

Bài 1: Giải các phương trình sau:

a/ $\cos^2 x - \sin^2 x = \sin 3x + \cos 4x$

b/
$$\frac{\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)}{\sin x} = 0$$

Bài 2: Lớp 11A có 15 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Lớp 11B có 12 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Trường chọn ngẫu nhiên từ mỗi lớp ra 2 học sinh để tham gia vào đội nhảy cổ động. Gọi A là biến cố “Trong 4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ”. Hãy tính xác suất của biến cố A?

Bài 3: Giải bất phương trình: $A_x^3 + 2C_x^{x-2} \leq 9x$

Bài 4: Cho khai triển nhị thức Newton của $P(x) = \left(3x^5 - \frac{1}{x}\right)^{3n}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$) và biết rằng tổng các hệ số của khai triển là 32768. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển.

Bài 5: Một cấp số cộng (u_n) có 5 số hạng và có $u_1 < 0$ và công sai là $d \neq 0$. Hãy tìm các số hạng của cấp

số cộng đó, biết rằng:
$$\begin{cases} \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \frac{1}{u_4 u_5} = \frac{1}{2} \\ u_5 = 2u_1 \end{cases}$$

Bài 6: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC và G là trọng tâm tam giác ABC.

a/ Tìm giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD). Chứng minh I là trọng tâm tam giác SBD.

b/ Chứng minh IG song song với mặt phẳng (SAB).

c/ Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm E và F. Tìm thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp S.ABCD.

d/ Gọi K là giao điểm của ME và CD, J là giao điểm của MF và CD. Chứng minh ba điểm K, A, J nằm trên một đường thẳng song song với EF. Tính tỉ số $\frac{EF}{KJ}$.

HẾT

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ 1

Bài	Câu	Đáp án	Thang điểm
1		Giải các phương trình sau:	
	a/	$\cos^2 x - \sin^2 x = \sin 3x + \cos 4x$	$\Sigma=1.0$
		$\Leftrightarrow \cos 2x - \cos 4x - \sin 3x = 0$	0.25 (CT nhân đôi)
		$\Leftrightarrow 2\sin 3x \cdot \sin x - \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x(2\sin x - 1) = 0$	0.25 (CT biến đổi)
		$\sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{3}$	0.25
		$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$	0.25
	b/	$\frac{\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x - 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)}{\sin x} = 0$	$\Sigma=1.0$
		Đk: $\sin x \neq 0$	0.25
		PT $\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \vee x = k2\pi$	0.25 + 0.25
		So với điều kiện, ta có nghiệm của PT là: $x = \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$	0.25
2		Lớp 11A có 15 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Lớp 11B có 12 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Trường chọn ngẫu nhiên từ mỗi lớp ra 2 học sinh để tham gia vào đội nhảy cổ động. Gọi A là biến cố “Trong 4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ”. Hãy tính xác suất của biến cố A?	$\Sigma=1.0$
		$ \Omega = C_{40}^2 \cdot C_{30}^2 = 339300$	0.25
		TH1: Chọn 2 nam lớp 11A, 2 nữ lớp 11B: có $C_{15}^2 \cdot C_{18}^2 = 16065$ cách TH2: Chọn 2 nữ lớp 11A, 2 nam lớp 11B: có $C_{25}^2 \cdot C_{12}^2 = 19800$ cách TH3: Mỗi lớp chọn 1 nam, 1 nữ: có $15 \cdot 25 \cdot 12 \cdot 18 = 81000$ cách $\Rightarrow \Omega_A = 116865$	0.5 (đúng 2 trong 3 TH)
		Vậy $P(A) = \frac{2597}{7540}$	0.25
3		Giải bất phương trình: $A_x^3 + 2C_x^{x-2} \leq 9x$	$\Sigma=1.0$
		Đk: $x \geq 3 \wedge x \in \mathbb{Z}$	0.25
		BPT $\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} + 2\frac{x!}{(x-2)!2!} \leq 9x \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 9$	0.25 (CT)
		$\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$	0.25
		So với điều kiện, ta có nghiệm của BPT là: $x \in \{3; 4\}$	0.25
4		Cho khai triển nhị thức Newton của $P(x) = \left(3x^5 - \frac{1}{x}\right)^{3n}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$) và biết rằng tổng các hệ số của khai triển là 32768. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển.	$\Sigma=1.0$
		Cho $x = 1$ ta có: $2^{3n} = 32768 \Leftrightarrow n = 5$	0.25
		$P(x) = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 3^{15-k} (-1)^k x^{75-6k}$	0.25

		Cho $75 - 6k = 9 \Leftrightarrow k = 11$	0.25
		Vậy hệ số cần tìm là: -110565	0.25
5		Một cấp số cộng (u_n) có 5 số hạng và có $u_1 < 0$ và công sai là $d \neq 0$. Hãy tìm các số hạng của cấp số cộng đó, biết rằng: $\begin{cases} \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \frac{1}{u_3 u_4} + \frac{1}{u_4 u_5} = \frac{1}{2} \\ u_5 = 2u_1 \end{cases}$	$\Sigma=1$
		Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_4} - \frac{1}{u_5} \right) = \frac{1}{2} \\ u_5 = 2u_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 u_5 = 8 \\ u_5 = 2u_1 \end{cases}$	0.25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 (u_1 < 0) \\ u_5 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ d = -\frac{1}{2} \end{cases}$	$0.25 (u_1) + 0.25 (d)$
		Vậy cấp số cộng cần tìm là: $-2; -\frac{5}{2}; -3; -\frac{7}{2}; -4$.	0.25
6		Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SC và G là trọng tâm tam giác ABC.	
	a/	Tìm giao điểm I của AM và mặt phẳng (SBD). Chứng minh I là trọng tâm tam giác SBD.	$\Sigma=1$
		Trong (SAC) gọi $I = SO \cap AM$	0.25
		mà $SO \subset (SBD)$ (hoặc ghi $I \in (SBD)$)	0.25
		nên $I = AM \cap (SBD)$	0.25
		Ta có: I là trọng tâm tam giác SAC $\Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$, mà SO là đường trung tuyến của tam giác SBD nên I là trọng tâm tam giác SBD.	0.25

	b/	Chứng minh IG song song với mặt phẳng (SAB).	$\Sigma=1$
		Ta có: $\frac{OI}{OS} = \frac{1}{3}, \frac{OG}{OB} = \frac{1}{3}$	0.25 + 0.25
		$\Rightarrow \frac{OI}{OS} = \frac{OG}{OB} \Rightarrow IG \parallel SB$	0.25
		(mà $IG \not\subset (SAB)$) nên $IG \parallel (SAB)$	0.25
	c/	Mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại hai điểm E và F. Tìm thiết diện của mặt phẳng (P) và hình chóp S.ABCD.	$\Sigma=1$
		Ta có: $I \in (SBD) \cap (P), BD \parallel (P)$	0.25 (điểm I)
		$\Rightarrow (SBD) \cap (P) = EF \parallel BD$ và EF qua I	0.25
		Ta có: $(P) \cap (SAB) = AE, (P) \cap (SBC) = EM, (P) \cap (SCD) = MF, (P) \cap (SAD) = FA$	0.25
		Vậy thiết diện là tứ giác AEMF.	0.25
	d/	Gọi K là giao điểm ME và CD, J là giao điểm MF và CD. Chứng minh ba điểm K, A, J nằm trên một đường thẳng song song với EF. Tính tỉ số $\frac{EF}{KJ}$.	$\Sigma=1$
		Ta có: K, A, J cùng thuộc 2 mặt phẳng phân biệt là (ABCD) và (P) $\Rightarrow K, A, J$ thẳng hàng	0.25
		Ta có: $(SBD) \cap (P) = EF, (ABCD) \cap (SBD) = BD, (ABCD) \cap (P) = KJ$, mà $EF \parallel BD \Rightarrow KJ \parallel EF$	0.25
		Ta có: $\frac{EF}{KJ} = \frac{MI}{MA} = \frac{1}{3}$	0.5

HẾT