

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh :.....

Mã đề 101

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0; -1; 0)$; $B(2; 0; 0)$; $C(0; 0; 3)$ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0$. C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 2. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. $\frac{3}{18}$. B. $\frac{-9}{8}$. C. 3. D. $\frac{-9}{4}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{3}{5}} + (x - 3)^{-2}$ là

- A. $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $D = (-\infty; +\infty) \setminus (1; 2)$. D. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm $y = f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 10. D. 7.

Câu 5. Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tổng $a + b$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{28}{15}$. C. $\frac{26}{5}$. D. $\frac{11}{5}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	+		
y	$-\infty$		↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $[-2; 4]$. D. $(-2; 4)$.

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 9}$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 8. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. \mathbb{R} . B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-4; 5; -3)$, $\vec{b} = (2; -2; 1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

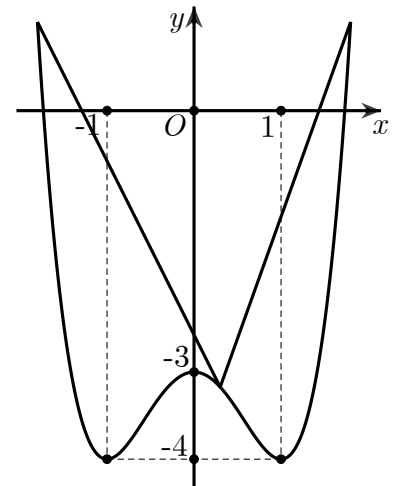
- A. $\vec{x} = (2; 3; -2)$. B. $\vec{x} = (0; 1; -1)$. C. $\vec{x} = (0; -1; 1)$. D. $\vec{x} = (-8; 9; 1)$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

- A. $\int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C$. B. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.
 C. $\int \cos 2x dx = -\frac{\sin 2x}{2} + C$. D. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

Câu 11. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây SAI?

- A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
 B. Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.
 D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận đứng là trục tung.



Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.
 C. $y = x^4 - x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác

đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A'

lên (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

- A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
 C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 15. Trong các hàm số $f(x) = \log_2 x$; $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1}$; $h(x) = x^{\frac{1}{3}}$; $k(x) = 3^{x^2}$ có bao nhiêu hàm số đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 16. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x + (m-1)\cos x = 2m-1$ có nghiệm là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 17. Một hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích hình tròn đáy của hình nón bằng 9π . Tính đường cao h của hình nón.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $h = 3\sqrt{3}$. C. $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $h = \sqrt{3}$.

Câu 18. Trong không gian, cho các mệnh đề sau:

- I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.
III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) .
IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) .

Số mệnh đề đúng là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 19. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \overline{z} + 1 + 2i \right| = 1$ là

A. đường tròn $I(1;2)$, bán kính $R = 1$. B. đường tròn $I(-1;-2)$, bán kính $R = 1$.

C. đường tròn $I(-1;2)$, bán kính $R = 1$. D. đường tròn $I(1;-2)$, bán kính $R = 1$.

Câu 20. Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử $(1 \leq k \leq n)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$.
B. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.
C. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$.
D. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $(MNCD)$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần là (số bé chia số lớn)

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình là

A. $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$. B. $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 25$.

C. $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{5}$. D. $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

Câu 24. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = a^3 \pi \sqrt{3}$. B. $V = \frac{4a^3 \pi \sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{3}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đạo hàm $f'(x) = x^3(x - 1)^2(x + 2)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 26. Tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2 \right]$ bằng

- A. 15. B. 8. C. $\frac{51}{4}$. D. $\frac{85}{4}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a, AC = 3a, SA = 4a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = \frac{2a}{\sqrt{11}}$. B. $d = \frac{6a\sqrt{29}}{29}$. C. $d = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$. D. $d = \frac{a\sqrt{43}}{12}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b] (a < b)$. Hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ có diện tích là

- A. $S_D = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. B. $S_D = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
 C. $S_D = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $S_D = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 29. Số phức $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

- A. 5. B. -8.
 C. 8. D. -8i.

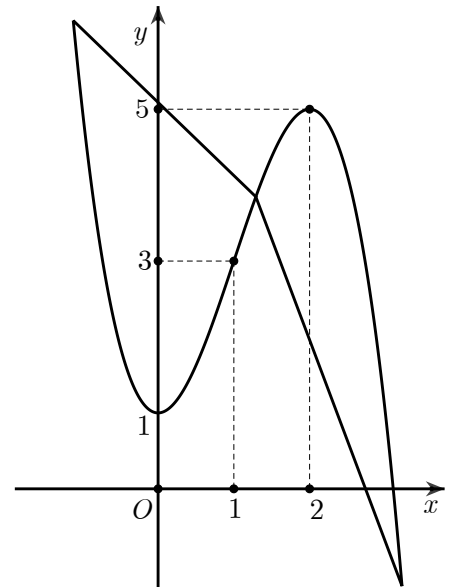
Câu 30. Biểu thức $\sqrt[3]{x^4 \sqrt{x}} (x > 0)$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{1}{12}}$. B. $x^{\frac{1}{7}}$.
 C. $x^{\frac{5}{4}}$. D. $x^{\frac{5}{12}}$.

Câu 31. Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4, có đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(5 - 2x) + 4x^2 - 10x$ đồng biến trong khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(2; \frac{5}{2})$.
 C. $(\frac{3}{2}; 2)$. D. $(0; \frac{3}{2})$.



Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2 \ln 2 + 1$, $x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. Biết $f(2) = a + b \ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$.

- A. $T = -\frac{3}{16}$. B. $T = \frac{21}{16}$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = 0$.

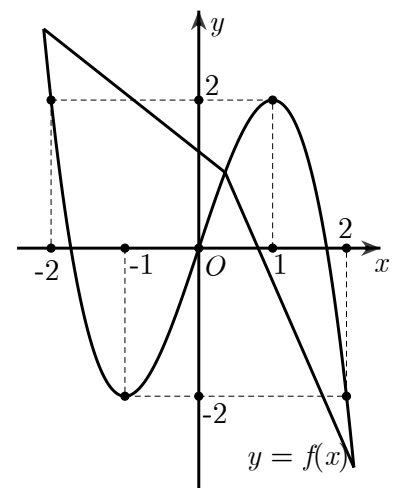
Câu 33. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 9]$ sao cho bất phương trình $2^{f^2(x)+f(x)-m} - 16 \cdot 2^{f^2(x)-f(x)-m} - 4^{f(x)} + 16 < 0$ có nghiệm $x \in (-1; 1)$?

- A. 6. B. 8.
 C. 5. D. 7.

Câu 34. Cho a, b, c, d là các số nguyên dương, $a \neq 1, c \neq 1$ thỏa mãn

$\log_a b = \frac{3}{2}, \log_c d = \frac{5}{4}$ và $a - c = 9$. Khi đó, $b - d$ bằng

- A. 93. B. 9. C. 13. D. 21.



Câu 35. Cho hàm số $y = x^3 - 8x^2 + 8x$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2 + (8 - a)x - b$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) có đồ thị (P) . Biết đồ thị hàm số (C) cắt (P) tại 3 điểm có hoành độ nằm trong đoạn $[-1; 5]$. Khi a đạt giá trị nhỏ nhất thì tích ab bằng

- A. -729 . B. 375 . C. 225 . D. -384 .

Câu 36. Gọi A là tập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra từ A hai số. Tính xác suất để lấy được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau.

- A. $\frac{41}{5823}$. B. $\frac{35}{5823}$. C. $\frac{41}{7190}$. D. $\frac{14}{1941}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 xf' \left(\frac{x}{2} \right) dx$.

- A. $I = 144$. B. $I = 12$. C. $I = 112$. D. $I = 28$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ; AB = a; AC = a\sqrt{5}; \widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABD), (BCD)$ bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình (H_1) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}, y = -\sqrt{2x}, x = 4$; hình (H_2) là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn các điều kiện: $x^2 + y^2 \leq 16; (x - 2)^2 + y^2 \geq 4; (x + 2)^2 + y^2 \geq 4$. Khi quay $(H_1), (H_2)$ quanh Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Khi đó, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $V_2 = 2V_1$. B. $V_1 = V_2$. C. $V_1 + V_2 = 48\pi$. D. $V_2 = 4V_1$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(3; 4; 0)$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

- A. -3 . B. -6 . C. 3 . D. 6 .

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , $AB = a, AC = a\sqrt{2}, \widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$ bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$. B. $\pi a^3 \sqrt{2}$. C. $\frac{4}{3} \pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 42. Cho các số phức z, w khác 0 thỏa mãn $z + w \neq 0$ và $\frac{1}{z} + \frac{3}{w} = \frac{6}{z + w}$. Khi đó $\left| \frac{z}{w} \right|$ bằng

- A. 3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 43. Ông Nam dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất $6,6\%/năm$. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính số tiền tối thiểu x triệu đồng ($x \in \mathbb{N}$) ông Nam gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 26 triệu đồng.

- A. 191 triệu đồng. B. 123 triệu đồng. C. 124 triệu đồng. D. 145 triệu đồng.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) , vectơ chỉ phương của đường thẳng d' là

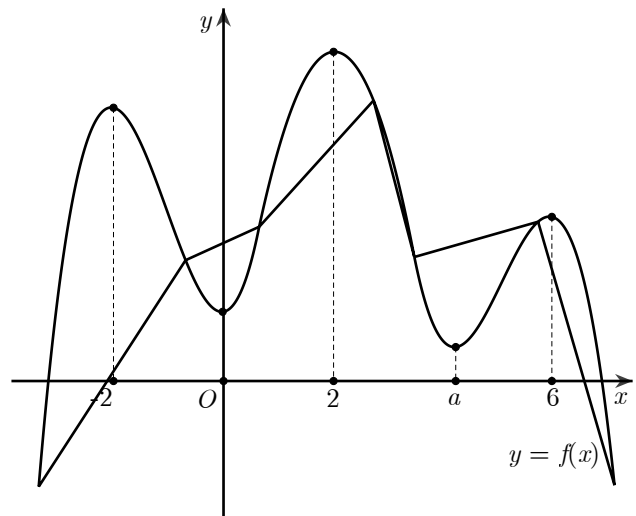
- A. $\vec{u}_3(5; -16; -13)$. B. $\vec{u}_2(5; -4; -3)$. C. $\vec{u}_4(5; 16; 13)$. D. $\vec{u}_1(5; 16; -13)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 0; 0), B(0; 4; 0), S(0; 0; c)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên SA, SB . Khi góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng $(OA'B')$ lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $c \in (-8; -6)$. B. $c \in (-9; -8)$. C. $c \in (0; 3)$. D. $c \in \left(-\frac{17}{2}; -\frac{15}{2}\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết tất cả các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là $-2; 0; 2; a; 6$ với $4 < a < 6$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^6 - 3x^2)$ là

- A. 8. B. 11.
C. 9. D. 7.



Câu 47. Cho hai số thực x, y thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2\log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2.$$

Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$ không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con không phải là tập rỗng?

- A. 2047. B. 16383. C. 16384. D. 32.

Câu 48. Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+2)\ln(x+1)dx = a \ln 2 - \frac{7}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương.

Tổng $a + b^2$ bằng

- A. 8. B. 16. C. 12. D. 20.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + (m+1)y - z - 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Gọi (T) là tập hợp các điểm H_m là hình chiếu vuông góc của điểm $H(3; 3; 0)$ trên (P) . Gọi a, b lần lượt là khoảng cách lớn nhất, khoảng cách nhỏ nhất từ O đến một điểm thuộc (T) . Khi đó, $a + b$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = |z + 2 + i| + \sqrt{6}|z - 2 - 3i|$ bằng

- A. $5\sqrt{6}$. B. $\sqrt{15}(1 + \sqrt{6})$. C. $6\sqrt{5}$. D. $\sqrt{10} + 3\sqrt{15}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN TOÁN

Câu	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
1	D	D	A	D	A	A	D	A	A	D	A	C
2	D	D	B	B	C	C	A	A	B	A	D	B
3	B	B	C	A	A	A	C	D	D	D	D	A
4	A	B	B	B	D	D	C	D	C	C	D	B
5	D	D	A	C	A	B	A	C	C	C	B	D
6	D	B	D	C	A	C	D	B	B	A	A	A
7	D	C	C	D	D	A	D	C	D	B	C	A
8	D	C	C	B	A	C	C	A	C	B	D	C
9	B	C	D	B	B	B	C	A	C	B	B	D
10	A	D	B	A	B	A	B	C	C	A	D	D
11	D	C	D	C	C	A	B	C	D	C	A	B
12	D	A	C	A	A	B	A	C	A	B	A	A
13	B	D	D	A	A	A	C	D	D	C	A	D
14	D	D	D	A	B	A	A	B	A	D	B	D
15	D	C	A	D	C	D	A	C	C	D	B	A
16	C	C	C	A	C	D	B	A	D	C	B	B
17	B	D	A	C	C	A	B	B	C	B	C	C
18	B	C	A	A	B	B	D	C	C	A	C	B
19	C	D	C	A	B	D	D	B	D	C	C	A
20	A	D	A	D	D	B	C	D	B	D	A	A
21	D	C	A	A	A	D	B	B	C	B	B	C
22	A	C	A	C	B	C	D	D	D	C	B	A
23	D	B	C	A	C	C	A	A	C	B	A	C
24	D	A	A	B	D	D	A	C	D	C	D	C
25	A	C	D	C	B	C	A	A	A	D	A	A
26	A	A	A	B	D	C	A	A	A	B	B	B
27	C	A	C	C	A	C	C	B	C	B	C	A
28	A	A	D	B	D	B	B	D	C	D	D	C
29	B	D	C	C	A	C	A	D	B	B	B	C
30	D	C	C	B	D	B	B	C	D	D	A	A
31	B	A	A	A	A	C	D	A	B	D	C	D
32	A	A	D	C	C	A	D	C	B	A	A	D
33	A	A	D	A	B	D	D	D	D	A	C	A
34	A	C	D	C	C	C	C	A	D	B	B	B
35	B	C	C	C	C	D	D	D	B	B	A	A
36	A	A	B	A	D	C	C	A	A	A	B	C
37	C	A	C	C	B	D	C	D	A	A	D	C
38	D	A	B	B	A	B	C	D	C	D	B	D
39	D	D	C	B	C	B	C	C	C	D	B	B
40	B	D	A	A	D	A	B	A	C	B	B	D
41	D	B	A	C	A	B	C	B	B	D	B	D
42	D	B	C	D	A	B	C	A	A	A	A	A
43	C	B	B	D	B	D	B	C	A	B	A	C
44	D	D	A	D	A	C	A	D	B	A	C	C
45	D	C	C	B	C	A	D	A	B	C	D	D
46	C	A	A	D	D	C	D	A	A	A	B	B
47	B	A	D	C	B	A	A	C	B	A	D	C
48	D	D	B	A	B	C	A	D	B	D	C	D
49	D	C	D	D	D	B	C	B	D	A	C	B
50	C	A	A	C	B	B	C	A	C	D	C	C

ĐÁP ÁN TOÁN

Câu	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	D	C	B	C	D	B	C	D	D	B	C	D
2	B	C	D	A	B	A	A	D	D	B	B	D
3	C	A	D	C	A	B	D	D	C	B	A	A
4	C	D	D	B	A	C	D	C	D	B	D	C
5	B	B	B	C	B	A	A	D	D	B	D	B
6	A	A	B	B	A	C	B	A	C	D	B	D
7	D	C	D	B	B	C	D	C	B	D	B	A
8	A	A	B	D	C	B	D	B	C	C	C	A
9	A	A	A	A	A	D	B	C	D	A	D	D
10	D	C	B	D	C	B	B	D	D	A	B	A
11	D	B	B	B	C	C	C	D	A	D	A	C
12	D	A	B	C	C	C	C	A	B	D	C	D
13	B	C	A	B	B	B	A	C	A	C	D	D
14	C	B	B	C	C	C	B	A	D	C	A	C
15	C	D	D	B	A	D	A	A	C	D	D	D
16	D	A	A	A	B	D	A	C	B	B	D	B
17	B	C	A	D	D	C	B	C	B	D	C	D
18	C	B	A	B	D	B	D	D	B	C	B	C
19	D	D	D	D	A	A	D	A	C	B	A	B
20	D	A	D	D	D	B	C	A	A	A	D	D
21	B	C	D	A	A	C	C	D	B	A	B	A
22	D	B	C	A	C	A	B	B	B	D	B	B
23	A	C	C	B	D	C	B	D	D	B	B	D
24	B	A	A	D	C	C	A	B	A	D	A	B
25	C	C	A	C	D	D	C	D	D	D	B	A
26	C	D	D	A	C	C	A	C	A	A	A	C
27	D	D	D	D	C	D	B	C	B	B	B	D
28	C	C	C	B	A	C	B	D	D	C	B	A
29	D	B	C	B	A	C	C	D	D	A	C	B
30	D	A	D	D	A	D	C	C	B	B	C	B
31	C	C	C	A	C	B	C	C	C	B	B	A
32	D	B	A	C	D	A	B	A	B	A	C	B
33	D	A	A	C	C	B	B	C	D	A	D	A
34	D	C	C	C	B	D	A	D	A	A	C	D
35	C	C	A	D	C	B	B	B	B	C	A	A
36	A	B	B	D	A	A	C	B	D	A	D	B
37	C	B	B	A	D	B	A	C	A	A	D	B
38	C	B	C	A	D	C	A	B	A	C	B	C
39	D	D	A	B	B	D	C	D	A	C	C	C
40	D	D	B	A	D	A	C	A	D	B	D	C
41	A	D	D	B	C	A	A	B	A	D	B	A
42	B	B	D	C	A	B	A	D	A	B	C	A
43	A	D	B	B	A	B	B	B	B	C	D	D
44	A	A	D	A	A	D	C	A	D	C	C	B
45	B	A	A	D	A	B	B	C	B	C	B	D
46	B	B	D	A	A	B	C	D	C	D	C	C
47	B	D	C	D	C	D	A	C	D	D	A	D
48	C	C	D	D	C	A	A	D	A	C	C	D
49	D	A	D	C	B	C	D	D	A	D	B	A
50	C	D	C	B	D	C	A	B	B	C	C	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.A	5.D	6.D	7.D	8.D	9.B	10.A
11.D	12.D	13.B	14.D	15.D	16.C	17.B	18.B	19.C	20.A
21.D	22.A	23.D	24.D	25.A	26.A	27.C	28.A	29.B	30.D
31.B	32.A	33.A	34.A	35.B	36.A	37.C	38.D	39.D	40.B
41.D	42.D	43.C	44.D	45.D	46.B	47.B	48.D	49.D	50.C

NHÓM TOÁN VD – VDC

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(0; -1; 0)$; $B(2; 0; 0)$; $C(0; 0; 3)$ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1.$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0.$ C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1.$

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. $\frac{3}{18}.$ B. $-\frac{9}{8}.$ C. 3. D. $-\frac{9}{4}.$

Lời giải

Chọn D

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$ nên theo Viet ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ z_1 z_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$.

Mà $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{9}{4}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{3}{5}} + (x - 3)^{-2}$ là:

- A. $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{3\}.$ B. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}.$
 C. $D = (-\infty; +\infty) \setminus (1; 2).$ D. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$

Suy ra tập xác định $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2, f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2;3]$. Khi đó

$\int_2^3 f'(x) dx$ bằng:

- A. 3.
- B. -3.
- C. 10.
- D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_2^3 f'(x) dx = f(x)|_2^3 = f(3) - f(2) = 5 - 2 = 3$

Câu 5. Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là $(a;b)$. Tổng $a + b$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$.
- B. $\frac{28}{15}$.
- C. $\frac{26}{5}$.
- D. $\frac{11}{5}$.

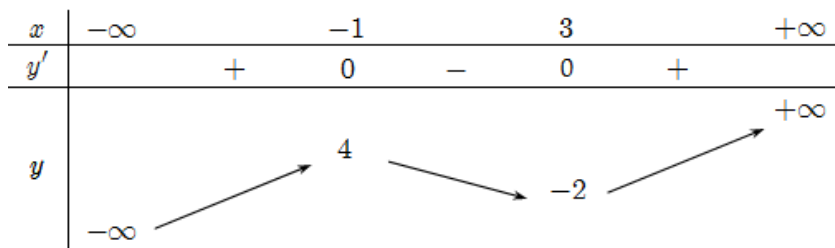
Lời giải

Chọn D

Bất phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 6 - 5x > 0 \\ 3x - 2 > 6 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{6}{5} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}$.

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$, suy ra: $\begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{11}{5}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



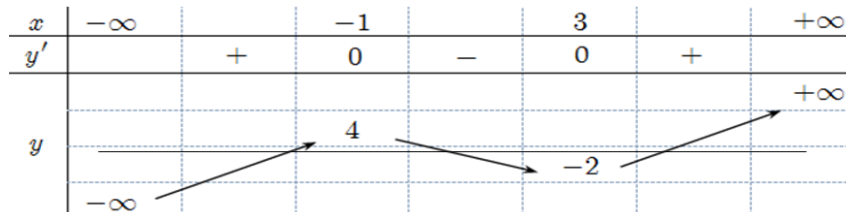
Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

- A. $(4; +\infty)$.
- B. $(-\infty; -2)$.
- C. $[-2; 4]$.
- D. $(-2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = m$.



Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 4$.

Câu 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 9}$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$

$$\text{Có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{9}{x^2}} = 0 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 9}.$$

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 0$

Câu 8. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. \mathbb{R} .

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$

$$\text{Có: } y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Dấu của y' : $y' > 0 \forall x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$; $y' < 0 \forall x \in (-2; 0)$

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-4; 5; -3)$, $\vec{b} = (2; -2; 1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b}$.

A. $\vec{x} = (2; 3; -2)$.

B. $\vec{x} = (0; 1; -1)$.

C. $\vec{x} = (0; -1; 1)$.

D. $\vec{x} = (-8; 9; 1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\bullet \begin{cases} \vec{a} = (-4; 5; -3) \\ 2\vec{b} = (4; -4; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{x} = \vec{a} + 2\vec{b} = (0; 1; -1).$$

• Vậy $\vec{x} = (0; 1; -1)$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là:

A. $\int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C$.

B. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = -\frac{\sin 2x}{2} + C$.

D. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1

• Vì $(\sin 2x + C)' = 2 \cdot \cos 2x \neq f(x)$ nên B sai.

• Vì $\left(-\frac{\sin 2x}{2} + C\right)' = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \cos 2x = -\cos 2x \neq f(x)$ nên C sai.

• Vì $(2.\sin 2x + C)' = 2.2.\cos 2x = 4.\cos 2x \neq f(x)$ nên D sai.

• Vì $\left(\frac{\sin 2x}{2} + C\right)' = \frac{1}{2}.2.\cos 2x = \cos 2x = f(x)$

nên họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là $\int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C$.

Cách 2

• $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \cdot \int \cos 2x \cdot d(2x) = \frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C$.

• Vậy họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là $\int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C$.

Câu 11. Cho hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

B. Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $(0; +\infty)$.

C. Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$.

D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận đứng là trục tung.

Lời giải

Chọn D

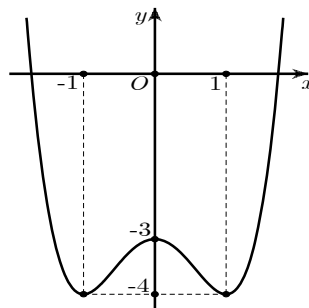
+ Hàm số $y = a^x$ có tập xác định là \mathbb{R} và tập giá trị là $(0; +\infty)$.

+ Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên tập xác định của nó khi $a > 1$ và nghịch biến trên tập xác định của nó khi $0 < a < 1$.

+ Đồ thị hàm số $y = a^x$ có tiệm cận ngang là trục hoành và không có tiệm cận đứng.

+ Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 3x^2 - 3$.

C. $y = x^4 - x^2 - 3$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$, suy ra loại B.

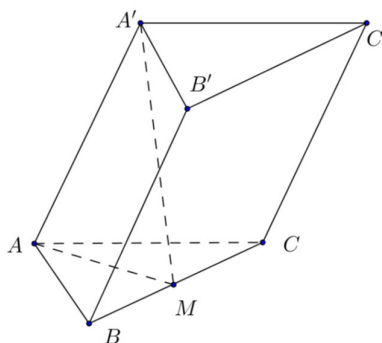
+ Từ hình vẽ bên ta thấy đồ thị hàm số đạt cực đại tại $(0; -3)$ suy ra loại A.

+ Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $(\pm 1; -4)$ suy ra loại C.

- Câu 13.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC , khi đó $AM \perp BC$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $A'M \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông $A'MA$ có: $A'M = \sqrt{AA'^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Vậy, thể tích khối lăng trụ là: $V = A'M \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

- A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
 C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên d nhận của véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; -2; 1)$ làm véc tơ chỉ phương. Vì thế loại đáp án C.

Trong các đáp án A, B, D chỉ có đáp án D là đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$.

Vậy chọn D.

- Câu 15.** Trong các hàm số $f(x) = \log_2 x$; $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1}$; $h(x) = x^{\frac{1}{3}}$; $k(x) = 3^{x^2}$ có bao nhiêu hàm số đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$+ f(x) = \log_2 x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln 2} > 0, \forall x > 0.$$

$$+ g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1} \Rightarrow g'(x) = -3x^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1} \ln \frac{1}{2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$+ h(x) = x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow h'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} > 0, \forall x > 0.$$

$$+ k(x) = 3^{x^2} \Rightarrow k'(x) = 2x3^{x^2} \ln 3 > 0, \forall x > 0.$$

Vậy có một hàm số $g(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+1}$ đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 16. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x + (m-1)\cos x = 2m-1$ có nghiệm là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\sin x + (m-1)\cos x = 2m-1$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$1 + (m-1)^2 \geq (2m-1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{3} \leq m \leq 1. \text{ Vậy } m \in \{0; 1\}.$$

Câu 17. Một hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích hình tròn đáy của hình nón bằng 9π . Tính đường cao h của hình nón.

A. $h = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $h = 3\sqrt{3}$.

C. $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $h = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích đáy $S = \pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$. Do đó $l = 2r = 6$.

Mặt khác ta có $l^2 = h^2 + r^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - r^2 = 6^2 - 3^2 = 27 \Rightarrow h = 3\sqrt{3}$.

Câu 18. Trong không gian, cho các mệnh đề sau:

I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.

III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b , đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P) .

IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α) , kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α) .

Số mệnh đề **đúng** là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

I. Sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

II. Sai vì hai giao tuyến có thể trùng nhau.

III. Sai vì hai đường thẳng đó có thể cùng nằm trên mp (P) .

IV. Sai vì có thể kẻ được vô số đường thẳng song song mp (P) .

Câu 19. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1$ là

A. Đường tròn $I(1; 2)$, bán kính $R = 1$.

B. Đường tròn $I(-1; -2)$, bán kính $R = 1$.

C. Đường tròn $I(-1; 2)$, bán kính $R = 1$.

D. Đường tròn $I(1; -2)$, bán kính $R = 1$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Ta có:

$$|\bar{z} + 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |(x+1) + (2-y)i| = 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 1$.

Câu 20. Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử $(1 \leq k \leq n)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $C_n^k = \frac{k!}{k!(n-k)!}$.

C. $C_n^k = \frac{k!}{k!(n-k)!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn A

Công thức: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$.

B. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.

C. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$.

D. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$ ta có bảng biến thiên trên đoạn $[a; b]$ như sau:

x	a	b
$f(x)$	$f(a)$	$f(b)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$ là:

$$\max_{[a;b]} f(x) = f(b); \quad \min_{[a;b]} f(x) = f(a).$$

Trên $[a; b]$ hàm số không có cực trị.

Trên khoảng $(a; b)$ không thể kết luận được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Trên $[a; b]$ chưa thể kết luận được phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$ vì không xác định được dấu của $f(a)$ và $f(b)$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $(MNCD)$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỷ số thể tích hai phần là (số bé chia số lớn)

A. $\frac{3}{5}$.

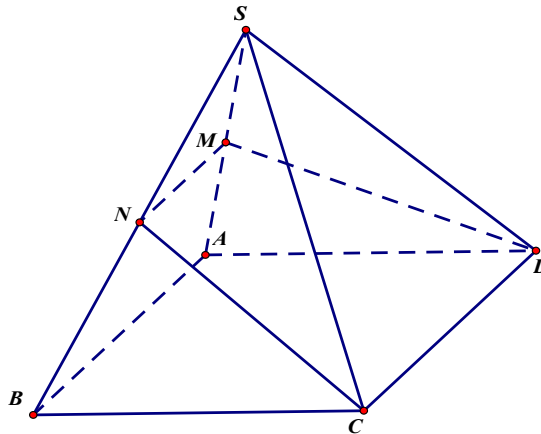
B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Ta có: $V_{S.ABCD} = 2.V_{S.ABC} = 2.V_{S.ACD} = V$ (do các hình chóp này có cùng đường cao là khoảng cách từ S đến (ABCD) và $S_{ABCD} = 2.S_{\Delta ABC} = 2.S_{\Delta ACD}$)

M, N là trung điểm của SA, SB suy ra $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}; \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}$.

Ta lại có:

$$\begin{aligned} \frac{V_{S.MNCD}}{V_{S.ABCD}} &= \frac{V_{S.MNC} + V_{S.MCD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.MCD}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.MNC}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.MCD}}{2V_{S.ACD}} \\ &= \frac{SM \cdot SN \cdot SC}{2SA \cdot SB \cdot SC} + \frac{SM \cdot SC \cdot SD}{2SA \cdot SC \cdot SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}. \\ \Rightarrow V_{S.MNCD} &= \frac{3}{8} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{3}{8} \cdot V \Rightarrow V_{ABCDMN} = V - V_{S.MNCD} = V - \frac{3}{8} \cdot V = \frac{5}{8} \cdot V. \\ \Rightarrow \frac{V_{S.MNCD}}{V_{ABCDMN}} &= \frac{\frac{3}{8} \cdot V}{\frac{5}{8} \cdot V} = \frac{3}{5}. \end{aligned}$$

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình là

- A. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.
 C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$. D. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S) . Do mặt cầu (S) có tâm là $I(3; -3; 1)$ và đi qua A nên

$$R = IA \text{ hay } R = \sqrt{(5-3)^2 + (-2+3)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{5}.$$

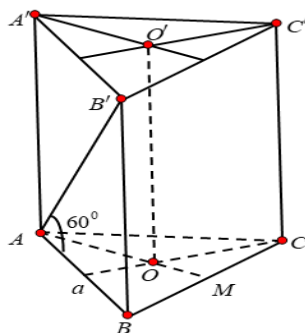
Do đó phương trình mặt cầu (S) là $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 24. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- A. $V = a^3 \pi \sqrt{3}$. B. $V = \frac{4a^3 \pi \sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{9}$. D. $V = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BB' \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của AB' . Do đó $(AB', (ABC)) = (AB', AB) = \widehat{B'AB} = 60^\circ$.

Xét tam giác vuông $B'AB$ có $BB' = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , $A'B'C'$ nên $OO' \perp (ABC)$ và $OO' = BB' = a\sqrt{3}$ là đường cao của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

Do tam giác ABC và $A'B'C'$ đều nên O, O' là trọng tâm tam giác ABC , $A'B'C'$.

Do đáy là tam giác đều cạnh a nên bán kính đường tròn đáy là

$$R = \frac{2}{3}.AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Khi đó thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3(x-1)^2(x+2) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Qua nghiệm $x = 1$ (nghiệm bội chẵn) $f'(x)$ không đổi dấu \Rightarrow hàm số có 2 cực trị.

Câu 26. Tính giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ bằng

- A. 15. B. 8. C. $\frac{51}{4}$. D. $\frac{85}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\text{+) } y = x^2 + \frac{2}{x} \text{ xác định } \forall x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

$$\text{+) } y' = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right].$$

$$\text{+) } f(1) = 3 < f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{4} < f(2) = 5.$$

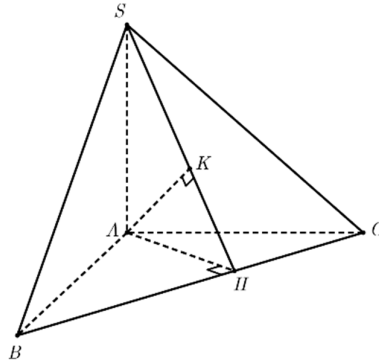
Suy ra $M = \underset{\left[\frac{1}{2}; 2\right]}{\text{Max}} y = 5; m = \underset{\left[\frac{1}{2}; 2\right]}{\text{Min}} y = 3$. Vậy $M.m = 15$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , biết $SA \perp (ABC)$ và $AB = 2a$, $AC = 3a$, $SA = 4a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = \frac{2a}{\sqrt{11}}$. B. $d = \frac{6a\sqrt{29}}{29}$. C. $d = \frac{12a\sqrt{61}}{61}$. D. $d = \frac{a\sqrt{43}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Vẽ $AH \perp BC$. Ta có: $SA \perp BC (SA \perp (ABC)), AH \perp BC$

Nên $BC \perp (SAH)$, mà $BC \perp (SBC)$, Do đó $(SBC) \perp (SAH)$.

Lại có $(SBC) \cap (SAH) = SH$

Vẽ $AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SBC)$

Như vậy $d[A, (SBC)] = AK$

$$\begin{aligned} \frac{1}{AK^2} &= \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \\ &= \frac{1}{(4a)^2} + \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{(3a^2)} = \frac{61}{144a^2} \Rightarrow AK = \frac{12a\sqrt{61}}{61} \end{aligned}$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b] (a < b)$. Hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ có diện tích là

A. $S_D = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S_D = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

C. $S_D = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

D. $S_D = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải

Chọn A

Câu 29. Số phức $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

A. 5.

B. -8.

C. 8.

D. $-8i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = 5 - 8i$ nên phần ảo của số phức là -8

Câu 30. Biểu thức $\sqrt[3]{x^4 \sqrt{x}} (x > 0)$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $x^{\frac{1}{12}}.$

B. $x^{\frac{1}{7}}.$

C. $x^{\frac{5}{4}}.$

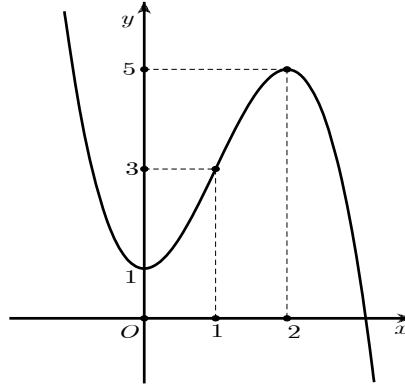
D. $x^{\frac{5}{12}}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt[3]{x^4\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}} = x^{\frac{5}{12}}$

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(5-2x) + 4x^2 - 10x$ đồng biến trong các khoảng nào sau đây?



A. $(3; 4)$.

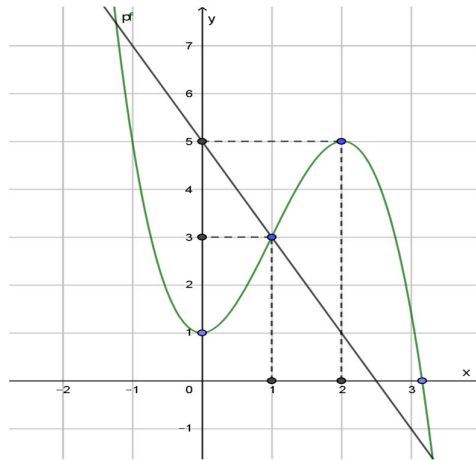
B. $(2; \frac{5}{2})$.

C. $(\frac{3}{2}; 2)$.

D. $(0; \frac{3}{2})$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $y' = -2f'(5-2x) + 8x - 10 = -2(f'(5-2x) + 2(5-2x) - 5)$

Ta có $y' \geq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) + 2(5-2x) - 5 \leq 0$ (*). Đặt $t = 5-2x$ khi đó

(*) $\Leftrightarrow f'(t) + 2t - 5 \leq 0 \Leftrightarrow f'(t) \leq -2t + 5$. Từ đồ thị trên ta có:

$$0 \leq t \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 5-2x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq \frac{5}{2}$$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2\ln 2 + 1$, $x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. Biết $f(2) = a + b\ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$.

- A. $T = -\frac{3}{16}$. B. $T = \frac{21}{16}$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1)$

$$\Rightarrow f'(x) + \frac{x+2}{x(x+1)} \cdot f(x) = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x+1} \cdot f'(x) + \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} \cdot f(x) = \frac{x^2}{x+1}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x^2}{x+1} \cdot f(x) \right]' = \frac{x^2}{x+1} \Rightarrow \int \left[\frac{x^2}{x+1} \cdot f(x) \right]' dx = \int \frac{x^2}{x+1} dx = \int \left[x-1 + \frac{1}{x+1} \right] dx$$

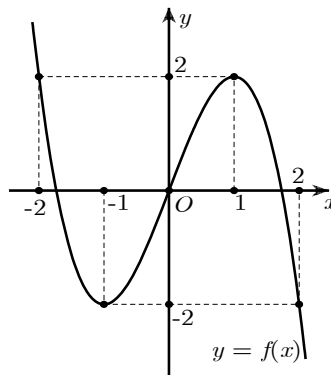
$$\Rightarrow \frac{x^2}{x+1} \cdot f(x) = \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| + C.$$

Thay $x = 1$ vào 2 vế ta được: $\frac{1}{2} \cdot f(1) = -\frac{1}{2} + \ln 2 + C \Leftrightarrow f(1) = 2\ln 2 - 1 + 2C \Leftrightarrow C = 1$.

Thay $x = 2$ vào 2 vế ta được: $\frac{4}{3} \cdot f(2) = 1 + \ln 3 \Leftrightarrow f(2) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \ln 3$. Từ đó $a = \frac{3}{4}$; $b = \frac{3}{4}$.

Vậy $T = a^2 - b = \frac{-3}{16}$.

Câu 33. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 9]$ sao cho bất phương trình $2^{f^2(x)+f(x)-m} - 16 \cdot 2^{f^2(x)-f(x)-m} - 4^{f(x)} + 16 < 0$ có nghiệm $x \in (-1; 1)$?



- A. 6. B. 8. C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$2^{f^2(x)+f(x)-m} - 16 \cdot 2^{f^2(x)-f(x)-m} - 4^{f(x)} + 16 < 0 \Leftrightarrow 2^{f^2(x)+f(x)-m} - 2^{2f(x)} - 16 \cdot 2^{f^2(x)-f(x)-m} + 16 < 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{2f(x)} \cdot (2^{f^2(x)-f(x)-m} - 1) - 16 \cdot (2^{f^2(x)-f(x)-m} - 1) < 0 \Leftrightarrow (4^{f(x)} - 16) \cdot (2^{f^2(x)-f(x)-m} - 1) < 0$$

Vì $x \in (-1;1) \Rightarrow f(x) \in (-2;2) \Rightarrow 4^{f(x)} - 16 < 0$

Để bất phương trình $2^{f^2(x)+f(x)-m} - 16 \cdot 2^{f^2(x)-f(x)-m} - 4^{f(x)} + 16 < 0$ có nghiệm $x \in (-1;1)$ thì

$$2^{f^2(x)-f(x)-m} - 1 > 0 \text{ có nghiệm } x \in (-1;1) \Leftrightarrow f^2(x) - f(x) - m > 0 \text{ có nghiệm } x \in (-1;1)$$

$$\Leftrightarrow f^2(x) - f(x) > m \text{ có nghiệm } x \in (-1;1)$$

Đặt $f(x) = t; x \in (-1;1) \Rightarrow t \in (-2;2)$

Phương trình $f^2(x) - f(x) > m$ có nghiệm $x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi phương trình $t^2 - t > m$ có nghiệm $t \in (-2;2)$

Xét $g(t) = t^2 - t$ với $t \in (-2;2)$. Có $g'(t) = 2t - 1; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

Ta có bảng biến thiên của $g(t)$ trên khoảng $(-2;2)$

t	-2	$\frac{1}{2}$	2
$g'(t)$	-	0	+
$g(t)$	6	$-\frac{1}{4}$	2

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $t^2 - t > m$ có nghiệm $t \in (-2;2) \Rightarrow m < 6$.

Vì $m \in [0;9] \Rightarrow m \in [0;5]$. Vậy có 6 giá trị của m để bất phương trình có nghiệm thuộc $(-1;1)$.

Câu 34. Cho a, b, c, d là các số nguyên dương, $a \neq 1; c \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{3}{2}; \log_c d = \frac{5}{4}$ và $a - c = 9$.

Khi đó $b - d$ bằng

A. 93.

B. 9.

C. 13.

D. 21.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\log_a b = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_b a = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = b^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow a = \sqrt[3]{b^2}$$

Vì: $\log_c d = \frac{5}{4} \Rightarrow \log_d c = \frac{4}{5} \Leftrightarrow c = d^{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow c = \sqrt[5]{d^4}$

Lại có: $a - c = 9 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{b^2} - \sqrt[5]{d^4}) = 9 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{b} - \sqrt[5]{d^2}) \cdot (\sqrt[3]{b} + \sqrt[5]{d^2}) = 9$

Vì a, b, c, d nguyên dương nên $\sqrt[3]{b^2}; \sqrt[5]{d^4}$ nguyên dương $\Rightarrow \sqrt[3]{b}, \sqrt[5]{d}$ nguyên dương
 $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{b} - \sqrt[5]{d^2} = 1 \\ \sqrt[3]{b} + \sqrt[5]{d^2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{b} = 5 \\ \sqrt[5]{d^2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 125 \\ d = 32 \end{cases}$. Vậy $b - d = 93$.

- Câu 35.** Cho hàm số $y = x^3 - 8x^2 + 8x$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2 + (8 - a)x - b$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) có đồ thị (P) . Biết đồ thị hàm số (C) cắt (P) tại các điểm có hoành độ nằm trong đoạn $[-1; 5]$. Khi a đạt giá trị nhỏ nhất thì tích ab bằng
A. -729. **B.** 375. **C.** 225. **D.** -384.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị (C) và (P)

$$x^3 - 8x^2 + 8x = x^2 + (8 - a)x - b$$

Khi đó ta có phương trình $x^3 - 9x^2 + ax + b = 0$ (*) có 3 nghiệm thuộc $[-1; 5]$.

Đặt $f(x) = x^3 - 9x^2 + ax + b$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 18x + a$, khi đó để (*) có các nghiệm thuộc $[-1; 5]$ thì $f'(x) = 0$ có nghiệm thuộc $[-1; 5]$.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 18x, -1 \leq x \leq 5$ có bảng biến thiên

x	-1	3	5
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	21	-27	-15

Khi đó $15 \leq a \leq 27$.

Xét $a = 15$ thì (*) có nghiệm $x = 5$ nên $b = 25$.

Thử lại phương trình $x^3 - 9x^2 + 15x + 25 = (x + 1)(x - 5)^2 = 0$ thỏa mãn. Vậy $ab = 375$.

- Câu 36.** Gọi A là tập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên từ A ra hai số. Tính xác suất để lấy được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau.
A. $\frac{41}{5823}$. **B.** $\frac{35}{5823}$. **C.** $\frac{41}{7190}$. **D.** $\frac{14}{1941}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau là $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$, trong đó có $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ số không chứa chữ số 0.

Khi đó $|\Omega| = C_{648}^2$.

Trường hợp 1: Xét các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và không chứa chữ số 0.

Khi đó số cách chọn ra được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau là $\frac{C_{504}^1 \cdot C_5^1}{2}$ (vì mỗi số được kể 2 lần).

Trường hợp 2: Xét có số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và chứa chữ số 0. Khi đó số cách chọn ra được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau là $\frac{C_{144}^1 \cdot C_3^1}{2}$.

Vậy xác suất để lấy được hai số mà các chữ số có mặt giống nhau là

$$P = \frac{\frac{C_{504}^1 \cdot C_5^1}{2} + \frac{C_{144}^1 \cdot C_3^1}{2}}{C_{648}^2} = \frac{41}{5823}$$

- Câu 37.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 xf' \left(\frac{x}{2} \right) dx$.
- A. $I = 144$. B. $I = 12$. C. $I = 112$. D. $I = 28$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f' \left(\frac{x}{2} \right) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = 2f \left(\frac{x}{2} \right) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^4 xf' \left(\frac{x}{2} \right) dx = 2xf \left(\frac{x}{2} \right) \Big|_0^4 - 2 \int_0^4 f \left(\frac{x}{2} \right) dx = 128 - 2 \int_0^4 f \left(\frac{x}{2} \right) dx.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x}{2}, \text{ khi đó } \int_0^4 f \left(\frac{x}{2} \right) dx = 2 \int_0^2 f(t) dt = 2 \int_0^2 f(x) dx = 8.$$

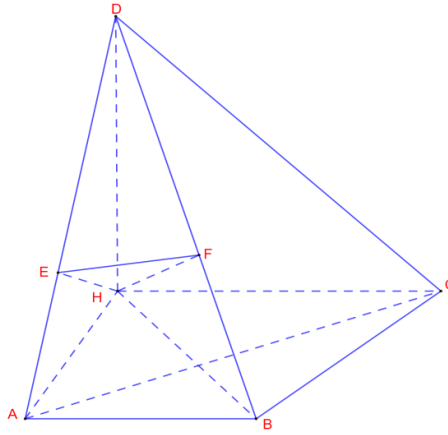
Vậy $I = 128 - 2 \cdot 8 = 112$.

- Câu 38.** Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABD), (BCD)$ bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $DH \perp (ABC)$.

Ta có $\begin{cases} BA \perp DA \\ BA \perp DH \end{cases} \Rightarrow BA \perp AH$. Tương tự $\begin{cases} BC \perp DB \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp BH$.

Tam giác AHB có $AB = a$, $\widehat{ABH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta HAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow AH = AB = a$.

Áp dụng định lý cosin, ta có $BC = a\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin \widehat{CBA} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Dựng $\begin{cases} HE \perp DA \\ HF \perp DB \end{cases} \Rightarrow HE \perp (DAB)$ và $HF \perp (DBC)$.

Suy ra $\widehat{((DBA), (DBC))} = \widehat{(HE, HF)} = \widehat{EHF}$ và tam giác HEF vuông tại E .

$$\text{Đặt } DH = x, \text{ khi đó } HE = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}, HF = \frac{xa\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + x^2}}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{EHF} = \frac{HE}{HF} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{x^2 + 2a^2}}{\sqrt{2x^2 + 2a^2}} \Rightarrow x = a.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot DH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{6}.$$

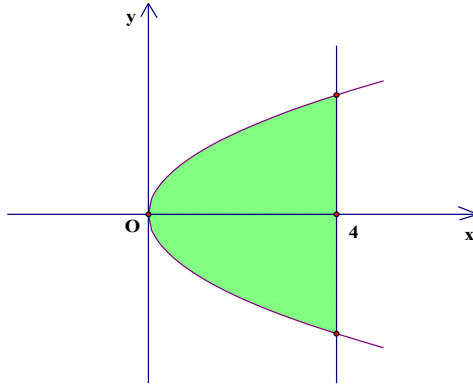
Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình (H_1) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = -\sqrt{2x}, x = 4$; hình (H_2) là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn các điều kiện: $x^2 + y^2 \leq 16$; $(x - 2)^2 + y^2 \geq 4$; $(x + 2)^2 + y^2 \geq 4$. Khi quay $(H_1), (H_2)$ quanh Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Khi đó, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $V_2 = 2V_1$. B. $V_2 = V_1$. C. $V_1 + V_2 = 48\pi$. D. $V_2 = 4V_1$.

Lời giải

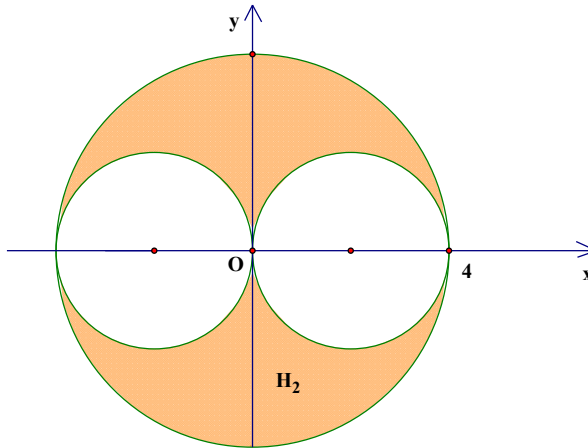
Chọn D

Hình phẳng (H_1)



Khi cho (H_1) quay quanh trục Ox , ta có $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{2x})^2 dx = 16\pi$.

Hình phẳng (H_2)



Khi cho (H_2) quay quanh trục Ox , ta có $V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi 4^3 - 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi 2^3 = 64\pi$. Vậy $V_2 = 4V_1$.

- Câu 40.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng
- A.** -3. **B.** -6. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng (P) .

Ta có $AB = 3, AH = 6, BH = 3$

Suy ra A, B nằm cùng một phía của mặt phẳng (P)

Lại có $6 = AB + BK \geq AK \geq AH = 6$

Suy ra A, B, H thẳng hàng và B là trung điểm của AH

$\Rightarrow H(5;6;-1)$

Vậy mặt phẳng (P) đi qua $H(5;6;-1)$ và có vtpt $\overline{AB} = (2;2;-1)$ có phương trình

$$2(x-5)+2(y-6)-1(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y-z-23=0 \Leftrightarrow -4x-4y+2z+46=0$$

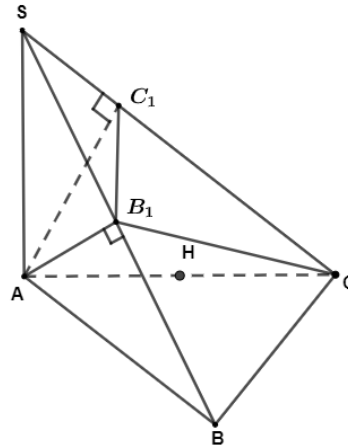
Vậy $a=-4, b=-4, c=2$ nên $T = a+b+c = -6$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , $AB = a, AC = a\sqrt{2}, \widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$ bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$. B. $\pi a^3 \sqrt{2}$. C. $\frac{4}{3} \pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Tam giác ABC có $AB = a, AC = a\sqrt{2}, \widehat{BAC} = 45^\circ \Rightarrow BC = a \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân ở B .

Ta có: $\left. \begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB_1$.

Ta có: $\left. \begin{matrix} AB_1 \perp BC \\ AB_1 \perp SB \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB_1 \perp (SBC) \Rightarrow AB_1 \perp B_1C$.

Vì các tam giác $\Delta AB_1C, \Delta ABC, \Delta AC_1C$ là các tam giác vuông chung cạnh huyền AC
 $\Rightarrow A, B_1, B, C_1, C$ cùng thuộc mặt cầu đường kính AC .

Do đó khối cầu ngoại tiếp chóp $A.BCC_1B_1$ có tâm H là trung điểm AC và $R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu cần tìm là: $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 42. Cho các số phức z, w khác 0 thỏa mãn $z+w \neq 0$ và $\frac{1}{z} + \frac{3}{w} = \frac{6}{z+w}$. Khi đó $\left| \frac{z}{w} \right|$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{1}{z} + \frac{3}{w} = \frac{6}{z+w} \Leftrightarrow w(z+w) + 3z(z+w) = 6zw \Leftrightarrow w^2 - 2zw + 3z^2 = 0$

$\Leftrightarrow (z-w)^2 = -2z^2 \Leftrightarrow (z-w)^2 = (\sqrt{2}i.z)^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z-w = \sqrt{2}i.z \\ z-w = -\sqrt{2}i.z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w = (1+\sqrt{2}i).z \\ w = (1-\sqrt{2}i).z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{z}{w} \right| = \left| \frac{z}{(1+\sqrt{2}i).z} \right| = \left| \frac{1}{1+\sqrt{2}i} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \left| \frac{z}{w} \right| = \left| \frac{z}{(1-\sqrt{2}i).z} \right| = \left| \frac{1}{1-\sqrt{2}i} \right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

- Câu 43.** Ông Nam dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Tính số tiền tối thiểu x triệu đồng ($x \in \mathbb{N}$) ông Nam gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 26 triệu đồng.
- A.** 191 triệu đồng. **B.** 123 triệu đồng. **C.** 124 triệu đồng. **D.** 145 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

Với lãi suất $r = \frac{6,6}{100}$.

Theo giả thiết ta có: $x(1+r)^3 - x = 26.10^6 \Rightarrow x \approx 124$ triệu đồng.

- Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) , vector chỉ phương của đường thẳng d' là
- A.** $\vec{u}_3(5; -16; -13)$. **B.** $\vec{u}_2(5; -4; -3)$. **C.** $\vec{u}_4(5; 16; 13)$. **D.** $\vec{u}_1(5; 16; -13)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) .

\Rightarrow vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d; \vec{n}_P] = (5; -4; -3)$.

Do d' là hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) nên $d' \subset (P)$.

Do đó $d' = (P) \cap (Q)$ hay $\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (5; 16; -13)$.

- Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 0; 0), B(0; 4; 0), S(0; 0; c)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên SA, SB . Khi góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng $(OA'B')$ lớn nhất, mệnh đề nào sau đây **đúng**?
- A.** $c \in (-8; -6)$. **B.** $c \in (-9; -8)$. **C.** $c \in (0; 3)$. **D.** $c \in \left(-\frac{17}{2}; -\frac{15}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$ và $\vec{AB} = (-4; 4; 0)$

Do $\Delta SOA = \Delta SOB \Rightarrow \begin{cases} SA' = SB' \\ SA = SB \end{cases} \Leftrightarrow A'B' \parallel AB$

Xét ΔSOA : $OA^2 = AA'.SA \Rightarrow \frac{AA'}{SA} = \frac{OA^2}{SA^2} = \frac{4^4}{4^2 + c^2} \Rightarrow \overline{AA'} = \frac{16}{c^2 + 16} \overline{AS}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x'-4 = \frac{16}{c^2+16}(0-4) \\ y'-0 = \frac{16}{c^2+16}(0-0) \\ z'-0 = \frac{16}{c^2+16}(c-0) \end{cases} \Leftrightarrow A' \left(\frac{4c^2}{c^2+16}; 0; \frac{16c}{c^2+16} \right)$$

$\Rightarrow \overline{OA'} = \left(\frac{4c^2}{c^2+16}; 0; \frac{16c}{c^2+16} \right) \Rightarrow \vec{u}_{OA'} = (c; 0; 4)$

$\Rightarrow [\overline{AB}; \vec{u}_{OA'}] = (16; 16; -4c) \Rightarrow \vec{n}_{(OA'B')} = (4; 4; -c)$

Gọi $\alpha = (d; (OA'B')) \Rightarrow \cos \alpha = \left| \cos(\vec{u}_d; \vec{n}_{(OA'B')}) \right|$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{|4.1 + 4.1 - c.2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{4^2 + 4^2 + (-c)^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{\frac{(c-4)^2}{c^2 + 32}}$$

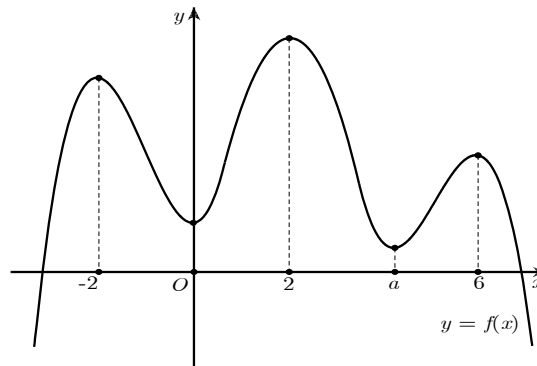
Xét hàm số $f(c) = \frac{(c-4)^2}{c^2 + 32} \Rightarrow f'(c) = \frac{8(c^2 + 4c - 32)}{(c^2 + 32)^2}$; $f'(c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ c = -8 \end{cases}$

Bảng biến thiên

c	$-\infty$	-8	4	$+\infty$
$f'(c)$	$+$	0	$-$	0
$f(c)$	1	$\nearrow \frac{3}{2}$	$\searrow 0$	$\nearrow 1$

$\Rightarrow \max f(c) = f(-8) = \frac{3}{2} \Rightarrow \max(\cos \alpha) = \frac{2}{\sqrt{6}} \sqrt{\frac{3}{2}} = 1$ khi $c = -8$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết tất cả các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là $-2, 0, 2, a, 6$ với $4 < a < 6$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^6 - 3x^2)$ là



- A. 8. B. 11. C. 9. D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (6x^5 - 6x)f'(x^6 - 3x^2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^5 - 6x = 0 \\ f'(x^6 - 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^4 = 1 \\ x^6 - 3x^2 = -2 \\ x^6 - 3x^2 = 0 \\ x^6 - 3x^2 = 2 \\ x^6 - 3x^2 = a \\ x^6 - 3x^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^6 - 3x^2 + 2 = 0 \\ x^6 - 3x^2 = 0 \\ x^6 - 3x^2 = 2 \\ x^6 - 3x^2 - a = 0 \\ x^6 - 3x^2 - 6 = 0 \end{cases}$$

Xét $x^6 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 (x^2 + 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 1$ là nghiệm kép.

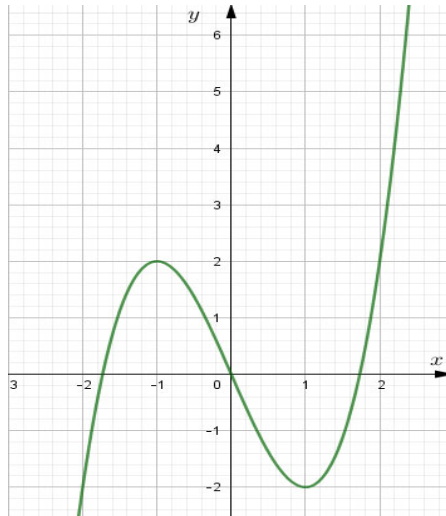
Xét $x^6 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 (x^4 - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt[4]{3} \end{cases}$ với $x = 0$ là nghiệm kép.

Xét $x^6 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 1)^2 (x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Xét $x^6 - 3x^2 = a$.

Đặt $t = x^2 \geq 0$, Pt $\Leftrightarrow t^3 - 3t^2 = a$

Ta có đồ thị hàm số $f(t) = t^3 - 3t^2$



Số nghiệm của phương trình $t^3 - 3t^2 = a \Leftrightarrow$ số giao điểm của đường thẳng $y = a$ và đồ thị

Do $a \in (4; 6) \Leftrightarrow t^3 - 3t^2 = a$ có 1 nghiệm duy nhất $t = \alpha > 2 \Leftrightarrow x^2 = \alpha \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\alpha}$

Xét $x^6 - 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \beta > 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\beta} (\beta \neq \alpha)$

Ta thấy:

+ $x = 0$ là nghiệm bội 3 nên là cực trị.

+ $x = \pm 1$ là nghiệm bội 3 nên là cực trị.

+ $x = \pm\sqrt{2}, x = \pm\sqrt[4]{3}, x = \pm\sqrt{\alpha}, x = \pm\sqrt{\beta}$ là nghiệm đơn nên là cực trị.

Vậy hàm số $y = f(x^6 - 3x^2)$ có 11 điểm cực trị.

Câu 47. Cho hai số thực x, y thỏa mãn:

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2 \log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2.$$

Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$ không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con không phải là tập rỗng?

- A. 2047. B. 16383. C. 16384. D. 32.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $y \neq -4; x \in (-1; 5)$

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2 \log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(y+4)^2 + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2 \log_3 \frac{(5-x)(1+x)}{3} + \log_2 4 \cdot (y+4)^2$$

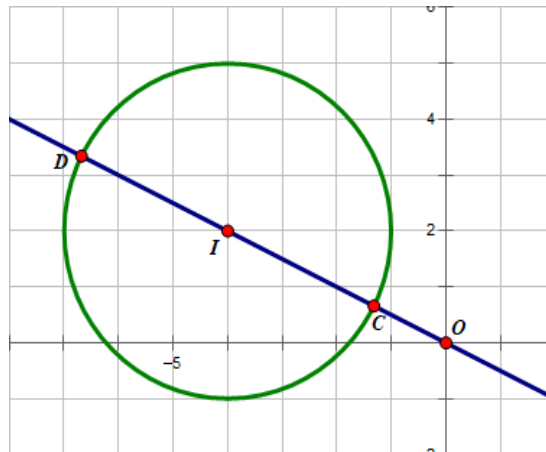
$$\Leftrightarrow 2 \log_3(y+4)^2 - \log_2(y+4)^2 = 2 \log_3[(5-x)(1+x)] - \log_2[(5-x)(1+x)]$$

Xét hàm số $f(t) = 2 \log_3 t - \log_2 t, \forall t \in (0; +\infty)$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{2}{t \cdot \ln 3} - \frac{1}{t \cdot \ln 2} = \frac{1}{t} \left(\frac{2}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 2} \right) > 0, \forall t \in (0; +\infty)$$

$$\Rightarrow f((y+4)^2) = f((5-x)(1+x)) \Leftrightarrow (y+4)^2 = 5+4x-x^2 \Leftrightarrow (y+4)^2 + (x-2)^2 = 9(1)$$

$$\Rightarrow M(x; y) \in (C) \text{ tâm } I(-4; 2), R=3 \text{ và } OM = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Ta có $OM_{\min} = OI - R, OM_{\max} = OI + R$

$$2\sqrt{5} - 3 - m \leq \sqrt{x^2 + y^2} - m \leq 2\sqrt{5} + 3 - m(2)$$

$$P \leq 10 \Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{5} + 3 - m \leq 10 \\ 2\sqrt{5} - 3 - m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow 2\sqrt{5} - 7 \leq m \leq 2\sqrt{5} + 7$$

Vậy $S = \{-2; -1; 0; \dots; 10; 11\}$ có 14 số nguyên. Số tập con khác rỗng của S là $2^{14} - 1 = 16383$

Câu 48. Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+2) \ln(x+1) dx = a \ln 2 - \frac{7}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương.

Tổng $a + b^2$ bằng

- A. 8. B. 16. C. 12. D. 20.

Lời giải

Chọn D

$$I = \int_0^1 (x+2)\ln(x+1) dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = (x+2) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dv = \frac{1}{x+1} dx \\ v = \frac{1}{2}x^2 + 2x + C \end{cases}$$

Chọn $C = \frac{3}{2} \Rightarrow v = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}$

$$I = \int_0^1 (x+2)\ln(x+1) dx = \left(\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2}\right)\ln(x+1) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{(x+1)(x+3)}{2(x+1)} dx$$

$$= 4\ln 2 - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} + 3x\right) \Big|_0^1 = 4\ln 2 - \frac{7}{4} = a\ln 2 - \frac{7}{b}$$

$\Rightarrow a = 4; b = 4 \Rightarrow a + b^2 = 20$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + (m+1)y - z - 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Gọi (T) là tập hợp các điểm H_m là hình chiếu vuông góc của điểm $H(3;3;0)$ trên (P) . Gọi a, b lần lượt là khoảng cách lớn nhất, khoảng cách nhỏ nhất từ O đến một điểm thuộc (T) . Khi đó, $a + b$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(P): mx + (m+1)y - z - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m(x+y-2) + (y-z-1) = 0$.

Suy ra (P) luôn chứa đường thẳng $d: \begin{cases} x+y-2=0 \\ y-z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của $H(3;3;0)$ lên đường thẳng d , ta tìm được $K(1;1;0)$.

Tam giác HH_mK là tam giác vuông tại H_m và $HH_m \perp d$ nên (T) là đường tròn có tâm

$I(2;2;0)$ là trung điểm của HK , bán kính $R = \frac{HK}{2} = \sqrt{2}$ và nằm trong mặt phẳng (Q) đi qua

H , vuông góc với d .

Phương trình mặt phẳng $(Q): x - y - z = 0$ và $OI = 2\sqrt{2}$, suy ra $O \in (Q)$ và O ở ngoài (T) .

Gọi A, B là giao điểm của OI và (T) (với A là điểm nằm giữa O và I).

Ta có $OA \leq OH_m \leq OB$, suy ra $a = OA = OI - R = \sqrt{2}$, $b = OB = OI + R = 3\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 2 + i| + \sqrt{6}|z - 2 - 3i|$ bằng

- A. $5\sqrt{6}$. B. $\sqrt{15}(1 + \sqrt{6})$. C. $6\sqrt{5}$. D. $\sqrt{10} + 3\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|(1+i)z+1-3i|=3\sqrt{2} \Leftrightarrow |z-1-2i|=3$ nên tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$.

Cách 1: Gọi $A(-2;-1), B(2;3)$, suy ra $AI=3\sqrt{2}, BI=\sqrt{2}$ và $\overline{IA}=-3\overline{IB}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } P &= \sqrt{(\overline{MA})^2} + \sqrt{6}\sqrt{(\overline{MB})^2} = \sqrt{(\overline{MI} + \overline{IA})^2} + \sqrt{6}\sqrt{(\overline{MI} + \overline{IB})^2} \\ &= \sqrt{27 - 6\overline{MI} \cdot \overline{IB}} + \sqrt{6}\sqrt{11 + 2\overline{MI} \cdot \overline{IB}}. \end{aligned}$$

Hướng 1: $P = \sqrt{27 - 6\overline{MI} \cdot \overline{IB}} + \sqrt{2}\sqrt{33 + 6\overline{MI} \cdot \overline{IB}} \leq \sqrt{(1+2)(27+33)} = 6\sqrt{5}$.

Hướng 2: Đặt $t = 2\overline{MI} \cdot \overline{IB} = 6\sqrt{2} \cos(\overline{MI} \cdot \overline{IB}), t \in [-6\sqrt{2}; 6\sqrt{2}]$.

$$P = \sqrt{27 - 3t} + \sqrt{6(11+t)} = f(t). \text{ Ta có } f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{3}.$$

$$\text{Và } \max_{[-6\sqrt{2}; 6\sqrt{2}]} f(t) = \max \left\{ f(-6\sqrt{2}); f(6\sqrt{2}); f\left(\frac{7}{3}\right) \right\} = f\left(\frac{7}{3}\right) = 6\sqrt{5}.$$

Cách 2: Đặt $a = z - 1 - 2i, b = 1 + i$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} |z+2+i|^2 = |a+3b|^2 = |a|^2 + 9|b|^2 + 3(a\bar{b} + \bar{a}b) \\ |z-2-3i|^2 = |a-b|^2 = |a|^2 + |b|^2 - (a\bar{b} + \bar{a}b) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z+2+i|^2 + 3|z-2-3i|^2 = |a+3b|^2 + 3|a-b|^2 = 4|a|^2 + 12|b|^2 = 60.$$

$$\text{Khi đó } P = |a+3b| + \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}|a-b| \leq \sqrt{(1+2)(|a+3b|^2 + 3|a-b|^2)} = 6\sqrt{5}.$$

.....HẾT.....

*Xin chân thành cảm ơn tất cả các quý thầy cô tham gia dự án này. Chúc thầy cô thật nhiều sức khỏe, luôn thành công trong mọi công việc và luôn bình an hạnh phúc bên gia đình.
Hẹn gặp lại quý thầy, cô ở các dự án tiếp theo. Thân chào.*

Ban quản trị nhóm VD-VDC.