5};-\frac{2a}{5};-\frac{\sqrt{2}a}{5}\right) \Rightarrow MN = \sqrt{\left(-\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2a}{5}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{2}a}{5}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Cách 2:



Theo giả thiết $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$; $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm của AD. Ta có: $BM \,//\, CD \Rightarrow CD \,//\, (SBM)$

$\Rightarrow d(CD;SB) = d(CD;(SBM)) = d(C;(SBM)) = d(A;(SBM))$.

Theo giả thiết và theo cách dựng ta có $ABCM$ là hình vuông cạnh a.

Gọi $K = AC \cap BM \Rightarrow AK \perp BM \Rightarrow BM \perp (SAC)$.

Dựng $AH \perp SB$. Khi đó: $d\left(A;\left(SBM\right)\right)=AH$

Xét tam giác SAC vuông tại A, đường cao AH có:

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{2}{a^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 36. Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0, lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để trong số tự nhiên được lấy ra chỉ có mặt đúng ba chữ số khác nhau.

A. $P=\frac{1500}{6561}$. **B.** $P=\frac{1120}{6561}$. **C.** $P=\frac{1130}{6561}$. **D.** $P=\frac{1400}{6561}$.

Lời giải

Chọn D

Số các chữ số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0 là: $n\left(\Omega\right)=9^5$ số.

Gọi A là biến cố: " Lấy một số tự nhiên có 5 chữ số mà chỉ có mặt đúng ba chữ số khác nhau".

Khi đó có các trường hợp sau xảy ra:

+ Trường hợp 1: Số đó có 1 chữ số xuất hiện 3 lần và hai chữ số còn lại xuất hiện 1 lần.

Chọn 3 chữ số trong 9 chữ số có C_9^3 cách chọn.

Chọn số xuất hiện 3 lần có 3 cách chọn.

Sắp xếp thứ tự các số này, sắp thứ tự 2 số khác nhau trước, còn lại là vị trí của số xuất hiện 3 lần: $A_5^2.1$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân có: $C_9^3.3.A_5^2=5040$ cách.

+ Trường hợp 2: Số đó có 2 chữ số xuất hiện 2 lần và chữ số còn lại xuất hiện 1 lần.

Chọn 3 chữ số trong 9 chữ số có C_9^3 cách chọn.

Chọn số xuất hiện 1 lần có 3 cách chọn.

Sắp xếp thứ tự các số này, sắp thứ tự cho số xuất hiện 1 lần trước, sau đó chọn vị trí cho số xuất hiện 2 lần: $5.C_4^2.1$ cách

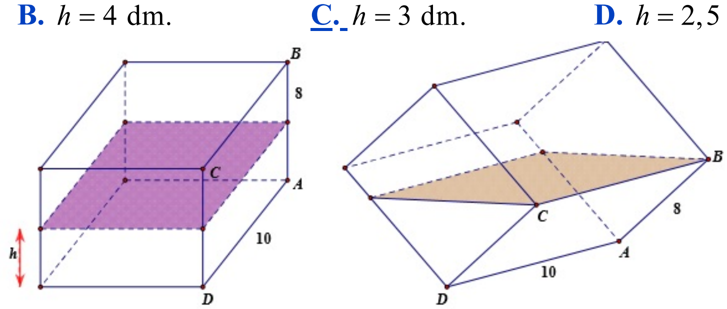
Vậy theo quy tắc nhân có: $C_9^3.3.5.C_4^2.1=7560$ cách.

Vậy $n\left(A\right)=5040+7560=12600$.

$\Rightarrow P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{1400}{6561}$.

Câu 37. Một bể cá hình hộp chữ nhật được đặt trên bàn nằm ngang, một mặt bên của bể rộng 10 dm và cao 8 dm. Khi nghiêng bể thì nước trong bể vừa đúng che phủ mặt bên nói trên và chỉ che phủ $\frac{3}{4}$ bề mặt đáy của bể (như hình). Hỏi khi ta đặt bể trở lại nằm ngang thì chiều cao h của mực nước là bao nhiêu?

A. $h=3,5$ dm. **B.** $h=4$ dm. **C.** $h=3$ dm. **D.** $h=2,5$ dm.



Lời giải

Chọn C

Gọi a là số đo cạnh còn lại của đáy bể cá.

Thể tích nước trong bể khi nghiêng bể là $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}a.8.10=30a$

Thể tích nước trong bể khi đặt bể trở lại nằm ngang là $h.a.10=10ah$

Vì lượng nước trong bể không đổi nên ta có $30a=10ah\Rightarrow h=3$ dm.

Câu 38. Tìm hệ số chứa x^5 trong khai triển $P(x)=x(1-2x)^n+x^2(1+3x)^{2n}$, biết $A_n^2-C_{n+1}^{n-1}=5$.

A. 3360. **B.** 23210. **C.** 21360. **D.** 3320.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $n\ge 2$.

$$A_n^2-C_{n+1}^{n-1}=5\Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!}-\frac{(n+1)!}{(n+1-n+1)!(n-1)!}=5\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!}-\frac{(n+1)!}{2(n-1)!}=5$$

$$\Leftrightarrow (n-1)n-\frac{n(n+1)}{2}=5\Leftrightarrow 2(n-1)n-n(n+1)=10\Leftrightarrow n^2-3n-10=0\Rightarrow n=5.$$ Hệ số

chứa x^5 trong khai triển $x(1-2x)^5$ là $C_5^4.(-2)^4=80$.

Hệ số chứa x^5 trong khai triển $x^2(1+3x)^{10}$ là $C_{10}^3.3^3=3240$.

Vậy hệ số chứa x^5 trong khai triển $P(x)=x(1-2x)^n+x^2(1+3x)^{2n}$ là 3320.

Câu 39. Cho $\log_6 45=a+\frac{\log_2 5+b}{\log_2 3+c}$, với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b+c$

A. 2. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\log_6 45=\frac{\log_2 45}{\log_2 6}=\frac{2\log_2 3+\log_2 5}{\log_2 3+1}=2+\frac{\log_2 5-2}{\log_2 3+1}$

Vậy $a=2,b=-2,\ c=1\Rightarrow a+b+c=2-2+1=1$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2019;2019]$ để hàm số

$y=\frac{\cot^2 x-2m\cot x+2m^2-1}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

A. 2018. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn D

$$y=\frac{\cot^2 x-2m\cot x+2m^2-1}{\cot x-m}\ (1).$$

Đặt $\cot x = t$. Ta có $x \in \left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$. Để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$ hàm số $y = \frac{t^2 - 2mt + 2m^2 - 1}{t - m}$ đồng biến trên khoảng

$$(0;1) \Leftrightarrow y' = \frac{t^2 - 2mt + 1}{(t-m)^2} \ge 0, \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 - 2mt + 1 \ge 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le \frac{t^2+1}{2t},\ t \in (0;1) \\ \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+1}{2t}$, $t \in (0;1)$.

Ta có: $f'(t) = \frac{t^2 - 1}{2t^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$ (loại).

Bảng biến thiên:

t		0	1	
$f'(t)$			$-$	
$f(t)$		$+\infty$	$\searrow$ 1	

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow f(t) > 1, \forall\ t \in (0;1)$.

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m \le 0 \end{array}\right.$$

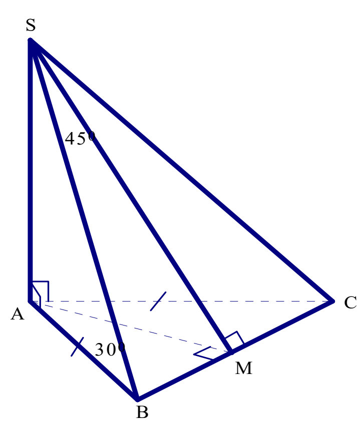
mà $m \in [-2019;2019]$, $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2019;-2018;...;0;1\}$ nên có 2021 giá trị m thỏa mãn .

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC cân tại A. Cạnh bên SB lần lượt tạo với mặt phẳng đáy, mặt phẳng trung trực của BC các góc bằng 30^0 và 45^0, khoảng cách từ S đến cạnh BC bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V_{S.ABC} = a^3$.

Lời giải

Chọn C



+ Lấy M là trung điểm của BC, tam giác ABC cân tại A

$\Rightarrow AM \perp BC$.

$SA \perp BC$ (vì $SA \perp (ABC)$)

$\Rightarrow BC \perp (SAM)$ tại trung điểm M $\Rightarrow (SAM)$ là mặt phẳng trung trực cạnh BC.

Góc giữa SB và mặt phẳng (SAM)= góc giữa SB và SM = $\widehat{BSM} = 45^0$.

Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC)= góc giữa SB và AB = $\widehat{SBA} = 30^0$.

$BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM \Rightarrow$ khoảng cách từ S đến cạnh BC bằng $SM = a$.

+ Tam giác vuông cân SBM có $BM = a, SB = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow BC = 2BM = 2a$.

Tam giác vuông SAB có $\sin 30^0 = \dfrac{SA}{SB} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $AB = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác vuông ABM có $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - a^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{1}{2}.2a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3}{6}$.

Câu 42. Cho $\displaystyle\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3}\mathrm{d}x = -\frac{(\sin x + \cos x + 1)^m}{(\sin x + \cos x + 2)^n} + C$ với $m, n \in N$. Tính $A = 2m + 3n$.

A. $A = 7$. **B.** $A = 10$. **C.** $A = 9$. **D.** $A = 8$.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3}\mathrm{d}x = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{(\sin x + \cos x + 2)^3}\mathrm{d}x = \int \frac{(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x + 2)^3}\mathrm{d}x.$$

Đặt $\mathrm{t} = \sin x + \cos x + 2 \Rightarrow \mathrm{dt} = (\cos x - \sin x)\mathrm{d}x$.

$$\Rightarrow I = \int \frac{t-2}{t^3}\mathrm{d}t = \int \left(\frac{1}{t^2} - \frac{2}{t^3}\right)\mathrm{d}t = -\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} + C = \frac{1-t}{t^2} + C = -\frac{\sin x + \cos x + 1}{(\sin x + \cos x + 2)^2} + C.$$

$\Rightarrow m = 1; n = 2 \Rightarrow A = 2.1 + 3.2 = 8$.

Câu 43. Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R (đơn vị mét) của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa có giá trị nhỏ nhất.

A. $R = \sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}$. **B.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$. **C.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$. **D.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{3}{2\pi}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có 1000 lít = $1\mathrm{m}^3$.

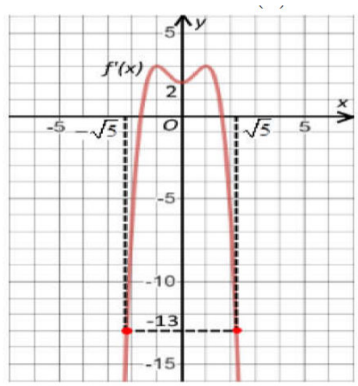
Gọi h là chiều cao của hình trụ ta có $V = \pi R^2 h = 1 \Rightarrow h = \dfrac{1}{\pi R^2}$.

Diện tích toàn phần là: $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R\dfrac{1}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \dfrac{2}{R}$

$$= 2\left(\pi R^2 + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}\right) \geq 2.3\sqrt[3]{\pi R^2 . \frac{1}{2R} . \frac{1}{2R}} = 6\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\pi R^2 = \frac{1}{2R} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x) \leq 0\ \forall x \in \left[-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right]$ là

A. $m \leq \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$. **B.** $m \geq \frac{2}{3} f\left(-\sqrt{5}\right)$. **C.** $m \geq \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$. **D.** $m \geq \frac{2}{3} f(0)$.

Lời giải

Chọn C

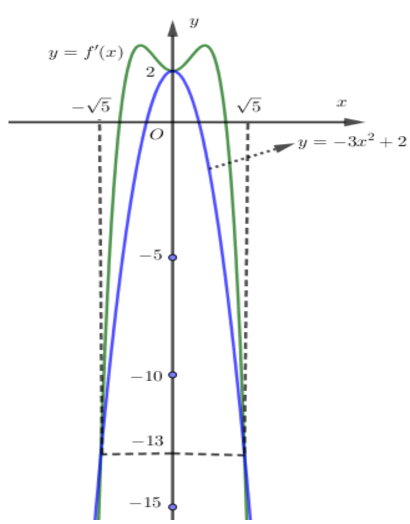
Ta có $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5} \leq 0,\ \forall x \in \left[-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right]$

$\Leftrightarrow h(x) = f(x) + x^3 - 2x - 3\sqrt{5} \leq \frac{3m}{2},\ \forall x \in \left[-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right]$

$\Leftrightarrow \max\limits_{\left[-\sqrt{5}; \sqrt{5}\right]} h(x) \leq \frac{3m}{2}$.

Ta có: $h'(x) = f'(x) + 3x^2 - 2$.

Vẽ 2 đồ thị $y = f'(x)$ và $y = -3x^2 + 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ:



Nhận xét: $f'(x)\ge -3x^2+2,\ \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\Rightarrow h'(x)\ge 0,\ \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$

$$\Rightarrow \max_{\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]} h(x)=h\left(\sqrt{5}\right)=f\left(\sqrt{5}\right)\le\frac{3m}{2}\Leftrightarrow m\ge\frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right).$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $H(3;-4;1)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm M,N,P sao cho H là trực tâm của ΔMNP.

A. $4x-3y-z-22=0$. **B.** $x+2y-z+6=0$.

C. $-3x+4y-z-26=0$. **D.** $3x-4y+z-26=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì $OMNP$ là tam diện vuông tại O và có H là trực tâm ΔMNP nên $OH\perp(MNP)$.

Suy ra $\overrightarrow{OH}=(3;-4;1)$ là một VTPT của mặt phẳng (MNP).

Vậy $(MNP): 3x-4y+z-26=0$.

Câu 46. Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$?

A. $m>2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 1\\ m>2\end{array}\right.$. **C.** $m\le 1$. **D.** $1\le m<2$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-m-2}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)\Leftrightarrow y'<0\ \forall x\in(-1;+\infty)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m^2-m-2<0\\ -m\notin(-1;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<2\\ m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m<2.$$

Vậy $1\le m<2$.

Câu 47. Biết $\displaystyle\int_1^2\frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x=\frac{b}{c}+a\ln 2$ (với a là số thực, b, c là các số nguyên dương và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a+3b+c$.

A. 5. **B.** 4. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $\begin{cases} u=\ln x\\ \mathrm{d}v=\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=-\dfrac{1}{x}\end{cases}$ ta có

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx = -\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2}dx = -\frac{1}{2}\ln 2 - \frac{1}{x}\Big|_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ln 2 = \frac{b}{c} + a\ln 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b + c = 4.$$

Câu 48. Xét các số nguyên dương $a,\ b$ sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_3,\ x_4$ thỏa mãn $x_1x_2 > x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$

A. $S_{\min} = 33$. **B.** $S_{\min} = 30$. **C.** $S_{\min} = 17$. **D.** $S_{\min} = 25$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện để hai phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ và $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt là: $b^2 - 20a > 0$. (*)

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} \ln x_1 + \ln x_2 = -\frac{b}{a} \\ \log x_3 + \log x_4 = -\frac{b}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln(x_1x_2) = -\frac{b}{a} \\ \log(x_3x_4) = -\frac{b}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1x_2 = e^{-\frac{b}{a}} \\ x_3x_4 = 10^{-\frac{b}{5}} \end{cases}$.

Mà $x_1x_2 > x_3x_4 \Rightarrow e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{5}}$

$\Rightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{5}\ln 10$ (Vì $a,\ b$ là các số nguyên dương)

$\Rightarrow a > \frac{5}{\ln 10} \Rightarrow a \geq 3$. (1)

Theo điều kiện (*) có $b^2 - 20a > 0 \Rightarrow b^2 > 20a \geq 60 \Rightarrow b \geq 8$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $S = 2a + 3b \geq 30 \Rightarrow S_{\min} = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 8 \end{cases}$ (thỏa mãn các điều kiện đề bài).

Câu 49. Gọi m là giá trị để đồ thị (C_m) của hàm số $y = \frac{x^2 + 2mx + 2m^2 - 1}{x - 1}$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và các tiếp tuyến với (C_m) tại hai điểm này vuông góc với nhau. Khi đó ta có:

A. $m \in (1;2)$. **B.** $m \in (-2;-1)$. **C.** $m \in (0;1)$. **D.** $m \in (-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện cần và đủ để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt là phương trình $x^2 + 2mx + 2m^2 - 1 = 0\ (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1. Điều đó tương đương

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1^2 + 2m.1 + 2m^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (2m^2 - 1) > 0 \\ 2m^2 + 2m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 > 0 \\ m \neq 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-1;1)\backslash\{0\}.$$

Với điều kiện trên, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$. Ta được:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1.x_2 = 2m^2 - 1 \end{cases}.$$

Ta có: $y' = \frac{x^2 - 2x - 2m^2 - 2m + 1}{(x-1)^2} = 1 - \frac{2m^2 + 2m}{(x-1)^2}$. Theo yêu cầu bài toán thì

$$y'(x_1)y'(x_2)=-1\Leftrightarrow\left(1-\frac{2m^2+2m}{(x_1-1)^2}\right)\left(1-\frac{2m^2+2m}{(x_2-1)^2}\right)=-1$$

$$\Leftrightarrow 1-(2m^2+2m)\left(\frac{1}{(x_1-1)^2}+\frac{1}{(x_2-1)^2}\right)+\frac{2m^2+2m}{(x_1-1)^2}\frac{2m^2+2m}{(x_2-1)^2}=-1$$

$$\Leftrightarrow 1-(2m^2+2m)\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-2(x_1+x_2)+2}{(x_1.x_2-(x_1+x_2)+1)^2}+\left(\frac{2m^2+2m}{x_1.x_2-(x_1+x_2)+1}\right)^2=-1$$

$$\Leftrightarrow 1-(2m^2+2m)\frac{4m^2-2(2m^2-1)-(-2m)+2}{(2m^2-1+2m+1)^2}+\left(\frac{2m^2+2m}{2m^2-1+2m+1}\right)^2=-1$$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{2m+4}{2m^2+2m}+1=-1\Leftrightarrow\frac{2m+4}{2m^2+2m}=3\Leftrightarrow 6m^2+4m-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{-1-\sqrt{7}}{3}\\ m=\frac{-1+\sqrt{7}}{3}\end{array}\right..$$

So với điều kiện ta nhận $m=\frac{-1+\sqrt{7}}{3}\in(0;1)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0;0;-4),B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S), là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by-z+c=0$, khi đó $a-b+c$ bằng:

A. 8. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

+ Vì (α) qua A ta có: $-(-4)+c=0\Rightarrow c=-4$.

+ Vì (α) qua B ta có: $2a+c=0\Rightarrow a=2$.

$\Rightarrow(\alpha)$: $2x+by-z-4=0$.

+ Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3),R=3\sqrt{3}$.

+ Chiều cao khối nón: $h=d_{(I,\alpha)}=\frac{|2-2b-3-4|}{\sqrt{4+b^2+1}}=\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}$.

+Bán kính đường tròn (C): $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{27-\left(\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}\right)^2}=\sqrt{27-\frac{(2b+5)^2}{b^2+5}}$.

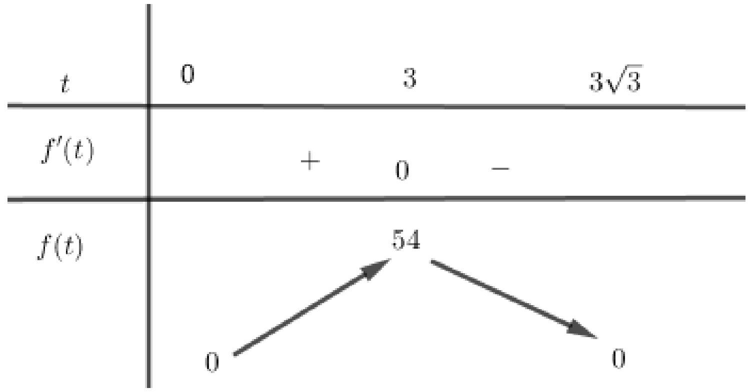
+ Thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(27-\frac{(2b+5)^2}{b^2+5}\right)\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}$

+ Tới đây ta có thể Thử các trường hợp đáp án.

Hoặc ta làm tự luận như sau:

Đặt $t=\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}$ và xét hàm số $f(t)=(27-t^2)t$ trên đoạn $\left[0;3\sqrt{3}\right]$.

Ta có: $f'(t)=27-3t^2$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\ t=-3(l)\end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên:



Do đó thể tích khối nón lớn nhất khi và chỉ khi

$t=3 \Leftrightarrow \left(\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}\right)^2 = 3^2 \Leftrightarrow 4b^2+20b+25=9b^2+45$

$\Leftrightarrow 5b^2-20b+20=0 \Leftrightarrow b=2$.

Vì vậy $a-b+c=-4$.

Hoặc Ta gọi chiều cao khối nón là h, từ phương trình tính thể tích ta suy ra h=3, tìm b từ phương trình: $\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}=3$.

------------------------------ Hết ------------------------------