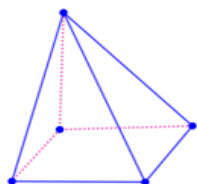


ĐỀ CHÍNH THỨC

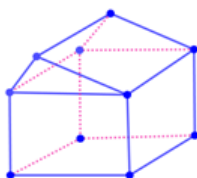
Mã đề thi
178

Họ và tên: Lớp:

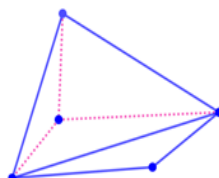
Câu 1. Hình nào dưới đây **không** phải là hình đa diện?



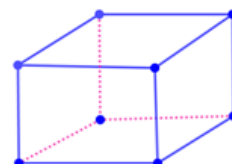
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hình nào dưới đây **không** phải là hình đa diện?

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 2. Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

C. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

D. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$. Phép đối xứng qua mặt phẳng (SAC) biến khối chóp $S.ABC$ thành khối chóp nào?

A. $S.CBD$.

B. $S.ABC$.

C. $S.ADC$.

D. $S.ABD$.

Câu 4. Số mặt phẳng đối xứng của hình hộp chữ nhật mà không có mặt nào là hình vuông là:

A. 3.

B. 12.

C. 9.

D. 6.

Câu 5. Số mặt phẳng đối xứng của hình chóp tứ giác đều là:

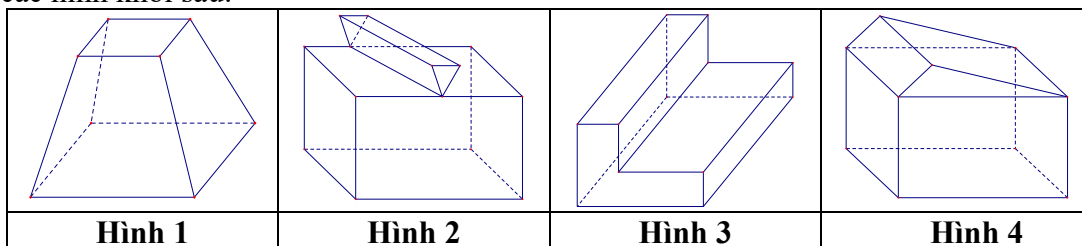
A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Câu 6. Cho các hình khối sau:



Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số khối đa diện lồi là:

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 7. Khối hai mươi mặt đều là khối đa diện đều loại:

A. $\{3;5\}$.

B. $\{2;4\}$.

C. $\{4;3\}$.

D. $\{5;3\}$.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Số cạnh của một khối đa diện đều luôn là số chẵn.

B. Tồn tại một khối đa diện đều có số cạnh là số lẻ.

C. Số mặt của một khối đa diện đều luôn là số chẵn.

D. Số đỉnh của một khối đa diện đều luôn là số chẵn.

Câu 9. Nếu không sử dụng thêm điểm nào khác ngoài các đỉnh của hình lập phương thì có thể chia hình lập phương thành

A. Bốn tứ diện đều và một hình chóp tam giác đều.

B. Năm hình chóp tam giác đều, không có tứ diện đều.

C. Một tứ diện đều và bốn hình chóp tam giác đều.

D. Năm tứ diện đều.

Câu 10. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích V của khối đa diện chứa đỉnh C .

A. $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$. B. $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$. C. $V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{72}$. D. $V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$.

Câu 11. Khối chóp có một nửa diện tích đáy là S , chiều cao là $2h$ thì có thể tích là:

A. $V = \frac{4}{3}S.h$. B. $V = \frac{1}{3}S.h$. C. $V = S.h$. D. $V = \frac{1}{2}S.h$.

Câu 12. Tính thể tích của khối lăng trụ biết diện tích đáy là $2a^2$ và chiều cao là $3a$.

A. $V = \frac{2}{3}a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 6a^3$.

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2$ cm, $AD = 3$ cm, $AA' = 7$ cm. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 12 cm^3 . B. 42 cm^3 . C. 24 cm^3 . D. 36 cm^3 .

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của cạnh SC . Khi đó $\frac{V_{SABM}}{V_{CABM}}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. B. 1 . C. $\frac{1}{2}$. D. 2 .

Câu 15. Tính thể tích của khối tứ diện đều có tất cả các cạnh đều bằng 1 .

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 16. Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, chiều cao hình chóp gấp đôi độ dài cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V = \frac{a^3}{4}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 17. Tính thể tích V của lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C = a\sqrt{3}$.

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 18. Cho một khối lăng trụ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$, đáy là tam giác đều cạnh a . Tính chiều cao h của khối lăng trụ.

A. $h = 4a$. B. $h = 3a$. C. $h = 2a$. D. $h = a$.

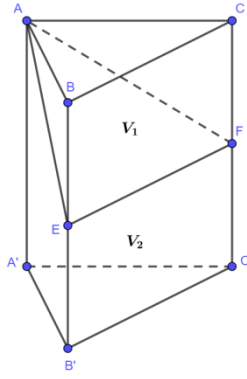
Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ và mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{27}$.

Câu 20. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a\sqrt{2}$. Biết $A'B$ tạo với đáy góc 60° . Thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{5a^3}{3}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $4a^3\sqrt{6}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E , F lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Mặt phẳng (AEF) chia khối lăng trụ thành 2 phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.



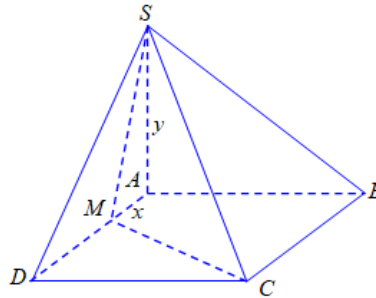
A. 1.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = y$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM = x$.



Biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB

và CD . Tính cosin góc giữa MN và (SAC) , biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

A. $\frac{3\sqrt{310}}{20}$.

B. $\frac{\sqrt{310}}{20}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

D. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

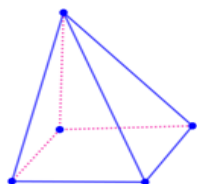
C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

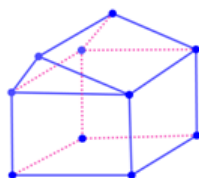
----- HẾT -----

Họ và tên: Lớp:

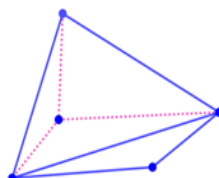
Câu 1. Hình nào dưới đây **không** phải là hình đa diện?



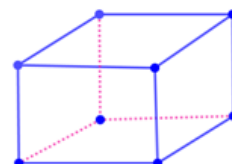
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hình nào dưới đây **không** phải là hình đa diện?

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 2. Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.

B. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

C. Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.

D. Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$. Phép đối xứng qua mặt phẳng (SAC) biến khối chóp $S.ABC$ thành khối chóp nào?

A. $S.CBD$.

B. $S.ABC$.

C. $S.ADC$.

D. $S.ABD$.

Câu 4. Số mặt phẳng đối xứng của hình hộp chữ nhật mà không có mặt nào là hình vuông là:

A. 3.

B. 12.

C. 9.

D. 6.

Câu 5. Số mặt phẳng đối xứng của hình chóp tứ giác đều là:

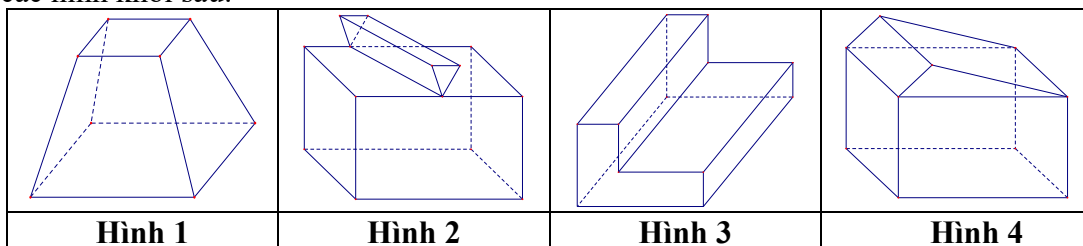
A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Câu 6. Cho các hình khối sau:



Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số khối đa diện lồi là:

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 7. Khối hai mươi mặt đều là khối đa diện đều loại:

A. $\{3;5\}$.

B. $\{2;4\}$.

C. $\{4;3\}$.

D. $\{5;3\}$.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Số cạnh của một khối đa diện đều luôn là số chẵn.

B. Tồn tại một khối đa diện đều có số cạnh là số lẻ.

C. Số mặt của một khối đa diện đều luôn là số chẵn.

D. Số đỉnh của một khối đa diện đều luôn là số chẵn.

Câu 9. Nếu không sử dụng thêm điểm nào khác ngoài các đỉnh của hình lập phương thì có thể chia hình lập phương thành

A. Bốn tứ diện đều và một hình chóp tam giác đều.

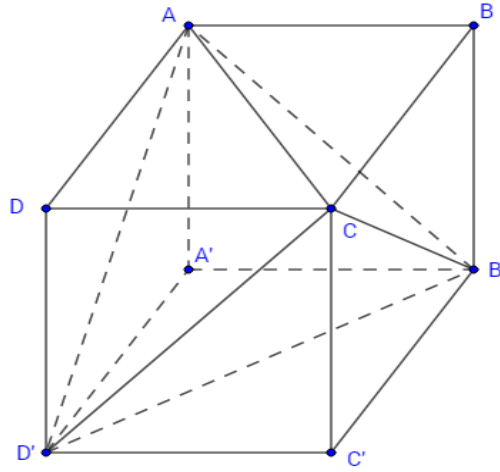
B. Năm hình chóp tam giác đều, không có tứ diện đều.

C. Một tứ diện đều và bốn hình chóp tam giác đều.

D. Năm tứ diện đều.

Lời giải

Chọn C



Hình tứ diện đều là $ACB'D'$.

Bốn hình chóp tam giác đều là $D.ACD'$, $C'.CB'D'$, $B.ACB'$, $A'.AB'D'$.

Câu 10. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng với C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích V của khối đa diện chứa đỉnh C .

A. $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{36}$.

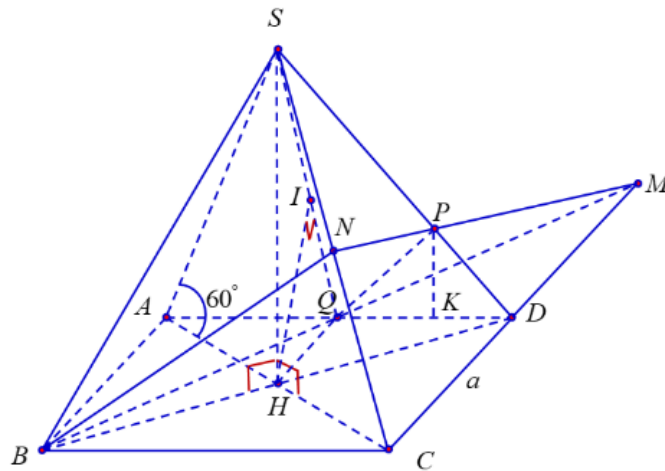
B. $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{72}$.

C. $V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{72}.$

D. $V = \frac{5\sqrt{6}a^3}{36}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $P = MN \cap SD$, $Q = BM \cap AD$. Suy ra $BNPQ$ là thiết diện của (BMN) với hình chóp $S.ABCD$. Gọi H

là tâm của đáy, ta có: $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có: $V_{CDPOBN} = V_{N.BCDQ} + V_{N.DPQ}$.

Do N là trung điểm của SC , suy ra $d(N, (BCDQ)) = \frac{1}{2}SH$.

Ta lại có: M là điểm đối xứng với C qua D , suy ra Q là trung điểm của AD .

$$\text{nên } S_{BCDQ} = \frac{(BC + DQ).CD}{2} = \frac{\left(a + \frac{a}{2}\right).a}{2} = \frac{3a^2}{4}, \Rightarrow V_{N.BCDQ} = \frac{1}{6}.SH.S_{BCDQ} = \frac{1}{6}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.\frac{3a^2}{4} = \frac{3\sqrt{6}a^3}{48}.$$

Ta có: $d(N, (DPQ)) = d(H, (SAD))$.

Mà $HQ \perp AD$, kẻ $HI \perp SQ = \{I\} \Rightarrow d(H, (SAD)) = HI$.

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HQ^2} = \frac{2}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{14}{3a^2} \Rightarrow HI = \sqrt{\frac{3}{14}} \cdot a.$$

Xét $\triangle SCM$, có N và D là trung điểm của SC và CM suy ra P là trọng tâm $\triangle SCM$.

$$\Rightarrow DP = \frac{1}{3}SD. \text{ Kẻ } PK \perp DQ = \{K\}, PK = \frac{SQ}{3} = \frac{\sqrt{SH^2 + HQ^2}}{3} = \frac{\sqrt{\frac{3a^2}{2} + \frac{a^2}{4}}}{3} = \frac{a\sqrt{7}}{6}.$$

$$\text{Suy ra: } S_{DPQ} = \frac{1}{2}DQ \cdot PK = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{6} = \frac{a^2\sqrt{7}}{24}, \Rightarrow V_{N.DPQ} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{3}{14}} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{7}}{24} = \frac{a^3\sqrt{6}}{144}.$$

$$\text{Vậy } V_{CDPQBN} = \frac{3\sqrt{6}a^3}{48} + \frac{a^3\sqrt{6}}{144} = \frac{5a^3\sqrt{6}}{72}.$$

Câu 11. Khối chóp có một nửa diện tích đáy là S , chiều cao là $2h$ thì có thể tích là:

- A.** $V = \frac{4}{3}Sh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **C.** $V = Sh$. **D.** $V = \frac{1}{2}Sh$.

Câu 12. Tính thể tích của khối lăng trụ biết diện tích đáy là $2a^2$ và chiều cao là $3a$.

- A.** $V = \frac{2}{3}a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = 6a^3$.

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2$ cm, $AD = 3$ cm, $AA' = 7$ cm. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A.** 12 cm^3 . **B.** 42 cm^3 . **C.** 24 cm^3 . **D.** 36 cm^3 .

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của cạnh SC . Khi đó $\frac{V_{SABM}}{V_{CABM}}$ bằng:

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** 1 . **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2 .

Câu 15. Tính thể tích của khối tứ diện đều có tất cả các cạnh đều bằng 1.

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 16. Cho hình chóp tam giác đều có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, chiều cao hình chóp gấp đôi độ dài cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp.

- A.** $V = \frac{a^3}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 17. Tính thể tích V của lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C = a\sqrt{3}$.

- A.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 18. Cho một khối lăng trụ có thể tích là $a^3\sqrt{3}$, đáy là tam giác đều cạnh a . Tính chiều cao h của khối lăng trụ.

- A.** $h = 4a$. **B.** $h = 3a$. **C.** $h = 2a$. **D.** $h = a$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ và mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng:

- A.** $\frac{a\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{27}$.

Câu 20. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a\sqrt{2}$. Biết $A'B$ tạo với đáy góc 60° . Thể tích khối lăng trụ là

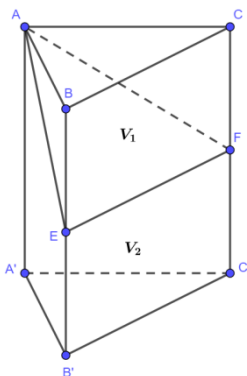
A. $\frac{5a^3}{3}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $4a^3\sqrt{6}$.

D. $a^3\sqrt{6}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Mặt phẳng (AEF) chia khối lăng trụ thành 2 phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.



A. 1.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

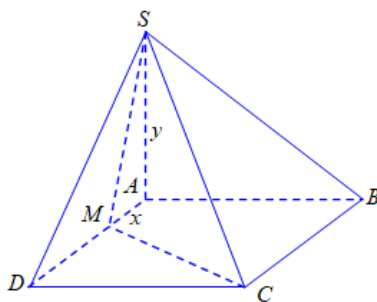
Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ta có:

$$V_1 = \frac{1}{2}V_{A.BCB'C'} = \frac{1}{2}(V - V_{A.A'B'C'}) = \frac{1}{2}\left(V - \frac{1}{3}V\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}V = \frac{1}{3}V \Rightarrow V_2 = V - V_1 = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V.$$

Do đó: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}V}{\frac{2}{3}V} = \frac{1}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = y$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM = x$.



Biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

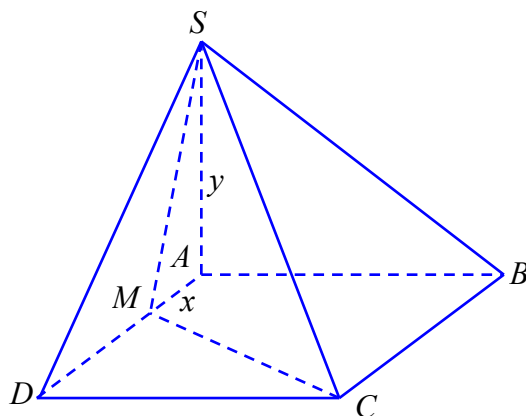
B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $S_{ABCM} = \frac{AM + BC}{2} \cdot AB = a \cdot \frac{a+x}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCM$ là $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCM} = \frac{a}{6} y(a+x)$.

Do $x^2 + y^2 = a^2 \Rightarrow y = \sqrt{a^2 - x^2}$, suy ra $V = \frac{a}{6} (a+x) \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{a}{6} \sqrt{(a+x)^2 (a^2 - x^2)}$.

Xét hàm số $f(x) = (a+x)^2 (a^2 - x^2)$ với $0 \leq x < a$.

Ta có $f'(x) = 2(a+x)(a^2 - x^2) - 2x(a+x)^2 = -2(a+x)(2x^2 + ax - a^2)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a}{2} \\ x = -a \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{a}{2}$	a
V'	+	0	-
V	$\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$		

Từ bảng biến thiên suy ra $V_{\max} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính cosin góc giữa MN và (SAC) , biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

A. $\frac{3\sqrt{310}}{20}$.

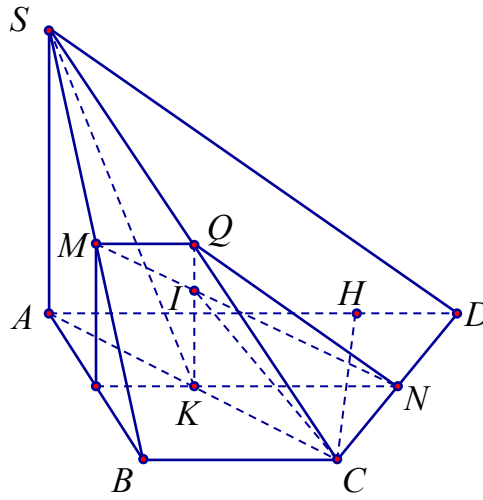
B. $\frac{\sqrt{310}}{20}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi (α) là mp đi qua MN và song song với mp (SAD) . Khi đó (α) cắt AB tại P , cắt SC tại Q , cắt AC tại K . Gọi I là giao điểm của MN và $QK \Rightarrow I \in (SAC)$.

Suy ra: P, Q, K lần lượt là trung điểm của AB, SC và AC .

Lại có: $ABCD$ là hình thang cân có $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$

$$\Rightarrow AD = 2a; AB = BC = CD = a$$

$$\Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; S_{ABCD} = \frac{a+2a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}.$$

$$\text{Nên } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \cdot SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SA = a \Rightarrow MP = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2} \text{ và } NP = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Xét tam giác } MNP \text{ vuông tại } P: MN = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

MP, KQ lần lượt là đường trung bình của tam giác $\Delta SAB, \Delta SAC \Rightarrow MP \parallel KQ \parallel SA$

KN là đường trung bình của tam giác $\Delta ACD \Rightarrow KN = \frac{1}{2}AD = a$.

$$\text{Xét tam giác } AHC \text{ vuông tại } H: AC = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow KC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra: tam giác KNC vuông tại $C \Rightarrow C$ là hình chiếu vuông góc của N lên (SAC) .

$\Rightarrow$ góc giữa MN và (SAC) là góc $\widehat{NIC}$

$$\text{Khi đó: } \frac{IN}{MN} = \frac{KN}{NP} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow IN = \frac{2}{3} \cdot MN = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{3}$$

$$\text{Xét tam giác } NIC \text{ vuông tại } C: NC = \frac{a}{2}; IN = \frac{a\sqrt{10}}{3} \Rightarrow IC = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{10}}{3}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{31}}{6}$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{NIC} = \frac{IC}{IN} = \frac{a\sqrt{31}}{6} : \frac{a\sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{310}}{20}.$$

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}.$

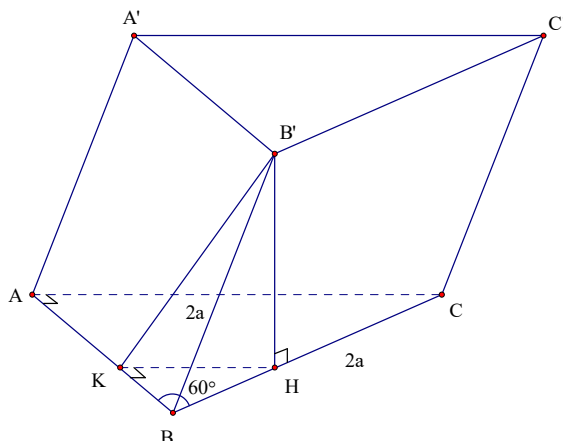
B. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}.$

C. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}.$

D. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$

Lời giải

Chọn B



Do ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên $BC \Rightarrow H$ thuộc đoạn BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn)

$\Rightarrow B'H \perp (ABC)$ (do $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC)).

Kẻ HK song song AC ($K \in AB$) $\Rightarrow HK \perp AB$ (do ABC là tam giác vuông tại A).

$$\Rightarrow \left[\widehat{(ABB'A'), (ABC)} \right] = \widehat{B'KH} = 45^\circ \Rightarrow B'H = KH \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \triangle BB'H \text{ vuông tại } H \Rightarrow BH = \sqrt{4a^2 - B'H^2} \quad (2)$$

$$\text{Mặt khác } HK \text{ song song } AC \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{HK}{AC} \Rightarrow BH = \frac{HK \cdot 2a}{a\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) suy ra } \sqrt{4a^2 - B'H^2} = \frac{B'H \cdot 2a}{a\sqrt{3}} \Rightarrow B'H = a\sqrt{\frac{12}{7}}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot B'H = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot B'H = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$$

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , tam giác SBA vuông tại B , tam giác SAC vuông tại C . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

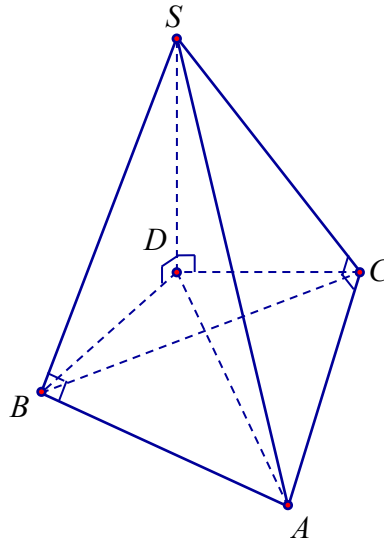
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) , suy ra $SD \perp (ABC)$.

Ta có $SD \perp AB$ và $SB \perp AB(gt)$, suy ra $AB \perp (SBD) \Rightarrow BA \perp BD$.

Tương tự có $AC \perp DC$ hay tam giác ACD vuông ở C .

Dễ thấy $\triangle SBA = \triangle SCA$ (cạnh huyền và cạnh góc vuông), suy ra $SB = SC$. Từ đó ta chứng minh được $\triangle SBD = \triangle SCD$ nên cũng có $DB = DC$.

Vậy DA là đường trung trực của BC , nên cũng là đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$.

Ta có $\widehat{DAC} = 30^\circ$, suy ra $DC = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Ngoài ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là

$\widehat{SBD} = 60^\circ$, suy ra $\tan \widehat{SBD} = \frac{SD}{BD} \Rightarrow SD = BD \tan \widehat{SBD} = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3} = a$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

----- HẾT -----