

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (8,0 ĐIỂM)

Câu 1: Phương trình $\sin 2x + 3 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2: Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $290^\circ \in X$. **B.** $220^\circ \in X$. **C.** $240^\circ \in X$. **D.** $200^\circ \in X$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A.** $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **B.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **C.** $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ **D.** $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan 2x$:

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- C.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
- D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 5: Chọn phát biểu đúng:

- A.** Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.
B. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.
C. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.
D. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Câu 6: Tìm nghiệm của phương trình $\sin 5x + \cos^2 x - \sin^2 x = 0$

- $$\begin{array}{ll} \text{A.} & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{\pi}{7} \end{cases} \\ \text{B.} & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \end{cases} \\ \text{C.} & \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{14} + k2\pi \end{cases} \\ \text{D.} & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{14} + k2\pi \end{cases} \end{array}$$

Câu 7: Tìm góc $\alpha \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\}$ để phương trình $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos x = 0$ tương đương với phương trình $\cos(2x - \alpha) = \cos x$.

- A.** $\alpha = \frac{\pi}{6}$. **B.** $\alpha = \frac{\pi}{4}$. **C.** $\alpha = \frac{\pi}{2}$. **D.** $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$.

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 9: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2$.

- A.** $[-2; \sqrt{3}]$. **B.** $[-\sqrt{3}-3; \sqrt{3}-1]$. **C.** $[-4; 0]$. **D.** $[-2; 0]$

Câu 10: Trong bốn hàm số: (1) $y = \cos 2x$, (2) $y = \sin x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π ?

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

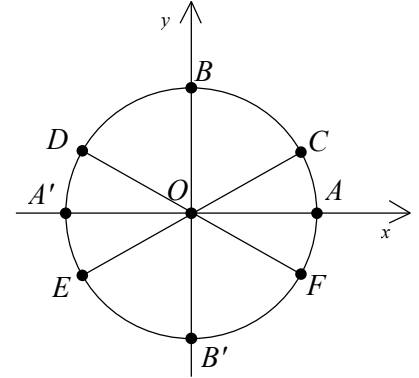
- A. $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$. B. $\left(\frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}\right)$. C. $\left(\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right)$. **D. $\left(\frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$.**

Câu 12: Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. B. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. C. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. **D. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.**

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?

- A. Điểm F, điểm D.**
B. Điểm C, điểm F.
C. Điểm C, điểm D, điểm E, điểm F.
D. Điểm E, điểm F.



Câu 14: Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ là:

- A. 4. B. 1. C. 2. **D. 3.**

Câu 15: Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi$, $\beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) với α, β thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

- A. $-\frac{\pi}{3}$. **B. $-\frac{\pi}{2}$.** C. $\frac{\pi}{2}$. **D. π .**

Câu 16: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm

- A. $m \in (-4; 4)$.** B. $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; -4)$. **D. $m \in (4; +\infty)$.**

Câu 16: Phương trình $\sqrt{3}\cos x + 2\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ tương đương với phương trình nào dưới đây

- A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ B. $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ C. $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ **D. $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$**

Câu 17: Tìm a để phương trình sau có nghiệm $\frac{5 + 4\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\sin x} = \frac{6\tan a}{1 + \tan^2 a}$

- A. $a = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$. B. $a = \frac{\pi}{4} + k\pi$. C. $a = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. **D. $a = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$.**

Câu 18: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $2\cos^2 x + 2(m+1)\sin x \cos x = 2m-3$ có nghiệm thực.

- A. 11. B. 6. C. 5. **D. 10.**

Câu 19: Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x + 1$ là đoạn $[a; b]$. Tính tổng $T = a + b$?

- A. $T = 0$ B. $T = 1$ C. $T = 2$ **D. $T = -1$**

Câu 20: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[0; 2017\pi]$. Tính S.

- A. $S = 2035153\pi$ B. $S = 1001000\pi$ C. $S = 1017072\pi$ **D. $S = 200200\pi$**

II. PHẦN TỰ LUẬN (2,0 ĐIỂM)

Giải tự luận các bài 15 và bài 18.

Câu 1: Phương trình $\sin 2x + 3 \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Chọn B

$$\sin 2x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x \cdot (2 \sin x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin x = -\frac{3}{2} \quad (\text{loại vì } \sin x \in [-1; 1]) \end{cases}$$

$$\text{Theo đề: } x \in (0; \pi) \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}.$$

Câu 2: Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $290^\circ \in X$.

B. $220^\circ \in X$.

C. $240^\circ \in X$.

D. $200^\circ \in X$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình: } \cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \cos(90^\circ - x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + 15^\circ = 90^\circ - x + k360^\circ \\ \frac{x}{2} + 15^\circ = -90^\circ + x + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{2} = 75^\circ + k360^\circ \\ \frac{x}{2} = 105^\circ - k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50^\circ + k120^\circ \\ x = 210^\circ - k720^\circ \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vậy } 290^\circ = 50^\circ + 2 \cdot 120^\circ \in X.$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 4: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan 2x$:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Giải:

Chọn D

$$\text{Hàm số xác định khi } \cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Tập xác định của hàm số là: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 5: Chọn phát biểu **đúng**:

A. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.

B. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.

C. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số chẵn

D. Các hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.

Giải:

Chọn D

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, hàm số $y = \sin x$, $y = \cot x$, $y = \tan x$ là các hàm số lẻ.

Câu 6: Tìm nghiệm của phương trình $\sin 5x + \cos^2 x - \sin^2 x = 0$

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{\pi}{7} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{14} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{14} + k2\pi \end{cases}$

Đáp án là B

$$\sin 5x + \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin 5x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 5x = \sin\left(-2x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -2x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 5x = \pi + 2x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{14} + \frac{k2\pi}{7} \\ x = \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3} = \frac{-\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}$$

Câu 7: Tìm góc $\alpha \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right\}$ để phương trình $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos x = 0$ tương đương với phương trình $\cos(2x - \alpha) = \cos x$.

A. $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

B. $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

C. $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

D. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos(2x - \alpha) = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \alpha = x + k2\pi \\ 2x - \alpha = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\alpha}{3} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \alpha + k2\pi \end{cases}$$

$$\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Để hai phương trình tương đương cần có } \begin{cases} \frac{\alpha}{3} = \frac{\pi}{9} \\ \alpha = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}.$$

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$\sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 9: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2$.

A. $[-2; \sqrt{3}]$.

B. $[-\sqrt{3}-3; \sqrt{3}-1]$.

C. $[-4; 0]$.

D. $[-2; 0]$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét } y = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2 = 2 \left(\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{6} \right) - 2 = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - 2$$

$$\text{Ta có } -1 \leq \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \leq 1 \Rightarrow -4 \leq 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - 2 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq y \leq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

Vậy tập giá trị của hàm số là $[-4; 0]$.

Câu 10: Trong bốn hàm số: (1) $y = \cos 2x$, (2) $y = \sin x$; (3) $y = \tan 2x$; (4) $y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π ?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Do hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π nên hàm số (1) $y = \cos 2x$ tuần hoàn chu kỳ π .

Hàm số (2) $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Do hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm số (3) $y = \tan 2x$ tuần hoàn chu kỳ $\frac{\pi}{2}$.

Do hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm số (4) $y = \cot 4x$ tuần hoàn chu kỳ $\frac{\pi}{4}$.

Câu 11: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{7\pi}{4}; 3\pi\right)$.

D. $\left(\frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định nghĩa đường tròn lượng giác ta thấy hàm số lượng giác cơ bản $y = \sin x$ đồng biến ở góc phần tư thứ nhất và góc phần tư thứ tư.

Dễ thấy khoảng $\left(\frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right)$ là phần thuộc góc phần tư thứ tư và thứ nhất nên hàm số đồng biến.

Câu 12: Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

B. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

C. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

D. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

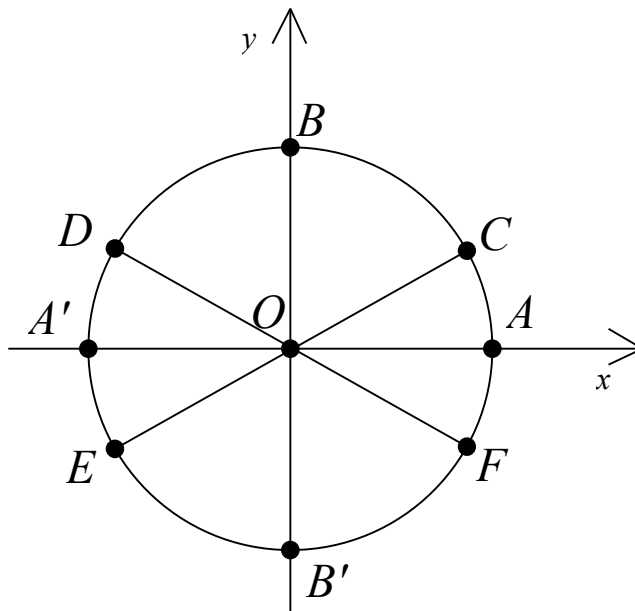
Ta thấy $\cos x = 0$ không thỏa phương trình. Chia hai vế phương trình cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được:

$$3 \tan^2 x + 2 \tan x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + l\pi \end{cases}, (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\arctan \frac{1}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



A. Điểm F , điểm D .

C. Điểm C , điểm D , điểm E , điểm F .

B. Điểm C , điểm F .

D. Điểm E , điểm F .

Lời giải:

Chọn A

$$\tan x = \frac{-\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Với } 0 < x < 2\pi \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \text{ hoặc } x = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 14: Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ là:

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Đáp án C

$$4\cos^2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Vậy 2 pt trên có 2 họ nghiệm chung là:

$$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$$

$$x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$$

Câu 15: Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi$, $\beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) với α , β thuộc

khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

A. $-\frac{\pi}{3}$.

B. $-\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. π .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}.$$

Vậy $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ và $\beta = -\frac{\pi}{3}$. Khi đó $\alpha + \beta = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 16: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm

A. $m \in (-4; 4)$.

B. $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -4)$.

D. $m \in (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Để phương trình đã cho vô nghiệm thì $3^2 + m^2 < 5^2 \Leftrightarrow m^2 < 16 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Câu 16. Phương trình $\sqrt{3}\cos x + 2\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ tương đương với phương trình nào dưới đây

A. $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ **B.** $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$ **C.** $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ **D.** $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

Đáp án B

Ta có:

$$\sqrt{3}\cos x + 2\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0.$$

Câu 17: Tìm a để phương trình sau có nghiệm $\frac{5 + 4\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\sin x} = \frac{6\tan a}{1 + \tan^2 a}$

A. $a = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$.

B. $a = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $a = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

D. $a = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}$.

Đáp án A

Ta có:

$$\frac{5 + 4\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\sin x} = \frac{6 + \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5 + 4(-\cos x)}{\sin x} = 3 \sin 2\alpha$$

$$\Leftrightarrow 3 \sin 2\alpha \cdot \sin x + 4 \cos x = 5$$

Để phương trình có nghiệm $\Rightarrow$

$$(3 \sin 2\alpha)^2 + 4^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow \sin^2 2\alpha \geq 1 \Leftrightarrow \sin^2 2\alpha = 1 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \pm 1 \Leftrightarrow \cos 2\alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$$

Câu 18: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $2\cos^2 x + 2(m+1)\sin x \cos x = 2m-3$ có nghiệm thực.

A. 11.

B. 6.

C. 5.

D. 10.

Đáp án C

Phương trình tương đương với:

$$(1 + \cos 2x) + (m+1)\sin 2x = 2m-3 \Leftrightarrow (m+1)\sin 2x + \cos 2x = 2m-4.$$

Phương trình có nghiệm:

$$\Leftrightarrow (2m-4)^2 \leq (m+1)^2 + 1^2 \Leftrightarrow \frac{9-\sqrt{39}}{3} \leq m \leq \frac{9+\sqrt{39}}{3} \Rightarrow m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Có 5 số nguyên thỏa mãn.

Câu 19: Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x + 1$ là đoạn $[a; b]$. Tính tổng $T = a + b$?

A. $T = 0$

B. $T = 1$

C. $T = 2$

D. $T = -1$

Đáp án C

Ta có $y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x + 1 = 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) + 1$

Vì $-1 \leq \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) + 1 \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow T = a + b = 2.$

Câu 20: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0$ trên đoạn $[0; 2017\pi]$. Tính S.

A. $S = 2035153\pi$

B. $S = 1001000\pi$

C. $S = 1017072\pi$

D. $S = 200200\pi$

Đáp án C

Phương trình $\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + 1 \neq 0 \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq -1 \\ 1 - \cos^2 x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$

Mà $x \in [0; 2017\pi] \rightarrow x = k2\pi \in [0; 2017\pi] \Leftrightarrow 0 \leq k \leq \frac{2017}{2}$ suy ra $k = \{0; 1; 2; \dots; 1008\}$. Khi đó

$S = 2\pi + 4\pi + \dots + 2016\pi$. Dễ thấy S là tổng của CSC với $\begin{cases} u_1 = d = 2\pi \\ u_n = 2016\pi \end{cases} \Rightarrow n = 1008.$

Suy ra $S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{1008 \cdot (2\pi + 2016\pi)}{2} = 1008 \cdot 1009\pi = 1017072\pi.$