

Thời gian làm bài: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = -2020$ và $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2021n}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng tồn tại số nguyên dương n sao cho $u_n > 0$.

Câu 2. (4 điểm)

Tìm các số nguyên dương x và y thỏa mãn $7^x + x^4 + 47 = y^2$.

Câu 3. (4 điểm)

Tìm các hàm số $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ thỏa mãn $f(a^2 f(a) + f(b)) = [f(a)]^3 + b$, $\forall a, b \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A , lấy điểm D thuộc cạnh AB khác A và B , gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD , tiếp tuyến của đường tròn (O) tại D cắt đường thẳng AC tại điểm E , vẽ tiếp tuyến EF của đường tròn (O) tại tiếp điểm F khác D . Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng BF và CD , gọi K là giao điểm của hai đường thẳng AI và BC . Chứng minh $BK = 2CK$.

Câu 5. (4 điểm)

Một tổ gồm có 5 học sinh được phân công trực nhật 6 ngày trong tuần từ thứ hai đến thứ bảy thỏa mãn các điều kiện sau: Mỗi ngày đều có từ 1 đến nhiều nhất là 2 học sinh trực và trong cả tuần mỗi học sinh trực đúng 2 lần, mỗi lần trực 1 ngày. Tính số các cách phân công trực nhật của tổ thỏa mãn các điều kiện đã cho.

----- HẾT -----

<https://toanmath.com/>

+ Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay, không được sử dụng tài liệu.

+ Họ và tên thí sinh: Số báo danh: