SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐA PHÚC

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM 2015
Môn: TOÁN
Thời gian: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 ***(2,0 điểm).*** Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$ (1).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*C*) của hàm số (1).

b) Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị (*C*) tại hai điểm phân biệt.

Câu 2 ***(1,0 điểm).*** Giải các phương trình:

a) $\cos 3x+4\sin x-\cos x=0$ b) $4^x-4.2^{x+1}-9=0.$

Câu 3 ***(1,0 điểm).***

a) Tìm phần ảo của số phức *z,* biết: $z-(2+i)\overline{z}=3-2i.$

b) Một lớp học có 16 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi làm trực nhật sao cho trong 5 học sinh được chọn có 2 bạn nữ và 3 bạn nam.

Câu 4 ***(1,0 điểm).*** Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x\sqrt{1+3x}dx.$

Câu 5 ***(1,0 điểm).*** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$, mặt phẳng (*P*): $x-2y+z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của Δ và (*P*). Viết phương trình đường thẳng *d* nằm trong (*P*) đồng thời cắt và vuông góc với Δ.

Câu 6 ***(1,0 điểm).*** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *B,* $\widehat{BAC}=60^0$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (*ABC*) trùng với trọng tâm *G* của tam giác *ABC,* góc giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0 và $AG=\dfrac{\sqrt{7}a}{3}$. Tính theo *a* thể tích khối lăng trụ và cosin của góc giữa đường thẳng *AC* và mặt phẳng $(ABB'A')$.

Câu 7 ***(1,0 điểm).*** Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* cho hình bình hành *ABCD.* Đường tròn (*C*) ngoại tiếp tam giác *ABC* có phương trình $(x-2)^2+(y-3)^2=25.$ Chân các đường vuông góc hạ từ *B* và *C* xuống *AC, AB* thứ tự là $M(1;0),\ N(4;0)$. Tìm tọa độ các điểm *A, B, C, D* biết tam giác *ABC* nhọn và đỉnh *A* có tung độ âm.

Câu 8 ***(1,0 điểm).*** Giải hệ phương trình: $\begin{cases}4x^2+8\sqrt{2x}+6\sqrt{y-1}+1=y+8\sqrt[4]{y-1}+12x\\4x+\sqrt{4x^2+8x-y+5}+\sqrt{11+y-8x-4x^2}=y\end{cases}$

Câu 9 ***(1,0 điểm).*** Cho *a, b, x, y* là các số dương thỏa mãn $a^5+b^5=2; x,y\le 4.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=\dfrac{x^2+2y^2+24}{xy(a^2+b^2)}$.

----------Hết----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh :.....

SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT ĐA PHÚC

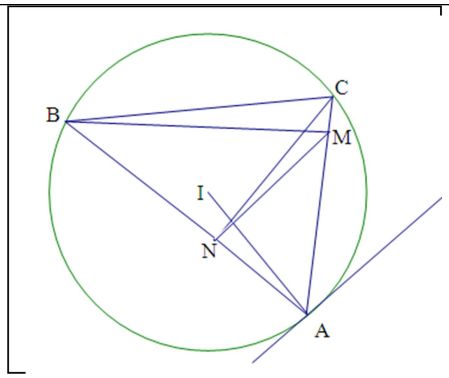
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 NĂM 2015
Môn: TOÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM

1) Hướng dẫn chấm chỉ nêu một cách giải với những ý cơ bản, nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong hướng dẫn chấm nhưng vẫn đúng thì cho đủ số điểm từng phần như thang điểm quy định.
2) Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện với tất cả giám khảo.
3) Điểm toàn bài tính đến **0,25** điểm. Sau khi cộng điểm toàn bài, **giữ nguyên kết quả** ***(không làm tròn)***.
4) Với các bài hình học (**Câu 6** và **Câu 7**) nếu học sinh ***không vẽ hình*** phần nào thì ***không*** cho điểm phần đó.

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1.a</td><td>- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Giới hạn, tiệm cận:
$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = -1 \Rightarrow y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
$\lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty; \lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Ta có $y' = -\dfrac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Bảng biến thiên:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ 1 $+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>- ‖ -</td></tr><tr><td>y</td><td>-1 ↘ $-\infty$ ‖ $+\infty$ ↘ -1</td></tr></table></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Đồ thị:
 </td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>1.b</td><td>Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + m$ và đồ thị (C) là
$-x + m = \dfrac{-x+2}{x-1}$</td><td>0.25</td></tr>
</table>

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ -x^2 + x + mx - m = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - (m+2)x + m + 2 = 0 \quad (1) \end{cases}$	0.25
	d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1, hay $\begin{cases} 1 - m - 2 + m + 2 \neq 0 \\ (m+2)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m+2)(m-2) > 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2. \end{array} \right.$	0.25
2.a	$\cos 3x + 4\sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow -2\sin 2x \sin x + 4\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(\sin 2x - 2) = 0$	0.25
	$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$	0.25
2.b	$4^x - 4.2^{x+1} - 9 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 8.2^x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = -1 (loai) \\ 2^x = 9 \end{array} \right.$	0.25
	Với $2^x = 9 \Rightarrow x = \log_2 9.$	0.25
3.a	Giả sử $z = a + bi \quad (a, b \in \mathbb{R})$. Từ giả thiết suy ra $a + bi - (2+i)(a - bi) = 3 - 2i \Leftrightarrow a + bi - 2a + 2bi - ai - b = 3 - 2i \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -3 \\ 3b - a = -2 \end{cases}$	0.25
	$b = -\frac{5}{4}; a = -\frac{7}{4}$. Vậy phần ảo của z là $-\frac{5}{4}$.	0.25
3.b	Số cách chọn 2 bạn nữ là C_{24}^2, số cách chọn 3 bạn nam là C_{16}^3.	0.25
	Vậy số cách chọn được 5 bạn thỏa mãn bài toán là $C_{24}^2.C_{16}^3 = 154560$ (cách).	0.25
4.	Đặt $t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x + 1 \Rightarrow 2tdt = 3dx$	0.25
	$x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 2$	0.25
	Suy ra $I = \int_1^2 \frac{t^2 - 1}{3} . \frac{2t^2 dt}{3}$	0.25
	$= \frac{2}{9} \int_1^2 (t^4 - t^2) dt = \frac{2}{9} \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{116}{135}.$	0.25
5.	Gọi M là giao điểm của Δ và (P), suy ra tọa độ của M là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2} \\ x - 2y + z - 2 = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \Rightarrow M(3;1;1). \\ z = 1 \end{cases}$	0.25
	(P) có VTPT $\vec{n}(1;-2;1)$, Δ có VTCP $\vec{u}(1;2;-2)$. Từ giả thiết suy ra d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d} = \left[\vec{n}, \vec{u} \right] = (2;3;4)$.	0.25
	d nằm trong (P) và cắt Δ nên d đi qua M suy ra phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}.$	0.25

6.	Gọi M là trung điểm BC, góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{A'AG}=60^0$, suy ra chiều cao của lăng trụ là $A'G=AG.\tan 60^o=\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.	0.25
	Đặt $AB=x,(x>0)\Rightarrow AC=2x,BC=\sqrt{3}x$. Áp dụng định lí Pitago cho tam giác vuông ABM ta có: $AM^2=\left(\dfrac{3}{2}AG\right)^2=\dfrac{7a^2}{4}=x^2+\dfrac{3x^2}{4}\Rightarrow x=a\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{2}$. Từ đó thể tích của lăng trụ đã cho là: $V=A'G.S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{7}a^3}{2}$ (đvtt).	0.25
	Kéo dài CG cắt AB tại N, kẻ GE vuông góc với AB (E thuộc AB), hạ GF vuông góc với $A'E$ (F thuộc $A'E$). Ta có $\begin{cases}AB\perp A'G\\AB\perp GE\end{cases}\Rightarrow AB\perp(A'GE)\Rightarrow AB\perp GF\Rightarrow GF\perp(ABB'A')$. Qua C kẻ đường thẳng song song với GF cắt tia NF tại H, suy ra H là hình chiếu vuông góc của C trên $(ABB'A')$. Hay góc giữa AC và mặt phẳng $(ABB'A')$ là $\widehat{HAC}$.	0.25
	Dễ thấy $GE=\dfrac{2}{3}BM=\dfrac{a}{\sqrt{3}}\Rightarrow\dfrac{1}{GF^2}=\dfrac{1}{GE^2}+\dfrac{1}{GA'^2}=\dfrac{3}{a^2}+\dfrac{3}{7a^2}=\dfrac{24}{7a^2}\Rightarrow GF=\dfrac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{6}}$ Suy ra $CH=3GF=\dfrac{3\sqrt{7}a}{2\sqrt{6}}$. Xét tam giác AHC vuông tại H, có $\sin\widehat{HAC}=\dfrac{CH}{AC}=\dfrac{\sqrt{21}}{4\sqrt{2}}$ Từ đó $\cos\widehat{HAC}=\dfrac{\sqrt{22}}{8}$.	0.25
7.		0.25

	Kẻ tiếp tuyến với đường tròn (C) tại A. Ta có tứ giác $BCMN$ nội tiếp nên góc $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$ (cùng bù với góc $\widehat{NMC}$). Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{MAt} = \frac{1}{2} sd\,\widehat{AC}$, suy ra $\widehat{MAt} = \widehat{AMN}$. Mà chúng ở vị trí so le trong nên $MN//At$, hay IA vuông góc với MN (I là tâm đường tròn (C)).	
	Ta có $\overrightarrow{MN}(3;0), I(2;3) \Rightarrow AI: x = 2$. A là giao của IA và (C) nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 2 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2; y = 8 \\ x = 2; y = -2 \end{array}\right.$. A có tung độ âm nên $A(2;-2)$.	0.25
	-Pt AN: $x - y - 4 = 0$. B là giao điểm (khác A) của AN và (C) suy ra tọa độ của $B(7;3)$. -Pt AM: $2x + y - 2 = 0$. C là giao điểm (khác A) của AM và (C) suy ra tọa độ của $C(-2;6)$. -Ta có $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \Rightarrow D(-7;1)$.	0.25
	Kiểm tra điều kiện ΔABC nhọn thỏa mãn, vậy đó là các điểm cần tìm. (***Nếu không kiểm tra điều kiện này, trừ 0.25 điểm***).	0.25
8.	ĐK: $y \ge 1; x \ge 0; 4x^2 + 8x - y + 5 \ge 0; 11 + y - 8x - 4x^2 \ge 0$. Pt (1) tương đương với $4x^2 + 8\sqrt{2x} - 12x = y - 1 + 8\sqrt[4]{y-1} - 6\sqrt{y-1} \Leftrightarrow \frac{4x^2}{2} + 4\sqrt{2x} - 6x = \frac{y-1}{2} + 4\sqrt[4]{y-1} - 3\sqrt{y-1}$ Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{2} + 4\sqrt{t} - 3t$ trên khoảng $[0;+\infty)$.	0.25
	Ta có $f'(t) = t + \frac{2}{\sqrt{t}} - 3, \forall t > 0$. Theo BĐT Cô si, ta có $f'(t) = t + \frac{1}{\sqrt{t}} + \frac{1}{\sqrt{t}} - 3 \ge 3\sqrt[3]{t.\frac{1}{\sqrt{t}}.\frac{1}{\sqrt{t}}} - 3 = 0$, suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$. Vậy pt(1) tương đương với: $f(2x) = f\left(\sqrt{y-1}\right) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{y-1} \Leftrightarrow y = 4x^2 + 1$.	0.25
	Thế vào (2) ta được: $\sqrt{8x+4} + \sqrt{12-8x} = (2x-1)^2$ (3). Ta có: $0 \le x \le \frac{3}{2} \Rightarrow -1 \le 2x - 1 \le 2 \Rightarrow (2x-1)^2 \le 4$.	0.25
	Lại có $\left(\sqrt{8x+4} + \sqrt{12-8x}\right)^2 = 16 + 2.\sqrt{8x+4}.\sqrt{12-8x} \ge 16 \Rightarrow \sqrt{8x+4} + \sqrt{12-8x} \ge 4$ Vậy (3) $\Leftrightarrow VT = VP = 4 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 10$. KL: Hệ có nghiệm $(x;y) = \left(\frac{3}{2};10\right)$.	0.25
9.	Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có:	0.25

	$a^5+a^5+1+1+1\ge 5\sqrt[5]{a^{10}}=5a^2$ $b^5+b^5+1+1+1\ge 5\sqrt[5]{b^{10}}=5b^2$ Suy ra $2a^5+2b^5+6\ge 5(a^2+b^2)\Leftrightarrow a^2+b^2\le 2.$ Do đó $P\ge \dfrac{x^2+2y^2+24}{2xy}=\dfrac{x}{2y}+\dfrac{y}{x}+\dfrac{12}{xy}.$	
	Xét hàm số $P(x)=\dfrac{x}{2y}+\dfrac{y}{x}+\dfrac{12}{xy}$, với $x\in(0;4]$ và y là tham số. Ta có $P'(x)=\dfrac{x^2-2y^2-24}{2x^2y}\le\dfrac{4^2-2.0^2-24}{2x^2y}=-\dfrac{8}{2x^2y}<0,\forall x\in(0;4]$, vậy $P(x)$ nghịch biến trên (0;4], suy ra $P(x)\ge P(4)=\dfrac{5}{y}+\dfrac{y}{4}$.	0.25
	Xét hàm số $g(y)=\dfrac{5}{y}+\dfrac{y}{4}$, trên (0;4], ta có $g'(y)=-\dfrac{5}{y^2}+\dfrac{1}{4}\le-\dfrac{5}{16}+\dfrac{1}{4}=-\dfrac{1}{16}<0$, suy ra $g(y)$ nghịch biến trên (0;4] nên $g(y)\ge g(4)=\dfrac{9}{4}.$	0.25
	Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng $\dfrac{9}{4}$, đạt được khi $a=b=1,x=y=4$.	0.25

----- HẾT -----