

ĐỀ CHÍNH THỨC

Họ và tên thí sinh: **TOANMATH.com** SBD:

Lớp: Phòng thi:

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài)

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng song song.
C. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng trùng nhau.
D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng cắt nhau thành hai đường thẳng cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Tam giác ABC là tam giác vuông. **B.** Tam giác ABC có ba góc nhọn.
C. Tam giác ABC có một góc tù và hai góc nhọn. **D.** Tam giác ABC là tam giác đều.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a, \angle ASB = \angle BSC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $SA \perp BC$. **B.** $SC \perp AB$. **C.** $SB \perp AC$. **D.** $SA \perp SC$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{SB} \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA} = SB \cdot SC \cdot \cos \angle BSC - SB \cdot SA \cdot \cos \angle ASB \\ &= SA^2 (\cos \angle BSC - \cos \angle ASB) = 0 \Rightarrow SB \perp AC\end{aligned}$$

Câu 4: Xét chuyển động có phương trình: $s(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$, với A, ω, φ là những hằng số. Tìm gia tốc tức thời tại thời điểm t của chuyển động.

- A.** $\gamma(t) = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$. **B.** $\gamma(t) = A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$.
C. $\gamma(t) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$. **D.** $\gamma(t) = -A \omega \cos(\omega t + \varphi)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$s'(t) = A(\omega t + \varphi)' \cos(\omega t + \varphi) = A \omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Gia tốc } \gamma(t) = s''(t) = -A \omega (\omega t + \varphi)' \sin(\omega t + \varphi) = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi).$$

Câu 5: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Nếu hai đường thẳng vuông góc với nhau thì hai đường thẳng đó cắt nhau.
B. Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
C. Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.
D. Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

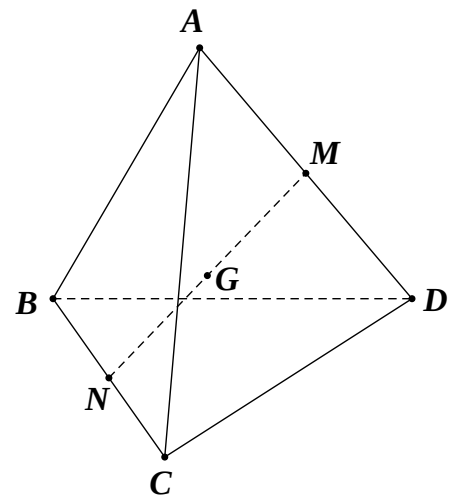
Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trung điểm MN . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{MN}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \end{cases} \\ \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}) + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) + (\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CN}) \\ = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}). \end{aligned}$$



Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{4-x}{\sqrt{x}-2} & \text{khi } x > 4 \\ ax+8 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$. Tìm a để

hàm số liên tục trên toàn trục số.

- A.** $a = -1$. **B.** $a = -3$. **C.** $a = -2$. **D.** $a = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})}{-(2-\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 4} -(2+\sqrt{x}) = -4.$$

$$f(4) = 4a + 8$$

Hàm số liên tục với mọi $x > 4$ và $x < 4 \Rightarrow$ Hàm số liên tục trên toàn trục số

$$\Leftrightarrow \text{Hàm số liên tục tại } x = 4 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4) \Leftrightarrow 4a + 8 = -4 \Leftrightarrow a = -3.$$

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{-2x+1}{1-x}$.

- A.** $y' = \frac{1}{(1-x)^2}$. **B.** $y' = 2$. **C.** $y' = -\frac{2}{(1-x)^2}$. **D.** $y' = -\frac{1}{(1-x)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Áp dụng công thức đạo hàm nhanh $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} \Rightarrow \left(\frac{-2x+1}{-x+1}\right)' = -\frac{1}{(1-x)^2}$

Câu 9: Trong không gian, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.

B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.

C. Một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng phân biệt trong mp (P) thì nó vuông góc với mp (P) .

D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tính chất 3 SGK HH11 CB trang 101.

Câu 10: Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+1}{x-2}$.

A. -3 .

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$C1: \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = -\frac{3}{1} = -3.$$

C2: Casio

Câu 11: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{2x-1}$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1 .

D. -1 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$C1: \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+1}}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x \left(2-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(-\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}\right)}{x \left(2-\frac{1}{x}\right)} = -\frac{1}{2}.$$

$+\infty$.

C2: Casio

Câu 12: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{n^2-n}$.

A. 2 .

B. 1 .

C. 0 .

D.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

C1: Áp dụng công thức tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng: $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$ ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+4+6+\dots+2n}{n^2-n} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{n}{2}(2+2n)}{n^2-n} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{n^2 \left(1+\frac{1}{n}\right)}{n^2 \left(1-\frac{1}{n}\right)} = 1.$$

C2: Casio nhập ta được kết quả là 1

- Câu 13:** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $m(x-1)^3(x-2)+2x-3=0$ vô nghiệm.
A. $\forall m \in \mathbb{R}$. **B.** $m=1$. **C.** Không có giá trị m . **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

C1: Gọi $f(x) = m(x-1)^3(x-2) + 2x - 3$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

$f(1) = -1, f(2) = 1 \Rightarrow f(1) \cdot f(2) < 0 \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow$ phương trình luôn có nghiệm $\forall m \in \mathbb{R}$.

C2: Dùng chức năng Shift solve của Casio $+\infty$.

Câu 14: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 1}{(x-1)^2}$.

- A.** 0. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Casio: Thay $x = 0,999$ vào ta được kết quả là 0.

- Câu 15:** Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{a+b}$, a, b là hằng số và $a+b \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $dy = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}} dx$. **B.** $dy = \frac{1}{2(a+b)\sqrt{1-x}} dx$.
C. $dy = -\frac{1}{(2a+2b)\sqrt{1-x}} dx$. **D.** $dy = -\frac{1}{(a+b)\sqrt{1-x}} dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$y' = \frac{(\sqrt{1-x})'}{a+b} = \frac{(1-x)'}{2(a+b)\sqrt{1-x}} = -\frac{1}{(2a+2b)\sqrt{1-x}}$$

- Câu 16:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a;b)$ và $x_0 \in (a;b)$. Giả sử các giới hạn (hữu hạn) sau đây tồn tại, giới hạn nào là đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ tại điểm x_0 ?

- A.** $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$. **B.** $\lim_{\Delta x \rightarrow +\infty} \frac{\Delta y}{\Delta x}$. **C.** $\lim_{\Delta x \rightarrow x_0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$. **D.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo định nghĩa đạo hàm, SGK ĐS & GT 11 CB trang 48.

Câu 17: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu hình hộp có bốn đường chéo bằng nhau thì nó là hình lập phương.
- B. Nếu hình hộp có hai mặt là các hình vuông thì nó là hình lập phương.
- C. Nếu hình hộp có sáu mặt bằng nhau thì nó là hình lập phương.
- D. Nếu hình hộp có ba mặt chung một đỉnh là các hình vuông thì nó là hình lập phương.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì các mặt đối diện của hình hộp bằng nhau nên nếu hình hộp có ba mặt chung một đỉnh là các hình vuông thì nó có 6 mặt là hình vuông. Do đó, hình hộp đã cho là hình lập phương.

Câu 18: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5^{n+2}}{3^n+2.5^n}$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

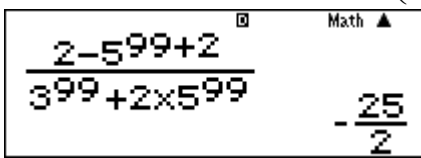
C. $-\frac{25}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$C1: \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-5^{n+2}}{3^n+2.5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-25.5^n}{3^n+2.5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\left(\frac{1}{5}\right)^n - 25}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 2} = -\frac{25}{2}.$$

C2: Nhập 

Câu 19: Cho các hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ có đạo hàm trên tập xác định của nó. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

B. $(\sin x)' = \cos x$.

C. $(\cos x)' = -\sin x$.

D. $(\cot x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

Câu 20: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mp $(A'B'C'D')$ bằng a .

B. Khoảng cách giữa đường thẳng AC và mp $B'C'$ bằng c .

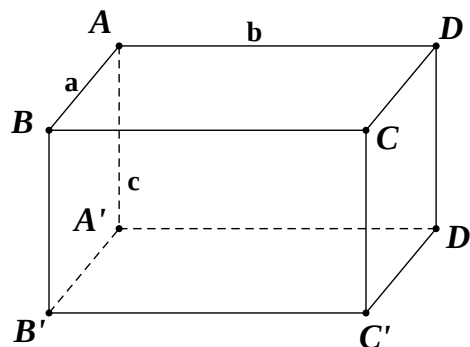
C. Khoảng cách giữa đường thẳng AD và mp $(A'B'C'D')$ bằng c .

D. Khoảng cách từ điểm A và mp (CDC') bằng b .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d(AB, (A'B'C'D')) = d(A, (A'B'C'D')) \\ = AA' = c.$$



Câu 21: Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x\sqrt{x}}$.

A. $y' = -\frac{3}{2x^2\sqrt{x}}$.

B. $y' = -\frac{3}{2}x$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

D. $y' = -\frac{3\sqrt{x}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$y = \frac{1}{x\sqrt{x}} \Rightarrow y' = -\frac{(x\sqrt{x})'}{(x\sqrt{x})^2} = -\frac{\sqrt{x} + x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x^3} = -\frac{\frac{3}{2}\sqrt{x}}{x^3} = -\frac{3}{2x^2\sqrt{x}}.$$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính góc giữa $mp(SBC)$ và $mp(ADC)$.

A. 120° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tam giác SBC bằng tam giác SCD (c.c.c) nên hai đường cao tương ứng BH và DH cùng đi qua một điểm H trên cạnh SC và $BH = CH$

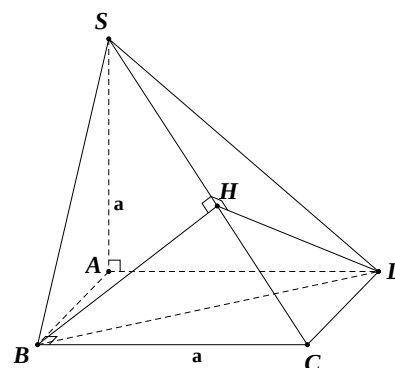
$BC \perp (SAB)$ nên $\triangle SBC$ vuông tại

$$B \Rightarrow BH = \frac{SB \cdot BC}{\sqrt{SB^2 + BC^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{\sqrt{2a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\cos BHD = \frac{BH^2 + DH^2 - BD^2}{2BH \cdot DH} = \frac{\frac{2a^2}{3} + \frac{2a^2}{3} - 2a^2}{2 \cdot \frac{2a^2}{3}} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow BHD = 120^\circ$$

$$\left((SBC), (SCD) \right) = (BH, DH) = 180^\circ - BHD = 60^\circ$$



Câu 23: Cho hàm số $f(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$. Tính $f'(0)$.

A. -24 .

B. 24 .

C. 42 .

D. 0 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Casio: Nhập

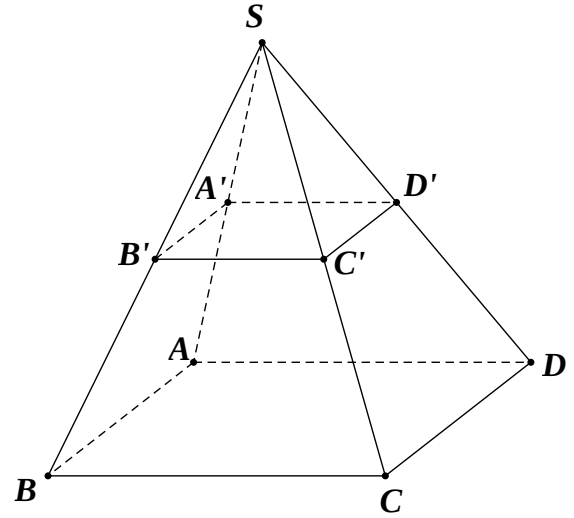
Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC và SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây.

- A.** $A'C' \parallel (SBD)$. **B.** $A'B' \parallel (SAD)$. **C.** $(A'C'D') \parallel (ABC)$. **D.** $A'C' \parallel BD$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$(A'C'D') \equiv (A'B'C'D') \parallel (ABCD) \equiv (ABC).$$



Câu 25: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$.

- A.** $y' = \cos^2 2x$. **B.** $y' = 2 \sin 4x$. **C.** $y' = 2 \cos^2 2x$. **D.** $y' = 2 \sin 2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$y' = 2 \sin 2x \cdot (\sin 2x)' = 2 \sin 2x \cdot (2x)' \cdot \cos 2x = 2 \cdot 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = 2 \sin 4x.$$

II. TỰ LUẬN.

Bài 1: (1,5 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ (C).

- a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{2}$.
 b) Giải phương trình $f'(x) = 0$.
 c) Chứng minh rằng $y + y'' = 0$.

Hướng dẫn giải

$$y' = \sqrt{3} \cos x + \sin x, y'' = -\sqrt{3} \sin x + \cos x.$$

$$a) x = \frac{\pi}{2}, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2} = \sqrt{3}, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} = 1.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{2}$ là:

$$y = 1\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{3} = x - \frac{\pi}{2} + \sqrt{3}.$$

$$b) f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} + \tan x = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$c) \text{Ta có } y + y'' = (\sqrt{3} \sin x - \cos x) + (-\sqrt{3} \sin x + \cos x) = 0 \text{ (đpcm).}$$

Bài 2: (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$.

- a) Chứng minh rằng $(SCD) \perp (SAD)$.
 b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mp (SCD) .

Hướng dẫn giải

a) Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$.

b) Vì $AB \parallel CD$ nên $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$

Kẻ $AH \perp SD$ tại $H \Rightarrow \begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{(2a)^2 + a^2}}$$

$$= \frac{2a}{\sqrt{5}} = d(B, (SCD)).$$

