

(Đề thi có 07 trang)

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 199

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$ là

- A. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$. B. $\{9\}$. C. $\{-1; 2\}$. D. $\left\{\frac{1}{3}; 9\right\}$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $u_5 = 7$. B. $u_5 = 8$. C. $u_5 = -5$. D. $u_5 = -10$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$. B. $y = \log_5 x$. C. $y = 5^x$. D. $y = \log_{\frac{1}{5}} x$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

- A. $h = a$. B. $h = 9a$. C. $h = 3a$. D. $h = \frac{a}{3}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 3; 0), B(2; 4; 3), C(0; 2; 3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(3; 1; 3)$. B. $G(3; 9; 2)$. C. $G\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}; 3\right)$. D. $G(1; 3; 2)$.

Câu 6. Với a là số thực dương khác 1, $\log_{a^2}(a\sqrt{a})$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 3.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $2021^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 9. Biết $\int xe^{2x} dx = a.xe^{2x} + b.e^{2x} + C$, $(a, b \in \mathbb{Q})$. Khi đó $a.b$ bằng

A. $\frac{1}{8}$.

B. $-\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{2-x}$ là đường thẳng

A. $y = 3$.

B. $y = 2$.

C. $y = \frac{3}{2}$.

D. $y = -3$.

Câu 11. Thể tích của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

B. $\pi r^2 h$.

C. $\frac{2}{3}\pi r^2 h$.

D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $4^{3-2x} = 8 \cdot 2^{-x}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x + x^2$ là

A. $y' = \frac{2^x}{\ln 2} + 2x$.

B. $y' = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^3}{3}$.

C. $y' = 2^x \cdot \ln 2 + 2x$.

D. $y' = x \cdot 2^{x-1} + 2x$.

Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = \frac{3x+m}{x+5}$ đồng biến trên các khoảng thuộc tập xác định của nó?

A. 15.

B. 14.

C. Vô số.

D. 13.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,2}(x^2 - 2x + 1)}$ là

A. $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

B. $[0; 2] \setminus \{1\}$.

C. $(0; 2) \setminus \{1\}$.

D. $[0; 2]$.

Câu 16. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m^2 - 5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 2.

B. 5.

C. 1.

D. 3.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

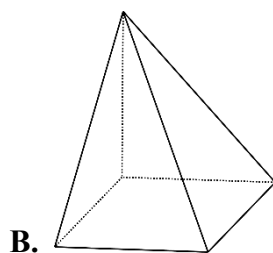
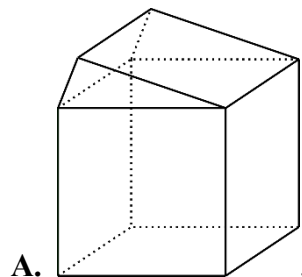
A. $S = \left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

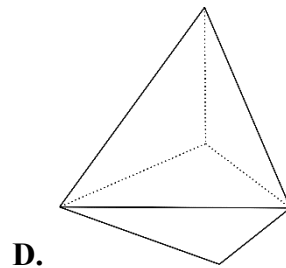
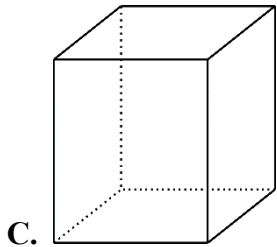
B. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$.

C. $S = \left[-\frac{2}{5}; +\infty\right)$.

D. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{5}\right]$.

Câu 18. Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?





Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $(1; -1; 1)$. B. $(0; 1; 2)$. C. $(2; 1; -3)$. D. $(1; 1; 1)$.

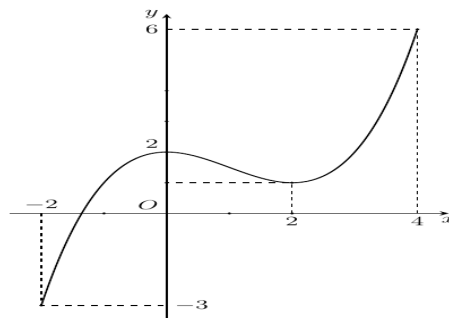
Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	+	
y		0	2	$-\infty$	3	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 21. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ trên đoạn $[0; 4]$ là



- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - 2(m+1)4^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

- A. 6. B. 0. C. 3. D. 7.

Câu 23. Trong bộ môn Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

- A. 0,2. B. 0,3. C. 0,5. D. $\frac{915}{3848}$.

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x}{2} - \frac{\cos 2x}{4} + C.$

Câu 25. Biết $\int_1^e (3x^2 + 2x) \ln x dx = \frac{a}{b}e^3 + \frac{e^2}{c} + \frac{5}{6}; a, b, c \in \mathbb{N}$ và là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$

A. $S = 9.$

B. $S = 10.$

C. $S = 7.$

D. $S = 8.$

Câu 26. Cho một chiếc hộp đựng 4 quả bóng xanh và 10 quả bóng đỏ. Số cách lấy ra 3 quả bóng bất kì bằng

A. $A_{14}^3.$

B. $C_4^2 C_{10}^1.$

C. $C_{14}^3.$

D. $C_4^1 C_{10}^2.$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(0; 1; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

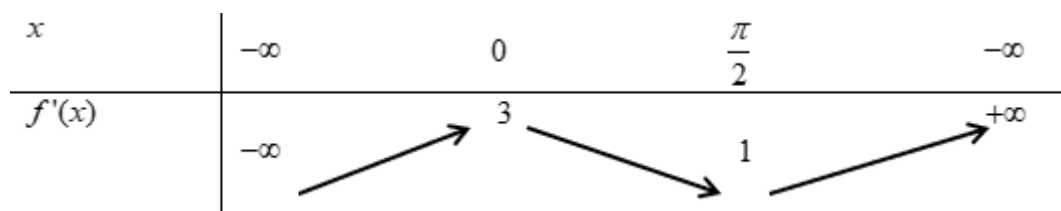
A. $\sqrt{10}.$

B. $\sqrt{8}.$

C. $\sqrt{6}.$

D. $\sqrt{12}.$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Bất phương trình $2f(x) < e^{\cos x} + m$ có nghiệm đúng với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq 2f(0) - e.$

B. $m \geq 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1.$

C. $m > 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1.$

D. $m > 2f(0) - e.$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $f(0) > 0$ và

$[f(x) + 6x]f(x) = 9x^4 + 3x^2 + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(2x^2 - 3x + 1)$ trên đoạn $[0; 1]$.

A. $\frac{5}{2}.$

B. $\frac{17}{7}.$

C. $\frac{155}{64}.$

D. $\frac{167}{69}.$

Câu 30. Một khối cầu có thể tích là 36π thì diện tích của nó bằng

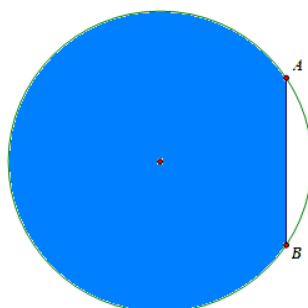
A. $36\pi.$

B. $72\pi.$

C. $9\pi.$

D. $18\pi.$

Câu 31. Người ta muốn trồng hoa trên một miếng đất hình tròn có bán kính bằng 5 m. Họ dự định sẽ để lại một phần (phần màu trắng như hình vẽ, trong đó $AB = 6m$) để làm việc khác. Biết mỗi mét vuông trồng hoa cần chi phí 200 nghìn đồng. Hỏi cần bao nhiêu tiền để có thể thực hiện dự định này?



- A. 22335 nghìn đồng.
C. 7445 nghìn đồng.

- B. 14890 nghìn đồng.
D. 3723 nghìn đồng.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 33. Tích phân $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2}{\sin^2 x} dx$ bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Giả sử $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^5 f(z) dz = 9$. Tổng $\int_1^3 f(t) dt + \int_3^5 f(t) dt$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 12.

Câu 36. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng 6 cm và chiều cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh S của hình trụ này.

- A. $S = 18\pi \text{ cm}^2$. B. $S = 22\pi \text{ cm}^2$. C. $S = 20\pi \text{ cm}^2$. D. $S = 24\pi \text{ cm}^2$.

Câu 37. Ông A gửi 100 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất 5,5% trên một năm và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi theo cách đó thì sau ít nhất bao nhiêu năm ông A thu được số tiền cả gốc và lãi ít nhất là 200 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi).

- A. 12. B. 15. C. 14. D. 13.

Câu 38. Cho hình nón đỉnh S , tâm O có độ dài đường sinh bằng $SA = a$, đường kính đáy AB . Thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° cắt đường tròn đáy theo dây cung $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Biết rằng khoảng cách từ A đến MN bằng a . Thể tích khối nón bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

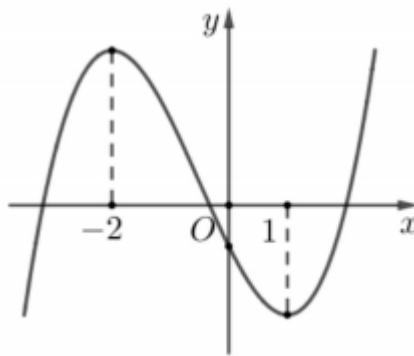
Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x-2)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 40. Cho hình chóp có độ dài đường cao h và diện tích đáy B . Thể tích của khối chóp đã cho là

- A. $\frac{1}{2}Bh$. B. $\frac{1}{3}Bh$. C. $\frac{1}{4}Bh$. D. Bh .

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Số lớn nhất trong các số a, b, c, d là

- A. d . B. a . C. b . D. c .

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	5	$+\infty$	0	$-\infty$	$-\infty$

Tìm giá trị cực đại của hàm số

- A. 1. B. 5. C. 0. D. -3.

Câu 43. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_3(x-1) + \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(8-x) > 0$ là

- A. $\left(\frac{9}{2}; 8\right)$. B. $(1; 8)$. C. $\left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$. D. $(3; 8)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (4 - m^2)x + 2020$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2020x + 2021$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

- A. 7. B. 6. C. 12. D. 13.

Câu 45. Mặt phẳng có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ và đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ là

- A. $x - y + 2z + 5 = 0$. B. $x - y + 2z = 0$. C. $x - y + 2z - 5 = 0$. D. $x + y + 2z - 5 = 0$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm di động trên cạnh AB và N là trung điểm SD . Mặt phẳng (α) đi qua M, N và song song BC chia khối chóp thành hai khối có tỉ lệ thể tích $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$, trong đó V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A , V_2 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh B . Tỉ số

$\frac{AM}{AB}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{3}{7}$.

Câu 47. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 4]$. Giá trị

$5M - 3m$ bằng

- A. 10. B. 4. C. 8. D. 3.

Câu 48. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^4 - 2x^2 + 1$ có đúng một cực trị là

- A. 7. B. vô số. C. 5. D. 0.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích khối chóp đó bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 50. Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ thuộc

khoảng nào dưới đây?

- A. $(4; 10)$. B. $(-\infty; -5)$. C. $(-5; 0)$. D. $(0; 5)$.

----- HẾT -----

(Không kể thời gian phát đề)

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Tổng câu trắc nghiệm: 50.

Mã đề Câu	199	200	201	202
1	D	C	A	B
2	C	B	C	D
3	A	B	A	D
4	C	B	B	B
5	D	A	B	B
6	A	C	C	D
7	D	B	B	C
8	C	B	D	B
9	B	A	C	D
10	D	A	D	A
11	D	D	B	D
12	D	D	A	B
13	C	D	B	C
14	B	D	C	C
15	B	B	C	A
16	B	D	C	B
17	A	B	D	A
18	D	B	D	A
19	A	A	A	C
20	A	C	D	D
21	A	B	B	D
22	A	C	B	B
23	D	D	A	D

24	C	C	A	C
25	C	A	D	A
26	C	B	A	C
27	C	D	B	D
28	B	C	A	C
29	C	D	D	A
30	A	B	A	B
31	B	B	B	D
32	B	A	C	C
33	C	D	A	D
34	C	D	B	D
35	C	D	D	A
36	D	A	D	A
37	D	D	D	D
38	A	B	A	C
39	C	B	A	C
40	B	A	C	A
41	C	B	B	C
42	C	C	D	C
43	A	A	C	A
44	B	D	B	B
45	C	A	C	B
46	C	B	A	C
47	A	C	A	B
48	A	A	B	C
49	B	C	A	D
50	A	B	A	A

HƯỚNG DẪN MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG TRONG ĐỀ THI

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , tâm O có độ dài đường sinh bằng $SA = a$, đường kính đáy AB . Thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° cắt đường tròn đáy theo dây cung $MN = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ (M, N không trùng với A và B), biết rằng khoảng cách từ A đến MN bằng a . Thể tích khối nón bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

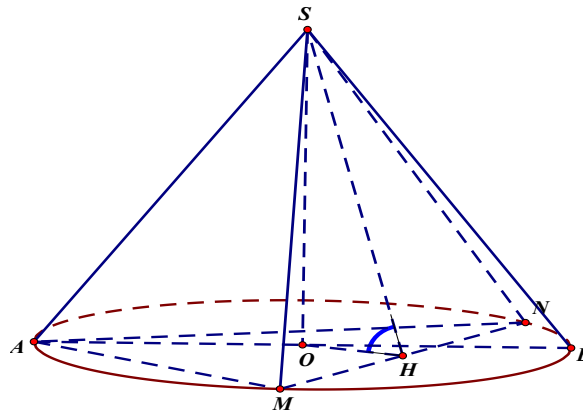
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Lời giải

Chọn A



Không mất tính tổng quát, gọi H là trung điểm MN , Đặt $OM = r$

$$\Rightarrow OH = \sqrt{OM^2 - MH^2} = \sqrt{r^2 - \frac{a^2}{3}}$$

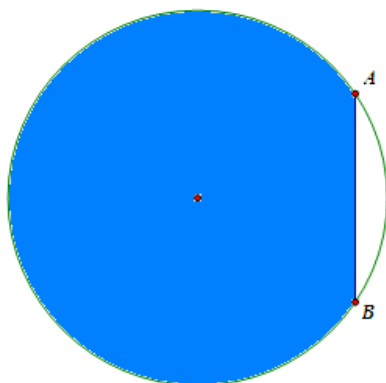
$$SO = OH \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3r^2 - a^2}.$$

$$\text{Mặt khác } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - r^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2 - r^2} = \sqrt{3r^2 - a^2} \Rightarrow 4r^2 = 2a^2 \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, \text{ suy ra } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$$

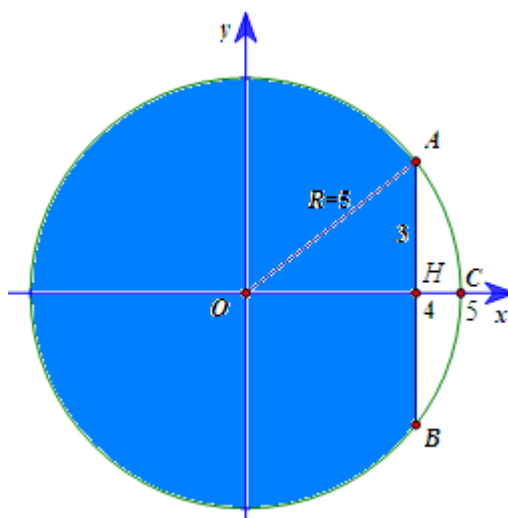
Câu 46. Người ta muốn trồng hoa trên một miếng đất hình tròn có bán kính bằng 5 m. Họ dự định sẽ để lại một phần (phần màu trắng như hình vẽ, trong đó $AB = 6m$) để làm việc khác. Biết mỗi mét vuông trồng hoa cần chi phí 200 nghìn đồng. Hỏi cần bao nhiêu tiền để có thể thực hiện dự định này ?



A. 22335 nghìn đồng. B. 7445 nghìn đồng. **C. 14890 nghìn đồng.** D. 3723 nghìn đồng.

Lời giải

FB tác giả: Lê Thị Thanh Hoa



Diện tích miếng đất là $S_1 = \pi R^2 = 25\pi$ (m²).

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Ta có phương trình của đường tròn biên là $x^2 + y^2 = 25$.

$$R = 5, AH = 3 \Rightarrow OH = 4.$$

$\Rightarrow$ Phương trình của cung tròn nhỏ $\widehat{AC}$ là $y = \sqrt{25 - x^2}$, với $4 \leq x \leq 5$.

$\Rightarrow$ Diện tích phần đất trồng là $S_2 = 2 \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx$.

$\Rightarrow$ Diện tích phần đất trồng hoa là $S = S_1 - S_2 = 25\pi - 2 \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx$.

⇒ Số tiền cần để thực hiện dự định là

$$T = 200.S = 200.(25\pi - 2 \int_4^5 \sqrt{25 - x^2} dx) \approx 14890 \text{ nghìn đồng.}$$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm di động trên cạnh AB và N là trung điểm SD . Mặt phẳng (α) đi qua M, N và song song BC chia khối chóp thành hai khối có tỉ lệ thể tích $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$, trong đó V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A , V_2 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh B . Tỉ số $\frac{AM}{AB}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

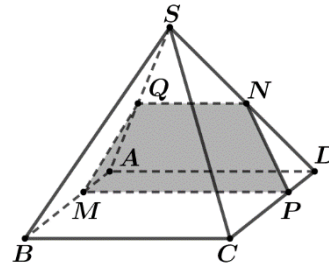
Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với CD, SA .

Đặt $\frac{AM}{AB} = x \in [0; 1]$.

$$\frac{V_{S.QNPM}}{V_{S.ADPM}} = \frac{2+2+1+1}{4.2.2.1.1} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \quad V_1 = \frac{5}{8} V_{S.ADPM}$$

$$\frac{V_{S.ADPM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{S_{ADPM}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{APM}}{S_{ACD}} = \frac{AM}{AD} = x$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \frac{5}{8} x V_{S.ABCD} \longrightarrow V_2 = \left(1 - \frac{5}{8} x\right) V_{S.ABCD}.$$



$$\text{Theo đề ta có } \frac{\frac{5}{8}x}{1 - \frac{5}{8}x} = \frac{3}{5} \longrightarrow x = \frac{3}{5}.$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = -x^4 - (4 - m^2)x + 2020$ và $g(x) = -x^3 + 5x^2 - 2020x + 2021$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $h(x) = g[f(x)]$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

A. 13.

B. 12.

C. 7.

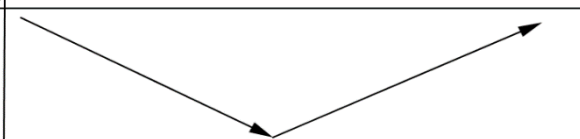
D. 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } h(x) = g[f(x)] \Rightarrow h'(x) = g'[f(x)] \cdot f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g'[f(x)] = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3f^2(x) + 10f(x) - 2020 = 0 \text{ (vn)} \\ -4x^3 - (4 - m^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^3 = \frac{m^2 - 4}{4} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{m^2 - 4}{4}}$$

BBT

x	$-\infty$	$\sqrt[3]{\frac{m^2-4}{4}}$	$+\infty$
$h'(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$h(x)$			

Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi $\sqrt[3]{\frac{m^2-4}{4}} \leq 2 \Leftrightarrow -6 \leq m \leq 6$.

Vậy có 6 giá trị nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	$\frac{\pi}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		3	1	
$f(x)$	$-\infty$			$+\infty$

Bất phương trình $2f(x) < e^{\cos x} + m$ có nghiệm đúng với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

- A.** $m \geq 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1$. **B.** $m > 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1$. **C.** $m \geq 2f(0) - e$. **D.** $m > 2f(0) - e$.

Lời giải

Ta có: $m > 2f(x) - e^{\cos x}$.

Xét hàm số $g(x) = 2f(x) - e^{\cos x}$, có $g'(x) = 2f'(x) + \sin x \cdot e^{\cos x} > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	0	$\frac{\pi}{2}$
$g(x)$		+
$g'(x)$	$g(0)$	$g\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Vậy $m \geq g\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow m \geq 2f\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $f(0) > 0$ và $[f(x) + 6x]f(x) = 9x^4 + 3x^2 + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(2x^2 - 3x + 1)$ trên đoạn $[0; 1]$.

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{167}{69}$.

C. $\frac{17}{7}$.

D. $\frac{155}{64}$.

Lời giải

Ta có: $[f(x) + 6x]f(x) = 9x^4 + 3x^2 + 4$

$$\Leftrightarrow f^2(x) + 6x.f(x) + 9x^2 = 9x^4 + 12x^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow [f(x) + 3x]^2 = (3x^2 + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 3x^2 - 3x + 2 \\ f(x) = -3x^2 - 3x - 2 \end{cases}. \text{ Vì } f(0) > 0 \text{ nên } f(x) = 3x^2 - 3x + 2.$$

Xét hàm số $y = f(2x^2 - 3x + 1)$.

Đặt $2x^2 - 3x + 1 = t$, với $x \in [0; 1] \Rightarrow t \in \left[-\frac{1}{8}; 1\right]$.

Bài toán trở thành: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(t) = 3t^2 - 3t + 2$ trên $\left[-\frac{1}{8}; 1\right]$

Xét $f'(t) = 6t - 3$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. Ta có:
$$\begin{cases} f\left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{155}{64} \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4} \\ f(1) = 2 \end{cases}. \text{ Vậy}$$

$$\max_{[0;1]} f(2x^2 - 3x + 1) = \frac{155}{64}.$$