SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NAM ĐỊNH
TRƯỜNG THPT TRỰC NINH

KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1 NĂM 2016
Môn thi : TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC
(*Đề thi gồm 01 trang*)

Thời gian: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1.0 *điểm*). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 2 (1.0 *điểm*).

a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2-\ln(1-2x)$ trên đoạn $[-2;0]$.

b) Tìm m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-2016m$ đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

Câu 3 (1.5 *điểm*). Giải phương trình:

a) $\log_3(x+2)+\log_3(x+4)-\log_{\sqrt{3}}(8-x)=1.$

b) $\cos 2x-\cos x=\sqrt{3}(\sin 2x+\sin x).$

Câu 4 (1.0 *điểm*). Tính tích phân $I=\int_2^6 \dfrac{1}{2x+1+\sqrt{4x+1}}dx$.

Câu 5 (1.0 *điểm*). Trong không gian toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): x+4y+z-11=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$. Tìm tọa độ tâm và tính bán kính mặt cầu (S).Viết phương trình mặt phẳng (*P*) song song với trục *Ox* vuông góc với mặt phẳng (α) và tiếp xúc với mặt cầu (*S*).

Câu 6 (0.5 *điểm*). Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề thi gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi đó có ba loại câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề trong bộ đề trên. Tính xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

Câu 7 (1.0 *điểm*). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*. Góc giữa CA' và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng $30°$. Tính theo *a* thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa $A'I$ và *AC* với *I* là trung điểm *AB*.

Câu 8 (1.0 *điểm*). Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho hình chữ nhật *ABCD* có $AB=AD\sqrt{2}$, tâm $I(1;-2)$. Gọi *M* là trung điểm cạnh *CD*, $H(2;-1)$ là giao điểm của hai đường thẳng *AC* và *BM*. Tìm tọa độ các điểm *A*, *B*.

Câu 9 (1.0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{y-xy+9}+2016=\sqrt{y^2+2y+4}+2017x\\ \left(x+\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=1\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Câu 10 (1.0 *điểm*). Cho các số thực dương *a*, *b*, *c* thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{7}{a^2+b^2+c^2}+\dfrac{121}{14(ab+bc+ca)}$.

——— **Hết** ———

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN THI THỬ LẦN 1.

<table>
<tr><td>Câu 1 (1.0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.</td><td>1.0 điểm</td></tr>
<tr><td>

- Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$
- Sự biến thiên:

+ Chiều biến thiên: $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$

+ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

+ Hàm số không có cực trị.

</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>

+ Giới hạn và tiệm cận:

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$; nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y=2$

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty,\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$; nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x=1$

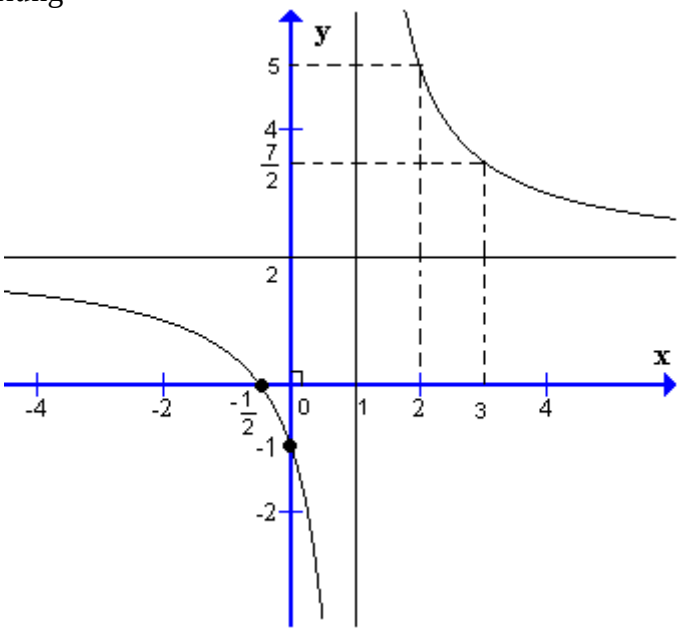
</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>

+ Bảng biến thiên:

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>$-$</td><td>||</td><td>$-$</td></tr>
<tr><td>y</td><td>2 ↘ $-\infty$</td><td>||</td><td>$+\infty$ ↘ 2</td></tr>
</table>

</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>

- Đồ thị
  - Giao Ox, Oy
  - Tâm đối xứng

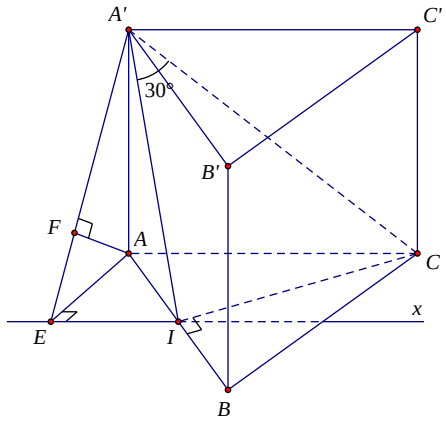


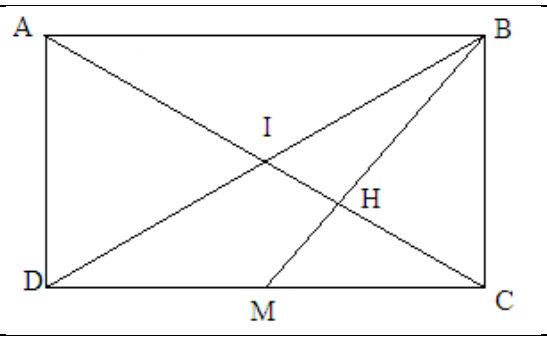
</td><td>0.25</td></tr>
</table>

Câu 2a (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2-\ln(1-2x)$ trên đoạn $[-2;0]$.	**0,5 điểm**
+ Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-2;0]$; - Ta có : $f'(x)=2x+\dfrac{1}{1-2x}$ Suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x+\dfrac{2}{1-2x}=0 \Leftrightarrow 2x^2-x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$ ($x=1$ loại)	0.25
- Tính : $f(-2)=4-\ln 5;$ $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}-\ln 2;$ $f(0)=0$ Vậy : $\max\limits_{[-2;0]} f(x)=4-\ln 5$; $\min\limits_{[-2;0]} f(x)=\dfrac{1}{4}-\ln 2$	0.25
b) **Câu 2b (0,5 điểm).** Tìm m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-2016m$ đạt cực tiểu tại điểm x = 3.	**0,5 điểm**
Ta có : $\forall x\in\mathbb{R}$, $y'=3x^2-6(m+1)x+9$ +) Điều kiện cần: $y'(3)=3.3^2-6(m+1)3+9=0$ $\Leftrightarrow m=1$ ……	0.25
+) Điều kiện đủ : Thay m= 1, $y'=3x^2-12x+9$ Suy ra $y''=6x-12 \Rightarrow y''(3)=6>0$. Chứng tỏ HS đạt cực tiểu tại x= 3 Vậy m= 1 thoa mãn	0.25
Câu 3a (1.0 điểm). Giải phương trình: a) $\log_3(x+2)+\log_3(x+4)-\log_{\sqrt{3}}(8-x)=1.$	**1.0 điểm**
Điều kiện xác định -2 < x < 8.	0.25
$\Leftrightarrow (x+2)(x+4)=3(8-x)^2$ $\Leftrightarrow x^2+6x+8=3x^2-48x+192$ $\Leftrightarrow 2x^2-54x+184=0$ ……..	0.25
$\Leftrightarrow (x+2)(x+4)=3(8-x)^2$ $\Leftrightarrow x^2+6x+8=3x^2-48x+192$ $\Leftrightarrow 2x^2-54x+184=0$ $\Leftrightarrow x=4(nhan);\ x=23(loai)$	0.25
Đối chiếu đk x=4 là nghiệm	0.25

Câu 3b (0.5 điểm). Giải phương trình: b) $\cos 2x - \cos x = \sqrt{3}\left(\sin 2x + \sin x\right)$.	**0.5 điểm**
$\Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{3}\sin x + \cos x.$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$ $\Leftrightarrow \cos(\frac{\pi}{3} + 2x) = \cos(\frac{\pi}{3} - x)$	0.25
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\pi}{3}+2x=\frac{\pi}{3}-x+k2\pi \\ \frac{\pi}{3}+2x=-(\frac{\pi}{3}-x)+k2\pi \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{k2\pi}{3} \\ x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ Kết luận nghiệm là $x = \frac{k2\pi}{3}$	0.25
Câu 4 (1.0 *điểm*). Tính tích phân $I = \int_2^6 \frac{1}{2x+1+\sqrt{4x+1}}dx$.	**1.0 điểm**
Đặt $t = \sqrt{4x+1}$, ta có $dt = \frac{2dx}{\sqrt{4x+1}}$ hay $\frac{t}{2}dt = dx$ và $x = \frac{t^2-1}{4}$ Khi x = 2 thì t = 3 và khi x= 6 thì t = 5. …….. $I = \int_3^5 \frac{tdt}{2\left(\frac{t^2-1}{2}+1+t\right)} = \int_3^5 \frac{tdt}{(t+1)^2} = \int_3^5 \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2}\right)dt$ **(0.25+ 0,25)**	0.25 0.5
$= \left(\ln\lvert t+1\rvert + \frac{1}{t+1}\right)\Big\vert_3^5 = \ln\frac{3}{2} - \frac{1}{12}$	0.25
Câu 5 (1.0 điểm). Trong không gian toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): x+4y+z-11=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$. Tìm tọa độ tâm và tính bán kính mặt cầu (S).Viết phương trình mặt phẳng (*P*) song song với trục *Ox* vuông góc với mặt phẳng (α) và tiếp xúc với (*S*).	**1.0 điểm**
+ Tọa độ tâm I (1; -3; 2), Bán kính R= 4	0.25

+ Gọi $\vec{n}$ là VTPT của (*P*) thì $\vec{n} = \left[\vec{i}, \vec{m}\right]$ Với $\vec{m} = (1;4;1)$ là VTPT của (α)\ Khi đó $\vec{n}$ = (0, -1, 4). Suy ra (P) dạng *y*- 4*z* +*d* =0	0.25
Vì tiếp xúc mc (S) nên: $\frac{\lvert -3-8+d \rvert}{\sqrt{17}} = 4$ $\Leftrightarrow \lvert -11+d \rvert = 4\sqrt{17}$ $\Leftrightarrow d = 11 \pm 4\sqrt{17}$ …….. Vậy (P) có PT là *y*- 4*z* +$11 \pm 4\sqrt{17}$ =0	0.25 0.25
CÁCH 2: + Mặt phẳng (P) song song truc Ox có dạng: by + cz + d = 0 ($d \neq 0$) **...0,25** + Vì (P) vuông góc (Q) nên có pt: 4b + c + d = 0 (1) + Vì (P) tiếp xúc (S): $\frac{\lvert -3b+c+d \rvert}{\sqrt{14}} = 4$ (2)…… …….. **0,25** + Giải hệ (1) và (2)…… **0,25** KL ……**0,25**	
Câu 6 (0.5 điểm). Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề thi gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề thi đó có ba loại câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên trong một đề trong bộ đề trên. Tính xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".	**0.5 điểm**
Mỗi đề thi gồm 5 câu chọn từ 30 câu nên ta có $\lvert\Omega\rvert = C_{30}^5 = 142506$	0.25
Gọi A là biến cố đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt". Vì đề thi "Tốt" gồm ba loại câu dễ, TB và câu khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên có 3 trường hợp sau thuận lợi cho biến cố A: TH1: Đề 3 câu dễ, 1 trung bình, 1 khó thì sẽ có: $C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1$ đề TH2: Đề 2 câu dễ, 2 trung bình, 1 khó thì sẽ có: $C_{15}^2 C_{10}^2 C_5^1$ đề; TH3: Đề 2 câu dễ, 1 trung bình, 2 khó thì sẽ có: $C_{15}^2 C_{10}^1 C_5^2$ đề; Suy ra $\lvert\Omega_A\rvert$ = $C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1 + C_{15}^2 C_{10}^2 C_5^1 + C_{15}^2 C_{10}^1 C_5^2$ =56875	
Vậy xác xuất cần tìm là: $P(A) = \frac{\lvert\Omega_A\rvert}{\lvert\Omega\rvert} = \frac{56875}{142506} = \frac{625}{1566}$	0.25

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Góc giữa CA' và mặt $(AA'B'B)$ bằng $30°$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa $A'I$ và AC với I là trung điểm AB.	**1.0 điểm**
	
Ta có : $\begin{cases} CI \perp AB \\ CI \perp AA' \ (AA' \perp (ABC)) \\ Trong\ (AA'B'B): AB \cap AA' = \{A\} \end{cases} \Rightarrow CI \perp (AA'B'B)$ Suy ra góc giữa CA' và $(AA'B'B)$ chính là góc giữa CA' và IA' và bằng góc $CA'I = 30°$ Do đó $A'I = \dfrac{IC}{\tan CA'I} = \dfrac{3a}{2}$; với $IC = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ Suy ra: $AA' = \sqrt{A'I^2 - AI^2} = \sqrt{\dfrac{9a^2}{4} - \dfrac{a^2}{4}} = a\sqrt{2}$	0.25
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$ (đvtt)	0.25
Kẻ $Ix \parallel AC$. Khi đó $d(AC, A'I) = d(AC, (A'I, Ix)) = d(A, (A'I, Ix))$	0.25
Kẻ $AE \perp Ix$ tại E và $AF \perp A'E$ tại F. Ta chứng minh được: $d\left(A, (A'I, Ix)\right) = AF$ Ta có: $AE = AI.\sin AIE = \dfrac{a}{2}.\sin 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ Và: $\dfrac{1}{AF^2} = \dfrac{1}{A'A^2} + \dfrac{1}{AE^2} = \dfrac{1}{2a^2} + \dfrac{16}{3a^2} = \dfrac{35}{6a^2} \Rightarrow AF = \dfrac{a\sqrt{210}}{35}$ Vậy: $d\left(AC, A'I\right) = AF = \dfrac{a\sqrt{210}}{35}$	0.25
Câu 8 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình chữ nhật *ABCD* có $AB = AD\sqrt{2}$, tâm $I(1;-2)$. Gọi *M* là trung điểm cạnh *CD*, $H(2;-1)$ là giao điểm của hai đường thẳng *AC* và *BM*. Tìm tọa độ các điểm *A*, *B*.	**1.0 điểm**

	
Theo giả thiết ta có H là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{IC}=3\overrightarrow{IH}$ Mà $\overrightarrow{IH}=(1;1)$, giả sử $C(x;y)\Rightarrow\begin{cases}x-1=3.1\\y+2=3.1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}\Rightarrow C(4;1)$	0.25
Do I là trung điểm AC nên A(-2;-5) Lại có $AB=\sqrt{2}AD$ nên $\frac{CM}{BC}=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow MBC=BAC$ Mà $BAC+BCA=90°\Rightarrow MBC+BCA=90°\Rightarrow AC\perp BM$	0.25
Đường thẳng BM đi qua H(2;-1), có vtpt $\overrightarrow{IH}=(1;1)$ $\Rightarrow$pt BM: x + y – 1 = 0 $\Rightarrow B(t;1-t)$ Có $\overrightarrow{AB}=(t+2;6-t)$; $\overrightarrow{CB}=(t-4;-t)$	0.25
Vì $AB\perp BC\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}=0\Leftrightarrow(t+2)(t-4)-t(6-t)=0$ $\Leftrightarrow t=2\pm\sqrt{2}\Rightarrow B\left(2+\sqrt{2};-1-\sqrt{2}\right)$ hoặc $B\left(2-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$	0.25
Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\left(x+\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=1\ (1)\\\sqrt{y-xy+9}+2016=\sqrt{y^2+2y+4}+2017x\ (2)\end{cases}$	**1.0 điểm**
ĐK: $y-xy+9\geq 0$ $(1)\Leftrightarrow(x+1)+\sqrt{(x+1)^2+1}=\sqrt{y^2+1}-y=(-y)+\sqrt{(-y)^2+1}$ (do $\sqrt{y^2+1}-y\neq 0$) (*) Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}$ trên R. Lấy đạo hàm thấy dương nên *f(t)* đb trên R	0.25
Từ (*) suy ra x + 1 = - y Thế vào (2) ta đc: $\sqrt{x^2+8}-\sqrt{x^2+3}=2017x-2016$ (3) Nhận thấy x = 1 là nghiệm của (3) nên phân tích thành: $(\sqrt{x^2+8}-3)-(\sqrt{x^2+3}-2)=2017(x-1)$ $\Leftrightarrow(x-1)\left[\frac{x+1}{\sqrt{x^2+8}+3}-\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}-2017\right]=0$	0.25
Từ (3) do VT dương nên x > 0 suy ra $\Leftrightarrow\left[\frac{x+1}{\sqrt{x^2+8}+3}-\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}-2017\right]<0$	0.25
Do đó thu đc x = 1 (t/m) suy ra y = -2 KL: Hệ có nghiệm (1; -2)	0.25

Câu 10 (1.0 *điểm*). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{7}{a^2+b^2+c^2}+\frac{121}{14\left(ab+bc+ca\right)}$.	**1.0 điểm**
$1=(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ Ta có $\Rightarrow ab+bc+ca=\frac{1-(a^2+b^2+c^2)}{2}$ $\Rightarrow A=\frac{7}{a^2+b^2+c^2}-\frac{121}{7(1-(a^2+b^2+c^2))}$	0.25
Đặt $t=a^2+b^2+c^2$. Vì a, b, c là số dương và $a+b+c=1$ nên $0<a<1$, $0<b<1$, $0<c<1$ Suy ra $t=a^2+b^2+c^2<a+b+c=1$ Mặt khác $1=(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\le 3(a^2+b^2+c^2)$ Suy ra $t=a^2+b^2+c^2\ge\frac{1}{3}$. Vậy $t\in\left[\frac{1}{3};1\right)$	0.25
$f(t)=\frac{7}{t}+\frac{121}{7(1-t)};t\in\left[\frac{1}{3};1\right)$ Xét hàm số $f'(t)=-\frac{7}{t^2}+\frac{121}{7(1-t)^2}$ $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{7}{18}(tm);t=-\frac{7}{4}(l)$ BBT t: $\frac{1}{3}$ … $\frac{7}{18}$ … 1 $f'(t)$: - 0 + $f(t)$: $\frac{324}{7}$	0,25
Suy ra $f(t)\ge\frac{324}{7};\forall x\in\left[\frac{1}{3};1\right)$. Vậy $A\ge\frac{324}{7}$ với mọi a; b; c thỏa mãn điều kiện đề bài. Nhận xét $a=\frac{1}{2};b=\frac{1}{3};c=\frac{1}{6}$ thì $a^2+b^2+c^2=\frac{7}{18}$ và $a+b+c=1$ Khi đó $A=\frac{324}{7}$. Vậy $\min A=\frac{324}{7}$.	0,25

--- Hết ---

Ghi chú: - *Các đ/c chấm có thể thống nhất chia điểm từng câu, ý cho hợp lý, nhưng tổng điểm của các câu là không thay đổi.*

- *Thí sinh có thể làm cách giải khác mà đúng, giám khảo phải thống nhất phân chia điểm cho từng ý để chấm chính xác, công bằng cho thí sinh.*