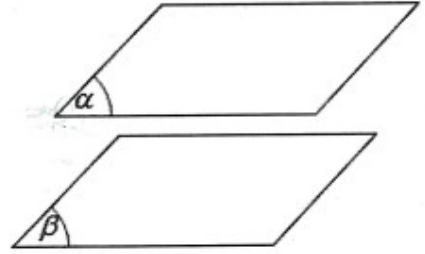


CHỦ ĐỀ HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1) Định nghĩa:

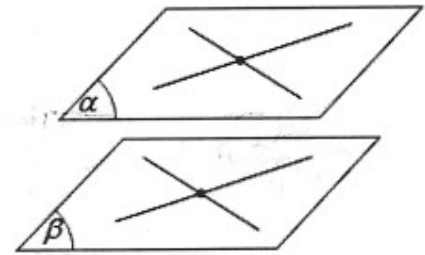
Hai mặt phẳng được gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.



2) Định lý và một số tính chất quan trọng

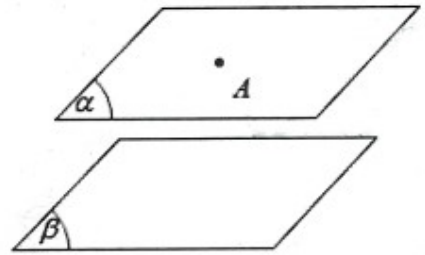
a) Định lý:

Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a và b cắt nhau và cùng song song với (β) thì (α) song song với (β) .

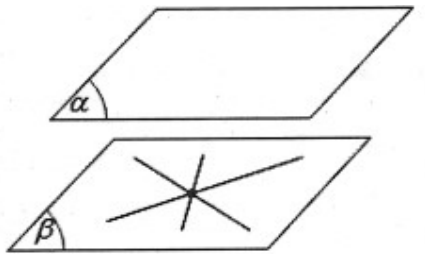


b) Tính chất 1:

Qua một điểm A nằm ngoài mặt phẳng (β) cho trước, có duy nhất một mặt phẳng (α) song song với (β) .

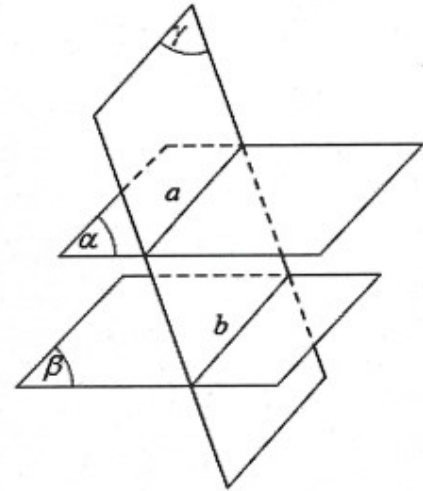


✎ Hệ quả: Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) . Khi đó các đường thẳng đi qua A và song song với (α) cùng nằm trên mặt phẳng (β) đi qua A và song song với (α) .



c) Tính chất 2:

Cho hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.
Khi đó một mặt phẳng nếu cắt (α) và (β) lần lượt
theo các giao tuyến a, b thì a song song với b .



3) Hình lăng trụ và hình hộp

a) Hình lăng trụ:

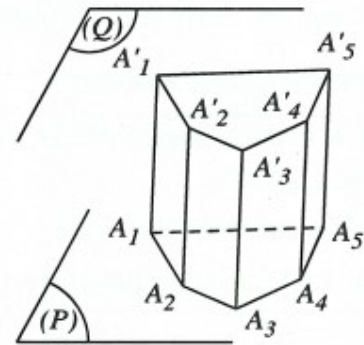
Hình lăng trụ là một hình đa diện có hai mặt nằm trong hai mặt phẳng song song gọi là đáy và tất cả các cạnh không thuộc hai cạnh đáy đều song song với nhau.

Trong đó:

- Các mặt khác với hai đáy gọi là các mặt bên của hình lăng trụ.
- Cạnh chung của hai mặt bên gọi là cạnh bên của hình lăng trụ.
- Tùy theo đa giác đáy, ta có hình lăng trụ tam giác, lăng trụ tứ giác ...

Từ định nghĩa của hình lăng trụ, ta lần lượt suy ra các tính chất sau:

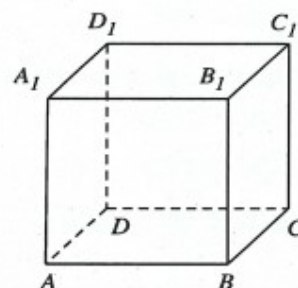
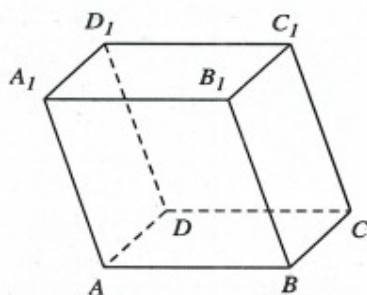
- Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- Các mặt bên và các mặt chéo là những hình bình hành.
- Hai đáy là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và bằng nhau.



b) Hình hộp:

Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành gọi là hình hộp.

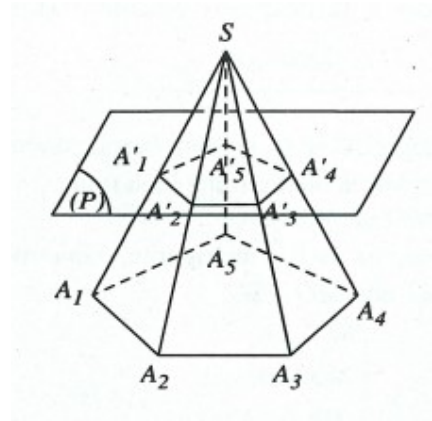
- Hình hộp có tất cả các mặt bên và các mặt đáy đều là hình chữ nhật gọi là hình hộp chữ nhật.
- Hình hộp có tất cả các mặt bên và các mặt đáy đều là hình vuông gọi là hình lập phương.



Chú ý: Các đường chéo của hình hộp cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

4) Hình chóp cắt

a) Định nghĩa: Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$. Một mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng chứa đa giác đáy cắt các cạnh $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ theo thứ tự tại $A'_1, A'_2, ..., A'_n$. Hình tạo bởi thiết diện $A'_1A'_2...A'_n$ và đáy $A_1A_2...A_n$ của hình chóp cùng với các mặt bên $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, ..., A_nA_1A'_1A'_n$ gọi là một hình chóp cắt.



Trong đó:

- Đáy của hình chóp gọi là đáy lớn của hình chóp cắt, còn thiết diện gọi là đáy nhỏ của hình chóp cắt.
- Các mặt còn lại gọi là các mặt bên của hình chóp cắt.
- Cạnh chung của hai mặt bên kề nhau như $A_1A'_1, A_2A'_2, ..., A_nA'_n$ gọi là cạnh bên của hình chóp cắt.

Tùy theo đáy là tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... ta có hình chóp cắt tam giác, hình chóp cắt tứ giác, hình chóp cắt ngũ giác, ...

b) Tính chất: Với hình chóp cắt, ta có các tính chất sau:

- Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác đồng dạng.
- Các mặt bên của hình chóp cắt là các hình thang.
- Các cạnh bên của hình chóp cắt đồng quy tại một điểm.

II. HỆ THỐNG VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, ON . Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$.

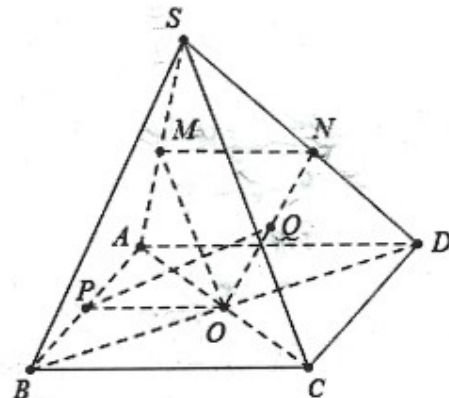
Lời giải:

a) Ta có MO là đường trung bình trong tam giác $SAC \Rightarrow MO \parallel AC$.

Mặt khác N và O lần lượt là trung điểm của SD và BD nên NO là đường trung bình trong $\triangle SBD \Rightarrow NO \parallel SB$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MO \parallel SC \\ NO \parallel SB \\ MO \cap NO = O \\ SC \cap SB = S \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$$

b) Do P và O lần lượt là trung điểm của AB và



AC nên $OP \parallel AD \parallel BC \Rightarrow OP \parallel (SBC)$.

Lại có $ON \parallel SB \Rightarrow OQ \parallel (SBC)$.

Do vậy $(OPQ) \parallel (SBC) \Rightarrow PQ \parallel (SBC)$.

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC)$.

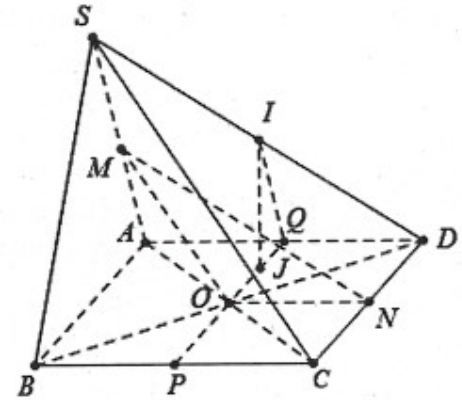
b) Gọi I là trung điểm của SD , J là một điểm trên $(ABCD)$ và cách đều AB, CD . Chứng minh rằng $IJ \parallel (SAB)$.

Lời giải:

a) Ta có N và O lần lượt là trung điểm của CD và AC nên NO là đường trung bình trong $\triangle BCD \Rightarrow NO \parallel BC$.

Tương tự MO là đường trung bình trong tam giác SAC nên $MO \parallel SC$.

Lại có:
$$\begin{cases} NO \parallel BC \\ MO \parallel SC \\ OM \cap ON = O \\ BC \cap SC = S \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC).$$



b) Ta có P và Q lần lượt là trung điểm của BC và AD thì PQ là đường thẳng cách đều AB và CD do vậy điểm $J \in PQ$. Do IQ là đường trung bình của $\triangle SAD$ nên $IQ \parallel SA$.

Ta có: $PQ \parallel (SAB); IQ \parallel (SAB) \Rightarrow (IPQ) \parallel (SAB)$

Mặt khác $IJ \subset (IPQ) \Rightarrow IJ \parallel (SAB)$.

Ví dụ 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q là trung điểm của BC, AB, SB, AD .

a) Chứng minh rằng: $(MNP) \parallel (SAC)$.

b) Chứng minh rằng: $PQ \parallel (SCD)$.

c) Gọi I là giao điểm của AM và BD ; J là điểm thuộc SA sao cho $AJ = 2JS$. Chứng minh $IJ \parallel (SBC)$.

Lời giải:

a) Ta có PN là đường trung bình trong $\triangle SAB$

Suy ra $PN \parallel SA$.

Tương tự ta có $MP \parallel SC \Rightarrow (MNP) \parallel (SAC)$.

(hai mặt phẳng có cặp cạnh song song cắt nhau).

b) Ta có: $\begin{cases} MQ \parallel CD \\ MP \parallel SC \end{cases} \Rightarrow (MPQ) \parallel (SCD).$

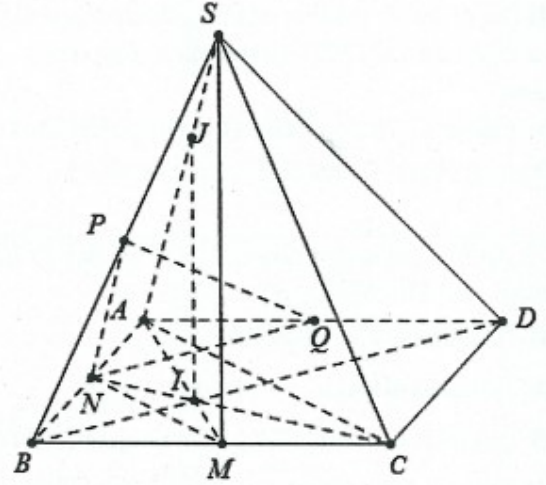
Lại có $PQ \subset (MNQ) \Rightarrow PQ \parallel (SCD).$

c) Do $\begin{cases} AM \cap BD = I \\ BM \parallel AD \end{cases}$

Theo định lý Talet ta có: $\frac{MI}{IA} = \frac{BM}{AD} = \frac{1}{2}$

Mặt khác: $\frac{SJ}{JA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{MI}{IA} = \frac{SJ}{JA} \Rightarrow IJ \parallel SM.$

Do $SM \subset (SBC)$ suy ra $IJ \parallel (SBC).$



Ví dụ 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

a) Chứng minh rằng $(OMN) \parallel (SBC).$

b) Tìm giao điểm I của ON và $(SAB).$

c) Gọi $G = SI \cap BM, H$ là trọng tâm của ΔSCD . Chứng minh rằng $GH \parallel (SAD).$

d) Gọi J là trung điểm AD , $E \in MJ$, chứng minh rằng $OE \parallel (SCD).$

Lời giải:

a) Ta có: OM là đường trung bình trong tam giác SAC suy ra $OM \parallel SC$.

Lại có: ON là đường trung bình trong tam giác BCD nên $ON \parallel BC$.

Do vậy $(OMN) \parallel (SBC).$

b) Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $I = ON \cap AB$ khi đó I chính là giao điểm của ON và $(SAB).$

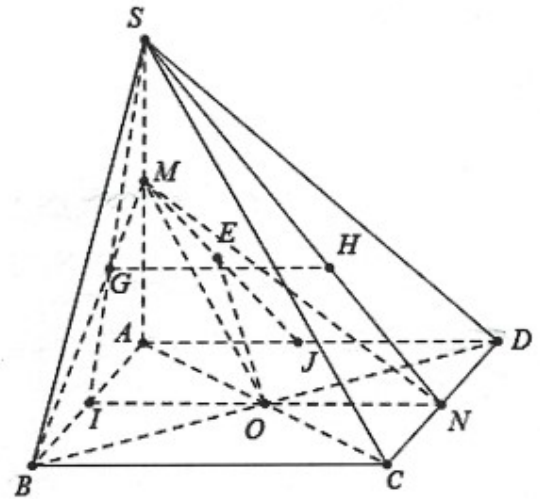
c) Dễ thấy G, H lần lượt là trọng tâm tam giác SAB, SCD do đó $\frac{SG}{SI} = \frac{SH}{SN} = \frac{2}{3}$

$GH \parallel IN \parallel AD \Rightarrow GH \parallel (SAD).$

d) Do O và J lần lượt là trung điểm của AC và AD nên $OJ \parallel CD$ (tính chất đường trung bình).

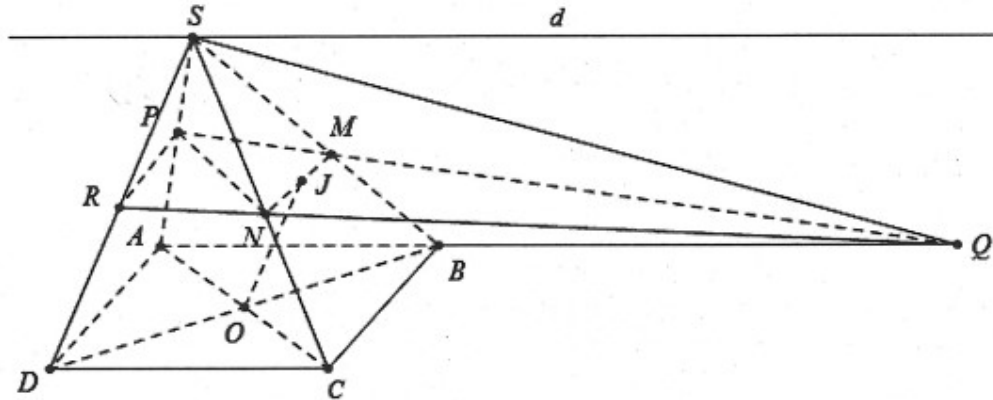
Mặt khác O và M lần lượt là trung điểm của AC và SA nên $OM \parallel SC$.

Do vậy $(OMJ) \parallel (SCD) \Rightarrow OE \parallel (SCD).$



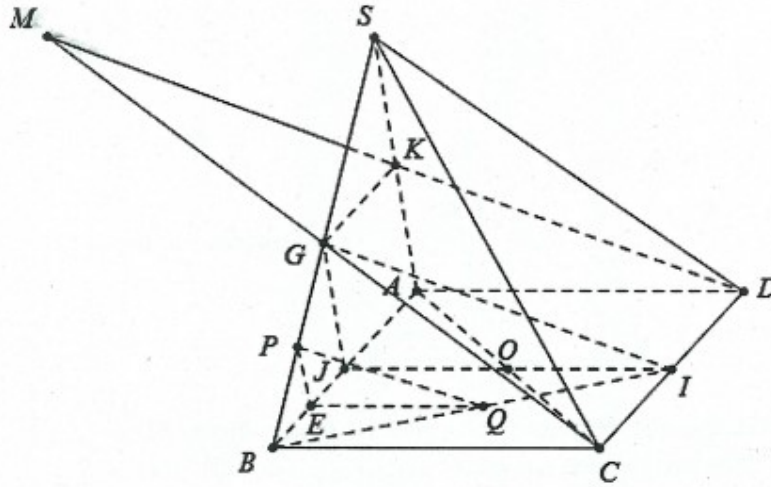
Ví dụ 5: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là

d) Gọi $J \in MN$. Chứng minh rằng $OJ \parallel (SAD)$.



d) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACG) và (SAD) .

Lời giải:



a) Ta có IJ là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên $IJ \parallel AD$ (1).

Lại có JG là đường trung bình tam giác $SAB \Rightarrow JG \parallel SA$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $(IJG) \parallel (SAD)$.

b) Gọi E là trung điểm của JB thì $\frac{BE}{BA} = \frac{BP}{BS} = \frac{1}{4} \Rightarrow EP \parallel AS$.

Mặt khác EQ là đường trung bình của tam giác BIJ nên $EQ \parallel IJ \Rightarrow EQ \parallel AD$.

Ta có $\begin{cases} EP \parallel SA \\ EQ \parallel AD \end{cases} \Rightarrow (EPQ) \parallel (SAD)$.

c) Trong mặt phẳng (ABC) gọi $IJ \cap AC = O$.

Ta có: $SA \parallel IG$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (IJG) song song với SA .

Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (IJG) là đường thẳng đi qua O và song song với SA .

d) Gọi K là trung điểm của SA thì $GK \parallel AB$ (tính chất đường trung bình)

Suy ra $GK \parallel CD \Rightarrow G, K, C, D$ đồng phẳng.

Trong mặt phẳng $(GKCD)$ gọi $M = DK \cap CG \Rightarrow \begin{cases} M \in (ACG) \\ M \in (SAD) \end{cases}$.

Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (ACG) và (SAD) là AM .

Ví dụ 7: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SC .

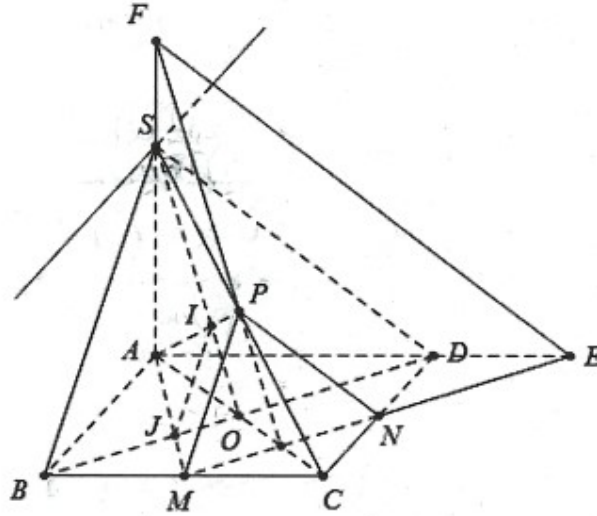
a) Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (SBD)$.

b) Tìm giao tuyến (SAB) và (SCD) .

c) Tìm giao tuyến của (MNP) và (SAD) . Suy ra giao điểm của SA và (MNP) .

d) Gọi $I = AP \cap SO, J = AM \cap BD$. Chứng minh rằng $IJ \parallel (MNP)$.

Lời giải:



a) Ta có MN là đường trung bình trong tam giác BCD nên $MN \parallel BD$.

Tương tự NP là đường trung bình trong tam giác SCD nên $NP \parallel SD$.

Do vậy $(MNP) \parallel (SBD)$.

b) Do $AB \parallel CD$ nên giao tuyến của (SAB) và (SCD) đi qua S và song song với AB và CD .

c) Gọi $E = MN \cap AD$.

Do $NP \parallel SD$ nên giao tuyến Δ của (MNP) và (SAD) đi qua E và song song với SD .

Trong mặt phẳng (SAD) gọi $F = \Delta \cap SA \Rightarrow F = SA \cap (MNP)$.

d) Ta có: $J = AM \cap BO, J = SO \cap AP$ do đó I, J lần lượt là trọng tâm tam giác SAC và ABC

Khi đó $\frac{AI}{AP} = \frac{AJ}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MP \Rightarrow IJ \parallel (MNP)$.

Ví dụ 8: Cho hình chóp $SABCD$, có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều. Gọi M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = x, x \in (0; a)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với (SAB) lần lượt cắt các cạnh CB, CS, SD tại N, P, Q . Tìm x để diện tích $MNPQ$ bằng $\frac{2a^2\sqrt{3}}{9}$.

A. $\frac{2a}{3}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a}{9}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải:

Theo định lý Talet ta có:

$$\frac{MQ}{SA} = \frac{NP}{SB} = \frac{DM}{DA} = \frac{a-x}{a} \Rightarrow MQ = NP = a-x$$

Mặt khác $MN = AB = a$, $\frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD}$

Suy ra $PQ = AM = x$ và tứ giác $MNPQ$ là hình thang cân. Chiều cao hình thang cân này là

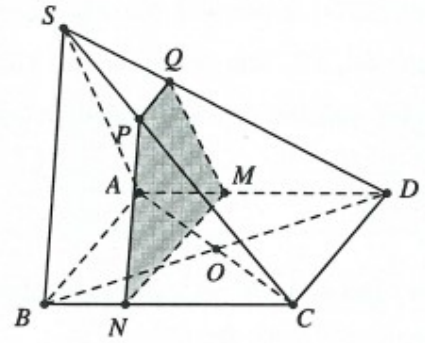
$$h = \sqrt{MQ^2 - \left(\frac{MN - PQ}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{(a-x)^2 - \left(\frac{a-x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(a-x)$$

Diện tích hình thang là

$$S = \frac{a-x+x}{2} \cdot h = \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(a-x) = \frac{2a^2\sqrt{3}}{9} \Rightarrow a-x = \frac{8}{9}a \Leftrightarrow x = \frac{a}{9}.$$

Chọn C.



Ví dụ 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là tâm hình vuông $AA'D'D$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tạo bởi mặt phẳng (CMN) .

A. $\frac{a^2\sqrt{14}}{4}$.

B. $\frac{3a^2\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{3a^2}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải:

Gọi $E = CM \cap AD$ thì M là trung điểm của CE , nối CN cắt AA' và DD' lần lượt tại các điểm F và G . Khi đó thiết diện là tứ giác $CMFG$.

Do $F = AA' \cap EN$ nên F là trọng tâm tam giác $A'ED$ nên $AF = \frac{AA'}{3} = \frac{a}{3}$

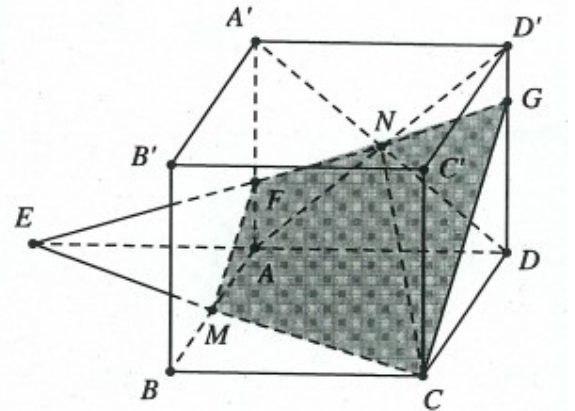
Ta có: $DG = 2AF = \frac{2a}{3}$, $\begin{cases} EG = \frac{2a\sqrt{10}}{3} \\ EC = a\sqrt{5} \\ CG = \frac{a\sqrt{13}}{3} \end{cases}$

Lại có: $\frac{EF}{EG} = \frac{1}{2}$, $\frac{EM}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{EFM}}{S_{EGC}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ nên

$$S_{MFGC} = \frac{3}{4}S_{EGC} = \frac{3}{4}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

(Áp dụng hệ thức Herong cho tam giác EGC)

Suy ra $S_{MFGC} = \frac{3}{4}S_{EGC} = \frac{a^2\sqrt{14}}{4}$. **Chọn A.**



Ví dụ 10: Cho hình chóp $SABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn $BC = 2a$, $AD = a$, $AB = b$. Mặt bên (SAD) là tam giác đều. Mặt phẳng (α) qua điểm M trên cạnh AB và song song với

các cạnh SA và BC . Mặt phẳng (α) cắt CD, SC, SB lần lượt tại N, P, Q . Đặt $x = AM$ ($0 < x < b$). Giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

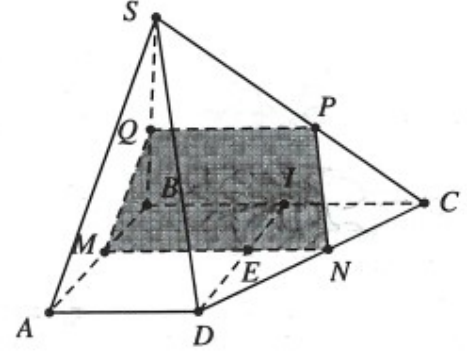
Lời giải:

(α) qua điểm M và song song với các cạnh SA, BC
suy ra $MN \parallel PQ, MQ \parallel SA$.

Ta có $\frac{BM}{BA} = \frac{BQ}{BS} = \frac{CP}{CS} = \frac{MQ}{SA}$ mà $\frac{BM}{BA} = \frac{CN}{CD}$

Suy ra $k = \frac{BM}{BA} = \frac{BQ}{BS} = \frac{CN}{CD} = \frac{CP}{CS} = \frac{MQ}{SA}$

Do đó $NP \parallel SD$ và $k = \frac{NP}{SD}$



Lại có $SD = SA \Rightarrow MQ = NP = k.SA = ka = \frac{b-x}{b}.a$

Ta có : $\frac{PQ}{BC} = \frac{SQ}{SB} = \frac{AM}{AB} = \frac{x}{b} \Rightarrow PQ = \frac{x}{b}.2a$ và

Gọi I là trung điểm của BC , $E = MN \cap DI \Rightarrow MN = ME + EN = a + NE$

Trong đó $\frac{NE}{IC} = \frac{AM}{AB} = \frac{x}{b} \Rightarrow NE = \frac{x}{b}.a \Rightarrow MN = a + \frac{x}{b}.a$.

Chiều cao thiết diện là

$$h = \sqrt{MQ^2 - \left(\frac{MN - PQ}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(1 - \frac{x}{b}\right)^2 a^2 - \frac{1}{4} a^2 \left(1 - \frac{x}{b}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \left(1 - \frac{x}{b}\right)$$

Diện tích thiết diện $S = \frac{MN + PQ}{2} . h = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \left(1 + \frac{3x}{b}\right) \left(1 - \frac{x}{b}\right)$

Lại có: $\left(1 + \frac{3x}{b}\right) \left(1 - \frac{x}{b}\right) = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{3x}{b}\right) \left(3 - \frac{3x}{b}\right) \leq \frac{1}{3} \left(\frac{1 + \frac{3x}{b} + 3 - \frac{3x}{b}}{2}\right)^2 = \frac{4}{3}$

Do đó $S_{max} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 . \frac{4}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **Chọn C.**

Ví dụ 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên cạnh AB lấy điểm M khác A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (ACD') . Đặt $\frac{AM}{AB} = k, 0 < k < 1$. Tìm k để thiết diện của hình hộp và mặt phẳng (P) có diện tích lớn nhất.

A. $k = \frac{1}{2}$. B. $k = \frac{3}{4}$. C. $k = \frac{1}{4}$. D. $k = \frac{2}{5}$.

Lời giải:

Ta có: $A'B \parallel CD', AD' \parallel BC'$

Ta dựng $MN \parallel AC, MS \parallel A'B (N \in BC, S \in AA')$

Dựng $SR \parallel AD', NP \parallel BC', PQ \parallel CD'$ (xem hình vẽ)
ta được thiết diện là ngũ giác $MNPQR$.

Giả sử $AB = 1 \Rightarrow AM = k$, tứ giác $MNPQ, PQRS$
đều là các hình thang cân.

$$\text{Ta có: } \frac{MN}{AC} = \frac{BM}{BA} = \frac{1-k}{1} \Rightarrow MN = (1-k)\sqrt{2}$$

$$+) MS = NP = k\sqrt{2}, PS = AC = \sqrt{2}$$

$$+) RS = PQ = C'P\sqrt{2} = (1-k)\sqrt{2}$$

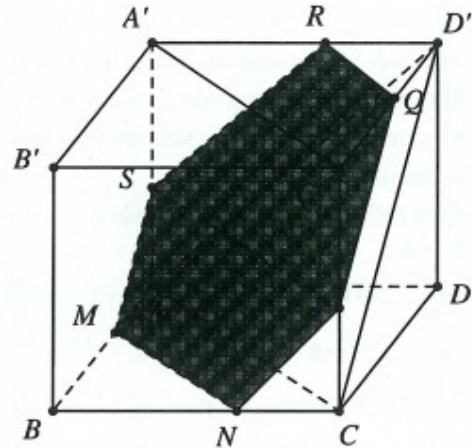
$$+) \frac{RQ}{A'C'} = \frac{D'R}{D'A'} = \frac{AS}{AA'} = \frac{AM}{AB} = k \Rightarrow RQ = k\sqrt{2}$$

$$\text{Ta có: } S_{MNPQ} = \frac{MN + PS}{2} \sqrt{MS^2 - \left(\frac{PS - MN}{2}\right)^2} = \frac{(2-k)\sqrt{2}}{2} \sqrt{2k^2 - \left(\frac{k\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(2-k).k$$

$$\text{Tương tự ta có: } S_{SPQR} = \frac{\sqrt{2} + k\sqrt{2}}{2} \sqrt{2(1-k)^2 - \left(\frac{\sqrt{2} - k\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(k+1).(1-k)$$

Do đó diện tích thiết diện là $S = \frac{\sqrt{3}}{2}(2k - k^2 + 1 - k^2) = \frac{\sqrt{3}}{2}(-2k^2 + 2k + 1)$ đạt giá trị lớn nhất

khi $k = \frac{-2}{-2.2} = \frac{1}{2}$. **Chọn A.**



Ví dụ 12: Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi Bx, Cy, Dz là các đường thẳng song song với nhau lần lượt đi qua B, C, D và nằm về một phía của mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A cắt Bx, Cy, Dz lần lượt tại B', C', D' với $BB' = 2, DD' = 4$. Khi đó độ dài CC' bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải:

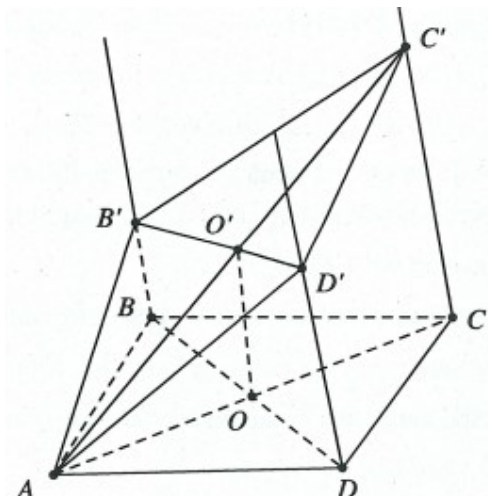
Trên Bx lấy điểm B' sao cho $BB' = 2$.

Trên Dz lấy điểm D' sao cho $DD' = 4$.

Mặt phẳng (α) đi qua A, B', D' cắt Cy tại C' .

Gọi $O = BD \cap AC$, trong mặt phẳng $(BDD'B')$ dựng

$Ot \parallel Bx$ cắt $B'D'$ tại O' , khi đó $C' = AO' \cap Cy$



Xét hình thang $BB'D'D$ có OO' là đường trung bình $\Rightarrow OO' = \frac{DD' + BB'}{2} = 3$.

Xét tam giác ACC' có OO' đường trung bình $\Rightarrow OO' = \frac{CC'}{2} = 3CC' = 6$. **Chọn D.**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- B.** Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
- C.** Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- D.** Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Câu 2. Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$.
- B.** Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P) .
- C.** Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q) .
- D.** Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a \parallel (P)$.

Câu 3. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β) . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A.** $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$.
- B.** $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$.
- C.** $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow b \parallel (\alpha)$.
- D.** $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a$ và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

Câu 4. Cho đường thẳng a thuộc mặt phẳng (P) và đường thẳng b thuộc mặt phẳng (Q) .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.
- B.** $(P) \parallel (Q) \Rightarrow \alpha \parallel \beta$.
- C.** $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.
- D.** a và b chéo nhau.

Câu 5. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$?

- A.** $(\alpha) \parallel (\gamma)$ và $(\beta) \parallel (\gamma)$ ((γ) là mặt phẳng nào đó).

- B. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt thuộc (β) .
- C. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng phân biệt cùng song song với (β) .
- D. $(\alpha) \parallel a$ và $(\alpha) \parallel b$ với a, b là hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì bất kì đường thẳng nằm trong (α) cũng song song với bất kì đường thẳng nào nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng phân biệt a, b song song lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (α) và (β) phân biệt thì $a \parallel (\beta)$.
- D. Nếu đường thẳng d song song với $mp(\alpha)$ thì nó song song với mọi đường thẳng nằm trong $mp(\alpha)$.

Câu 7. Cho hai mặt phẳng song song (P) và (Q) . Hai điểm M, N lần lượt thay đổi trên (P) và (Q) . Gọi I là trung điểm của MN . Chọn khẳng định đúng?

- A. Tập hợp các điểm I là đường thẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- B. Tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) .
- C. Tập hợp các điểm I là một mặt phẳng cắt (P) .
- D. Tập hợp các điểm I là một đường thẳng cắt (P) .

Câu 8. Trong các điều kiện sau, điều kiện nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) ?

- A. $a \parallel b$ và $b \subset (P)$.
- B. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.
- C. $a \parallel (Q)$ và $(Q) \parallel (P)$.
- D. $a \subset (Q)$ và $b \subset (P)$.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
- B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau.
- C. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

D. Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a, (\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.

Câu 10. Cho đường thẳng $a \subset (P)$ và đường thẳng $b \subset (Q)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(Q) \parallel (P) \Rightarrow a \parallel b$.

B. $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.

C. $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.

D. a và b chéo nhau.

Câu 11. Hai đường thẳng a và b nằm trong $mp(\alpha)$. Hai đường thẳng a' và b' nằm trong $mp(\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

B. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel a'$ và $b \parallel b'$.

C. Nếu $a \parallel b$ và $a' \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

D. Nếu a cắt b và $a \parallel a', b \parallel b'$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 12. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ . Hai đường thẳng p và q lần lượt nằm trong (P) và (Q) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. p và q cắt nhau.

B. p và q chéo nhau.

C. p và q song song.

D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Câu 13. Xét các mệnh đề sau

- (1). Hình hộp là một hình lăng trụ;
- (2). Hình lập phương là hình hộp đứng có đáy là hình vuông;
- (3). Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau;
- (4). Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành;
- (5). Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Câu 14. Cho bốn mệnh đề sau:

- (1). Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β) .
- (2). Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.
- (3). Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

(4). Tồn tại hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD, AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (NOM) cắt (OPM) .
B. $(MON) \parallel (SBC)$.
C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.
D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Câu 16. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Gọi Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\Delta \parallel AB$. B. $\Delta \parallel AC$. C. $\Delta \parallel BC$. D. $\Delta \parallel AA'$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Đường thẳng $B'C$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (AHC') . B. $(AA'H)$. C. (HAB) . D. $(HA'C)$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. CB' . B. BB' . C. BC . D. BA' .

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây sai?

- A. $(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$. B. $AA_1 \parallel (BCC_1)$.
C. $AB \parallel (A_1B_1C_1)$. D. AA_1B_1B là hình chữ nhật.

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $ABCD$ là hình bình hành.
B. Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ đồng quy.
C. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.
D. $AD'CB$ là hình chữ nhật.

Câu 21. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$. B. $(BA'D') \parallel (ADC')$.

C. $A'B'CD$ là hình bình hành.

D. $BB'D'D$ là một tứ giác.

Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$. M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(GG') \parallel (ACC'A')$.

B. $(GG') \parallel (BCC'B')$.

C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') \parallel (BCC'B')$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $A'B' \parallel (SBD)$.

B. $A'B' \parallel (SAD)$.

C. $(A'C'D') \parallel (ABC)$.

D. $A'C' \parallel BD$.

Câu 24. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

A. $(BA'C') \parallel (ACD')$.

B. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

C. $(BA'D) \parallel (CB'D')$.

D. $(ABA') \parallel (CB'D')$.

Câu 25. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.

B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.

C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.

D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (BDA')

B. $(A'C'C)$

C. (BDC')

D. (BCA')

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(BA'C')$

B. $(C'BD)$

C. (BDA')

D. (ACD')

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Tam giác SBD đều. Một mặt phẳng (P) song song với (SBD) và qua điểm I thuộc cạnh AC (không trùng với A hoặc C). Thiết diện của (P) và hình chóp là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Tam giác cân.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác đều.

Câu 29. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Tam giác.

B. Hình thang.

C. Hình bình hành.

D. Hình chữ nhật.

Câu 30. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. T là hình chữ nhật. B. T là hình bình hành. C. T là hình thoi. D. T là hình vuông.

Câu 31. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD . Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là

A. một hình bình hành.

B. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.

C. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

D. một tam giác.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d qua S và song song với AB .

B. d qua S và song song với BC .

C. d qua S và song song với DC .

D. d qua S và song song với BD .

Câu 33. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của AB , M là điểm di động trên AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) và tứ diện $SABC$ là

A. hình thoi. B. Tam giác cân tại M . C. tam giác đều. D. hình bình hành.

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Gọi (P) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình ngũ giác. B. Hình lục giác. C. Hình tam giác. D. Hình tứ giác.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình gì

A. Tam giác. B. Tứ giác. C. Ngũ giác. D. Lục giác.

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, ABD . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $(G_1G_2G_3)$ cắt (BCD) .

B. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.

C. $(G_1G_2G_3) \parallel (BCA)$.

D. $(G_1G_2G_3)$ không có điểm chung (ACD) .

Câu 37. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm AB, BC . Mặt phẳng (DMN) cắt hình hộp theo một thiết diện hình

A. lục giác.

B. ngũ giác.

C. tam giác.

D. tứ giác.

Câu 38. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm AB , mặt phẳng $(MA'C')$ cắt cạnh BC tại N . Tính tỉ số $\frac{MN}{A'C'}$.

A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = 1$.

Câu 39. Cho ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ đôi một song song. Hai đường thẳng d, d' lần lượt cắt ba mặt phẳng này tại A, B, C và A', B', C' (B nằm giữa A và C , B' nằm giữa A' và C'). Giả sử $AB = 5, BC = 4, A'C' = 18$. Tính độ dài hai đoạn thẳng $A'B', B'C'$.

A. $A'B' = 10, B'C' = 8$. B. $A'B' = 8, B'C' = 10$. C. $A'B' = 12, B'C' = 6$. D. $A'B' = 6, B'C' = 12$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Xét tứ diện $A'B'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích của thiết diện thu được?

A. $\frac{a^2}{3}$.

B. $\frac{2a^2}{3}$.

C. $\frac{a^2}{2}$.

D. $\frac{3a^2}{4}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$. M là điểm thuộc cạnh AD , (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB) . Biết diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác SAB .

Tính tỉ số $x = \frac{MA}{MD}$.

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16}{9}$.

B. $\frac{14}{9}$.

C. $\frac{25}{9}$.

D. 1.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC = 2$, hai đáy $AB = 6, CD = 4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA = 3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. 2.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có tâm $O, AB = 8, SA = SB = 6$. Gọi (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng?

A. $5\sqrt{5}$.

B. $6\sqrt{5}$.

C. 12.

D. 13.

Câu 45. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh bằng 1. Gọi I là trung điểm của AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $S.ABC$, biết $AM = x$.

A. $x(1 + \sqrt{3})$.

B. $2x(1 + \sqrt{3})$.

C. $3x(1 + \sqrt{3})$.

D. Không tính được.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1-C	2-A	3-A	4-C	5-D	6-A	7-B	8-A	9-D	10-C
11-D	12-D	13-D	14-B	15-B	16-C	17-A	18-A	19-D	20-D
21-B	22-C	23-C	24-D	25-C	26-C	27-B	28-D	29-B	30-B
31-B	32-B	33-B	34-B	35-D	36-D	37-A	38-C	39-A	40-C
41-A	42-A	43-A	44-B	45-B					

Câu 1: Hai mặt phẳng có thể song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó. **Chọn C.**

Câu 2: Các mệnh đề **B, C, D** đều đúng. Mệnh đề **A** sai vì $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \parallel d'$ hoặc d và d' chéo nhau. **Chọn A.**

Câu 3: Đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) và đường thẳng b nằm trong mặt phẳng (β) nếu $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$, nếu $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow b \parallel (\alpha)$.

Nếu $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a$ và b hoặc song song hoặc chéo nhau. Khẳng định sai là A. **Chọn A.**

Câu 4: Do $\begin{cases} a \subset (P) \\ b \subset (Q) \end{cases}$ nên nếu $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$. **Chọn C.**

Câu 5: Để $mp(\alpha) \parallel mp(\beta)$ thì (α) song song với hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) .

Chọn D.

Câu 6: Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) . **Chọn A.**

Câu 7: Điểm I là trung điểm của MN nên I luôn cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q) .

Do đó tập hợp các điểm I là mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) . **Chọn B.**

Câu 8: $a \parallel (P) \Leftrightarrow \begin{cases} a \parallel b \\ b \subset (P) \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 9: Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì a và b chéo nhau hoặc song song.

Nếu $(\gamma) \cap (\alpha) = a, (\gamma) \cap (\beta) = b$ và $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$. **Chọn D.**

Câu 10: Nếu $\begin{cases} a \subset (P) \\ b \subset (Q) \\ (P) \parallel (Q) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (Q), b \parallel (P)$. **Chọn C.**

Câu 11: Mặt phẳng $(\alpha) \parallel (\beta)$ khi và chỉ khi hai đường thẳng cắt nhau thuộc (α) song song với hai đường thẳng cắt nhau thuộc (β) . **Chọn D.**

Câu 12: Hai đường thẳng p và q có thể song song, cắt nhau hoặc chéo nhau. **Chọn D.**

Câu 13:

- (1). Hình hộp là một hình lăng trụ (đúng)
- (2). Hình lập phương là hình hộp đứng có đáy là hình vuông và chiều cao bằng cạnh đáy ((2) sai)
- (3). Hình hộp có các mặt đối diện bằng nhau (đúng)
- (4). Hình lăng trụ có các mặt bên là hình bình hành (đúng)
- (5). Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên bằng nhau (sai)

Vậy có 3 mệnh đề đúng. **Chọn D.**

Câu 14:

Mệnh đề (2) sai vì 2 đường thẳng đó có thể chéo nhau

Mệnh đề (3) sai vì 2 đường thẳng đó có thể song song.

Mệnh đề (4) sai vì nếu như vậy 4 đường thẳng trên đồng phẳng suy ra hai đường thẳng ban đầu không thể chéo nhau.

Vậy có 3 mệnh đề sai. **Chọn B.**

Câu 15: Dễ thấy MN là đường trung bình trong tam giác SAD do đó $MN \parallel AD$, mà

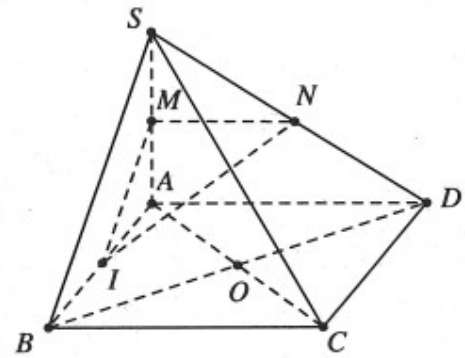
$$AD \parallel BC \Rightarrow MN \parallel BC(1).$$

Tương tự ta có: $MI \parallel SB(2)$

Từ (1),(2) suy ra $(MNI) \parallel (SBC)$.

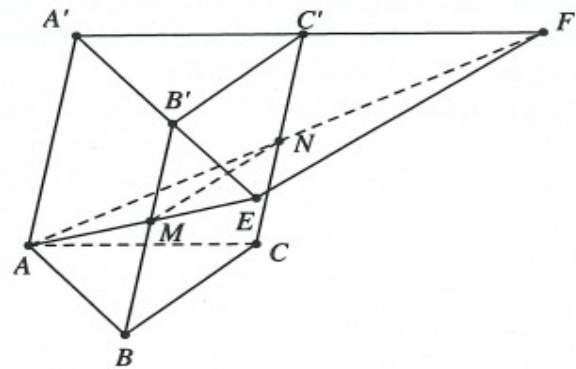
Mặt khác $\begin{cases} MN \parallel AD \\ OI \parallel AD \end{cases} \Rightarrow MN \parallel OI$ hay M, N, O, I

đồng phẳng do đó $(MON) \parallel (SBC)$. **Chọn B.**



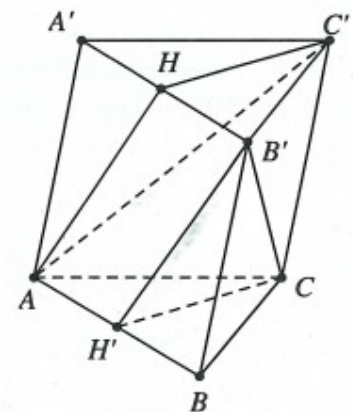
Câu 16: Mặt phẳng (AMN) chứa MN , mặt phẳng $(A'B'C')$ chứa $B'C'$.

Do $MN \parallel B'C'$ nên giao tuyến Δ của hai mặt phẳng (AMN) và $(A'B'C')$ song song với MN và $B'C'$ suy ra $\Delta \parallel BC$. **Chọn C.**



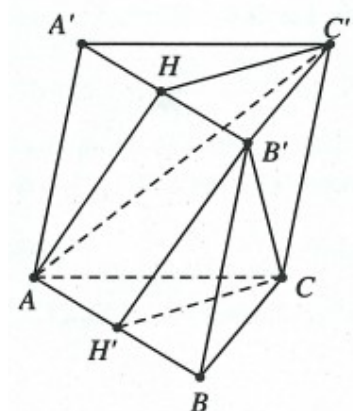
Câu 17: Gọi H' là trung điểm của AB thì ta có: $\begin{cases} C'H \parallel CH' \\ B'H' \parallel AH \end{cases}$
do đó $(B'CH') \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.

Chọn A.

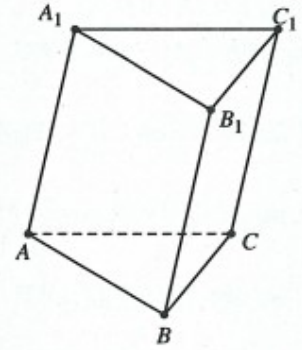


Câu 18: Gọi H' là trung điểm của AB thì ta có: $\begin{cases} C'H \parallel CH' \\ B'H' \parallel AH \end{cases}$
do đó $(B'CH') \parallel (AHC') \Rightarrow B'C \parallel (AHC')$.

Chọn A.

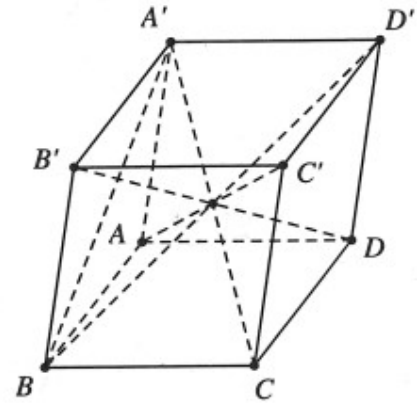


Câu 19: Các mặt bên của hình lăng trụ là hình bình hành, chúng là các hình chữ nhật nếu lăng trụ là lăng trụ đứng, trong 4 khẳng định thì khẳng định sai là D. **Chọn D.**



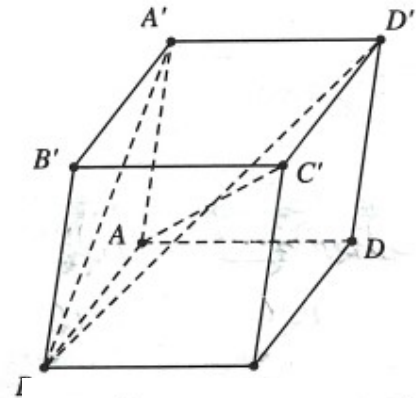
Câu 20: Các đường thẳng $A'C, AC', DB', D'B$ đồng quy tại tâm hình hộp, đáy $ABCD$ là hình bình hành, hai mặt phẳng đối diện $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

Khẳng định sai là D. **Chọn D**



Câu 21: Do $AB \parallel CD \parallel C'D'$ và $AB = CD = C'D'$ nên $ABC'D'$ là hình bình hành.

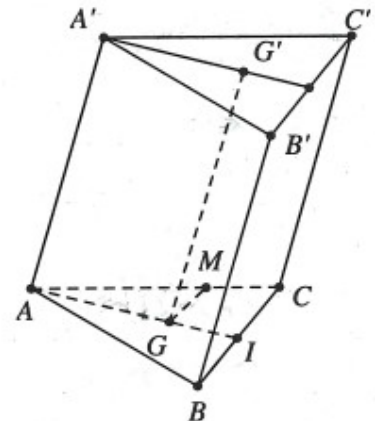
Do đó AC' cắt BD' nên khẳng định $(BA'D') \parallel (ADC')$ là sai. **Chọn B.**



Câu 22: Gọi I là trung điểm của BC thì $\frac{AG}{AI} = \frac{2}{3}$

Khi đó $\frac{AG}{AI} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow GM \parallel BC$

Mặt khác $A'G'GA$ là hình bình hành nên $AA' \parallel GG'$



Do đó $(GG') \parallel (ACC'A'), (GG') \parallel (BCC'B')$

Lại có: $\begin{cases} GM \parallel BC \\ GG' \parallel AA' \parallel BB' \end{cases} \Rightarrow (GG'M) \parallel (BCC'B')$ do đó khẳng định sai là C. **Chọn C.**

Câu 23: Vì $A'B', B'C', C'D', D'A'$ là các đường trung bình

$A'B' \parallel AB, B'C' \parallel BC, C'D' \parallel CD, D'A' \parallel AD \Rightarrow (A'B'C'D') \parallel (ABCD)$. **Chọn C.**

Câu 24: Ta có $B'D'$ cắt $A'B'$ nên (ABA') cắt mặt phẳng $(CB'D')$. **Chọn D.**

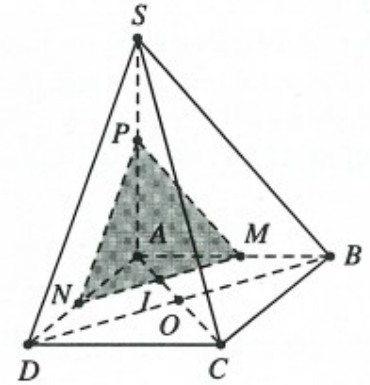
Câu 25: Hai mặt phẳng $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$. cắt nhau. **Chọn C.**

Câu 26: $BD \parallel B'D', AB' \parallel C'D' \rightarrow (AB'D') \parallel (C'BD)$. **Chọn C.**

Câu 27: $BD \parallel B'D', AB' \parallel C'D' \rightarrow (AB'D') \parallel (C'BD)$. **Chọn B.**

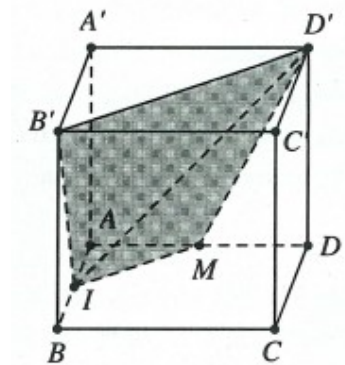
Câu 28: Qua I kẻ đường thẳng $d \parallel BD$, cắt AB, AD tại M, N

Qua M kẻ đường thẳng song song với SB , cắt SA tại $P \rightarrow MN \parallel (SBD), MP \parallel (SBD)$ nên thiết diện cần tìm là tam giác MNP mà $\triangle MNP \sim \triangle BDS$ suy ra tam giác MNP là tam giác đều. **Chọn D.**



Câu 29: Gọi M là trung điểm của $AD \rightarrow IM$ là đường trung bình tam giác $ABD \Rightarrow IM \parallel BD$

Ta có $BD \parallel B'D' \Rightarrow IM \parallel B'D'$ nên thiết diện cần tìm là hình thang $IMD'B'$. **Chọn B.**

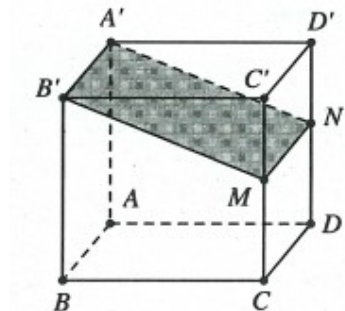


Câu 30: Giả sử mặt phẳng (α) đi qua cạnh $A'B'$ và cắt CC' tại M

Qua M kẻ đường thẳng song song với CD , cắt DD' tại N

Ta có $A'B' \parallel C'D' \Rightarrow C'D' \parallel CD$ nên $A'B' \parallel MN$

Do đó $(\alpha) \equiv (A'B'MN) \Rightarrow A'B'MN$ là hình bình hành. **Chọn B.**



Câu 31: Qua M kẻ đường thẳng $d_1 \parallel CD$, cắt AC tại E

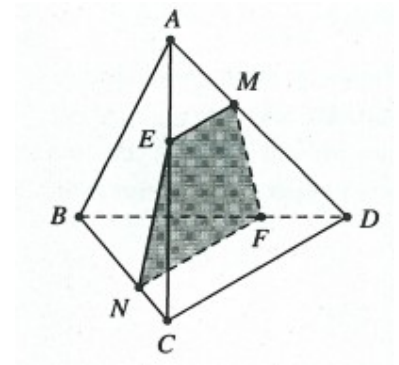
Qua N kẻ đường thẳng $d_2 \parallel CD$, cắt BD tại F

Suy ra thiết diện cần tìm là hình thang $MENF$

$$\text{Ta có } \frac{EM}{CD} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3}; \frac{NF}{CD} = \frac{BN}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow NF = 2EM$$

Do đó $MENF$ là hình thang với đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ.

Chọn B.

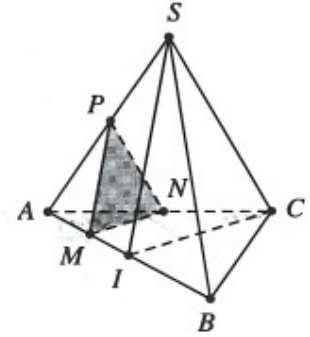


Câu 32: Ta có S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng $(SAD), (SBC)$

Lại có $AD \parallel BC \rightarrow$ Giao tuyến d là đường thẳng đi qua S và song song BC . **Chọn B.**

Câu 33: Qua M kẻ đường thẳng song song với IC , cắt AC tại N

Qua M kẻ đường thẳng song song với SI , cắt SA tại P . Nối P với $N \Rightarrow$ Thiết diện cần tìm là tam giác MNP . Do đó $\triangle MNP \sim \triangle ICS$ mà $\triangle ICS$ cân tại I ($SI = IC$). Suy ra $\triangle MNP$ cân tại M . **Chọn B.**



Câu 34: Qua M kẻ đường thẳng $d_1 \parallel AB'$, cắt BB' tại N

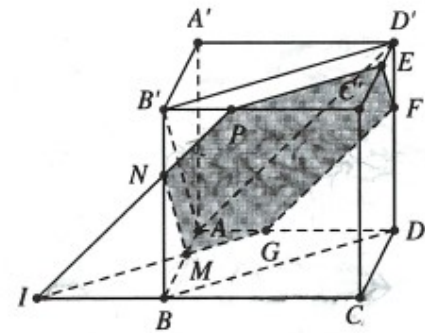
Qua M kẻ đường thẳng $d_2 \parallel BD$, cắt AD tại G

Qua G kẻ đường thẳng $d_3 \parallel DD'$, cắt AD tại F

Nối MG cắt BC tại I , nối IN cắt $B'C'$ tại P

Qua P kẻ đường thẳng $d_4 \parallel B'D'$, cắt $C'D'$ tại E

Vậy thiết diện cần tìm là lục giác $MNPEFG$. **Chọn B.**

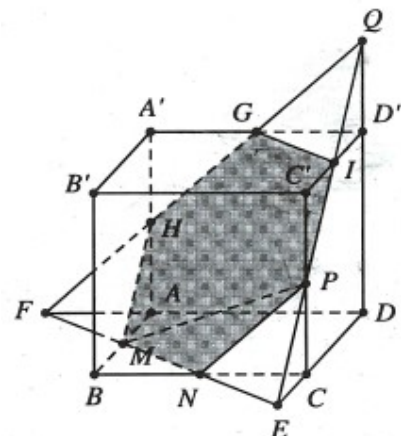


Câu 35: Nối MN cắt AD, CD lần lượt tại F, E

Nối PE cắt $C'D', DD'$ lần lượt tại I, Q

Nối QF cắt $AA', A'D'$ lần lượt tại H, G

Suy ra thiết diện cần tìm là lục giác $MNPIGH$



Câu 36: Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD

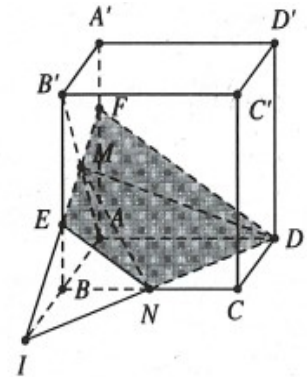
$$\text{Suy ra } \frac{AG_1}{AM} = \frac{2}{3}; \frac{AG_2}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AG_1}{AM} = \frac{AG_2}{AN} \Rightarrow G_1G_2 \parallel MN \Rightarrow G_1G_2 \parallel (BCD)$$

Tương tự, chứng minh được $G_2G_3 \parallel (BCD) \rightarrow (G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$. **Chọn C.**

Câu 37: Nối DN cắt AB tại I

Nối MI cắt BB', AA' lần lượt tại E, F

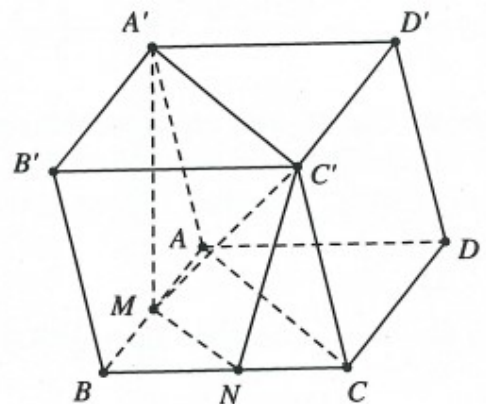
Suy ra thiết diện cần tìm là tứ giác $DNEF$. **Chọn D.**



Câu 38: Do $(MA'C')$ chứa $A'C'$, mặt phẳng (ABC) chứa AC , mặt khác $A'C' \parallel AC$ nên giao tuyến của $(MA'C')$ và đáy $(ABCD)$ là MN thì $MN \parallel AC$

Do M là trung điểm của AB nên MN là đường trung bình của tam giác ABC do đó

$$\frac{MN}{A'C'} = \frac{MN}{AC} = \frac{1}{2}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 39: Ta có $AC = AB + BC = 9$

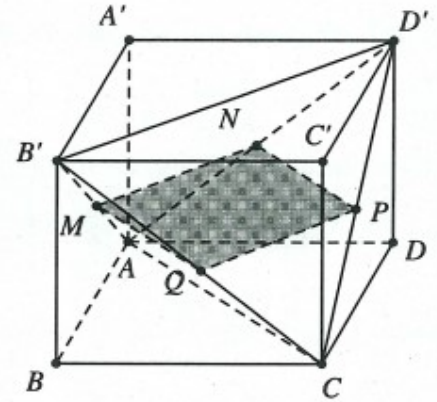
Theo định lí Talet ta có: $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'} \Leftrightarrow \frac{5}{9} = \frac{A'B'}{18} \Rightarrow A'B' = 10$ suy ra $B'C' = 18 - 10 = 8$. **Chọn A.**

Câu 40: Mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) cắt các cạnh AB', AD', CD' và CB' lần lượt tại M, N, P, Q thì M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB', AD', CD' và CB'

Khi đó $MNPQ$ là hình vuông cạnh bằng $\frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Do đó diện tích thiết diện cần tìm là:

$$S = S_{MNPQ} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{a^2}{2}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 41: Để đơn giản hóa bài toán, ta đặt $AB = 2, CD = 1$

Chuẩn hóa $SA = 2, AD = 2$ và $SA \perp AB$

Qua M dựng $MQ \parallel SD, MN \parallel CD (Q \in SD, N \in BC)$

Dựng $QP \parallel CD \parallel AB (P \in SC)$

Ta có: $S_{SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot AB = 2$ suy ra $S_{MNPQ} = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$

Do $SA \perp AB \Rightarrow MQ \perp MN$

Goi $I = AC \cap MN$ thì $\frac{MI}{CD} = \frac{AM}{AD}$

Đặt $AM = a$ thì $MI = \frac{a}{2}, \frac{NI}{AB} = \frac{CI}{CA} = \frac{DM}{DA} = \frac{2-a}{a} \Rightarrow NI = 2-a$

Do đó $MN = 2 - \frac{a}{2}, \frac{MQ}{SA} = \frac{2-a}{2} \Rightarrow MQ = 2-a, \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} = \frac{AM}{AD} = \frac{a}{2} \Rightarrow PQ = \frac{a}{2}$

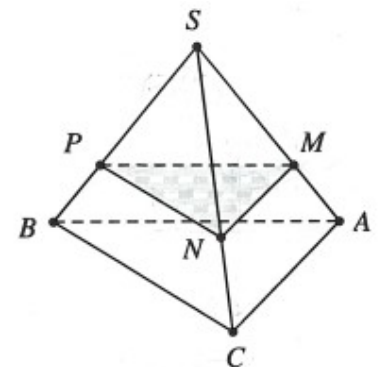
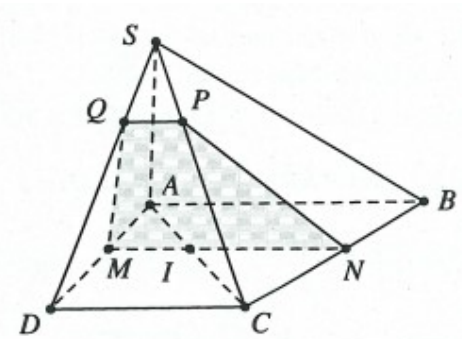
Suy ra $S_{MNPQ} = \frac{MN + PQ}{2} \cdot MQ = \frac{2 - \frac{a}{2} + \frac{a}{2}}{2} \cdot (2-a) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow a = \frac{2}{3} \Rightarrow k = \frac{a}{2-a} = \frac{1}{2}. \text{ Chọn A.}$

Câu 42: Qua M dựng các đường thẳng song song với AB và AC cắt SB, SC lần lượt tại P và N .

Ta có: $\triangle ABC$ đồng dạng với tam giác MNP theo tỷ số

$$k = \frac{SA}{SM} = \frac{3}{2}$$

Do đó $\frac{S_{ABC}}{S_{MNP}} = \frac{9}{4}$, mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = 4$



Suy ra $S_{MNP} = \frac{16}{9}$. **Chọn A.**

Câu 43: Giả sử (P) cắt SD, SC, SB lần lượt tại N, P, Q .

Do mặt phẳng $(MNPQ) \parallel (ABCD)$ nên đa giác $MNPQ$ đồng giác với đa giác $ABCD$ theo tỷ số là $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$ suy

$$\text{ra } \frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{9}$$

Chiều cao của hình thang cân $ABCD$ là:

$$h = \sqrt{AD^2 - \left(\frac{AB - CD}{2} \right)^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{6 - 4}{2} \right)^2} = \sqrt{3}$$

$$\text{Do đó } S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot AD = 5\sqrt{3} \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$$

Chọn A.

Câu 44: Qua O dựng đường thẳng song song với AB cắt BC và AD lần lượt tại M và N (khi đó M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD)

Dựng $MQ \parallel SB, NP \parallel SA (Q \in SC, P \in SD)$

$$\text{Ta có: } MQ = NP = \frac{6}{2} = 3, MN = AB = 8$$

$$PQ = \frac{CD}{2} = \frac{AB}{2} = 4, \text{ chiều cao của hình thang cân } MNPQ$$

$$\text{là } h = \sqrt{MQ^2 - \left(\frac{MN - PQ}{2} \right)^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{Diện tích hình thang } MNPQ \text{ là } S = \frac{MN + PQ}{2} \cdot h = 6\sqrt{5}. \text{ **Chọn B.**}$$

Câu 45: Qua M lần lượt kẻ $\begin{cases} MN \parallel SI \\ MP \parallel IC \end{cases}$ (với $N \in SA, P \in AC$)

$$\text{Khi đó } \triangle MNP \sim \triangle ISC, \text{ dễ thấy } SI = IC = \frac{\sqrt{3}}{2}, SC = 1$$

$$\text{Ta có: } C_{SIC} = (SI + IC + SC) = (1 + \sqrt{3})$$

$$\text{Lại có: } \frac{C_{MNP}}{C_{SIC}} = \frac{MN}{SI} = \frac{AM}{AI} = \frac{x}{0,5} = 2x \text{ suy ra chu vi tam giác}$$

$$MNP \text{ là } C_{MNP} = 2x(1 + \sqrt{3}). \text{ **Chọn B.**}$$

