

**Câu 1: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng  $u_{10}$ .

- A.**  $u_{10} = -2.3^9$ .      **B.**  $u_{10} = 25$ .      **C.**  $u_{10} = 28$ .      **D.**  $u_{10} = -29$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9.3 = 25$ .

**Câu 2: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{3}$ ,

$u_8 = 26$ . Tìm công sai  $d$

- A.**  $d = \frac{11}{3}$ .      **B.**  $d = \frac{10}{3}$ .      **C.**  $d = \frac{3}{10}$ .      **D.**  $d = \frac{3}{11}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}.$$

**Câu 3: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{3}$ ,

$u_8 = 26$ . Tìm công sai  $d$

- A.**  $d = \frac{11}{3}$ .      **B.**  $d = \frac{10}{3}$ .      **C.**  $d = \frac{3}{10}$ .      **D.**  $d = \frac{3}{11}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}.$$

**Câu 4: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3^n$ . Tính  $u_{n+1}$ ?

- A.**  $u_{n+1} = 3^n + 3$ .      **B.**  $u_{n+1} = 3.3^n$ .      **C.**  $u_{n+1} = 3^n + 1$ .      **D.**  $u_{n+1} = 3(n+1)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $u_{n+1} = 3^{n+1} = 3.3^n$ .

**Câu 5: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n): 2, a, 6, b$ . Tích  $ab$  bằng?

- A.** 32.      **B.** 40.      **C.** 12.      **D.** 22.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2+6=2a \\ a+b=2.6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=8 \end{cases} \Rightarrow ab=32.$$

**Câu 6: (THPT Quảng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các dãy số sau đây dãy số nào là cấp số nhân?

- A.** Dãy số  $-2, 2, -2, 2, \dots, -2, 2, -2, 2, \dots$   
**B.** Dãy số  $(u_n)$ , xác định bởi công thức  $u_n = 3^n + 1$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**C.** Dãy số  $(u_n)$ , xác định bởi hệ: 
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 2 \quad (n \in \mathbb{N}^* : n \geq 2) \end{cases}$$

**D.** Dãy số các số tự nhiên 1, 2, 3, ....

**Lời giải**

**Chọn A**

Dãy số  $-2, 2, -2, 2, \dots, -2, 2, -2, 2, \dots$  là cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = -2$ , công bội  $q = -1$ .

Dãy số  $(u_n)$  xác định bởi công thức  $u_n = 3^n + 1$  có  $u_1 = 3^1 + 1 = 4$ ,  $u_2 = 3^2 + 1 = 10$ ,  $u_3 = 3^3 + 1 = 28$ . Nhận xét:  $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$  nên  $(u_n)$  không là cấp số nhân.

Dãy số  $(u_n)$ , xác định bởi hệ: 
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 2 \quad (n \in \mathbb{N}^* : n \geq 2) \end{cases}$$
 có  $u_1 = 1$ ,  $u_2 = 3$ ,  $u_3 = 5$ . Nhận xét:  $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$  nên  $(u_n)$  không là cấp số nhân.

Dãy số các số tự nhiên 1, 2, 3, .... có  $u_1 = 1$ ,  $u_2 = 2$ ,  $u_3 = 3$ . Nhận xét:  $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$  nên không là cấp số nhân.

**Câu 7: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1}$

**A.**  $I = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $I = +\infty$ .

**C.**  $I = 2$ .

**D.**  $I = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có 
$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 2.$$

**Câu 8: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho một cấp số cộng có  $u_4 = 2$ ,  $u_2 = 4$ . Hỏi  $u_1$  bằng bao nhiêu?

**A.**  $u_1 = 6$ .

**B.**  $u_1 = 1$ .

**C.**  $u_1 = 5$ .

**D.**  $u_1 = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} u_4 = 2 \\ u_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 2 \\ u_1 + d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = -1 \end{cases}$$

**Câu 1: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 3n - 2$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng.

- A.**  $d = 3$ .                      **B.**  $d = 2$ .                      **C.**  $d = -2$ .                      **D.**  $d = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3$

Suy ra  $d = 3$  là công sai của cấp số cộng.

**Câu 2: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tổng  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị là:

- A.**  $\frac{1}{9}$ .                      **B.**  $\frac{1}{4}$ .                      **C.**  $\frac{1}{3}$ .                      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{3^n}$  có số hạng

đầu  $u_1 = \frac{1}{3}$ , công sai  $q = \frac{1}{3}$ .

$$\text{Do đó } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 3: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

- A.** Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.  
**B.** Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.  
**C.** Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.  
**D.** Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Một phản ví dụ: dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = n - 2$  là cấp số cộng có công sai  $d = 1 > 0$ .

Nhưng dạng khai triển của nó là  $-1; 0; 1 \dots$  không phải là một dãy số dương.

**Câu 4: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 11$  và công sai  $d = 4$ . Hãy tính  $u_{99}$ .

- A.** 401.                      **B.** 403.                      **C.** 402.                      **D.** 404.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $u_{99} = u_1 + 98d = 11 + 98.4 = 403$ .

**Câu 5: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

- A.**  $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$                       **B.**  $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$   
**C.**  $(u_n): 1; 3; 6; 10; 15; \dots$                       **D.**  $(u_n): -1; 1; -1; 1; -1; \dots$

**Lời giải**

**Chọn A**

Dãy số ở đáp án A thỏa  $u_{n+1} - u_n = 2$  với mọi  $n \geq 1$  nên là cấp số cộng.

**Câu 6: (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho tứ diện  $ABCD$ , các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Không thể kết luận  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$  trong trường hợp

**A.**  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$ .

**B.**  $GM = GN$ .

**C.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

**D.**  $4\overrightarrow{PG} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$  với  $P$  là điểm bất kỳ.

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo giả thiết ta có  $GM = GN$  thì chưa thể kết luận ngay được  $G$  là trung điểm  $MN$ .

GV GIẢI đã đề xuất sửa đáp án D của đề gốc, từ  $4\overrightarrow{PG} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$  thành

$4\overrightarrow{PG} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$  với  $P$  là điểm bất kỳ.

Các phương án còn lại ta kết luận được ngay  $G$  là trọng tâm của tứ diện  $ABCD$ .

**Câu 7: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công bội  $q = 2$ . Biết  $S_n = 765$ . Tìm  $n$ ?

**A.**  $n = 7$ .

**B.**  $n = 6$ .

**C.**  $n = 8$ .

**D.**  $n = 9$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Áp dụng công thức của cấp số nhân ta có:  $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{3(1-2^n)}{1-2} = 765 \Leftrightarrow n = 8$ .

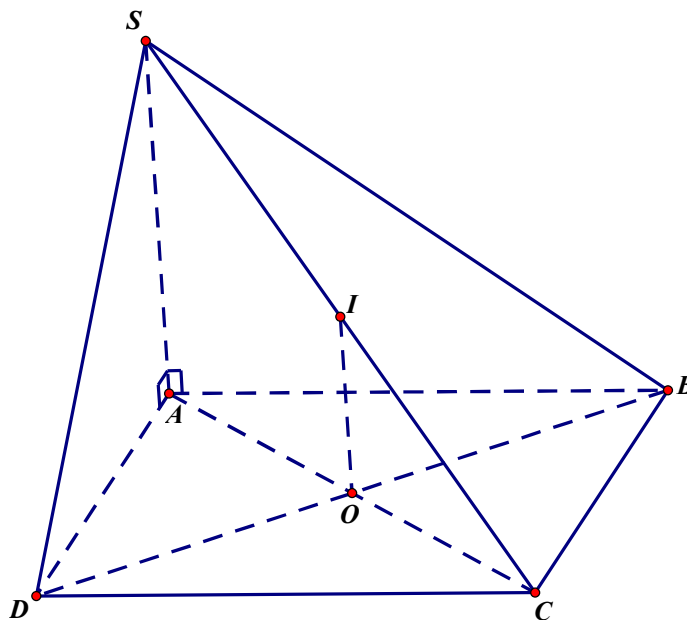
**Câu 1: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $SC$ . Khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài đoạn thẳng nào?

- A.**  $IO$ .                      **B.**  $IA$ .                      **C.**  $IC$ .                      **D.**  $IB$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Do  $I$  là trung điểm của  $SC$  và  $O$  là trung điểm  $AC$  nên  $IO \parallel SA$ . Do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $IO \perp (ABCD)$ , hay khoảng cách từ  $I$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng độ dài đoạn thẳng  $IO$ .



**Câu 2: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 5} + n}{4n - \sqrt{n^2 + 1}}$ . Khi đó giá trị của  $I$  là

- A.**  $I = 1$ .                      **B.**  $I = \frac{5}{3}$ .                      **C.**  $I = -1$ .                      **D.**  $I = \frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 5} + n}{4n - \sqrt{n^2 + 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{5}{n^2}} + 1}{4 - \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}} = 1$$

**Câu 3: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -3$ ,  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.**  $u_5 = 15$ .                      **B.**  $u_4 = 8$ .                      **C.**  $u_3 = 5$ .                      **D.**  $u_2 = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2 \cdot 4 = 5.$$

**Câu 4: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8 lập được bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 2 và 3.

**A.** 35 số.

**B.** 52 số.

**C.** 32 số.

**D.** 48 số.

**Lời giải**

**Chọn A**

Số chia hết cho 2 và 3 là số chẵn và có tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

Gọi  $\overline{a_1a_2a_3}$  là số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 2 và 3 được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8.

- Trường hợp 1:  $a_3 = 0$

Khi đó các chữ số  $a_1, a_2$  được lập từ các tập  $\{1;2\}, \{1;5\}, \{1;8\}, \{2;4\}, \{4;5\}, \{4;8\}$ .

Trường hợp này có  $6.2! = 12$  số.

- Trường hợp 2:  $a_3 = 2$

Khi đó các chữ số  $a_1, a_2$  được lập từ các tập  $\{1;0\}, \{4;0\}, \{1;3\}, \{3;4\}, \{5;8\}$ .

Trường hợp này có  $2+3.2! = 8$  số.

- Trường hợp 3:  $a_3 = 4$

Khi đó các chữ số  $a_1, a_2$  được lập từ các tập  $\{2;0\}, \{2;3\}, \{3;5\}, \{3;8\}$ .

Trường hợp này có  $1+3.2! = 7$  số.

- Trường hợp 4:  $a_3 = 8$

Khi đó các chữ số  $a_1, a_2$  được lập từ các tập  $\{0;1\}, \{0;4\}, \{1;3\}, \{2;5\}, \{3;4\}$ .

Trường hợp này có  $2+3.2! = 8$  số.

Vậy có tất cả  $12+8+7+8 = 35$  số cần tìm.

**Câu 5: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và công bội  $q = 3$ . Số hạng  $u_2$  là

**A.**  $u_2 = -6$ .

**B.**  $u_2 = 6$ .

**C.**  $u_2 = 1$ .

**D.**  $u_2 = -18$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Số hạng  $u_2$  là  $u_2 = u_1 \cdot q = -6$

**Câu 6: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}$ .

Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

**A.** 51,2.

**B.** 51,3.

**C.** 51,1.

**D.** 102,3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $u_{10} = \frac{2^{10-1} + 1}{10} = 51,3$ .

**Câu 7: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ . Tìm số

hạng thứ 5 của dãy số.

**A.** 16.

**B.** 12.

**C.** 15.

**D.** 14.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $u_2 = u_1 + 1 = 5$ ;  $u_3 = u_2 + 2 = 7$ ;  $u_4 = u_3 + 3 = 10$ . Do đó số hạng thứ 5 của dãy số là  $u_5 = u_4 + 4 = 14$ .

**Câu 8: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}$ .

A. -1.

B. 1.

C. 2.

**D. 0.****Lời giải****Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^{2017}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x^{2017}}} = 0.$$

**Câu 9: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5}$  bằng

A.  $\frac{2}{11}$ .**B.  $\frac{1}{2}$ .**C.  $+\infty$ .

D. 0.

**Lời giải****Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{2}{n^3} + \frac{2}{n^4}}{4 + \frac{2}{n^3} + \frac{5}{n^4}} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 10: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A.  $u_n = n^2$ .B.  $u_n = 2n$ .C.  $u_n = n^3 - 1$ .**D.  $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ .****Lời giải****Chọn D**

$\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có:  $n^2 < (n+1)^2$  nên A sai;  $2n < 2(n+1)$  nên B sai;  $n^3 - 1 < (n+1)^3 - 1$  nên C sai.

Với  $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$  thì  $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{(n-1).n} < 0$  nên dãy  $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$  giảm.

**Câu 11: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu

$u_1 = 3$ , công sai  $d = -2$  thì số hạng thứ 5 là

A.  $u_5 = 8$ .B.  $u_5 = 1$ .**C.  $u_5 = -5$ .**D.  $u_5 = -7$ .**Lời giải****Chọn C**

Ta có:  $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4(-2) = -5$ .

**Câu 12: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng có

$u_1 = 3$  và công sai  $d = 4$ . Biết tổng  $n$  số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$  là  $S_n = 253$ . Tìm  $n$ .

A. 9.

**B. 11.**

C. 12.

D. 10.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2.3 + (n-1).4)}{2} = 253$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2}(L) \end{cases}$$

**Câu 1: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử của tập hợp  $X = \{1; 2; 3; 4; 7; 8; 9\}$ ?

- A.  $A_7^3$ .                      B.  $C_9^3$ .                      **C.  $C_7^3$ .**                      D.  $A_9^3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp  $X = \{1; 2; 3; 4; 7; 8; 9\}$  là số tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Vậy có  $C_7^3$  tập hợp.

**Câu 2:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{2x-4}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{3}{4}$ .                      C. 1.                      **D.  $\frac{3}{2}$ .**

**Câu 3:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{2x-4}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{3}{4}$ .                      C. 1.                      **D.  $\frac{3}{2}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+2}{2x-4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3+\frac{2}{x}}{2-\frac{4}{x}} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$  có công sai là

- A.  $d = -3$ .                      **B.  $d = 3$ .**                      C.  $d = 5$ .                      D.  $d = 6$ .

**Câu 5:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5.**                      B. 1; 2; 4; 8; 16.                      C. 1; -1; 1; -1; 1.                      D. 1; -2; 4; -8; 16.

**Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$  có công sai là

- A.  $d = -3$ .                      **B.  $d = 3$ .**                      C.  $d = 5$ .                      D.  $d = 6$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $d$  là công sai.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy công sai  $d = 3$ .

**Câu 7:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5.**                      B. 1; 2; 4; 8; 16.                      C. 1; -1; 1; -1; 1.                      D. 1; -2; 4; -8; 16.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội  $q = -1$ .

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = -2$ .

Dãy 1; 2; 3; 4; 5 là cấp số cộng với công sai  $d = 1$ .

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n - 1$ . Dãy số  $(u_n)$  là dãy số

- A. Bị chặn trên bởi 1.  
C. Bị chặn dưới bởi 2.

- B. Giảm.  
D. Tăng.

**Câu 9:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n - 1$ . Dãy số  $(u_n)$  là dãy số

- A. Bị chặn trên bởi 1.  
C. Bị chặn dưới bởi 2.

- B. Giảm.  
D. Tăng.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có:  $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 1 - (2n - 1) = 2 > 0$  nên  $u_{n+1} > u_n$  vậy dãy số  $(u_n)$  tăng.

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là:

- A.  $u_6 = 160$ .      B.  $u_6 = -320$ .      C.  $u_6 = -160$ .      D.  $u_6 = 320$ .

**Câu 11:** Biết bốn số 5; x; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  $3x + 2y$  bằng.

- A. 50.      B. 70.      C. 30.      D. 80.

**Câu 12:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là:

- A.  $u_6 = 160$ .      B.  $u_6 = -320$ .      C.  $u_6 = -160$ .      D.  $u_6 = 320$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có  $u_6 = u_1 q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$ .

**Câu 13:** Biết bốn số 5; x; 15; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  $3x + 2y$  bằng.

- A. 50.      B. 70.      C. 30.      D. 80.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta có:  $x = \frac{5+15}{2} = 10 \Rightarrow y = 20$ . Vậy  $3x + 2y = 70$ .

**Câu 14:** Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là:

- A.  $6 \cdot A_{10}^6$ .      B.  $C_{10}^6$ .      C.  $A_{10}^6$ .      D.  $10P_6$ .

**Câu 15:** Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là:

- A.  $6 \cdot A_{10}^6$ .      B.  $C_{10}^6$ .      C.  $A_{10}^6$ .      D.  $10P_6$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là số chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử. Vậy số cách sắp xếp là:  $A_{10}^6$ .

**Câu 16:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4; u_2 = 1$ . Giá trị của  $u_{10}$  bằng

- A.  $u_{10} = 31$ .      B.  $u_{10} = -23$ .      C.  $u_{10} = -20$ .      D.  $u_{10} = 15$ .

**Câu 17:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4; u_2 = 1$ . Giá trị của  $u_{10}$  bằng

- A.  $u_{10} = 31$ .      B.  $u_{10} = -23$ .      C.  $u_{10} = -20$ .      D.  $u_{10} = 15$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

$$u_1 = 4; u_2 = 1 \Rightarrow d = -3. \text{ Vậy } u_{10} = u_1 + 9d = 4 + 9 \cdot (-3) = -23$$

**Câu 18:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công sai  $d = 5$ , số hạng thứ tư là

- A.  $u_4 = 23$ .      B.  $u_4 = 18$ .      C.  $u_4 = 8$ .      D.  $u_4 = 14$ .

**Câu 19:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công sai  $d = 5$ , số hạng thứ tư là

- A.  $u_4 = 23$ .      B.  $u_4 = 18$ .      C.  $u_4 = 8$ .      D.  $u_4 = 14$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$u_4 = u_1 + 3d = 3 + 5 \cdot 3 = 18.$$

**Câu 20:** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. Số hạng tổng quát của cấp số nhân  $(u_n)$  là  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ , với công bội  $q$  và số hạng đầu  $u_1$ .  
 B. Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  là  $u_n = u_1 + (n-1)d$ , với công sai  $d$  và số hạng đầu  $u_1$ .  
 C. Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  là  $u_n = u_1 + nd$ , với công sai  $d$  và số hạng đầu  $u_1$ .  
 D. Nếu dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng thì  $u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n+2}}{2} \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 21:** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. Số hạng tổng quát của cấp số nhân  $(u_n)$  là  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ , với công bội  $q$  và số hạng đầu  $u_1$ .  
 B. Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  là  $u_n = u_1 + (n-1)d$ , với công sai  $d$  và số hạng đầu  $u_1$ .  
 C. Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  là  $u_n = u_1 + nd$ , với công sai  $d$  và số hạng đầu  $u_1$ .  
 D. Nếu dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng thì  $u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n+2}}{2} \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 22:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 2$ . Tính  $u_5$ .

- A. 11.      B. 15.      C. 12.      D. 14.

**Câu 23:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông.  $SA$  vuông góc với  $(ABCD)$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.  $AH \perp BC$ .      B.  $AH \perp SC$ .      C.  $BD \perp SC$ .      D.  $AC \perp SB$ .

**Câu 24:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 2$ . Tính  $u_5$ .

- A. 11.      B. 15.      C. 12.      D. 14.

**Lời giải**

**Chọn A**

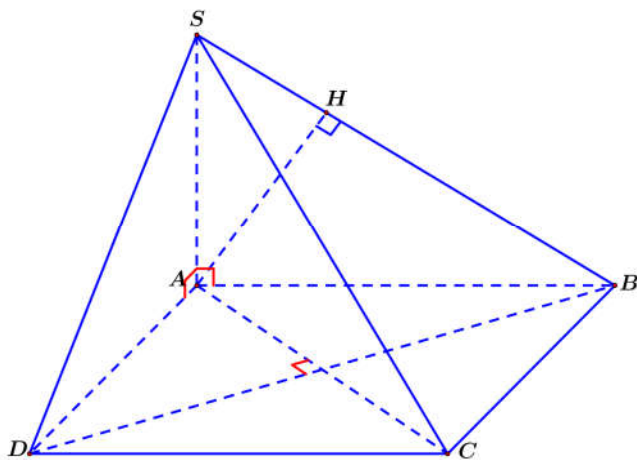
$$\text{Ta có } u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot 2 = 11.$$

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông.  $SA$  vuông góc với  $(ABCD)$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SB$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.  $AH \perp BC$ .      B.  $AH \perp SC$ .      C.  $BD \perp SC$ .      D.  $AC \perp SB$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Đáp án A đúng do  $BC \perp (SAB)$  nên  $AH \perp BC$ .

Đáp án B đúng do  $AH \perp (SBC)$  nên  $AH \perp SC$ .

Đáp án C đúng do  $BD \perp (SAC)$  nên  $BD \perp SC$ .

**Câu 26:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A.  $1 - 4n$ .

B.  $\frac{n^3 - 3n}{n + 1}$ .

C.  $\frac{n + 1}{n^2}$ .

D.  $\frac{1 - 2n^3}{n^3 + 5n}$ .

**Câu 27:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A.  $1 - 4n$ .

B.  $\frac{n^3 - 3n}{n + 1}$ .

**C.**  $\frac{n + 1}{n^2}$ .

D.  $\frac{1 - 2n^3}{n^3 + 5n}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = 0$ .

**Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

A.  $u_{n+1} = u_n q$ ,  $(n \geq 1)$ .

B.  $u_n = u_1 q^{n-1}$ ,  $(n \geq 2)$ .

C.  $u_n = u_1 q^n$ ,  $(n \geq 2)$ .

D.  $u_k^2 = u_{k-1} u_{k+1}$ ,  $(k \geq 2)$ .

**Câu 29:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

A.  $u_{n+1} = u_n q$ ,  $(n \geq 1)$ .

B.  $u_n = u_1 q^{n-1}$ ,  $(n \geq 2)$ .

**C.**  $u_n = u_1 q^n$ ,  $(n \geq 2)$ .

D.  $u_k^2 = u_{k-1} u_{k+1}$ ,  $(k \geq 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ .

Từ định nghĩa của cấp số nhân ta có các kết quả sau:

$u_{n+1} = u_n q$ ,  $(n \geq 1)$ ,

$u_n = u_1 q^{n-1}$ ,  $(n \geq 2)$ ,

$u_k^2 = u_{k-1} u_{k+1}$ ,  $(k \geq 2)$ .

Kết quả của đáp án C là sai.

**Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

- A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.
- B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.
- C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.
- D.** Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

**Lời giải.**

**Chọn D**

- A. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số nhân với công bội  $q = 1$ .
- B. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số cộng với công sai  $d = 0$ .
- C. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số cộng có công sai dương nên:  $u_{n+1} - u_n = d > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$ .
- D. Sai. Ví dụ dãy  $-5; -2; 1; 3; \dots$  là dãy số có  $d = 3 > 0$  nhưng không phải là dãy số dương.

**Câu 2: (THPT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  và gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của nó. Biết  $S_7 = 77$  và  $S_{12} = 192$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng đó

- A.  $u_n = 5 + 4n$ .
- B.  $u_n = 3 + 2n$ .
- C.  $u_n = 2 + 3n$ .
- D.**  $u_n = 4 + 5n$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là  $u_1$  và công sai  $d$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + \frac{7 \cdot 6 \cdot d}{2} = 77 \\ 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Khi đó:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$ .

**Câu 3: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n); u_1 = 1, q = 2$ . Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A.** 11.
- B. 9.
- C. 8.
- D. 10.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 1 \cdot 2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11$ .

**Câu 4: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.  $u_n = (-1)^n \cdot n$ .
- B.  $u_n = n^2$ .
- C.**  $u_n = 2^n$ .
- D.  $u_n = \frac{n}{3^n}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Lập tỉ số  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

$$\text{A: } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n) \text{ không phải cấp số nhân.}$$

$$\text{B: } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n) \text{ không phải là cấp số nhân.}$$

C:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$  là cấp số nhân có công bội bằng 2.

D:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**Câu 5: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_4 - u_2 = 54$  và  $u_5 - u_3 = 108$ .

**A.**  $u_1 = 3$  và  $q = 2$ .      **B.**  $u_1 = 9$  và  $q = 2$ .      **C.**  $u_1 = 9$  và  $q = -2$ .      **D.**  $u_1 = 3$  và  $q = -2$ .

Lời giải

**Chọn B**

Gọi số hạng đầu của cấp số nhân là  $u_1$  và công bội là  $q$ .

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^3 - u_1 \cdot q = 54 \\ u_1 \cdot q^4 - u_1 \cdot q^2 = 108 \end{cases} \Rightarrow \frac{q(q^2 - 1)}{q^2(q^2 - 1)} = \frac{54}{108} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow q = 2.$$

Với  $q = 2$ , ta có  $8u_1 - 2u_1 = 54 \Leftrightarrow 6u_1 = 54 \Leftrightarrow u_1 = 9$ .

**Câu 6: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 5u_2$  và  $u_{13} = 2u_6 + 5$ .

**A.**  $u_1 = 3$  và  $d = 4$ .      **B.**  $u_1 = 3$  và  $d = 5$ .      **C.**  $u_1 = 4$  và  $d = 5$ .      **D.**  $u_1 = 4$  và  $d = 3$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d$ . Theo đầu bài ta có hpt: 
$$\begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

**Câu 7: (THPT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ , dãy số  $(u_n)$  nào sau đây không phải là cấp số cộng hay cấp số nhân?

**A.**  $u_n = 2017n + 2018$ .

**B.**  $u_n = (-1)^n \left( \frac{2017}{2018} \right)^n$ .

**C.**  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2018}, n = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2017u_n + 2018 \end{cases}$

Lời giải

**Chọn D**

- Xét dãy số  $(u_n)$  trong phương án A, ta có

$$u_{n+1} - u_n = [2017(n+1) + 2018] - (2017n + 2018) = 2017 \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*. \text{ Vậy dãy số này là một cấp số cộng.}$$

- Xét dãy số  $(u_n)$  trong phương án B, ta có

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \left( \frac{2017}{2018} \right)^{n+1}}{(-1)^n \left( \frac{2017}{2018} \right)^n} = -\frac{2017}{2018} \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*. \text{ Vậy dãy số này là một cấp số nhân.}$$

- Xét dãy số  $(u_n)$  trong phương án C, ta có

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{u_n}{2018} = \frac{1}{2018} \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*. \text{ Vậy dãy số này là một cấp số nhân.}$$

- Xét dãy số  $(u_n)$  trong phương án D, ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= (2017u_n + 2018) - (2017u_{n-1} + 2018) = 2017(u_n - u_{n-1}) \\ &= 2017^2(u_{n-1} - u_{n-2}) \\ &= 2017^3(u_{n-2} - u_{n-3}) \\ &= \dots \\ &= 2017^{n-1}(u_2 - u_1) = 2017^{n-1}[(2017 + 2018) - 1] = 2 \cdot 2017^n \end{aligned}$$

Vậy dãy số này không phải là cấp số cộng.

Mặt khác, ta có

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2017u_n + 2018}{u_n} = 2017 + \frac{2018}{u_n}.$$

Tỷ số này thay đổi khi  $u_n$  thay đổi nên dãy  $(u_n)$  không là cấp số nhân.

**Câu 8: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Cho ba số  $a, b, c$  theo thứ tự đó vừa lập thành cấp số cộng, vừa lập thành cấp số nhân khi và chỉ khi

**A.**  $a = 1; b = 2; c = 3$ .

**B.**  $a = d; b = 2d; c = 3d$  với  $d \neq 0$  cho trước.

**C.**  $a = q; b = q^2; c = q^3$  với  $q \neq 0$  cho trước.

**D.**  $a = b = c$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $d$  và  $q$  lần lượt là công sai của cấp số cộng và công bội của cấp số nhân.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} b = a + d = aq \\ c = a + 2d = aq^2 \end{cases} &\Rightarrow d = aq^2 - aq \Rightarrow a + aq^2 - aq = aq \Leftrightarrow q^2 - 2q + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow (q - 1)^2 = 0 \Rightarrow q = 1 \Rightarrow d = 0 \Rightarrow a = b = c. \end{aligned}$$

**Câu 9: (THPT Quảng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho chuyển động xác định bởi phương trình  $S = t^3 - 3t^2 - 9t$ , trong đó  $t$  được tính bằng giây và  $S$  được tính bằng mét. Tính vận tốc tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

**A.**  $12 \text{ m/s}^2$ .

**B.**  $-21 \text{ m/s}$ .

**C.**  $-12 \text{ m/s}^2$ .

**D.**  $-12 \text{ m/s}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } v(t) = S'(t) = 3t^2 - 6t - 9 \text{ và } a(t) = v'(t) = 6t - 6.$$

$$\text{Tại thời điểm gia tốc triệt tiêu thì } 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

$$\text{Vận tốc tại thời điểm gia tốc triệt tiêu là } v(1) = -12 \text{ m/s}^2.$$

**Câu 10: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$ ,

$$u_3 - u_{15} = 84. \text{ Số hạng } u_{17} \text{ bằng}$$

A. 235.

**B.** 11.

C.  $96000\text{cm}^3$ .

D.  $81000\text{cm}^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d$ .

Theo giả thiết ta có:  $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - u_1 - 14d = 84 \Leftrightarrow -12d = 84 \Leftrightarrow d = -7$ .

Vậy  $u_{17} = u_1 + 16d = 123 + 16(-7) = 11$ .

**Câu 11: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $S_2 = 4; S_3 = 13$ .

Biết  $u_2 < 0$ , giá trị  $S_5$  bằng

A.  $\frac{35}{16}$ .

**B.**  $\frac{181}{16}$ .

C. 2.

D. 121.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_2 = \frac{u_1(1-q^2)}{1-q} = 4 \\ S_3 = \frac{u_1(1-q^3)}{1-q} = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ u_1(1+q+q^2) = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1+q}{1+q+q^2} = \frac{4}{13} \quad (1) \\ u_1 = \frac{4}{1+q} \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Xét (1): } \frac{1+q}{1+q+q^2} = \frac{4}{13} \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \Rightarrow u_1 = 1 \\ q = -\frac{3}{4} \Rightarrow u_1 = 16 \end{cases}$$

Với  $q = 3; u_1 = 1 \Rightarrow u_2 = u_1 \cdot q = 3 > 0$  (loại)

Với  $q = -\frac{3}{4}; u_1 = 16 \Rightarrow u_2 = u_1 \cdot q = -12 < 0$  (Thỏa mãn).

$$\text{Vậy } S_5 = \frac{u_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{16 \left( 1 - \left( -\frac{3}{4} \right)^5 \right)}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{181}{16}.$$

**Câu 12: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 2018$  công sai  $d = -5$ . Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

A.  $u_{406}$ .

**B.**  $u_{403}$ .

**C.**  $u_{405}$ .

D.  $u_{404}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $u_n = (n-1)d + u_1$  ( $n \in \mathbb{N}$ ).

Theo đề ra  $u_n = 2018 - 5(n-1) < 0$

$$\Leftrightarrow 2018 < 5(n-1)$$

$$\Leftrightarrow 2023 < 5n \Leftrightarrow n > \frac{2023}{5} \Rightarrow n = 405$$

**PP trắc nghiệm:**

Vì  $u_n = (n-1)d + u_1 = 2018 - 5(n-1)$

Thay từng giá trị vào ta có:

$$u_{403} = 2018 - 5.402 = 8$$

$$u_{404} = 2018 - 5.403 = 3$$

$$u_{405} = 2018 - 5.404 = -2.$$

**Câu 13: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Một cấp số cộng có tổng của  $n$  số hạng đầu  $S_n$  tính theo công thức  $S_n = 5n^2 + 3n$ , ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đó.

- A.**  $u_1 = -8; d = 10$ .      **B.**  $u_1 = -8; d = -10$ .      **C.**  $u_1 = 8; d = 10$ .      **D.**  $u_1 = 8; d = -10$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } S_1 = 5.1^2 + 3.1 = 8 = u_1$$

$$\text{Lại có } S_2 = u_1 + u_2 \Leftrightarrow 2u_1 + d = 26 \Rightarrow d = 10.$$

**Câu 14: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Chọn phát biểu **sai** trong các phát biểu sau

- A.** Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.  
**B.** Một cấp số nhân có công bội  $q > 1$  là một dãy tăng.  
**C.** Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.  
**D.** Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy tăng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và công bội  $q = 3 > 1$ . Ta có:

$u_2 = (-2).3 = -6 < u_1$ ;  $u_3 = (-2).(-6) = 12 > u_2$ ;  $u_4 = (-2).12 = -24 < u_3$ ; ... là dãy số không tăng, không giảm.

**Câu 15: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho  $\{u_n\}$  là cấp số cộng có công sai là  $d$ ,  $\{v_n\}$  là cấp số nhân có công bội là  $q$  và các khẳng định.

I)  $u_n = d + u_{n-1} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ .

II)  $v_n = q^n v_1 \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ .

III)  $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ .

IV)  $v_{n-1} \cdot v_n = v_{n+1}^2 \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ .

V)  $v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{n(v_1 + v_n)}{2} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ .

Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định trên?

- A.** 4.      **B.** 2.      **C.** 3.      **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn B**

I) ĐÚNG : theo định nghĩa cấp số cộng.

II) SAI: do  $v_n = q^{n-1} v_1, \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$  theo công thức tổng quát của cấp số nhân.

III) ĐÚNG: theo tính chất cấp số cộng.

IV) SAI: do  $v_{n-1} \cdot v_{n+1} = v_n^2, \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$  theo tính chất cấp số nhân.

V) SAI: do đây là công thức tính tổng  $n$  số hạng đầu của một cấp số cộng.

Số câu đúng là: 2.

**Câu 16: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$ , công bội  $q = -2$ .

Hỏi  $-192$  là số hạng thứ mấy của  $(u_n)$ ?

- A.** Số hạng thứ 6.      **B.** Số hạng thứ 7.      **C.** Số hạng thứ 5.      **D.** Số hạng thứ 8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Giả sử  $-192$  là số hạng thứ  $n$  của  $(u_n)$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

$$\text{Ta có } -192 = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow -192 = (-3) \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 64 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^6 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 6 = n - 1$$

$$\Leftrightarrow 7 = n. \text{ Do đó } -192 \text{ là số hạng thứ } 7 \text{ của } (u_n).$$

**Câu 17: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15$ ,  $u_{20} = 60$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là:

- A.**  $S_{10} = -125$ .      **B.**  $S_{10} = -250$ .      **C.**  $S_{10} = 200$ .      **D.**  $S_{10} = -200$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $u_1$ ,  $d$  lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125.$$

**Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Xác định  $x$  dương để  $2x-3$ ;  $x$  ;

$2x+3$  lập thành cấp số nhân.

**A.**  $x=3$ .

**B.**  $x=\sqrt{3}$ .

**C.**  $x=\pm\sqrt{3}$ .

**D.** không có giá trị nào của  $x$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$2x-3; x; 2x+3 \text{ lập thành cấp số nhân} \Leftrightarrow x^2 = (2x-3)(2x+3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

Vì  $x$  dương nên  $x = \sqrt{3}$ .

**Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases} \cdot \text{Giá trị của } n \text{ để } -u_n + 2017n + 2018 = 0 \text{ là}$$

**A.** Không có  $n$ .

**B.** 1009.

**C.** 2018.

**D.** 2017.

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1 :**

Với  $n=1$  ta có:  $u_2 = u_1 + 3 = 4 = 2^2$ .

Với  $n=2$  ta có:  $u_3 = u_2 + 2.2 + 1 = 9 = 3^2$ .

Với  $n=3$  ta có:  $u_4 = u_3 + 2.3 + 1 = 16 = 4^2$ .

Từ đó ta có:  $u_n = n^2$ .

$$\text{Suy ra } -u_n + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1(L) \\ n = 2018(N) \end{cases}.$$

**Cách 2 :**

Ta có :

$$u_2 = u_1 + 2.1 + 1$$

$$u_3 = u_2 + 2.2 + 1$$

$$u_4 = u_3 + 2.3 + 1$$

.....

$$u_n = u_{n-1} + 2.(n-1) + 1$$

Cộng các vế tương ứng ta được :

$$u_n = u_1 + 2.(1+2+3+.....n-1) + n-1$$

$$u_n = 1 + 2.\frac{n-1}{2}(1+n-1) + n-1$$

$$u_n = n^2. \text{ Suy ra } -u_n + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1(L) \\ n = 2018(N) \end{cases}.$$

**Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội âm,

biết  $u_3 = 12$ ,  $u_7 = 192$ . Tìm  $u_{10}$ .

**A.**  $u_{10} = 1536$ .

**B.**  $u_{10} = -1536$ .

**C.**  $u_{10} = 3072$ .

**D.**  $u_{10} = -3072$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân đề bài cho ( $q < 0$ ).

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = 12 = u_1 q^2 \\ u_7 = 192 = u_1 q^6 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_1 q^6}{u_1 q^2} = \frac{192}{12} \Rightarrow q^4 = 16.$$

$$\text{Mà } q < 0 \Rightarrow q = -2 \Rightarrow u_1 = \frac{12}{q^2} = 3.$$

$$\text{Do đó } u_{10} = u_1 q^9 = 3 \cdot (-2)^9 = -1536.$$

**Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$\begin{cases} u_1 = \cos \alpha \ (0 < \alpha < \pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}, \forall n \geq 1 \end{cases} . \text{ Số hạng thứ 2017 của dãy số đã cho là}$$

**A.**  $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$ . **B.**  $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$ . **C.**  $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ . **D.**  $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Do  $0 < \alpha < \pi$  nên

$$\text{Ta có } u_2 = \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{2}} = \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \cos \frac{\alpha}{2}.$$

$$u_3 = \sqrt{\frac{1+\cos \frac{\alpha}{2}}{2}} = \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{4}} = \cos \frac{\alpha}{4}$$

Vậy  $u_n = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{n-1}}\right)$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ . Ta sẽ chứng minh bằng quy nạp.

Với  $n=1$  đúng.

Giả sử với  $n=k \in \mathbb{N}^*$  ta có  $u_k = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{k-1}}\right)$ . Ta chứng minh  $u_{k+1} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^k}\right)$ .

$$\text{Thật vậy } u_{k+1} = \sqrt{\frac{1+u_k}{2}} = \sqrt{\frac{1+\cos\left(\frac{\alpha}{2^{k-1}}\right)}{2}} = \sqrt{\cos^2\left(\frac{\alpha}{2^k}\right)} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^k}\right).$$

$$\text{Từ đó ta có } u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right).$$

**Câu 5: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$ . Tìm

$u_1$ , biết rằng  $u_1 \leq 100$ .

**A.**  $u_1 = 16$ .

**B.**  $u_1 = 2$ .

**C.**  $u_1 = -16$ .

**D.**  $u_1 = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$$\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^{19} = 8u_1 q^{16} \\ u_1 + u_1 \cdot q^4 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^{16} (q^3 - 8) = 0(1) \\ u_1 (1 + q^4) = 272(2) \end{cases}.$$

Từ (2) suy ra  $u_1 \neq 0$  do đó: (1)  $\Leftrightarrow \begin{cases} q = 0 \\ q = 2 \end{cases}$ .

Nếu  $q = 0$  thì (2)  $\Leftrightarrow u_1 = 272$  không thỏa điều kiện  $u_1 \leq 100$ .

Nếu  $q = 2$  thì (2)  $\Leftrightarrow u_1 = 16$  thỏa điều kiện  $u_1 \leq 100$ .

**Câu 6: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 2$ . Tổng  $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$  bằng:

**A.**  $S_{10} = 110$ .

**B.**  $S_{10} = 100$ .

**C.**  $S_{10} = 21$ .

**D.**  $S_{10} = 19$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

\* Áp dụng công thức  $S_n = \frac{n(u_n + u_1)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$  ta được:

$$S_{10} = \frac{10[2 + (10-1)2]}{2} = 100.$$

**Câu 7: (THPT Chuyên ĐHSPT-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của một dãy số  $(a_n)$ ,  $n \geq 1$  là  $S_n = 2n^2 + 3n$ . Khi đó

**A.**  $(a_n)$  là một cấp số cộng với công sai bằng 4.

**B.**  $(a_n)$  là một cấp số nhân với công bội bằng 4.

**C.**  $(a_n)$  là một cấp số cộng với công sai bằng 1.

**D.**  $(a_n)$  là một cấp số nhân với công bội bằng 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $S_n = 2n^2 + 3n \Rightarrow u_1 = S_1 = 5$ ,  $u_1 + u_2 = S_2 = 14 \Rightarrow u_2 = 9$ ,  $u_1 + u_2 + u_3 = S_3 = 27 \Rightarrow u_3 = 13 \dots$

Dựa vào nội dung các đáp án ta chọn được đáp án **A**.

**Câu 8: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$ ,  $u_6 = 27$ .

Tính công sai  $d$ .

**A.**  $d = 7$ .

**B.**  $d = 5$ .

**C.**  $d = 8$ .

**D.**  $d = 6$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$ .

**Câu 9: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 1$ ;  $u_4 = 64$ . Tính công bội  $q$  của cấp số nhân.

**A.**  $q = 21$ .

**B.**  $q = \pm 4$ .

**C.**  $q = 4$ .

**D.**  $q = 2\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo công thức tổng quát của cấp số nhân  $u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow 64 = 1 \cdot q^3 \Leftrightarrow q = 4$ .

**Câu 10: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$ . Giá trị của  $u_{15}$  bằng

A. 27.                      B. 31.                      C. 35.                      **D. 29.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ giả thiết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$  suy ra ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$ .

Vậy  $u_{15} = u_1 + 14d = 29$ .

**Câu 11: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

**A.**  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ .

**B.**  $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$ .

**C.**  $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$ .

**D.**  $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Xét } u_n &= \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*), \text{ ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3} \\ &= \frac{(2-3n)(2n+3) - (2n+5)(5-3n)}{(2n+5)(2n+3)} \\ &= \frac{4n-6n^2+6-9n-10n+6n^2-25+15n}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{-19}{(2n+5)(2n+3)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{aligned}$$

Vậy  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$  là dãy giảm.

**Câu 12: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -1$ , công bội  $q = -\frac{1}{10}$ . Hỏi  $\frac{1}{10^{2017}}$  là số hạng thứ mấy của  $(u_n)$  ?

**A.** Số hạng thứ 2018.    **B.** Số hạng thứ 2017.    **C.** Số hạng thứ 2019.    **D.** Số hạng thứ 2016.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } u_n = u_1 q^{n-1} = -\left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1}.$$

$$\text{Khi đó } u_n = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow -\left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow n = 2018.$$

Do đó  $\frac{1}{10^{2017}}$  là số hạng thứ 2018 của  $(u_n)$ .

**Câu 13: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_4 = -12$ ,  $u_{14} = 18$ . Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

**A.**  $S_{16} = -24$ .

**B.**  $S_{16} = 26$ .

**C.**  $S_{16} = -25$ .

**D.**  $S_{16} = 24$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có  $\begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$ .

$$\text{Khi đó, } S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24.$$

**Câu 14: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?

- A.** 6, 12, 18.      **B.** 8, 13, 18.      **C.** 7, 12, 17.      **D.** 6, 10, 14.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Xem cấp số cộng cần tìm là  $(u_n)$  có:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases}$ . Suy ra:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$ .

Vậy cấp số cộng cần tìm là  $(u_n)$ : 2, 7, 12, 17, 22.

**Câu 15: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $u_n$  có

$u_2 = \frac{1}{4}$ ,  $u_5 = 16$ . Tìm công bội  $q$  và số hạng đầu  $u_1$ .

- A.**  $q = \frac{1}{2}$ ,  $u_1 = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $q = -\frac{1}{2}$ ,  $u_1 = -\frac{1}{2}$ .      **C.**  $q = -4$ ,  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .      **D.**  $q = 4$ ,  $u_1 = \frac{1}{16}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = \frac{1}{4} \\ u_5 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = \frac{1}{4} & (1) \\ u_1 \cdot q^4 = 16 & (2) \end{cases}$$

Chia hai vế của (2) cho (1) ta được  $q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{16}$ .

**Câu 16: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Xác định  $x$  để bộ ba số  $2x-1$ ,  $x$ ,  $2x+1$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

- A.**  $x = \pm \frac{1}{3}$ .      **B.**  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .  
**C.**  $x = \pm \sqrt{3}$ .      **D.** Không có giá trị nào của  $x$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Bộ ba số  $2x-1$ ,  $x$ ,  $2x+1$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên ta có

$$(2x-1)(2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

**Câu 17: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}$ .

- A.** 2.      **B.** -1.      **C.** -2.      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{x(\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + \sqrt{1 - 2x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\left(\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + \sqrt{1 - 2x}\right)} = 0.$$

**Câu 18: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm ?

**A.**  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .      **B.**  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .      **C.**  $u_n = n^2$ .      **D.**  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 19: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$ , số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048 ?

**A.**  $\frac{1365}{2}$ .      **B.**  $\frac{5416}{2}$ .      **C.**  $\frac{5461}{2}$ .      **D.**  $\frac{21845}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo bài ra ta có  $u_1 = \frac{1}{2}$ ,  $u_4 = 32$  và  $u_n = 2048$ .

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \cdot q^3 \Rightarrow q = 4$$

$$u_n = 2048 \Rightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 2048 \Rightarrow 4^{n-1} = 4^6 \Rightarrow n = 7$$

Khi đó tổng của cấp số nhân này là  $S_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}(1-4^7)}{1-4} = \frac{5461}{2}$ .

**Câu 20: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết:  $u_1 = 3$ ,  $u_2 = -1$ . Chọn đáp án đúng.

**A.**  $u_3 = 4$ .      **B.**  $u_3 = 7$ .      **C.**  $u_3 = 2$ .      **D.**  $u_3 = -5$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $(u_n)$  là cấp số cộng nên  $2u_2 = u_1 + u_3$  suy ra  $u_3 = 2u_2 - u_1 = -5$ .

**Câu 21: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \text{ . Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân } (u_n) \text{ là}$$

**A.**  $S_8 = 3280$ .      **B.**  $S_8 = 9841$ .      **C.**  $S_8 = 3820$ .      **D.**  $S_8 = 1093$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có :

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 13 \\ u_1(q^3-1) = 26 \end{cases} \Rightarrow \frac{(q^3-1)}{(1+q+q^2)} = \frac{26}{13} \Rightarrow q-1=2 \Rightarrow q=3 \Rightarrow u_1=1.$$

$$S_8 = \frac{1(1-3^8)}{1-3} = 3280.$$

**Câu 22: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ . Khi đó  $u_5$  là:

- A. 72.                      B. -48.                      C.  $\pm 48$ .                      **D. 48.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $u_1 = 3$  và  $u_9 = 768$  nên  $768 = 3.q^8 \Rightarrow q^8 = 256 \Rightarrow q = \pm 2$ .

Do đó  $u_5 = u_1.q^4 = 3.2^4 = 48$ .

**Câu 23: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -5$ ,  $d = 2$ . Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

- A. 100.                      B. 50.                      C. 75.                      **D. 44.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 81 = -5 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 44$ .

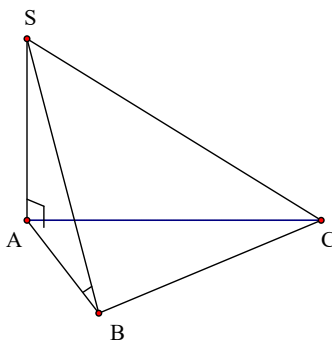
Vậy 81 là số hạng thứ 44.

**Câu 24: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $SB$  và  $(ABC)$  là  $60^\circ$ ,  $\triangle ABC$  đều cạnh  $a$ . Thể tích khối chóp bằng

- A.  $a\sqrt{3}$ .                      **B.  $\frac{a^3}{4}$ .**                      C.  $\frac{a^3}{2}$ .                      D.  $a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Diện tích  $\triangle ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

$SA \perp (ABC)$  nên  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  lên  $(ABC)$ .

$\Rightarrow \widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA} = 60^\circ$ .

$\triangle SAB$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ , ta có  $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$ .

Thể tích khối chóp là  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$ .

**Câu 25: (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Trong các dãy số sau, có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng?

- a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 4n$ .                      b) Dãy số  $(v_n)$  với  $v_n = 2n^2 + 1$ .

b) Dãy số  $(w_n)$  với  $w_n = \frac{n}{3} - 7$ . d) Dãy số  $(t_n)$  với  $t_n = \sqrt{5} - 5n$ .

**A.** 4.

**B.** 2.

**C.** 1.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 4n$  có  $u_{n+1} = 4(n+1) = 4n+4 \Rightarrow u_{n+1} = u_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = 4$ .

Dãy số  $(v_n)$  với  $v_n = 2n^2 + 1$  có  $v_1 = 3, v_2 = 9, v_3 = 19$  nên dãy số  $(v_n)$  không là cấp số cộng.

Dãy số  $(w_n)$  với  $w_n = \frac{n}{3} - 7$  có  $w_{n+1} = \frac{n+1}{3} - 7 = \frac{n}{3} - 7 + \frac{1}{3} \Rightarrow u_{n+1} = u_n + \frac{1}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  dãy

số  $(w_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = \frac{1}{3}$ .

Dãy số  $(t_n)$  với  $t_n = \sqrt{5} - 5n$  có  $t_{n+1} = \sqrt{5} - 5(n+1) = \sqrt{5} - 5n - 5 \Rightarrow u_{n+1} = u_n - 5, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  dãy số  $(w_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = -5$ .

Vậy có 3 dãy số là cấp số cộng.

**Câu 26: (THPT Tú Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho dãy số vô hạn  $\{u_n\}$  là cấp số cộng có công sai  $d$ , số hạng đầu  $u_1$ . Hãy chọn khẳng định sai?

**A.**  $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$ .

**B.**  $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$ .

**C.**  $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$ .

**D.**  $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có công thức tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:  $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$

Suy ra  $S_{12} = 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 6(2u_1 + 11d) \neq \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$ .

**Câu 27: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để

hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{ khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1}-m & \text{ khi } x \leq 0 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**A.**  $m = \frac{3}{2}$ .

**B.**  $m = \frac{1}{2}$ .

**C.**  $m = -2$ .

**D.**  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Khi  $x > 0$  ta có:  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

Khi  $x < 0$  ta có:  $f(x) = \sqrt{x^2+1}-m$  liên tục trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}.$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (\sqrt{x^2+1}-m) = 1-m = f(0).$

Do đó hàm số liên tục tại  $x=0$  khi và chỉ khi  $\frac{1}{2} = 1-m \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$

**Câu 28: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

**A.** 10.

**B.** 11.

**C.** 26.

**D.** 50.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Số lượng vi khuẩn tăng lên là cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q=2$ .

Ta có:

$$u_6 = 64000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000.$$

Sau  $n$  phút thì số lượng vi khuẩn là  $u_{n+1}$ .

$$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2048000 \Rightarrow 2000 \cdot 2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

**Câu 29: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tính  $F(x) = \int x \sin 2x dx$ . Chọn kết quả đúng?

**A.**  $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C.$

**B.**  $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x + \sin 2x) + C.$

**C.**  $F(x) = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C.$

**D.**  $F(x) = \frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C.$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Đặt  $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$ , ta được

$$F(x) = -\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = -\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C = -\frac{1}{4}(2x \cos 2x - \sin 2x) + C.$$

**Câu 30: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1=1$  và

tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$

**A.**  $S = 123.$

**B.**  $S = \frac{4}{23}.$

**C.**  $S = \frac{9}{246}.$

**D.**  $S = \frac{49}{246}.$

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Ta có  $S_{100} = 24850 \Leftrightarrow \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = 24850 \Leftrightarrow u_{100} = 496.$

Vậy  $u_{100} = u_1 + 99d \Leftrightarrow d = \frac{u_{100} - u_1}{99} \Leftrightarrow d = 5.$

$$\begin{aligned}
S &= \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}} = \frac{1}{1.6} + \frac{1}{6.11} + \frac{1}{11.16} + \dots + \frac{1}{241.246}. \\
\Rightarrow 5S &= \frac{5}{1.6} + \frac{5}{6.11} + \frac{5}{11.16} + \dots + \frac{5}{241.246} = \frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{241} - \frac{1}{246} \\
&= \frac{1}{1} - \frac{1}{246} = \frac{245}{246} \Rightarrow S = \frac{49}{246}.
\end{aligned}$$

**Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Cho ba số  $x$ ;  $5$ ;  $2y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số  $x$ ;  $4$ ;  $2y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì  $|x - 2y|$  bằng

- A.  $|x - 2y| = 8$ .      B.  $|x - 2y| = 9$ .      **C.  $|x - 2y| = 6$ .**      D.  $|x - 2y| = 10$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$$\begin{cases} x + (2y) = 2.5 \\ x.(2y) = 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 10 \\ x.(2y) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ 2y = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 \\ 2y = 8 \end{cases}.$$

Từ đó, ta có  $|x - 2y| = |8 - 2| = 6$ .

**Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng có tổng  $n$  số hạng đầu là  $S_n = 3n^2 + 4n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

- A.  $u_{10} = 55$ .      B.  $u_{10} = 67$ .      **C.  $u_{10} = 61$ .**      D.  $u_{10} = 59$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ giả thiết ta có  $S_1 = u_1 = 3.1^2 + 4.1 = 7$ .

$$\text{Ta có } S_n = 3n^2 + 4n = \frac{n(8 + 6n)}{2} = \frac{n(7 + 6n + 1)}{2} \Rightarrow u_n = 6n + 1 \Rightarrow u_{10} = 61.$$

**Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Cho ba số  $x$ ,  $5$ ,  $3y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số  $x$ ,  $3$ ,  $3y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì  $|3y - x|$  bằng?

- A. 8.**      B. 6.      C. 9.      D. 10.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $x$ ,  $5$ ,  $3y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng  $\Rightarrow x + 3y = 5.2 \Leftrightarrow x = 10 - 3y$ .

Lại có  $x$ ,  $3$ ,  $3y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân  $\Rightarrow x.3y = 3^2 \Leftrightarrow xy = 3$ .

$$\text{Do đó } y(10 - 3y) = 3 \Leftrightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow |3y - x| = 8 \\ y = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 9 \Rightarrow |3y - x| = 8 \end{cases}$$

Vậy  $|3y - x| = 8$ .

**Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$ ,  $BC$ . Khoảng cách từ điểm  $C$  đến mặt phẳng  $(SMN)$  bằng

- A.  $\frac{a}{7}$ .      B.  $\frac{7a}{3}$ .      **C.  $\frac{3a}{7}$ .**      D.  $\frac{a}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ , khi đó  $SG \perp (ABC)$ .

Ta có  $(\widehat{SA; (ABC)}) = (\widehat{SM; AG}) = \widehat{SAG} \Rightarrow \widehat{SAG} = 60^\circ$ .

Ta có  $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$  nên suy ra

$$SG = AG \cdot \tan \widehat{SAG} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 60^\circ = a.$$

Gọi  $K$  là giao điểm của  $BG$  với  $MN$ , khi đó  $BG \perp MN$ , nên suy ra  $MN \perp (SGK)$ .

Kẻ  $GH \perp SK$ , với  $H \in SK$ . Từ  $MN \perp (SGK) \Rightarrow MN \perp GH$ .

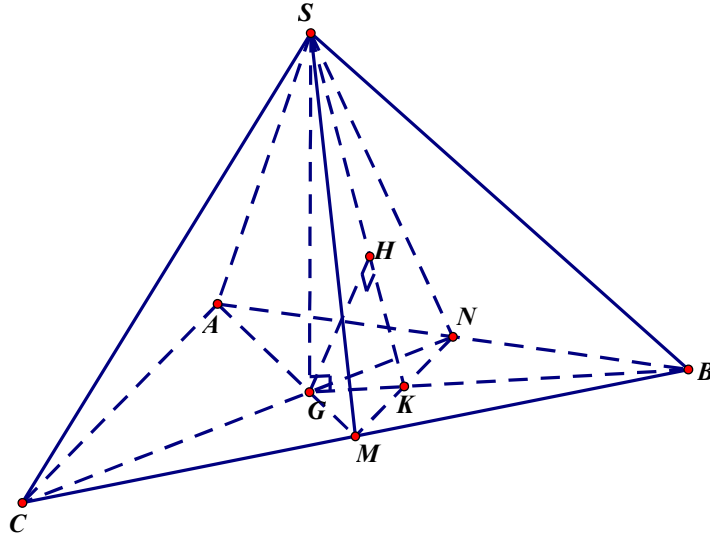
Từ  $GH \perp SK$  và  $MN \perp GH$  suy ra  $GH \perp (SMN)$ , do đó  $GH = d(G; (SMN))$ .

Vì  $\frac{CN}{GN} = 3$  nên  $d(C; (SMN)) = 3d(G; (SMN)) = 3GH$ .

$$\text{Ta có } GN = \frac{1}{3}CN = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, \quad GK = \sqrt{GN^2 - NG^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a}{4\sqrt{3}}.$$

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GK^2} + \frac{1}{SG^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{4\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{49}{a^2} \Rightarrow GH = \frac{a}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(C; (SMN)) = 3GH = \frac{3a}{7}.$$



**Câu 5: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$ ?

A. -20.

B. -6.

C. -8.

**D. -24.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng.

$$u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1 = 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d)$$

$$= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d+6)^2 - 24 \geq -24$$

Dấu "=" xảy ra khi  $d = -6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$  là -24.

**Câu 6: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

A.  $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$ .

B.  $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$ .

C.  $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$ .

D.  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ .

Lời giải

Chọn C

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng và các cạnh có độ dài lần lượt là  $a-d$ ,  $a$ ,  $a+d$  ( $0 < d < a$ ).

Vì tam giác có chu vi bằng 3 nên  $3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$ .

Vì tam giác vuông nên theo định lý Pytago ta có  $(1+d)^2 = (1-d)^2 + 1^2 \Leftrightarrow 4d = 1 \Leftrightarrow d = \frac{1}{4}$ .

Suy ra ba cạnh của tam giác có độ dài là  $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$ .

**Câu 7: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Cho cấp số nhân  $u_1 = -1$ ,  $u_6 = 0,00001$ .

Khi đó  $q$  và số hạng tổng quát là

A.  $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$ .

B.  $q = \frac{-1}{10}, u_n = -10^{n-1}$ .

C.  $q = \frac{-1}{10}, u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$ .

D.  $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 0,00001 \Leftrightarrow q^5 = \frac{-1}{10^5} \Leftrightarrow q = \frac{-1}{10} \Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$ .

**Câu 8: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn  $u_2 = 6$ ,  $u_4 = 24$ . Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

A.  $3 \cdot 2^{12} - 3$ .

B.  $2^{12} - 1$ .

C.  $3 \cdot 2^{12} - 1$ .

D.  $3 \cdot 2^{12}$ .

Lời giải

Chọn A

Gọi công bội của CSN bằng  $q$ . Suy ra  $u_4 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 2$ . Do CSN có các số hạng không âm nên  $q = 2$ .

Ta có  $S_{12} = u_1 \cdot \frac{1-q^{12}}{1-q} = 3 \cdot \frac{1-2^{12}}{1-2} = 3(2^{12} - 1)$ .

**Câu 9: (THPT Lê Quý Đôn-Quảng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị  $y = x^2 - 2x$  và  $y = -x^2 + x$ ?

A.  $\frac{9}{8}$ .

B. 6.

C. 12.

D.  $\frac{10}{3}$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $x^2 - 2x = -x^2 + x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$

$$\text{Nên } S = \int_0^{\frac{3}{2}} |2x^2 - 3x| dx = \left| \int_0^{\frac{3}{2}} (2x^2 - 3x) dx \right| = \left| \left( 2 \frac{x^3}{3} - 3 \frac{x^2}{2} \right) \right|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{8}.$$

- Câu 10: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15$ ,  $u_{20} = 60$ . Tổng  $S_{20}$  của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là
- A.**  $S_{20} = 600$ .                      **B.**  $S_{20} = 60$ .                      **C.**  $S_{20} = 250$ .                      **D.**  $S_{20} = 500$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_{20} = 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot d = 20 \cdot (-35) + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 5 = 250.$$

- Câu 11: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tam giác  $ABC$  có ba cạnh  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^2, b^2, c^2$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau
- A.**  $\tan^2 A, \tan^2 B, \tan^2 C$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.  
**B.**  $\cot^2 A, \cot^2 B, \cot^2 C$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.  
**C.**  $\cos A, \cos B, \cos C$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.  
**D.**  $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng định lý sin trong tam giác  $ABC$  ta có

$$a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$$

Theo giả thiết  $a^2, b^2, c^2$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên  $a^2 + c^2 = 2b^2$

$$\Leftrightarrow 4R^2 \cdot \sin^2 A + 4R^2 \cdot \sin^2 C = 2 \cdot 4R^2 \cdot \sin^2 B \Leftrightarrow \sin^2 A + \sin^2 C = 2 \cdot \sin^2 B.$$

Vậy  $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

- Câu 12: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt đáy, góc giữa cạnh  $SD$  và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Độ dài cạnh  $SD$  bằng

- A.**  $2a$ .                      **B.**  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .                      **C.**  $\frac{a}{2}$ .                      **D.**  $a\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  $SA$  vuông góc với mặt đáy nên hình chiếu vuông góc của  $SD$  lên  $(ABCD)$  là  $AD$ . Do đó

$$\text{góc giữa } SD \text{ và } (ABCD) \text{ là } \widehat{SDA} = 30^\circ. \text{ Suy ra } SD = \frac{AD}{\cos 30^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

- Câu 13: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 1$  và  $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tổng  $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{1001}^2$  bằng
- A.** 1002001.                      **B.** 1001001.                      **C.** 1001002.                      **D.** 1002002.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết  $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}$  ta có  $u_{n+1}^2 = u_n^2 + 2$ .

Xét dãy số  $v_n = u_n^2$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  ta có  $v_{n+1} = u_{n+1}^2 = u_n^2 + 2$  hay  $v_{n+1} = v_n + 2 \Rightarrow$  dãy số  $(v_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $v_1 = u_1^2 = 1$  và công sai  $d = 2$ .

Do đó

$$S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_{1001}^2 = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{1001} = \frac{1001[2.1 + (1001-1)2]}{2} = 10002001.$$

**Câu 14: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Cho  $(u_n)$  là cấp số cộng biết  $u_3 + u_{13} = 80$ . Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

**A.** 800.

**B.** 600.

**C.** 570.

**D.** 630

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:**  $S_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15} = (u_1 + u_{15}) + (u_2 + u_{14}) + (u_3 + u_{13}) + \dots + (u_7 + u_9) + u_8$

Vì  $u_1 + u_{15} = u_2 + u_{14} = u_3 + u_{13} = \dots = u_7 + u_9 = 2u_8$  và  $u_3 + u_{13} = 80 \Rightarrow S = 7.80 + 40 = 600$ .

**Cách 2:** Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng.

Ta có  $u_3 + u_{13} = 80 \Leftrightarrow (u_1 + 2d) + (u_1 + 12d) = 80 \Leftrightarrow u_1 + 7d = 40$ .

Khi đó  $S_{15} = \frac{15}{2}(u_1 + u_{15}) = \frac{15}{2}(u_1 + u_1 + 14d) = 15(u_1 + 7d) = 15.40 = 600$ .

**Câu 15: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)**  $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $2^{2018}$ .

**C.** 2.

**D.**  $2^{2019}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{(x - 2^{2018})(x + 2^{2018})}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} (x + 2^{2018}) = 2^{2018} + 2^{2018} = 2^{2019}$ .

**Câu 16: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC = a$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $OA$  và  $BC$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

**B.**  $\frac{1}{2}a$ .

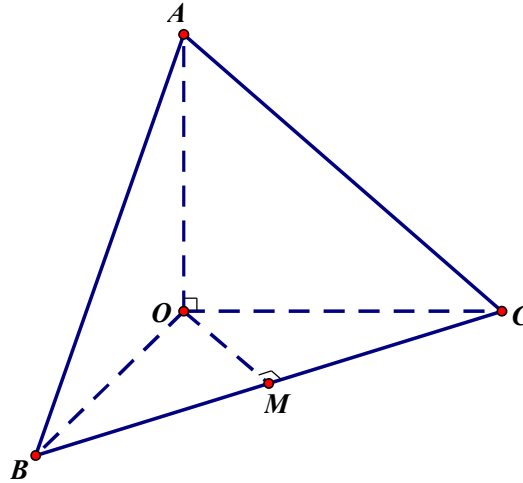
**C.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ .

**D.**  $\frac{3}{2}a$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Cách 1.**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

Khi đó:  $OM \perp BC$  và  $OM \perp OA$  (do  $OA \perp (OBC)$ ).

$$\text{Do đó } d(OA, BC) = OM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

**Cách 2.** Gắn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc tọa độ trùng với điểm  $O$ ,  $OA \subset Oz$ ,  $OB \subset Ox$ ,  $OC \subset Oy$ .

Khi đó, ta có:  $O(0;0;0)$ ,  $A(0;0;a)$ ,  $B(a;0;0)$ ,  $C(0;a;0)$ .

Ta có:  $\overrightarrow{OA}(0;0;a)$ ,  $\overrightarrow{BC}(-a;a;0) \Rightarrow [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC}] = (-a^2; -a^2; 0)$ .

$$d(OA, BC) = \frac{|\overrightarrow{OA} \cdot [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC}]|}{\|[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{BC}]\|} = \frac{|-a^2 \cdot a - a^2 \cdot 0 + 0 \cdot 0|}{\sqrt{a^4 + a^4 + 0^2}} = \frac{a^3}{a^2\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 17: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho 4 số thực  $a, b, c, d$  là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính  $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$ .

**A.**  $P = 64$ .

**B.**  $P = 80$ .

**C.**  $P = 16$ .

**D.**  $P = 79$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo giả thiết ta có:  $\begin{cases} a+d=b+c \\ a+b+c+d=4 \end{cases} \Rightarrow a+d=b+c=2.$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (a+d)^2 + (b+c)^2 - 2(ad+bc)$$

$$\Rightarrow ad+bc = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - (a+d)^2 - (b+c)^2 = -8.$$

$$P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = (a+d)(a^2 - ad + d^2) + (b+c)(b^2 - bc + c^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ad - bc) = 64$$

**Câu 18: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018)** Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là 4,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.

A. 83,7 (triệu đồng). B. 78,3 (triệu đồng). **C. 73,8 (triệu đồng).** D. 87,3 (triệu đồng).

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có 3 năm bằng 12 quý.

Gọi  $u_1, u_2, \dots, u_{12}$  là tiền lương kĩ sư đó trong các quý (từ quý 1 đến quý 12).

Suy ra  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai 4,5.

Vậy số tiền lương kĩ sư nhận được là

$$S_{12} = n \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} = 12 \frac{2 \times 4,5 + 11 \times 0,3}{2} = 73,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

**Câu 19: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có

$u_{2013} + u_6 = 1000$ . Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

**A.** 1009000.

B. 100800.

C. 1008000.

D. 100900.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng.

Khi đó:  $u_{2013} + u_6 = 1000 \Leftrightarrow u_1 + 2012d + u_1 + 5d = 1000 \Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 1000$ .

Ta có:  $S_{2018} = 2018u_1 + \frac{2017 \cdot 2018}{2}d = 1009 \cdot (2u_1 + 2017d) = 1009000$ .

**Câu 20: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.

A. 1009.

**B.**  $\frac{2019}{2}$ .

C. 1010.

D.  $\frac{2021}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng công thức cấp số cộng ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{1001} = u_1 + (1001-1)d \Leftrightarrow 2018 = 1 + (1001-1)d \Rightarrow d = \frac{2017}{1000}.$$

Vậy số hạng thứ 501 là  $u_{501} = u_1 + (501-1)d = \frac{2019}{2}$ .

**Câu 21: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

**A.**  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .

B.  $u_n = 2n + \sin n$ .

C.  $u_n = n^2$ .

D.  $u_n = n^3 - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét đáp án A, ta có  $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+1} < 2, \forall n \in \mathbb{N}$ .

**Câu 22: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho 3 số  $a, b, c$  theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng với công sai là  $s \neq 0$ . Tính  $\frac{a}{s}$ .

A.  $\frac{4}{9}$ .

B. 3.

C.  $\frac{4}{3}$ .

D. 9.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình } \begin{cases} b^2 = ac \\ b = a + 3s \Rightarrow (a + 3s)^2 = a(a + 7s) \Leftrightarrow 9s^2 - as = 0. \\ c = a + 7s \end{cases}$$

$$\text{Do } s \neq 0 \text{ nên } a = 9s \Rightarrow \frac{a}{s} = 9.$$

**Câu 23: (THPT Chuyên ĐHSPT – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hình lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh bên  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ ,  $DD'$  lần lượt tại 4 điểm  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$ . Góc giữa mặt phẳng  $(\alpha)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $60^\circ$ . Diện tích của hình tứ giác  $MNPQ$  là

A.  $2a^2$ .

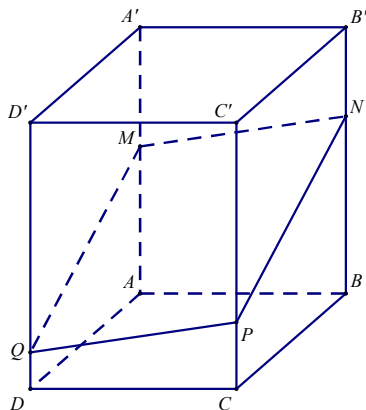
B.  $\frac{2}{\sqrt{3}}a^2$ .

C.  $\frac{1}{2}a^2$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{\cos 60^\circ} = \frac{a^2}{\frac{1}{2}} = 2a^2.$$

**Câu 24: (THPT Chuyên ĐHSPT – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  gồm 89 số hạng thỏa mãn  $u_n = \tan n^\circ$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq n \leq 89$ . Gọi  $P$  là tích của tất cả 89 số hạng của dãy số. Giá trị của biểu thức  $\log P$  là

A. 1.

B. 0.

C. 10.

D. 89.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \dots \tan 88^\circ \cdot \tan 89^\circ \\ &= (\tan 1^\circ \cdot \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cdot \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cdot \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1. \\ &\Rightarrow \log P = \log 1 = 0. \end{aligned}$$

**Câu 25: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Giải phương trình  $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$

**A.**  $x = 330$ .

**B.**  $x = 220$ .

**C.**  $x = 351$ .

**D.**  $x = 407$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có cấp số cộng với  $u_1 = 1$ ,  $d = 7$ ,  $u_n = x$ ,  $S_n = 7944$ .

Áp dụng công thức

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} \Leftrightarrow 7944 = \frac{[2.1 + (n-1)7]n}{2} \Leftrightarrow 7n^2 - 5n - 15888 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 48(N) \\ n = -\frac{331}{7}(L) \end{cases}$$

Vậy  $x = u_{48} = 1 + 47.7 = 330$ .

**Câu 26: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

**A.** 215.

**B.** 315.

**C.** 415.

**D.** 515.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ giả thiết ta có  $\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}$ .

Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là:  $S = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{160\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{\frac{1}{2}} = 315$ .

**Câu 27: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

**A.** 31.

**B.** 30.

**C.** 29.

**D.** 28.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$  với số  $u_n$  là số cây ở hàng thứ  $n$  và  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 1$ .

Tổng số cây trồng được là:  $S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

**Câu 28: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 7$ . Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của  $(u_n)$  đều lớn hơn 2018?

**A.** 287.

**B.** 289.

**C.** 288.

**D.** 286.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4$ ;  $u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$

Vậy  $n = 289$ .

**Câu 1: (Tạp chí THPT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Cho dãy số  $(x_n)$  thỏa mãn

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{3n(n+3)}{2} \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$
 Khẳng định nào dưới đây là đúng và đầy đủ nhất.

- A.  $(x_n)$  là cấp số cộng với công sai âm.  
B.  $(x_n)$  là cấp số nhân với công bội âm.  
**C.**  $(x_n)$  là cấp số cộng với công sai dương.  
D.  $(x_n)$  là cấp số nhân với công bội dương.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } x_n = \frac{3n(n+3)}{2} - \frac{3(n-1)(n-1+3)}{2} = 3n+3$$

$$\text{Ta lại có: } x_{n+1} - x_n = 3(n+1) + 3 - 3n - 3 = 3.$$

Vậy  $(x_n)$  là cấp số cộng với công sai dương.

**Câu 2: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho cấp số nhân

$$(u_n), \text{ biết } u_1 = 12, \frac{u_3}{u_8} = 243. \text{ Tìm } u_9.$$

- A.  $u_9 = \frac{2}{2187}.$       B.  $u_9 = \frac{4}{6563}.$       C.  $u_9 = 78732.$       **D.**  $u_9 = \frac{4}{2187}.$

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân  $(u_n)$ .

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 q^2, u_8 = u_1 q^7 \Rightarrow \frac{u_3}{u_8} = \frac{1}{q^5} = 243 \Rightarrow q = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } u_9 = u_1 q^8 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{4}{2187}.$$

**Câu 3: [1D3- 2(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)]** Cho một cấp số cộng  $\{a_n\}$  có  $a_1$  và tổng của  $n$  số hạng đầu bằng  $S_n$ . Tìm công thức của số hạng tổng quát  $a_n$ .

- A.  $a_n = \dots$       B.  $a_n = \dots$       C.  $a_n = \dots$       D.  $a_n = \dots$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $a_1 = \dots$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng  $a_n = \dots$

**Câu 4: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu tiên là  $S_n = 5^n - 1$  với  $n = 1, 2, \dots$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân đó?

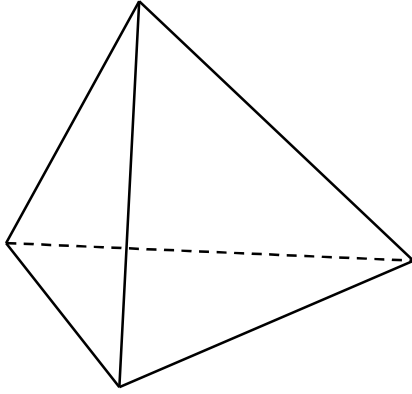
- A.  $u_1 = 5, q = 4.$       B.  $u_1 = 5, q = 6.$       C.  $u_1 = 4, q = 5.$       D.  $u_1 = 6, q = 5.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: 
$$\begin{cases} u_1 = S_1 = 5 - 1 = 4 \\ u_1 + u_2 = S_2 = 5^2 - 1 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_2 = 24 - u_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4, q = \frac{u_2}{u_1} = 5.$$

**Câu 5: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội - Lần 2 năm 2017 - 2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  có  $AB = BC = a$ , tam giác  $SAC$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng.



A.  $\frac{a\sqrt{42}}{14}$ .

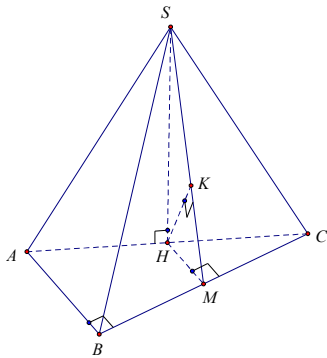
B.  $2a$ .

C.  $\frac{a\sqrt{42}}{7}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{21}}{14}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $H$  và  $M$  lần lượt là trung điểm của  $AC$  và  $BC$ . Ta có  $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC))$ .

Theo giả thiết tam giác  $SAC$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  nên  $SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp BC$  (1)

Do tam giác tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  nên  $HM \perp BC$  (2)

Từ (1) và (2) ta có  $BC \perp (SHM) \Rightarrow (SHM) \perp (SBC)$ .

Trong mặt phẳng  $(SHM)$  kẻ  $HK \perp SM$  thì  $d(H, (SBC)) = HK$ .

Theo đề bài ta có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  có  $AB = BC = a \Rightarrow AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$ ,  $HM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$ .

Mặt khác tam giác  $SAC$  đều nên  $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Xét tam giác vuông  $SHM$  ta có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{SH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\frac{6a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} \Leftrightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{28}{6a^2} \Leftrightarrow HK = \frac{a\sqrt{42}}{14}.$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = 2HK = \frac{a\sqrt{42}}{7}$$

**Câu 6: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$ .

Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân  $(u_n)$  là

- A.**  $S_8 = 1093$ .      **B.**  $S_8 = 3820$ .      **C.**  $S_8 = 9841$ .      **D.**  $S_8 = 3280$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 13 \\ u_1 \cdot q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ u_1 \cdot (q - 1)(1 + q + q^2) = 26 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ q = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tổng } S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = \frac{1(1 - 3^8)}{1 - 3} = 3280.$$

**Câu 7: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  có số hạng tổng quát  $u_n = 1 - 3n$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A.**  $-59048$ .      **B.**  $-59049$ .      **C.**  $-155$ .      **D.**  $-310$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } u_n = 1 - 3n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 - 3 \cdot 1 = -2 \\ u_{10} = 1 - 3 \cdot 10 = -29 \end{cases}.$$

$$\text{Áp dụng công thức: } S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{10(u_1 + u_{10})}{2} = -155.$$

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_6 = 2$  và  $u_9 = 6$ . Tìm giá trị của  $u_{21}$ .

- A.** 18.      **B.** 54.      **C.** 162.      **D.** 486.

**Câu 9:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_6 = 2$  và  $u_9 = 6$ . Tìm giá trị của  $u_{21}$ .

- A.** 18.      **B.** 54.      **C.** 162.      **D.** 486.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_6 = 2 \\ u_9 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q^5 = 2 \\ u_1 q^8 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \sqrt[3]{3} \\ u_1 = \frac{2}{3(\sqrt[3]{3})^2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } u_{21} = u_1 \cdot q^{20} = \frac{2}{3(\sqrt[3]{3})^2} \cdot (\sqrt[3]{3})^{20} = 486.$$

**Câu 10:** Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là :

- A.** 585.                      **B.** 161.                      **C.** 404.                      **D.** 276.

**Câu 11:** Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là :

- A.** 585.                      **B.** 161.                      **C.** 404.                      **D.** 276.

### Lời giải

#### Chọn A

Gọi 4 số cần tìm là  $a - 3r, a - r, a + r, a + 3r$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a - 3r + a - r + a + r + a + 3r = 28 \\ (a - 3r)^2 + (a - r)^2 + (a + r)^2 + (a + 3r)^2 = 276 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r = \pm 2 \end{cases}.$$

Bốn số cần tìm là 1, 5, 9, 13 có tích bằng 585.

**Câu 12:** Sinh nhật lần thứ 17 của An vào ngày 01 tháng 5 năm 2018. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá 3850000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 02 năm 2018. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống heo nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018)?

- A.** 4095000 đồng.                      **B.** 89000 đồng.                      **C.** 4005000 đồng.                      **D.** 3960000 đồng.

**Câu 13:** Sinh nhật lần thứ 17 của An vào ngày 01 tháng 5 năm 2018. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá 3850000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình nên An quyết định bỏ ống heo 1000 đồng vào ngày 01 tháng 02 năm 2018. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống heo nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của mình, An có bao nhiêu tiền (tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018)?

- A.** 4095000 đồng.                      **B.** 89000 đồng.                      **C.** 4005000 đồng.                      **D.** 3960000 đồng.

### Lời giải

#### Chọn C

\* Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 1000$  công sai  $d = 1000$ .

\* Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ  $n$  là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

\* Tính đến ngày 30 tháng 4 năm 2018 (tính đến ngày thứ 89) tổng số tiền bỏ heo là:

$$S_{89} = \frac{89[2.1000 + (89-1).1000]}{2} = 45.89.1000 = 4005000 \text{ đồng.}$$

**Câu 14:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -3$  và công bội  $q = \frac{2}{3}$ . Số hạng thứ năm của  $(u_n)$  là

- A.  $\frac{27}{16}$ .                      B.  $\frac{16}{27}$ .                      C.  $-\frac{27}{16}$ .                      D.  $-\frac{16}{27}$ .

**Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -3$  và công bội  $q = \frac{2}{3}$ . Số hạng thứ năm của  $(u_n)$  là

- A.  $\frac{27}{16}$ .                      B.  $\frac{16}{27}$ .                      C.  $-\frac{27}{16}$ .                      **D.  $-\frac{16}{27}$ .**

**Lời giải**

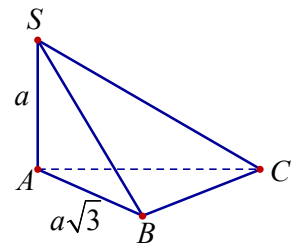
**Chọn D**

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_5 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}.$$

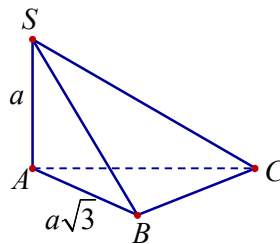
**Câu 16:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ .

Đáy  $ABC$  thỏa mãn  $AB = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ). Tìm số đo góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $30^\circ$ .                                              B.  $45^\circ$ .  
C.  $90^\circ$ .                                              D.  $60^\circ$ .



**Câu 17:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Đáy  $ABC$  thỏa mãn  $AB = a\sqrt{3}$  (tham khảo hình vẽ).



Tìm số đo góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $30^\circ$ .**                                              B.  $45^\circ$ .                                              C.  $90^\circ$ .                                              D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $\widehat{SBA}$ .

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{SBA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ.$$

**Câu 18:** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng

thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**A.** 4.000.000 đồng.    **B.** 10.125.000 đồng.    **C.** 52.500.000 đồng.    **D.** 52.500.000 đồng.

**Câu 19:** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**A.** 4.000.000 đồng.    **B.** 10.125.000 đồng.    **C.** 52.500.000 đồng.    **D.** 52.500.000 đồng.

**Lời giải**

**Chọn B**

\* Áp dụng công thức tính tổng của  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 80.000$ , công sai  $d = 5.000$  ta được số tiền phải trả khi khoan đến mét thứ  $n$  là

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

\* Khi khoan đến mét thứ 50, số tiền phải trả là

$$S_{50} = \frac{50[2.80000 + (50-1).5000]}{2} = 10.125.000 \text{ đồng.}$$

**Câu 20:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 1$  và công sai  $d = -2$ . Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là  $S_n = -9800$ . Giá trị  $n$  là

**A.** 100.    **B.** 99.    **C.** 101.    **D.** 98.

**Câu 21:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = 1$  và công sai  $d = -2$ . Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là  $S_n = -9800$ . Giá trị  $n$  là

**A.** 100.    **B.** 99.    **C.** 101.    **D.** 98.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d) = -9800 \Leftrightarrow n[2 - 2(n-1)] + 19600 = 0 \Leftrightarrow n = 100.$$

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 3; u_5 = 19$ . Tính  $u_{12}$ .

**A.**  $u_{12} = 51$ .    **B.**  $u_{12} = 57$ .    **C.**  $u_{12} = 47$ .    **D.**  $u_{12} = \frac{207}{5}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 3; u_5 = 19$ . Tính  $u_{12}$ .

**A.**  $u_{12} = 51$ .    **B.**  $u_{12} = 57$ .    **C.**  $u_{12} = 47$ .    **D.**  $u_{12} = \frac{207}{5}$ .

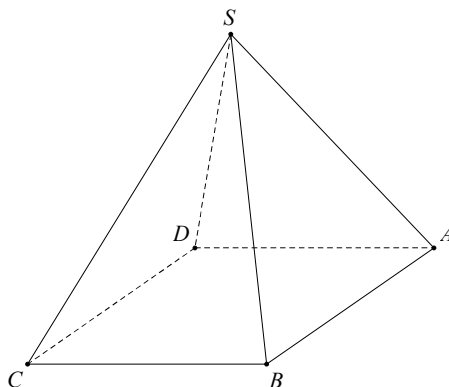
**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $u_5 = 19 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 19 \Leftrightarrow 3 + 4d = 19 \Leftrightarrow d = 4$

Do đó:  $u_{12} = u_1 + 11d = 3 + 11.4 = 47$ .

**Câu 24:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng  $a$ . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$ .



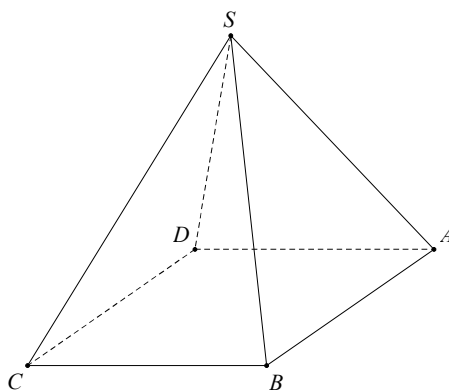
**A.**  $\frac{1}{3}$ .

**B.**  $-\frac{1}{3}$ .

**C.**  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**D.**  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 25:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng  $a$ . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$ .



**A.**  $\frac{1}{3}$ .

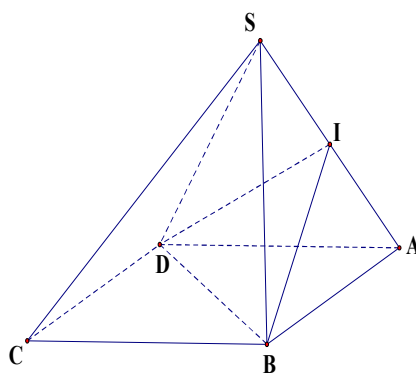
**B.**  $-\frac{1}{3}$ .

**C.**  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**D.**  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $I$  là trung điểm  $SA$ .

Vì các tam giác  $SAB$  và  $SAD$  là tam giác đều nên ta có  $BI$  và  $DI$  cùng vuông góc với  $SA$   
 $\Rightarrow$  góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  là  $(BI, DI)$ .

Trong tam giác  $BID$  ta có:  $\cos(BI, DI) = |\cos \widehat{BID}| = \left| \frac{DI^2 + BI^2 - BD^2}{2BI \cdot DI} \right| = \frac{1}{3}$ .

Vậy cosin của góc giữa mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  bằng  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 26:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12288 \text{ m}^2$ ). Tính diện tích mặt trên cùng.

- A.  $8\text{m}^2$ .                      **B.  $6\text{m}^2$ .**                      C.  $12\text{m}^2$ .                      D.  $10\text{m}^2$ .

**Câu 27:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12288 \text{ m}^2$ ). Tính diện tích mặt trên cùng.

- A.  $8\text{m}^2$ .                      **B.  $6\text{m}^2$ .**                      C.  $12\text{m}^2$ .                      D.  $10\text{m}^2$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn B**

Ta nhận thấy diện tích các mặt trên của mỗi tầng lập thành 1 cấp số nhân với công bội  $q = \frac{1}{2}$

Số hạng đầu  $u_1 = 12288$ . Khi đó mặt trên cùng tầng 11 ứng với  $u_{11}$ .

$$\text{Do đó } u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 12288 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 6.$$

**Câu 28:** Xác định  $x$  để 3 số  $2x-1$ ;  $x$ ;  $2x+1$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

- A.  $x = \frac{1}{3}$ .                      B.  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .                      C.  $x = \pm \frac{1}{3}$ .                      D.  $x = \pm \sqrt{3}$ .

**Câu 29:** Xác định  $x$  để 3 số  $2x-1$ ;  $x$ ;  $2x+1$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

- A.  $x = \frac{1}{3}$ .                      **B.  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .**                      C.  $x = \pm \frac{1}{3}$ .                      D.  $x = \pm \sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  $2x-1$ ;  $x$ ;  $2x+1$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân

$$\text{nên } x^2 = (2x-1)(2x+1) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

**Câu 30:** Người ta trồng cây theo hình tam giác với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây,... ở hàng thứ  $n$  có  $n$  cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

- A. 99.**                      B. 100.                      C. 101.                      D. 98.

**Câu 31:** Người ta trồng cây theo hình tam giác với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây,... ở hàng thứ  $n$  có  $n$  cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

- A. 99.**                      B. 100.                      C. 101.                      D. 98.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta thấy số cây ở mỗi hàng tạo nên một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 1$ .

$$\text{Ta có } S_n = \frac{(2u_1 + (n-1)d)n}{2} \Rightarrow \frac{n^2 + n}{2} = 4950 \Leftrightarrow n^2 - n - 9900 = 0 \Rightarrow n = 99.$$

**Câu 32:** Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào **không phải** là một cấp số nhân lùi vô hạn?

A.  $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^n, \dots$

B.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{1}{3^n}, \dots$

C.  $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^n, \dots$

D.  $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \dots$

**Câu 33:** Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào **không phải** là một cấp số nhân lùi vô hạn?

A.  $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^n, \dots$

B.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots, \frac{1}{3^n}, \dots$

C.  $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^n, \dots$

D.  $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \dots$

**Lời giải**

**Chọn C**

Chọn đáp án C vì dãy ở đây là một CSN có công bội  $q = \frac{3}{2} > 1$ , nên dãy  $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^n, \dots$  không phải là dãy lùi vô hạn

**Câu 34:** Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu tiên đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi tiền đặt lần trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách đó thắng hay thua bao nhiêu?

A. Thắng 20000 đồng.

B. Hòa vốn.

C. Thua 20000 đồng.

D. Thua 40000 đồng.

**Câu 35:** Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu tiên đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi tiền đặt lần trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách đó thắng hay thua bao nhiêu?

A. Thắng 20000 đồng.

B. Hòa vốn.

C. Thua 20000 đồng.

D. Thua 40000 đồng.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Số tiền du khách đó đặt cược là một cấp số nhân với  $\begin{cases} u_1 = 20000 \\ q = 2 \end{cases}$ .

□ 9 lần đầu người đó thua  $\rightarrow$  số tiền thua là tổng 9 số hạng đầu của cấp số nhân ở trên. Vậy

số tiền người đó thua là  $S_9 = 20000 \frac{1-2^9}{1-2} = 10220000$  (đồng)

□ Số tiền người đó thắng được ở lần thứ 10 là  $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 20000 \cdot 2^9 = 10240000$  (đồng)

Ta có  $u_{10} - S_9 = 10240000 - 10220000 = 20000$  (đồng)

Vậy người đó thắng 20000 đồng.

**Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018)** Một hình vuông  $ABCD$  có cạnh  $AB = a$ , diện tích  $S_1$ . Nối 4 trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của 4 cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai là  $A_1B_1C_1D_1$  có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3$  và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích  $S_4, S_5, \dots$ . Tính  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ .

**A.**  $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99} a^2}$ .      **B.**  $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$ .      **C.**  $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$ .      **D.**  $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Để thấy:  $S_1 = a^2; S_2 = \frac{a^2}{2}; S_3 = \frac{a^2}{4}; \dots; S_{100} = \frac{a^2}{2^{99}}$ .

Như vậy  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$  là cấp số nhân với công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100} = a^2 \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right) = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}.$$

**Câu 2: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm

**A.**  $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ .      **B.**  $u_n = \frac{n}{2}$ .      **C.**  $u_n = \frac{2}{n^2}$ .      **D.**  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Xét A:**

Ta có  $u_n = \frac{n-3}{n+1}; u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$ . Khi đó:  $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Xét B:**

Ta có  $u_n = \frac{n}{2}; u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$ . Khi đó:  $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Xét C:**

Ta có  $u_n = \frac{2}{n^2}, u_{n+1} = \frac{2}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy giảm.

**Xét D:**

Ta có  $u_1 = \frac{-1}{3}; u_2 = \frac{1}{9}; u_3 = \frac{-1}{27}$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số không tăng không giảm.

**Câu 3: [1D3 - 2] (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.**  $\square$ .      **B.**  $\square$ .      **C.**  $\square$ .      **D.**  $\square$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Vì  $\mathbb{I}$  . Vậy A đúng.**

**Câu 4: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{khi } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ .

Khẳng định nào đúng

**A.** Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm thuộc đoạn  $[0;1]$ .

**B.** Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 0$ .

**C.** Hàm số liên tục tại mọi điểm thuộc  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm  $x = 1$ .

Lời giải

**Chọn C**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

• Nếu  $x \neq 0, x \neq 1$  thì hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên mỗi khoảng  $(-\infty; 0), (0; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

• Nếu  $x = 0$  thì  $f(0) = 0$  và

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} x = 0; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0.$$

$$\text{Suy ra: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0 = f(0).$$

Do đó, hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

$$\bullet \text{ Nếu } x = 1 \text{ thì } f(1) = 1 \text{ và } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} x = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 = f(1).$$

Do đó, hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .

Vậy hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 5: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi

$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases} \text{ Tính } \lim u_n.$$

**A.**  $\lim u_n = 1$ .

**B.**  $\lim u_n = 4$ .

**C.**  $\lim u_n = 3$ .

**D.**  $\lim u_n = 0$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{n}{2n+2} u_n + \frac{n+2}{2n+2} \quad (*)$$

Đặt  $a = \lim u_n$ , trong biểu thức (\*) cho  $n \rightarrow +\infty$  ta được  $a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n$ .

❖ **Chú ý:** Để chặt chẽ hơn ta có thể lập luận như sau:

Sử dụng quy nạp toán học, ta chứng minh được  $u_n > 1$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ , nên dãy  $(u_n)$  bị chặn dưới.

Khi đó ta cũng có  $u_{n+1} = \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2} < \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2}.u_n = u_n$  nên dãy  $(u_n)$  là dãy giảm.

Vậy, dãy  $(u_n)$  có giới hạn (Học sinh cần chú ý tính chất: một dãy giảm và bị chặn dưới, hoặc tăng và bị chặn trên, thì có giới hạn).

Đặt  $a = \lim u_n$ , trong biểu thức (\*) cho  $n \rightarrow +\infty$  ta được  $a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n$ .

**Câu 6: (THPT Quảng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n \sqrt{n}$ .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**B.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

**C.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**D.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy số không bị chặn.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dãy số  $u_n = (-1)^n \sqrt{n}$  là dãy số không bị chặn vì  $\lim |u_n| = \lim \sqrt{n} = +\infty$ .

**Câu 7: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho dãy số  $u_n = \sin \frac{\pi}{n}$ . Chọn khẳng định sai

trong các khẳng định sau đây:

**A.** Dãy số tăng.

**B.**  $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$ .

**C.** Dãy số bị chặn.

**D.** Dãy số không tăng, không giảm.

**Lời giải**

**Chọn A**

✓  $u_{n+1} = \sin \frac{\pi}{n+1}$  nên B đúng.

✓ Do  $-1 \leq \sin \frac{\pi}{n} \leq 1$  nên dãy số bị chặn, do đó C đúng.

✓  $u_1 = \sin \pi = 0$ ,  $u_2 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$ ,  $u_3 = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Do  $\begin{cases} u_1 < u_2 \\ u_2 > u_3 \end{cases}$  nên dãy số không tăng, không giảm. Vậy D đúng. Do đó A sai.

**Câu 8: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Biết rằng độ dài cạnh  $BC$ , trung tuyến  $AM$  và độ dài cạnh  $AB$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân có công bội  $q$ . Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đó.

**A.**  $q = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$ .

**B.**  $q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2}$ .

**C.**  $q = \frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $q = \frac{\sqrt{-2+2\sqrt{2}}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $AM^2 = \frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4}$  (1).

Do ba cạnh  $BC$ ,  $AM$ ,  $AB$  lập thành cấp số nhân nên ta có:  $BC \cdot AB = AM^2$  (2)

Thay (2) vào (1) ta được  $\frac{2(AB^2 + AC^2) - BC^2}{4} = BC \cdot AB \Leftrightarrow 4AB^2 - 4AB \cdot BC - BC^2 = 0$

$$\Leftrightarrow 4\left(\frac{AB}{BC}\right)^2 - 4\frac{AB}{BC} - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{AB}{BC} = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \\ \frac{AB}{BC} = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}}}{2}.$$

**Câu 9: (THPT Hậu Lộc 2-Thành Hóa lần 1-năm 2017-2018)** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0$  có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng.

- A.**  $m \leq 3$ .                      **B.**  $m \geq 3$ .                      **C.**  $m = 0$ .                      **D.**  $m$  tùy ý.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$x^3 - 3x^2 + mx + 2 - m = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - 2 + m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng khi phương trình (2) có 2 nghiệm  $x_1; x_2$

$$\text{thoả mãn } \begin{cases} x_1 \leq 1 \leq x_2 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \quad (\text{Vì pt (2) nếu có nghiệm thì tổng các nghiệm là 2})$$

$$\Leftrightarrow \text{phương trình (2) có 2 nghiệm} \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 3 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

**Câu 10: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(x_n)$  thoả mãn  $x_1 = 40$  và  $x_n = 1,1 \cdot x_{n-1}$  với mọi  $n = 2, 3, 4, \dots$ . Tính giá trị của  $S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12}$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

- A.** 855,4.                      **B.** 855,3.                      **C.** 741,2.                      **D.** 741,3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $x_n = 1,1 \cdot x_{n-1}$  và  $x_1 = 40$  nên dãy số  $(x_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $x_1 = 40$  và

$$\text{công bội } q = \frac{x_n}{x_{n-1}} = 1,1.$$

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 40 \cdot \frac{1 - 1,1^{12}}{1 - 1,1} \approx 855,4.$$

**Câu 11: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ .

Tính  $u_{21}$ .

- A.**  $u_{21} = 3080$ .                      **B.**  $u_{21} = 3312$ .                      **C.**  $u_{21} = 2871$ .                      **D.**  $u_{21} = 3011$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ  $u_{n+1} = u_n + n^2$ , với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ , ta có:

$$u_2 = u_1 + 1^2.$$

$$u_3 = u_2 + 2^2.$$

...

$$u_n = u_{n-1} + (n-1)^2.$$

$$u_{n+1} = u_n + n^2.$$

Cộng  $n$  đẳng thức trên theo vế ta được:  $u_{n+1} = 1 + (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$ , với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Mặt khác, ta luôn có:  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  nên suy ra:

$$u_{n+1} = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Cho  $n = 20$ , ta được:  $u_{21} = 1 + \frac{20 \cdot 21 \cdot (2 \cdot 20 + 1)}{6} = 2871$ .

**Câu 12: (THPT Triệu Sơn 3-Thành Hóa năm 2017-2018)** Có bao nhiêu cặp số nhân có 5 số hạng? Biết rằng tổng 5 số hạng đó là 31 và tích của chúng là 1024.

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi cặp số nhân thỏa yêu cầu bài toán có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$ .

Theo giả thiết ta có  $u_1 \cdot u_1 q \cdot u_1 q^2 \cdot u_1 q^3 \cdot u_1 q^4 = 1024 \Leftrightarrow u_1^5 \cdot q^{10} = 1024 \Leftrightarrow u_1 q^2 = 4$  (1).

Lại có  $u_1 + u_1 q + u_1 q^2 + u_1 q^3 + u_1 q^4 = 31 \Leftrightarrow u_1 (1 + q + q^2 + q^3 + q^4) = 31$  (2).

Giải hệ hai phương trình (1) và (2) ta được các nghiệm:

$$q_1 = 2, \quad q_2 = \frac{1}{2}, \quad q_3 = \frac{-7 + \sqrt{33}}{4}, \quad q_4 = \frac{-7 - \sqrt{33}}{4}.$$

Vậy có 4 cặp số nhân thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018)** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 2250.                      B. 1740.                      C. 4380.                      **D. 2190.**

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $u_1, u_2, \dots, u_{30}$  lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ... và dãy ghế số ba mươi. Ta có công thức truy hồi ta có  $u_n = u_{n-1} + 4$ , ( $n = 2, 3, \dots, 30$ ).

Ký hiệu:  $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30}$ , theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng với  $u_1 = 15$ ,  $d = 4$  ta được:

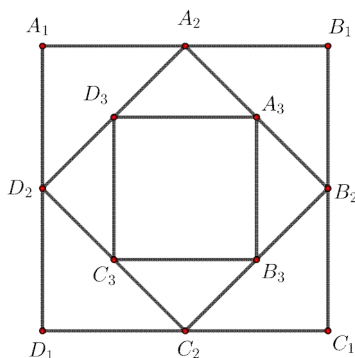
$$S_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + (30-1)4) = 15(2.15 + 29.4) = 2190.$$

**Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có cạnh bằng 1. Gọi  $A_{k+1}$ ,  $B_{k+1}$ ,  $C_{k+1}$ ,  $D_{k+1}$  thứ tự là trung điểm các cạnh  $A_kB_k$ ,  $B_kC_k$ ,  $C_kD_k$ ,  $D_kA_k$  (với  $k = 1, 2, \dots$ ). Chu vi của hình vuông  $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$ .                      **B.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$ .**                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$ .

**Lời giải :**

**Chọn B**



Hình vuông có cạnh bằng  $a$  thì có chu vi là  $4a$ . Hình vuông có các đỉnh là trung điểm của hình vuông ban đầu có cạnh bằng  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$  có chu vi là  $2a\sqrt{2}$ .

Đường chéo của hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có độ dài bằng  $\sqrt{2}$  nên cạnh của hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  có độ dài bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Đường chéo của hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  có độ dài bằng 1 nên cạnh của hình vuông  $A_3B_3C_3D_3$  có độ dài bằng  $\frac{1}{2}$ .

Đường chéo của hình vuông  $A_3B_3C_3D_3$  có độ dài bằng  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  nên cạnh của hình vuông

$A_4B_4C_4D_4$  có độ dài bằng  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

Cứ như thế độ dài các cạnh hình vuông tạo thành một cấp số nhân có  $u_1 = 1$ , công bội  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$

nên độ dài cạnh của hình vuông  $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$  là:  $u_{2008} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{2017}}$  nên chu vi hình vuông

$$\text{đó là: } 4u_{2018} = \frac{4}{(\sqrt{2})^{2017}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}.$$

**Câu 3: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  với

$$u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}. \text{ Tính } \lim u_n.$$

A. 0.

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{4}$ .

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

\* Cách 1:

$$\text{Ta có } \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \text{ suy ra}$$

$$\frac{1}{1.3} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{1}{3.5} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \dots$$

...

$$u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2n+1} \right) \text{ nên } \lim u_n = \lim \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2}.$$

\* Cách 2:

$$\text{Ta có } u_1 = \frac{1}{3}; u_2 = \frac{2}{5}; u_3 = \frac{3}{7}. \text{ Ta chứng minh } u_n = \frac{n}{2n+1} (*) \text{ bằng qui nạp}$$

+ Với  $n=1$ , công thức  $(*)$  đúng.

+ Giả sử công thức  $(*)$  đúng với  $n=k > 1 \Rightarrow u_k = \frac{k}{2k+1}$ . Ta cần chứng minh

$$u_{k+1} = \frac{k+1}{2(k+1)+1}. \text{ Thật vậy, ta có}$$

$$\begin{aligned} u_{k+1} &= u_k + \frac{1}{[2(k+1)-1][2(k+1)+1]} = \frac{k}{2k+1} + \frac{1}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{2k^2+3k+1}{(2k+1)(2k+3)} \\ &= \frac{(k+1)(2k+1)}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{k+1}{2(k+1)+1}. \text{ Vậy công thức } u_n = \frac{n}{2n+1} (*) \text{ đúng với mọi } n \in \mathbb{N}^*. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } \lim u_n = \lim \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 4: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện  $S.ABC$  có

$SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .

A.  $45^\circ$ .

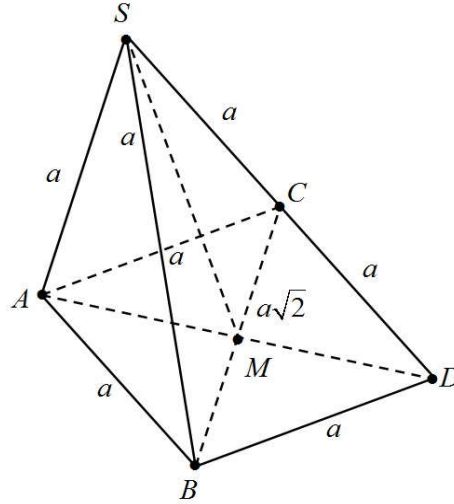
B.  $120^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



**Cách 1:** Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

Ta có:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  nên tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .

Và  $BC^2 = SB^2 + SC^2$  nên tam giác  $SBC$  vuông cân tại  $S$ .

Vẽ hình chữ nhật (cũng là hình vuông)  $ABDC \Rightarrow (\widehat{AB, SC}) = \widehat{SCD}$  và  $SC = CD = a$ .

$$AM = SM = MD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$\Rightarrow \triangle SAM$  vuông tại  $M$ .

$$\left. \begin{array}{l} SM \perp BC \subset (ABCD) \\ SM \perp AM \subset (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow SM \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp MD.$$

$$SD^2 = SM^2 + MD^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} \Rightarrow SD = a.$$

Suy ra tam giác  $SCD$  đều  $\Rightarrow (\widehat{AB, SC}) = \widehat{SCD} = 60^\circ$ .

**Cách 2:**

$$\begin{aligned} \cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) &= \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{\overrightarrow{SC} \cdot (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA})}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \frac{SC \cdot SB \cdot \cos \widehat{BSC} - SC \cdot SA \cdot \cos \widehat{ASC}}{SC \cdot AB} \\ &= \frac{a \cdot a \cdot \cos 90^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ}{a \cdot a} = \frac{-1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = 120^\circ. \end{aligned}$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$  là  $60^\circ$ .

**Câu 5: (THPT Thạch Thành 2-Thành Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(a_n)$  xác định bởi

$a_1 = 2, a_{n+1} = -2a_n, n \geq 1, n \in \mathbb{N}$ . Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

A.  $\frac{2050}{3}$ .

B. 2046.

C. -682.

D. -2046.

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -2$  suy ra  $(a_n)$  là một cấp số nhân với  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ q = -2 \end{cases}$ .

Suy ra  $S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = -682$ .

**Câu 6: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = -\frac{41}{20}$  và

$u_{n+1} = 21u_n + 1$  với mọi  $n \geq 1$ . Tìm số hạng thứ 2018 của dãy số đã cho.

A.  $u_{2018} = 2.21^{2018} - \frac{1}{20}$ .

B.  $u_{2018} = 2.21^{2017} - \frac{1}{20}$ .

C.  $u_{2018} = -2.21^{2017} - \frac{1}{20}$ .

D.  $u_{2018} = -2.21^{2018} - \frac{1}{20}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $u_{n+1} = 21u_n + 1 \Leftrightarrow u_{n+1} + \frac{1}{20} = 21\left(u_n + \frac{1}{20}\right)$ .

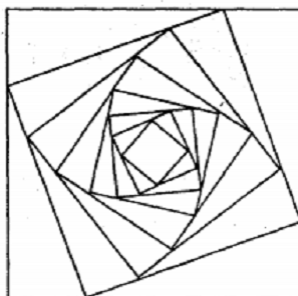
Đặt  $v_n = u_n + \frac{1}{20}$ , ta có  $v_{n+1} = 21v_n$ .

Do đó  $(v_n)$  là một CSN với  $v_1 = -\frac{41}{20} + \frac{1}{20} = -2$  và công bội  $q = 21$ .

Do đó số hạng tổng quát của dãy  $(v_n)$  là  $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = -2.21^{n-1} \Rightarrow u_n = -2.21^{n-1} - \frac{1}{20}$ .

Khi đó  $u_{2018} = -2.21^{2017} - \frac{1}{20}$ .

**Câu 7: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho hình vuông  $(C_1)$  có cạnh bằng  $a$ . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông  $(C_2)$  (Hình vẽ).



Từ hình vuông  $(C_2)$  lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n \dots$ . Gọi  $S_i$  là diện tích của hình vuông  $C_i$  ( $i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ). Đặt  $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$ . Biết  $T = \frac{32}{3}$ , tính  $a$ ?

- A. 2.                                      B.  $\frac{5}{2}$ .                                      C.  $\sqrt{2}$ .                                      D.  $2\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Cạnh của hình vuông  $(C_2)$  là:  $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ . Do đó diện tích

$$S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1.$$

Cạnh của hình vuông  $(C_3)$  là:  $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$ . Do đó diện tích

$$S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8}S_2. \text{ Lý luận tương tự ta có các } S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots \text{ tạo thành một dãy cấp số}$$

nhân lùi vô hạn có  $u_1 = S_1$  và công bội  $q = \frac{5}{8}$ .

$$T = \frac{S_1}{1-q} = \frac{8a^2}{3}. \text{ Với } T = \frac{32}{3} \text{ ta có } a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2.$$

**Câu 8: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai cấp số cộng  $(a_n)$ :  $a_1 = 4; a_2 = 7; \dots; a_{100}$  và  $(b_n)$ :  $b_1 = 1; b_2 = 6; \dots; b_{100}$ . Hỏi có bao nhiêu số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên.

- A. 32.                                      B. 20.                                      C. 33.                                      D. 53.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cấp số cộng  $(a_n)$ :  $a_1 = 4; a_2 = 7; \dots; a_{100}$  có số hạng tổng quát:  $a_n = 4 + (n-1)3 = 3n + 1$ .

Cấp số cộng  $(b_n)$ :  $b_1 = 1; b_2 = 6; \dots; b_{100}$  có số hạng tổng quát:  $b_m = 1 + (m-1)5 = 5m - 4$ .

Các số có mặt đồng thời trong cả hai dãy số trên thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} 3n + 1 = 5m - 4 \\ 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq m \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3n = 5(m - 1) \\ 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq m \leq 100 \end{cases}.$$

Vì  $3n = 5(m-1)$  nên  $n:5$  và  $m-1:3$  với  $m-1 > 0$

Ta lại có  $n \leq 100 \Rightarrow 3n \leq 300 \Rightarrow 5(m-1) \leq 300 \Leftrightarrow m \leq 61$ .

Có  $m-1:3 \Rightarrow m = 3t + 1, t \in \mathbb{N}^*$ . Vì  $1 \leq m \leq 61 \Leftrightarrow 1 \leq 3t + 1 \leq 61 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 20$ .

Vì  $t \in \mathbb{N}^* \Rightarrow t = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$ .

Vậy có 20 số hạng có mặt đồng thời ở hai dãy số trên.

**Câu 9: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_5 = 18$  và  $4S_n = S_{2n}$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng.

- A.**  $u_1 = 2; d = 4$ .      **B.**  $u_1 = 2; d = 3$ .      **C.**  $u_1 = 2; d = 2$ .      **D.**  $u_1 = 3; d = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18 \quad (1)$ .

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow 4 \left[ nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \right] = \left[ 2nu_1 + \frac{2n(2n-1)d}{2} \right] \Leftrightarrow 4u_1 + 2nd - 2d = 2u_1 + 2nd - d$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 - d = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra  $u_1 = 2; d = 4$ .

**Câu 10: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_5 = 18$  và  $4S_n = S_{2n}$ . Giá trị  $u_1$  và  $d$  là

- A.**  $u_1 = 2, d = 3$ .      **B.**  $u_1 = 3, d = 2$ .      **C.**  $u_1 = 2, d = 2$ .      **D.**  $u_1 = 2, d = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$ .

$$\text{Lại có } 4S_5 = S_{10} \Leftrightarrow 4 \left( 5u_1 + \frac{5 \cdot 4}{2} d \right) = 10u_1 + \frac{10 \cdot 9}{2} d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4 \end{cases}.$$

**Câu 11: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Giả sử  $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$  theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính  $\cos 2\alpha$ .

- A.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **B.**  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      **C.**  $\frac{1}{2}$ .      **D.**  $-\frac{1}{2}$ .

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**

Điều kiện:  $\cos \alpha \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có:  $\cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{6} \cdot \tan \alpha \Leftrightarrow 6 \cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$ .

$$\Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha = 0 \Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}.$$

**Câu 12: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho bốn số  $a, b, c, d$  theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng  $\frac{148}{9}$ , đồng thời

theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức  $T = a - b + c - d$ .

**A.**  $T = \frac{101}{27}$ .

**B.**  $T = \frac{100}{27}$ .

**C.**  $T = -\frac{100}{27}$ .

**D.**  $T = -\frac{101}{27}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \begin{cases} ac = b^2 & (1) \\ bd = c^2 & (2) \\ a + b + c = \frac{148}{9} & (3) \end{cases}$$

Và cấp số cộng có  $u_1 = a$ ,  $u_4 = b$ ,  $u_8 = c$ . Gọi  $x$  là công sai của cấp số cộng. Vì cấp số nhân có công bội khác 1 nên  $x \neq 0$ .

$$\text{Ta có : } \begin{cases} b = a + 3x \\ c = a + 7x \end{cases} \quad (4).$$

Từ (1) và (4) ta được :  $a(a + 7x) = (a + 3x)^2 \Leftrightarrow ax - 9x^2 = 0$ .

Do  $x \neq 0$  nên  $a = 9x$ .

$$\text{Từ (3) và (4), suy ra } 3a + 10x = \frac{148}{9}.$$

$$\text{Do đó : } \begin{cases} a = 4 \\ x = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{16}{3} \\ c = \frac{64}{9} \\ d = \frac{256}{27} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } T = a - b + c - d = -\frac{100}{27}.$$

**Câu 13: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Tính tổng

$$S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017}$$

**A.**  $S = 2017.2^{2018} + 1$ . **B.**  $S = 2017.2^{2018}$ . **C.**  $S = 2018.2^{2018} + 1$ . **D.**  $S = 2019.2^{2018} + 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

$$\text{Xét } 2S = 1.2 + 2.2^2 + 3.2^3 + 4.2^4 + \dots + 2017.2^{2017} + 2018.2^{2018}$$

$$\text{Và } S = 1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2017.2^{2016} + 2018.2^{2017}$$

$$\text{Suy ra } S = 2018.2^{2018} - (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2017}) = 2018.2^{2018} - (2^{2018} - 1) = 2017.2^{2018} + 1.$$

**Câu 14: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng

liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

**A.** 20.

**B.** 42.

**C.** 21.

**D.** 17.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi ba số đó là  $x, y, z$ . Do ba số là các số hạng thứ 2, thứ 9 và thứ 44 của một cấp số cộng nên ta có:  $x; y = x + 7d; z = x + 42d$  (với  $d$  là công sai của cấp số cộng).

Theo giả thiết, ta có:  $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 217$ .

Mặt khác, do  $x, y, z$  là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x + 7d)^2 = x(x + 42d) \Leftrightarrow d(-4x + 7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x + 7d = 0 \end{cases}$$

Với  $d = 0$ , ta có:  $x = y = z = \frac{217}{3}$ . Suy ra  $n = 820 : \frac{217}{3} = \frac{2460}{217} \notin \mathbb{N}$ .

Với  $-4x + 7d = 0$ , ta có:  $\begin{cases} -4x + 7d = 0 \\ 3x + 49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ d = 4 \end{cases}$ . Suy ra  $u_1 = 7 - 4 = 3$ .

$$\text{Do đó, } S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \frac{[2 \cdot 3 + 4(n-1)]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{41}{2} \end{cases}$$

Vậy  $n = 20$ .

**Câu 15: (THPT Mộ Đức-Quảng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng 1, cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$  (hình vẽ bên cạnh). Biết hai đường thẳng  $CM$  và  $SB$  hợp nhau một góc  $45^\circ$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $CM$  và  $SB$  bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .

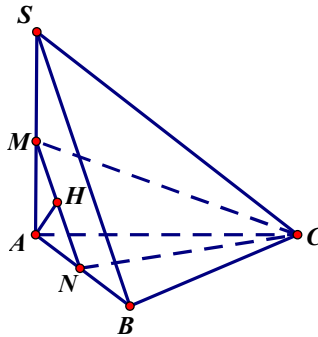
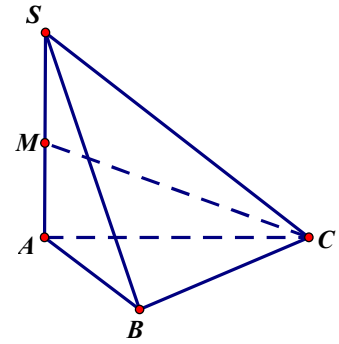
**B.**  $\frac{1}{\sqrt{6}}$ .

C.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $N$  là trung điểm cạnh  $AB$  nên  $MN \parallel SB$ .  $(\widehat{CM, SB}) = (\widehat{CM, MN}) = \widehat{CMN}$

Ta có  $CN \perp AB$ ,  $CN \perp SA$  suy ra  $CN \perp (SAB)$  hay  $CN \perp NM$

$$CN = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan \widehat{CMN} = \frac{CN}{MN} \Leftrightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AM = \sqrt{MN^2 - AN^2} = \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$d(CM, SB) = d(SB, (CMN)) = d(B, (CMN)) = d(A, (CMN))$$

$$\text{Kẻ } AH \perp MN \text{ suy ra } d(A, (CMN)) = AH$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = 4 + 2 \Leftrightarrow AH = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

**THI THỬ – THPT MỘ ĐỨC 2 – QUẢNG NGÃI**

**GV giải: Đặng Thanh Quang – CÂU 38 – 39**

**Câu 16: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi

$$u_n = 2017 \sin \frac{n\pi}{2} + 2018 \cos \frac{n\pi}{3}. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

**A.**  $u_{n+9} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}.$  **B.**  $u_{n+15} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}.$  **C.**  $u_{n+12} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}.$  **D.**  $u_{n+6} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}.$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\begin{aligned} \text{Ta} \quad & \text{có} \quad u_{n+12} = 2017 \sin \left( (n+12) \frac{\pi}{2} \right) + 2018 \cos \left( (n+12) \frac{\pi}{3} \right) \\ & = 2017 \sin \left( \frac{n\pi}{2} + 6\pi \right) + 2018 \cos \left( \frac{n\pi}{3} + 4\pi \right) = 2017 \sin \frac{n\pi}{2} + 2018 \cos \frac{n\pi}{3} = u_n. \end{aligned}$$

**Câu 17: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hai cấp số cộng  $(x_n): 4,$

$7, 10, \dots$  và  $(y_n): 1, 6, 11, \dots$ . Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

**A.** 404. **B.** 673. **C.** 403. **D.** 672.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(x_n)$  là:  $x_n = 4 + (n-1) \cdot 3 = 3n + 1.$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(y_n)$  là:  $y_m = 1 + (m-1) \cdot 5 = 5m - 4.$

Giả sử  $k$  là 1 số hạng chung của hai cấp số cộng trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số.

Vì  $k$  là 1 số hạng của cấp số cộng  $(x_n)$  nên  $k = 3i + 1$  với  $1 \leq i \leq 2018$  và  $i \in \mathbb{N}^*.$

Vì  $k$  là 1 số hạng của cấp số cộng  $(y_n)$  nên  $k = 5j - 4$  với  $1 \leq j \leq 2018$  và  $j \in \mathbb{N}^*.$

Do đó  $3i + 1 = 5j - 4 \Rightarrow 3i = 5j - 5 \Rightarrow i : 5 \Rightarrow i \in \{5; 10; 15; \dots; 2015\} \Rightarrow$  có 403 số hạng chung.

**Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Ông Trung vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,5%/tháng. Mỗi tháng ông Trung phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

A. 118.000.000 đồng.

B. 126.066.666 đồng.

**C.** 122.000.000 đồng.

D. 135.500.000 đồng.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi số tiền gốc ban đầu là  $N$  và phần trăm lãi là  $r$ .

Tháng thứ nhất ông Trung phải trả số tiền lãi là  $N.r$ .

Tháng thứ hai ông Trung phải trả số tiền lãi là  $\frac{59}{60}N.r$ .

Tháng thứ ba ông Trung phải trả số tiền lãi là  $\frac{58}{60}N.r$ .

..

Tháng thứ sáu mươi ông Trung phải trả số tiền lãi là  $\frac{1}{60}N.r$ .

Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong suốt quá trình lãi là

$$N.r + \frac{59}{60}.N.r + \frac{58}{60}.N.r + \dots + \frac{1}{60}.N.r = \left(1 + \frac{59}{60} + \frac{58}{60} + \dots + \frac{1}{60}\right)N.r = \left(1 + \frac{60.(60+1)}{2.60}\right)N.r$$

$$= \frac{61}{2}.800.0,5\% = 122.000.000.$$

Vậy tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là 122.000.000 đồng.

**Câu 2: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018)** Tính diện tích  $S_D$  của hình phẳng  $D$  được giới

hạn bởi các đường  $y = \left|\frac{\ln x}{x}\right|$ , trục hoành  $Ox$  và các đường  $x = \frac{1}{e}$ ;  $x = 2$ ?

A.  $S_D = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$ .

**B.**  $S_D = \frac{1}{2}(1 + \ln^2 2)$ .

C.  $S_D = \frac{1}{2}\ln^2 2 - \frac{1}{2}$ .

D.  $S_D = \frac{1}{2}(1 - \ln^2 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S_D = \int_{\frac{1}{e}}^2 \left|\frac{\ln x}{x}\right| dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 \left|\frac{\ln x}{x}\right| dx + \int_1^2 \left|\frac{\ln x}{x}\right| dx$$

$$= -\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{\ln x}{x} dx + \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = -\frac{(\ln x)^2}{2} \Big|_{\frac{1}{e}}^1 + \frac{(\ln x)^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{1}{2} + \frac{(\ln 2)^2}{2} = \frac{1}{2}(1 + \ln^2 2).$$

**Câu 3: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



**A.** 59.

**B.** 30.

**C.** 61.

**D.** 57.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1:** p dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow 900 = \frac{n}{2} [2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 2] \Leftrightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = 30.$$

$$\text{Vậy } u_{30} = 1 + 29 \cdot 2 = 59.$$

**Cách 2:** Áp dụng công thức  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ , suy ra  $n = 30$ .

$$\text{Vậy } 2n - 1 = 59.$$

**Câu 4: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $u_1 = \frac{1}{3}$

$$\text{và } u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot u_n. \text{ Tổng } S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10} \text{ bằng}$$

**A.**  $\frac{3280}{6561}$ .

**B.**  $\frac{29524}{59049}$ .

**C.**  $\frac{25942}{59049}$ .

**D.**  $\frac{1}{243}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Theo đề ta có: } u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{u_n}{n} \text{ mà } u_1 = \frac{1}{3} \text{ hay } \frac{u_1}{1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Nên ta có } \frac{u_2}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2; \frac{u_3}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3; \dots; \frac{u_{10}}{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^{10}.$$

$$\text{Hay dãy } \left(\frac{u_n}{n}\right) \text{ là một cấp số nhân có số hạng đầu } u_1 = \frac{1}{3}, \text{ công bội } q = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Khi đó } S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10} = \frac{3^{10} - 1}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{59048}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{29524}{59049}.$$

**Câu 5: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để

$$\text{hàm số } f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases} \text{ liên tục trên } \mathbb{R} ?$$

**A.** 0.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có hàm số luôn liên tục  $\forall x \neq 2$ .

$$\text{Tại } x = 2, \text{ ta có } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (1-m)x = (1-m)2;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (m^2 x^2) = 4m^2; f(2) = 4m^2.$$

Hàm số liên tục tại  $x = 2$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4m^2 = (1-m)2 \Leftrightarrow 4m^2 + 2m - 2 = 0(1)$$

Phương trình (1) luôn có hai nghiệm thực phân biệt. Vậy có hai giá trị của  $m$ .

**Câu 6: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Giá trị của tổng  $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$  (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

- A.  $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$ .      B.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$ .  
C.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$ .      D.  $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1:** Đặt  $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$  (tổng đó có 2018 số hạng). Ta có:

$$\frac{9}{4}S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9 = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{2018} - 1)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{9}{4}S = (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}) - 2018 = A - 2018.$$

Với  $A = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$  là tổng 2018 số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu

$$u_1 = 10, \text{ công bội } q = 10 \text{ nên ta có } A = u_1 \frac{1 - q^{2018}}{1 - q} = 10 \frac{1 - 10^{2018}}{-9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}.$$

$$\text{Do đó } \frac{9}{4}S = \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \Leftrightarrow S = \frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right).$$

$$\text{Cách 2: Xét dãy số có } \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 10u_n + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} + \frac{4}{9} = 10\left(u_n + \frac{4}{9}\right) \end{cases}$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n + \frac{4}{9} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{40}{9} \\ v_{n+1} = 10v_n \end{cases} \Rightarrow v(n) \text{ là cấp số nhân.}$$

$$\text{Ta có: } S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_{2018} = v_1 - \frac{4}{9} + v_2 - \frac{4}{9} + \dots + v_{2018} - \frac{4}{9} = v_1 + v_2 + \dots + v_{2018} - \frac{2018 \cdot 4}{9}$$

$$\text{Trong đó } S_{v(2018)} = \frac{1 - q^n}{1 - q} \cdot v_1 = \frac{1 - 10^{2018}}{1 - 10} \cdot \frac{40}{9} = \frac{40 \cdot (10^{2018} - 1)}{81}$$

$$\text{Vậy tổng là } S = \frac{40}{81}(10^{2018} - 1) - \frac{4}{9} \cdot 2018 = \frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right).$$

**Câu 7: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}. \text{ Tính } S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$$

- A.  $S = 2023736$ .      B.  $S = 2023563$ .      C.  $S = 6730444$ .      D.  $S = 6734134$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d - u_1 - 2d + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$$u_4 = 10, u_7 = 19, u_{10} = 28 \dots$$

$$\text{Ta có } u_1, u_4, u_7, u_{10}, \dots, u_{2011} \text{ là cấp số cộng có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 9 \\ n = 671 \end{cases}$$

$$S = \frac{671}{2}(2.1 + 670.9) = 2023736.$$

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$  và  $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Tìm số tự nhiên  $n$  nhỏ nhất thỏa mãn  $S_n \geq 20172018$ .

A. 2587. B. 2590. C. 2593. D. 2584.

**Câu 9: (THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$  và  $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Tìm số tự nhiên  $n$  nhỏ nhất thỏa mãn  $S_n \geq 20172018$ .

A. 2587. B. 2590. C. 2593. D. 2584.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có công sai  $d = 6$ .

$$\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11 \Leftrightarrow \log_2 u_5 (u_9 + 8) = 11 \quad (*) \text{ với } u_5 > 0.$$

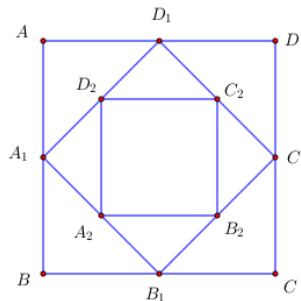
$$\text{Mặt khác } u_5 = u_1 + 4d = u_1 + 24 \text{ và } u_9 = u_1 + 8d = u_1 + 48.$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta được } \begin{cases} u_1 = 8 \Rightarrow u_5 = 32 \\ u_1 = -88 \Rightarrow u_5 = -64 \end{cases}. \text{ Suy ra } u_1 = 8.$$

$$S_n \geq 20172018 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \geq 20172018 \Leftrightarrow 3n^2 + 5n - 20172018 \geq 0.$$

Vậy số tự nhiên  $n$  nhỏ nhất thỏa mãn  $S_n \geq 20172018$  là  $n = 2593$ .

**Câu 10: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$  và có diện tích  $S_1$ . Nối 4 trung điểm  $A_1, B_1, C_1, D_1$  theo thứ tự của 4 cạnh  $AB, BC, CD, DA$  ta được hình vuông thứ hai có diện tích  $S_2$ . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là  $A_2B_2C_2D_2$  có diện tích  $S_3, \dots$  và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích  $S_4, S_5, \dots, S_{100}$  (tham khảo hình bên). Tính tổng  $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$ .



$$\text{A. } S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{100}}. \quad \text{B. } S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}. \quad \text{C. } S = \frac{a^2}{2^{100}}. \quad \text{D. } S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}.$$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $S_1 = a^2$ ;  $S_2 = \frac{1}{2}a^2$ ;  $S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$

Do đó  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$  là cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = S_1 = a^2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}.$$

**Câu 11: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ .

Tìm số nguyên dương  $n$  nhỏ nhất sao cho  $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$ .

**A.**  $n = 2017$ .

**B.**  $n = 2019$ .

**C.**  $n = 2020$ .

**D.**  $n = 2018$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^3 \\ u_3 = u_2 + 2^3 \\ \dots \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \Rightarrow u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3$$

$$\text{Ta lại có } 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n-1)^2 = \left( \frac{n(n-1)}{2} \right)^2$$

$$\text{Suy ra } u_n = 1 + \left( \frac{n(n-1)}{2} \right)^2$$

Theo giả thiết ta có

$$\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} \geq 2039190 \Leftrightarrow n(n-1) \geq 4078380 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 2020 \\ n \leq -2019 \end{cases} \text{ mà } n \text{ là số}$$

nguyên dương nhỏ nhất nên  $n = 2020$ .

**Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v_1(t) = 2t$  (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -12$  (m/s<sup>2</sup>). Tính quãng đường  $s$  (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?

- A.**  $s = 168$  (m).      **B.**  $s = 166$  (m).      **C.**  $s = 144$  (m).      **D.**  $s = 152$  (m).

**Lời giải**

**Chọn A**

☐ Giai đoạn 1: Xe bắt đầu chuyển động đến khi gặp chướng ngại vật.

Quãng đường xe đi được là:

$$S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144 \text{ (m)}.$$

☐ Giai đoạn 2: Xe gặp chướng ngại vật đến khi dừng hẳn.

Ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v_2(t) = \int a dt = -12t + c$ .

Vận tốc của xe khi gặp chướng ngại vật là:  $v_2(0) = v_1(12) = 2 \cdot 12 = 24$  (m/s).

$$\Rightarrow -12 \cdot 0 + c = 24 \Rightarrow c = 24 \Rightarrow v_2(t) = -12t + 24.$$

Thời gian khi xe gặp chướng ngại vật đến khi xe dừng hẳn là nghiệm phương trình:

$$-12t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Khi đó, quãng đường xe đi được là:

$$S_2 = \int_0^2 v_2(t) dt = \int_0^2 (-12t + 24) dt = (-6t^2 + 24t) \Big|_0^2 = 24 \text{ (m)}.$$

Vậy tổng quãng đường xe đi được là:  $S = S_1 + S_2 = 168$  (m).

**Câu 2: (Tạp chí THPT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Có hai cơ sở khoan giếng A và B. Cơ sở A giá mét khoan đầu tiên là 8000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 (đồng) so với giá của mét khoan ngay trước đó. Cơ sở B: Giá của mét khoan đầu tiên là 6000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước đó. Một công ty giống cây trồng muốn thuê khoan hai giếng với độ sâu lần lượt là 20 (m) và 25 (m) để phục vụ sản xuất. Giả thiết chất lượng và thời gian khoan giếng của hai cơ sở là như nhau. Công ty ấy nên chọn cơ sở nào để tiết kiệm chi phí nhất?

- A.** luôn chọn A.  
**B.** luôn chọn B.  
**C.** giếng 20 (m) chọn A còn giếng 25 (m) chọn B.  
**D.** giếng 20 (m) chọn B còn giếng 25 (m) chọn **B.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Cơ sở A giá mét khoan đầu tiên là 8000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 500 (đồng) so với giá của mét khoan ngay trước đó. Do đó theo tổng của một cấp số cộng ta có:

$$+ \text{ Nếu đào giếng 20 (m) hết số tiền là: } S_{20} = \frac{20}{2} [2.8000 + (20-1)500] = 255000 \text{ (đồng)}.$$

$$+ \text{ Nếu đào giếng 25 (m) hết số tiền là: } S_{25} = \frac{25}{2} [2.8000 + (25-1)500] = 350000 \text{ (đồng)}.$$

Cơ sở  $B$  giá của mét khoan đầu tiên là 6000 (đồng) và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét khoan sau tăng thêm 7% giá của mét khoan ngay trước đó. Do đó theo tổng của một cấp số nhân ta có:

+ Nếu đào giếng 20 (m) hết số tiền là:  $S'_{20} = 6000 \frac{1-(1,07)^{20}}{1-1,07} \approx 245973$  (đồng).

+ Nếu đào giếng 25 (m) hết số tiền là:  $S'_{25} = 6000 \frac{1-(1,07)^{25}}{1-1,07} \approx 379494$  (đồng).

Ta thấy  $S'_{20} < S_{20}$ ,  $S'_{25} > S_{25}$  nên giếng 20 (m) chọn B còn giếng 25 (m) chọn A.

**Câu 3: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội - Lần 2 năm 2017 - 2018)** Cho

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{x-1} = 5. \text{ Giới hạn } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{4f(x)+9+3})} \text{ bằng}$$

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 10.                                      D.  $\frac{5}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{x-1} = 5 \text{ nên } f(x)-10 \xrightarrow{x \rightarrow 1} 5(x-1) \text{ hay } f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 1} 5x+5$$

Do đó

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{4f(x)+9+3})} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+5-10}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{4(5x+5)+9+3})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{20x+29+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{20x+29+3})} = 1. \end{aligned}$$

**Cách 2:**

$$\text{Giả sử: } f(x)-10 = (x-1)g(x).$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)g(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5.$$

Vậy

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{4f(x)+9+3})} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)g(x)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{4[(x-1)g(x)+10]+9+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{4[(x-1)g(x)+10]+9+3}} = \frac{5(1+1)}{\sqrt{4(0.5+10)+9+3}} = 1. \end{aligned}$$

**Câu 4: (THPT Nghèn - Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 - 2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  bởi công thức truy hồi sau

$$\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n; n \geq 1 \end{cases}; u_{218} \text{ nhận giá trị nào sau đây?}$$

- A. 23653.                                      B. 46872.                                      C. 23871.                                      D. 23436.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $v_n = u_{n+1} - u_n = n$ , suy ra  $(v_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $v_1 = u_2 - u_1 = 1$  và công sai  $d = 1$ .

Xét tổng  $S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217}$ .

$$\text{Ta có } S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = \frac{217 \cdot (v_1 + v_{217})}{2} = \frac{217 \cdot (1 + 217)}{2} = 23653.$$

Mà  $v_n = u_{n+1} - u_n$  suy ra

$$S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \dots + (u_{218} - u_{217}) = u_{218} - u_1 \\ \Rightarrow u_{218} = S_{217} + u_1 = 23653.$$

**Câu 5: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(a_n)$  thỏa mãn

$a_1 = 1$  và  $a_n = 10a_{n-1} - 1, \forall n \geq 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $\log a_n > 100$ .

**A.** 100.

**B.** 101.

**C.** 102.

**D.** 103.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

$$a_n = 10a_{n-1} - 1 \Leftrightarrow a_n - \frac{1}{9} = 10 \left( a_{n-1} - \frac{1}{9} \right) \quad (1).$$

$$\text{Đặt } b_n = a_n - \frac{1}{9} \Rightarrow b_1 = a_1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}. \text{ Từ (1) } \Rightarrow b_n = 10b_{n-1}, \forall n \geq 2$$

Dãy  $(b_n)$  là cấp số nhân với công bội là  $q = 10$ . Nên  $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1}$ .

$$\text{Do đó } a_n = b_n + \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1} + \frac{1}{9}, \forall n = 1, 2, \dots$$

$$\text{Ta có } \log a_n > 100 \Leftrightarrow a^n > 10^{100} \Leftrightarrow \frac{8}{9} \cdot 10^{n-1} + \frac{1}{9} > 10^{100}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $\log a_n > 100$  là  $n = 102$ .

**Câu 6: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đều dương, số hạng đầu  $u_1 = 1$  và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tính giá trị của tổng

$$S = \frac{1}{u_2 \sqrt{u_1} + u_1 \sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3 \sqrt{u_2} + u_2 \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2018} \sqrt{u_{2017}} + u_{2017} \sqrt{u_{2018}}}.$$

**A.**  $\frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right).$

**B.**  $1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}.$

**C.** 2018.

**D.** 1.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn A**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2} d \Leftrightarrow 100 + 4950d = 14950 \Leftrightarrow d = 3.$$

$$\text{Do đó } u_{2018} = u_1 + 2017d = 6052.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{u_{k+1}\sqrt{u_k} + u_k\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}} \cdot (\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

Do đó:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{d} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \frac{1}{d} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \dots + \frac{1}{d} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{u_{2017}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) = \frac{1}{d} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right). \end{aligned}$$

**Câu 7: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có tất cả các số hạng đều dương thỏa mãn  $u_1 + u_2 + \dots + u_{2018} = 4(u_1 + u_2 + \dots + u_{1009})$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_3^2 u_2 + \log_3^2 u_5 + \log_3^2 u_{14}$  bằng

A. 3.

B. 1.

**C. 2.**

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } S_{2018} = \frac{2018}{2}(2u_1 + 2017d), S_{1009} = \frac{1009}{2}(2u_1 + 1008d)$$

$$u_1 + u_2 + \dots + u_{2018} = 4(u_1 + u_2 + \dots + u_{1009}) \Leftrightarrow \frac{2018}{2}(2u_1 + 2017d) = 4 \cdot \frac{1009}{2}(2u_1 + 1008d)$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 2(2u_1 + 1008d) \Leftrightarrow u_1 = \frac{d}{2}.$$

$$\text{Dãy số } (u_n): \frac{d}{2}, \frac{3d}{2}, \frac{5d}{2}, \dots$$

$$\text{Ta có } P = \log_3^2 u_2 + \log_3^2 u_5 + \log_3^2 u_{14} = \log_3^2 \frac{3d}{2} + \log_3^2 \frac{9d}{2} + \log_3^2 \frac{27d}{2}$$

$$= \left( 1 + \log_3 \frac{d}{2} \right)^2 + \left( 2 + \log_3 \frac{d}{2} \right)^2 + \left( 3 + \log_3 \frac{d}{2} \right)^2. \text{ Đặt } \log_3 \frac{d}{2} = x \text{ thì}$$

$$P = (1+x)^2 + (2+x)^2 + (3+x)^2 = 3x^2 + 12x + 14 = 3(x+2)^2 + 2 \geq 2.$$

Dấu bằng xảy ra khi  $x = -2 \Leftrightarrow d = \frac{2}{9}$ . Vậy giá trị nhỏ nhất của  $P$  bằng 2.

**Câu 8:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(CB'D')$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**D.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .**

**Câu 9:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(CB'D')$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

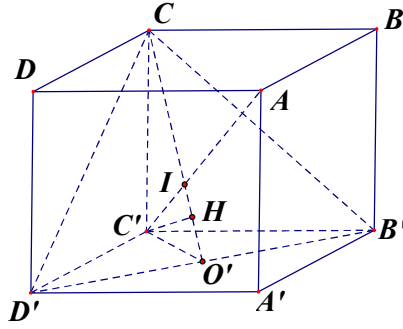
B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**D.  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .**

**Hướng dẫn giải**

**Chọn D**



Gọi  $I = AC' \cap CO'$  ta có  $I = AC' \cap (CB'D')$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $C'$  lên  $CO'$ . Khi đó

$$d(C'; (CB'D')) = C'H = \frac{CC' \cdot C'O'}{\sqrt{CC'^2 + C'O'^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Mặt khác, ta có  $AI = 2C'I$  nên  $d(A; (CB'D')) = 2d(C'; (CB'D')) = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 10:** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là  
**A.** 77.                      **B.** 79.                      **C.** 76.                      **D.** 78.

**Câu 11:** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là  
**A.** 77.                      **B.** 79.                      **C.** 76.                      **D.** 78.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi số cây ở hàng thứ  $n$  là  $u_n$ .

Ta có:  $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$  và  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$ .

Nhận xét dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 1$ .

$$\text{Khi đó } S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 3003.$$

$$\text{Suy ra } \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$$

(vì  $n \in \mathbb{N}$ ).

Vậy số hàng cây được trồng là 77.

**Câu 12:** Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.

**A.**  $\frac{16}{31}$ .                      **B.**  $\frac{1}{2}$ .                      **C.**  $\frac{15}{32}$ .                      **D.**  $\frac{15}{31}$ .

**Câu 13:** Trong tủ đồ chơi của bạn An có 5 con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.

A.  $\frac{16}{31}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{15}{32}$ .

**D.**  $\frac{15}{31}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Trường hợp 1: Bạn An chỉ lấy 1 con thú bông  $\Rightarrow$  có 5 cách.

Trường hợp 2: Bạn An lấy 2 con thú bông  $\Rightarrow$  có  $C_5^2$  cách.

Trường hợp 3: Bạn An lấy 3 con thú bông  $\Rightarrow$  có  $C_5^3$  cách.

Trường hợp 4: Bạn An lấy 4 con thú bông  $\Rightarrow$  có  $C_5^4$  cách.

Trường hợp 5: Bạn An lấy cả 5 con thú bông  $\Rightarrow$  có  $C_5^5$  cách.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = 5 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 31$ .

Gọi A là biến cố: “trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt”

Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là  $n(A) = 4 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 15$

Vậy xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{31}$ .

**Câu 14:** Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 81m. Mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên hai phần ba độ cao của lần rơi trước. Tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng

A. 234.

B. 567.

C. 162.

**D.** 405.

**Câu 15:** Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 81m. Mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên hai phần ba độ cao của lần rơi trước. Tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng

A. 234.

B. 567.

C. 162.

**D.** 405.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $r_i$  là khoảng cách lần rơi thứ  $i$

Ta có  $r_1 = 81, r_2 = \frac{2}{3}.81, \dots, r_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}.81, \dots$

Suy ra tổng các khoảng cách rơi của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lần rơi thứ  $n$  bằng

$$81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}}.$$

Gọi  $t_i$  là khoảng cách lần nảy thứ  $i$

Ta có  $t_1 = \frac{2}{3}.81, t_2 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3}.81, \dots, t_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \frac{2}{3}.81, \dots$

Suy ra tổng các khoảng cách nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lần nảy thứ  $n$  bằng

$$\frac{2}{3}.81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}}.$$

Vậy tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy

$$\text{nửa bằng } S = \lim \left( 81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} + \frac{2}{3} \cdot 81 \cdot \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}{1 - \frac{2}{3}} \right) = 405.$$

**Câu 16:** Cho dãy  $(u_n) : u_1 = e^3, u_{n+1} = u_n^2, k \in \mathbb{N}^*$  thỏa mãn  $u_1 u_2 \dots u_k = e^{765}$ . Giá trị của  $k$  là:

- A. 6.                                      B. 7.                                      **C. 8.**                                      D. 9.

**Câu 17:** Cho dãy  $(u_n) : u_1 = e^3, u_{n+1} = u_n^2, k \in \mathbb{N}^*$  thỏa mãn  $u_1 u_2 \dots u_k = e^{765}$ . Giá trị của  $k$  là:

- A. 6.                                      B. 7.                                      **C. 8.**                                      D. 9.

**Hướng dẫn giải**

**Chọn C**

Ta có  $u_n = e^{v_n}$ , với  $v_n = 3 \cdot 2^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$ .

$$v_1 + v_2 + \dots + v_k = 3 \cdot \frac{2^k - 1}{2 - 1} = 3(2^k - 1).$$

$$u_1 u_2 \dots u_k = e^{v_1 + v_2 + \dots + v_k}.$$

$$\text{Suy ra } 3(2^k - 1) = 765 \Leftrightarrow 2^k - 1 = 255 \Leftrightarrow 2^k = 256 \Leftrightarrow k = 8.$$

**Câu 18:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{5}$  và  $u_{n+1} = \frac{n+1}{5n} u_n, \forall n \geq 1$ . Tìm tất cả giá trị  $n$  để

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{u_k}{k} < \frac{5^{2018} - 1}{4 \cdot 5^{2018}}.$$

- A.  $n > 2019$ .                                      **B.  $n < 2018$ .**                                      C.  $n < 2020$ .                                      D.  $n > 2017$ .

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{5}$  và  $u_{n+1} = \frac{n+1}{5n} u_n, \forall n \geq 1$ . Tìm tất cả giá trị  $n$  để

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{u_k}{k} < \frac{5^{2018} - 1}{4 \cdot 5^{2018}}.$$

- A.  $n > 2019$ .                                      **B.  $n < 2018$ .**                                      C.  $n < 2020$ .                                      D.  $n > 2017$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{n+1}{5n} u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{u_n}{n}.$$

Đặt  $v_n = \frac{u_n}{n}, \forall n \geq 1$ . Suy ra  $(v_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = \frac{1}{5}$  và  $v_1 = \frac{1}{5}$ .

$$\text{Ta có } S = \sum_{k=1}^n \frac{u_k}{k} = \sum_{k=1}^n v_k = v_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5^n - 1}{5^n} = T_n.$$

Do  $v_n > 0, \forall n \geq 1$  nên  $(T_n)$  là dãy tăng. Suy ra  $T_n < \frac{5^{2018} - 1}{4 \cdot 5^{2018}} = T_{2018} \Leftrightarrow n < 2018$ .

**Câu 20:** Xét các số thực dương  $a, b$  sao cho  $-25, 2a, 3b$  là cấp số cộng và  $2, a+2, b-3$  là cấp số nhân. Khi đó  $a^2 + b^2 - 3ab$  bằng :

- A. 59.**                                      B. 89.                                      C. 31.                                      D. 76.

**Câu 21:** Xét các số thực dương  $a, b$  sao cho  $-25, 2a, 3b$  là cấp số cộng và  $2, a+2, b-3$  là cấp số

nhân. Khi đó  $a^2 + b^2 - 3ab$  bằng :

**A.** 59 .

**B.** 89 .

**C.** 31 .

**D.** 76 .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $-25, 2a, 3b$  là cấp số cộng nên  $-25 + 3b = 4a \Rightarrow 3b - 9 = 4a + 16$ .

Vì  $2, a + 2, b - 3$  là cấp số nhân nên  $2(b - 3) = (a + 2)^2$ .

$$\text{Suy ra } 2 \frac{(4a + 16)}{3} = (a + 2)^2 \Rightarrow 2(4a + 16) = 3(a + 2)^2 \Rightarrow 3a^2 + 4a - 20 = 0$$

Vì  $a > 0$  nên  $a = 2$  suy ra  $b = 11$ .

$$\text{Vậy } a^2 + b^2 - 3ab = 4 + 121 - 66 = 59$$

**Câu 22:** Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác  $ABC$  được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác  $ABC$ . Ta xây dựng dãy các tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$  sao cho  $A_1B_1C_1$  là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương  $n \geq 2$ , tam giác  $A_nB_nC_n$  là tam giác trung bình của tam giác  $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$ . Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $S_n$  tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác  $A_nB_nC_n$ . Tính tổng  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ ?

**A.**  $S = \frac{15\pi}{4}$ .

**B.**  $S = 4\pi$ .

**C.**  $S = \frac{9\pi}{2}$ .

**D.**  $S = 5\pi$ .

**Câu 23:** Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác  $ABC$  được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác  $ABC$ . Ta xây dựng dãy các tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$  sao cho  $A_1B_1C_1$  là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương  $n \geq 2$ , tam giác  $A_nB_nC_n$  là tam giác trung bình của tam giác  $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$ . Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $S_n$  tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác  $A_nB_nC_n$ . Tính tổng  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ ?

**A.**  $S = \frac{15\pi}{4}$ .

**B.**  $S = 4\pi$ .

**C.**  $S = \frac{9\pi}{2}$ .

**D.**  $S = 5\pi$ .

**Lời giải**

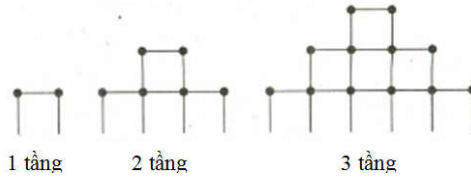
**Chọn B**

$$\text{Ta có } S_1 = \pi \cdot \left(3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 3\pi; S_2 = \pi \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{4} \cdot S_1; S_3 = \pi \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{3\pi}{16} = \frac{1}{4} \cdot S_2$$

Ta có  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$  tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là  $S_1 = 3\pi$  và công bội  $q = \frac{1}{4}$

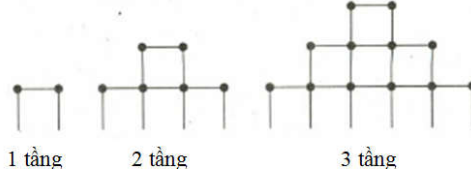
$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots = \frac{S_1}{1 - q} = \frac{3\pi}{1 - \frac{1}{4}} = 4\pi.$$

**Câu 24:** Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần đúng bao nhiêu que diêm?



- A.** 210. **B.** 39. **C.** 100. **D.** 270.

**Câu 25:** Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần đúng bao nhiêu que diêm?



- A.** 210. **B.** 39. **C.** 100. **D.** 270.

**Lời giải**

**Chọn A**

Số que ở 1 tầng là  $u_1 = 3$ .

Tổng số que ở 2 tầng là  $u_1 + u_2 = 3 + 7$ .

Tổng số que ở 3 tầng là  $u_1 + u_2 + u_3 = 3 + 7 + 11$ .

.

Ta có cấp số cộng  $u_1 = 3$ ,  $d = 4$ , tính  $S_{10}$ ?

Để cần có 10 tầng cần tổng  $S_{10} = \frac{10}{2}(2.3 + 9.4) = 210$  que.

**Câu 26:** Cho  $a < b < c$  là ba số nguyên. Biết  $a, b, c$  theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và  $a, c, b$  theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $c$ .

- A.** -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 4.

**Câu 27:** Cho  $a < b < c$  là ba số nguyên. Biết  $a, b, c$  theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và  $a, c, b$  theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $c$ .

- A.** -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2b = a + c \\ c^2 = ab > 0 \end{cases}. \text{ Suy ra: } 2c^2 = a(a + c) \Rightarrow 2c^2 - ac - a^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = a(L) \\ c = -\frac{a}{2} \Rightarrow b = \frac{a}{4} = -\frac{c}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } a, b \text{ trái dấu với } c \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

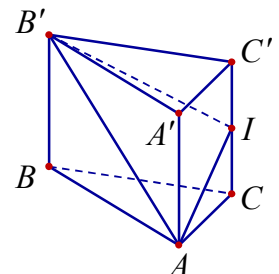
Do  $a, b, c$  nguyên nên  $c$  chia hết cho 2.

Do đó  $c$  nhỏ nhất bằng 2 khi đó  $a = -4$ ,  $b = -1$  (thỏa mãn).

**Câu 28:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ ,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ ,  $AB = BB' = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CC'$ . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$ .

**A.**  $\frac{\sqrt{70}}{10}$ .

**B.**  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .



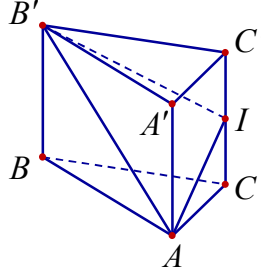
C.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .

D.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .

**Câu 29:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = \sqrt{2}$  và  $u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$  với mọi  $n \geq 1$ . Tìm  $u_{2018}$ .

A.  $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2017}}$ . B.  $u_{2018} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{2019}}$ . C.  $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2018}}$ . D.  $u_{2018} = 2$ .

**Câu 30:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác cân tại  $A$ ,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ ,  $AB = BB' = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CC'$ . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$ .



A.  $\frac{\sqrt{70}}{10}$ .

B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

C.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .

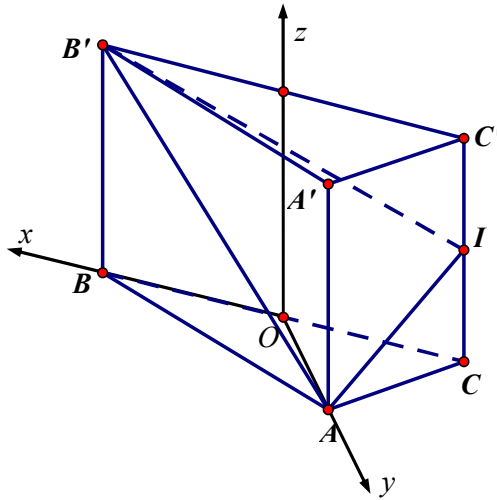
D.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ và độ dài đơn vị trên các trục là  $a$  ta có:  $BC = a\sqrt{3}$ ,  $OA = \frac{a}{2}$

nên  $A\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$ ,  $B'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 1\right)$ ,  $C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$ ,  $C'\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; 1\right)$ ,  $I\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$



$$\Rightarrow \overrightarrow{AB'} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right) // (\sqrt{3}; -1; 2); \overrightarrow{AI} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}; -1; 1).$$

Mặt phẳng  $(ABC)$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = \vec{k} = (0; 0; 1)$ .

Mặt phẳng  $(AB'I)$  có véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = [\overrightarrow{AB'}; \overrightarrow{AI}] = (1; -3\sqrt{3}; -2\sqrt{3})$ .

$$\Rightarrow \cos((ABC);(AB'I)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

**Cách 2:** Dùng công thức hình chiếu:  $\cos((ABC);(AB'I)) = \frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}}$ .

**Câu 31:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_1 = \sqrt{2}$  và  $u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$  với mọi  $n \geq 1$ . Tìm  $u_{2018}$ .

**A.**  $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2017}}$ . **B.**  $u_{2018} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{2019}}$ . **C.**  $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2018}}$ . **D.**  $u_{2018} = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$$u_1 = \sqrt{2} = 2 \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cos \frac{\pi}{2^2}.$$

$$u_2 = \sqrt{2+\sqrt{2}} = 2 \cos \frac{\pi}{8} = 2 \cos \frac{\pi}{2^3}.$$

$$\text{Dự đoán: } u_n = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}.$$

Chứng minh theo quy nạp ta có.

$u_1 = 2 \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$ , công thức (1) đúng với  $n=1$ . Giả sử công thức (1) đúng với  $n=k$ ,  $k \geq 1$

ta có  $u_k = 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+1}}$ .

$$\text{Ta có: } u_{k+1} = \sqrt{2+u_k} = \sqrt{2+2 \cos \frac{\pi}{2^{k+1}}} = \sqrt{2 \left(1 + \cos \frac{\pi}{2^{k+1}}\right)} = \sqrt{4 \cos^2 \left(\frac{\pi}{2^{k+2}}\right)} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+2}}$$

(vì  $0 < \frac{\pi}{2^{k+2}} < \frac{\pi}{2}$  với mọi  $k \geq 1$ ).

Công thức (1) đúng với  $n=k+1$ .

Vậy  $u_n = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ . Suy ra  $u_{2018} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{2019}}$ .

**Câu 32:** Cho dãy  $(x_n)$  thỏa  $\lim x_n = +\infty$ . Tính giới hạn  $\lim \left[ x_n \left( \cos \frac{1}{x_n} - 1 \right) \right]$

**A.** Không tồn tại. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

**Câu 33:** Cho dãy  $(x_n)$  thỏa  $\lim x_n = +\infty$ . Tính giới hạn  $\lim \left[ x_n \left( \cos \frac{1}{x_n} - 1 \right) \right]$

**A.** Không tồn tại. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim \left[ x_n \left( \cos \frac{1}{x_n} - 1 \right) \right] = \lim \left[ \frac{1}{x_n} \left( -2 \sin^2 \frac{1}{2x_n} \right) \right] = \lim \frac{-2}{x_n} \cdot \frac{\sin^2 \frac{1}{2x_n}}{\left( \frac{1}{2x_n} \right)^2} = 0 \cdot 1 = 0.$$



**Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng 1. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng đi qua đường chéo  $BD'$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được.

A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

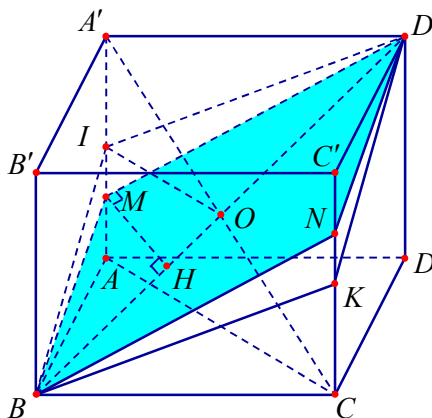
B.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .

C.  $\sqrt{2}$ .

D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương. Vì các mặt bên của hình lập phương là các mặt phẳng song song nên mặt phẳng qua đường chéo  $BD'$  cắt các mặt bên theo các giao tuyến song song. Thiết diện là hình bình hành  $BMD'N$ .

Ta có  $S_{BMD'N} = 2S_{BMD'} = BD' \cdot MH$ .

Có  $BD' = \sqrt{3}$  nên diện tích đạt GTNN khi và chỉ khi  $MH$  nhỏ nhất. Do  $AA'$  và  $BD'$  chéo nhau nên  $MH$  là đoạn vuông góc chung của  $AA'$  và  $BD'$  hay  $MH = OI = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Vậy  $S_{BMD'N} = 2S_{BMD'} = BD' \cdot MH = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ .

**Câu 2: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Trong dịp hội trại hè 2017, bạn Anh thả một quả bóng cao su từ độ cao 6(m) so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã bay (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) khoảng:

A. 44(m).

B. 45(m).

C. 42(m).

D. 43(m).

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Vì mỗi lần bóng nảy lên bằng  $\frac{3}{4}$  lần nảy trước nên ta có tổng quãng đường bóng nảy lên là

$$S_1 = 6 \cdot \frac{3}{4} + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu  $u_1 = 6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{2}$  và công bội  $q = \frac{3}{4}$ . Suy ra

$$S_1 = \frac{\frac{9}{2}}{1 - \frac{3}{4}} = 18.$$

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường

$$\text{bóng nảy lên nên là } S_2 = 6 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  $u_1 = 6$  và công bội  $q = \frac{3}{4}$ . Suy ra

$$S_2 = \frac{6}{1 - \frac{3}{4}} = 24.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là  $S = S_1 + S_2 = 18 + 24 = 42$ .

**Câu 3: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + \sqrt{2} - 1}{1 - (\sqrt{2} - 1)u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*. \text{ Tính } u_{2018}. \end{cases}$$

**A.**  $u_{2018} = 7 + 5\sqrt{2}$ .      **B.**  $u_{2018} = 2$ .      **C.**  $u_{2018} = 7 - 5\sqrt{2}$ .      **D.**  $u_{2018} = 7 + \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $\tan \alpha = 2$ . Ta có  $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ . Suy ra  $u_{n+1} = \frac{u_n + \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan \frac{\pi}{8} \cdot u_n}$

Có  $u_2 = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan \frac{\pi}{8} \cdot \tan u_1} = \tan \left( \alpha + \frac{\pi}{8} \right)$ .

Bằng quy nạp, ta chứng minh được  $u_n = \tan \left[ \alpha + (n-1) \frac{\pi}{8} \right]$ .

Vậy  $u_{2018} = \tan \left( \alpha + \frac{2017\pi}{8} \right) = \tan \left( \alpha + \frac{\pi}{8} \right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{8}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{8}} = 7 + 5\sqrt{2}$ .

**Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AD$ ;  $H$  là giao điểm của  $CN$  và  $DM$ . Biết  $SH = 3a$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $MD$  và  $SC$  là

A.  $\frac{12a\sqrt{15}}{61}$ .

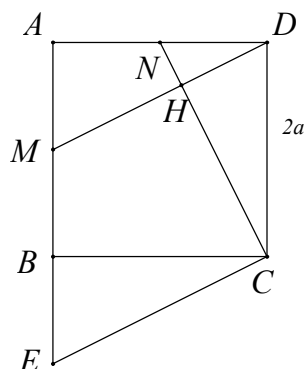
B.  $\frac{a\sqrt{61}}{61}$ .

C.  $\frac{12a\sqrt{61}}{61}$ .

D.  $\frac{6a\sqrt{61}}{61}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



**Cách 1:** Dựng đường thẳng  $d$  qua  $C$  và song song với  $DM$ .  $d \cap AB = E$ .

Dựng  $HK \perp SC$ ,  $K \in SC$ .

Ta có  $\triangle DMA = \triangle CDN (c.c.c)$

Suy ra  $\widehat{NCD} = \widehat{ADM}$

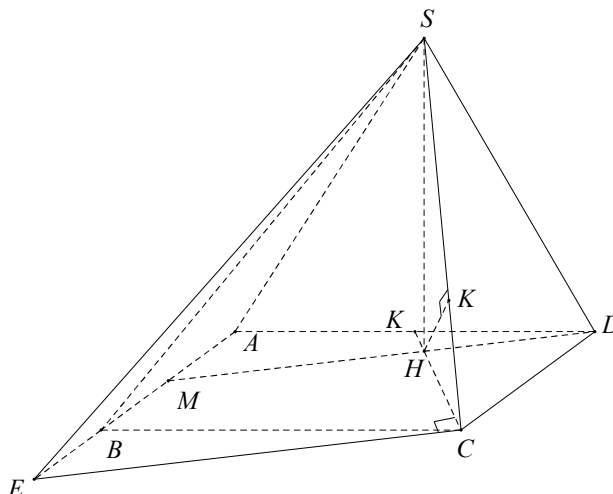
Lại có  $\widehat{NCD} + \widehat{CND} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ADM} + \widehat{CND} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CHD} = 90^\circ \Rightarrow MD \perp CN$  tại  $H$ .

Suy ra  $\begin{cases} CE \perp CH \\ CE \perp SH \end{cases} \Rightarrow CE \perp (CSH) \Rightarrow CE \perp HK. \quad (1)$

Suy ra  $\begin{cases} HK \perp CE \quad (1) \\ HK \perp CS \end{cases} \Rightarrow HK \perp (CSE)$

$d(DM, SC) = d(DM, (CSE)) = d(H, (CSE)) = HK$ .

Ta có  $NC = \sqrt{DC^2 + DN^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$ .



Xét tam giác vuông  $NCD$  ta có  $HC = \frac{DC^2}{NC} = \frac{4a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$ .

Suy ra  $HK = \frac{HS.HC}{\sqrt{HS^2 + HC^2}} = \frac{12\sqrt{61}}{61}a$ .

**Cách 2:** Dễ thấy  $CN \perp DM \Rightarrow CH \perp DM$

Tam giác  $ADM$  vuông tại  $A$  có:  $DM = \sqrt{AD^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Ta có:  $\begin{cases} CH \perp DM \\ SH \perp DM \end{cases} \Rightarrow DM \perp (SHC)$

$$S_{\triangle DCM} = \frac{1}{2}CH.DM = 2a^2 \Rightarrow CH = \frac{4a}{\sqrt{5}}$$

Trong  $\triangle SHC$  hạ  $HK \perp SC \Rightarrow d(DM, SC) = HK$

Tam giác  $SHC$  vuông tại  $H$  có:  $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HC^2} \Rightarrow HK = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$ .

**Câu 2: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác  $ABC$  được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác  $ABC$ .

Ta xây dựng dãy các tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$  sao cho  $A_1B_1C_1$  là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương  $n \geq 2$ , tam giác  $A_nB_nC_n$  là tam giác trung bình của tam giác  $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$ . Với mỗi số nguyên dương  $n$ , kí hiệu  $S_n$  tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác  $A_nB_nC_n$ . Tính tổng  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ ?

**A.**  $S = \frac{15\pi}{4}$ .

**B.**  $S = 4\pi$ .

**C.**  $S = \frac{9\pi}{2}$ .

**D.**  $S = 5\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì dãy các tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$  là các tam giác đều nên bán kính đường tròn ngoại tiếp các tam giác bằng cạnh  $\times \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Với  $n = 1$  thì tam giác đều  $A_1B_1C_1$  có cạnh bằng 3 nên đường tròn ngoại tiếp tam giác

$$A_1B_1C_1 \text{ có bán kính } R_1 = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_1 = \pi \left( 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Với  $n = 2$  thì tam giác đều  $A_2B_2C_2$  có cạnh bằng  $\frac{3}{2}$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác

$$A_2B_2C_2 \text{ có bán kính } R_2 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_2 = \pi \left( 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

Với  $n = 3$  thì tam giác đều  $A_3B_3C_3$  có cạnh bằng  $\frac{3}{4}$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác

$$A_2B_2C_2 \text{ có bán kính } R_3 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_3 = \pi \left( 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2.$$

.....

Như vậy tam giác đều  $A_n B_n C_n$  có cạnh bằng  $3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  nên đường tròn ngoại tiếp tam giác

$$A_n B_n C_n \text{ có bán kính } R_n = 3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_n = \pi\left(3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}.\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2.$$

Khi đó ta được dãy  $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$  là một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu  $u_1 = S_1 = 3\pi$  và công bội  $q = \frac{1}{4}$ .

$$\text{Do đó tổng } S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots = \frac{u_1}{1-q} = 4\pi.$$

**Câu 1: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số xác định bởi  $u_1 = 1$ ,

$$u_{n+1} = \frac{1}{3} \left( 2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right); n \in \mathbb{N}^*. \text{ Khi đó } u_{2018} \text{ bằng}$$

**A.**  $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

**B.**  $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

**C.**  $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$

**D.**  $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left( 2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right) = \frac{1}{3} \left( 2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}.$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left( u_n - \frac{1}{n+1} \right) \quad (1)$$

Đặt  $v_n = u_n - \frac{1}{n+1}$ , từ (1) ta suy ra:  $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n.$

Do đó  $(v_n)$  là cấp số nhân với  $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ , công bội  $q = \frac{2}{3}.$

Suy ra:  $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}.$

Vậy  $u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

**Câu 2: -----HẾT----- (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_1 = 2; u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số đã cho là biểu thức có dạng  $a \cdot 2^n + bn + c$ , với  $a, b, c$  là các số nguyên,  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ . Khi đó tổng  $a + b + c$  có giá trị bằng

**A.** -4.

**B.** 4.

**C.** -3.

**D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \Leftrightarrow u_n + 3n + 5 = 2[u_{n-1} + 3(n-1) + 5]$ , với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Đặt  $v_n = u_n + 3n + 5$ , ta có  $v_n = 2v_{n-1}$  với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Như vậy,  $(v_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2$  và  $v_1 = 10$ , do đó  $v_n = 10 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n$ .

Do đó  $u_n + 3n + 5 = 5 \cdot 2^n$ , hay  $u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$  với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Suy ra  $a = 5, b = -3, c = -5$ . Nên  $a + b + c = 5 + (-3) + (-5) = -3$ .

**Câu 3: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  như sau:

$$u_n = \frac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n = 1, 2, \dots \text{ Tính giới hạn } \lim_{x \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n).$$

**A.**  $\frac{1}{4}.$

**B.** 1.

**C.**  $\frac{1}{2}.$

**D.**  $\frac{1}{3}.$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } u_n = \frac{n}{(1+n^2)^2 - n^2} = \frac{n}{(n^2+n+1)(n^2-n+1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } u_1 + u_2 + \dots + u_n &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{21} + \dots + \frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{n^2+n+1} \right) = \frac{1}{2} \frac{n^2+n}{n^2+n+1} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \lim(u_1 + u_2 + \dots + u_n) = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 4: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương anh A đều cất đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

**A.** 11.

**B.** 12.

**C.** 13.

**D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số tiền anh A cần tiết kiệm là  $500 - 500 \cdot 0,32 = 330$  (triệu).

Gọi số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm đầu tiên là  $u_1 = 10$  (triệu).

Thì số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ hai là

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + 0,12) = u_1 \cdot 1,12 \text{ (triệu)}.$$

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ ba là

$$u_3 = u_1 \cdot (1 + 0,12)^2 = u_1 \cdot (1,12)^2 \text{ (triệu)}.$$

...

Số tiền mà anh A nhận được ở mỗi tháng trong năm thứ  $n$  là

$$u_n = u_1 \cdot (1 + 0,12)^{n-1} = u_1 \cdot (1,12)^{n-1} \text{ (triệu)}.$$

Vậy số tiền mà anh A tiết kiệm được sau  $n$  năm là

$$12 \cdot (u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1}) = 12 \cdot (u_n - u_1) = 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1].$$

$$\text{Cho } 12 \cdot [u_1 \cdot (1,12)^{n-1} - u_1] = 330 \Leftrightarrow (1,12)^{n-1} = \frac{23}{6} \Leftrightarrow n = \log_{1,12} \frac{23}{6} + 1 \Rightarrow n = 13.$$

Vậy sau ít nhất 13 năm thì anh A sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô.

**Câu 5: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = a$ .  $M$  là một điểm di động trên đoạn  $AB$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A'$  trên đường thẳng  $CM$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $BH$  khi tam giác  $AHC$  có diện tích lớn nhất.

**A.**  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

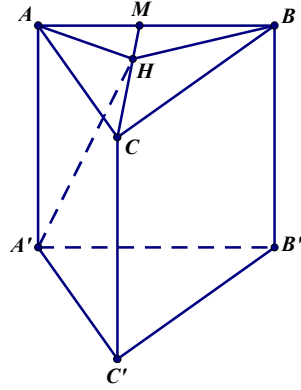
**B.**  $\frac{a}{2}$ .

**C.**  $\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$ .

**D.**  $a \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $AA' \perp (ABC)$  nên  $AA' \perp CM$ . Mặt khác  $A'H \perp CM$ . Do đó  $CM \perp (AA'H)$ . Suy ra  $CM \perp AH$ . Vậy  $H$  còn là hình chiếu của  $A$  trên  $CM$ .

Ta có  $S_{AHC} = \frac{1}{2} AH \cdot HC \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (AH^2 + HC^2) = \frac{AC^2}{4} = \frac{a^2}{4}$ . Dấu bằng xảy ra khi  $AH = HC$ , tức là khi  $\widehat{ACM} = 45^\circ$ . Vậy tam giác  $AHC$  có diện tích lớn nhất khi  $M$  ở vị trí sao cho  $\widehat{ACM} = 45^\circ$ . Khi đó  $HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  và  $\widehat{HCB} = 15^\circ$ .

$$\begin{aligned} \text{Trong tam giác } HBC: BH^2 &= HC^2 + BC^2 - 2HC \cdot BC \cdot \cos \widehat{HCB} \\ &= \frac{a^2}{2} + a^2 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} = \frac{(4 - 2\sqrt{3})a^2}{4} \Rightarrow BH = \frac{a(\sqrt{3} - 1)}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 6: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn

$\ln(u_1^2 + u_2^2 + 10) = \ln(2u_1 + 6u_2)$  và  $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1$  với mọi  $n \geq 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $u_n > 5050$  bằng.

**A.** 100.

**B.** 99.

**C.** 101.

**D.** 102.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \ln(u_1^2 + u_2^2 + 10) = \ln(2u_1 + 6u_2) \Leftrightarrow u_1^2 + u_2^2 + 10 = 2u_1 + 6u_2$$

$$\Leftrightarrow (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } v_n = u_{n+1} - u_n \text{ với } n \geq 1 \Rightarrow v_1 = u_2 - u_1 = 2.$$

$$\text{Theo giả thiết: } u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1 \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 1 \Leftrightarrow v_{n+1} = v_n + 1, \forall n \geq 1.$$

$$\text{Suy ra } (v_n) \text{ là cấp số cộng có công sai } d = 1 \Rightarrow v_n = v_1 + (n-1)d = n-3.$$

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \underbrace{u_{n+1} - u_n}_{v_n} + \underbrace{u_n - u_{n-1}}_{v_{n-1}} + \dots + \underbrace{u_3 - u_2}_{v_2} + \underbrace{u_2 - u_1}_{v_1} + u_1 = S_n + u_1.$$

$$\text{Với } S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n = \frac{n}{2}(v_1 + v_n) = \frac{n(n-1)}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } u_{n+1} = \frac{n(n-1)}{2} + 1 \Rightarrow u_n = \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1.$$

$$\text{Ta có: } u_n > 5050 \Leftrightarrow \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 1 > 5050 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 10096 > 0 \Leftrightarrow n > 101,99.$$

Vậy số  $n$  nhỏ nhất thỏa yêu cầu là 102.

