

Họ và tên: Lớp:

Câu 1. Thể tích của khối chóp có chiều cao là 6, diện tích đáy là 4 là:

- A. 24. B. 96. C. 8. D. 32.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 5, u_{10} = 26$. Tính công sai của cấp số cộng đó.

- A. -1. B. 1. C. -3. D. 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

- A. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$. B. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.
C. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$. D. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'		-	0	+

- A. $(-\infty; 2)$ B. $(-2; +\infty)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-\infty; -2)$

Câu 5. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đoạn $A'C = a$. Thể tích của khối đó là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. a^3

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = 2a, AC = 3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. a^3 B. $6a^3$ C. $3a^3$ D. $2a^3$

Câu 7. Cho khai triển $(3+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Biết rằng $a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n = 4096$. Tìm a_7 .

- A. 192456. B. 792. C. 673596. D. 1732104.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = -x^3 - 3x$ B. $y = x^3 + x$ C. $y = \frac{x-1}{x-2}$ D. $y = 2x^4 + 1$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt?

- A. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -5 \end{cases}$. B. $-5 \leq m \leq 3$. C. $-5 < m < 3$. D. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -5 \end{cases}$.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào sau đây có hai điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$ B. $y = |x^2 - 2x|$ C. $y = x^3 - 4x$ D. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$+\infty$	-1	3	$-\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		$-\frac{5}{3}$		9		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y = -1$

B. $y = 3$

C. $y = \frac{-5}{3}$

D. $y = 9$

Câu 12. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

B. $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$

C. $y = \frac{3}{x^4 + 1}$

D. $y = \frac{1}{x^2 - x + 2}$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) .

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 30° .

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	0	-	+

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0

B. 2

C. 3

D. 1

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng

A. 20.

B. 54.

C. 74.

D. 112.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

A. $m > -2$

B. $m = -2$

C. $m < -2$

D. $m \neq -2$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-2	-1	1	3	4
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	0	10	-4	8	1

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$ bằng

A. -1.

B. 10.

C. 1.

D. 8.

Câu 18. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

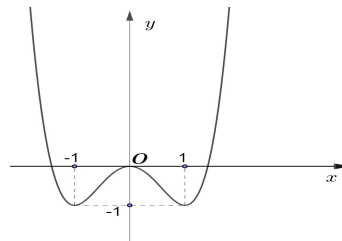
A. 10.

B. 8.

C. 16.

D. 20.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x = 0$

B. $x = -1$

C. $y = 0$

D. $x = 1$

Câu 20. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

B. Hai khối chóp tam giác.

C. Hai khối chóp tứ giác.

D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là ?

A. $\frac{a^3}{2}$.

B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

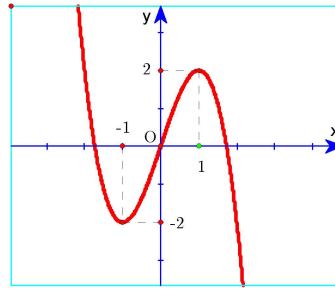
A. $x = 2; y = 1$

B. $x = \sqrt{2}; y = 1$

C. $x = 4; y = 1$

D. $x = 1; y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 30. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = -x^3 + 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 31. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $2SA' = SA, 4SB' = SB, 5SC' = SC$. Tính tỉ số $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{40}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Câu 33. Phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; \pi]$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 34. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 1 - x$. Biết (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 . Tính $T = x_1 + x_2 + x_3$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 35. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a , mặt bên tạo với đáy 1 góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 2

B. 3

C. 5

D. 4

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Mặt bên SBC là tam giác nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Các mặt phẳng $(SAB), (SAC)$ lần lượt tạo với đáy các góc 60° và 30° . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) . Tính $\sin \varphi$.

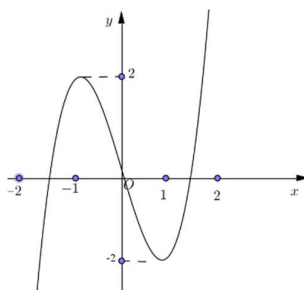
A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{61}}{8}$.

C. $\frac{3\sqrt{61}}{28}$.

D. $\frac{\sqrt{235}}{28}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hình vẽ



Phương trình $f(f(x)) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 6. B. 7. C. 8 D. 9.

Câu 39. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số trong S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với O của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng:

- A. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $3a^3\sqrt{2}$ C. $3a^3\sqrt{3}$ D. $6a^3$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích là V . Gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB} = x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SA, BC . Mặt phẳng (α) chia hình chóp thành hai phần, trong đó phần chứa điểm B có thể tích là V' . Biết $V' = \frac{208}{343}V$. Tính tổng các giá trị của x thỏa mãn bài toán.

- A. $\frac{135}{686}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. $\frac{3}{7}$.

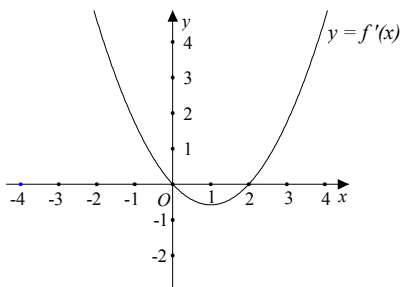
Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AB = a, AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC , góc giữa $mp(AMN)$ & $mp(ABC)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{21}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cạnh bên có độ dài bằng 4, BB' tạo với đáy góc 60° . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách từ điểm A' đến các đường thẳng BB' và CC' bằng nhau và bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $18\sqrt{3}$. B. $9\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$. D. $12\sqrt{3}$.

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có $f(-1) + f(3) = 0$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như sau:



Hỏi hàm số $y = [f(4x^3 - 6x^2 + 2)]^4$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 4. B. 6. C. 9. D. 5.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = |x^3 - (6m+3)x^2 + (9+18m)x - 27|$ có ba điểm cực trị.

A. $\begin{cases} m < \frac{-1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$

B. $-1 \leq m < \frac{-1}{2}$

C. $-1 \leq m < 1$

D. $-1 \leq m \leq 1$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-m}{x+1}$. Tìm m để $\max_{x \in [1;2]} f(x) + \min_{x \in [1;2]} f(x) = -8$.

A. $m = 5$.

B. $m = 11$.

C. $m = -5$.

D. $m = -11$.

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = -x + 2$. S là tập các giá trị m thỏa mãn (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0;2), B$ & C sao cho diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{2}$, với $M(3;1)$.
Tính tổng bình phương các phần tử của S ?

A. 4.

B. 3.

C. 9.

D. 25.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1) = 10\sqrt{2}$, $f(3) = 9$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10;10]$ của m để bất phương trình

$$(x+1) \cdot [f(x)+1] \sqrt{(x+1)f(x)} > mx(m^2x^2+x+1)$$
 nghiệm đúng với mọi $x \in (1;3)$.

A. 20.

B. 21.

C. 12.

D. 13.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(-3) = 0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = \left| 2(x+1)^6 - 6(x+1)^2 - 3f(-x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 2) \right|$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

A. $(1;2)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(0;1)$.

D. $(1;+\infty)$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	A	D	A	C	A	B	A	D	C	B	A	C	B	D	B	A	A	D	D	C	C	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	B	A	B	B	A	B	A	A	B	D	B	C	D	C	B	A	D	B	B	C	D	B

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**

<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Thể tích của khối chóp có chiều cao là 6, diện tích đáy là 4 là

A. 24.

B. 96.

C. 8.

D. 32.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.4.6 = 8$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 5$; $u_{10} = 26$. Tính công sai của cấp số cộng đó.

A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} u_3 = 5 \\ u_{10} = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 5 \\ u_1 + 9d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -1 \\ d = 3 \end{cases}$.

Vậy công sai của cấp số cộng bằng $d = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

A. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

B. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.

C. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$.

D. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa thì số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' < 0, \forall x \in (-\infty; -2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

Câu 5. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đoạn $A'C = a$. Thể tích khối đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

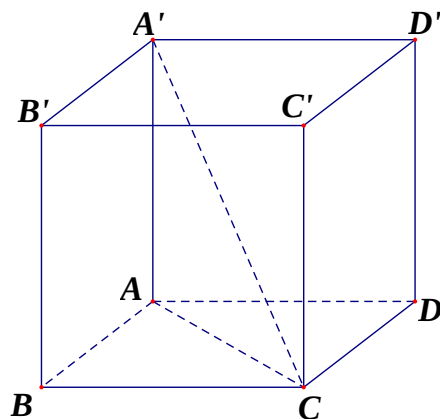
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn A



Ta có: $A'C^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + BC^2 = 3AB^2$.

Suy ra: $AB = \frac{A'C}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Do đó: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = 2a, AC = 3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. a^3 .

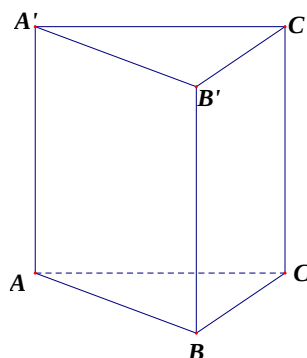
B. $6a^3$.

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = 3a^3$.

Câu 7. Cho khai triển $(3+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Biết rằng $a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n = 4096$. Tìm a_7 .

A. 192456.

B. 792.

C. 673596.

D. 1732104.

Lời giải

Chọn A

Từ khai triển $(3+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ cho $x = -1$ ta có

$$(3+(-1))^n = a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n = 4096 \Leftrightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$$

$$\text{Ta có } (3+x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^{12-k} (x)^k$$

$$\text{Suy ra } a_7 = C_{12}^7 3^5 = 192456.$$

Câu 8. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A.** $y = -x^3 - 3x$. **B.** $y = x^3 + x$. **C.** $y = \frac{x-1}{x-2}$. **D.** $y = 2x^4 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$, $y = 2x^4 + 1$ không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt?

- A.** $\begin{cases} m > 3 \\ m < -5 \end{cases}$. **B.** $-5 \leq m \leq 3$. **C.** $-5 < m < 3$. **D.** $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -5 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x + m$ và đồ thị $y = \frac{x-3}{x-1}$ là:

$$\frac{x-3}{x-1} = 2x + m \text{ với } x \neq 1 \Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - m + 3 = 0 \quad (1)$$

Để đường thẳng d cắt đồ thị $y = \frac{x-3}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt khác

$$1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - 4.2.(-m+3) > 0 \\ 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -5 \vee m > 3 \quad (2)$$

Câu 10. Đồ thị hàm số nào sau đây có hai điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu?

- A.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = |x^2 - 2x|$. **C.** $y = x^3 - 4x$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$

$$y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								
	$-\infty$							$-\infty$

Dựa vào BBT, hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu (thỏa mãn ycbt).

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$+\infty$	-1	3	$-\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$-\frac{5}{3}$	9		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.** $y = -1$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = -\frac{5}{3}$. **D.** $y = 9$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -\frac{5}{3}$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

- A.** $y = \frac{1}{x^2 + 1}$. **B.** $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$. **C.** $y = \frac{3}{x^4 + 1}$. **D.** $y = \frac{1}{x^2 - x + 2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$

TXĐ: $D = (0; +\infty)$

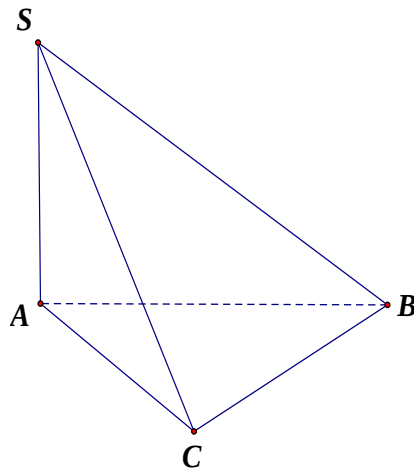
Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{x}} = +\infty$. Suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) .

- A.** 60° . **B.** 90° . **C.** 45° . **D.** 30° .

Lời giải

Chọn A



Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là $\angle SCA$. Xét tam giác SAC có

$$\angle A = 90^\circ, AB = AC = a, SA = a\sqrt{3} \text{ nên } \tan C = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle C = 60^\circ.$$

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	0	-	+

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên có 3 điểm cực trị

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng

- A. 20. B. 54. C. 74. D. 112.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 3x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 & f(1) &= 0 \\ \text{Ta có} & & f(-1) &= 4 \\ \text{Cho } f'(x) &= 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ xét} & f(-4) &= -50 \\ & & f(4) &= 54 \end{aligned}$$

Ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng 54

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

- A. $m > -2$. B. $m = -2$. C. $m < -2$. D. $m \neq -2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Để } x = m \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số } y = \frac{u(x)}{v(x)} = \frac{2x+4}{x-m} \text{ thì } \begin{cases} v(m) = 0 \\ u(m) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m - m = 0 \\ 2m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m \neq -2$$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-2	-1	1	3	4
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	0	10	-4	8	1

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 4]$ bằng

- A. -1. B. 10. C. 1. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[-2; 4]} f(x) = f(-1) = 10$.

Câu 18. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

- A. 10. B. 8. C. 16. D. 20.

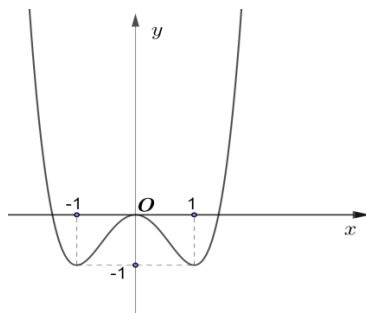
Lời giải

Chọn A

Tập hợp A gồm có 5 phần tử.

Số tập con có 2 phần tử của tập A là: $C_5^2 = 10$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x = 0$.

B. $x = -1$.

C. $y = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x = 0$.

Câu 20. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

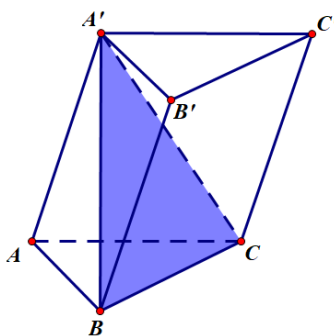
B. Hai khối chóp tam giác.

C. Hai khối chóp tứ giác.

D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành khối chóp tam giác $A'.ABC$ và khối chóp tứ giác $A'.BB'C'C$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{2}$.

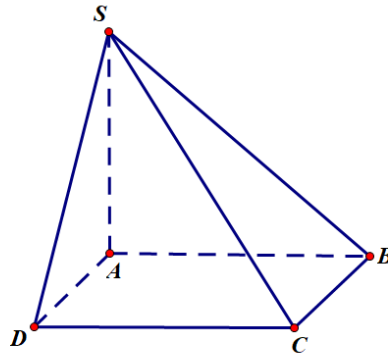
B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $3a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn D



Khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao là $SA=3a$, diện tích đáy là $B=a^2$.

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}a^2.3a = a^3$.

Câu 22. Hàm số $y = \sqrt{2022x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

- A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $(0; 1011)$. **C.** $(1011; 2022)$. **D.** $(2022; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = [0; 2022]$.

$$y' = \frac{2022 - 2x}{2\sqrt{2022x - x^2}} = \frac{1011 - x}{\sqrt{2022x - x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1011 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1011$$

Bảng biến thiên

x	0	1011	2022
y'	+	0	-
y	0	1011	0

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(1011; 2022)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) - 2 > 0$ là

- A.** $(-\infty; 1]$. **BA.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

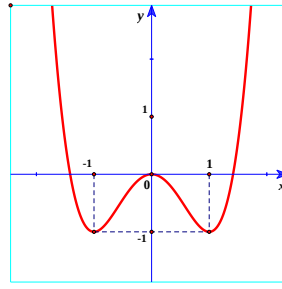
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta có $f(x) - 2 > 0 \Leftrightarrow f(x) > 2 \Rightarrow x > 1$.

Suy ra $S = (1; +\infty)$.

Câu 24. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^4 - 2x^2$.

C. $y = x^3 - 3x$.

D. $y = -x^3 + 3x$.

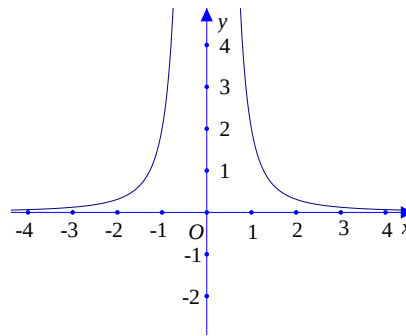
Lời giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số đã cho là đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$.

Đồ thị đã cho có hệ số $a > 0$. Suy ra chọn đáp án A

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 0$.

D. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Biết rằng trên (C) có 2 điểm phân biệt mà các tiếp tuyến của (C) tại các điểm đó song song với đường thẳng $y = x$. Tính tổng hoành độ của 2 điểm đó.

A. 2.

B. -2.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} \quad \forall x \in D$$

Vì tiếp tuyến tại $x = x_0$ song song với đường thẳng $y = x$ nên

$$y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{(x_0 + 1)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \sqrt{3} - 1 \\ x_0 = -\sqrt{3} - 1 \end{cases}$$

Vậy tổng hoành độ của hai điểm cần tìm là $x_{01} + x_{02} = \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3} - 1) = -2$

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$, SB tạo với đáy một góc 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

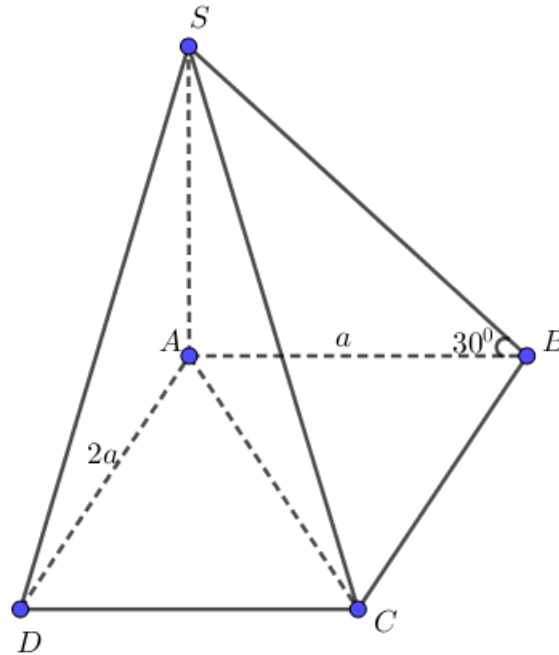
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$(SB; (ABCD)) = (SB; AB) = SBA = 30^\circ$$

Xét tam giác vuông SAB : $\tan SBA = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan SBA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a = a^2$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là

A. $\min_{[0;2]} f(x) = 0$.

B. $\min_{[0;2]} f(x) = 9$.

C. $\min_{[0;2]} f(x) = 1$.

D. $\min_{[0;2]} f(x) = -4$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên $[0; 2]$.

Đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 4$.

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$$

Tính giá trị: $f(0) = 1$, $f(2) = 9$ và $f(1) = 0$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(1) = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-\sqrt{2}}$. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình.

- A.** $x=2; y=1$. **B.** $x=\sqrt{2}; y=1$. **C.** $x=4; y=1$. **D.** $x=1; y=-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{2}\}$.

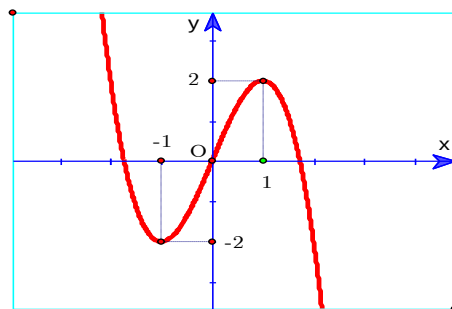
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x-\sqrt{2}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x \left(1 + \frac{2}{x}\right)}{x \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{x}} = 1$$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} \frac{x+2}{x-\sqrt{2}} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^-} \frac{x+2}{x-\sqrt{2}} = -\infty$$

Nên $x = \sqrt{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 30. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 + 3x$. **B.** $y = x^3 - 3x$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$, nên B loại.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên loại D.

Và hàm số có hai điểm cực trị $x = -1, x = 1$, nên chọn A

Câu 31. Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

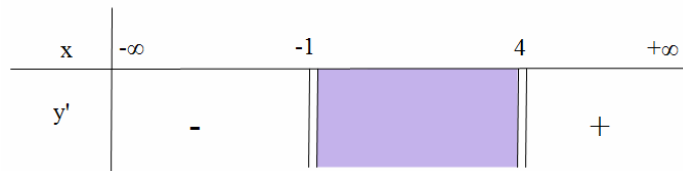
- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định : $D = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

$$y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x-4}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \notin D$$



Kết luận :

Hàm số đồng biến trên khoảng: $(4; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng : $(-\infty; -1)$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $2SA' = SA, 4SB' = SB, 5SC' = SC$. Tính tỉ số $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$

A. $\frac{1}{10}$.

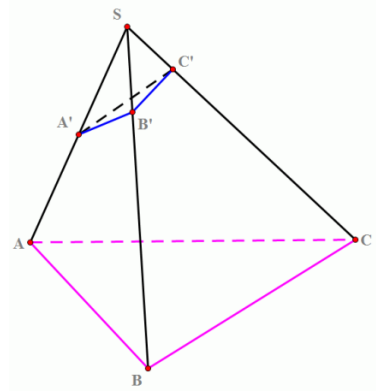
B. $\frac{1}{40}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{20}$.

Lời giải

Chọn B



$$2SA' = SA, 4SB' = SB, 5SC' = SC \Rightarrow \frac{SA'}{SA} = \frac{1}{2}, \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{4}, \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{5}.$$

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{40}.$$

Câu 33. Phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; \pi]$?

A. 3 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn A

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

+) Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), vì $x \in [0; \pi] \Rightarrow k = 0$.

$$+) \text{ Với } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Xét $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$, vì $x \in [0; \pi] \Rightarrow k = 0$.

Xét $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$, vì $x \in [0; \pi] \Rightarrow k = 0$.

Vậy có 3 nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $(d): y = 1 - x$. Biết (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 . Tính $T = x_1 + x_2 + x_3$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và đồ thị (C) là:

$$x^3 - 3x^2 + x + 1 = 1 - x \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Vậy $T = x_1 + x_2 + x_3 = 2 + 1 + 0 = 3$.

Câu 35. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a , mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

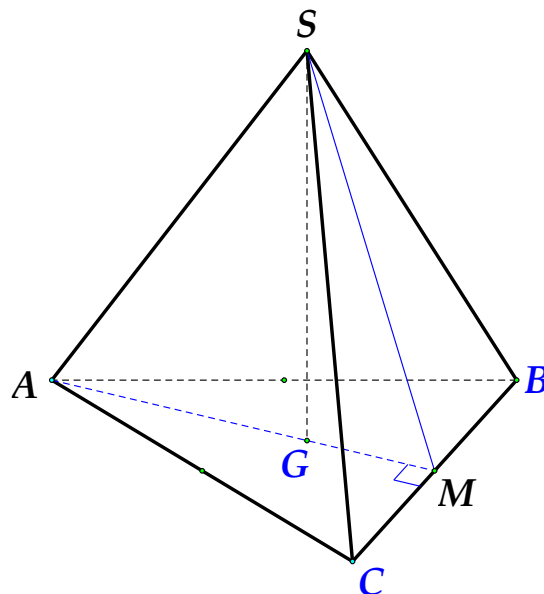
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC . Do $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow AM \perp BC$.

Lại có $\triangle SBC$ là tam giác cân tại S do $S.ABC$ là chóp đều $\Rightarrow BC \perp SM$.

$$\text{Vậy } ((SBC);(ABC)) = (SM; AM).$$

Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$. Do $S.ABC$ là chóp đều $\Rightarrow SG \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có: } \tan \angle SMG = \frac{SG}{GM} \Leftrightarrow \tan 60^\circ = \frac{SG}{GM}.$$

$$\Rightarrow SG = GM\sqrt{3} = \frac{AM\sqrt{3}}{3} = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ và $y' = \frac{-m^2+4}{(x-m)^2}, \forall x \neq m$.

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 < m \leq 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0\}$ nên có 2 giá trị nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Mặt bên SBC là tam giác nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Các mặt phẳng $(SAB), (SAC)$ lần lượt tạo với đáy các góc 60° và 30° . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) . Tính $\sin \varphi$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

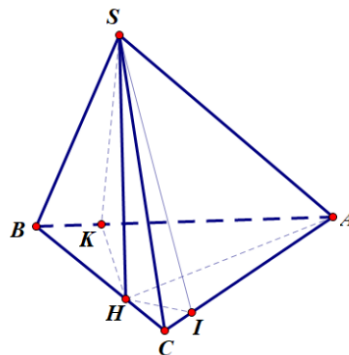
B. $V = \frac{\sqrt{61}}{8}$.

C. $\frac{3\sqrt{61}}{28}$.

D. $\frac{\sqrt{235}}{28}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $SH \perp BC, HK \perp AB, HI \perp AC$.

$$\text{Ta có: } \angle SKH = 60^\circ \Rightarrow HK = SH \cdot \cot 60^\circ = \frac{SH}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \angle SIH &= 30^\circ \Rightarrow HI = SH \cdot \cot 30^\circ = SH \cdot \sqrt{3} \\ \Rightarrow HI &= 3HK \text{ hay } CH = 3BH \end{aligned}$$

$$\Rightarrow HK = BH \sin 60^\circ = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} \text{ và } SK = 2HK = \frac{\sqrt{3}}{4}; SH = HK\sqrt{3} = \frac{3}{8}$$

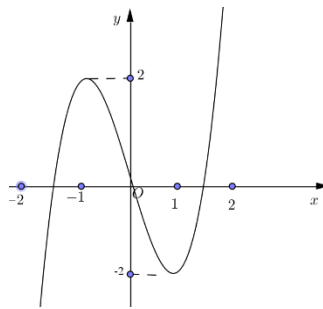
$$V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{32} (\text{dvtt})$$

$$\text{Xét } \triangle SHA: SH = \frac{3}{8}; HA = \frac{\sqrt{13}}{4} \text{ nên } SA = \frac{\sqrt{61}}{8}$$

$$\text{Mặt khác, } V_{SABC} = \frac{2S_{SAB} \cdot S_{SAC} \cdot \sin \varphi}{3SA} \text{ nên thay vào ta tính được}$$

$$\sin \varphi = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{32} \cdot \frac{\sqrt{61}}{8}}{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{61}}{8}$$

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = t (t \in \mathbb{R})$ ta có $f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow f(t) = 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(t) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $t_1 \in (-2; -1), t_2 \in (0; 1), t_3 \in (1; 2)$.

+ Với $t_1 \in (-2; -1)$, phương trình $f(x) = t_1$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Với $t_2 \in (0; 1)$, phương trình $f(x) = t_2$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Với $t_3 \in (1; 2)$, phương trình $f(x) = t_3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 9 nghiệm thực.

Câu 39. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số trong S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6 \cdot A_6^5 = 4320$.

Gọi A là biến cố “chọn được 1 số chia hết cho 3”.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$.

Đặt $T = a + b + c + d + e + f \Rightarrow 15 \leq T \leq 21$. Để $\overline{abcdef} : 3$ thì $T : 3 \Rightarrow T \in \{15; 18; 21\}$.

Nếu $T = 15 \Rightarrow$ số có 6 chữ số được lập từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow$ có $5.5! = 600$ số.

Nếu $T = 18 \Rightarrow$ số có 6 chữ số được lập từ các chữ số $\{0; 1; 2; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có $5.5! = 600$ số.

Nếu $T = 21 \Rightarrow$ số có 6 chữ số được lập từ các chữ số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có $6! = 720$ số.

Do đó $n(A) = 1920$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1920}{4320} = \frac{4}{9}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\angle ABC = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với O của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng

A. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{9}$.

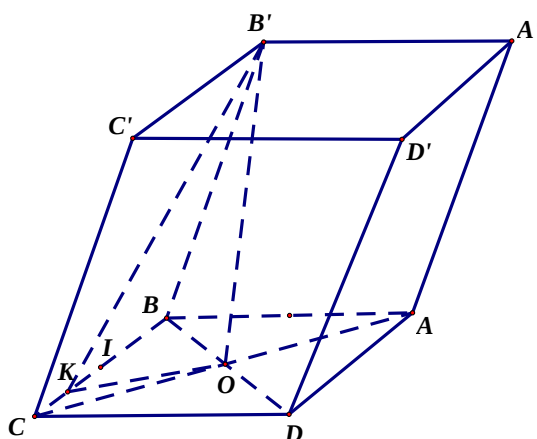
B. $3a^3\sqrt{2}$.

C. $3a^3\sqrt{3}$.

D. $6a^3$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC có $AB = BC = 2a, \angle ABC = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều cạnh $2a$
 $\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{3}a^2 \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{3}a^2$.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$.

Gọi K là trung điểm của $CI \Rightarrow OK \parallel AI$ và $OK = \frac{1}{2}AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\begin{cases} AI \perp BC \\ AI \parallel OK \end{cases} \Rightarrow OK \perp CB.$$

$$(\angle(BCC'B'), (\angle ABCD)) = (\angle B'K, OK) = \angle B'KO = 60^\circ.$$

Tam giác $B'OK$ vuông tại O : $B'O = OK \cdot \tan B'KO = \frac{3a}{2}$.

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = B'O \cdot S_{ABCD} = 3\sqrt{3}a^3.$$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích là V . Gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB} = x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SA, BC . Mặt phẳng (α) chia hình chóp

thành hai phần, trong đó phần chứa điểm B có thể tích là V' . Biết $V' = \frac{208}{343}V$. Tính tổng các giá trị của x thỏa mãn bài toán.

- A. $\frac{135}{686}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi N, E, F lần lượt là giao điểm của (α) với các cạnh SB, SC, AC . Khi đó từ giả thiết suy ra $MN // EF // AS, MF // NE // BC$. Vậy thiết diện là hình bình hành $MNEF$.

Dựng hình lăng trụ $SB'C'.ABC$, kéo dài MK, FE cắt SB, SC lần lượt tại K, H .

Ta có :

$$+) \begin{cases} \frac{V_{SABC}}{V_{SB'C'.ABC}} = \frac{1}{3} \\ \frac{V_{SKH.AMN}}{V_{SB'C'.ABC}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AF}{AC} = x^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{SABC}}{V_{SKH.AMN}} = \frac{1}{3x^2} \Rightarrow V_{SKH.AMN} = 3x^2 \cdot V_{SABC} \quad (1).$$

$$+) \frac{NB}{BS} = \frac{NM}{KM} = \frac{BM}{BA} = 1-x; \quad \frac{NM}{KM} = \frac{FE}{FH} = 1-x.$$

$$+) \frac{V_{AMF.SNE}}{V_{AMF.SKH}} = \frac{1}{3} \left(\frac{NM}{KM} + \frac{SA}{SA} + \frac{FE}{FH} \right) = \frac{1}{3} (1-x + 1 + 1-x) = \frac{1}{3} (3-2x).$$

$$\text{Suy ra } V_{AMF.SNE} = \frac{1}{3} (3-2x) V_{AMF.SKH} = \frac{1}{3} (3-2x) \cdot 3x^2 \cdot V_{S.ABC}$$

$$\text{Và } V_{BMN.CFE} = \left[1 - \frac{1}{3} (3-2x) \cdot 3x^2 \right] \cdot V_{S.ABC} = (2x^3 - 3x^2 + 1) \cdot V_{S.ABC}.$$

$$\text{Từ giả thiết ta có phương trình } 2x^3 - 3x^2 + 1 = \frac{208}{343} \Rightarrow x = \frac{3}{7}.$$

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AB=a, AC=2a$, $BAC=120^\circ$. M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC , góc giữa $mp(AMN)$ & $mp(ABC)$ bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là ?

- A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{21}}{9}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Trên mặt phẳng (ABC) kẻ hai đường thẳng lần lượt vuông góc với AB, AC tại B, C . Hai đường thẳng cắt nhau tại D .

Khi đó ta có $DB \perp AB, DC \perp AC$, lại có $SA \perp (ABC)$ nên $BD \perp (SAB), DC \perp (SAC)$.

Ta suy ra $AM \perp (SBD), AN \perp (SCD) \Rightarrow SC \perp (AMN)$.

Ta có SA vuông góc với đáy nên góc giữa $(ABC), (AMN)$ là góc giữa SD, SA và là góc ASD .

Ta có tứ giác $ABDC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AD , hay nội tiếp đường tròn bán kính R ngoại tiếp tam giác ABC , $AD = 2R$.

Xét tam giác ABC :

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = a\sqrt{7}.$$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{21}}{3} \Rightarrow AD = \frac{2a\sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } SAD \text{ vuông tại } A, \text{ ta có } SA = AD \cdot \cot ASD = \frac{2a\sqrt{21}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{7}}{3}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^3\sqrt{21}}{9}.$$

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cạnh bên có độ dài bằng 4, BB' tạo với đáy góc 60° . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách từ điểm A' đến các đường thẳng BB' và CC' bằng nhau và bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $18\sqrt{3}$.

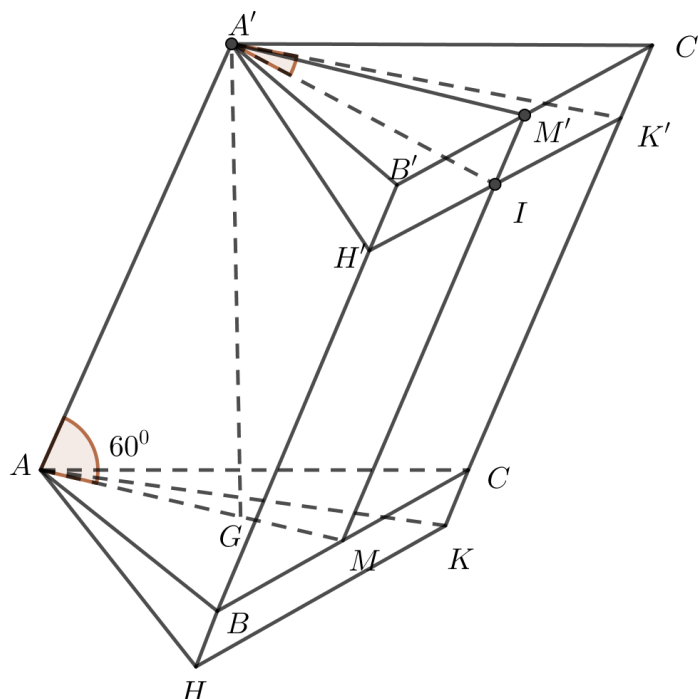
B. $9\sqrt{3}$.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm BC và $B'C'$.

Gọi H', K' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' lên BB' và CC' .

H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC' .

Khi đó $d(A'; BB') = A'H' = 3$ và $d(A'; CC') = A'K' = 3$ và $AA' \perp (A'H'K')$.

Góc giữa $(BB', (ABC)) = (AA', (ABC)) = A'AG = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'AG$ ta có $A'G = \sin 60^\circ \cdot AA' = 2\sqrt{3}$,

$$AG = \cos 60^\circ \cdot AA' = 2 \text{ suy ra } AM = \frac{3}{2} AG = 3$$

Gọi $I = MM' \cap H'K'$. Khi đó I là trung điểm $H'K'$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A'H'K'.AHK}$ (vì $V_{A'B'C'H'K'} = V_{ABCHK}$).

$$A'G \cdot S_{A'B'C'} = AA' \cdot S_{A'H'K'} \Leftrightarrow \frac{S_{A'H'K'}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos 30^\circ.$$

Góc giữa hai mặt phẳng $((A'B'C'), (A'H'K')) = M'A'I = 30^\circ$.

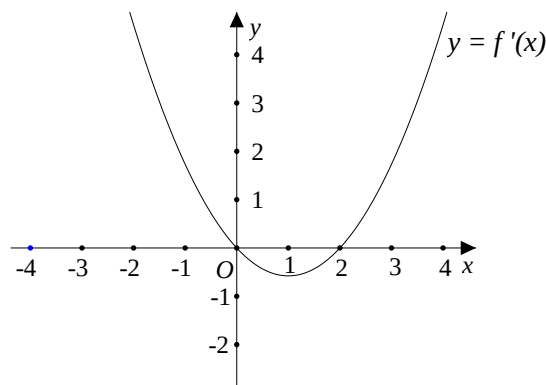
Trong tam giác vuông $M'A'I$ ta có $A'I = \cos 30^\circ \cdot A'M' = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông $A'IK'$ ta có $IK = \frac{3}{2}$ suy ra $H'K' = 2IK' = 3$.

$$\text{Diện tích tam giác } S_{A'H'K'} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích lăng trụ } V = AA' \cdot S_{A'H'K'} = 4 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có $f(-1) + f(3) = 0$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như sau:



Hỏi hàm số $y = [f(4x^3 - 6x^2 + 2)]^4$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4.

B. 6.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Ta có $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua các điểm $(0; 0)$, $(2; 0)$ và có hệ số $a > 0$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ b=-3a \end{cases} \Rightarrow f(x)=ax^3-3ax^2+d.$$

$$\text{Ta lại có } f(-1)+f(3)=0 \Leftrightarrow -a-3a+d+27a-27a+d=0 \Leftrightarrow d=2a.$$

$$\text{Khi đó } f(x)=a(x^3-3x^2+2) \text{ với } a>0.$$

$$\text{Ta có } f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-\sqrt{3} \\ x=1+\sqrt{3} \\ x=1 \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } g(x)=\left[f(4x^3-6x^2+2)\right]^4.$$

$$\text{Ta có } g'(x)=4\left[f(4x^3-6x^2+2)\right]^3 \cdot (12x^2-12x) f'(4x^3-6x^2+2).$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(4x^3-6x^2+2)=0 \\ 12x^2-12x=0 \\ f'(4x^3-6x^2+2)=0 \end{cases}.$$

$$f(4x^3-6x^2+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3-6x^2+2=1+\sqrt{3} \\ 4x^3-6x^2+2=1-\sqrt{3} \\ 4x^3-6x^2+2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=x_1 (x_1 \approx 1.57) \\ x=x_2 (x_2 \approx -0.57) \\ x=\frac{1-\sqrt{3}}{2} \vee x=\frac{1+\sqrt{3}}{2} \vee x=\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$12x^2-12x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}.$$

$$f'(4x^3-6x^2+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3-6x^2+2=0 \\ 4x^3-6x^2+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \vee x=1 \text{ (k)} \\ x=\frac{3}{2} \vee x=0 \text{ (k)} \end{cases}.$$

Phương trình $g'(x)=0$ có 9 nghiệm bội lẻ.

$$\text{Ta thấy } g'(2)=4\left[f(10)\right]^3 \cdot f'(10) \cdot 24 > 0.$$

Vậy, hàm số $g(x)=\left[f(4x^3-6x^2+2)\right]^4$ có 4 điểm cực đại.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $SBD=60^\circ$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

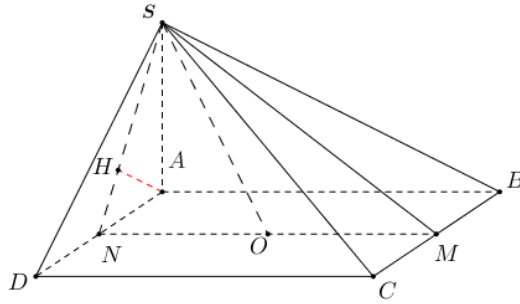
B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Dựng $AH \perp SN$

Khi đó $d(AB; SO) = d(AB, (SMN)) = d(A, (SMN)) = AH$

Do tam giác SBD có $SBD = 60^\circ$ và $SB = SD$ nên SBD là tam giác đều

Suy ra $SD = BD = a\sqrt{2}$, do đó $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = a$.

Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AN^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{5}}{5} = d(AB, SO)$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = |x^3 - (6m+3)x^2 + (9+18m)x - 27|$ có ba điểm cực trị.

- A.** $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$. **B.** $-1 \leq m < -\frac{1}{2}$. **C.** $-1 \leq m < 1$. **D.** $-1 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^3 - (6m+3)x^2 + (9+18m)x - 27$, có $f'(x) = 3x^2 - 2(6m+3)x + 9 + 18m$.

Để hàm số $|f(x)|$ có ba điểm cực trị thì hàm số $f(x)$ phải có 2 cực trị cùng dấu hay phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt (1) và phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm (2).

+) Giải (1) $\Leftrightarrow \Delta_{f'} = (6m+3)^2 - 3(9+18m) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

+) Giải (2): Ta có $f(x) = (x-3)(x^2 - 6mx + 9)$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^2 - 6mx + 9 = 0 (*) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow (*) \text{ vô nghiệm hoặc có nghiệm } x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(*)} \leq 0 \\ 3^2 - 6m \cdot 3 + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy $-1 \leq m < -\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-m}{x+1}$. Tìm m để $\max_{x \in [1;2]} f(x) + \min_{x \in [1;2]} f(x) = -8$.

- A.** $m = 5$. **B.** $m = 11$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = -11$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{1+m}{(x+1)^2}.$$

Do hàm số $y = f(x) = \frac{x-m}{x+1}$ chỉ đồng biến hoặc nghịch biến trên $[1;2]$ khi $m \neq -1$. Do đó

$$\max_{x \in [1;2]} f(x) + \min_{x \in [1;2]} f(x) = -8$$

$$\Leftrightarrow y(1) + y(2) = -8 \Leftrightarrow \frac{1-m}{2} + \frac{2-m}{3} = -8 \Leftrightarrow 3(1-m) + 2(2-m) = -48 \Leftrightarrow m = 11$$

Câu 48. Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = -x + 2$. S là tập các giá trị m thỏa mãn (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0;2), B, C$ sao cho diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{2}$, với $M(3;1)$. Tính tổng bình phương các phần tử của S ?

A. 4.

B. 3.

C. 9.

D. 25.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và đồ thị (C) :

$$x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + 2 = -x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + 3(m-1)x + x = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + (3m-2)x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + 3m - 2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Với $x = 0$, ta có giao điểm là $A(0;2)$.

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - 3m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{2}{3} \\ m > 2 \\ m < 1 \end{cases} \quad (*)$$

Ta gọi các giao điểm của d và (C) lần lượt là $A(0;2), B(x_B; -x_B + 2), C(x_C; -x_C + 2)$ với x_B, x_C là nghiệm của phương trình (1).

$$\text{Theo định lí Viet, ta có: } \begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B \cdot x_C = 3m - 2 \end{cases}$$

Ta có diện tích của tam giác MBC là $S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d(M, BC) = 2\sqrt{2}$.

Phương trình d được viết lại là: $d: y = -x + 2 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$.

$$\text{Mà } d(M, BC) = d(M, d) = \frac{|3+1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do đó: } BC = \frac{2S_{\Delta MBC}}{d(M, BC)} = \frac{2 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4 \Leftrightarrow BC^2 = 16.$$

$$\text{Ta lại có: } BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (x_C - x_B)^2 + [(-x_C + 2) - (-x_B + 2)]^2.$$

$$= (x_C - x_B)^2 + (x_B - x_C)^2 = 2(x_C - x_B)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_C - x_B)^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B \cdot x_C = 8 \Leftrightarrow (-2m)^2 - 4(3m - 2) = 8.$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 12m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 3\} \Rightarrow 0^2 + 3^2 = 9.$$

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1) = 10\sqrt{2}$, $f(3) = 9$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10; 10]$ của m để bất phương trình $(x+1) \cdot [f(x)+1] \sqrt{(x+1)f(x)} > mx(m^2x^2 + x + 1)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$.

A. 20.

B. 21.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Chọn D

Đặt $a = \sqrt{(x+1)f(x)}$; $b = mx$.

Ta có $(x+1) \cdot [f(x)+1] \sqrt{(x+1)f(x)} > mx(m^2x^2 + x + 1)$

Trở thành $a^3 + (x+1)a > b^3 + (x+1)b \Leftrightarrow (a-b)(a^2 + ab + b^2 + x + 1) > 0 \Leftrightarrow a - b > 0$

Vì $a^2 + ab + b^2 + x + 1 > 0, \forall x \in (1; 3)$

Khi đó ta có $\sqrt{(x+1)f(x)} > mx \Leftrightarrow m < \frac{\sqrt{(x+1)f(x)}}{x}, \forall x \in (1; 3)$

Xét hàm số $h(x) = \frac{(x+1)f(x)}{x^2}$ ta có $g(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ và $f(x)$ là hai hàm số dương cùng

nghiệm biến trên $(1; 3)$ nên hàm số $h(x) = \frac{(x+1)f(x)}{x^2}$ nghịch biến với mọi $x \in (1; 3)$.

x	1	3
$h'(x)$		-
$h(x)$	$20\sqrt{2}$	2

Từ bảng ta có: $m < \frac{\sqrt{(x+1)f(x)}}{x}, \forall x \in (1; 3) \Leftrightarrow m \leq 2$.

Mà m nguyên thuộc $[-10; 10]$ nên $m \in \{-10, -9, \dots, 2\}$. Vậy có 13 giá trị nguyên của m .

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(-3) = 0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hỏi hàm số $g(x) = \left| 2(x+1)^6 - 6(x+1)^2 - 3f(-x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 2) \right|$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1;2)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(0;1)$.

D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x) = 2(x+1)^6 - 6(x+1)^2 - 3f(-x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 2)$. Khi đó $g(x) = |h(x)|$.

Ta có $h(x) = 2(x+1)^6 - 6(x+1)^2 - 3f\left[-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3\right]$.

Suy ra $h'(x) = 12(x+1)^5 - 12(x+1) - 3\left[-4(x+1)^3 + 4(x+1)\right]f'\left[-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3\right]$.

Hay $h'(x) = 12(x+1)\left[(x+1)^4 - 1\right] + 12(x+1)\left[(x+1)^2 - 1\right]f'\left[-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3\right]$.

Hay $h'(x) = 12(x+1) \cdot \left[(x+1)^2 - 1\right] \cdot \left\{(x+1)^2 + 1 + f'\left[-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3\right]\right\}$.

Hay $h'(x) = 12(x+1) \cdot (x+2)x \cdot \left\{(x+1)^2 + 1 + f'\left[-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3\right]\right\}$.

Ta có $-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3 = -\left[(x+1)^2 - 1\right]^2 - 2 \leq -2, \forall x$.

Từ bảng xét dấu suy ra $f'\left[-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3\right] \geq 0, \forall x$.

Do đó, $(x+1)^2 + 1 + f'\left[-(x+1)^4 + 2(x+1)^2 - 3\right] > 0, \forall x$.

Vậy $h'(x) = 0 \Leftrightarrow 12(x+1) \cdot (x+2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$	$+\infty$	$-4 - 3f(-2)$	0	$-4 - 3f(-2)$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	0	$4 + 3f(-2)$	0	$4 + 3f(-2)$

Từ bảng biến thiên có thể khẳng định hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.