



TRƯỜNG THCS-THPT LƯƠNG THẾ VINH

Đề thi có 5 trang

Mã đề thi 110

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 3

Năm học 2018-2019

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (50 câu trắc nghiệm)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 1$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f'(x)dx = 9$. Giá trị của $f(3)$ là

- A. 6. B. 3. C. 10. D. 9.

Câu 3. Cho a, b là các số dương tùy ý, khi đó $\ln(a + ab)$ bằng

- A. $\ln a \cdot \ln(ab)$. B. $\ln a + \ln(1 + b)$. C. $\frac{\ln a}{\ln(1 + b)}$. D. $\ln a + \ln(ab)$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $\frac{1}{(2x+3)^2} + C$. B. $-\frac{3}{(2x+3)^2} + C$. C. $-\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$. D. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 5. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Khi đó giá trị của $b - a$ là

- A. 4. B. -4. C. 2. D. -2.

Câu 6. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 7. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- A. $\bar{z} = 3 + i$. B. $\bar{z} = -3 + i$. C. $\bar{z} = 3 - i$. D. $\bar{z} = -3 - i$.

Câu 8. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$.

- A. $(P): 2y + 2z - 1 = 0$. B. $(P): y + z - 1 = 0$.
C. $(P): y - z + 3 = 0$. D. $(P): 2x + z - 2 = 0$.

Câu 9. Số phức z thỏa mãn $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

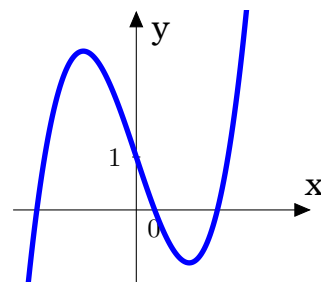
- A. -8. B. 8. C. 5. D. $-8i$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

- A. $(2; -2)$. B. $(0; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 2)$.

Câu 11.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^4 - x^2 + 1$. B. $y = -x^2 + x - 1$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 12. Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P) : 2x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q) : 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_{15} = 45$. B. $u_{13} = 31$. C. $u_{10} = 35$. D. $u_{15} = 34$.

Câu 14. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$.
C. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3$. D. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 12$.

Câu 15. Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ và đường cong $y = x^3 + 2$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 16. Tính chiều cao h của hình trụ biết chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích của khối trụ đó là 8π

- A. $h = 2$. B. $h = 2\sqrt{2}$. C. $h = \sqrt[3]{32}$. D. $h = \sqrt[3]{4}$.

Câu 17. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.

Câu 18. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x-3)$ với mọi x . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có 1 điểm cực đại. B. Hàm số không có điểm cực trị.
C. Hàm số có hai điểm cực trị. D. Hàm số có đúng một điểm cực trị.

Câu 19. Giá trị của biểu thức $9^{\frac{1}{2} \log_3 4}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 16.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $[0; 2]$. C. $(\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+m}{x-1}$. Tính tổng các giá trị của tham số m để

$$\left| \max_{x \in [2;3]} f(x) - \min_{x \in [2;3]} f(x) \right| = 2.$$

- A. -4. B. -2. C. -1. D. -3.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SD và mặt phẳng đáy là 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

- A. $8\pi a^2$. B. $\frac{8\pi a^2}{3}$. C. $4\pi a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 23. Cho các đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
 B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.
 D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 24. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O , bán kính R . Trên đường tròn (O) lấy 2 điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $R^2\sqrt{2}$, thể tích hình nón đã cho bằng

- A. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{2}$.
 B. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{6}$.
 C. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{12}$.
 D. $V = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{3}$.

Câu 25. Cho mặt phẳng $(Q) : x - y + 2z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) , đồng thời cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm M, N sao cho $MN = 2\sqrt{2}$.

- A. $(P) : x - y + 2z + 2 = 0$.
 B. $(P) : x - y + 2z = 0$.
 C. $(P) : x - y + 2z \pm 2 = 0$.
 D. $(P) : x - y + 2z - 2 = 0$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{8}$.
 B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
 C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
 D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 27. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2} = 5^{x+1}$ là

- A. 1.
 B. $2 - \log_3 5$.
 C. $-\log_3 45$.
 D. $\log_3 5$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_2^8 f(x)dx = 10$. Tính $I = \frac{3}{2} \int_1^3 f(3x-1)dx$.

- A. 30.
 B. 10.
 C. 20.
 D. 5.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{2x-m}{x+m}$. Với giá trị nào của m thì hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình vuông

- A. $m = -2$.
 B. $m \neq 2$.
 C. $m = 2$.
 D. $\begin{bmatrix} m = 2 \\ m = -2 \end{bmatrix}$.

Câu 30. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng vuông góc chung Δ của

hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và $d_2 : \begin{cases} x = -3t \\ y = t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$.

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$.
 B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
 D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 31. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $z^2 - 2018z = 2019|z|^2$

- A. Vô số.
 B. 2.
 C. 1.
 D. 0.

Câu 32. Biết $I = \int_1^e x^2 \ln x dx = ae^3 + b$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $9(a+b)$ bằng

- A. 3.
 B. 10.
 C. 9.
 D. 6.

Câu 33. Cho đa giác đều có 20 cạnh. Có bao nhiêu hình chữ nhật (không phải là hình vuông), có các đỉnh là đỉnh của đa giác đều đã cho?

- A. 45.
 B. 35.
 C. 40.
 D. 50.

Câu 34. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 3m - 2$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để các điểm cực trị của đồ thị hàm số đều nằm trên các trục tọa độ?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 35. Cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $A(1; 2; 1)$. Tìm bán kính của mặt cầu có tâm I nằm trên d , đi qua A và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : x - 2y + 2z + 1 = 0$

- A. $R = 2$. B. $R = 4$. C. $R = 1$. D. $R = 3$.

Câu 36. Cho hình trụ có trục OO' và có bán kính đáy bằng 4. Một mặt phẳng song song với trục OO' và cách OO' một khoảng bằng 2 cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $26\sqrt{3}\pi$. B. $8\sqrt{3}\pi$. C. $16\sqrt{3}\pi$. D. $32\sqrt{3}\pi$.

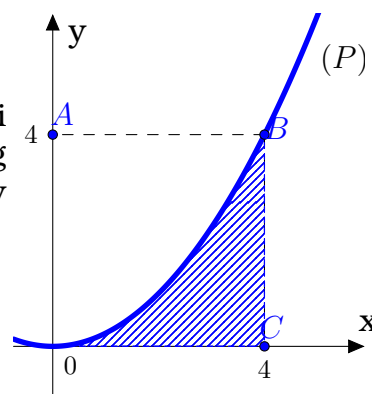
Câu 37. Cho đường thẳng $d : \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ cắt d tại các điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

Câu 38.

Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường parabol (P) có đỉnh tại O . Gọi S là hình phẳng không bị gạch (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho phần S quay quanh trục Ox

- A. $V = \frac{128\pi}{5}$. B. $V = \frac{128\pi}{3}$. C. $V = \frac{64\pi}{5}$. D. $V = \frac{256\pi}{5}$.



Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân có $AB = BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Gọi M là điểm nằm trên AC sao cho $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CM}$. Tính khoảng cách giữa SM và AB

- A. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{21}$. D. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 40. Phương trình $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$ có hai nghiệm là a và $\frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của b là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 42. Cho $A(1; 4; 2), B(-1; 2; 4)$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = 5 - 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$ và điểm M thuộc d . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMB

A. $2\sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{2}$.

Câu 43. Cho phương trình $\log_3^2 x - 4\log_3 x + m - 3 = 0$. Tìm tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_2 - 81x_1 < 0$

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Câu 44. Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo và $|z_1 - z_2| = 10$. Giá trị lớn nhất của $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. 10.

B. $10\sqrt{2}$.

C. $10\sqrt{3}$.

D. 20.

Câu 45.

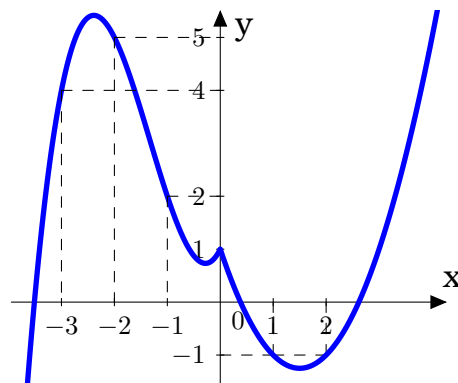
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết trên $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ thì $f'(x) > 0$. Số nghiệm nguyên thuộc $(-10; 10)$ của bất phương trình $[f(x) + x - 1](x^2 - x - 6) > 0$ là

A. 9.

B. 10.

C. 8.

D. 7.



Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là một điểm nằm trên đoạn thẳng BC . Mặt phẳng (SAB) tạo với (SBC) một góc 60° và mặt phẳng (SAC) tạo với (SBC) một góc φ thỏa mãn $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{4}$. Gọi α là góc tạo bởi SA và mặt phẳng (ABC) , tính $\tan \alpha$

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) , biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 0$ là đường thẳng $y = 3x - 3$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(3x) - 5f(4x) + 4f(7x)}$ là

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{3}{31}$.

C. $\frac{3}{25}$.

D. $\frac{1}{11}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max_{x \in [0; 10]} f(x) = f(2) = 4$. Xét hàm số $g(x) = f(x^3 + x) - x^2 + 2x + m$. Giá trị của tham số m để $\max_{x \in [0; 2]} g(x) = 8$ là

A. 5.

B. 4.

C. -1.

D. 3.

Câu 49. Cho đa thức bậc bốn $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = 1$ và $x = 2$. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + f'(x)}{2x} = 2$.

Tích phân $\int_0^1 f'(x) dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. 1.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^5 + 3x^3 - 4m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f(x) + m}\right) = x^3 - m$ có nghiệm thuộc $[1; 2]$?

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 110

1. B	2. C	3. B	4. D	5. A	6. C	7. D	8. B	9. A	10. C
11. D	12. D	13. B	14. C	15. C	16. A	17. C	18. D	19. B	20. A
21. A	22. A	23. C	24. B	25. A	26. A	27. C	28. D	29. D	30. A
31. B	32. A	33. C	34. C	35. D	36. D	37. D	38. D	39. D	40. D
41. A	42. C	43. C	44. B	45. C	46. C	47. D	48. D	49. B	50. B

ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. B	4. D	5. A	6. C	7. D	8. B	9. A	10. C
11. D	12. D	13. B	14. C	15. C	16. A	17. C	18. D	19. B	20. A
21. A	22. A	23. C	24. B	25. A	26. A	27. C	28. D	29. D	30. A
31. B	32. A	33. C	34. A	35. D	36. D	37. D	38. D	39. D	40. D
41. A	42. C	43. C	44. B	45. C	46. C	47. D	48. D	49. B	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Phương pháp

Sử dụng định lý Pytago để tính chiều cao hình chóp

Sử dụng công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} h.S$

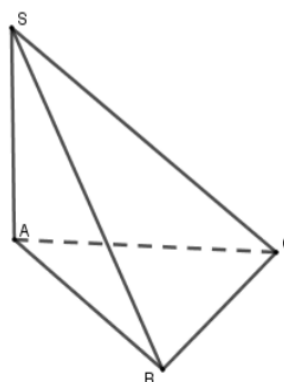
Cách giải:

$$\text{Vì } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$$

Xét tam giác vuông SAB có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$$\text{Thể tích khối chóp là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$



Chọn B.

Câu 2.

Phương pháp

Sử dụng công thức tích phân $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \int_0^3 f'(x)dx = 9 = f(3) - f(0) \Rightarrow f(3) = 9 + f(0) = 9 + 1 = 10$$

Chọn C

Câu 3.

Phương pháp

Sử dụng công thức $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ($0 < a \neq 1$; $b, c > 0$)

Cách giải:

$$\text{Ta có } \ln(a + ab) = \ln(a(1 + b)) = \ln a + \ln(1 + b)$$

Chọn B.

Câu 4.

Phương pháp

Sử dụng công thức nguyên hàm $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \int f(x)dx = \int \frac{1}{2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$$

Chọn D.

Câu 5.

Phương pháp

Đưa về giải bất phương trình có cơ số $0 < a < 1$: $a^{f(x)} > b \Leftrightarrow f(x) < \log_a b$

Cách giải:

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow x^2 - 2x < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$$

Tập nghiệm của bất phương trình $S = (-1; 3) \Rightarrow a = -1; b = 3$ nên $b - a = 4$.

Chọn A.

Chú ý :

Một số em không đổi dấu bất phương trình dẫn đến không ra đáp án.

Câu 6.

Phương pháp

Tìm VTCP của d và điểm đi qua, từ đó suy ra phương trình tham số.

Cách giải:

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{3}$ đi qua $A(1; 2; -2)$ và nhận $\vec{u} = (1; -2; 3)$ làm VTCP

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 7.

Phương pháp

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $\bar{z} = a - bi$

Cách giải:

Ta có $z = i(3i + 1) = 3i^2 + i = -3 + i$

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = -3 - i$

Chọn D.

Câu 8.

Phương pháp

$$(P) // Ox \text{ và } (P) \perp (Q) \text{ thì } \begin{cases} \vec{n}_{(P)} \perp \vec{i} \\ \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases}$$

Cách giải:

Gọi $\vec{n}_{(P)}$ là VTPT của (P). Do $(P) // Ox$ và $(P) \perp (Q)$ nên $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} \perp \vec{i} \\ \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases}$.

Ox có VTPT $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; -2)$

Có $[\vec{i}, \vec{n}_{(Q)}] = (0; 2; 2)$ nên chọn $\vec{n}_{(P)} = (0; 1; 1)$.

(P) đi qua $A(0; -1; 2)$ và nhận $\vec{n}_{(P)} = (0; 1; 1)$ làm VTPT nên

$$(P): 0(x - 0) + 1(y + 1) + 1(z - 2) = 0 \Leftrightarrow y + z - 1 = 0.$$

Chọn B.

Câu 9.

Phương pháp

Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có phần thực là a và phần ảo là b .

Cách giải:

Phần ảo của số phức $z = 5 - 8i$ là -8 .

Chọn A.

Câu 10.

Phương pháp

- Tính y' và tìm nghiệm của $y' = 0$.

- Lập bảng biến thiên của hàm số suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Cách giải:

Ta có : $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$		2	$+\infty$

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là (0; 2) .

Chọn C.

Câu 11.

Phương pháp

Sử dụng cách đọc đồ thị hàm đa thức bậc ba và trùng phương bậc bốn.

Cách giải:

Từ hình dáng đồ thị ta thấy hình vẽ là đồ thị của hàm đa thức bậc ba nên loại đáp án A, B.

Lại từ hình vẽ ta thấy $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 12.

Phương pháp

Đường thẳng d song song với cả (P) và (Q) thì $\begin{cases} \vec{u_d} \perp \vec{n_{(P)}} \\ \vec{u_d} \perp \vec{n_{(Q)}} \end{cases}$

Cách giải:

(P): $2x + 2y + z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n_{(P)}} = (2; 2; 1)$ là VTPT của (P).

(Q): $2x - y + 2z - 1 = 0 \Rightarrow \vec{n_{(Q)}} = (2; -1; 2)$ là VTPT của (Q).

Gọi $\vec{u_d}$ là VTCP của đường thẳng d.

Đường thẳng d song song với cả (P) và (Q) thì $\begin{cases} \vec{u_d} \perp \vec{n_{(P)}} \\ \vec{u_d} \perp \vec{n_{(Q)}} \end{cases}$

Có $[\vec{n_{(P)}}, \vec{n_{(Q)}}] = (5; -2; -6)$ nên chọn $\vec{u_d} = (5; -2; -6)$

d đi qua A (1; 2; 3) và nhận $\vec{u_d} = (5; -2; -6)$ làm VTCP nên $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$

Chọn D.

Câu 13.

Phương pháp

Cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d thì có số hạng thứ n là $u_n = u_1 + (n - 1)d$

Cách giải:

Ta có $u_1 = -5$; $d = 3$ nên $u_{15} = u_1 + 14d = 37$; $u_{13} = u_1 + 12d = 31$; $u_{10} = u_1 + 9d = 22$ nên A, C, D sai, B đúng.

Chọn B.

Câu 14.

Phương pháp

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm AB và bán kính $R = \frac{AB}{2}$.

Cách giải:

Ta có: A(1; 2; 3), B(-1; 4; 1) $\Rightarrow$ I(0; 3; 2) là trung điểm AB và $AB = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm I(0; 3; 2) và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow$ (S): $(x - 0)^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 3$ hay (S): $x^2 + (y - 3)^2 + (z - 2)^2 = 3$.

Chọn C.

Câu 15.

Phương pháp

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Suy ra số giao điểm của hai đồ thị $y = x + 2$; $y = x^3 + 2$ là 3 giao điểm.

Chọn C.

Câu 16.

Phương pháp

Sử dụng công thức tính thể tích khối trụ $V = \pi R^2 h$.

Cách giải:

Ta có: $V = \pi R^2 h \Rightarrow 8\pi = \pi \cdot h^2 \cdot h \Leftrightarrow h = 2$.

Chọn A.

Câu 17.

Phương pháp

Giải phương trình tìm $z_1, z_2 \Rightarrow |z_1 - z_2|$

Số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có mô đun $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Cách giải:

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = -9 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = 9i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z + 1 = 3i \\ z + 1 = -3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } |z_1 - z_2| = |-1 + 3i - (-1 - 3i)| = |6i| = \sqrt{36} = 6$$

Chọn C.

Câu 18.

Phương pháp:

Tìm nghiệm của đạo hàm và suy ra các điểm cực trị:

+) Các điểm làm cho đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương là điểm cực tiểu.

+) Các điểm làm cho đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm là điểm cực đại.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 3$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < 3$ nên đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua điểm $x = 3$.

Vậy hàm số chỉ có duy nhất một điểm cực trị, chính là điểm cực tiểu $x = 3$.

Chọn D.

Câu 19.

Phương pháp

Sử dụng công thức $a^{m.n} = (a^m)^n$; $a^{\log_a b} = b$ ($0 < a \neq 1; b > 0$)

Cách giải:

$$\text{Ta có } 9^{2^{\log_3 4}} = \left(9^{\frac{1}{2}}\right)^{\log_3 4} = 3^{\log_3 4} = 4.$$

Chọn B.

Câu 20.

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định nếu $f(x)$ xác định và $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ xác định nếu $x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$.

Vậy TXĐ : $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Chọn A.

Câu 21.

Phương pháp:

+) Tính y' .

+) Xác định các giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(2; 3)$.

Cách giải:

ĐK : $x \neq 1$. Ta có $y' = \frac{-2-m}{(x-1)^2}$

TH1: $y' > 0 \Leftrightarrow -2-m > 0 \Leftrightarrow m < -2$ suy ra hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(2; 3)$

Suy ra $\max_{[2;3]} y = y(3) = \frac{6+m}{2}$; $\min_{[2;3]} y = y(2) = 4+m$

Từ ycbt ta có $\left| \frac{6+m}{2} - (4+m) \right| = 2 \Leftrightarrow |-2-m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2=4 \\ m+2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \text{ (ktm)} \\ m=-6 \text{ (tm)} \end{cases}$

TH1 : $y' < 0 \Leftrightarrow -2-m < 0 \Leftrightarrow m > -2$ suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(2; 3)$.

Suy ra $\min_{[2;3]} y = y(3) = \frac{6+m}{2}$; $\max_{[2;3]} y = y(2) = 4+m$

Từ ycbt ta có $\left| 4+m - \frac{6+m}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow |2+m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2=4 \\ m+2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \text{ (tm)} \\ m=-6 \text{ (ktm)} \end{cases}$

Vậy $m = 2$; $m = -6$ nên tổng các giá trị của m là $2 + (-6) = -4$.

Chọn A.

Câu 22.

Phương pháp

- Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

- Tính diện tích theo công thức $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:

Gọi $O = AC \cap BD$.

Qua O dựng đường thẳng d vuông góc với đáy. Mặt phẳng trung trực của SA cắt d tại I .

Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

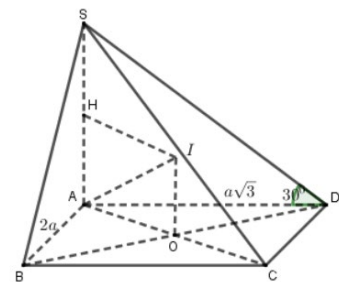
Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SD và đáy bằng $\angle SDA = 30^\circ$.

Tam giác SAD vuông tại A có $AD = a\sqrt{3}$, $\angle SDA = 30^\circ$

$$\Rightarrow SA = AD \tan 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a$$

$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2} AS = \frac{a}{2}; AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{AD^2 + DC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{3a^2 + 4a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow AI = \sqrt{AO^2 + OH^2} = \sqrt{\frac{7a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{2} \Rightarrow S = 4\pi AI^2 = 4\pi (a\sqrt{2})^2 = 8\pi a^2$$



Chọn A.

Chú ý khi giải: Các em cũng có thể sử dụng ngay công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

có cạnh bên vuông góc đáy, đó là $R = \sqrt{r^2 + \frac{h^2}{4}}$, với R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, r là bán

kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy, h là độ dài cạnh bên vuông góc đáy.

Câu 23.

Phương pháp

+) Gọi M là giao điểm của Δ và d_1 , biểu diễn tọa độ M theo tham số t.

+) Từ đề bài suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0$ từ đó tìm được t, suy ra $\overrightarrow{AM}$.

+) Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A (1; 0; 2) và nhận $\overrightarrow{AM}$ làm VTCP.

Cách giải:

$$\text{Đường thẳng } d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1} \Rightarrow d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=-1+2t \\ z=-t \end{cases}$$

$$\text{Đường thẳng } d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2} \text{ có 1 VTCP là } \overrightarrow{u_{d_2}} = (1; 2; 2)$$

Gọi giao điểm của Δ với đường thẳng d_1 là M (1+t; -1+2t; -t)

Vì Δ đi qua A(1; 0; 2) nên $\overrightarrow{AM} = (t; -1+2t; -t-2)$ là 1 VTCP của Δ

$$\text{Vì } \Delta \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{u_{d_2}} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_{d_2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1.t + 2.(-1+2t) + 2.(-t-2) = 0 \Leftrightarrow 3t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AM} = (2; 3; -4)$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta \text{ đi qua A(1; 0; 2) và nhận } \overrightarrow{AM} = (2; 3; -4) \text{ làm VTCP là } \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$$

Chọn C.

Câu 24.

Phương pháp

- Gọi H là trung điểm AB.

- Tính SO suy ra thể tích $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Cách giải:

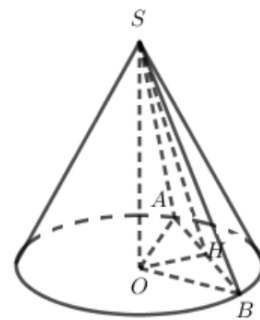
Gọi H là trung điểm của AB ta có $OH \perp AB$, $SH \perp AB$.

$$\text{Tam giác OAB vuông tại O} \Rightarrow AB = R\sqrt{2}, OH = \frac{1}{2} AB = \frac{R\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Tam giác SAB có } S_{SAB} = R^2\sqrt{2} \Rightarrow SH = \frac{2S_{SAB}}{AB} = \frac{2R^2\sqrt{2}}{R\sqrt{2}} = 2R.$$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{2R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{14}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{1}{3} \pi OA^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot \frac{R\sqrt{14}}{2} = \frac{\pi R^3 \sqrt{14}}{6}.$$



Chọn B.

Câu 25.

Phương pháp

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q): $ax + by + cz + d = 0$ có phương trình $ax + by + cz + d' = 0$ ($d \neq d'$)

Từ đề bài suy ra tọa độ điểm M, N từ đó thay tọa độ M, N vào phương trình mặt phẳng (P) và sử dụng định lý Pytago để tìm được d'

Cách giải:

Vì (P) // (Q) nên phương trình mặt phẳng (P): $x - y + 2z + d = 0$ ($d \neq -2$) có VTPT $\vec{n} = (1; -1; 2)$

Vì $M \in Ox$; $N \in Oy$ nên $M(x_M; 0; 0)$, $N(0; y_N; 0)$ mà $M, N \in (P)$ nên ta có

$$x_M + d = 0 \Leftrightarrow x_M = -d \text{ và } -y_N + d = 0 \Leftrightarrow d = y_N$$

$$\text{Hay } M(-d; 0; 0), N(0; d; 0) \Rightarrow OM = |d|; ON = |d|$$

Lại có tam giác OMN vuông tại O nên

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 \Leftrightarrow 2d^2 = 8 \Leftrightarrow d^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \text{ (tm)} \\ d = -2 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (P): $x - y + 2z + 2 = 0$.

Chọn A.

Câu 26.

Phương pháp:

- Xác định góc 45^0 (góc giữa hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng mà cùng vuông góc với giao tuyến).
- Tính chiều cao, diện tích đáy và suy ra thể tích theo công thức $V = Bh$ với B là diện tích đáy, h là chiều cao.

Cách giải:

Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow AM \perp BC$ và $A'M \perp BC$ (tam giác $A'BC$ cân).

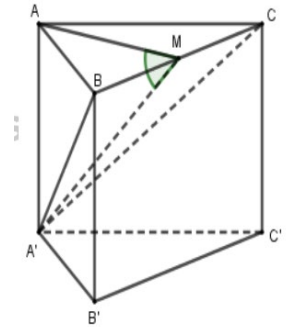
Mà $(A'BC) \cap (ABC) = BC$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa AM và A'M hay $\angle A'MA = 45^0$

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác AMA' có $\angle A = 90^0$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\angle A'MA = 45^0$ nên

$$AA' = AM \tan 45^0 = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ: } V = S_{ABC} AA' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}.$$



Chọn A.

Câu 27.

Phương pháp:

Sử dụng $a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \cdot \log_a b$ với $0 < a \neq 1$; $b > 0$.

Sử dụng hệ thức Vi-ét để tính tích các nghiệm.

Cách giải:

$$\text{Ta có } 3^{x^2-2} = 5^{x+1} \Leftrightarrow \log_3 3^{x^2-2} = \log_3 5^{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 2 = (x+1) \log_3 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x \cdot \log_3 5 - 2 - \log_3 5 = 0$$

Nhận thấy $ac = 1 \cdot (-2 - \log_3 5) < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu x_1 ; x_2 .

Theo hệ thức Vi-et ta có $x_1 \cdot x_2 = -2 - \log_3 5 = -\log_3 9 - \log_3 5 = -\log_3 (9 \cdot 5) = -\log_3 45$

Chọn C.

Câu 28.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp đổi biến tính tích phân.

Cách giải:

$$\text{Đặt } t = 3x - 1 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$$

$$\text{Đổi cận } x = 1 \Rightarrow t = 2, x = 3 \Rightarrow t = 8.$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{3}{2} \int_1^3 f(3x-1)dx = \frac{3}{2} \int_2^8 \frac{f(t)}{3} dt = \frac{1}{2} \int_2^8 f(t)dt = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5.$$

Chọn D.

Câu 29.

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} \left(x \neq -\frac{d}{c} \right)$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{c}$ làm TCD và nhận đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$ làm TCN.

Từ YCBT suy ra $\left| \frac{a}{c} \right| = \left| -\frac{c}{d} \right|$ từ đó ta tìm được m.

Cách giải:

Xét hàm số $y = \frac{2x-m}{x-m}$ với $x \neq m$

Điều kiện để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận là $m \neq 0$

Đồ thị hàm số nhận $y = 2$ làm TCD và $x = m$ làm TCN

Từ ycbt suy ra $|m| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$

Chọn D.

Câu 30.

Phương pháp:

- Gọi tọa độ hai điểm M, N theo tham số của hai đường thẳng, với MN là đường vuông góc chung.
- MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 thì $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0$

Cách giải:

Ta có $M(1+t; 3-t; 2+2t) \in d_1, N(-3t'; t'; -1-3t') \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-3t'-1-t; t'-3+t; -3-3t'-2t)$

d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$, d_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (-3; 1; -3)$

MN là đoạn vuông góc chung của d_1 và $d_2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1(-3t'-1-t) - 1(t'-3+t) + 2(-3-3t'-2t) = 0 \\ -3(-3t'-1-t) + 1(t'-3+t) - 3(-3-3t'-2t) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10t'-6t-4=0 \\ 19t'+10t+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = -1 \\ t = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1; -3; -2)$ và $M(2; 2; 4)$

$$\text{Vậy } MN: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$$

Chọn A.

Câu 31.

Phương pháp:

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thì mô đun $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Từ đó biến đổi đưa về hai số phức bằng nhau thì phần thực bằng nhau và phần ảo bằng nhau.

Cách giải:

Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thì mô đun $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Ta có $z^2 - 2018z = 2019|z|^2 \Leftrightarrow (x + yi)^2 - 2018(x + yi) = 2019(\sqrt{x^2 + y^2})^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2xyi - y^2 - 2018x - 2018yi = 2019x^2 + 2019y^2$$

$$\Leftrightarrow 2018x^2 + 2020y^2 + 2018x - (2xy - 2018y)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2xy - 2018y = 0 \\ 2018x^2 + 2018y^2 + 2018x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1009 \\ 2018x^2 + 2018y^2 + 2018x = 0 \end{cases}$$

$$\text{Với } y = 0 \Rightarrow 2018x^2 + 2018x = 0 \Leftrightarrow 2018x(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Suy ra $z = 0; z = -1$

Với $x = 1009 \Rightarrow 2018.1009^2 + 2020y^2 + 2018.1009 = 0 \Leftrightarrow 2020y^2 = -2018.1009 - 2018.1009^2$ (vô nghiệm vì VT không âm và VP âm).

Vậy có 2 số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn B.

Câu 32.

Phương pháp:

- Sử dụng tích phân từng phần, đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dx = x^2 dx \end{cases}$.

- Tính tích phân đã cho tìm a, b và kết luận.

Cách giải:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dx = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \left(\frac{x^3}{3} \ln x \right) \Big|_1^e - \int_1^e \left(\frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} \right) dx = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_1^e = \frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2e^3}{3} + \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2}{9}, b = \frac{1}{9} \Rightarrow 9(a+b) = 3.$$

Chọn A.

Câu 33.

Phương pháp:

Đa giác đều có n cạnh (với n chẵn) thì luôn tồn tại đường chéo là đường kính của đường tròn ngoại tiếp. Từ đó sử dụng kiến thức về tổ hợp để tính toán.

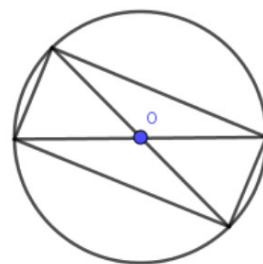
Cách giải:

Số hình vuông tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều 20 cạnh là $20:4 = 5$ hình vuông (do hình vuông có 4 cạnh bằng nhau và 4 góc bằng nhau)

Vì đa giác đều có 20 đỉnh nên có 10 cặp đỉnh đối diện hay có 10 đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp.

Cứ mỗi 2 đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tạo thành một hình chữ nhật nên số hình chữ nhật tạo thành là C_{10}^2 hình trong đó có cả những hình chữ nhật là hình vuông.

Số hình chữ nhật không phải hình vuông tạo thành là $C_{10}^2 - 5 = 40$ hình.



Chọn C.

Câu 34.

Phương pháp:

- Tính y' , tìm điều kiện để $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- Tìm điều kiện để các điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ và kết luận.

Cách giải:

$$\text{Ta có : } y' = 4x^3 - 4mx = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị thì $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có các điểm cực trị là $A(0; 3m-2), B(\sqrt{m}; -m^2+3m-2), C(-\sqrt{m}; -m^2+3m-2)$.

$$\text{Để thấy } A \in Oy \text{ nên bài toán thỏa khi } B, C \in Ox \Rightarrow -m^2+3m-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Chọn A.

Câu 35.

Phương pháp:

+ Từ đề bài suy ra $IA = d(I; (P))$

+ Sử dụng công thức khoảng cách từ I ($x_0; y_0; z_0$) đến mặt phẳng (P) : $ax + by + cz + d = 0$ là

$$d(I; (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Cách giải:

$$\text{Đường thẳng } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{1} \Rightarrow d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=2+t \end{cases}$$

$$\text{Vì } I \in d \Rightarrow I(1+t; 2-2t; 2+t)$$

Lại có mặt cầu đi qua A (1; 2; 1) và tiếp xúc với mặt phẳng (P) : $x - 2y + 2z + 1 = 0$ nên bán kính mặt cầu $R = IA = d(I; (P))$

$$\text{Lại có } IA = \sqrt{t^2 + 4t^2 + (-t-1)^2} = \sqrt{16t^2 + 2t + 1}; d(I; (P)) = \frac{|1+t-2(2-2t)+2(2+t)+1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{|7t+2|}{3}$$

$$\text{Từ đó ta có } IA = d(I; (P)) \Leftrightarrow \sqrt{16t^2 + 2t + 1} = \frac{|7t+2|}{3}$$

$$\Leftrightarrow 9(16t^2 + 2t + 1) = (7t+2)^2 \Leftrightarrow 5t^2 = 10t + 5 = 0 \Leftrightarrow 5(t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\text{Suy ra } R = d(I; (P)) = \frac{|7 \cdot 1 + 2|}{3} = 3$$

Chọn D.

Câu 36.

Phương pháp:

Tính chiều cao hình trụ và tính diện tích xung quanh theo công thức $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Cách giải:

Ta có : ΔOHA vuông tại H có $OH = 2, OA = 4 \Rightarrow AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{3}$.

Thiết diện là hình vuông có cạnh $2AH = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \Rightarrow h = OO' = 4\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh $S = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 4\sqrt{3} = 32\pi\sqrt{3}$.

Chọn D.

Câu 37.

Phương pháp:

+ Sử dụng khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d đi qua M và có VTCP $\vec{u}$

$$\text{là } d = \frac{|\overrightarrow{IM}; \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

+ Sử dụng định lý Pytago để tính bán kính mặt cầu

+ Mặt cầu tâm I (a; b; c) và bán kính R có phương trình $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

Cách giải:

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ đi qua M (-1; 2; 2) có VTCP $\vec{u} = (3; -2; 2)$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{IM} = (-2; 0; 3); [\overrightarrow{IM}; \vec{u}] = (6; 13; 4)$$

Khoảng cách h từ tâm I đến đường thẳng d là

$$h = d(I; (d)) = \frac{|\overrightarrow{IM}; \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{6^2 + 13^2 + 4^2}}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \sqrt{13}$$

$$\text{Gọi K là trung điểm dây AB} \Rightarrow IK \perp AB; KB = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}; IK = h = \sqrt{13}$$

$$\text{Xét tam giác IKB vuông tại K } IB = \sqrt{KB^2 + IK^2} = \sqrt{13 + 3} = 4$$

Phương trình mặt cầu tâm I (1; 2; -1) và bán kính R = IB = 4 là $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 16$

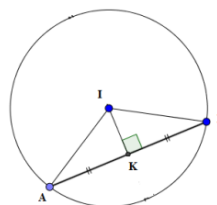
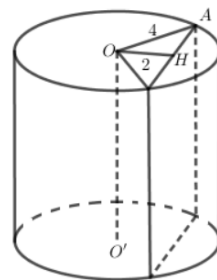
Chọn D.

Câu 38.

Phương pháp:

- Viết phương trình parabol.

- Sử dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị



$y = f(x)$, $y = g(x)$, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

Cách giải:

Phương trình parabol (P) có dạng $y = ax^2$ đi qua điểm B(4; 4)

$$\Rightarrow 4 = a.4^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4} \text{ nên } (P): y = \frac{1}{4}x^2.$$

Gọi (H) là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 4$, đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$, đường thẳng $x = 0$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh Ox là:

$$V = \pi \int_0^4 \left[4^2 - \left(\frac{1}{4}x^2 \right)^2 \right] dx = \pi \int_0^4 \left(16 - \frac{1}{16}x^4 \right) dx = \pi \left(16x - \frac{x^5}{16.5} \right) \Big|_0^4 = \pi \left(16.4 - \frac{4^5}{16.5} \right) = \frac{256\pi}{5}$$

Chọn D.

Câu 39.

Phương pháp:

+ Sử dụng $d(a; b) = d(a; (P)) = d(A; (P))$ với $b \subset (P)$, $a \parallel (P)$, $A \in a$ để đưa về tìm khoảng cách giữa điểm A và mặt phẳng (P) sao cho $AB \parallel (P)$.

+ Sử dụng định lý Pytago và hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính toán.

Cách giải:

Trong (ABC), qua M kẻ đường thẳng song song với AB, qua B kẻ đường thẳng song song với AM. Hai đường thẳng này cắt nhau tại E ta được tứ giác ABEM là hình bình hành.

Vì $ME \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (SME)$

$$\Rightarrow d(AB; SM) = d(AB; (SME)) = d(A; (SME))$$

Từ A trong mặt phẳng (ABEM) kẻ $AK \perp ME$, lại có

$ME \perp SA$ (do $SA \perp (ABEM)$) $\Rightarrow EK \perp (SAK)$

Trong (SAK) kẻ $AH \perp SK$ tại H

Ta có $AH \perp SK$; $EK \perp AH$ (do $EK \perp (SAK)$) $\Rightarrow AH \perp (SKE)$ tại H.

Từ đó $d(AB; SM) = d(A; (SME)) = AH$

+ Xét tam giác SBA vuông tại A có

$$SA = AB \cdot \tan SBA = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

+ Lại có $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow CM = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Do đó } AM = AC + CM = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$$

+ $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $\angle ACB = 45^\circ \Rightarrow \angle CBE = \angle ACB = 45^\circ$ (hai góc so le trong)

Từ đó $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, suy ra $\angle AME = 135^\circ$ (hai góc đối đỉnh hình bình hành)

Nên tam giác AME là tam giác tù nên K nằm ngoài đoạn ME.

Ta có $\angle KMA = 180^\circ - \angle AME = 45^\circ$ mà tam giác AMK vuông tại K nên tam giác AMK vuông cân tại K

$$\Rightarrow AK = \frac{AM}{\sqrt{2}} = \frac{3a}{2}$$

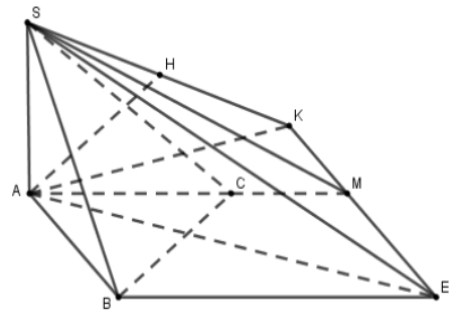
+ Xét tam giác SAK vuông tại A có đường cao AH, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{9a^2}{4}} \Rightarrow AH = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$

$$\text{Vậy } d(AB; SM) = \frac{3a\sqrt{7}}{7}.$$

Chọn D.

Câu 40.



Phương pháp:

- Biến đổi phương trình về dạng $f(u) = f(v)$ với u, v là các biểu thức ẩn x .
- Sử dụng phương pháp hàm đặc trưng, xét hàm $y = f(t)$ suy ra mối quan hệ u, v .

Cách giải:

Điều kiện: $\frac{1}{2} < x \neq 1$.

$$\text{Khi đó } \log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5 \Leftrightarrow \log_3(2x-1) - \log_3(x-1)^2 = 3(x-1)^2 - (2x-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x-1) + (2x-1) = 3(x-1)^2 + \log_3(x-1)^2 + \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x-1) + (2x-1) = 3(x-1)^2 + \log_3[3(x-1)^2] \quad (*)$$

Xét hàm $y = f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$ có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$

Do đó hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Phương trình (*) là $f(2x-1) = f(3(x-1)^2) \Leftrightarrow 2x-1 = 3(x-1)^2$

$$\Leftrightarrow 2x-1 = 3(x^2 - 2x + 1) \Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} (tm).$$

Vậy phương trình có nghiệm 2 và $\frac{2}{3}$ nên $a = 2, b = 3$.

Chọn D.**Câu 41.****Phương pháp:**

Đặt $t = x + m$ từ đó lập luận để $f(t)$ đồng biến trên $(m; 2 + m)$.

Lưu ý: Nếu $f'(x) > 0$ trên $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$

Cách giải:

Đặt $t = x + m$. Để $g(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$ thì hàm số $f(x + m)$ hay $f(t)$ đồng biến trên $(m; 2 + m)$

Từ BBT và theo đề bài $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thì ta có $f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$

Nên để $f(t)$ đồng biến trên $(m; 2 + m)$ thì

$$(m; 2+m) \subset [-1; 3] \Rightarrow 1 \leq m < m+2 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1 \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$$

Chọn A.**Câu 42.****Phương pháp:**

- Gọi tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d .
- Tính diện tích tam giác MAB và đánh giá GTNN của diện tích.

$$\text{Công thức tính diện tích: } S_{MAB} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] \right|$$

Cách giải:

Gọi $M(5 - 4t; 2 + 2t; 4 + t) \in d$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = (-4 + 4t; 2 - 2t; -2 - t), \overrightarrow{MB} = (-6 + 4t; -2t; -t)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] = (-6t; -6t + 12; -12t + 12)$$

$$\Rightarrow \left| [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] \right| = \sqrt{36t^2 + 36(t-2)^2 + 144(t-1)^2} = 6\sqrt{8t^2 - 16t + 10} = 6\sqrt{8(t-1)^2 + 2}$$

$$\Rightarrow S_{MAB} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] \right| = 3\sqrt{8(t-1)^2 + 2} \geq 3\sqrt{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $t = 1 \Rightarrow M(1; 4; 5)$.

Vậy diện tích tam giác MAB nhỏ nhất bằng $3\sqrt{2}$ khi $M(1; 4; 5)$.

Chọn C.**Câu 43.****Phương pháp:**

- + Tìm ĐK.
- + Đặt $\log_3 x = t$ từ đó đưa về phương trình bậc hai ẩn t .
- + Biến đổi yêu cầu bài toán để sử dụng được hệ thức Vi-ét.

Cách giải:

Đk: $x > 0$

Đặt $\log_3 x = t$ ta có phương trình $t^2 - 4t + m - 3 = 0$ (*)

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $t_1 < t_2$

$$\text{Hay } \Delta' = 2^2 - (m - 3) = 7 - m > 0 \Leftrightarrow m < 7$$

$$\text{Theo hệ thức Vi-et ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = 4 \\ t_1 t_2 = m - 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } t_1 = \log_3 x_1 \Rightarrow x_1 = 3^{t_1}; t_2 = \log_3 x_2 \Rightarrow x_2 = 3^{t_2}$$

$$\text{Khi đó } x_2 - 81x_1 < 0 \Leftrightarrow 3^{t_2} - 81 \cdot 3^{t_1} < 0 \Leftrightarrow 3^{t_2} < 3^{t_1+4} \Leftrightarrow t_2 < t_1 + 4 \Leftrightarrow t_2 - t_1 < 4$$

$$\text{Suy ra } (t_2 - t_1)^2 < 16 \Leftrightarrow (t_2 + t_1)^2 - 4t_1 t_2 < 16 \Leftrightarrow (-4)^2 - 4(m - 3) < 16 \Leftrightarrow m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > 3$$

Từ đó $3 < m < 7$ mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{4; 5; 6\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn đề bài.

Chọn C.

Câu 44.

Phương pháp:

- Viết $z_1 = kiz_2$ ($k \in \mathbb{R}$), thay vào đẳng thức bài cho tìm $|z_2|, |z_1|$ theo k .
- Tìm GTLN của $|z_1| + |z_2|$ và kết luận.

Cách giải:

Ta có: $\frac{z_1}{z_2}$ là số thuần ảo nên ta viết lại $\frac{z_1}{z_2} = ki \Leftrightarrow z_1 = kiz_2$

$$\text{Khi đó } |z_1 - z_2| = 10 \Leftrightarrow |kiz_2 - z_2| = 10 \Leftrightarrow |z_2(-1 + ki)| = 10 \Leftrightarrow z_2 = \frac{10}{-1 + ki} = \frac{10}{\sqrt{k^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow |z_1| = |ki| \cdot |z_2| = |k| \cdot \frac{10}{\sqrt{k^2 + 1}} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \frac{10|k|}{\sqrt{k^2 + 1}} + \frac{10}{\sqrt{k^2 + 1}} = \frac{10(|k| + 1)}{\sqrt{k^2 + 1}}$$

$$\text{Xét } y = f(t) = \frac{10(t+1)}{\sqrt{t^2 + 1}} \Rightarrow 10(t+1) = y\sqrt{t^2 + 1} \Leftrightarrow 100(t+1)^2 = y^2(t^2 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 100(t^2 + 2t + 1) = y^2 t^2 + y^2 \Leftrightarrow (y^2 - 100)t^2 + y^2 - 100 = 0$$

$$\text{Phương trình có nghiệm } \Delta' = 100^2 - (y^2 - 100)^2 = y^2(200 - y^2) \geq 0 \Leftrightarrow -10\sqrt{2} \leq y \leq 10\sqrt{2}$$

Vậy $\max y = 10\sqrt{2}$ khi $t = 1$ hay $k = \pm 1$.

Chọn B.

Câu 45.

Phương pháp:

Chia hai trường hợp để giải bất phương trình

Sử dụng hình vẽ và sự tương giao của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ để xét dấu biểu thức $f(x) - g(x)$.

Trên $(a; b)$ mà đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = g(x)$ thì $f(x) - g(x) > 0$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } [f(x) + x - 1](x^2 - x - 6) > 0 (*)$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ f(x) + x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 3 \\ f(x) > 1 - x \end{cases}$$

Đường thẳng $y = 1 - x$ đi qua các điểm $(-3; 4); (-1; 2); (0; 1); (2; -1)$ như hình vẽ và giao với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm như trên.

Từ đồ thị hàm số thì ta thấy $f(x) > 1 - x \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < -1 \\ x > 2 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} x > -2 \\ x > 3 \end{cases}$ thì ta có $\begin{cases} -3 < x < -2 \\ x > 3 \end{cases}$ (1)

TH2: $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0 \\ f(x) + x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 3 \\ f(x) < 1 - x \end{cases}$

Từ đồ thị hàm số thì ta thấy $f(x) < 1 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ -1 < x < 2 \end{cases}$ kết hợp với

$-2 < x < 3$ ta được $-1 < x < 2$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} -3 < x < -2 \\ -1 < x < 2 \\ x > 3 \end{cases}$ mà $x \in (-10; 10)$ và $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0; 1; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Nhận thấy tại $x = 0$ thì $f(0) = 1 \Rightarrow f(x) + x - 1 = f(1) - 1 = 0 \Rightarrow$ VT của (*) bằng 0 nên $x = 0$ không thỏa mãn BPT.

Có 7 giá trị x thỏa mãn đề bài.

Chọn D.

Câu 46.

Phương pháp:

Gắn hệ trục tọa độ, sử dụng các công thức góc giữa hai mặt phẳng, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng rồi tính toán.

Cách giải:

Gọi O là trung điểm của BC , qua O kẻ tia Oz cắt SC tại M .

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ở đó $O(0; 0; 0)$, $A(1; 0; 0)$, $C(0; 1; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $S(0; m; n)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1; -1; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 0)$, $\overrightarrow{AS} = (-1; m; n)$

Mặt phẳng (SBC) : $x = 0$ có VTPT $\vec{i} = (1; 0; 0)$

Mặt phẳng (SAC) có VTPT $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}] = (n; n; -m+1)$

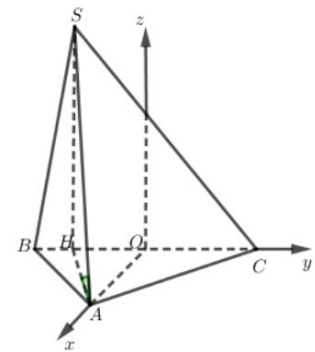
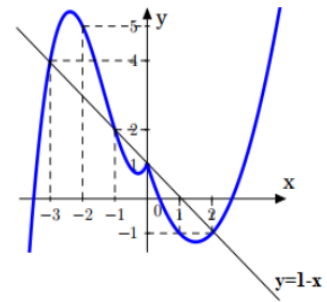
Mặt phẳng (SAB) có VTPT $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}] = (-n; n; -m-1)$

$$\cos 60^\circ = \frac{|\vec{n}_2 \cdot \vec{i}|}{|\vec{n}_2| \cdot |\vec{i}|} = \frac{|-n|}{\sqrt{2n^2 + (-m-1)^2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{|-n|}{\sqrt{2n^2 + (-m-1)^2}}$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 = 2n^2 + (-m-1)^2 \Leftrightarrow 2n^2 = (-m-1)^2 \quad (1)$$

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{i}|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{i}|} = \frac{|n|}{\sqrt{2n^2 + (-m+1)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow 4|n| = \sqrt{4n^2 + 2(1-m)^2} \Leftrightarrow 6n^2 = (1-m)^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 3(m+1)^2 = (1-m)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 + \sqrt{3} \\ m = -2 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \sqrt{2 - \sqrt{3}} \\ n = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} S(0; -2 + \sqrt{3}; \sqrt{2 - \sqrt{3}}) \\ S(0; -2 - \sqrt{3}; \sqrt{2 + \sqrt{3}}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} H(0; -2 + \sqrt{3}; 0) \\ H(0; -2 - \sqrt{3}; 0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SH = \sqrt{2 - \sqrt{3}}, AH = \sqrt{1 + (-2 + \sqrt{3})^2} = 2\sqrt{2 - \sqrt{3}} \\ SH = \sqrt{2 + \sqrt{3}}, AH = \sqrt{1 + (-2 - \sqrt{3})^2} = 2\sqrt{2 + \sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SH}{AH} = \frac{1}{2}.$$

Chọn C.

Câu 47.

Phương pháp:

Sử dụng phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại $M(x_0; y_0)$ là $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$

Sử dụng định nghĩa đạo hàm của $f(x)$ tại x_0 là $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ từ đó biến đổi để tính giới hạn.

Cách giải:

Vì tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 0$ là đường thẳng $y = 3x - 3$.

$$\text{Nên } \begin{cases} f'(0) = 3 \\ f(0) = -3 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3}{x} = 3$$

$$\text{Từ đó suy ra } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x) - 3}{3x} = 3; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(4x) - 3}{4x} = 3; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(7x) - 3}{7x} = 3$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(3x) - 5f(4x) + 4f(7x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(3x) - 3 - 5(f(4x) - 3) + 4(f(7x) - 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\frac{f(3x) - 3}{x} - 5 \frac{(f(4x) - 3)}{x} + 4 \frac{(f(7x) - 3)}{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{3 \cdot \frac{f(3x) - 3}{x} - 5 \cdot 4 \frac{(f(4x) - 3)}{x} + 4 \cdot 7 \frac{(f(7x) - 3)}{x}} \\ &= \frac{3}{3 \cdot 3 - 5 \cdot 4 \cdot 3 + 4 \cdot 7 \cdot 3} = \frac{1}{11}. \end{aligned}$$

Chọn D.

Câu 48.

Phương pháp:

Tìm GTLN của hàm số $y = f(x^3 + x)$ và $y = -x^2 + 2x + m$ trên đoạn $[0; 2]$ và suy ra đáp số.

Cách giải:

Xét $g(x) = f(x^3 + x) - x^2 + 2x + m$ trên $[0; 2]$ ta có:

Với mọi $x \in [0; 2]$ thì $x^3 + x \in [0; 10]$ nên $\max_{[0; 2]} f(x^3 + x) = 4$ xảy ra khi $x^3 + x = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Lại có $-x^2 + 2x + m = m + 1 - (x - 1)^2 \leq m + 1$ nên $\max(-x^2 + 2x + m) = m + 1$ xảy ra khi $x = 1$.

Do đó $\max_{[0; 2]} g(x) = g(1) = 4 + m + 1 = 5 + m$

Bài toán thỏa khi $5 + m = 8 \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn D.

Câu 49.**Phương pháp:**

Từ giả thiết biến đổi để có $f'(0) = 0$

Từ đó tìm được hàm $f(x)$ và tính tích phân.

Cách giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + f'(x)}{2x} = 2$ mà $\lim_{x \rightarrow 0} 2x = 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} (2x + f'(x)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = 0 \Rightarrow f'(0) = 0$ (vì nếu

$\lim_{x \rightarrow 0} (2x + f'(x)) \neq 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + f'(x)}{2x} = \infty \neq 2$)

Từ đó $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$ là ba cực trị của hàm số đã cho. Hay phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$

Vì $f(x)$ là hàm đa thức bậc 4 nên ta giả sử hàm $f'(x) = m \cdot x(x-1)(x-2)$

Từ đề bài ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + mx(x-1)(x-2)}{2x} = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + m(x-1)(x-2)}{2} = 2 \Rightarrow \frac{2 + 2m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 1$

Nên $f'(x) = x(x-1)(x-2) = x^3 - 3x^2 + 2x$

Từ đó $\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx = \frac{1}{4}$.

Chọn B.**Câu 50.****Phương pháp:**

- Đặt $\sqrt[3]{f(x) + m} = u$ đưa về phương trình $g(w) = g(v)$ với w, v là các biểu thức ẩn x, u .
- Sử dụng phương pháp hàm đặc trưng, xét hàm $y = g(x)$ suy ra mối quan hệ x, t .

Cách giải:

Đặt $\sqrt[3]{f(x) + m} = u \Rightarrow f(x) + m = u^3$

$\Rightarrow \begin{cases} f(u) = x^3 - m \\ f(x) = u^3 - m \end{cases} \Rightarrow f(u) - f(x) = x^3 - u^3 \Leftrightarrow f(u) + u^3 = f(x) + x^3$

Xét hàm $g(x) = f(x) + x^3 = x^5 + 3x^3 - 4m + x^3 = x^5 + 4x^3 - 4m$ có $g'(x) = 5x^4 + 12x^2 > 0, \forall x \in [1; 2]$

Do đó $y = g(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$.

$\Rightarrow f(u) + u^3 = f(x) + x^3 \Leftrightarrow u = x \Leftrightarrow \sqrt[3]{f(x) + m} = x$

$\Leftrightarrow f(x) + m = x^3 \Leftrightarrow x^5 + 3x^3 - 4m + m = x^3 \Leftrightarrow x^5 + 2x^3 = 3m$

Xét hàm $h(x) = x^5 + 2x^3$ trên $[1; 2]$ có $h'(x) = 5x^4 + 6x^2 > 0, \forall x \in [1; 2]$

$\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $[1; 2] \Rightarrow h(1) \leq h(x) \leq h(2) \Rightarrow 3 \leq h(x) \leq 48$.

Phương trình $h(x) = 3m$ có nghiệm thuộc $[1; 2] \Rightarrow 3 \leq 3m \leq 48 \Rightarrow 1 \leq m \leq 16$

Vậy có 16 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn B.

----- HẾT -----