

CHƯƠNG IX: XÁC SUẤT

BÀI 1. BIẾN CỐ GIAO VÀ QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

Nguyệt và Nhi cùng tham gia một cuộc thi bắn cung. Xác suất bắn trúng tâm bia của Nguyệt là 0,9 và của Nhi là 0,8. Tính xác suất để cả hai bạn cùng bắn trúng tâm bia.



Lời giải

Xác suất để cả hai bạn cùng bắn trúng tâm bia là: $0,9 \cdot 0,8 = 0,72$

1. Biến cố giao



Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”, B là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 6”.

- Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố trên.
- Hãy liệt kê các kết quả của phép thử làm cho cả hai biến cố A và B cùng xảy ra.

Lời giải

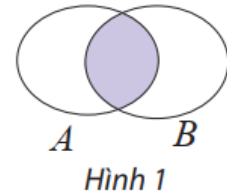
a) Tập hợp mô tả các biến cố trên là:

$$A = \{(1; 4); (2; 3); (3; 2); (4; 1)\}$$

$$B = \{(1; 6); (2; 3); (6; 1); (3; 2)\}$$

b) Các kết quả của phép thử làm cho hai biến cố A và B cùng xảy ra là: $(2; 3)$ và $(3; 2)$

Cho hai biến cố A và B . Biến cố “Cả A và B cùng xảy ra”, kí hiệu AB hoặc $A \cap B$ được gọi là biến cố giao của A và B .



Chú ý: Tập hợp mô tả biến cố AB là giao của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B . Biến cố AB xảy ra khi và chỉ khi cả hai A và B xảy ra.

Ví dụ 1. Xét phép thử gieo hai con xúc xắc ở . Gọi C là biến cố “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 1 chấm”. Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao AC và BC .

Lời giải

Biến cố $C = \{(1; 6); (6; 1); (1; 5); (5; 1); (1; 4); (4; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 2); (2; 1); (1; 1)\}$.

Kết hợp tập hợp mô tả biến cố A, B ở , ta có biến cố $AC = \{(1; 4); (4; 1)\}$; biến cố $BC = \{(1; 6); (6; 1)\}$.

Tiếp tục với phép thử ở Ví dụ 1.

a) Gọi D là biến cố “Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thử nhất là 3”. Hãy xác định các biến cố AD, BD và CD .

b) Gọi $\overline{A}$ là biến cố đối của biến cố A . Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao $\overline{AB}$ và $\overline{AC}$.

Khám phá 1: Tiếp tục với phép thử ở Ví dụ 1 .

- a) Gọi D là biến cố "Số chấm xuất hiện trên con xúc xắc thứ nhất là 3". Hãy xác định các biến cố AD, BD và CD .
- b) Gọi $\bar{A}$ là biến cố đối của biến cố A . Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố giao $\bar{AB}$ và $\bar{AC}$.

Lời giải

a) $AD = \{(3; 2)\}$

$BD = \{(3; 2)\}$

$CD = \{(3; 1)\}$

b) $\bar{AB} = \{(1; 6); (6; 1)\}$

$\bar{AC} = \{(1; 6); (6; 1); (1; 5); (5; 1); (1; 3); (3; 1); (1; 2); (2; 1); (1; 1)\}$

2. Hai biến cố xung khắc.

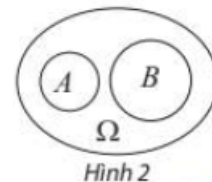


Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5", gọi B là biến cố "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm". Hai biến cố A và B có thể đồng thời cùng xảy ra không?

Lời giải

Hai biến cố A và B không thể đồng thời cùng xảy ra.

Hai biến cố A và B được là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.



Chú ý: Hai biến cố A và B là xung khắc khi và chỉ khi $A \cap B = \emptyset$

Ví dụ 2: Một hộp có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Hãy xác định các cặp biến cố xung khắc trong các biến cố sau:

- A : "Hai viên bi lấy ra cùng màu xanh"
 B : "Hai viên bi lấy ra cùng màu đỏ"
 C : "Hai viên bi lấy ra cùng màu"
 D : "Hai viên bi lấy ra khác màu"

Lời giải

Ta có hai biến cố A và B xung khắc

Biến cố C xảy ra khi lấy ra 2 viên bi xanh hoặc 2 viên bi đỏ hoặc 2 viên bi vàng. Khi lấy được 2 viên bi màu xanh thì biến cố A và biến cố C cùng xảy ra. Khi lấy được 2 viên bi màu đỏ thì biến cố B và biến cố C cùng xảy ra. Do đó biến cố C không xung khắc với biến cố A và biến cố B .

Biến cố D xảy ra khi lấy ra 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ ; hoặc 1 viên bi xanh, 1 viên bi vàng ; hoặc 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng. Do đó biến cố D xung khắc với biến cố A , xung khắc với biến cố B và xung khắc với biến cố C .

Vậy có 4 cặp biến cố xung khắc là: A và B ; A và D ; B và D ; C và D .

HĐ2. Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả ba biến cố A, B và C trong Ví dụ 1.

Lời giải

Biến cố D "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 10"

HD3. a) Hai biến cố đối nhau xung khắc với không ?

b) Hai biến cố xung khắc có phải là hai biến cố đối nhau không ?

Lời giải

a) Hai biến cố đối nhau có xung khắc với nhau

b) Hai biến cố xung khắc không phải hai biến cố đối nhau

3. Biến cố độc lập



An và Bình mỗi người gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. gọi A là biến cố "An gieo được mặt 6 chấm" và B là biến cố "Bình gieo được mặt 6 chấm"

a) Tính xác suất của biến cố B .

b) Tính xác suất của biến cố B trong hai trường hợp sau:

- Biến cố A xảy ra
- Biến cố A không xảy ra

Lời giải

a) Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{1}{6}$

b) Xác suất của biến cố B khi

- Biến cố A xảy ra: $P(B) = \frac{1}{6}$
- Biến cố A không xảy ra: $P(B) = \frac{1}{6}$

Trong  ta thấy dù biến cố A xảy ra hay không thì xác suất biến cố B vẫn luôn là $\frac{1}{6}$. Ta nói A và B là hai biến cố độc lập.

Hai biến cố A và B được gọi là **độc lập** nếu việc xảy ra hay không xảy ra biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Nhận xét: Nếu hai biến cố A và B độc lập thì A và $\bar{B}$; $\bar{A}$ và B ; $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập.

Ví dụ 3. Trong hộp có một quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng, xem màu rồi trả lại hộp. Lặp lại phép thử trên 2 lần và gọi A_k là biến cố quả bóng lấy ra lần thứ k là quả bóng xanh ($k \in \{1, 2\}$).

a) A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

b) Nếu trong mỗi phép thử trên ta không trả bóng lại hộp thì A_1, A_2 có là các biến cố độc lập không? Tại sao?

Lời giải

a) Nếu A_1 xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì sau khi trả lại quả bóng thứ nhất vào hộp, trong hộp vẫn có 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng đỏ và 1 quả bóng vàng, do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{3}$.

Ta thấy khi A_1 xảy ra hay không xảy ra thì xác suất của biến cố A_2 luôn bằng $\frac{1}{3}$. Do quả bóng lấy ra lần thứ nhất được trả lại hộp nên biến cố A_2 xảy ra hay không xảy ra không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 là hai biến cố độc lập.

b) Giả sử quả bóng lấy ra lần đầu tiên không trả lại hộp.

Nếu A_1 xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Do đó xác suất xảy ra A_2 là 0.

Ngược lại, nếu A_1 không xảy ra thì trước khi bốc quả bóng thứ hai, trong hộp có 2 quả bóng, trong đó có đúng 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất xảy ra A_2 là $\frac{1}{2}$.

Ta thấy xác suất xảy ra của biến cố A_2 phụ thuộc vào sự xảy ra của A_1 . Vậy A_1 và A_2 không là hai biến cố độc lập.

LUYỆN TẬP 4. Hãy chỉ ra 2 biến cố độc lập trong phép thử tung 2 đồng xu cân đối và đồng chất.

Lời giải

Biến cố A "Đồng xu thứ nhất là mặt sấp"

Biến cố B "Đồng xu thứ hai là mặt ngửa"

4. Quy tắc nhân xác suất của hai biến cố độc lập

HĐ 4. Trong **HĐ3**, hãy tính và so sánh $P(AB)$ với $P(A)P(B)$.

Lời giải

$$P(AB) = \frac{1}{36}$$

$$P(A).P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

Để tính xác suất của giao các biến cố độc lập, ta sử dụng **quy tắc nhân xác suất** sau:

Nếu hai biến cố A và B độc lập thì $P(AB) = P(A)P(B)$.

Chú ý: Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy, nếu $P(AB) \neq P(A)P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.

Ví dụ 4. Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,8$. Hãy tính xác suất của các biến cố AB , $\bar{A}B$, $\bar{A}\bar{B}$.

Lời giải

Do A và B là hai biến cố độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,48$.

Vì $\bar{A}$ là biến cố đối của A nên $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$. Do $\bar{A}$ và B độc lập nên

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,32.$$

Vì $\bar{B}$ là biến cố đối của B nên $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,2$. Do $\bar{A}$ và $\bar{B}$ độc lập nên

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,08.$$

Ví dụ 5. Hai bệnh nhân X và Y bị nhiễm vi rút SARS-CoV-2. Biết rằng xác suất bị biến chứng nặng của bệnh nhân X là 0,1 và của bệnh nhân Y là 0,2. Khả năng bị biến chứng nặng của hai bệnh nhân là độc lập. Hãy tính xác suất của các biến cố:

- “Cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng”;
- “Cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng”;
- “Bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng”.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bệnh nhân X bị biến chứng nặng”. Ta có $P(A) = 0,1$; $P(\bar{A}) = 0,9$.

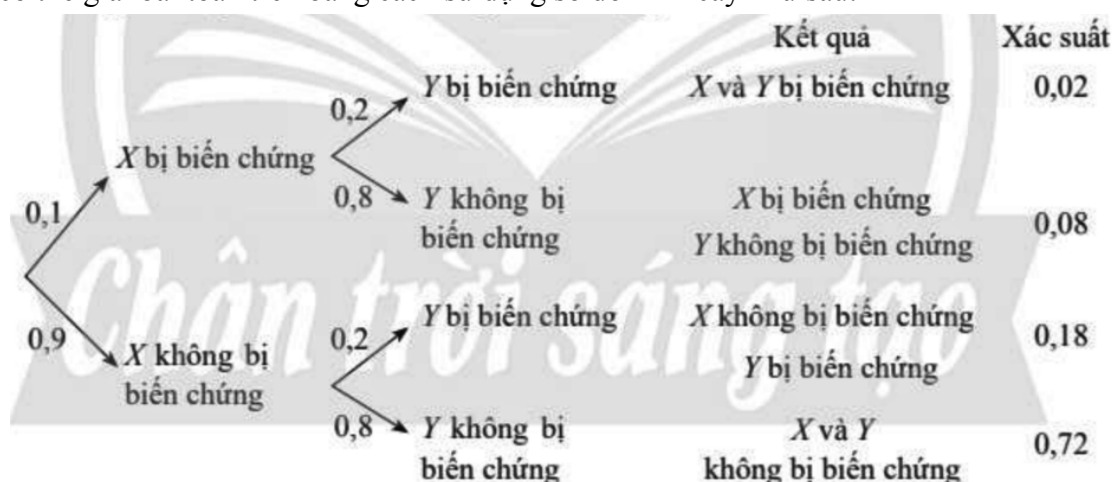
Gọi B là biến cố “Bệnh nhân Y bị biến chứng nặng”. Ta có $P(B) = 0,2$; $P(\bar{B}) = 0,8$.

a) Ta thấy A và B là hai biến cố độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là $P(AB) = P(A)P(B) = 0,02$.

b) Do $\bar{A}$ và $\bar{B}$ độc lập nên xác suất cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng là $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,72$.

c) Do A và $\bar{B}$ độc lập nên xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là $P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0,08$.

Ta cũng có thể giải bài toán trên bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây như sau:



Theo sơ đồ trên thì:

- Xác suất cả hai bệnh nhân đều bị biến chứng nặng là 0,02;
- Xác suất cả hai bệnh nhân đều không bị biến chứng nặng là 0,72;
- Xác suất bệnh nhân X bị biến chứng nặng, bệnh nhân Y không bị biến chứng nặng là 0,08.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Phương pháp

- + Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A).P(B)$.
- + Nếu $P(AB) \neq P(A).P(B)$ thì A và B là hai biến cố không độc lập.

Ví dụ 1. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

- Biết $P(A) = 0,6$ và $P(B) = 0,2$. Hãy tính xác suất các biến cố $AB, \bar{A}B, A\bar{B}$ và $\bar{A}\bar{B}$.
- Biết $P(A) = 0,3$ và $P(AB) = 0,12$. Hãy tính xác suất các biến cố $B, \bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$.

Lời giải

Vì hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}$ và B ; A và $\bar{B}$; $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập.

$$a) \bullet P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0,4; P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0,8.$$

$$\bullet P(AB) = P(A)P(B) = 0,6.0,2 = 0,12.$$

$$\bullet P(\overline{AB}) = P(\overline{A})P(B) = 0,4.0,2 = 0,08.$$

$$\bullet P(A\overline{B}) = P(A)P(\overline{B}) = 0,6.0,8 = 0,48.$$

$$\bullet P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0,4.0,8 = 0,32.$$

$$b) P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0,7.$$

$$\bullet P(AB) = P(A)P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4.$$

$$\bullet P(\overline{AB}) = P(\overline{A})P(B) = 0,7.0,4 = 0,28.$$

$$\bullet P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0,7.0,6 = 0,42.$$

Ví dụ 2. Một xạ thủ bắn lần lượt hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn không trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,2 và 0,3. Biết rằng kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau

a) “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

b) “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.

c) “Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích”.

d) “Có ít nhất một lần bắn trúng đích”.

Lời giải

Gọi biến cố A_i : “Lần bắn thứ i không trúng đích” với $i = 1, 2$.

Biến cố $\overline{A_i}$: “Lần bắn thứ i trúng đích” với $i = 1, 2$.

Ta có $P(A_1) = 0,2, P(A_2) = 0,3; P(\overline{A_1}) = 0,8, P(\overline{A_2}) = 0,7$.

a) Gọi biến cố A : “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

Ta có $A = A_1A_2$ và A_1, A_2 là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1).P(A_2) = 0,2.0,3 = 0,06.$$

b) Gọi biến cố B : “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.

Ta có $B = \overline{A_1}\overline{A_2}$ và $\overline{A_1}, \overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(B) = P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}) = 0,8.0,7 = 0,56.$$

c) Gọi biến cố C : “Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích”.

Ta có $C = A_1\overline{A_2}$ và $A_1, \overline{A_2}$ là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(C) = P(A_1).P(\overline{A_2}) = 0,2.0,7 = 0,14.$$

d) Gọi biến cố D : “Có ít nhất một lần bắn trúng đích”.

biến cố $\overline{D}$: “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

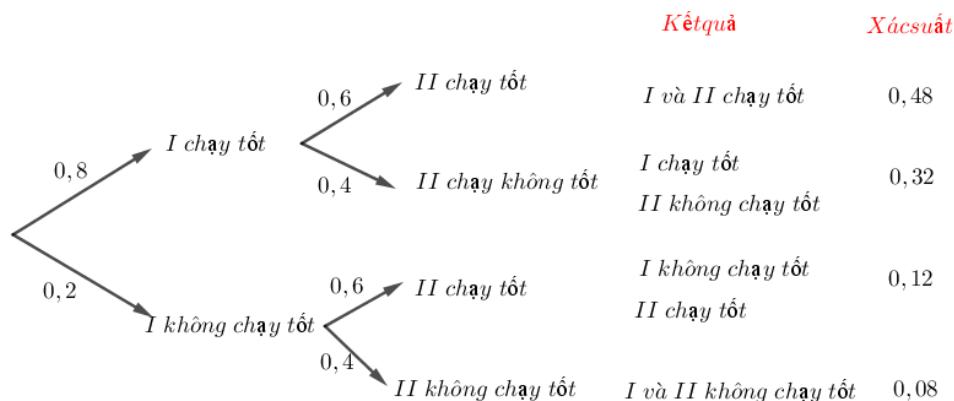
$$\Rightarrow \overline{D} = A \Rightarrow P(\overline{D}) = P(A) = 0,06.$$

$$\Rightarrow P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 0,94.$$

Ví dụ 3. Một chiếc xe máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt tương ứng là $0,8$ và $0,6$. Bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây, hãy tính xác suất để

- Cả hai động cơ đều chạy tốt.
- Cả hai động cơ đều không chạy tốt.
- Động cơ I chạy tốt, động cơ II chạy không tốt.

Lời giải



Theo sơ đồ trên, ta có

- Xác suất cả hai động cơ đều chạy tốt là $0,48$.
- Xác suất cả hai động cơ đều không chạy tốt là $0,08$.
- Xác suất động cơ I chạy tốt, động cơ II chạy không tốt là $0,32$.

Ví dụ 4. Một trò chơi có xác suất thắng mỗi ván là $0,2$. Nếu một người chơi 10 ván thì xác suất để người này thắng ít nhất một ván là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người ấy thắng ít nhất một ván khi chơi 10 ván".

$\overline{A}$ là biến cố "Người ấy chơi 10 ván mà không thắng ván nào cả".

Xác suất thua mỗi ván là $1 - 0,2 = 0,8$.

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = (0,8)^{10}.$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - (0,8)^{10} = 0,8926258176.$$

Ví dụ 5. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là $0,7$ nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là $0,2$ nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó trong mỗi trường hợp sau.

- Anh Bình tiếp xúc người bệnh 5 lần đều không mang khẩu trang.
- Anh Bình tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang.

Lời giải

- Gọi biến cố A : "Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang".

Biến cố $\overline{A}$: "Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang".

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là 0,7.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là $1 - 0,7 = 0,3$.

$$P(\overline{A}) = (0,3)^5.$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - (0,3)^5 = 0,99757.$$

b) Gọi biến cố B : “Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Biến cố $\overline{B}$: “Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không khẩu trang là 0,2.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang là $1 - 0,2 = 0,8$.

$$P(\overline{B}) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24.$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0,24 = 0,76.$$

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Hộp thứ nhất chứa 3 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 3. Hộp thứ hai chứa 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 thẻ. Gọi A là biến cố “Tổng các số ghi trên 2 thẻ bằng 6”, B là biến cố “Tích các số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”.

a) Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB và tính $P(AB)$.

b) Hãy tìm một biến cố khác rỗng và xung khắc với cả hai biến cố A và B .

Lời giải

$$a) A = \{(1;5);(2;4);(3;3)\}, B = \{(1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5)\}$$

Số cách lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 thẻ là: $3 \cdot 5 = 15$ (cách) $\Rightarrow n(\Omega) = 15$

$$AB = \{(1;5);(3;3)\} \Rightarrow n(AB) = 2$$

$$\Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{2}{15}$$

$$b) D = \{(1;2);(2;2);(3;2)\} : \text{“Hộp thứ 2 lấy ra được thẻ đánh số 2”}.$$

Bài 2. Một hộp chứa 21 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 21. Chọn ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 2”, B là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

a) Hãy mô tả bằng lời biến cố AB .

b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Tại sao?

Lời giải

a) AB là biến cố “Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 6”.

b) Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp có 21 cách $\Rightarrow n(\Omega) = 21$

$$n(A) = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{10}{21}$$

$$n(B) = 7 \Rightarrow P(B) = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

$$n(AB) = 3 \Rightarrow P(AB) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

Vì $P(AB) \neq P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập.

Bài 3. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

a) Biết $P(A) = 0,7; P(B) = 0,2$. Hãy tính xác suất của các biến cố $AB, \bar{A}B, \bar{A}\bar{B}$.

b) Biết $P(A) = 0,5; P(AB) = 0,3$. Hãy tính xác suất của các biến cố $B, \bar{A}B, \bar{A}\bar{B}$.

Lời giải

$$a) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3;$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$$

$$P(AB) = P(A)P(B) = 0,7.0,2 = 0,14$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,3.0,2 = 0,06$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,3.0,8 = 0,24$$

$$b) P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5 \quad P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,5.0,6 = 0,3$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,5.0,4 = 0,2$$

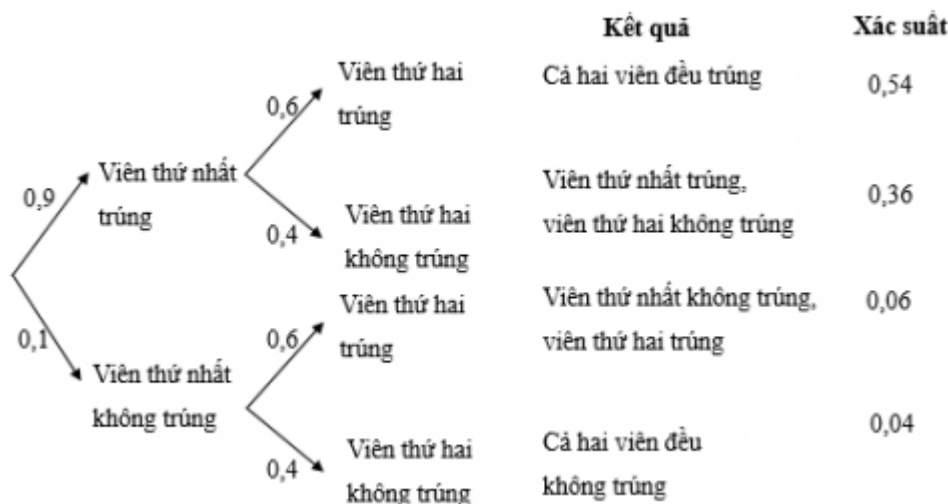
Bài 4. Một xạ thủ bắn lần lượt 2 viên đạn vào một bia. Xác suất trúng đích của viên thứ nhất và thứ hai lần lượt là 0,9 và 0,6. Biết rằng kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây:

a) “Cả 2 lần bắn đều trúng đích”;

b) “Cả 2 lần bắn đều không trúng đích”;

c) “Lần bắn thứ nhất trúng đích, lần bắn thứ hai không trúng đích”.

Lời giải



Theo sơ đồ trên,

- a) Xác suất cả hai lần bắn đều trúng đích là 0,54
- b) Xác suất cả hai lần bắn đều không trúng đích là 0,04
- c) Xác suất thứ nhất trúng đích, lần thứ hai không trúng đích là 0,36

Bài 5. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Anh Lâm tiếp xúc với 1 người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Lâm bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó.

Lời giải

Vì hai lần tiếp xúc độc lập nên xác suất anh Lâm bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó là: $0,1 \cdot 0,8 = 0,08$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{9}$. Tính $P(B)$

- A. $\frac{7}{36}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Chọn C

A, B là hai biến cố độc lập nên: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Leftrightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{4} \cdot P(B) \Leftrightarrow P(B) = \frac{4}{9}$.

Câu 2: Cho A và B là 2 biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,3$. Khi đó $P(A \cdot B)$ bằng

- A. 0,58 B. 0,7 C. 0,1 D. 0,12

Lời giải

Chọn D

Do A và B là 2 biến cố độc lập với nhau nên $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0,12$

Câu 3: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

- A. 0,24. B. 0,36. C. 0,16. D. 0,48.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,4$

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) = 0,48$.

Câu 4: Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số 1, 2, ..., 9. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là:

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi X là biến cố: "lấy được cả hai viên bi mang số chẵn. "

Gọi A là biến cố: "lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp I "

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_4^1}{C_9^1} = \frac{4}{9}$$

Gọi B là biến cố: "lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II " $P(B) = \frac{3}{10}$

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(X) = P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{15}.$$

Câu 5: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $P(A) = \frac{12}{35}$.

B. $P(A) = \frac{1}{25}$.

C. $P(A) = \frac{4}{49}$.

D. $P(A) = \frac{2}{35}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ. "

Gọi X là biến cố: "người thứ nhất ném trúng rổ" $\Rightarrow P(X) = \frac{1}{5}$.

Gọi Y là biến cố: "người thứ hai ném trúng rổ" $\Rightarrow P(Y) = \frac{2}{7}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(A) = P(X.Y) = P(X).P(Y) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{35}.$$

Câu 6: Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tìm các suất sao cho 3 lần sinh có ít nhất một con trai.

A. $P(A) \approx 0,88$.

B. $P(A) \approx 0,23$.

C. $P(A) \approx 0,78$.

D. $P(A) \approx 0,32$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố ba lần sinh có ít nhất 1 con trai, suy ra $\bar{A}$ là xác suất 3 lần sinh toàn con gái.

Gọi B_i là biến cố lần thứ i sinh con gái ($i = 1, 2, 3$)

Suy ra $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = 0,49$

Ta có: $\bar{A} = B_1 \cap B_2 \cap B_3$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(B_1)P(B_2)P(B_3) = 1 - (0,49)^3 \approx 0,88.$$

Câu 7: Một cặp vợ chồng mong muốn sinh bằng được sinh con trai. Xác suất sinh được con trai trong một lần sinh là 0,51. Tìm xác suất sao cho cặp vợ chồng đó mong muốn sinh được con trai ở lần sinh thứ 2.

- A.** $P(C) = 0,24$. **B.** $P(C) = 0,299$. **C.** $P(C) = 0,24239$. **D.** $P(C) = 0,2499$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố: “ Sinh con gái ở lần thứ nhất”, ta có:

$$P(A) = 1 - 0,51 = 0,49.$$

Gọi B là biến cố: “ Sinh con trai ở lần thứ hai”, ta có: $P(B) = 0,51$

Gọi C là biến cố: “Sinh con gái ở lần thứ nhất và sinh con trai ở lần thứ hai”

Ta có: $C = AB$, mà A, B độc lập nên ta có:

$$P(C) = P(AB) = P(A).P(B) = 0,2499.$$

Câu 8: Ba người xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

- A.** 0,45 **B.** 0,21 **C.** 0,75 **D.** 0,94

Lời giải

Chọn D

Gọi $\bar{X}$ là biến cố: “Không có xạ thủ nào bắn trúng mục tiêu”.

$$\text{Khi đó } P(\bar{X}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,14$$

$$\Rightarrow P = 1 - P(\bar{X}) = 0,94.$$

Câu 9: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là

- A.** 0,45. **B.** 0,4. **C.** 0,48. **D.** 0,24.

Lời giải

Chọn C

Gọi A_1 là biến cố viên thứ nhất trúng mục tiêu

Gọi A_2 là biến cố viên thứ hai trúng mục tiêu

Do A_1, A_2 là hai biến cố độc lập nên xác suất để có một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là $p = p(A_1 \bar{A}_2) + p(\bar{A}_1 A_2) = p(A_1)p(\bar{A}_2) + p(\bar{A}_1)p(A_2) = 0,6 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,48.$

Câu 10: Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Xác suất để xạ thủ thứ nhất bắn không trúng bia là: $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Xác suất để xạ thủ thứ hai bắn không trúng bia là: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Gọi biến cố A: "Có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia".

Khi đó biến cố A có 3 khả năng xảy ra:

+) Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia, người thứ hai không bắn trúng bia: $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

+) Xác suất người thứ nhất không bắn trúng bia, người thứ hai bắn trúng bia: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

+) Xác suất cả hai người đều bắn không trúng bia:

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Câu 11: Ba xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

A. 0,45.

B. 0,21.

C. 0,75.

D. 0,94.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_i : "Xạ thủ thứ i bắn trúng mục tiêu" với $i = \overline{1,3}$.

Khi đó $\overline{A_i}$: "Xạ thủ thứ i bắn không trúng mục tiêu".

Ta có $P(A_1) = 0,7 \Rightarrow P(\overline{A_1}) = 0,3$; $P(A_2) = 0,6 \Rightarrow P(\overline{A_2}) = 0,4$; $P(A_3) = 0,5 \Rightarrow P(\overline{A_3}) = 0,5$.

Gọi B: "Cả ba xạ thủ bắn không trúng mục tiêu".

Và $\overline{B}$: "có ít nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu".

Ta có $P(B) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,06$.

Khi đó $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,06 = 0,94$.

BÀI 2: BIẾN CỐ HỢP VÀ QUY TẮC CỘNG XÁC SUẤT**A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**

Tỉ lệ nảy mầm của một loại hạt giống là 0,8.
Gieo 2 hạt giống một cách độc lập với nhau.
Tính xác suất có đúng 1 trong 2 hạt giống đó nảy mầm.

Lời giải

Xác suất hạt 1 nảy mầm, hạt 2 không nảy mầm là:
 $0,8 \cdot 0,2 = 0,16$

Xác suất hạt 1 không nảy mầm, hạt 2 nảy mầm là: $0,2 \cdot 0,8 = 0,16$

Xác suất có đúng 1 hạt nảy mầm là: $0,16 + 0,16 = 0,32$

**1. Biến cố hợp**

Trong hộp có 5 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 5. Lấy ra ngẫu nhiên lần lượt 2 thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn"; B là biến cố "Thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số chẵn" và C là biến cố "Tích các số ghi trên hai thẻ lấy ra là số chẵn".

Hãy viết tập hợp mô tả các biến cố trên.

Lời giải

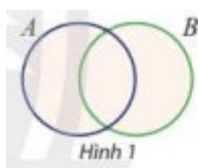
$$A = \{(2;1); (2;2); (2;3); (2;4); (2;5); (4;1); (4;2); (4;3); (4;4); (4;5)\}$$

$$B = \{(1;2); (2;2); (3;2); (4;2); (5;2); (1;4); (2;4); (3;4); (4;4); (5;4)\}$$

$$C = \{(1;2); (1;4); (2;1); (2;2); (2;3); (2;4); (2;5); (3;2); (3;4); (4;1); (4;2); (4;3); (4;4); (4;5); (5;2); (5;4)\}$$

Ta thấy biến cố C xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Ta nói biến cố C là hợp của hai biến cố A và B , kí hiệu là $C = A \cup B$.

Cho hai biến cố A và B . Biến cố " A hoặc B xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là biến cố hợp của A và B .



Chú ý: Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B .

Ví dụ 1. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu xanh", B là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu đỏ".

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ? Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố B ?
b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Lời giải

a) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2 = 10$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_3^2 = 3$.

b) $A \cup B$ là biến cố "Hai viên bi lấy ra có cùng màu". Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_5^2 + C_3^2 = 13$.

Ví dụ 2. Thực hiện hai thí nghiệm. Gọi T_1 và T_2 lần lượt là các biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công" và "Thí nghiệm thứ hai thành công". Hãy biểu diễn các biến cố sau theo hai biến cố T_1 và T_2 .

a) A : "Có ít nhất một trong hai thí nghiệm thành công";

b) B : "Có đúng một trong hai thí nghiệm thành công".

Lời giải

a) $A = T_1 \cup T_2$

b) $B = \overline{T_1}T_2 \cup T_1\overline{T_2}$.



Một lớp học có 15 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 3 học sinh của lớp. Gọi A là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều là nữ", B là biến cố "Có 2 học sinh nữ trong 3 học sinh được chọn".

a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A ? Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố B ?

b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Lời giải

a) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_{17}^3 = 680$

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_{17}^2 \cdot C_{15}^1 = 2040$

b) $A \cup B$ là biến cố "Có ít nhất 2 học sinh nữ trong 3 học sinh được chọn"

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là: $680 + 2040 = 2720$

2. Quy tắc cộng xác suất

Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc



Cho hai biến cố xung khắc A và B . Có 5 kết quả thuận lợi cho biến cố A và 12 kết quả thuận lợi cho biến cố B . Hãy so sánh với $P(A) + P(B)$.

Lời giải

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 17$$

Để tính xác suất của biến cố hợp hai biến cố xung khắc, ta sử dụng quy tắc sau:



Cho hai biến cố xung khắc A và B . Khi đó:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ví dụ 3. Một đội tình nguyện gồm 9 học sinh khối 10 và 7 học sinh khối 11. Chọn ra ngẫu nhiên 3 người trong đội. Tính xác suất của biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối".

Lời giải

Gọi A là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 10" và B là biến cố "Cả 3 học sinh được chọn đều thuộc khối 11". Khi đó $A \cup B$ là biến cố "Cả 3 người được chọn học cùng một khối". Do A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

$$\text{Ta thấy } P(A) = \frac{C_9^3}{C_{16}^3} \text{ và } P(B) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3}, \text{ nên } P(A \cup B) = \frac{C_9^3 + C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{17}{80}.$$

Ví dụ 4. Ở lúa, hạt gạo đục là tính trạng trội hoàn toàn so với hạt gạo trong. Cho cây lúa có hạt gạo đục thuần chủng thụ phấn với cây lúa có hạt gạo trong được F1 toàn hạt gạo đục. Tiếp tục cho các cây lúa F1 thụ phấn với nhau và thu được các hạt gạo mới. Lần lượt chọn ra ngẫu nhiên 2 hạt gạo mới, tính xác suất của biến cố "Có đúng 1 hạt gạo đục trong 2 hạt gạo được lấy ra".

Lời giải

Quy ước gene A : hạt gạo đục và gene a : hạt gạo trong. Ở thế hệ F₂, ba kiểu gene AA, Aa, aa xuất hiện với tỉ lệ 1: 2: 1 nên tỉ lệ hạt gạo đục so với hạt gạo trong là 3: 1.

Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố "Hạt gạo lấy ra lần thứ nhất là hạt gạo đục" và biến cố "Hạt gạo lấy ra lần thứ hai là hạt gạo đục".

Ta có A_1, A_2 là hai biến cố độc lập và $P(A_1) = P(A_2) = \frac{3}{4}$. Xác suất của biến cố "Có đúng 1 hạt gạo đục trong 2 hạt gạo được lấy ra" là

$$P(A_1\bar{A}_2 \cup \bar{A}_1A_2) = P(A_1\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1A_2) = P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) = 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}.$$



Hãy trả lời câu hỏi ở



Lời giải

Gọi A_1, A_2 lần lượt là biến cố "Hạt giống thứ nhất nảy mầm" và biến cố "Hạt giống thứ hai nảy mầm"

Ta có A_1, A_2 là hai biến cố độc lập và $P(A_1) = P(A_2) = 0,8$.

Xác suất của biến cố "Có đúng 1 trong 2 hạt giống nảy mầm" là:

$$\begin{aligned} P(A_1\bar{A}_2 \cup \bar{A}_1A_2) &= P(A_1\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1A_2) \\ &= P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) = 0,8 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,8 = 0,32 \end{aligned}$$

Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì



Rút ngẫu nhiên 1 lá bài từ bộ bài tây 52 lá. Tính xác suất của biến cố "Lá bài được chọn có màu đỏ hoặc là lá có số chia hết cho 5".

Lời giải

Xác suất của biến cố "Lá bài được chọn có màu đỏ hoặc là lá có số chia hết cho 5" là: $\frac{30}{52} = \frac{15}{26}$

Với hai biến cố A, B bất kì, ta có công thức cộng tổng quát như sau:



Cho hai biến cố A và B. Khi đó:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Ví dụ 5. Một hộp chứa 100 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp. Tính xác suất của biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

Lời giải

Gọi A là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3" và B là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 5".

$A \cup B$ là biến cố "Số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3 hoặc 5".

Từ 1 đến 100 có 33 số chia hết cho 3 nên $P(A) = \frac{33}{100} = 0,33$.

Từ 1 đến 100 có 20 số chia hết cho 5 nên $P(B) = \frac{20}{100} = 0,2$.

Một số chia hết cho cả 3 và 5 khi nó chia hết cho 15. Từ 1 đến 100 có 6 số chia hết cho 15 nên

$$P(AB) = \frac{6}{100} = 0,06.$$

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,33 + 0,2 - 0,06 = 0,47.$$



Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau. Biết $P(A) = 0,9$ và $P(B) = 0,6$. Hãy tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

Lời giải

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\ &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0,9 + 0,6 - 0,9 \cdot 0,6 = 0,96 \end{aligned}$$



Khảo sát một trường trung học phổ thông, người ta thấy có 20% học sinh thuận tay trái và 35% học sinh bị cận thị. Giả sử đặc điểm thuận tay nào không ảnh hưởng đến việc học sinh có bị cận thị hay không. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất của biến cố học sinh đó bị cận thị hoặc thuận tay trái.

Lời giải

A là biến cố "Học sinh bị cận thị", $P(A) = 0,35$

B là biến cố "Học sinh thuận tay trái", $P(B) = 0,2$

Xác suất biến cố học sinh bị cận thị hoặc thuận tay trái là:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\ &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0,48 \end{aligned}$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1: Quy tắc cộng cho 2 biến cố xung khắc

1. Phương pháp

Cho hai biến cố xung khắc A và B . Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1: Một lớp học 40 học sinh gồm có 15 học sinh nam giỏi toán và 8 học sinh nữ giỏi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Hãy tính xác suất để chọn được một nam sinh giỏi toán hay một nữ sinh giỏi lý

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn một nam sinh giỏi toán và B là biến cố chọn một nữ sinh giỏi lý thì $A \cup B$ là biến cố chọn một nam sinh giỏi toán hay một nữ sinh giỏi lý.

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8} \quad \text{và } P(B) = \frac{8}{40} = \frac{1}{5} \quad A \text{ và } B \text{ là hai biến cố xung khắc nên}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{5} = \frac{23}{40}$$

Ví dụ 2: Chọn ngẫu nhiên 8 lá bài trong cỗ bài 32 lá. Tính xác suất để được ít nhất 3 lá già.

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được 3 lá già và B là biến cố chọn được 4 lá già thì $A \cup B$ là biến cố chọn được ít nhất 3 lá già

$$\text{Ta có : } P(A) = \frac{C_4^3 \cdot C_{28}^5}{C_{32}^8} \text{ và } P(B) = \frac{C_4^4 \cdot C_{28}^4}{C_{32}^8}$$

A và B là hai biến cố xung khắc .

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_4^3 \cdot C_{28}^5 + C_4^4 \cdot C_{28}^4}{C_{32}^8} = 0,04$$

Ví dụ 3: Một tổ công nhân có 5 nam và 6 nữ. Cần chọn ngẫu nhiên hai công nhân đi thực hiện một nhiệm vụ mới. Tính xác suất của biến cố “Cả hai công nhân được chọn cùng giới tính”.

Lời giải

Số kết quả chọn được hai công nhân bất kì là $C_{11}^2 = 55$

Gọi A là biến cố “Hai công nhân được chọn là nam”, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2 = 10$.

Gọi B là biến cố “Hai công nhân được chọn là nữ”, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_6^2 = 15$.

Do đó $A \cup B$ là biến cố “Cả hai công nhân được chọn có cùng giới tính”. Do A và B là hai biến cố xung khắc nên: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{55} + \frac{15}{55} = \frac{5}{11}$.

Ví dụ 4: Trên kệ sách đang có 4 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lần lượt lấy xuống ngẫu nhiên ba cuốn sách, tính xác suất của biến cố “Ba cuốn sách được chọn cùng loại”.

Lời giải

Số kết quả chọn được hai cuốn sách bất kì là $C_9^3 = 84$

Gọi A là biến cố “Ba cuốn sách được chọn là sách Toán”, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_4^3 = 4$.

Gọi B là biến cố “Ba cuốn sách được chọn là sách Văn”, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_5^3 = 10$.

Do đó $A \cup B$ là biến cố “Cả ba cuốn sách được chọn cùng loại”. Do A và B là hai biến cố xung khắc nên:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{84} + \frac{10}{84} = \frac{1}{6}.$$

Dạng 2: Quy tắc cộng cho 2 biến cố bất kì

1. Phương pháp

Cho hai biến cố A và B bất kì. Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$.

2. Ví dụ

Ví dụ 1 : Gieo một con xúc sắc .Gọi A là biến cố được số chẵn và B là biến cố được một bội số của 2. Kiểm lại rằng : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Lời giải

Ta có $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{3, 6\}$.Do đó $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$ và $AB = \{6\}$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; P(A \cup B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \text{ và } P(AB) = \frac{1}{6}$$

$$\text{Suy ra : } P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3+2-1}{6} = \frac{2}{3} = P(A \cup B)$$

Ví dụ 2: Một lớp học gồm 40 học sinh trong đó có : 15 học sinh giỏi toán , 10 học sinh giỏi Lý và 5 học sinh giỏi Toán lẫn Lý.Chọn ngẫu nhiên một học sinh.Hãy tính xác suất để học sinh đó giỏi toán hay giỏi lý

Lời giải

A là biến cố học sinh giỏi toán

B là biến cố học sinh giỏi lý

Ta có : AB là biến cố học sinh giỏi toán và lý

$A \cup B$ là biến cố học sinh giỏi toán hay lý

$$\text{Ta có : } P(A) = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}; P(B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}; P(AB) = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Ví dụ 3: Trong một thùng phiếu bốc thăm trúng thưởng có 30 lá phiếu được đánh số thứ tự từ 1 đến 30 . Người ta rút ra từ thùng phiếu một lá thăm bất kì. Tính xác suất của biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4 hoặc 5”

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4”.

Từ 1 đến 30 có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố A, nên $P(A) = \frac{7}{30}$.

Gọi B là biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 5”.

Từ 1 đến 30 có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố B, nên $P(B) = \frac{6}{30}$.

Một số chia hết cho cả 4 và 5 thì nó chia hết cho 20, từ 1 đến 30 có 1 kết quả, nên $P(A.B) = \frac{1}{30}$.

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B) = \frac{7}{30} + \frac{6}{30} - \frac{1}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1. Một hộp chứa 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 2 quả bóng vàng có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng. Tính xác suất của các biến cố:

a) "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu";

b) "Có ít nhất 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra".

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng trong tổng số 13 quả bóng có $C_{13}^3 = 286$ cách.

$$\Rightarrow n(\Omega) = 286$$

a) Gọi A là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu xanh", B là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu đỏ", C là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu vàng"

Vậy $A \cup B \cup C$ là biến cố "Cả 3 quả bóng lấy ra đều có cùng màu"

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng trong tổng số 5 quả bóng xanh có $C_5^3 = 10$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{286} = \frac{5}{143}$$

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng trong tổng số 6 quả bóng đỏ có $C_6^3 = 20$ cách.

$$\Rightarrow n(B) = 20 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{286} = \frac{10}{143}$$

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 3 quả bóng trong tổng số 2 quả bóng vàng có 0 cách.

$$\begin{aligned} \Rightarrow n(C) &= 0 \Rightarrow P(C) = 0 \\ \Rightarrow P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) = \frac{15}{243} \end{aligned}$$

b) Gọi D là biến cố "Có đúng 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra"

Vậy $A \cup D$ là biến cố "Có ít nhất 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng lấy ra"

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 2 quả bóng trong tổng số 5 quả bóng xanh có $C_5^2 = 10$ cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 8 quả bóng đỏ hoặc vàng có $C_8^1 = 8$ cách.

$$\Rightarrow n(D) = 10 \cdot 8 = 80 \Rightarrow P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{80}{286} = \frac{40}{143} \Rightarrow P(A \cup D) = P(A) + P(D) = \frac{45}{143}$$

Bài 2. Trên đường đi từ Hà Nội về thăm Đền Hùng ở Phú Thọ, Bình, Minh và 5 bạn khác ngồi vào 7 chiếc ghế trên một xe ô tô 7 chỗ. Khi xe quay lại Hà Nội, mỗi bạn lại chọn ngồi ngẫu nhiên một ghế. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình".

Lời giải

Có $7! = 5040$ cách sắp xếp 7 bạn ngồi vào 7 chiếc ghế $\Rightarrow n(\Omega) = 5040$

Gọi A là biến cố: "Bình vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình", B là biến cố "Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình".

Vậy AB là biến cố "Cả Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình", $A \cup B$ là biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Bình và Minh vẫn ngồi đúng ghế cũ của mình".

Xếp chỗ cho Bình ngồi đúng ghế cũ của mình có 1 cách.

Xếp chỗ cho 6 bạn còn lại có $6! = 720$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = 1 \cdot 720 = 720 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{720}{5040} = \frac{1}{7}.$$

Xếp chỗ cho Minh ngồi đúng ghế cũ của mình có 1 cách.

Xếp chỗ cho 6 bạn còn lại có $6! = 720$ cách.

$$\Rightarrow n(B) = 1 \cdot 720 = 720 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{720}{5040} = \frac{1}{7}$$

Xếp chỗ cho cả Bình và Minh ngồi đúng ghế cũ của mình có 1 cách.

Xếp chỗ cho 5 bạn còn lại có $5! = 120$ cách.

$$\Rightarrow n(AB) = 1 \cdot 120 = 120 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{120}{5040} = \frac{1}{42}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{42} = \frac{11}{42}$$

Bài 3. Cho hai biến cố A và B độc lập với nhau.

a) Biết $P(A) = 0,3$ và $P(AB) = 0,2$. Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

b) Biết $P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,7$. Tính xác suất của biến cố A .

Lời giải

$$a) P(AB) = P(A) \cdot P(B) \text{ nên } P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{23}{30}$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\Leftrightarrow 0,7 = P(A) + 0,5 - 0,5P(A)$$

$$\Leftrightarrow P(A) = 0,4$$

Bài 4. Lan gieo một đồng xu không cân đối 3 lần độc lập với nhau. Biết xác suất xuất hiện mặt sấp trong mỗi lần gieo đều bằng 0,4. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của biến cố "Có đúng 1 lần gieo được mặt sấp trong 3 lần gieo".

Lời giải



Theo sơ đồ trên thì:

Xác suất của biến cố "Có đúng 1 lần gieo được mặt sấp trong 3 lần gieo" là:

$$0,144 + 0,144 + 0,144 = 0,432$$

Bài 5. Một hộp chứa 50 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 50. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ từ hộp. Tính xác suất của các biến cố:

a) A : "Tổng các số ghi trên 2 thẻ lấy ra là số chẵn";

b) B : "Tích các số ghi trên 2 thẻ lấy ra chia hết cho 4".

Lời giải

a) M là biến cố "Số ghi trên 2 thẻ đều là số chẵn", $P(M) = \frac{C_{25}^2}{C_{50}^2}$

N là biến cố "Số ghi trên 2 thẻ đều là số lẻ", $P(N) = \frac{C_{25}^2}{C_{50}^2}$

Biến cố A "Tổng các số ghi trên 2 thẻ là số chẵn" là $M \cup N$

Do M, N là 2 biến cố xung khắc

$$P(A) = P(M) + P(N) = \frac{24}{49}$$

b) C là biến cố "Có 1 số chia hết cho 4, 1 số là số lẻ", $P(C) = \frac{C_{12}^1 + C_{25}^1}{C_{50}^2}$

Biến cố B "Tích các số ghi trên 2 thẻ chia hết cho 4" là $M \cup C$

M và C là 2 biến cố xung khắc nên:

$$P(B) = P(M) + P(C) = \frac{24}{49}$$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $A \cap B = \emptyset$. Từ đó suy ra $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Ta kết luận hai biến cố A và B là:

A. Độc lập.

B. Không xung khắc.

C. Xung khắc.

D. Không rõ.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ nên $P(A \cap B) = \frac{1}{12} \neq 0$

Suy ra hai biến cố A và B là hai biến cố không xung khắc.

Câu 3: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{5}, P(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Tính $P(B)$.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn C

A, B là hai biến cố xung khắc

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$$

Câu 4: Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A \cup B)$

- A. $\frac{7}{12}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{12}$$

Câu 5: Cho A, B là hai biến cố. Biết $P = \frac{1}{2}, P = \frac{3}{4}, P = \frac{1}{4}$. Biến cố $A \cup B$ là biến cố

- A. Có xác suất bằng $\frac{1}{4}$. B. Chắc chắn.
C. Không xảy ra. D. Có xác suất bằng $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B

$$A, B \text{ là hai biến cố bất kỳ ta luôn có: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = 1$$

Vậy $A \cup B$ là biến cố chắc chắn.

Câu 1: Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu.

- A. $P(\bar{X}) = \frac{13}{18}$. B. $P(\bar{X}) = \frac{5}{18}$. C. $P(\bar{X}) = \frac{3}{18}$. D. $P(\bar{X}) = \frac{11}{18}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 viên bi xanh"; B là biến cố "Chọn được 2 viên bi đỏ", C là biến cố "Chọn được 2 viên bi vàng" và X là biến cố "Chọn được 2 viên bi cùng màu".

Ta có $X = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc.

Do đó, ta có: $P(X) = P(A) + P(B) + P(C)$.

$$\text{Mà: } P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{1}{6}; P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{1}{12}; P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$$

$$\text{Vậy } P(X) = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{36} = \frac{5}{18}.$$

Biến cố "Chọn được 2 viên bi khác màu" chính là biến cố $\bar{X}$.

$$\text{Vậy } P(\bar{X}) = 1 - P(X) = \frac{13}{18}.$$

Câu 6: Một hộp đựng 40 viên bi trong đó có 20 viên bi đỏ, 10 viên bi xanh, 6 viên bi vàng, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên hai bi, tính xác suất biến cố A: "hai viên bi cùng màu".

A. $P(A) = \frac{4}{195}$. **B.** $P(A) = \frac{6}{195}$. **C.** $P(A) = \frac{4}{15}$. **D.** $P(A) = \frac{64}{195}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|\Omega| = C_{40}^2$

Gọi các biến cố: D: "lấy được 2 bi viên đỏ" ta có: $|\Omega_D| = C_{20}^2 = 190$;

X: "lấy được 2 bi viên xanh" ta có: $|\Omega_X| = C_{10}^2 = 45$;

V: "lấy được 2 bi viên vàng" ta có: $|\Omega_V| = C_6^2 = 15$;

T: "lấy được 2 bi màu trắng" ta có: $|\Omega_T| = C_4^2 = 6$.

Ta có D, X, V, T là các biến cố đôi một xung khắc và $A = D \cup X \cup V \cup T$

$$P(A) = P(D) + P(X) + P(V) + P(T) = \frac{256}{C_{40}^2} = \frac{64}{195}.$$

Câu 7: Một hộp đựng 10 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 1 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 bi tính xác suất biến cố A: "2 viên bi cùng màu".

A. $P(C) = \frac{1}{9}$. **B.** $P(C) = \frac{2}{9}$. **C.** $P(C) = \frac{4}{9}$. **D.** $P(C) = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n(\Omega) = C_{10}^2$

Gọi các biến cố: D: "lấy được 2 viên đỏ"; X: "lấy được 2 viên xanh";

V: "lấy được 2 viên vàng"

Ta có D, X, V là các biến cố đôi một xung khắc và $C = D \cup X \cup V$

$$P(C) = P(D) + P(X) + P(V) = \frac{2}{5} + \frac{C_3^2}{45} + \frac{1}{15} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}.$$

Câu 8: Một lớp có 60 sinh viên trong đó 40 sinh viên học tiếng Anh, 30 sinh viên học tiếng Pháp và 20 sinh viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên. Tính xác suất của các biến cố sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn C

Gọi A: "Sinh viên được chọn học tiếng Anh";

B: "Sinh viên được chọn chỉ học tiếng Pháp";

D: "Sinh viên được chọn không học tiếng Anh và tiếng Pháp".

Ta có:

$$\text{Rõ ràng } P(A) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}, P(B) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \text{ và } P(A \cap B) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Từ đó } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

$$\text{và } P(D) = P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

Câu 9: Cho tập $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng hai số tự nhiên, mỗi số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập X . Tính xác suất để trong hai số đó có đúng một số có chữ số 5.

- A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{12}{23}$. C. $\frac{21}{25}$. D. $\frac{21}{23}$.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập X là: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Trong đó số các số không có mặt chữ số 5 là $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ và số các số có mặt chữ số 5 là $60 - 24 = 36$.

Gọi A là biến cố hai số được viết lên bảng đều có mặt chữ số 5; B là biến cố hai số được viết lên bảng đều không có mặt chữ số 5.

Rõ ràng A và B xung khắc. Do đó áp dụng quy tắc cộng xác suất ta có:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_{36}^1 \cdot C_{36}^1}{C_{60}^1 \cdot C_{60}^1} + \frac{C_{24}^1 \cdot C_{24}^1}{C_{60}^1 \cdot C_{60}^1} = \frac{13}{25}.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{13}{25} = \frac{12}{25}.$$

Câu 10: Gieo hai hạt súc sắc màu xanh và trắng. Gọi x là số nút hiện ra trên hạt xanh và y là số nút hiện ra trên hạt trắng. Gọi A là biến cố $(x < y)$ và B là biến cố $5 < x + y < 8$. Khi đó $P(A \cup B)$ có giá trị là:

- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{7}{12}$

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu có 36 phần tử.

$$\text{Số phần tử của biến cố A là } \frac{36 - 6}{2} = 15$$

$$\text{Biến cố B} = \{(1; 6); (6; 1); (1; 5); (5; 1); (2; 4); (4; 2); (2; 5); (5; 2); (3; 3); (3; 4); (4; 3)\}$$

$$\text{Biến cố giao A và B gồm các phần tử } \{(1; 6); (1; 5); (2; 4); (2; 5); (3; 4)\}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{15 + 11 - 5}{36} = \frac{7}{12}$$

Câu 11: Gieo hai con súc sắc xanh, đỏ. Gọi x, y là số nút xuất hiện ra hạt xanh và đỏ. Gọi A, B là hai biến cố sau đây. $A = \{(x; y) / x : y\}$, $B = \{(x; y) / 3 \leq x + y \leq 8\}$. Tìm $P(A \cup B)$

- A. $\frac{19}{24}$ B. $\frac{59}{72}$ C. $\frac{29}{36}$ D. $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn B

$$P(A) = \frac{14}{36}, P(B) = \frac{25}{36}, P(A \cap B) = \frac{10}{36} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{29}{36}$$

Câu 12: Trong một lớp 10 có 50 học sinh. Khi đăng ký cho học phụ đạo thì có 38 học sinh đăng ký học Toán, 30 học sinh đăng ký học Lý, 25 học sinh đăng ký học cả Toán và Lý. Nếu chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp đó thì xác suất để em này không đăng ký học phụ đạo môn nào cả là bao nhiêu

A. 0,07

B. 0,14

C. 0,43

D. Kết quả khác

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố “học sinh đăng ký Toán”

Gọi B là biến cố “học sinh đăng ký Lý”

$A \cap B$ “học sinh đăng ký Toán, Lý”

$A \cup B$ là biến cố “học sinh có đăng ký học phụ đạo”

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{38}{50} + \frac{30}{50} - \frac{25}{50} = \frac{43}{50}$$

$\overline{A \cup B}$ là biến cố “học sinh không đăng ký môn nào cả”

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{8}{50} = 0,14$$

Câu 13: Hai cầu thủ sút phạt đền. Mỗi người đá 1 lần với xác suất làm bàn tương ứng là 0,8 và 0,7. Tính xác suất để có ít nhất 1 cầu thủ làm bàn.

A. $P(X) = 0,42$.

B. $P(X) = 0,94$.

C. $P(X) = 0,234$.

D. $P(X) = 0,9$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố cầu thủ thứ nhất làm bàn

B là biến cố cầu thủ thứ hai làm bàn

X là biến cố ít nhất 1 trong hai cầu thủ làm bàn

$$\text{Ta có: } X = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B) \cup (A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(X) = P(A).P(\overline{B}) + P(B).P(\overline{A}) + P(A).P(B) = 0,94.$$

Câu 14: Ba người cùng bắn vào 1 bia Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8; 0,6; 0,5. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

A. 0,24.

B. 0,96.

C. 0,46.

D. 0,92.

Lời giải

Chọn C

Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là: $P(A_1) = 0,8$;

$$P(A_2) = 0,6; P(A_3) = 0,5$$

Xác suất để có đúng hai người bắn trúng đích bằng:

$$P(A_1).P(\overline{A_2}).\overline{P(A_3)} + P(A_1).P(\overline{A_2}).P(A_3) + \overline{P(A_1)}.P(A_2).P(\overline{A_3}) = 0,46.$$

Câu 15: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo là số chẵn.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn A

Kí hiệu A : "Lần đầu xuất hiện mặt chẵn chấm";

B : "Lần thứ hai xuất hiện mặt chẵn chấm";

C : "Tổng số chấm trong hai lần gieo là chẵn".

Ta có $C = AB \cup \bar{A}\bar{B}$. Để thấy AB và $\bar{A}\bar{B}$ xung khắc nên

$$P(C) = P(AB) + P(\bar{A}\bar{B})$$

Vì A và B độc lập nên $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập, do đó

$$P(C) = P(A)P(B) + P(\bar{A})P(\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Câu 16: Một xạ thủ bắn bia. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng tròn 10 là 0,2; vòng 9 là 0,25 và vòng 8 là 0,15. Nếu trúng vòng k thì được k điểm. Giả sử xạ thủ đó bắn ba phát súng một cách độc lập. Xạ thủ đạt loại giỏi nếu anh ta đạt ít nhất 28 điểm. Xác suất để xạ thủ này đạt loại giỏi là

A. ,00935

B. 0,0755

C. 0,0365

D. 0,0855

Lời giải

Chọn A

Gọi H là biến cố "Xạ thủ bắn đạt loại giỏi". A ; B ; C ; D là các biến cố sau.

A : "Ba viên trúng vòng 10"

B : "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 9"

C : "Một viên trúng vòng 10 và hai viên trúng vòng 9"

D : "Hai viên trúng vòng 10 và một viên trúng vòng 8"

Các biến cố A ; B ; C ; D là các biến cố xung khắc từng đôi một và $H = A \cup B \cup C \cup D$

+ Suy ra theo quy tắc cộng mở rộng ta có $P(H) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$

Mặt khác $P(A) = (0,2).(0,2).(0,2) = 0,008$

$$P(B) = (0,2).(0,2).(0,25) + (0,2)(0,25)(0,2) + (0,25)(0,2)(0,2) = 0,03$$

$$P(C) = (0,2).(0,25).(0,25) + (0,25)(0,2)(0,25) + (0,25)(0,25)(0,2) = 0,0375$$

$$P(D) = (0,2).(0,2).(0,15) + (0,2)(0,15)(0,2) + (0,15)(0,2)(0,2) = 0,018$$

+ Do đó $P(H) = 0,008 + 0,03 + 0,0375 + 0,018 = 0,0935$

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố "Tích số chấm xuất hiện là số lẻ". Biến cố nào sau đây xung khắc với biến cố A ?
- A. "Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm".
 B. "Tổng số chấm xuất hiện là số lẻ".
 C. "Xuất hiện ít nhất một mặt có số chấm là số lẻ".
 D. "Xuất hiện hai mặt có số chấm khác nhau".

Lời giải

Chọn B

- Câu 2:** Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là
- A. 0,9. B. 0,7. C. 0,5. D. 0,2.

Lời giải

Chọn B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,7$$

- Câu 3:** Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" là
- A. $\frac{5}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 5" là: 4

Kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 10" là: 3

Kết quả thuận lợi cho biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" là:
 $3 + 4 = 7$

Xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 5" là: $\frac{7}{36}$

- Câu 4:** Lấy ra ngẫu nhiên 2 quả bóng từ một hộp chứa 5 quả bóng xanh và 4 quả bóng đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Xác suất của biến cố "Hai bóng lấy ra có cùng màu" là
- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

A là biến cố "Hai quả bóng lấy ra đều có màu xanh", $P(A) = \frac{C_5^2}{C_9^2}$

B là biến cố "Hai quả bóng lấy ra đều có màu đỏ", $P(B) = \frac{C_4^2}{C_9^2}$

$A \cup B$ là biến cố "Hai bóng lấy ra có cùng màu". A và B xung khắc nên:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{9}$$

Câu 5: Chọn ngẫu nhiên 2 đỉnh của một hình bát giác đều nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R . Xác suất để khoảng cách giữa hai đỉnh đó bằng $R\sqrt{2}$ là

A. $\frac{2}{7}$.

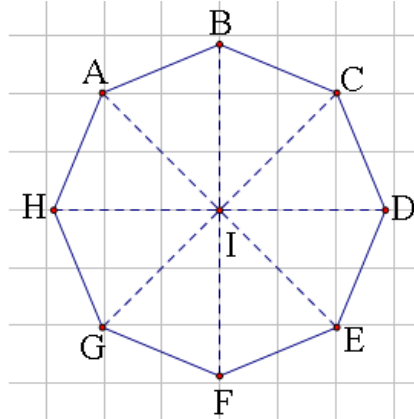
B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{5}{56}$.

Lời giải

Chọn A



Để khoảng cách giữa hai điểm đó là $R\sqrt{2}$ thì giữa hai đỉnh đó có 1 đỉnh Xác suất của biến cố đó là: $\frac{8}{C_8^2} = \frac{2}{7}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 6: Cho A và B là hai biến cố thoả mãn $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,7$ và $P(A \cup B) = 0,8$.

a) Tính xác suất của các biến cố AB , $\overline{AB}$ và $\overline{A\overline{B}}$.

b) Hai biến cố A và B có độc lập hay không?

Lời giải

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$. Suy ra $P(AB) = 0,4$

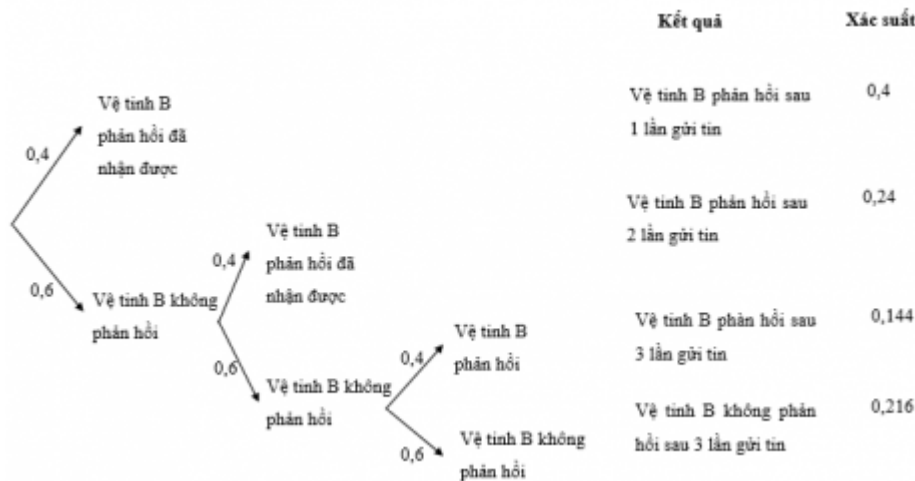
$$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,7 - 0,4 = 0,3$$

$$P(\overline{A\overline{B}}) = 1 - P(A \cup B) = 0,2$$

b) Vì $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$ nên A và B không độc lập

Câu 7: Vệ tinh A lần lượt truyền một tin đến vệ tinh B cho đến khi vệ tinh B phản hồi là đã nhận được. Biết khả năng vệ tinh B phản hồi đã nhận được tin ở mỗi lần A gửi là độc lập với nhau và xác suất phản hồi mỗi lần đều là $0,4$. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất vệ tinh A phải gửi tin không quá 3 lần.

Lời giải



Nhìn vào sơ đồ ta thấy xác suất vệ tinh A phải gửi tin không quá 3 lần là:
 $0,4 + 0,24 + 0,144 = 0,784$

Câu 8: Gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất của biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 6".

Lời giải

Gọi A là biến cố "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 6".

$$A = \{(1;6);(2;6);(3;6);(4;6);(5;6);(6;1);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5);(6;6)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 15 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

Câu 9: Một hộp có 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 4 quả bóng vàng có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ra ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng. Tính xác suất của các biến cố:

A : "Cả 4 quả bóng lấy ra có cùng màu";

B : "Trong 4 bóng lấy ra có đủ cả 3 màu".

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng trong tổng số 15 quả bóng có $C_{15}^4 = 1365$ cách.

$$\Rightarrow n(\Omega) = 1365$$

Gọi A_1 là biến cố "Cả 4 quả bóng lấy ra đều có cùng màu xanh", A_2 là biến cố "Cả 4 quả bóng lấy ra đều có cùng màu đỏ", A_3 là biến cố "Cả 4 quả bóng lấy ra đều có cùng màu vàng".

Vậy $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ là biến cố "Cả 4 quả bóng lấy ra có cùng màu".

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng trong tổng số 5 quả bóng xanh có $C_5^4 = 5$ cách.

$$\Rightarrow n(A_1) = 5 \Rightarrow P(A_1) = \frac{n(A_1)}{n(\Omega)} = \frac{5}{1365} = \frac{1}{273}$$

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng trong tổng số 6 quả bóng đỏ có $C_6^4 = 15$ cách.

$$\Rightarrow n(A_2) = 15 \Rightarrow P(A_2) = \frac{n(A_2)}{n(\Omega)} = \frac{15}{1365} = \frac{1}{91}$$

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả bóng trong tổng số 4 quả bóng vàng có $C_4^4 = 1$ cách.

$$\Rightarrow n(A_3) = 1 \Rightarrow P(A_3) = \frac{n(A_3)}{n(\Omega)} = \frac{1}{1365}$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{65}$$

Gọi B_1 là biến cố "Lấy ra 2 bóng xanh, 1 bóng đỏ, 1 bóng vàng", B_2 là biến cố "Lấy ra 1 bóng xanh, 2 bóng đỏ, 1 bóng vàng", B_3 là biến cố "Lấy ra 1 bóng xanh, 1 bóng đỏ, 2 bóng vàng".

Vậy $B = B_1 \cup B_2 \cup B_3$ là biến cố "Trong 4 bóng lấy ra có đủ cả 3 màu".

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 2 quả bóng trong tổng số 5 quả bóng xanh có $C_5^2 = 10$ cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 6 quả bóng đỏ có 6 cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 4 quả bóng vàng có 4 cách.

$$\Rightarrow n(B_1) = 10.6.4 = 240 \Rightarrow P(B_1) = \frac{n(B_1)}{n(\Omega)} = \frac{240}{1365} = \frac{16}{91}$$

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 5 quả bóng xanh có 5 cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 2 quả bóng trong tổng số 6 quả bóng đỏ có $C_6^2 = 15$ cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 4 quả bóng vàng có 4 cách.

$$\Rightarrow n(B_2) = 5.15.4 = 300 \Rightarrow P(B_2) = \frac{n(B_2)}{n(\Omega)} = \frac{300}{1365} = \frac{20}{91}$$

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 5 quả bóng xanh có 5 cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 1 quả bóng trong tổng số 6 quả bóng đỏ có 6 cách.

Chọn ngẫu nhiên từ hộp 2 quả bóng trong tổng số 4 quả bóng vàng có $C_4^2 = 6$ cách.

$$\Rightarrow n(B_3) = 5.6.6 = 180 \Rightarrow P(B_3) = \frac{n(B_3)}{n(\Omega)} = \frac{180}{1365} = \frac{12}{91}$$

$$\Rightarrow P(B) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = \frac{48}{91}$$

Câu 10: Cường, Trọng và 6 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất của biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Cường và Trọng đứng ở đầu hàng".

Lời giải

A là biến cố "Cường đứng đầu hàng", $P(A) = \frac{6! \cdot C_2^1}{7!} = \frac{2}{7}$

B là biến cố "Trọng đứng đầu hàng", $P(B) = \frac{6! \cdot C_2^1}{7!} = \frac{2}{7}$

AB là biến cố "Trọng và Cường cùng đứng đầu hàng" $P(AB) = \frac{2! \cdot 5!}{7!} = \frac{1}{21}$

$A \cup B$ là biến cố "Có ít nhất một trong hai bạn Cường và Trọng đứng ở đầu hàng"

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = \frac{11}{21}$$

Câu 11: Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh. Tính xác suất của biến cố "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông".

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 24 đỉnh của một đa giác đều 24 cạnh có $C_{24}^3 = 2024$

$$\Rightarrow n(\Omega) = 2024$$

Gọi A là biến cố: "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân", B là biến cố "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông".

Vậy AB là biến cố "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân", $A \cup B$ là biến cố "3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác cân hoặc một tam giác vuông".

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Mỗi tam giác vuông có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác thì cạnh huyền của tam giác vuông phải là đường kính của (O), do đó ta có 12 cách chọn đường kính.

Với mỗi cách chọn đường kính, ta có 22 cách chọn đỉnh góc vuông (22 đỉnh còn lại của đa giác)

Vậy số tam giác vuông thỏa mãn điều kiện là: $12 \cdot 22 = 264$ (tam giác).

$$\Rightarrow n(A) = 264 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{264}{2024} = \frac{3}{23}$$

Mỗi tam giác cân có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác thì đường cao của tam giác cân phải là đường kính của (O).

Với mỗi một đỉnh trên (O), ta có 10 cách tạo ra tam giác cân (không là tam giác đều).

Vậy số tam giác cân (không là tam giác đều) thỏa mãn điều kiện là: $10 \cdot 24 = 240$ (tam giác).

Số tam giác đều có 3 đỉnh nằm trên (O) là: $24 : 3 = 8$ (tam giác).

$$\Rightarrow n(B) = 240 + 8 = 248 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{248}{2024} = \frac{31}{253}$$

Có 12 cách chọn đường kính.

Với mỗi cách chọn đường kính, ta có 2 cách chọn đỉnh góc vuông để tạo thành tam giác vuông cân. Vậy số tam giác vuông cân thỏa mãn điều kiện là: $12 \cdot 2 = 24$ (tam giác).

$$\Rightarrow n(AB) = 24 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{24}{2024} = \frac{3}{253}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{3}{23} + \frac{31}{253} - \frac{3}{253} = \frac{61}{253}$$

Câu 12: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số. Tính xác suất của các biến cố:

A : "Số được chọn chia hết cho 2 hoặc 7";

B : "Số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn".

Lời giải

Số các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 2 là: 450

Số các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 7 là: 128

$$P(A) = \frac{450}{900} + \frac{128}{900} - \frac{450 \cdot 128}{900 \cdot 900} = \frac{257}{450}$$

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đều là số chẵn là: 100

Số các số tự nhiên có 1 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ là: 100

$$P(B) = \frac{100}{900} + \frac{100}{900} = \frac{2}{9}$$

Câu 13: Cho hai giống cá kiếm mắt đen thuần chủng và mắt đỏ thuần chủng giao phối với nhau được F1 toàn cá kiếm mắt đen. Lại cho cá F1 giao phối với nhau được một đàn cá con mới. Chọn ra ngẫu nhiên 2 con trong đàn cá con mới. Ước lượng xác suất của biến cố "Có ít nhất 1 con cá mắt đen trong 2 con cá đó".

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Có 1 con cá mắt đen", B là biến cố "Có 2 con cá mắt đen".

Vậy $A \cup B$ là biến cố "Có ít nhất 1 con cá mắt đen trong 2 con cá đó".

Xác suất con cá là cá mắt đen là $\frac{3}{4}$, xác suất con cá là cá mắt đỏ là $\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16}; P(B) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

$$\text{Vì hai biến cố } A \text{ và } B \text{ xung khắc nên } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{3}{16} + \frac{9}{16} = \frac{3}{4}.$$

BÀI TẬP TỔNG ÔN VIII

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Giả sử A và B là các biến cố liên quan đến một phép thử có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Nếu A và B xung khắc thì có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

(I). $P(A.B) = P(A).P(B)$.

(II). $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

(III). $A \cap B = \phi$.

(IV). $A \cap B \neq \phi$.

A. 3

B. 4

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng là 80%. Xác suất người thứ hai bắn trúng là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trúng là

A. 50%.

B. 32,6%.

C. 60%.

D. 56%.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_i là biến cố người thứ i bắn trúng ($i = 1; 2$)

A là biến cố cả hai người cùng bắn trúng. Lúc đó: $A = A_1 \cap A_2$.

Vì A_1, A_2 là hai biến cố độc lập nên:

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1).P(A_2) = 0,8.0,7 = 0,56 = 56\%.$$

Câu 3: 3 hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

A. $\frac{91}{135}$.

B. $\frac{44}{135}$.

C. $\frac{88}{135}$.

D. $\frac{45}{88}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi biến cố A : “Hai viên bi được lấy ra có cùng màu”.

$$A_1: \text{“ Hai viên bi lấy ra màu trắng”}. \text{ Lúc đó: } P(A_1) = \frac{4}{15} \cdot \frac{7}{18}.$$

$$A_2: \text{“ Hai viên bi lấy ra màu đỏ”}. \text{ Lúc đó: } P(A_2) = \frac{5}{15} \cdot \frac{6}{18}.$$

$$A_3: \text{“ Hai viên bi lấy ra màu xanh”}. \text{ Lúc đó: } P(A_3) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{18}.$$

Lúc đó: $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và A_1, A_2, A_3 là các biến cố xung khắc nên:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{44}{135}.$$

Câu 4: Xác suất sinh con trai trong một lần sinh là 0,51. Một người sinh hai lần, mỗi lần một con. Tính xác suất P để người đó sau khi sinh 2 lần có ít nhất một con trai.

A. $P = \frac{2499}{10000}$

B. $P = \frac{7599}{10000}$

C. $P = \frac{51}{100}$

D. $P = \frac{2601}{10000}$

Lời giải

Chọn B

Gọi X là biến cố: “Sau khi sinh hai lần có ít nhất người đó sinh được một con trai”

A_1 là biến cố: “Người đó sinh được một con trai lần thứ nhất”

A_2 là biến cố: “Người đó sinh được một con trai lần thứ hai”

Khi đó $X = \overline{A_1} \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2$

$$\Rightarrow P(X) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) + P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{7599}{10000}$$

Câu 5: Hai xạ thủ bắn súng độc lập. Xác suất bắn trúng của xạ thủ A là 0,9 và xác suất bắn trúng của xạ thủ B là 0,8. Hai xạ thủ mỗi người bắn một viên đạn. Tính xác suất để chỉ có một xạ thủ bắn trúng bia.

A. 0,18

B. 0,72

C. 0,26

D. 0,98

Lời giải

Chọn C

Gọi A và B là biến cố xạ thủ A và xạ thủ B bắn trúng

Ta có xác suất cần tìm là: $P = P(\overline{A}B \cup A\overline{B}) = 0.08 + 0.18 = 0.26$

Câu 6: Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số 1, 2, ..., 9. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi X là biến cố: “lấy được cả hai viên bi mang số chẵn.”

Gọi A là biến cố: “lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp I”

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_4^1}{C_9^1} = \frac{4}{9}.$$

Gọi B là biến cố: “lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II” $P(B) = \frac{3}{10}$.

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(X) = P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{15}.$$

Câu 7: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $P(A) = \frac{12}{35}$.

B. $P(A) = \frac{1}{25}$.

C. $P(A) = \frac{4}{49}$.

D. $P(A) = \frac{2}{35}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ. “

Gọi X là biến cố: “người thứ nhất ném trúng rổ.“ $\Rightarrow P(X) = \frac{1}{5}$.

Gọi Y là biến cố: “người thứ hai ném trúng rổ.“ $\Rightarrow P(Y) = \frac{2}{7}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(A) = P(X.Y) = P(X).P(Y) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{35}.$$

Câu 8: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

- A.** 0,24. **B.** 0,36. **C.** 0,16. **D.** 0,48.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,4$

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) = 0,48$.

Câu 9: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8; 0,6; 0,5. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

- A.** 0,24. **B.** 0,96. **C.** 0,46. **D.** 0,92.

Lời giải

Chọn C

Gọi X là biến cố: “có đúng 2 người bắn trúng đích “

Gọi A là biến cố: “người thứ nhất bắn trúng đích “ $\Rightarrow P(A) = 0,8$; $P(\bar{A}) = 0,2$.

Gọi B là biến cố: “người thứ hai bắn trúng đích “ $\Rightarrow P(B) = 0,6$, $P(\bar{B}) = 0,4$.

Gọi C là biến cố: “người thứ ba bắn trúng đích “ $\Rightarrow P(C) = 0,5$, $P(\bar{C}) = 0,5$.

Ta thấy biến cố A, B, C là 3 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(X) = P(A.B.\bar{C}) + P(A.\bar{B}.C) + P(\bar{A}.B.C) = 0,8.0,6.0,5 + 0,8.0,4.0,5 + 0,2.0,6.0,5 = 0,46.$$

Câu 10: Ba người cùng bắn vào 1 bia Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8; 0,6; 0,5. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng

- A.** 0,24. **B.** 0,96. **C.** 0,46. **D.** 0,92.

Lời giải

Chọn C

Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là: $P(A_1) = 0,8$;

$$P(A_2) = 0,6; P(A_1) = 0,5$$

Xác suất để có đúng hai người bắn trúng đích bằng:

$$P(A_1).P(A_2).P(\bar{A}_3) + P(A_1).P(\bar{A}_2).P(A_3) + P(\bar{A}_1).P(A_2).P(A_3) = 0,46.$$

Câu 11: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là

A. 0,24 .

B. 0,36 .

C. 0,16 .

D. 0,48 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,4$.

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) = 0,48$.

B. TỰ LUẬN

Câu 12: Gieo một đồng xu 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để có một lần lật ngửa.

Lời giải

Gọi A là biến cố được lần thứ nhất ngửa

B là biến cố lần 2 ngửa

A và B là hai biến cố độc lập.

$\bar{A}\bar{B}$ là biến cố lần 1 ngửa và lần 2 sấp

$\bar{A}B$ là biến cố lần 1 sấp và lần 2 ngửa Xác suất để một lần lật ngửa là

$$P = P(A) \times P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0.5$$

Câu 13: Gieo 3 đồng xu cân đối. Gọi A là biến cố có ít nhất một đồng xu lật ngửa và B là biến cố có đúng 2 đồng xu lật ngửa.

a) Tính xác suất để có ít nhất một đg xu ngửa.

b) Tính $P(A \cap B)$

Lời giải

Gieo 3 đồng xu thì không gian mẫu là

$$E = \{NNN, NNS, NSN, SNN, NSS, SNS, SSN, SSS\}$$

a) Xác suất để ít nhất một đồng xu lật ngửa là $P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

b) Ta có $P(B) = \frac{3}{8}$.

$$A \text{ và } B \text{ là hai biến cố độc lập nên } P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{21}{64}$$

Câu 14: Cho $P(A) = 2/5$; $P(B) = 5/12$ và $P(AB) = 1/6$. Hỏi 2 biến cố A và B có:

a) Xung khắc hay không?

b) Độc lập với nhau hay không?

Lời giải

a) Vì $P(AB) = \frac{1}{6} \neq 0$ nên A và B không xung khắc

b) Ta có $P(A) \times P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{6} = P(AB)$

Vậy A và B là 2 biến cố độc lập

Câu 15: Cho hai biến cố A và B biết $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$ và $P(A \cap B) = 0,1$.

Tính $P(A \cup B), P(\overline{A}), P(\overline{B}), P(\overline{A \cap B}), P(\overline{A \cup B})$.

Lời giải

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,3 + 0,5 - 0,1 = 0,7$

Ta có $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7$

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$

$P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = 1 - 0,1 = 0,9$

$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,7 = 0,3$

Câu 16: Chọn ngẫu nhiên một lá bài trong cỗ bài 32 lá, trả lá bài trong cỗ bài và rút lá bài khác.

- Tính xác suất để hai lá bài rút được là lá già và lá đầm
- Tính xác suất trong hai lá bài rút được không có lá cơ

Lời giải

Trong cỗ bài 32 lá có 4 lá già và 4 lá đầm.

Gọi A là biến cố được lá già và B là biến cố được lá đầm

Rút lá bài thứ nhất và trả lại vào cỗ bài rồi rút lá thứ hai nên hai biến cố A và B độc lập a)

$$P(AB) = P(A) \times P(B) = \frac{C_4^1}{C_{32}^1} \times \frac{C_4^1}{C_{32}^1} = \frac{4}{32} \times \frac{4}{32} = \frac{1}{64}$$

b) Trong cỗ bài 32 lá có 8 lá cơ. Do đó xác suất rút được 2 lá cơ là

$$\frac{8}{32} \times \frac{8}{32} = \frac{1}{16}$$

Vậy xác suất để 2 lá bài rút được không có lá cơ là $P = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

Câu 17: Một bình đựng 2 bi xanh và 4 bi đỏ. Lần lượt lấy một bi liên tiếp 3 lần và mỗi lần trả lại bi đã lấy vào bình.

- Tính xác suất để được 3 bi xanh
- Tính xác suất để được 3 bi đỏ
- Tính xác suất để được 3 bi không cùng một màu

Lời giải

$$a) P(A) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{27}$$

$$b) P(B) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{8}{27}$$

$$c) \text{Xác suất được 3 bi cùng màu là } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{27} + \frac{8}{27} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } P(C) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Câu 18: Có 3 chiếc hộp. Hộp A chứa 3 bi đỏ, 5 bi trắng. Hộp B chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 3 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một bi từ hộp đó. Xác suất để được một bi đỏ

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên một hộp

Gọi C_1 là biến cố lấy được hộp A

Gọi C_2 là biến cố lấy được hộp B

Gọi C_3 là biến cố lấy được hộp C

$$\text{Vậy } P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}$$

Gọi C là biến cố “lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi đỏ”. Xác suất cần tính là

$$\begin{aligned} E &= (C \cap C_1) \cup (C \cap C_2) \cup (C \cap C_3) \Rightarrow P(E) = P(C \cap C_1) + P(C \cap C_2) + P(C \cap C_3) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{17}{40}. \end{aligned}$$

Câu 19: Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = 1, 2, 3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x$, $P(A_2) = y$, $P(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”

$\bar{A}$: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

B : “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”

$$\text{Ta có: } \bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4(1-x)(1-y)$$

$$\text{Nên } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$$

$$\text{Suy ra } (1-x)(1-y) = \frac{3}{50} \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50} \quad (1).$$

Tương tự: $B = A_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3$, suy ra:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,6xy = 0,336 \text{ hay là } xy = \frac{14}{25} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ: } \begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}, \text{ giải hệ này kết hợp với } x > y \text{ ta tìm được}$$

$$x = 0,8 \text{ và } y = 0,7.$$

$$\text{Ta có: } C = \bar{A}_1 A_2 A_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + A_1 A_2 \bar{A}_3$$

$$\text{Nên } P(C) = (1-x)y \cdot 0,6 + x(1-y) \cdot 0,6 + xy \cdot 0,4 = 0,452.$$

Câu 20: Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học

sinh không học bài nên đánh hủ họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

Lời giải

Ta có xác suất để học sinh trả lời câu đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời câu sai là $\frac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, khi đó số câu trả lời sai là $10 - x$

Số điểm học sinh này đạt được là: $4x - 2(10 - x) = 6x - 20$

Nên học sinh này nhận điểm dưới 1 khi $6x - 20 < 1 \Leftrightarrow x < \frac{21}{6}$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị: 0, 1, 2, 3.

Gọi A_i ($i = 0, 1, 2, 3$) là biến cố: “Học sinh trả lời đúng i câu”

A là biến cố: “ Học sinh nhận điểm dưới 1”

Suy ra: $A = A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và $P(A) = P(A_0) + P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$

Mà: $P(A_i) = C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A) = \sum_{i=0}^3 C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i} = 0,7759$.