

NGUYỄN THÀNH ANH – HUỲNH NGỌC THANH (đồng Chủ biên)
THỌ CHẾ QUỐC ÂN – TRỊNH TUẤN HIỀN – NGUYỄN VƯƠNG HIỂN
VÕ QUỐC HÙNG – THÁI DOÃN HÙNG – TRẦN ĐỨC NGỌC
NGUYỄN TUẤN PHÚ – NGUYỄN THỊ NHƯ QUỲNH
DƯƠNG QUANG THÁI – NGUYỄN MINH TRÍ

Kế hoạch bài dạy

môn

TOÁN

Lớp

12

Tập hai

**(Hỗ trợ giáo viên thiết kế kế hoạch bài dạy
theo sách giáo khoa Toán 12 – Bộ sách Chân trời sáng tạo)**

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Quý thầy, cô giáo thân mến!

Giáo dục Việt Nam đang chuyển mình từ dạy học định hướng nội dung sang dạy học định hướng phát triển năng lực học sinh. Từ đó, mục tiêu, nội dung, hình thức, phương pháp giảng dạy cũng như hoạt động kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của học sinh phải thay đổi. Những thay đổi trên được hướng dẫn khá cụ thể trong Phụ lục IV, Công văn số 5512/BGDĐT-GDTrH ngày 18 tháng 12 năm 2020 của Bộ Giáo dục và Đào tạo: “Khung kế hoạch bài dạy” dành cho giáo viên THCS và THPT từ năm học 2021-2022. Trong đó, mỗi hoạt động (Khởi động, Khám phá, Luyện tập, Vận dụng) bao gồm bốn yếu tố: Mục tiêu, Nội dung, Sản phẩm, Tổ chức thực hiện. Mỗi yếu tố trong bốn hoạt động đều được hướng dẫn tương đối cụ thể và khác nhau để giáo viên thuận tiện trong việc soạn bài.

Xuất phát từ nhu cầu thực tiễn, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam phối hợp với đội ngũ các chuyên gia, những thầy cô có nhiều kinh nghiệm, năng lực giảng dạy môn Toán theo định hướng phát triển năng lực học sinh để thực hiện bộ Kế hoạch bài dạy môn Toán lớp 12 – Tập hai (Hỗ trợ giáo viên thiết kế kế hoạch bài dạy theo sách giáo khoa Toán 12 – Bộ sách Chân trời sáng tạo) như một gợi ý nhằm chia sẻ, hỗ trợ thầy cô đang giảng dạy môn Toán 12 cách thức soạn một bài dạy theo định hướng phát triển năng lực học sinh.

Trong quá trình biên soạn sẽ không thể tránh khỏi sơ suất, rất mong được lắng nghe các góp ý từ quý thầy, cô để cuốn sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Trân trọng cảm ơn quý thầy, cô!

CÁC TÁC GIẢ

Mục lục

Chương IV. NGUYÊN HÀM. TÍCH PHÂN.....	5
<i>Bài 1.</i> Nguyên hàm	5
<i>Bài 2.</i> Tích phân	14
<i>Bài 3.</i> Ứng dụng hình học của tích phân	22
Bài tập cuối chương IV	30
Chương V. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU.....	36
<i>Bài 1.</i> Phương trình mặt phẳng.....	36
<i>Bài 2.</i> Phương trình đường thẳng trong không gian	49
<i>Bài 3.</i> Phương trình mặt cầu	66
Bài tập cuối chương V	70
Chương VI. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN.....	74
<i>Bài 1.</i> Xác suất có điều kiện	74
<i>Bài 2.</i> Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.....	83
Bài tập cuối chương VI	88

Bài 1.

NGUYÊN HÀM

Thời gian thực hiện: 6 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được khái niệm nguyên hàm của một hàm số.
- Giải thích được tính chất cơ bản của nguyên hàm.
- Xác định được nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp như:

$$y = x^\alpha (\alpha \neq -1); y = \frac{1}{x}; y = \sin x; y = \cos x; y = \frac{1}{\cos^2 x}; y = \frac{1}{\sin^2 x}; y = a^x; y = e^x.$$

- Tính được nguyên hàm trong những trường hợp đơn giản.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở hoạt động Khám phá (HĐKP).
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tìm nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải quyết các bài toán thực tế.
- Tư duy và lập luận toán học: vận dụng mối liên hệ giữa nguyên hàm, đạo hàm và các đại lượng vật lý để giải quyết các vấn đề thực tế.

3. Về phẩm chất

- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các hoạt động.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: SGK, SGV, kế hoạch bài dạy, ti vi, bài trình chiếu, bảng nhóm.
2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

- a) Mục tiêu: Giúp HS tiếp cận khái niệm nguyên hàm thông qua bài toán tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian t khi biết gia tốc a .

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc yêu cầu ở hoạt động Khởi động (HĐKD) và trả lời câu hỏi: làm thế nào để tính quãng đường khi biết gia tốc?

c) Sản phẩm: HS trả lời đúng câu hỏi: khi biết gia tốc có thể tìm được hàm vận tốc (gia tốc là đạo hàm của vận tốc), từ đó tìm được hàm quãng đường (vận tốc là đạo hàm của quãng đường). Từ đó dẫn đến nhu cầu tìm hàm số $F(x)$ sao cho $F'(x) = f(x)$ cho trước.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Khái niệm nguyên hàm

Hoạt động 1.1: Khám phá

1.1.1. Hoạt động Khám phá 1

a) Mục tiêu: HS tiếp cận khái niệm nguyên hàm thông qua HĐKP 1.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm: HS tìm được hàm số $F(x)$ thoả mãn yêu cầu ở HĐKP 1.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 1.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:**

Hàm số cần tìm là $F(x) = x^2$ vì $F'(x) = (x^2)' = 2x = f(x)$.

* **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 1, HS đã hình dung được khái niệm nguyên hàm.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa nguyên hàm.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn nguyên hàm của hàm số trên $\mathbb{R}$ và trên khoảng $(a; b)$.

1.1.2. Hoạt động Khám phá 2

a) Mục tiêu: HS nhận biết tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số thông qua HĐKP2.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $F'(x) = (x^3)' = 3x^2 = f(x)$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Do đó, $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

b) Với C là hằng số tùy ý, ta có $[H(x)]' = [F(x) + C]' = F'(x) + 0 = f(x)$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Vậy là nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

c) Ta có $[G(x) - F(x)]' = [G(x)]' - [F(x)]' = f(x) - f(x) = 0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Suy ra $G(x) - F(x) = C$, với C là hằng số.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS làm HĐKP 2.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 2.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi ba HS lên bảng trình bày kết quả. Các HS còn lại quan sát và đưa ra nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* Thông qua HĐKP 2, HS đã hình dung được khái niệm họ tất cả các nguyên hàm của hàm số.

– GV gọi một HS đọc định nghĩa và phần Chú ý về khái niệm vi phân.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 và rút ra các tính chất ở phần Chú ý.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS áp dụng định nghĩa nguyên hàm để chứng minh hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

c) Sản phẩm:

Với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ ta có $F'(x) = (e^{2x+1})' = (2x+1)'e^{2x+1} = 2e^{2x+1} = f(x)$. Vậy $F(x) = e^{2x+1}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2e^{2x+1}$ trên $\mathbb{R}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu một HS nhắc lại khái niệm nguyên hàm, từ đó đưa ra cách chứng minh hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Sau đó, GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện HĐTH 1.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* HS vận dụng được khái niệm nguyên hàm để chứng minh hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

2. Nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp

2.1. Nguyên hàm của hàm số lũy thừa

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được công thức tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa thông qua HĐKP 3.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 3.

c) Sản phẩm:

a) Với C là hằng số ta có $C' = 0$ nên suy ra $\int 0 dx = C$. Lại có $(x+C)' = x' + C' = 1$ suy ra $\int 1 dx = x + C$.

b) $F'(x) = \frac{1}{\alpha+1} (x^{\alpha+1})' = x^\alpha$. Suy ra $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 3, HS biết được công thức tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa.

– GV gọi một HS đọc phần Kiến thức trọng tâm (KTTT).

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, qua đó HS biết cách tính nguyên hàm của hàm căn thức bằng cách chuyển căn thức về lũy thừa.

Hoạt động 2.1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS phát triển kỹ năng tìm nguyên hàm của hàm số lũy thừa.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

a) $\int x^4 dx = \frac{1}{5} x^5 + C.$

b) $\int \frac{1}{x^3} dx = \int x^{-3} dx = \frac{1}{-2} x^{-2} + C = -\frac{1}{2x^2} + C.$

c) $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C.$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các nguyên hàm ở HĐTH 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách tính nguyên hàm của hàm số lũy thừa.

2.2. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được công thức tính nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ thông qua HĐKP 4.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 4.

c) Sản phẩm:

a) $F'(x) = (\ln |x|)' = \frac{|x|'}{|x|} = \begin{cases} \frac{x'}{x} = \frac{1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \frac{(-x)'}{-x} = \frac{-1}{-x} = \frac{1}{x} & \text{khi } x < 0 \end{cases} . \text{ Vậy } F'(x) = \frac{1}{x}, \forall x \neq 0.$

b) Từ đó suy ra $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 4, HS biết được công thức tính nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4, qua đó HS biết cách tìm một nguyên hàm cụ thể khi biết một giá trị của hàm $F(x)$ tại một điểm.

2.3. Nguyên hàm của một số hàm số lượng giác

Hoạt động 2.3.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được công thức tính nguyên hàm của một số hàm số lượng giác thông qua HĐKP 5.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 5.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $(\sin x)' = \cos x$; $(-\cos x)' = \sin x$, $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; $(-\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

b) Suy ra $\int \cos x dx = \sin x + C$; $\int \sin x dx = -\cos x + C$; $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$;
 $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện HĐKP 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 5, HS biết được công thức tính nguyên hàm của một số hàm số lượng giác.

– GV gọi một HS đọc công thức.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5, qua đó HS lưu ý sử dụng các công thức lượng giác để đưa hàm số về hàm số lượng giác cơ bản trước khi tính nguyên hàm.

Hoạt động 2.3.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Phát triển kĩ năng tìm nguyên hàm của một số hàm số lượng giác.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

c) **Sản phẩm:** Ta có $F(x) = \int \cos x \, dx = \sin x + C$.

Lại có $F(0) + F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin 0 + C + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + C = 0 \Leftrightarrow 2C + 1 = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2}$.

Vậy $F(x) = \sin x - \frac{1}{2}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tìm được hàm số $F(x)$ ở HĐTH 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách tính nguyên hàm của hàm số lượng giác.

2.4. Nguyên hàm của hàm số mũ

Hoạt động 2.4.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được công thức tính nguyên hàm của hàm số mũ thông qua HĐKP 6.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 6.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có $(e^x)' = e^x; \left(\frac{a^x}{\ln a}\right)' = \frac{a^x \cdot \ln a}{\ln a} = a^x$.

b) Suy ra $\int e^x \, dx = e^x + C; \int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \, (a > 0, a \neq 1)$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 6.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 6.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày trên bảng, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 6, HS biết được công thức tính nguyên hàm của hàm số mũ.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 6, HS áp dụng công thức tính nguyên hàm của hàm số mũ.

Hoạt động 2.4.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS phát triển kỹ năng tìm nguyên hàm của hàm số mũ.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

c) **Sản phẩm:**

a) $\int 3^x \, dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

b) Ta có $(e^{2x})' = 2e^{2x} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}e^{2x}\right)' = e^{2x}$. Do đó $\int e^{2x} \, dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.
- ❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS tìm được các nguyên hàm ở HĐTH 4.
- ❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS lên bảng trình bày các kết quả.
- ❖ *Kết luận nhận định:* HS biết cách tính nguyên hàm của hàm số mũ, GV lưu ý cách tính nguyên hàm của hàm số e^{ax} với $a \in \mathbb{R}$.

3. Tính chất cơ bản của nguyên hàm

3.1. Nguyên hàm của tích một số với một hàm số

Hoạt động 3.1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được tính chất nguyên hàm của tích một số với một hàm số.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 7.

c) Sản phẩm:

a) Vì $\left(\frac{x^3}{3}\right)' = x^2$ nên $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$; $3 \int x^2 dx = 3 \left(\frac{x^3}{3} + C\right) = x^3 + C_0$ với $C_0 = 3C$.

b) Vì $(x^3)' = 3x^2$ nên $\int 3x^2 dx = x^3 + C$.

c) Ta có $(x^3 + C)' = (x^3 + C_0)'$ nên $\int 3x^2 dx = 3 \int x^2 dx$.

d) Tổ chức thực hiện:

- ❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS làm HĐKP 7.
- ❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 7.
- ❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.
- ❖ *Kết luận nhận định:* Thông qua HĐKP 7, HS biết được tính chất nguyên hàm của tích một số với một hàm số.
 - GV gọi một HS đọc phần KTTT.
 - GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 7, HS áp dụng tính chất nguyên hàm của tích một số với một hàm số.

Hoạt động 3.1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS phát triển kỹ năng áp dụng tính chất nguyên hàm của tích một số với một hàm số.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $\int \left(-\frac{\cos x}{4}\right) dx = -\frac{1}{4} \int \cos x dx = -\frac{1}{4} \sin x + C$.

b) Ta có $(2^{2x+1})' = 2 \ln 2 \cdot 2^{2x+1} \Rightarrow \left(\frac{2^{2x+1}}{2 \ln 2}\right)' = 2^{2x+1} \Rightarrow \int 2^{2x+1} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{2^{2x+1}}{\ln 2} + C$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tìm được các nguyên hàm ở HĐTH 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng tính chất nguyên hàm của tích một số với một hàm số.

3.2. Nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số

Hoạt động 3.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được tính chất nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số thông qua HĐKP 8.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 8.

c) Sản phẩm:

a) Ta có $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$, $\int 2x dx = x^2 + C$, suy ra $\int x^2 dx + \int 2x dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + C_0$, với $C_0 = 2C$.

b) Vì $\left(\frac{x^3}{3} + x^2\right)' = x^2 + 2x$ nên $\int (x^2 + 2x) dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + C$.

c) Ta có $\left(\frac{x^3}{3} + x^2 + C\right)' = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + C_0\right)'$ nên $\int (x^2 + 2x) dx = \int x^2 dx + \int 2x dx$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 8.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 8.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 8, HS biết được tính chất nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 8, HS áp dụng tính chất nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số.

Hoạt động 3.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số, vận dụng giải quyết bài toán thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 6, HĐTH 7.

c) Sản phẩm:

• Hoạt động Thực hành 6:

a) Ta có $\int \left(3x^3 + \frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}\right) dx = 3 \int x^3 dx + 2 \int x^{-\frac{3}{5}} dx = 3 \cdot \frac{x^4}{4} + 2 \cdot \frac{x^{\frac{2}{5}}}{\frac{2}{5}} + C = \frac{3}{4}x^4 + 5\sqrt[5]{x^2} + C$.

b) Ta có $\int \left(\frac{3}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = 3 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int \left(-\frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = 3 \tan x + \cot x + C$.

• Hoạt động Thực hành 7

Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được tại thời điểm t (giây).

Ta có $s(t) = \int v(t) dt = \int (19 - 2t) dt = 19t - t^2 + C$.

Tại thời điểm đạp phanh thì $s = 0$ và $t = 0$ nên ta có $0 = 19 \cdot 0 - 0^2 + C \Leftrightarrow C = 0$.

Do đó ta có $s(t) = 19t - t^2$.

Quãng đường ô tô đi được sau 1 giây là $s(1) = 19 \cdot 1 - 1^2 = 18$ mét.

Quãng đường ô tô đi được sau 2 giây là $s(2) = 19 \cdot 2 - 2^2 = 34$ mét.

Quãng đường ô tô đi được sau 3 giây là $s(3) = 19 \cdot 3 - 3^2 = 48$ mét.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 6, HĐTH 7.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS tìm được các nguyên hàm ở HĐTH 6, HĐTH 7.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ *Kết luận nhận định:* HS biết cách áp dụng tính chất nguyên hàm của tổng, hiệu hai hàm số và vận dụng giải quyết bài toán thực tế.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại khái niệm nguyên hàm, họ nguyên hàm của hàm số, các công thức tính nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp, các tính chất của nguyên hàm.

– Xem lại các công thức biến đổi hàm số lũy thừa, hàm số lượng giác để đưa về các hàm số cơ bản và áp dụng công thức tính nguyên hàm.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

– Chuẩn bị bài mới “**Tích phân**”.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)

I. MỤC TIÊU**1. Về kiến thức**

- Nhận biết được định nghĩa và các tính chất của tích phân.
- Tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản.
- Vận dụng được tích phân để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực**2.1. Năng lực chung:**

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tiếp cận định nghĩa tích phân bằng việc tính diện tích hình thang cong.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải quyết các bài toán thực tế.
- Tư duy và lập luận toán học: vận dụng định nghĩa và tính chất của tích phân để giải quyết các vấn đề thực tế.

3. Về phẩm chất

- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: SGK, SGV, kế hoạch bài dạy, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC**A. KHỞI ĐỘNG****Hoạt động: Khởi động**

a) Mục tiêu: Giúp HS tiếp cận khái niệm tích phân thông qua bài toán tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian xe hãm phanh đến lúc dừng hẳn.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐKD.

c) Sản phẩm: Xe dừng hẳn lúc $t = 4$, từ đó rút ra quãng đường cần tính là $s(4) - s(0)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Diện tích hình thang cong

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS tiếp cận vấn đề tính diện tích hình thang cong thông qua HĐKP 1.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1.

c) **Sản phẩm:**

a) $S(3) = \frac{(2+4) \cdot 2}{2} = 6.$

b) $S(x) = \frac{(2+x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+3)(x-1)}{2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{2}$ với mỗi $x \geq 1.$

c) Ta có $S'(x) = \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{2} \right)' = \frac{2x + 2}{2} = x + 1 = f(x).$

Suy ra $S(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[1; +\infty).$

d) Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (x+1)dx = \frac{x^2}{2} + x + C.$

Ta có $F(3) - F(1) = \left(\frac{3^2}{2} + 3 + C \right) - \left(\frac{1^2}{2} + 1 + C \right) = 6 = S(3).$ Suy ra $S(3) = F(3) - F(1).$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 1.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 1, HS đã hình dung được cách tính diện tích hình thang cong.

– GV gọi một HS đọc cách tính diện tích hình thang cong.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tính diện tích hình thang cong bằng nguyên hàm.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng phương pháp tính diện tích hình thang cong để tính một diện tích cụ thể.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1.

c) **Sản phẩm:**

Hàm số $y = e^x$ liên tục, dương trên đoạn $[0;1]$ và có một nguyên hàm là $F(x) = e^x.$

Diện tích hình thang cong cần tìm là $S = F(1) - F(0) = e^1 - e^0 = e - 1.$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu 1 HS nhắc lại phương pháp tính diện tích hình thang cong.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện HĐTH 1.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* HS áp dụng phương pháp tính diện tích hình thang cong để tính một diện tích cụ thể.

2. Khái niệm tích phân

Hoạt động 2.1. Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được khái niệm tích phân thông qua HĐKP 2.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

Ta chọn $F(x) = x^2 - x + 1$ và $G(x) = x^2 - x + 2$.

Ta có $F(3) - F(0) = 7 - 1 = 6$; $G(3) - G(0) = 8 - 2 = 6$, suy ra $F(3) - F(0) = G(3) - G(0)$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS làm HĐKP 2.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 2.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* Thông qua HĐKP 2, HS biết được khái niệm tích phân.

– GV gọi một HS đọc khái niệm và phân chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 và Ví dụ 3, qua đó HS ứng dụng tích phân để giải quyết các bài toán thực tế.

Hoạt động 2.2. Thực hành

a) Mục tiêu: Phát triển kỹ năng tính tích phân.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

a) $\int_1^3 2x \, dx = x^2 \Big|_1^3 = (3^2 - 1^2) = 8.$

b) $\int_0^\pi \sin t \, dt = -\cos t \Big|_0^\pi = \cos 0 - \cos \pi = 2.$

c) $\int_0^{\ln 2} e^u \, du = e^u \Big|_0^{\ln 2} = e^{\ln 2} - e^0 = 1.$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS tính được các tích phân ở HĐTH 2.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ *Kết luận nhận định:* HS phát triển kỹ năng tính tích phân.

Hoạt động 2.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS biết áp dụng tích phân để giải quyết bài toán thực tế thông qua HĐVD 1.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

c) **Sản phẩm:**

a) Quãng đường xe đi được sau 5 giây, sau 10 giây tương ứng là

$$s(5) - s(0) = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (2t - 0,03t^2) dt = \left(t^2 - 0,03 \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^5 = 23,75 \text{ (m)}.$$

$$s(10) - s(0) = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (2t - 0,03t^2) dt = \left(t^2 - 0,03 \frac{t^3}{3} \right) \Big|_0^{10} = 90 \text{ (m)}.$$

$$b) v_{tb} = \frac{1}{10-0} \int_0^{10} v(t) dt = \frac{90}{10} = 9 \text{ (m/s)}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐVD 1.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐVD 1, HS áp dụng được tích phân để giải quyết bài toán thực tế.

3. Tính chất của tích phân

3.1. Tính chất 1

Hoạt động 3.1.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được tính chất tích phân của tích một số với một hàm số thông qua HĐKP 3.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 3.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có $F(x) = x^6$ nên $I = F(2) - F(0) = 2^6 = 64$.

$$b) J = \frac{x^6}{6} \Big|_0^6 = \frac{2^6}{6} = \frac{64}{6}$$

c) Ta có $I = 6J$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi 1 HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 3, HS biết được tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4, HS áp dụng tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

Hoạt động 3.1.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \int_{-1}^1 4x^7 dx = 4 \int_{-1}^1 x^7 dx = 4 \cdot \frac{x^8}{8} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{2} (1^8 - (-1)^8) = 0.$$

$$b) \int_{-2}^{-1} -\frac{3}{10x} dx = -\frac{3}{10} \int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} dx = -\frac{3}{10} \cdot \ln |x| \Big|_{-2}^{-1} = -\frac{3}{10} (\ln 1 - \ln 2) = \frac{3}{10} \ln 2.$$

$$c) \int_0^2 \frac{5^{x-1}}{2} dx = \int_0^2 5^x \cdot \frac{1}{10} dx = \frac{1}{10} \int_0^2 5^x dx = \frac{1}{10} \cdot \frac{5^x}{\ln 5} \Big|_0^2 = \frac{1}{10 \ln 5} (25 - 1) = \frac{12}{5 \ln 5}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng tính chất tích phân của tích một số với một hàm số.

3.2. Tính chất 2

Hoạt động 3.2.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số thông qua HĐKP 4.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 4.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \text{Ta có } F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x, \text{ suy ra } \int_0^1 (x^2 + e^x) dx = F(1) - F(0) = e - \frac{2}{3}.$$

$$b) \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 e^x dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + e^x \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + e - 1 = e - \frac{2}{3}.$$

$$c) \text{Ta có } \int_0^1 (x^2 + e^x) dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 e^x dx.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 4, HS biết được tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

– GV gọi một HS đọc công thức.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 và Ví dụ 6, HS áp dụng tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

Hoạt động 3.2.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \int_1^2 \frac{x-1}{x^2} dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \ln x \Big|_1^2 + \frac{1}{x} \Big|_1^2 = \ln 2 - \frac{1}{2}.$$

$$b) \int_0^\pi \left(1 + 2 \sin^2 \frac{x}{2} \right) dx = \int_0^\pi (1 + 1 - \cos 2x) dx = \int_0^\pi 2 dx - \int_0^\pi \cos 2x dx = 2\pi - 0 = 2\pi.$$

$$c) \int_{-2}^1 (x-2)^2 dx + \int_{-2}^1 (4x-x^2) dx = \int_{-2}^1 \left[(x-2)^2 + (4x-x^2) \right] dx = \int_{-2}^1 4 dx = 4x \Big|_{-2}^1 = 12.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng tính chất tích phân của tổng, hiệu hai hàm số.

Hoạt động 3.2.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.

c) **Sản phẩm:**

Ta có $P(0) = -25$.

$$\begin{aligned} P(90) - P(0) &= \int_0^{90} P'(x) dx = \int_0^{90} (16 - 0,02x) dx = 16 \int_0^{90} dx - 0,02 \int_0^{90} x dx \\ &= 16x \Big|_0^{90} - 0,01x^2 \Big|_0^{90} = 1359. \end{aligned}$$

Suy ra $P(90) = P(0) + 1359 = -25 + 1359 = 1334$ (triệu đồng).

Vậy lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 90 tấn sản phẩm trong tuần là 1334 triệu đồng.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS trả lời được câu hỏi ở HĐVD 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng các tính chất của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

3.3. Tính chất 3

Hoạt động 3.3.1. Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS biết được tính chất 3 của tích phân thông qua HĐKP 5.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 5.

c) **Sản phẩm:**

$$\text{Ta có } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 2x dx = x^2 \Big|_0^2 = 4.$$

$$\int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = x^2 \Big|_0^1 + x^2 \Big|_1^2 = 1 + 3 = 4.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm HĐKP 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện và trả lời được câu hỏi ở HĐKP 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua HĐKP 5, HS biết được tính chất 3 của tích phân.

– GV gọi một HS đọc công thức.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 7 và Ví dụ 8, HS áp dụng tính chất 3 của tích phân.

Hoạt động 3.3.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất 3 của tích phân.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

c) **Sản phẩm:**

$$\text{a) } \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (4x^3 - 5)dx - \int_{\frac{1}{2}}^1 (4x^3 - 5)dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (4x^3 - 5)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (4x^3 - 5)dx = \int_{-1}^1 (4x^3 - 5)dx = -10.$$

$$\text{b) } \int_0^3 |x-1| dx = \int_0^1 (1-x)dx + \int_1^3 (x-1)dx = \left(x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 = \frac{5}{2}.$$

$$\text{c) } \int_0^{\pi} |\cos x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = 2.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng tính chất 3 của tích phân.

3.3.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Phát triển kỹ năng áp dụng tính chất 3 của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 3.

c) **Sản phẩm:**

Quãng đường ca nô di chuyển được trong khoảng thời gian từ 0 đến 20 phút là

$$\int_0^{20} v(t)dt = \int_0^2 0,5t dt + \int_2^{15} 1 dt + \int_{15}^{20} (4 - 0,2t) dt = 16,5 \text{ (km)}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS trả lời được câu hỏi ở HĐVD 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết cách áp dụng các tính chất 3 của tích phân để giải quyết vấn đề thực tế.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại khái niệm diện tích hình thang cong, tích phân, các tính chất của tích phân.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Chuẩn bị bài mới “**Ứng dụng hình học của tích phân**”.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

– Sử dụng được tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích hình khối và giải quyết được những bài toán liên quan đến thực tiễn.

– Dựa vào tích phân chứng minh được các công thức thể tích các khối hình cơ bản quen thuộc đã biết.

– Hiểu rõ và khắc sâu diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng quanh trục Ox từ đồ thị, từ hàm số cho trước.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

– Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.

– Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua các HĐKP, HĐTH, HĐVD ứng dụng các kiến thức để giải quyết vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

– Giải quyết vấn đề toán học: giải bài toán thực tế về việc tính thể tích nước của bình khi biết diện tích tiết diện, khắc sâu và hiểu được các công thức thể tích khối hình cơ bản đã biết, tính được diện tích, thể tích của các hình, khối hình khi cho hàm số, đồ thị.

– Tư duy và lập luận toán học: sử dụng thành thạo các quy tắc, công thức tính tích phân, công thức tính thể tích khối hình phẳng tạo thành khi quay một hình phẳng quanh trục Ox . Thực hiện các HĐTH.

3. Về phẩm chất

– Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các công thức, quy tắc tính tích phân, tham gia tốt hoạt động nhóm.

– Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Gợi mở kết nối HS vào bài Ứng dụng hình học của tích phân thông qua công thức đã biết về thể tích khối cầu.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình, đọc yêu cầu và thực hiện HĐKD.

c) Sản phẩm: HS sẽ dùng chất lỏng, chất khí để đo thể tích của khối cầu (quả bóng nhựa) đã biết trước bán kính R . Kiểm chứng bằng thực nghiệm lượng nước (lượng chất khí) khi bơm đầy (căng) quả bóng nhựa. So sánh với công thức $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. Vấn đề đặt ra lúc này

là dùng công cụ tích phân chúng ta sẽ hiểu được tại sao có công thức thể tích khối cầu. Đó chính là ứng dụng hình học của tích phân.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Tính diện tích hình phẳng

1.1. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của một hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$

Hoạt động 1.1.1 Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết được mối quan hệ tích phân và diện tích hình phẳng. Công thức tính diện tích hình phẳng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

$$a) S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9; \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 (6-2x) dx = (6x-x^2) \Big|_0^3 = 9. \text{ Vậy } S_1 = \int_0^3 f(x) dx.$$

Chú ý: Trên $[0;3]$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ *phía trên* trục Ox .

$$b) S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4; \int_3^5 f(x) dx = \int_3^5 (6-2x) dx = (6x-x^2) \Big|_3^5 = -4.$$

$$\text{Vậy } S_2 = 4 > 0 > \int_3^5 f(x) dx.$$

Chú ý: Trên $[3;5]$ đồ thị hàm số $y = f(x)$ *phía dưới* trục Ox .

$$\begin{aligned} c) \int_0^5 |f(x)| dx &= \int_0^3 |6-2x| dx = \int_0^3 (6-2x) dx + \int_3^5 (2x-6) dx \\ &= (6x-x^2) \Big|_0^3 + (x^2-6x) \Big|_3^5 = 13. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S_1 + S_2 = 13 = \int_0^5 |f(x)| dx.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích tam giác, công thức tính tích phân, tính tích phân của hàm số chứa giá trị tuyệt đối. Từ đó nêu công thức tính diện tích hình phẳng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã hình dung được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2.

Hoạt động 1.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS áp dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 1, HĐTH2.

c) Sản phẩm:

Diện tích hình phẳng:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 |2x - x^2| dx = \int_0^2 |2x - x^2| dx + \int_2^3 |2x - x^2| dx = \left| \int_0^2 (2x - x^2) dx \right| + \left| \int_2^3 (2x - x^2) dx \right| \\ &= \left| \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^3 \right| = \left| \frac{4}{3} \right| + \left| 0 - \frac{4}{3} \right| = \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng: } S = \int_0^{\pi} |\cos x - 2| dx = \left| \int_0^{\pi} (\cos x - 2) dx \right| = \left| (\sin x - 2x) \Big|_0^{\pi} \right| = |-2\pi| = 2\pi.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích hình phẳng trong nội dung KTTT vừa học. Chú ý nghiệm $f(x) = 0$ trong biểu thức

$$S = \int_a^b |f(x)| dx \text{ để đưa đến công thức } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã thực hành được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , hai đường thẳng $x = a, x = b$.

1.2. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$

Hoạt động 1.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS biết và tính được hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số và đường thẳng $x = a, x = b$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 2.

c) Sản phẩm:

$$a) S_1 = \int_0^2 |4x - x^2| d(x) = \left| \int_0^2 (4x - x^2) d(x) \right| = \left| \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 \right| = \frac{16}{3}.$$

b) Diện tích $S = S_1 - S_2$, Với S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d , trục Ox , hai đường thẳng $x = 0, x = 2$. Chú ý đồ thị của (P) và d lúc này đều nằm phía trên trục Ox trên đoạn $[0; 2]$.

$$\text{Vậy } S = S_1 - S_2 = \int_0^2 (4x - x^2) dx - \int_0^2 x dx = \int_0^2 [(4x - x^2) - x] dx = \frac{10}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành Ox , và hai đường thẳng $x = a, x = b$ đã học, chú ý đồ thị hàm số trong đoạn lấy tích phân phía trên hay phía dưới trục Ox .

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã hình dung được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

– GV gọi một HS đọc nội dung KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4.

Hoạt động 1.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS áp dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 3, HĐTH 4.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 3

Diện tích hình phẳng

$$\begin{aligned} S &= \int_1^4 |(x^2 - 2x - 1) - (x - 1)| dx = \int_1^4 |x^2 - 3x| dx = \left| \int_1^3 (x^2 - 3x) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^2 - 3x) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_1^3 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 \right) \Big|_3^4 \right| = \left| -\frac{9}{2} - \left(-\frac{7}{6} \right) \right| + \left| -\frac{8}{3} - \left(-\frac{9}{2} \right) \right| = \frac{31}{6}. \end{aligned}$$

Hoạt động Thực hành 4

Diện tích hình phẳng

$$S = \int_0^2 |(5x - x^2) - (x^2 - x)| dx = \int_0^2 |-2x^2 + 4x| dx = \left| \int_0^2 (-2x^2 + 4x) dx \right| = \left| \left(-\frac{2x^3}{3} + 2x^2 \right) \right|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại công thức diện tích hình phẳng trong nội dung KTTT vừa học. Nhắc lại cách xác định một Parabol theo các dữ kiện cho trước. Chú ý nghiệm $f(x) = 0$ trong biểu thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$ để đưa đến công thức

$$S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát, thảo luận và thực hiện các yêu cầu của GV.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày bảng phụ và nhận xét

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả làm được, HS đã thực hành và vận dụng được công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

Hoạt động 1.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng tích phân vào giải bài toán thực tế liên quan đến tính diện tích hình phẳng, trong đó cần mô hình hoá (lập phương trình parabol).

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

c) Sản phẩm:

Chọn hệ trục Oxy có trục hoành dọc chân cửa hầm, trục tung đi qua đỉnh của hầm. Gọi phương trình parabol (P) $y = 6 - ax^2$ ($a > 0$).

Hoành độ giao điểm của parabol và trục hoành là $x = \sqrt{\frac{6}{a}}$ và $x = -\sqrt{\frac{6}{a}}$.

Đáy hầm rộng 6 m nên $2\sqrt{\frac{6}{a}} = 6$. Suy ra $a = \frac{2}{3}$. Từ đó, phương trình của parabol là

$$y = 6 - \frac{2}{3}x^2.$$

Vậy diện tích cửa hầm là $S = \int_{-3}^3 \left(6 - \frac{2}{3}x^2 \right) dx = \left(6x - \frac{2x^3}{9} \right) \Big|_{-3}^3 = 24 \text{ (m}^2\text{)}.$

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐVD 1.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS vận dụng tích phân vào giải bài toán thực tế liên quan đến tính diện tích hình phẳng.

2. Tính thể tích hình khối

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Ứng dụng tích phân để hiểu và khắc sâu các công thức thể tích khối hình cơ bản quen thuộc đã biết.

b) **Nội dung:** GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐKP3.

c) **Sản phẩm:**

$$a) \frac{A'B'}{AB} = \frac{x}{h} \Rightarrow A'B' = \frac{xa}{h}; S(x) = \frac{x^2 a^2}{h^2}.$$

$$b) \int_0^h S(x) d(x) = \int_0^h \frac{x^2 a^2}{h^2} d(x) = \frac{a^2}{h^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} a^2 h. \text{ Vậy } \int_0^h S(x) d(x) = \frac{1}{3} a^2 h = V_{O.ABCD}.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ các nhóm hoàn thành độc lập HĐKP3a, HĐKP3b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được HĐKP3. Thông qua đó, HS nắm được công thức tính thể tích vật thể qua diện tích mặt cắt.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5.

Hoạt động 2.2.1: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành sử dụng tích phân để tính thể tích hình khối trong trường hợp đơn giản (dễ dàng tính diện tích các thiết diện).

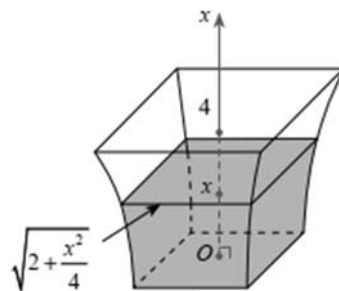
b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc yêu cầu của HĐTH 5 và thực hiện yêu cầu.

c) **Sản phẩm:** Đặt trục Ox thẳng đứng, có gốc O nằm trên mặt phẳng chứa đáy của bình như hình bên. Mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x ($0 \leq x \leq 4$) cắt bình theo mặt cắt là hình vuông có diện tích

$$S(x) = \left(\sqrt{2 + \frac{x^2}{4}} \right)^2 = 2 + \frac{x^2}{4} \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Dung tích của bình:

$$V = \int_0^4 S(x) d(x) = \int_0^4 \left(2 + \frac{x^2}{4} \right) d(x) = \left(2x + \frac{x^3}{12} \right) \Big|_0^4 = \frac{40}{3} \text{ (dm}^3\text{)}.$$



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thực hiện HĐTH 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS sử dụng tích phân để tính thể tích hình khối trong trường hợp đơn giản. Chú ý mặt cắt là hình vuông có cạnh $\sqrt{2 + \frac{x^2}{4}}$. Chọn trục Ox song song với đường cao của bình sao cho mặt đáy của bình và thiết diện miệng bình nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với Ox tại $x = 0$ và $x = 4$.

2.2. Thể tích khối tròn xoay

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Thông qua bài toán tính thể tích của khối nón bằng cách sử dụng tích phân, HS trải nghiệm và khám phá công thức tích phân tính thể tích khối tròn xoay.

b) Nội dung: GV chia nhóm và yêu cầu HS thực hiện HĐKP 4.

c) Sản phẩm:

a) Cắt khối nón N bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 4$) thì mặt cắt là một hình tròn có bán kính $r = \frac{1}{2}x = f(x)$. Khi đó diện tích của mặt

cắt $S(x) = \pi r^2 = \pi \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \pi (f(x))^2$.

b) $\int_0^4 S(x) dx = \int_0^4 \pi \left(\frac{1}{2}x\right)^2 dx = \frac{\pi}{4} (x^2) \Big|_0^4 = \frac{16\pi}{3}$. Vậy thể tích khối nón $V_N = \frac{16\pi}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành bốn nhóm tương ứng bốn tổ các nhóm hoàn thành HĐKP 4. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào bảng phụ.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ lên bảng, đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được HĐKP4. Thông qua đó, HS nắm được công thức tính thể tích khối tròn xoay D với D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ với $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 6.

Hoạt động 2.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Thực hành công thức tính thể tích khối tròn xoay D với D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ với $y = f(x)$ liên tục và không âm trên $[a; b]$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc yêu cầu HĐTH 6 và thực hiện yêu cầu.

c) Sản phẩm: Thể tích khối tròn xoay

$$V = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \pi \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx = \pi \left(x + 2 \ln x - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^2 = \left(\frac{3}{2} + 2 \ln 2\right) \pi.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính được các tích phân ở HĐTH 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** HS thực hành tính thể tích khối tròn xoay. Chú ý khai triển hằng đẳng thức, các công thức nguyên hàm cơ bản.

Hoạt động 2.5: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng ứng dụng tích phân để hiểu và khắc sâu công thức thể tích khối nón có chiều cao h , bán kính đáy r cho trước.

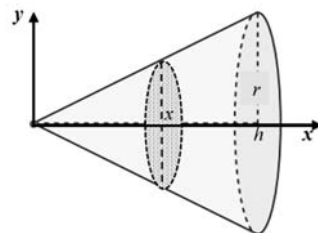
b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc HĐVD 2 và trả lời câu hỏi trong đề bài.

c) Sản phẩm:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Cắt khối nón bởi mặt phẳng vuông góc Ox tại hoành độ x

($0 \leq x \leq h$) thì mặt cắt là một hình tròn có bán kính $r' = \frac{r}{h}x$.



Thể tích khối nón:

$$V = \int_0^h S(x) dx = \int_0^h \pi \left(\frac{r}{h}x\right)^2 dx = \frac{\pi r^2}{h^2} (x^2) \Big|_0^h = \frac{\pi r^2 h}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS chọn hệ trục tọa độ sao cho dễ tính diện tích thiết diện. Chú ý định lý Thales để tìm bán kính đường tròn thiết diện.

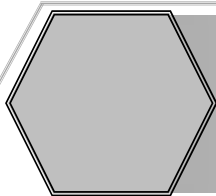
❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hiểu yêu cầu và hoàn thành HĐVD2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS trình bày quan điểm cá nhân, giải thích từng câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết tốt các vấn đề, qua đó hình vận dụng và khắc sâu công thức tính thể tích khối nón cho trước bán kính và chiều cao.

C. NHIỆM VỤ

- Thực hiện các bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.
- Chuẩn bị bài mới “**Bài tập cuối chương IV**”.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IV

Thời gian thực hiện: 4 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập và củng cố về:

- Khái niệm và tính chất cơ bản của nguyên hàm.
- Xác định nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp; tính được nguyên hàm trong những trường hợp đơn giản.
- Khái niệm và các tính chất của tích phân; tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản.
- Sử dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích hình khối và giải quyết những bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương IV ở nhà.
- Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: Tìm được nguyên hàm các hàm số cơ bản, tính được tích phân. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng, thể tích khối tròn xoay.
- Mô hình hoá toán học: Sử dụng tích phân để giải một số bài toán thực tế (Vật lí, Địa lí, ...).

3. Về phẩm chất

- Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: SGK, SGV, kế hoạch bài dạy phiếu học tập, bảng nhóm.
2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1.1: Câu hỏi thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương IV và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) **Nội dung:** Câu hỏi trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

c) **Sản phẩm:** Đáp án trắc nghiệm: 1. C; 2. B; 3. A; 4. A; 5. A; 6. A; 7. C; 8. B; 9. B.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS nhắc lại các công thức nguyên hàm, công thức tích phân, diện tích hình phẳng. Sau đó yêu cầu HS đọc đề và trả lời các câu trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoàn thành yêu cầu rồi tiến hành đọc đề và giải các câu trắc nghiệm 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dựa trên các kiến thức về: công thức nguyên hàm cơ bản, tính chất nguyên hàm, hằng đẳng thức để giải câu 1, câu 2, câu 3, câu 4, câu 5; Tính chất tích phân, cách xác định khử dấu hàm số trong giá trị tuyệt đối, công thức tính diện tích hình phẳng để giải câu 6, câu 7, câu 8, câu 9.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân, đứng tại chỗ phát biểu đáp án câu 1, 2, 3, 5 và lên bảng trình bày câu 4, 6, 7, 8, 9. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các công thức nguyên hàm cơ bản, tính chất nguyên hàm, công thức tích phân, tính chất tích phân, công thức diện tích hình phẳng.

Hoạt động 1.2: Câu hỏi vận dụng

a) **Mục tiêu:** Vận dụng kiến thức tích phân để giải quyết bài toán thực tế trong vật lý và vận dụng thành thạo công thức tính diện tích, tính thể tích.

b) **Nội dung:** Câu hỏi trắc nghiệm 10, 11, 12.

c) **Sản phẩm:** Đáp án trắc nghiệm: 10. C; 11. D; 12. A.

10. Từ hình vẽ ta có:
$$v(t) = \begin{cases} \frac{5}{4}t, & 0 \leq t \leq 8, \\ 10, & 8 \leq t \leq 30, \\ -t + 40, & 30 \leq t \leq 40. \end{cases}$$

Quãng đường ca nô đi được trong khoảng thời gian 40 giây là

$$S = \int_0^8 \frac{5}{4}t dt + \int_8^{30} 10 dt + \int_{30}^{40} (-t + 40) dt = 310$$

Chú ý: Quãng đường lúc này cũng chính là diện tích hình thang tương ứng.

11. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox bằng

$$V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x+1})^2 dx = \pi \int_0^2 (x+1) dx = 4\pi.$$

12. Từ đồ thị ta có

$$\begin{aligned} 5 &= S_A + S_B = \int_0^2 |f'(x)| dx + \int_2^5 |f'(x)| dx = \int_0^2 f'(x) dx - \int_2^5 f'(x) dx \\ &= f(2) - f(0) - (f(5) - f(2)) = 2f(2) - f(0) - f(5). \end{aligned}$$

$$\text{Lại có } 2 = S_A = \int_0^2 f'(x) dx = f(2) - f(0) \Rightarrow f(2) = 6.$$

$$\text{Vậy } f(5) = 2f(2) - f(0) - 5 = 3.$$

Chú ý: Giá trị tích phân không phải lúc nào cũng là diện tích hình phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và trình bày lời giải câu hỏi trắc nghiệm vận dụng 10, 11, 12.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và vận dụng công thức, vận dụng tính chất tích phân, vận dụng tích phân trong bài toán thực tế vật lý để giải.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Để giải các bài toán vận dụng thực tế, vận dụng đồ thị cần đọc kĩ, phân tích đề và tìm ra mối liên hệ giữa bài toán với kiến thức toán học cần sử dụng, từ đó đưa ra cách giải phù hợp.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2.1: Bài tập thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố lại các kiến thức về công thức nguyên hàm, công thức tích phân các hàm số cơ bản; ứng dụng tích phân để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

b) Nội dung: Bài tập tự luận 13, 14, 15, 16, 17.

c) Sản phẩm:

13.

$$\begin{aligned} \text{a) } \int \left[4(2-3x)^2 - 3\cos x \right] dx &= 4 \int (4-12x+9x^2) dx - 3 \int \cos x dx \\ &= 16x - 24x^2 + 12x^3 - 3\sin x + C. \end{aligned}$$

$$\text{b) } \int \left(3x^3 - \frac{1}{2x^3} \right) dx = \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{2} \int x^{-3} dx = \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{-2} x^{-2} + C = \frac{3}{4}x^4 + \frac{1}{4x^2} + C.$$

$$\text{c) } \int \left(\frac{2}{\sin^2 x} - \frac{1}{3\cos^2 x} \right) dx = 2 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx - \frac{1}{3} \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -2 \cot x - \frac{1}{3} \tan x + C.$$

$$\text{d) } \int (3^{2x-2} + 4\cos x) dx = \frac{1}{9} \int 9^x dx + 4 \int \cos x dx = \frac{9^x}{9 \ln 9} + 4 \sin x + C.$$

$$\begin{aligned} \text{e) } \int \left(4\sqrt[5]{x^4} + \frac{3}{\sqrt{x^3}} \right) dx &= 4 \int x^{\frac{4}{5}} dx + 3 \int x^{-\frac{3}{2}} dx \\ &= 4 \cdot \frac{1}{\frac{4}{5}+1} x^{\frac{9}{5}} + 3 \cdot \frac{1}{-\frac{3}{2}+1} x^{-\frac{1}{2}} + C = \frac{20}{9} \sqrt[5]{x^9} - \frac{6}{\sqrt{x}} + C. \end{aligned}$$

$$\text{g) } \int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx = \int (1 - \sin x) dx = \int dx - \int \sin x dx = x + \cos x + C.$$

$$\text{14. Ta có: } F'(x) = \left(\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \right)' = \frac{(x + \sqrt{x^2 + 1})'}{(x + \sqrt{x^2 + 1})}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1 + \frac{(\sqrt{x^2+1})'}{2\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x + \sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = f(x). \end{aligned}$$

Vậy $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C.$

15. Ta có: $f'(x) = (x^2 \ln x)' = (x^2)' \ln x + x^2 (\ln x)' = 2x \ln x + x.$

Suy ra: $g(x) = x \ln x = \frac{f'(x) - x}{2}.$

Vậy $\int g(x) dx = \int \frac{f'(x) - x}{2} dx = \frac{1}{2} \int (f'(x) - x) dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C.$

16. a) $\int_0^1 (4x^3 + x) dx = x^4 \Big|_0^1 + \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^1 = (1-0) + \left(\frac{1}{2} - 0\right) = \frac{3}{2}.$

b) $\int_1^2 \frac{x-2}{x^2} dx = \int_1^2 \frac{1}{x} dx - 2 \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \ln x \Big|_1^2 + \frac{2}{x} \Big|_1^2 = (\ln 2 - \ln 1) + \left(\frac{2}{2} - \frac{2}{1}\right) = \ln 2 - 1.$

c) $\int_0^4 2^{2x} dx = \int_0^4 4^x dx = \frac{4^x}{\ln 4} \Big|_0^4 = \frac{4^4}{\ln 4} - \frac{4^0}{\ln 4} = \frac{255}{\ln 4}.$

d) $\begin{aligned} \int_1^2 (e^{x-1} + 2^{x+1}) dx &= \frac{1}{e} \int_1^2 e^x dx + 2 \int_1^2 2^x dx = \frac{1}{e} e^x \Big|_1^2 + \frac{2 \cdot 2^x}{\ln 2} \Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{e} (e^2 - e) + \left(\frac{2 \cdot 2^2}{\ln 2} - \frac{2 \cdot 2^1}{\ln 2} \right) = e + \frac{4}{\ln 2} - 1. \end{aligned}$

17. a) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} = -\cot \frac{\pi}{4} + \cot \frac{\pi}{6} = -1 + \sqrt{3}.$

b) $\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan x) \cos x dx &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + \sin x) dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \left(\sin \frac{\pi}{4} - \sin 0 \right) - \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos 0 \right) = 1. \end{aligned}$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trình bày các bài tập tự luận 13, 14, 15, 16, 17.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và giải các bài tập tự luận dựa trên các kiến thức về: nguyên hàm, tích phân đã được học.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về công thức nguyên hàm, tính chất nguyên hàm, công thức tích phân, tính chất tích phân của các hàm số sơ cấp cơ bản; đồng thời nhắc nhở HS những lập luận cần thiết khi trình bày tự luận.

Hoạt động 2.2: Bài tập vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS vận dụng kết hợp các kiến thức về các công thức nguyên hàm, tính chất nguyên hàm, công thức tích phân, tính chất tích phân của các hàm số sơ cấp cơ bản; đồng thời sử dụng các kiến thức đó vào giải các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Bài tập tự luận 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25.

c) Sản phẩm:

18. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 5$ được tính theo công thức $S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (3t + 4) dt = \left(\frac{3}{2}t^2 + 4t \right) \Big|_0^5 = \frac{115}{2}$.

19. Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 3 dt = 3t + C$. $v_0 = 1 \Rightarrow C = 1; v(t) = 3t + 1$.

Vậy sau 10 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc tốc độ (vận tốc) của chất điểm là

$$v(10) = 3 \cdot 10 + 1 = 31 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

20. a) Tại thời điểm năm 2015 tương ứng $t = 0$, tại thời điểm 2020 tương ứng $t = 5$. Do đó ta có:

$$P(5) = -P(0) = 20 \int_0^5 (1,106)^t dt = 20 \cdot \frac{(1,106)^t}{\ln 1,106} \Big|_0^5 = 130,008.$$

Vậy số dân của thành phố đầu năm 2020 là $P(5) = P(0) + 130,008 \approx 1138$ nghìn người.

b) Tốc độ tăng dân số trung bình hàng năm của thành phố giai đoạn từ đầu năm 2015 đến đầu năm 2020 là $\frac{1}{5-0} \cdot \int_0^5 20(1,106)^t dt = 26$ nghìn người

21. a) Quãng đường $s(t)$ vật di chuyển được sau thời gian t giây (trong khoảng thời gian vật đang rơi):

$$s(t) = \int v(t) dt = \int 10t dt = 5t^2 + C; s(0) = 0 \Rightarrow C = 0; s(t) = 5t^2 \text{ (m)}.$$

Vật rơi từ độ cao 100m nên $s(t) \leq 100$, suy ra $0 \leq t \leq 2\sqrt{5}$.

Vậy sau khi vật rơi được t giây ($0 \leq t \leq 2\sqrt{5}$) thì vật có quãng đường $s(t) = 5t^2$ (m).

b) Sau $2\sqrt{5} \approx 4,5$ giây thì vật chạm đất. Tốc độ rơi trung bình của vật là $\frac{100}{2\sqrt{5}-0} \approx 22,36$ (m/s).

$$22. S_1 = \int_0^3 (-x^2 + 4x - x) dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \frac{9}{2}.$$

$$S_2 = \int_3^4 (x - (-x^2 + 4x)) dx = \int_3^4 (x^2 - 3x) dx = \frac{11}{6}.$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{11}.$$

23. Dung tích của chậu được tính theo công thức:

$$V = \int_0^{16} S(x) dx = \int_0^{16} \pi (10 + \sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^{16} (100 + 20\sqrt{x} + x) dx = \frac{7744\pi}{3}.$$

24. Thể tích của lều được tính theo công thức:

$$V = \int_0^3 S(x) dx = \int_0^3 (\sqrt{9 - x^2})^2 dx = \int_0^3 (9 - x^2) dx = 18 \text{ (đvtt)}.$$

25. Phương trình đường tròn tâm O bán kính $r = 2$ là $x^2 + y^2 = 4$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_{-1}^1 (4 - x^2) d(x) = \frac{22\pi}{3}.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện các bài 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và tiến hành phân tích đề, đưa ra lời giải bằng cách: kết hợp vận dụng các công thức, tính chất nguyên hàm tích phân và hiểu, vận dụng vào các bài toán thực tế trong vật lý.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện theo nhóm (4 nhóm) và lên bảng trình bày. HS nhóm khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Để giải các bài toán ứng dụng nguyên hàm, ứng dụng tích phân thì việc đầu tiên là đưa về dạng cơ bản, nắm thật vững các công thức, quy tắc, sử dụng linh hoạt các công thức biến đổi.

Đối với các bài toán thực tế cần xác định các yếu tố toán học để đưa về các bài toán thường gặp. Cụ thể với các bài tập này chủ yếu dựa vào các kiến thức về ứng dụng nguyên hàm, tích phân các hàm số thường gặp để giải.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)

Bài 1.

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

Thời gian thực hiện: 6 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được vector pháp tuyến, cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.
- Nhận biết được phương trình tổng quát của mặt phẳng, thiết lập được phương trình tổng quát của mặt phẳng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ theo ba cách cơ bản: qua một điểm và biết vector pháp tuyến, qua một điểm và biết cặp vector chỉ phương, qua ba điểm không thẳng hàng.
- Thiết lập được điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc với nhau.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt phẳng để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài, xem lại kiến thức tọa độ vector để tính toán và trả lời những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc sử dụng khái niệm, công thức, kí hiệu, quy tắc để thảo luận, làm việc nhóm để cùng nhau làm rõ một vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

- Mô hình hoá toán học: Giải quyết được những bài toán liên quan đến mặt phẳng khi đã chọn được hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp.
- Tư duy và lập luận toán học: HS biết sử dụng các công thức tọa độ vector đã học để tính toán, phân tích, tổng hợp để từ bài toán cụ thể khái quát hoá để đi đến công thức như: lập phương trình tổng quát, điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc hay tính khoảng cách.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, xem lại trục tọa độ, hệ trục tọa độ $Oxyz$; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
2. Đối với học sinh: SGK, giấy A0, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Gọi mở kết nối HS vào bài phương trình mặt phẳng bằng cách quan sát một mặt phẳng được đặt trong không gian $Oxyz$.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời đúng câu hỏi: Xác định một điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng và vector $\vec{n}$ vuông góc với mặt phẳng.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 1 trong SGK* và trả lời câu hỏi của HĐKP 1.

c) Sản phẩm:

a) Cho $\vec{n}$ khác $\vec{0}$, qua M_0 cố định trong không gian chỉ có duy nhất một mặt phẳng (α) vuông góc với giá của $\vec{n}$.

b) Cho $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương, qua M_0 cố định trong không gian chỉ có duy nhất một mặt phẳng (α) song song hoặc chứa giá của hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát *Hình 1 trong SGK* và trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát *Hình 1 trong SGK*, suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi hai HS trình bày bài làm, các HS khác theo dõi và nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua *Hình 1 trong SGK* và trả lời câu hỏi HS đã hình dung được định nghĩa vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc phần KTTT, dựa vào hình vẽ GV lưu ý HS phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1 để hiểu rõ hơn về vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

Hoạt động 1.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS tính tọa độ của vector khi biết tọa độ của điểm đầu và điểm cuối, từ đó tìm vector pháp tuyến và cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS tìm tọa độ của vector có giá song song hoặc nằm trong $(ABC), (OAB)$.

c) Sản phẩm:

a) Cặp vector chỉ phương của (ABC) là: $\overrightarrow{AB} = (-3; 4; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 5)$.

b) Vì $A \in Ox, B \in Oy \Rightarrow (OAB) = (Oxy)$.

Nên vector pháp tuyến của (OAB) là $\overrightarrow{OC} = (0; 0; 5)$ hoặc $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS sử dụng công thức để tính tọa độ các vector.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác và nắm vững hệ trục tọa độ $Oxyz$.

Hoạt động 1.3. Vận dụng

a) Mục tiêu: Mô hình hoá các hình trong thực tế, chọn được hệ trục $Oxyz$ thích hợp, từ đó xác định được vector pháp tuyến và vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) Nội dung: HS xác định được vector chỉ pháp tuyến và vector chỉ phương của $(A'B'C')$.

c) Sản phẩm:

Cặp vector chỉ phương của $(A'B'C')$ là: $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$, $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{B'C'}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$, ...

Vector pháp tuyến của $(A'B'C')$ là: $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{A'A}$, $\overrightarrow{BB'}$, ...

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, mỗi nhóm đều trả lời câu hỏi của HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm thực hiện trao đổi, vẽ hình và thống nhất ý kiến ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

2. Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng khi biết một cặp vector chỉ phương

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá cách xây dựng phương pháp xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương, từ đó biết được công thức tính tích có hướng của hai vector.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc và thực hiện HDKP 2.

c) Sản phẩm:

a) $\vec{n} \neq \vec{0}$ vì không cùng phương.

b) $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0$ và $\vec{b} \cdot \vec{n} = 0$.

c) Từ câu b suy ra $\vec{n} \perp \vec{a}, \vec{n} \perp \vec{b}$ nên $\vec{n}$ có giá vuông góc với (α) .

Vậy $\vec{n}$ là vector pháp tuyến của (α) .

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu và thực hiện HĐKP 2.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS suy nghĩ, áp dụng tính chất hai vector không cùng phương, công thức tính vô hướng của hai vector để tính toán và trả lời.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* Thông qua việc trả lời 3 câu hỏi ở HĐKP 2, HS biết cách xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương.

– GV gọi một HS đọc phần KTTT.

– GV gọi HS khác đọc phần Chú ý để ghi nhớ cách xác định.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 để hiểu rõ hơn cũng như biết xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

Hoạt động 2.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành xác định vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học để tìm vector pháp tuyến từ cặp vector chỉ phương của mặt phẳng.

c) Sản phẩm:

Cặp vector chỉ phương của mặt phẳng (Q) : $\overrightarrow{AB} = (-2; 0; 4)$, $\overrightarrow{AC} = (9; 6; -2)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) : $\vec{n} = -\frac{1}{4}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6; -8; 2)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS làm độc lập.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* Áp dụng công thức để tính tọa độ các vector.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS lên bản trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* HS vận dụng công thức tọa độ vector khi biết tọa độ điểm đầu và điểm cuối, công thức tích có hướng của hai vector.

Hoạt động 2.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tính tích có hướng của hai vector.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức tích có hướng của hai vector.

c) **Sản phẩm:** Vector có giá song song với ngón cái là $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}] = (2; 1; -5)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS làm độc lập.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* Áp dụng công thức tích có hướng để tính $\vec{n}$.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi một HS lên bản trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ *Kết luận nhận định:* HS vận dụng công thức tích vô hướng của hai vector.

3. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

3.1. Khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng

Hoạt động 3.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Dẫn dắt và giúp HS hiểu được khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Tính tích vô hướng của $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M}$ theo x, y, z .

c) **Sản phẩm:**

$$\overrightarrow{M_0M} = (x-1; y-2; z-3), \vec{n} = (7; 5; 2).$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 7x + 5y + 2z - 23.$$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc yêu cầu ở HĐKD 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính tọa độ $\overrightarrow{M_0M}$ và tích vô hướng $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc tính tích vô hướng $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M}$, tìm điều kiện để $M \in (\alpha)$, GV dẫn dắt HS tiếp cận khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) .

– GV gọi HS đọc phần KTTT, cũng từ HĐKD 3 GV hướng dẫn HS rút ra hai nhận xét.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để hiểu rõ hơn phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Hoạt động 3.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng khi biết phương trình tổng quát của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** Xác định vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng của mặt phẳng (α) , (β) .

c) **Sản phẩm:**

a) Vector pháp tuyến của (α) , (β) lần lượt là: $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; 2; -3)$, $\vec{n}_{(\beta)} = (1; 4; 0)$.

b) $N(1; 1; 0) \in (\alpha)$.

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS thực hiện yêu cầu của bài toán.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng để trả lời câu hỏi.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS hiểu rõ hơn về khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng.

3.2. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết điểm và vector pháp tuyến

Hoạt động 3.2.1 Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm thuộc mặt phẳng và một vector pháp tuyến.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 4.

c) Sản phẩm:

a) $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0).$

b) $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = A.(x - x_0) + B.(y - y_0) + C.(z - z_0).$

c) Vì $\vec{n} \perp \overrightarrow{M_0M} \Leftrightarrow A.(x - x_0) + B.(y - y_0) + C.(z - z_0) = 0$

Vậy phương trình tổng quát của (α) : $A.(x - x_0) + B.(y - y_0) + C.(z - z_0) = 0.$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tích vô hướng của hai vector để trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết áp dụng công thức tích vô hướng của hai vector, nhận biết mặt phẳng (α) là tập hợp tất cả các điểm M thuộc (α) , từ đó suy ra phương trình tổng quát của (α) .

– GV gọi HS đọc cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4 để nhận biết rõ hơn về cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm và vector pháp tuyến của mặt phẳng.

3.3. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết điểm và cặp vector chỉ phương

Hoạt động 3.3.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS biết cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm thuộc mặt phẳng và cặp vector chỉ phương.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 5.

c) Sản phẩm:

a) Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{a}, \vec{b}] = (3; 1; -6).$

b) Phương trình mặt phẳng (α) : $3x + y - 6z + 4 = 0.$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tích có hướng để tìm vector pháp tuyến, từ đó viết phương trình mặt phẳng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết áp dụng công thức tích có hướng của hai vector, biết cách lập phương trình mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc các bước lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm và cặp vector chỉ phương.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 để nhận biết rõ hơn về cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng.

3.4. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng

Hoạt động 3.4.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS biết cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 6.

c) Sản phẩm:

a) Một cặp vector chỉ phương của (α) : $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 2), \overrightarrow{AC} = (5; 2; 0)$.

b) Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4; 10; -11)$.

c) Phương trình mặt phẳng (α) : $4x - 10y + 11z - 1 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tọa độ vector, tích có hướng của hai vector để tìm vector pháp tuyến, từ đó viết phương trình mặt phẳng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết tìm vector pháp tuyến, biết cách lập phương trình mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc các bước lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 6, 7 để nhận biết rõ hơn về cách lập phương trình tổng quát của mặt phẳng, từ Ví dụ 7 GV đưa ra công thức phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

Hoạt động 3.4.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành lập phương trình tổng quát của mặt phẳng theo ba cách cơ bản.

b) Nội dung: Xác định vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng của mặt phẳng, từ đó viết phương trình mặt phẳng.

c) Sản phẩm:

a) $(P): 5x - 2y + 7z - 3 = 0$.

b) $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}, \vec{v}] = (1; -3; -4)$, suy ra $(P): x - 3y - 4z + 11 = 0$.

c) Một cặp vector chỉ phương của (P) là $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 2), \overrightarrow{AC} = (2; 0; 1)$.

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 3; -2)$. Vậy $(P): x + 3y - 2z + 5 = 0$.

d) $(P): \frac{x}{7} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 18x - 63y + 14z - 126 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, mỗi nhóm làm một câu.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

Hoạt động 3.4.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi đã chọn được hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp.

b) **Nội dung:** Xác định được tọa độ của điểm trên hệ trục $Oxyz$, vector pháp tuyến, điểm thuộc mặt phẳng, từ đó viết phương trình tổng quát của mặt phẳng.

c) **Sản phẩm:**

$(O'AB)$ có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{O'A} = (-2; 0; 5), \overrightarrow{O'B} = (0; -3; 5)$.

Suy ra $(O'AB)$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = [\overrightarrow{O'A}, \overrightarrow{O'B}] = (15; 10; 6)$.

Phương trình tổng quát của $(O'AB)$ là: $15x + 10y + 6z - 30 = 0$.

$(O'A'B')$ có vector pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Phương trình tổng quát của $(O'A'B')$ là: $z - 5 = 0$.

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

4. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc

4.1. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

Hoạt động 4.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng song song.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi của HĐKP 7.

c) **Sản phẩm:**

a) (α) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; 3)$, (β) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; -4; 6)$.

Suy ra $\vec{n}_2 = 2\vec{n}_1$ nên $\vec{n}_2, \vec{n}_1$ cùng phương.

b) $M \in (\alpha), M \notin (\beta)$.

c) Vì vector pháp tuyến của $(\alpha), (\beta)$ cùng phương nên $(\alpha) // (\beta)$ hoặc $(\alpha) \equiv (\beta)$.

Mà $M \in (\alpha), M \notin (\beta)$ nên $(\alpha), (\beta)$ phân biệt, suy ra $(\alpha) // (\beta)$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng kiến thức tọa độ vector để tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc trả lời các câu hỏi HS đã hình dung được điều kiện để hai mặt phẳng song song.

– GV gọi HS đọc điều kiện, dựa vào HĐKP 7, GV nhấn mạnh phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 8 giúp hiểu rõ hơn điều kiện để hai mặt phẳng song song, nhận biết được hai mặt phẳng trùng nhau, cắt nhau.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 9, giúp HS lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một điểm và song song với mặt phẳng cho trước.

Hoạt động 4.1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Nhận biết hai mặt phẳng song song.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi dựa vào điều kiện vừa học.

c) **Sản phẩm:** $(E) // (F), (E) \equiv (H), (E)$ cắt (S) .

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 4.1.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng trong các mô hình thực tế.

b) **Nội dung:** HS xác định được vectơ pháp tuyến và viết phương trình mặt phẳng.

c) **Sản phẩm:**

Vì $(Q) // (P)$ nên $(Q): 6x + 5y + z + d = 0$. $M(1;1;1) \in (Q)$, suy ra $d = -12$.

Vậy $(Q): 6x + 5y + z - 12 = 0$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

4.2. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

Hoạt động 4.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi của HĐKP 8.

c) **Sản phẩm:**

a) (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$.

(β) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (5; -10; 5)$.

b) $\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 \perp \vec{n}_1$. Vậy $(\alpha) \perp (\beta)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập*: GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập*: HS tìm vector pháp tuyến, tích vô hướng của hai vector từ đó nêu nhận xét về hai mặt phẳng.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận*: HS trả lời câu hỏi, từ đó nhận biết được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

❖ *Kết luận nhận định*: Thông qua việc trả lời các câu hỏi HS đã hình dung được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

– GV gọi HS đọc điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 10 giúp khắc sâu điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc.

Hoạt động 4.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu**: Nhận biết hai mặt phẳng vuông góc.

b) **Nội dung**: GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi dựa vào điều kiện vừa học.

c) **Sản phẩm**: $(F) \perp (H)$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập*: Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập*: HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận*: HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ *Kết luận nhận định*: Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 4.2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu**: Lập phương trình mặt phẳng trong bài toán thực tế.

b) **Nội dung**: GV yêu cầu HS quan sát hình, tìm tọa độ của các điểm dựa vào mô hình hoá bài toán trên hệ trục Oxyz, từ đó lập phương trình mặt phẳng.

c) **Sản phẩm**:

Dựa vào hệ trục Oxyz, (P) song song (Oyz) nên có vector pháp tuyến là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$M(3; 4; 0) \in (P)$. Vậy $(P): x - 3 = 0$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập*: Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập*: HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận*: HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ *Kết luận nhận định*: Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

5. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

5.1. Công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

Hoạt động 5.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu**: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá công thức khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và trả lời câu hỏi của HĐKP 9.

c) Sản phẩm:

a) Dựa vào hình 17 ta thấy $\overrightarrow{M_1M_0}$ và $\vec{n}$ cùng phương.

b) $\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n} = A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1)$.

c) Ta có $\overrightarrow{M_1M_0}$ cùng phương $\vec{n}$ nên $\overrightarrow{M_1M_0} = t\vec{n}$ ($t \neq 0$)

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_1 = x_0 - At \\ y_1 = y_0 - Bt \\ z_1 = z_0 - Ct \end{cases} ; \text{ Mà } M_1 \in (\alpha) \text{ nên } t = \frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2}$$

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{M_1M_0}| = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2 + (z_0 - z_1)^2} = \sqrt{t^2 (A^2 + B^2 + C^2)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{A^2 + B^2 + C^2} \right)^2 (A^2 + B^2 + C^2)} = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \Rightarrow |\overrightarrow{M_1M_0}| \cdot |\vec{n}| = |Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|$$

$$|\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n}| = A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1) = |Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{M_1M_0}| \cdot |\vec{n}| = |\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n}|$$

$$\text{c) } d(M_0, (\alpha)) = |\overrightarrow{M_1M_0}| = \frac{|\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS vận dụng kiến thức toạ độ vector, độ lớn của vector để tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua việc trả lời các câu hỏi HS đã chứng minh được công thức khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc công thức tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 11, 12, 13 giúp hiểu rõ hơn công thức tính khoảng cách bằng phương pháp toạ độ.

Hoạt động 5.1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Thực hành tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng bằng phương pháp toạ độ.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS áp dụng công thức vừa học để tính.

c) Sản phẩm:

a) Mặt phẳng (MNP) có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1; 2; 1), \overrightarrow{MP} = (2; 4; 4)$.

Suy ra (MNP) có vector pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2} [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (2; -1; 0)$.

Phương trình tổng quát của (MNP) là $2x - y - 3 = 0$.

Chiều cao của hình chóp $O.MNP$ là $d(O, (MNP)) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

b) (R) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (8; 6; 0)$, (S) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (16; 12; 0)$ suy ra $(R) // (S)$.

Chọn $M(-5; -5; 0) \in (R)$, suy ra khoảng cách giữa hai mặt phẳng (R) và (S) là

$$d(M, (S)) = \frac{|16 \cdot (-5) + 12 \cdot (-5) - 2|}{\sqrt{16^2 + 12^2}} = \frac{71}{10}$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng công thức để tính chiều cao và khoảng cách.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 5.3. Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Chọn hệ trục thích hợp cho khối đa diện để tìm được tọa độ các điểm, từ đó lập phương trình tổng quát của mặt phẳng.

b) **Nội dung:** HS xác định tọa độ điểm, tọa độ vector, phương trình mặt phẳng.

c) Sản phẩm:

Từ hình vẽ ta có: $S(0; 0; 2a)$, $A(-a; 0; 0)$, $B(0; a; 0)$, $C(a; 0; 0)$.

Mặt phẳng (SAB) có cặp vector chỉ phương $\overrightarrow{AS} = (a; 0; 2a)$, $\overrightarrow{AB} = (a; a; 0)$.

Suy ra (SAB) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = \frac{1}{a^2} [\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AB}] = (-2; 2; 1)$.

Phương trình (SAB) : $-2x + 2y + z - 2a = 0$.

Vậy $d(C, (SAB)) = \frac{|-2 \cdot a + 2 \cdot 0 + 0 - 2a|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{4a}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng đúng công thức tọa độ vector, tích có hướng, phương trình mặt phẳng và khoảng cách để tính.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại vector pháp tuyến, cặp vector chỉ phương của mặt phẳng, cách lập phương trình mặt phẳng theo ba cách cơ bản.

- Xem lại điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc và công thức tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.
- Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.
- Chuẩn bị bài mới **“Phương trình đường thẳng trong không gian”**

I. MỤC TIÊU**1. Về kiến thức**

- Nhận biết được vector chỉ phương, phương trình chính tắc, phương trình tham số của đường thẳng.
- Thiết lập được phương trình của đường thẳng trong hệ trục toạ độ theo một trong hai cách cơ bản: qua một điểm và biết một vector chỉ phương, qua hai điểm của đường thẳng trong không gian.
- Xác định được điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau.
- Thiết lập được công thức tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình đường thẳng trong không gian để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn.

2. Về năng lực**2.1. Năng lực chung:**

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài, xem lại kiến thức toạ độ vector để tính toán và trả lời những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc sử dụng khái niệm, công thức, kí hiệu, quy tắc để thảo luận, làm việc nhóm để cùng nhau làm rõ một vấn đề.

2.2. Năng lực Toán học:

- Mô hình hoá toán học: Giải quyết được những bài toán liên quan đến mặt phẳng khi đã chọn được hệ trục toạ độ $Oxyz$ thích hợp.
- Tư duy và lập luận toán học: HS biết sử dụng các công thức toạ độ vector đã học để tính toán, phân tích, tổng hợp để từ bài toán cụ thể khái quát hoá để đi đến công thức như: lập phương trình tham số của đường thẳng, xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng, tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng bằng phương pháp toạ độ.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, xem lại trục toạ độ, hệ trục toạ độ $Oxyz$; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
- 2. Đối với học sinh:** SGK, giấy A0, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) **Mục tiêu:** Từ phương trình đường thẳng trong mặt phẳng Oxy, gợi mở cho HS hình dung được phương trình đường thẳng trong không gian Oxyz, khơi gợi trí tò mò của HS.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời được hoặc không.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Phương trình đường thẳng trong không gian

1.1. Vector chỉ phương của đường thẳng

Hoạt động 1.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Nhận biết được vector chỉ phương của đường thẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 1 trong SGK và trả lời câu hỏi của HĐKP 1.

c) **Sản phẩm:** Có duy nhất một đường thẳng d qua M_0 và song song hoặc trùng với giá của $\vec{a}$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát hình và trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS quan sát hình, liên hệ với đường thẳng trong hệ trục Oxy để trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua quan sát hình và trả lời câu hỏi HS đã hình dung được định nghĩa vector chỉ phương của đường thẳng.

– GV gọi HS đọc phần KTTT, dựa vào hình vẽ GV nhấn mạnh phần Chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1 để hiểu rõ hơn về vector chỉ phương của đường thẳng.

Hoạt động 1.1.2. Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS sử dụng công thức tọa độ vector để tìm vector chỉ phương của đường thẳng.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS tìm vector chỉ phương của đường thẳng $AB, A'C', BB'$.

c) **Sản phẩm:**

AB có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (6; 3; 2)$.

$A'C'$ có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (3; 0; -1)$.

BB' có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AA'} = (3; 7; 8) \cdot \vec{a}, \vec{b}$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS sử dụng công thức tọa độ, tính chất lăng trụ tam giác để tìm tọa độ của vectơ chỉ phương.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận: HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

1.2. Phương trình tham số của đường thẳng

Hoạt động 1.2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, từng bước tìm được phương trình tham số của đường thẳng.

b) **Nội dung:** HS giải thích được $\overrightarrow{M_0M} = t\vec{a}$ ($t \in \mathbb{R}$), từ đó tính được x, y, z theo x_0, y_0, z_0 và a_1, a_2, a_3 .

c) Sản phẩm:

a) Vì $\overrightarrow{M_0M}, \vec{a}$ cùng phương nên tồn tại số $t \in \mathbb{R} : \overrightarrow{M_0M} = t\vec{a}$

$$b) \overrightarrow{M_0M} = t\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = ta_1 \\ y - y_0 = ta_2 \\ z - z_0 = ta_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm, mỗi nhóm đều trả lời câu hỏi của HĐKP 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm quan sát hình, trao đổi, tính toán và thống nhất ý kiến ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, từ đó giáo viên dẫn dắt để HS nhận biết được phương trình tham số của đường thẳng.

– GV gọi HS đọc phần KTTT, nhấn mạnh các yếu tố trong phương trình tham số.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2 để hiểu rõ hơn về phương trình tham số của đường thẳng, cách tìm một điểm thuộc đường thẳng dựa vào phương trình tham số, từ đó đưa ra chú ý ở mục a, b.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3 để biết cách nhận biết đường thẳng có đi qua một điểm cho trước hay không.

Hoạt động 1.2.1 Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tìm vectơ chỉ phương, tìm điểm thuộc đường thẳng.

b) **Nội dung:** Dựa vào các yếu tố của phương trình tham số để trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm:

a) Vectơ chỉ phương của d là $\vec{a} = (8; -4; 12)$.

b) Ba điểm thuộc d là: $A(-1; 0; 3), B(7; -4; 15), C(-9; 4; -9)$.

c) Phương trình tham số của d là
$$\begin{cases} x = 5 + 9t \\ y = 0 \\ z = -7 - 2t \end{cases}$$

d) Điểm $M(-4; 0; 5)$ thuộc d .

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức để tìm tọa độ các vector, tọa độ điểm thuộc đường thẳng đối với HĐTH 2, áp dụng công thức viết phương trình tham số của đường thẳng đối với HĐTH 3.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS dựa vào các yếu tố của phương trình tham số để tìm tọa độ các vector, tọa độ điểm thuộc đường thẳng.

1.3. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Hoạt động 1.3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, từng bước tìm được phương trình chính tắc của đường thẳng.

b) **Nội dung:** Từ phương trình tham số đã cho của đường thẳng, so sánh các biểu thức $\frac{x-x_0}{a_1}, \frac{y-y_0}{a_2}, \frac{z-z_0}{a_3}$.

c) Sản phẩm:

Điểm $M(x; y; z) \in d$ nên
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$$

Ta có: $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{x_0 + a_1t - x_0}{a_1} = t$, tương tự ta có $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3} = t$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS trả lời câu hỏi của HĐKP 3.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Từ phương trình tham số, HS biến đổi để tìm tọa độ M và so sánh các biểu thức.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ việc so sánh các biểu thức, HS nhận biết được phương trình chính tắc của đường thẳng.

– GV yêu cầu HS đọc công thức phương trình chính tắc của đường thẳng và nhấn mạnh điều kiện khi sử dụng dạng này.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 4 để nắm rõ hơn cách viết phương trình chính tắc của đường thẳng khi biết điểm và vector chỉ phương.

Hoạt động 1.3.1 Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành viết phương trình chính tắc.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học viết phương trình chính tắc.

c) **Sản phẩm:** Phương trình chính tắc của $d: \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+6}{-4}$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS áp dụng công thức thực hiện HĐTH 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức, xác định các yếu tố đã có để viết phương trình chính tắc của đường thẳng.

1.4. Viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm

Hoạt động 1.4.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá cách viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm.

b) **Nội dung:** Tìm vector chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm, từ đó viết phương trình tham số và phương trình chính tắc.

c) **Sản phẩm:**

a) Vector chỉ phương của d là $\overrightarrow{AB} = (2; 3; 2)$

b) Phương trình tham số của d là
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Phương trình chính tắc của d là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{2}.$

d) **Tổ chức thực hiện**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐKP 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, áp dụng công thức để thực hiện HĐKP 4.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày bài giải của mình. Các HS khác làm bài vào tập, theo dõi nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ đó GV đưa ra công thức viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm.

– GV gọi HS đọc hai công thức và nhấn mạnh các yếu tố cần có, điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 5 để nắm rõ công thức đã đưa ra.

Hoạt động 1.4.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành viết phương trình tham số và phương trình chính tắc.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học viết phương trình.

c) Sản phẩm:

$$\text{Phương trình tham số của } d: \begin{cases} x = 2 + (4-2)t \\ y = 0 + (3-0)t \\ z = -1 + (1+1)t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

$$\text{Phương trình chính tắc của } d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức để thực hiện HĐTH 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng dụng công thức, xác định các yếu tố đã có để viết phương trình chính tắc của đường thẳng.

Hoạt động 1.4.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành viết phương trình tham số của đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) **Nội dung:** Vận dụng công thức vừa học để viết phương trình.

c) Sản phẩm:

$$\text{Phương trình tham số của } d: \begin{cases} x = 4 + (4-4)t \\ y = 3 + (1000-3)t \\ z = 20 + (20-20)t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 30 + 997t \\ z = 20 \end{cases}$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức để viết.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi 1 HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng dụng công thức, xác định các yếu tố đã có để viết phương trình tham số của đường thẳng.

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc.

2.1. Điều kiện để hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau

Hoạt động 2.1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá điều kiện để hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 5

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; 4; 6)$;

d'' có vector chỉ phương là $\vec{u}_3 = (2; 4; 6)$. Vậy ba vector này cùng phương.

b) $M(4; 1; 1) \notin d', M(4; 1; 1) \in d''$

c) Vì ba vector chỉ phương của cùng phương d, d', d'' cùng phương nên ba đường thẳng này song song hoặc trùng nhau. Mà $M(4;1;1) \notin d', M(4;1;1) \in d'' \Rightarrow d // d', d \equiv d''$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ HĐKP 5, GV tổng quát dẫn dắt HS có được điều kiện để hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 6 để giúp HS hiểu rõ hơn điều kiện vừa tìm được, từ đó nhấn mạnh phần chú ý ở mục a, b là có thể sử dụng cách khác để xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Hoạt động 2.1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành xác kiểm tra tính song song, trùng nhau của hai đường thẳng.

b) Nội dung: Tìm các vector chỉ phương của hai đường thẳng, sau đó vận dụng các điều kiện vừa học để xác định.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (4; -2; -2) = 2\vec{u}_2$.

d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (2; -1; -1)$

Chọn $M(3;5;4) \in d'$, thay toạ độ M vào phương trình của d ta có:

$$\begin{cases} 3 = 7 + 4t \\ 5 = 3 - 2t \\ 4 = 2 - 2t \end{cases} \Leftrightarrow t = -1. \text{ Suy ra } M \text{ thuộc } d. \text{ Vậy } d \equiv d'$$

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3; 3; 4)$

d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; 3; 4) = \vec{u}_1$.

Chọn $M(0;0;1) \in d, N(2;9;5) \in d' \Rightarrow \vec{MN} = (2;9;4)$.

Suy ra $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương và $\vec{u}_1, \vec{MN}$ không cùng phương. Vậy $d // d'$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng để tìm vector chỉ phương và toạ độ điểm thuộc đường thẳng, từ đó xác định vị trí tương đối.

Hoạt động 2.1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành xét vị trí tương đối của hai đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) Nội dung: Vận dụng điều kiện đã học.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (0; 0; 1)$; d' có vector chỉ phương là

$$\vec{u}_2 = (0; 0; 5) = 5\vec{u}_1.$$

Chọn $M(1; 1; 1) \in d, N(10; 20; 5) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (9; 19; 4)$.

Suy ra $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ cùng phương và $\vec{u}_1, \overrightarrow{MN}$ không cùng phương. Vậy $d \parallel d'$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Áp dụng công thức tích có hướng để tính $\vec{n}$.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng để tìm vector chỉ phương và toạ độ điểm thuộc đường thẳng, từ đó xác định vị trí tương đối.

2.2. Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau

Hoạt động 2.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội thực hành bài toán cụ thể từ đó tổng quát lên biết được điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 6.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 3; -1)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-2; 1; 3)$

d'' có vector chỉ phương là $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3) = \vec{u}_2$. Suy ra d không song song với d' và d'' .

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1+t=2-2t' \\ 2+3t=-2+t' \\ 3-t=1+3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+2t'=1 \\ 3t-t'=-4 \\ -t-3t'=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t'=1 \end{cases}$$

Vì d và d' có 1 điểm chung. Vậy d cắt d' tại điểm $A(0; -1; 4)$

c) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1+t=2-2t'' \\ 2+3t=-2+t'' \\ 3-t=3+3t'' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+2t''=1 \\ 3t-t''=-4 \\ -t-3t''=0 \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$

Vì d và d' không song song nhau và không có điểm chung. Vậy d và d'' chéo nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Tìm vector chỉ phương, xét điều kiện hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, giải hệ phương trình và nêu nhận xét.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức, tính toán chính xác và có nhận xét đúng vị trí của các đường thẳng. Từ đó, GV nêu ra điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau.

– GV gọi HS đọc các điều kiện và chú ý là trước hết phải kiểm tra tính cùng phương của hai vector chỉ phương.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 7 để hiểu rõ hơn điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau, từ đó đưa ra chú ý là có thể kiểm tra tính cùng phương của hai vector chỉ phương cùng với vector tạo bởi hai điểm thuộc hai đường thẳng.

Hoạt động 2.2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

b) **Nội dung:** Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng khi biết phương trình tham số và phương trình chính tắc, khi biết hai phương trình chính tắc.

c) **Sản phẩm:**

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; -1; -3)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (4; 7; 11)$.

Suy ra d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn $M(0; 1; 2) \in d, N(2; 0; -1) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$

Ta có: $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN} = 0$ nên d và d' cắt nhau.

Có thể xét hệ phương trình để tìm ra giao điểm của d và d' là $A(2; 0; -1)$

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 2; 2)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; 2; 9)$.

Suy ra d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.

Chọn $M(4; 1; 1) \in d, N(2; 1; 1) \in d' \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-2; 0; 0)$

Ta có: $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0$ nên d và d' chéo nhau.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Tìm vector chỉ phương, tìm điểm thuộc đường thẳng hoặc tìm xét hệ phương trình để xét xem hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 2.2.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) Nội dung: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (0; 0; 1)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (0; 1; 0)$

$$\text{Vì } \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow d \perp d'. \text{ Xét hệ phương trình } \begin{cases} 0 = 20 \\ 0 = t' \\ 50 + t = 50 \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm}).$$

Suy ra d và d' chéo nhau và vuông góc nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** tìm vector chỉ phương, xét hệ phương trình để xét xem hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

2.3. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Hoạt động 2.3.1: Khám phá

a) Mục tiêu: : Giúp HS có cơ thực hành bài toán cụ thể từ đó tổng quát lên biết được điều kiện để hai đường thẳng vuông góc.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 7

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (1; 2; -1)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{a}' = (1; 4; 9)$.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{a}' = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{a}'$. Vậy $d \perp d'$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS làm độc lập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Tìm vector chỉ phương, tính tích vô hướng.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi một HS lên bảng trình bày, các HS còn lại quan sát, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS áp dụng công thức, tính toán chính xác và có nhận xét đúng vị trí của các đường thẳng. Từ đó, GV nêu ra điều kiện để hai đường thẳng vuông góc nhau.

– GV gọi HS đọc các điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 8 để hiểu rõ hơn điều kiện hai đường thẳng vuông góc nhau.

Hoạt động 2.3.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành kiểm tra tính vuông góc của hai đường thẳng

b) Nội dung: Kiểm tra tính vuông góc của hai đường thẳng.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (1; -3; 1)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{a}' = (1; 1; 2)$.
Xét $\vec{a} \cdot \vec{a}' = 0$. Vậy d và d' vuông góc nhau.

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (7; 3; 1)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{a}' = (2; 2; 2)$.
Xét $\vec{a} \cdot \vec{a}' \neq 0$. Vậy d và d' không vuông góc nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Kiểm tra tính vuông góc của hai đường thẳng.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 2.3.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng trong bài toán thực tế.

b) Nội dung: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 0; 0)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (0; 0; 3)$.

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} t = 10 \\ 20 = 20 \\ 9 = 1 + 3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t' = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Suy ra d và d' cắt nhau tại $A(10; 20; 9)$

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2$. Vậy d và d' cắt nhau và vuông góc nhau.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS tính toán và sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** tìm vector chỉ phương, tìm điểm thuộc đường thẳng hoặc tìm xét hệ phương trình để xét xem hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

3. Góc

3.1. Góc giữa hai đường thẳng

Hoạt động 3.1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Dẫn dắt và giúp HS hiểu công thức góc giữa hai đường thẳng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 8.

c) Sản phẩm:

a) Góc giữa hai đường thẳng a, b trong không gian, kí hiệu (a, b) , là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với a và b .

b) Vì $\vec{b} = -\vec{a}$ nên $\vec{b}$ cũng là vector chỉ phương của d .

c) Vì $\vec{b}$ cùng phương với $\vec{a}$ nên $|\cos(\vec{a}, \vec{a}')| = |\cos(\vec{b}, \vec{a}')|$.

Theo định nghĩa góc giữa hai đường thẳng trong không gian, ta có (d, d') cũng bằng góc giữa hai đường thẳng qua một điểm và song song hoặc trùng với giá của hai vector chỉ phương.

Mà $0^\circ \leq (d, d') \leq 90^\circ$, nên $\cos(d, d') = |\cos(\vec{a}, \vec{a}')| = |\cos(\vec{b}, \vec{a}')|$.

d) Nếu d và d' có vector chỉ phương lần lượt là $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{a}' = (a_1'; a_2'; a_3')$.

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{a}') = \frac{a_1 \cdot a_1' + a_2 \cdot a_2' + a_3 \cdot a_3'}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{a_1'^2 + a_2'^2 + a_3'^2}}.$$

$$\text{Nên } \cos(d, d') = \frac{|a_1 \cdot a_1' + a_2 \cdot a_2' + a_3 \cdot a_3'|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{a_1'^2 + a_2'^2 + a_3'^2}}.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao.

– GV gọi HS đọc công thức tính góc giữa hai đường thẳng.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 9 để nắm rõ hơn công thức vừa tìm được.

Hoạt động 3.1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành tính góc giữa hai đường thẳng.

b) Nội dung: Xác định vector chỉ phương, áp dụng công thức.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 5; 4)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{b} = (2; 5; -4)$.

$$\cos(d, d') = \frac{|3 \cdot 2 + 5 \cdot 5 + 4 \cdot (-4)|}{\sqrt{3^2 + 5^2 + 4^2} \cdot \sqrt{2^2 + 5^2 + (-4)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \Rightarrow (d, d') \approx 71^\circ 33'.$$

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 6; 6)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{b} = (-10; -10; 5)$.

$$\cos(d, d') = \frac{|3 \cdot (-10) + 6 \cdot (-10) + 6 \cdot 5|}{\sqrt{3^2 + 6^2 + 6^2} \cdot \sqrt{(-10)^2 + (-10)^2 + 5^2}} = \frac{4}{9} \Rightarrow (d, d') \approx 63^\circ 36'.$$

c) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; -5)$; d' có vector chỉ phương là $\vec{b} = (1; 1; 1)$.

$$\cos(d, d') = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 5 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-5)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{10}}{15} \Rightarrow (d, d') \approx 77^\circ 49'.$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS thực hiện yêu cầu của bài toán.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS vận dụng công thức vừa học.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ *Kết luận nhận định:* Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 3.1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành tính góc giữa hai đường thẳng trong bài toán mô hình hoá.

b) Nội dung: Xác định vectơ chỉ phương, áp dụng công thức.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (2; 1; -1)$; d' có vectơ chỉ phương là $\vec{b} = (3; 3; 9)$.

Vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$. Vậy $(d, d') = 90^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS thực hiện yêu cầu của bài toán.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS vận dụng công thức vừa học.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* GV gọi HS lên bảng trình bày câu trả lời, HS còn lại nhận xét, đặt câu hỏi để hiểu rõ bài toán.

❖ *Kết luận nhận định:* Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

3.2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Hoạt động 3.2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá phương pháp tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi của HĐKP 9.

c) Sản phẩm:

a) Định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong không gian:

Nếu đường thẳng a vuông góc với (P) thì góc giữa a và (P) bằng 90° .

Nếu đường thẳng a không vuông góc với (P) thì ta nói góc giữa a và hình chiếu a' của a trên (P) là góc giữa a và (P) .

b) Theo giả thiết $\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - \alpha$.

c) Từ câu b, ta có $\cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha) \Leftrightarrow \cos \beta = \sin \alpha$.

Theo định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, ta có:
 $(d, (P)) = (d, d') \Rightarrow \sin(d, (P)) = \sin(d, d') = \sin \alpha = \cos \beta$.

Mà $\cos \beta = |\cos(\vec{n}, \vec{a})|$. Vậy $\sin(d, (P)) = |\cos(\vec{a}, \vec{n})|$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm áp dụng công thức và làm bài vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài, hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao. Từ HĐKP 9, GV dẫn dắt HS tìm được công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc công thức.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 10 để nắm rõ hơn về công thức, từ đó nhấn mạnh cho HS phần Chú ý về đường thẳng vuông góc mặt phẳng.

Hoạt động 3.2.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành phương pháp tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS áp dụng công thức.

c) Sản phẩm:

a) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (3; 1; -2)$; (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 2; -4)$.

Vì $\vec{n} = 2\vec{a}$ nên $\vec{n}, \vec{a}$ cùng phương. Vậy $d \perp (P)$.

b) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (2; 4; 2)$; (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 2; -4)$

$$\sin(d, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{6} \Rightarrow (d, (P)) \approx 9^\circ 35'.$$

c) Ta có: d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (4; 4; 2)$; (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 0; -4)$.

Vì $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{n}$ nên $d \parallel (P)$. Vậy $(d, (P)) = 0^\circ$.

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS vận dụng kiến thức tích có hướng để tìm vector pháp tuyến, từ đó viết phương trình mặt phẳng.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** HS biết áp dụng công thức, chú ý đến hai vector có cùng phương hay vuông góc để suy ra kết quả nhanh hơn.

Hoạt động 3.2.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành phương pháp tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ trong bài toán thực tế.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS suy nghĩ phân tích và trả lời câu hỏi.

c) Sản phẩm:

Ta có: d có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (0; 1; 1)$; (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

$$\sin(d, (P)) = \frac{|0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d, (P)) = 45^\circ.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS áp dụng công thức.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tính toán và áp dụng công thức để tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi HS lên bảng trình bày bài toán.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

3.3. Góc giữa hai mặt phẳng

Hoạt động 3.3.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Giúp HS trải nghiệm khám phá để tìm ra phương pháp tính góc giữa hai mặt phẳng bằng phương pháp tọa độ.

b) Nội dung: So sánh góc giữa hai mặt phẳng và góc giữa hai vectơ pháp tuyến.

c) Sản phẩm: Theo định nghĩa thì góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

$$\text{Suy ra } ((P), (P')) = (d, d') \Rightarrow \cos((P), (P')) = \cos(d, d') = |\cos(\vec{n}, \vec{n}')|.$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp làm 4 nhóm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm thảo luận và trả lời câu hỏi, ghi vào bảng phụ.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm dán bảng phụ, đại diện nhóm trình bày. Các nhóm còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** Từ HĐKP 10, GV đã dẫn dắt HS tìm được công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

– GV gọi HS đọc công thức vừa tìm được.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 11 giúp khắc sâu công thức tính góc giữa hai mặt phẳng, qua đó nhấn mạnh phần chú ý.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 12 để HS biết cách áp dụng phương pháp tọa độ vào bài toán tính góc quen thuộc của lớp 11.

Hoạt động 3.3.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS thực hành phương pháp tính góc giữa hai mặt phẳng.

b) Nội dung: HS áp dụng công thức.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 11

a) Ta có: (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (3; 7; -1)$; (P') có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; 1; -10)$.

$$\cos((P), (P')) = \frac{|3 \cdot 1 + 7 \cdot 1 - 1 \cdot (-10)|}{\sqrt{3^2 + 7^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-10)^2}} = \frac{20}{\sqrt{6018}} \Rightarrow ((P), (P')) \approx 75^\circ 3'$$

b) Ta có: (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 1; -2)$; (P') có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; -5; 1)$.

$$\cos((P), (P')) = \frac{|1 \cdot 3 + 1 \cdot (-5) - 2 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-5)^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{210}} \Rightarrow ((P), (P')) \approx 73^\circ 58'$$

c) Ta có: (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; 0; 1)$; (P') có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 3; 3)$.

$$\cos((P), (P')) = \frac{|1 \cdot 0 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 3|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 3^2 + 3^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((P), (P')) = 60^\circ.$$

Hoạt động Thực hành 12

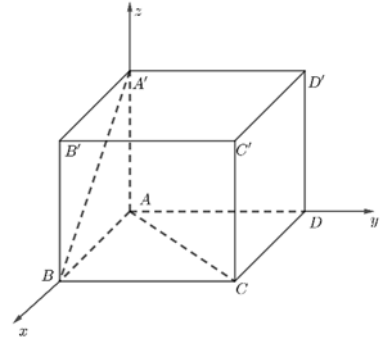
Theo toạ độ của các điểm trong đề bài, ta chọn được hệ trục toạ độ như hình bên.

Suy ra $C(1; 5; 0)$, $C'(1; 5; 3)$.

a) Ta có: AC có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (1; 5; 0)$

BA' có vector chỉ phương là $\overrightarrow{BA'} = (-1; 0; 3)$

$$\begin{aligned} \cos(AC, BA') &= \frac{|1 \cdot (-1) + 5 \cdot 0 + 0 \cdot 3|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 3^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{260}} \Rightarrow (AC, BA') \approx 86^\circ 26' \end{aligned}$$



b) Ta có: $(BDD'B')$ có cặp vector chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$, $\overrightarrow{BD} = (-1; 5; 0)$

$\Rightarrow (BDD'B')$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = [\vec{k}, \overrightarrow{BD}] = (-5; -1; 0)$.

$(AA'C'C)$ có cặp vector chỉ phương là $\vec{k} = (0; 0; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 5; 0)$.

$\Rightarrow (AA'C'C)$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = [\vec{k}, \overrightarrow{AC}] = (-5; 1; 0)$.

$$\cos((BB'D'D), (ACC'A')) = \frac{|-5 \cdot (-5) - 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0|}{\sqrt{(-5)^2 + (-1)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-5)^2 + 1^2 + 0^2}} = \frac{12}{13}.$$

$\Rightarrow ((BB'D'D), (ACC'A')) \approx 22^\circ 37'.$

c) Ta có: AC' có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AC'} = (1; 5; 3)$.

$(A'BD)$ có cặp vector chỉ phương là $\overrightarrow{A'B} = (1; 0; -3), \overrightarrow{A'D} = (0; 5; -3)$.

$\Rightarrow (AA'C'C)$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'D}] = (15; 3; 5)$.

$$\sin(AC', (A'BD)) = \frac{|1.15 + 5.3 + 3.5|}{\sqrt{1^2 + 5^2 + 3^2} \cdot \sqrt{15^2 + 3^2 + 5^2}} = \frac{45}{\sqrt{9065}} \Rightarrow (AC', (A'BD)) \approx 28^\circ 12'$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS sử dụng điều kiện để trả lời.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

Hoạt động 3.3.4: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Giúp HS thực hành tính góc giữa hai mặt phẳng trong bài toán thực tế.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS áp dụng công thức.

c) Sản phẩm:

(P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (4; 0; 11)$.

(Q) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|4.0 + 0.0 + 11.1|}{\sqrt{4^2 + 0^2 + 11^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{11}{\sqrt{137}} \Rightarrow ((P), (Q)) \approx 19^\circ 58'$$

d) Tổ chức thực hiện

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS trả lời câu hỏi.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS tìm vector pháp tuyến của hai mặt phẳng và áp dụng công thức.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** Mỗi HS cố gắng sử dụng đúng công thức, tính toán chính xác.

C. NHIỆM VỤ

– Xem lại vector chỉ phương, nhận biết được phương trình chính tắc, phương trình tham số của đường thẳng.

– Xem lại cách thiết lập được phương trình của đường thẳng trong hệ trục tọa độ theo một trong hai cách cơ bản.

– Xác định được điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau.

– Xem lại công thức tính góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

– Chuẩn bị bài mới “**Phương trình mặt cầu**”.

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết, viết được các dạng phương trình mặt cầu trong không gian.
- Xác định được toạ độ tâm, bán kính của mặt cầu trong không gian.
- Hiểu, vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu giải các bài toán thực tế liên quan đến mặt cầu trong không gian.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được các câu hỏi trong HDKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm giải quyết các bài toán vận dụng nhằm xác định tâm, bán kính mặt cầu.
- Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo: HS sử dụng kiến thức bài học giải quyết các bài toán thực tế.

Năng lực đặc thù:

- Giải quyết vấn đề toán học: xác định được tâm và bán kính mặt cầu trong không gian.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng kiến thức về mặt cầu trong không gian để giải quyết các bài toán thực tế.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: chuẩn bị bài trước ở nhà, ôn tập các kiến thức về đường tròn trên mặt phẳng toạ độ đã được học ở lớp 10; tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS học tập các cách giải và kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập thực hành.
- Trách nhiệm: tham gia nghiêm túc trong quá trình giải toán, hoàn thành tốt các nhiệm vụ được giao khi hoạt động nhóm.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. **Đối với giáo viên:** Kế hoạch bài dạy, SGK, SGV, bài trình chiếu, thiết bị trình chiếu.
2. **Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Gợi mở, kết nối HS vào bài học; bước đầu giúp HS hình dung được hình ảnh mặt cầu trong không gian, phương trình mặt cầu trong không gian.

b) Nội dung: HS quan sát hình vẽ và thực hiện yêu cầu ở HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Phương trình mặt cầu có dạng $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS quan sát hình vẽ và đọc yêu cầu ở HĐKP.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận và nhận định:**

– HS thực hiện tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

– GV dẫn dắt HS tìm hiểu Khái niệm mặt cầu trong không gian.

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Phương trình mặt cầu trong không gian

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS xác định, nhận biết được cách biểu diễn mặt cầu bằng phương pháp toạ độ.

b) **Nội dung:** HS quan sát Hình 2, lần lượt thực hiện các yêu cầu trong HĐKP 1, HĐKP 2; hình thành các dạng phương trình mặt cầu trong không gian.

c) **Sản phẩm:**

Hoạt động Khám phá 1

a) $IM = \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2}.$

b) Điều kiện cần và đủ của x, y, z để điểm $M(x; y; z)$ nằm trên mặt cầu $S(I; R)$ là x, y, z thoả $IM = R$.

Hoạt động Khám phá 2

a) (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ bán kính $R = 5$.

b) $(**)$ không là phương trình mặt cầu.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS quan sát Hình 2, lần lượt thực hiện các yêu cầu trong HĐKP 1, HĐKP 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để trả lời yêu cầu từ HĐKP 1, HĐKP 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS phát biểu câu trả lời cá nhân đã tìm được.

❖ **Kết luận và nhận định:** thông qua hình ảnh minh hoạ, kiến thức cũ được nhắc lại, HS hình thành được phương trình mặt cầu trong không gian.

– GV yêu cầu một HS đọc phần KTTT, phần Nhận xét.

– Lưu ý HS các xác định tâm, bán kính của mặt cầu khi biết được các dạng phương trình mặt cầu.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, Ví dụ 2.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS thực hành viết phương trình mặt cầu trong nhiều tình huống khác nhau để rèn luyện kỹ năng theo yêu cầu cần đạt.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc và thực hiện HĐTH 1, HĐTH 2.

c) Sản phẩm:

Hoạt động Thực hành 1

a) $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 100.$

b) $(S): (x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 21.$

c) $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 81.$

Hoạt động Thực hành 2

a) Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu có tâm $I(0;0;-2)$ bán kính $R = 6.$

b) Phương trình đã cho không là phương trình mặt cầu.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia nhóm HS thảo luận thực hiện các nhiệm vụ cụ thể:

– Nhóm 1, 2 thảo luận thực hiện HĐTH 1;

– Nhóm 3, 4 thảo luận thực hiện HĐTH 2.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ, vận dụng kiến thức đã học để thực hiện các nhiệm vụ được phân công.

– HS áp dụng kiến thức từ phần KTTT, Nhận xét để thực hiện HĐTH 1, 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm cử đại diện lên bảng trình bày bài giải HĐTH 1, 2; HS chú ý theo dõi đặt ra các câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận và nhận định:** GV nhận xét đánh giá bài làm của HS và nhấn mạnh lại phần KTTT, Nhận xét.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Liên hệ phương trình mặt cầu trong không gian vào thực tế để khắc sâu các kiến thức đã học cho HS.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS quan sát hình vẽ và đọc yêu cầu ở HĐVD 1.

c) Sản phẩm: HS sử dụng kiến thức đã học trả lời được câu hỏi của HĐVD 1.

– Quả bóng có tâm $I(300;400;2000)$ bán kính $R = 1.$

– Khoảng cách từ tâm của quả bóng đến mặt đất: $d = 2000$ m.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** HS quan sát hình và đọc yêu cầu ở HĐVD 1.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận và nhận định:** HS sử dụng kiến thức đã học về mặt cầu trong không gian trả lời được câu hỏi của HĐVD 1, hình thành, khắc sâu các kiến thức về mặt cầu trong không gian.

2. Vận dụng của phương trình mặt cầu

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** truyền đạt, khắc sâu KTTT về phương trình mặt cầu trong không gian cho HS, liên hệ phương trình mặt cầu trong không gian vào nhiều dạng toán thực tế.

b) **Nội dung:** GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4.

c) **Sản phẩm:** HS được tìm hiểu thêm nhiều dạng toán, ứng dụng của phương trình mặt cầu trong thực tế.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3, Ví dụ 4.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS đọc và phân tích cách giải Ví dụ 3, Ví dụ 4.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS trình bày và giải thích cách giải của Ví dụ 3, Ví dụ 4.

❖ *Kết luận và nhận định:* GV nhận xét đánh giá phần trình bày của HS về phương trình mặt cầu trong không gian.

Hoạt động 2.2: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS hiểu, vận dụng được kiến thức về phương trình mặt cầu thực hiện các bài toán có liên quan trong thực tế.

b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện HĐVD 2, HĐVD 3.

c) **Sản phẩm:**

• **Hoạt động Vận dụng 2:** Mặt cầu có tâm $I(100; 300; 2000)$ bán kính $R = 10$.

• **Hoạt động Vận dụng 3:** Khoảng cách từ đầu in phun đến tâm mặt cầu: $d = \frac{5\sqrt{2}}{16}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi, cùng đọc và thực hiện câu hỏi của các HĐVD 2, HĐVD 3.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* từng nhóm HS đọc, suy nghĩ, thảo luận vận dụng kiến thức đã biết thực hiện các yêu cầu của hoạt động.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:*

– GV gọi hai HS bất kì trình bày kết quả các phép toán đã tìm được từ HĐVD 2, HĐVD 3.

– HS còn lại quan sát, đối chiếu kết quả và nhận xét bổ sung.

❖ *Kết luận và nhận định:* GV đánh giá, nhận xét sản phẩm của HS với đáp án đúng.

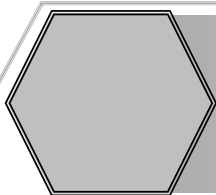
C. NHIỆM VỤ

– Xem lại khái niệm mặt cầu trong không gian, các dạng phương trình mặt cầu trong không gian.

– Xem lại cách xác định toạ độ tâm, bán kính của mặt cầu từ các dạng phương trình mặt cầu.

– Hoàn thành bài tập 1, 2, 3, 4, 5.

– Chuẩn bị kiến thức để thực hiện tiết học “**Bài tập cuối chương V**”.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG V

Thời gian thực hiện: 4 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập củng cố về:

- Nhận biết được phương trình mặt phẳng, phương trình đường thẳng trong không gian, phương trình mặt cầu trong không gian.
- Xác định được vector pháp tuyến của mặt phẳng, vector chỉ phương của đường thẳng, khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.
- Xác định được vị trí tương đối giữa đường thẳng với đường thẳng trong không gian.
- Xác định được góc giữa hai đường thẳng, giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa mặt phẳng và mặt phẳng trong không gian.
- Vận dụng được kiến thức về phương trình mặt phẳng, đường thẳng, mặt cầu để giải một số bài toán có liên quan đến thực tế.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS xác định được đúng đắn động cơ, thái độ học tập; tự đánh giá và điều chỉnh được kế hoạch học tập; tự nhận biết được sai sót và cách khắc phục sai sót.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc thảo luận các bài toán.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: Biết tiếp nhận câu hỏi, bài tập có vấn đề hoặc đặt ra câu hỏi; phân tích được các tình huống trong học tập.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Ham học hỏi, có ý thức tìm tòi, khám phá.
- Trung thực: Đưa ra các kết quả bài tập một cách chính xác.
- Trách nhiệm: Có ý thức làm việc nhóm; sẵn sàng chịu trách nhiệm với lời nói và việc làm của bản thân; hoàn thành các nhiệm vụ học tập.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1: Câu hỏi thực hành, vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng các kiến thức đã được học để tìm đáp án đúng trong các phương án lựa chọn ở các câu hỏi trắc nghiệm.

b) Nội dung: HS đọc và thực hiện giải các câu hỏi trắc nghiệm.

c) Sản phẩm: Đáp án các câu trắc nghiệm:

1. D 2. B 3. C 4. A 5. C 6. C 7. B 8. A 9. A 10. A 11. C

2. Mặt phẳng (Oyz) có vector pháp tuyến $\vec{i} = (1; 0; 0)$

3. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là $1(x-1) - 2(y-2) + 3(z+3) = 0$.

4. Ta có $d(A, (P)) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 2^2}}$.

5. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1$; mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2$ ta có:

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} (k \in \mathbb{R}); (P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0.$$

7. Phương trình chính tắc đường thẳng đi qua điểm $M(1; 0; -2)$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 1)$ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

8. Đường thẳng (d) có vector chỉ phương $\vec{u}_1$; đường thẳng (d') có vector chỉ phương $\vec{u}_2$ ta có: $(d) \perp (d') \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$.

9. Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1$; mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2$ ta có:

$$\cos((P), (Q)) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

11. Mặt cầu tâm I đi qua điểm A có bán kính $R = IA$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi, đọc và thực hiện các câu hỏi trắc nghiệm, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động nhóm đôi, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm lên bảng trình bày. Các HS còn lại theo dõi, nhận xét, đánh giá.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, phương án trả lời của các nhóm, ghi nhận và tuyên dương nhóm HS có câu trả lời tốt nhất. Hướng dẫn HS chuẩn bị cho nhiệm vụ tiếp theo.

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2: Bài tập vận dụng

a) Mục tiêu: HS sử dụng các kiến thức đã học trong chương để giải quyết các bài tập tự luận vận dụng.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc và thực hiện giải các bài tập trong Bài tập tự luận.

c) Sản phẩm:

12. a) Phương trình mặt phẳng $(ABC): x + y + z - 1 = 0$

Thay tọa độ $D(-2; 1; -1)$ vào phương trình mặt phẳng (ABC) ta được: $-2 + 1 - 1 - 1 \neq 0$

Vậy $D \notin (ABC)$ hay A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình chóp.

b) Góc giữa hai đường thẳng AB và $CD: (AB, CD) = 45^\circ$.

c) Độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD: h = d(A, (BCD)) = 1$.

13. a) Phương trình mặt phẳng $(BCD): 8x - 3y - 2z + 4 = 0$.

Ta thấy điểm A không thuộc mặt phẳng (BCD) nên ABCD là một tứ diện.

b) Chiều cao của tứ diện $ABCD: AH = d(A, (BCD)) = \frac{36\sqrt{77}}{77}$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với $CD: (\alpha): x - z + 5 = 0$

14. Khoảng cách từ đầu in đến khay đặt vật in: $d = 20cm$

15. (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -1; 0)$.

H là hình chiếu vuông góc của O xuống $(Q) \Rightarrow (Q)$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2; -1; -2)$

Tính được góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) là $((P), (Q)) = 45^\circ$.

16. a) $A(70; 0; 0), B(70; 0; -60), C(70; 80; 0), D(50; 0; 0)$.

b) Phương trình mặt phẳng $(ABC): x - 70 = 0$.

Phương trình mặt phẳng $(ACD): z = 0$.

c) Phương trình tham số đường thẳng $AC: \begin{cases} x = 70 \\ y = 70t \\ z = 0 \end{cases}$

d) Khoảng cách từ $M(0; 60; 40)$ đến mặt phẳng $(ABC): d = 70$.

17. a) Phương trình mặt phẳng $(O'AC): 6x + 2y + 3z - 12 = 0$

b) Phương trình đường thẳng $CO': \begin{cases} x = 0 \\ y = -6t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

c) Phương trình mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + 4z = 0$$

18. Ta có:

$$\begin{aligned}MA^2 = MB^2 + MC^2 &\Rightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-2)^2 + z^2 + x^2 + y^2 + (z-3)^2 \\&\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 12 = 0 \quad (*)\end{aligned}$$

Vì M thỏa mãn $(*)$ nên M thuộc một mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS thảo luận nhóm đôi, đọc và thực hiện các bài tập thực hành, vận dụng, sau đó GV gọi HS lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động nhóm, thực hiện trả lời các câu hỏi theo yêu cầu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS đại diện nhóm được gọi lên bảng trình bày, các HS còn lại theo dõi, nhận xét, bổ sung.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét thái độ làm việc, kết quả thực hiện của các nhóm HS, ghi nhận và tuyên dương HS có câu trả lời tốt nhất; chốt kiến thức tổng thể trong bài học.

C. NHIỆM VỤ

- HS hệ thống lại các kiến thức đã học trong Chương V.
- Chuẩn bị bài mới trong “Chương VI. Xác suất có điều kiện”.

Bài 1.

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

Thời gian thực hiện: tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Nhận biết được khái niệm xác suất có điều kiện.
- Biết được công thức tính xác suất có điều kiện.
- Tính được xác suất có điều kiện bằng công thức.
- Sử dụng được sơ đồ cây để tính xác suất.
- Giải thích được ý nghĩa của xác suất có điều kiện trong một số tình huống quen thuộc.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tính xác suất có điều kiện và vẽ sơ đồ cây.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: giải quyết các bài toán toán thực tế liên quan đến xác suất có điều kiện liên quan đến bài toán “đội mũ bảo hiểm và chấn thương vùng đầu”.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức tính xác suất có điều kiện và sơ đồ cây để tính xác suất có điều kiện trong HĐTH 1, 2, 3, 4 và HĐVD 3.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các kiến thức liên quan đến xác suất của biến cố, tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

a) Mục tiêu: Gợi mở kết nối HS vào bài xác suất có điều kiện thông qua bài toán thực tế về gieo xúc xắc.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc yêu cầu và thực hiện HĐKD.

c) **Sản phẩm:** Nếu biết rằng xuất hiện mặt chẵn chấm thì xác suất xuất mặt 6 chấm là $\frac{1}{3}$.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Mỗi HS đọc yêu cầu ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ tìm câu trả lời.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong phát biểu quan điểm cá nhân.

❖ **Kết luận nhận định:** HS làm tốt các yêu cầu của GV (chưa kết luận tính đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

1. Xác suất có điều kiện

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS làm quen với xác suất có điều kiện trong tình huống đơn giản.

b) **Nội dung:** GV yêu cầu HS đọc đề và thực hiện HĐKP 1.

c) **Sản phẩm:** a) Khi biến cố A xảy ra, nghĩa là lần thứ nhất lấy ra được một viên bi màu xanh.

Sau đó bỏ vào hộp thứ hai. Lúc này, trong hộp thứ hai có 3 viên bi màu xanh và 3 viên bi màu đỏ. Khi đó, xác suất lấy ra viên bi màu đỏ ở lần thứ hai là: $\frac{3}{6} = 0,5$.

b) Khi biến cố A không xảy ra, nghĩa là lần thứ nhất lấy ra được một viên bi màu đỏ.

Sau đó bỏ vào hộp thứ hai. Lúc này, trong hộp thứ hai có 2 viên bi màu xanh và 4 viên bi màu đỏ. Khi đó, xác suất lấy ra viên bi màu đỏ ở lần thứ hai là: $P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành 8 nhóm. Nhóm 1, 3, 5, 7 trả lời câu a. Nhóm 2, 4, 6, 8 trả lời câu b. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày trong phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi và thống nhất ý kiến vào phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Các nhóm nộp lại phiếu học tập. Đại diện nhóm trình bày kết quả của nhóm mình, các nhóm khác nhận xét kết quả và đặt câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Thông qua kết quả trả lời của các nhóm HS đã trình bày, HS thấy khả năng xảy ra của biến cố B phụ thuộc vào việc biến cố A có xảy ra hay không

– GV gọi một HS đọc định nghĩa xác suất có điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 1, qua đó HS hiểu cách tính xác suất có điều kiện.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2, qua đó HS hiểu rõ hơn cách tính xác suất có điều kiện.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) Mục tiêu: Bước đầu thực hành tính xác suất có điều kiện.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS dựa vào Ví dụ 1 hãy thực hiện HĐTH 1: tìm xác suất của biến cố “Thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lớn hơn 1” khi biến cố A và B xảy ra; dựa vào Ví dụ 2 hãy thực hiện HĐTH 2. tìm xác suất của biến cố “thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng”

Giải:

c) Sản phẩm: HS trả lời:

Hoạt động Thực hành 1

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố D là: $\{(1;2);(1;3);(2;3);(3;2)\}$.

Khi biến cố A xảy ra thì kết quả của phép thử là $(1;2)$ hoặc $(1;3)$. Cả hai kết quả đều thuận lợi cho biến cố D. Do đó $P(D|A) = 1$.

Khi biến cố B xảy ra thì kết quả của phép thử là $(2;1)$ hoặc $(2;3)$. Trong hai kết quả đồng khả năng này chỉ có kết quả $(2;3)$ là thuận lợi cho biến cố D. Do đó $P(D|B) = \frac{1}{2}$.

Hoạt động Thực hành 2

Sử dụng cách gọi biến cố như trong Ví dụ 2.

Theo đề bài, trong số 25 thành viên biết chơi cờ vua có 10 thành viên biết chơi cờ tướng và có 15 người không biết chơi cờ tướng.

Vậy xác suất thành viên được chọn không biết chơi cờ tướng biết rằng thành viên đó biết chơi cờ vua là: $P(\overline{A}|B) = \frac{15}{25} = 0,6$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** Chia lớp thành 8 nhóm. Các nhóm tiến hành thảo luận, trình bày lời giải vào phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm trao đổi thống nhất ý kiến viết lời giải vào phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Đại diện từng nhóm trình bày. Các HS chú ý theo dõi đặt ra những câu hỏi để làm sáng tỏ vấn đề.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm xác suất có điều kiện.

Hoạt động 1.3: Vận dụng

a) Mục tiêu: Vận dụng kiến thức vừa được học giải quyết bài toán khởi động.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS tính xác suất có điều kiện ở HĐKD.

c) Sản phẩm:

Gọi A là biến cố “xuất hiện mặt chẵn chấm”. B là biến cố “mặt 6 chấm xuất hiện”

Khi biến cố A xảy ra thì các kết quả của phép thử là 2,4,6. Trong 3 kết quả này có 1 kết quả thuận lợi cho biến cố B.

Do đó $P(B|A) = \frac{1}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS giải quyết bài toán ở HĐKD.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS suy nghĩ và tính xác suất có điều kiện ở HĐKD.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS xung phong trả lời câu hỏi. HS khác nhận xét câu trả lời.

❖ **Kết luận nhận định:** Các nhóm nỗ lực làm bài hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao, giải quyết được bài toán tìm xác suất có điều kiện.

2. Công thức tính xác suất có điều kiện.

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) Mục tiêu: HS nhận ra mối liên hệ giữa $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ và $P(A|B)$; $\frac{P(C \cap A)}{P(A)}$ và $P(C|A)$.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc HĐKP 2 và thực hiện yêu cầu tính xác suất.

c) Sản phẩm: HS trả lời:

a) Ta có số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6^2$.

Biến cố $A = \{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}$.

Biến cố $B = \{(2;6);(3;5);(4;4);(5;3);(6;2)\} \Rightarrow n(B) = 6 \Rightarrow P(B) = \frac{5}{36}$.

Biến cố $A \cap B = \{(4;4)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36}$.

$$\text{Khi đó } \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{1}{5}.$$

Khi biến cố B xảy ra, có 5 kết quả có thể xảy ra, trong đó chỉ có một kết quả thuận lợi cho biến cố A là (4;4) do đó $P(A|B) = \frac{1}{5}$.

b) Theo câu a ta có $n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$.

Biến cố $C = \{(1;6);(2;6);(3;6);(4;6);(5;6);(6;6);(6;5);(6;4);(6;3);(6;2);(6;1)\}$.

Biến cố $C \cap A = \{(6;6)\} \Rightarrow n(C \cap A) = 1 \Rightarrow P(C \cap A) = \frac{1}{36}$.

$$\text{Khi đó } \frac{P(C \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}.$$

Khi biến cố A xảy ra, có 6 kết quả có thể xảy ra, trong đó chỉ có một kết quả thuận lợi cho biến cố C là (6;6) do đó $P(C|A) = \frac{1}{6}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV chia lớp thành 8 nhóm, các nhóm thực hiện theo yêu cầu đề bài đưa ra. Các nhóm chuẩn thực hiện câu a, các nhóm lẻ thực hiện câu b

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS thảo luận nhóm, hoàn thành phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Nhóm HS trình bày kết quả của nhóm. Các nhóm khác trao đổi, thảo luận, đặt câu hỏi để thống nhất kết quả.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét, đánh giá kết quả của HS. GV khẳng định: Ở HĐKP 2 ta nhận thấy $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A|B)$ và $\frac{P(C \cap A)}{P(A)} = P(C|A)$.

– GV nhấn mạnh phần KTTT và phần Chú ý.

– GV trình bày Ví dụ 3 và rút ra phần Chú ý.

– GV trình bày Ví dụ 4 và phần Chú ý.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành tính xác suất có điều kiện bằng công thức.

b) **Nội dung:** HS đọc và thực hiện HĐTH 3.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố “Hai bạn được chọn được chọn cùng giới tính”, B là biến cố “Có ít nhất một bạn nam”.

Ta có số cách chọn 2 HS trong 9 HS: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Số cách chọn 2 HS nữ: C_4^2 ; Số cách chọn hai HS nam: C_5^2 .

Biến cố hai HS được chọn cùng giới tính và có ít nhất một bạn nam là cả hai HS được chọn là nam. Do đó $n(AB) = C_5^2 = 10 \Rightarrow P(AB) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Ta có: $\bar{B}$ là biến cố: “Không có bạn nam được chọn”. $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)} = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Xác suất có ít nhất một bạn nam được chọn là: $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{5}{6}$.

Xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nam được chọn là $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{18}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{3}$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện HĐTH 2

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoạt động cá nhân, thực hiện tính xác suất có điều kiện.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS lên bảng trình bày. Các HS khác theo dõi, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** Đối chiếu kết quả của HS và GV. GV nhận xét bài làm của HS.

Hoạt động 2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS sử dụng kiến thức liên quan đến xác suất có điều kiện để giải quyết HĐVD 2.

b) **Nội dung:** HS thực hiện HĐVD 2.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố: “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu” và B là biến cố: “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 80% do đó $P(A) = 0,8$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90% do đó $P(B) = 0,9$.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách bị chấn thương vùng đầu là 18% do đó $P(AB) = 0,18$.

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,9} = 0,2.$$

Việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu $\frac{0,8}{0,2} = 4$ lần.

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS thực hiện HĐVD 2.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS tính được các tích phân ở HĐVD 2.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS lên bảng trình bày các kết quả.

❖ *Kết luận nhận định:* HS vận dụng xác suất có điều kiện để giải bài toán thực tế.

3. Sơ đồ hình cây

Hoạt động 3.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** HS hình dung được sơ đồ cây, các giá trị ghi trên sơ đồ cây. Biết sử dụng sơ đồ cây để tính xác suất có điều kiện.

b) **Nội dung:** HS hoàn thành HĐKP 3. Điền các giá trị thích hợp vào ô chấm hỏi trong sơ đồ cây.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố “Ngày thứ Bảy trời nắng” và B là biến cố “Ngày Chủ nhật trời mưa”.

Ta có $P(A) = 0,7$; $P(B|A) = 0,2$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,3$.

Do đó

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,8; P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 0,7.$$

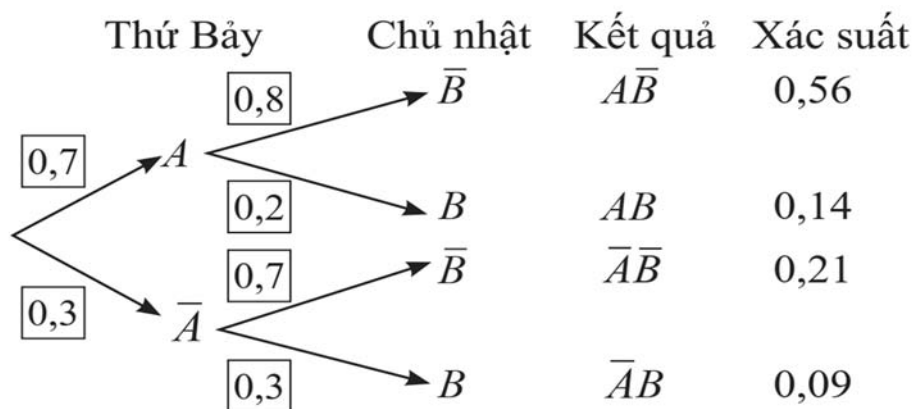
Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất trời nắng vào thứ Bảy và trời mưa vào Chủ nhật là $P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$.

Tương tự ta có: $P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,3.0,7 = 0,21$.

$$P(\overline{A}B) = P(\overline{A})P(B|\overline{A}) = 0,3.0,3 = 0,09.$$

$$P(A\overline{B}) = P(A)P(\overline{B}|A) = 0,7.0,8 = 0,56.$$

Ta có thể biểu diễn kết quả theo sơ đồ hình cây như sau



d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm, đọc đề và hoàn thành sơ đồ cây.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc hướng dẫn và hoàn thành sơ đồ cây và giải thích.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Một nhóm cử đại diện trình bày những giải thích liên quan đến việc điền các giá trị vào sơ đồ cây. Các nhóm khác lắng nghe, đặt câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:** GV thống nhất kết quả của các nhóm. GV nêu nhận xét và trình bày Ví dụ 5.

Hoạt động 3.2: Thực hành

a) Mục tiêu: HS thực hành sử dụng sơ đồ cây để tính xác suất.

b) Nội dung: HS đọc đề và vẽ sơ đồ cây và tính xác suất của các biến cố trong HĐTH 4.

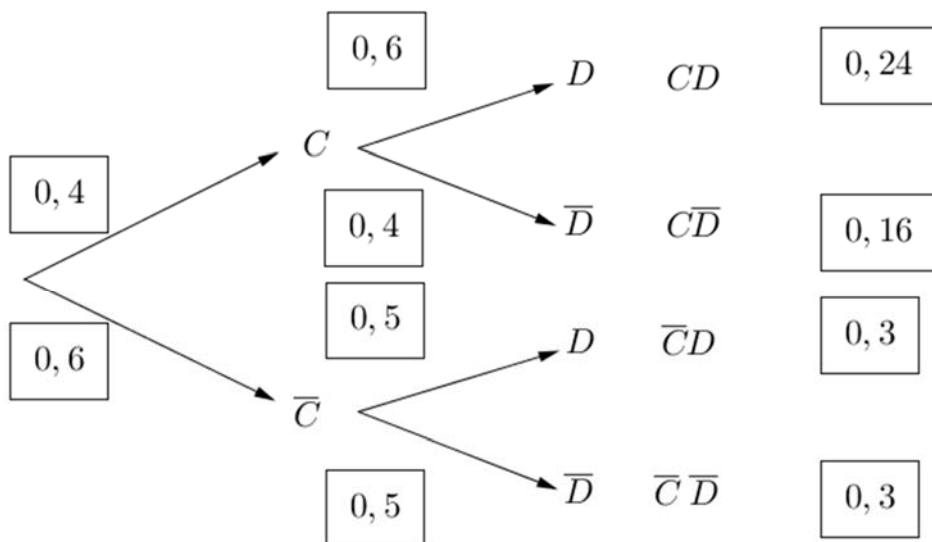
c) Sản phẩm: Gọi C là biến cố: “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh” và D là biến cố “Viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có màu xanh”.

Ta có: $P(C) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 0,6$.

Nếu lấy được viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất, khi đó hộp thứ 2 sẽ có 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Do đó: $P(D|C) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(\overline{D}|C) = 1 - P(D|C) = 0,4$.

Nếu không lấy được viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất, khi đó hộp thứ 2 sẽ có 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Do đó: $P(D|\overline{C}) = \frac{5}{10} = 0,5$; $P(\overline{D}|\overline{C}) = 1 - P(D|\overline{C}) = 0,5$.

Ta có sơ đồ cây như hình vẽ sau:



Do $A = C\bar{D}$ nên $P(A) = P(C\bar{D}) = 0,16$

Do $B = CD \cap \bar{C}\bar{D}$ nên $P(B) = P(CD) + P(\bar{C}\bar{D}) = 0,24 + 0,3 = 0,54$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm đọc đề và thực hiện yêu cầu trong HĐTH 4.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm làm việc, vẽ sơ đồ cây vào phiếu học tập và tính xác suất.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** Một HS đại diện nhóm trình bày bài giải, các HS khác nhận xét, đóng góp ý kiến.

❖ **Kết luận nhận định:** GV đối chiếu đáp án và bài làm của HS. Nhận xét chỉnh sửa.

Hoạt động 3.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** HS vận dụng sơ đồ cây để tính xác suất của biến cố.

b) **Nội dung:** HS vận dụng sơ đồ cây để tính xác suất trong HDVD 3.

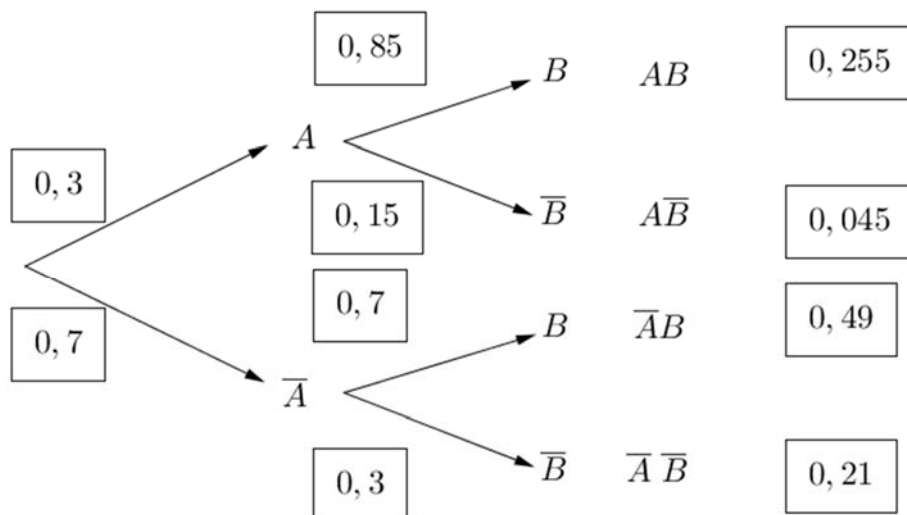
c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố: “Sinh viên được chọn tốt nghiệp loại giỏi” và B là biến cố: “Sinh viên được chọn làm đúng chuyên ngành”.

Tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp loại giỏi là 30%. Do đó $P(A) = 0,3$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,7$

Tỉ lệ người tìm được việc làm đúng chuyên ngành là 85% đối với sinh viên tốt nghiệp loại giỏi và 70% đối với sinh viên tốt nghiệp loại khác. Do đó $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Suy ra $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,15$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 0,3$

Ta có sơ đồ cây như hình vẽ



Do $C = AB$ nên $P(C) = P(AB) = 0,225$

Do $D = \bar{A}B$ nên $P(D) = P(\bar{A}B) = 0,49$.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV cho HS đọc đề bài, yêu cầu HS tính xác suất. Gợi ý sử dụng sơ đồ cây.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS làm việc cá nhân. Tính xác suất.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS làm nhanh nhất lên trình bày bài làm. Các HS khác nhận xét, đặt câu hỏi.

❖ **Kết luận nhận định:** GV nhận xét, khen ngợi HS trình bày bài giải đúng và HS góp ý chính xác.

C. NHIỆM VỤ

- Xem lại công thức tính xác suất có điều kiện và sơ đồ cây.
- Hoàn thành bài tập 1,2,3,4.
- Chuẩn bị bài mới “Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes”.

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

- Mô tả, nhắc lại được công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.
- Hiểu được bảng số liệu 2×2 và biết tính xác suất dựa trên bảng số liệu 2×2 và sơ đồ cây.
- Sử dụng được công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện và giải quyết một số bài toán thực tế.
- Sử dụng được sơ đồ cây để tính xác suất có điều kiện và giải quyết một số bài toán thực tế.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ và tự học: HS tự chuẩn bị bài ở nhà, trả lời được những câu hỏi ở HĐKP.
- Giao tiếp và hợp tác: HS hoạt động nhóm thông qua việc tính xác suất có sử dụng công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.

2.2. Năng lực Toán học:

- Giải quyết vấn đề toán học: Giải quyết bài toán toán thực tế “mối liên hệ giữa điện thoại di động và tai nạn giao thông” thông qua công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.
- Tư duy và lập luận toán học: sử dụng công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện trong HĐTH 1, 2 và HĐVD.

3. Về phẩm chất

- Chăm chỉ: Có chuẩn bị bài trước ở nhà, chuẩn bị các kiến thức liên quan đến xác suất toàn phần, công thức Bayes và tham gia tốt hoạt động nhóm.
- Trung thực: HS thừa nhận và học tập các kết quả đúng của các bạn thông qua các hoạt động giải các bài tập luyện tập, thực hành, vận dụng.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

- 1. Đối với giáo viên:** Kế hoạch dạy học, SGK, SGV, ti vi, bài trình chiếu.
- 2. Đối với học sinh:** SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KHỞI ĐỘNG

Hoạt động: Khởi động

- a) Mục tiêu:** Gợi mở, kết nối HS với bài Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes thông qua bài toán thực tế về xét nghiệm SAR-CoV-2.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS đọc đề và yêu cầu của HĐKD và trả lời câu hỏi làm sao biết khả năng người đó thực sự nhiễm virus là cao hay thấp?

c) Sản phẩm: HS trả lời được câu hỏi: đề biết khả năng người đó thực sự nhiễm virus là cao hay thấp cần tính xác suất nhiễm bệnh khi bị kết quả dương tính.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* Mỗi HS đọc đề và thực hiện yêu cầu của HĐKD.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS suy nghĩ tìm ra câu trả lời.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS xung phong phát biểu ý kiến, quan điểm cá nhân.

❖ *Kết luận nhận định:* HS làm tốt yêu cầu của GV (chưa kết luận đúng sai).

B. KHÁM PHÁ – THỰC HÀNH – VẬN DỤNG

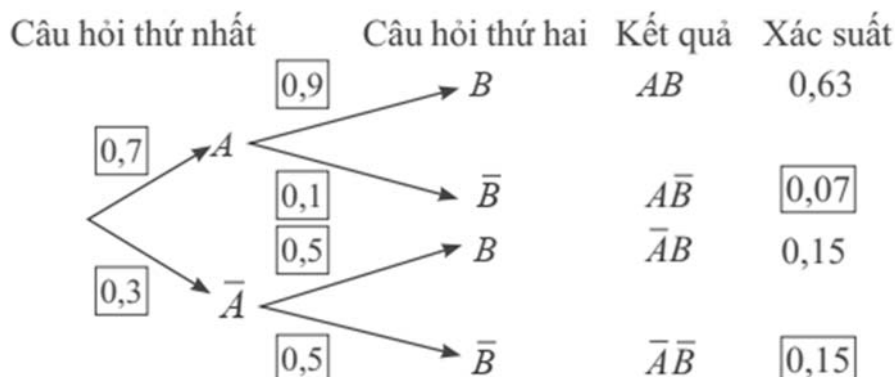
1. Công thức xác suất toàn phần

Hoạt động 1.1: Khám phá

a) Mục tiêu: Nhắc lại cho HS về sơ đồ cây, liên kết với công thức xác suất toàn phần.

b) Nội dung: GV yêu cầu HS thực hiện HĐKP 1, hoàn thành sơ đồ cây.

c) Sản phẩm:



d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu HS quan sát sơ đồ cây, đọc đề và điền các giá trị thích hợp vào dấu ?.

❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS thực hiện bài tập cá nhân, đọc đề và điền giá trị thích hợp vào ?.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS xung phong điền giá trị thích hợp vào sơ đồ cây. HS khác nhận xét, đặt câu hỏi.

❖ *Kết luận nhận định:*

– GV yêu cầu HS nêu ý nghĩa của biến cố AB và $\bar{A}B$. Ta thấy biến cố B là hợp của hai biến cố xung khắc AB và $\bar{A}B$. Do đó: $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,63 + 0,15 = 0,78$.

– GV gọi HS đọc KTTT và phần Chú ý.

Hoạt động 1.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành sử dụng công thức xác suất toàn phần để tính xác suất của biến cố.

b) **Nội dung:** HS tính xác suất tắc đường trong HĐTH 1.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố “Buổi sáng bị tắc đường” và B là biến cố “Buổi sáng trời mưa”

Do xác suất tắc đường khi trời mưa là 0,7 nên $P(A|B) = 0,7$.

Do xác suất tắc đường khi trời không mưa là 0,2 nên $P(A|\bar{B}) = 0,2$.

Do xác suất trời mưa vào buổi sáng là 0,1 nên $P(B) = 0,1$; xác suất trời không mưa là $P(\bar{B}) = 0,9$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất bị tắc đường là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,7 + 0,9 \cdot 0,2 = 0,25.$$

d) **Tổ chức thực hiện:**

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm 4 HS. HS đọc HĐTH 1 và suy nghĩ cách làm bài, sau đó ghi ra phiếu học tập, chuẩn bị lên bảng trình bày.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc HĐTH, trình bày chi tiết vào phiếu học tập.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV gọi nhóm, đại diện nhóm lên bảng trình bày. Các HS khác đối chiếu, nhận xét bài làm của nhóm mình sau đó đóng góp ý kiến.

❖ **Kết luận nhận định:** HS luyện tập được kỹ năng tính xác suất của một biến cố bằng công thức xác suất toàn phần.

2. Công thức Bayes

Hoạt động 2.1: Khám phá

a) **Mục tiêu:** Hiểu được bảng dữ liệu thống kê 2×2 ; tính được xác suất có điều kiện dựa trên bảng dữ liệu thống kê 2×2 .

b) **Nội dung:** HS đọc bảng số liệu và tính xác suất có điều kiện.

c) **Sản phẩm:** Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn bị tật khúc xạ” và B là biến cố “Học sinh được chọn là nam”.

a) Có $12 + 18 = 30$ bạn bị tật khúc xạ. Trong đó có 18 bạn nam.

Do đó, xác suất bạn được chọn là nam khi biết bạn đó bị tật khúc xạ là:

$$P(B|A) = \frac{18}{12+18} = 0,6$$

b) Có $18 + 32 = 50$ bạn nam. Trong đó có 18 bạn bị tật khúc xạ.

Do đó, xác suất bạn được chọn bị tật khúc xạ khi biết bạn đó là nam là:

$$P(A|B) = \frac{18}{32+18} = 0,36$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV cho học sinh đọc bảng dữ liệu và yêu cầu HS làm việc theo nhóm 4 HS. Các nhóm lần lượt trả lời câu a, các nhóm lẻ trả lời câu b điền vào phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** Các nhóm HS quan sát bảng và trả lời câu hỏi được giao trong HĐKP 2.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV chọn 2 nhóm, một nhóm lần, một nhóm lẻ. Nhóm HS được chọn cử đại diện lên bảng để trình bày kết quả của nhóm. Các nhóm khác ghi chép, đối chiếu, góp ý, nhận xét.

❖ **Kết luận nhận định:** HS tính được xác suất và hiệu bảng dữ liệu 2×2 .

– GV dẫn dắt HS xây dựng công thức Bayes.

– GV gọi HS đọc KTTT của công thức Bayes và phần Chú ý

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 2.

– GV hướng dẫn HS tìm hiểu Ví dụ 3.

Hoạt động 2.2: Thực hành

a) **Mục tiêu:** HS thực hành sử dụng công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện.

b) **Nội dung:** HS tính xác suất “vật thể bay là mục tiêu thật khi radar phát tín hiệu cảnh báo” trong HĐTH 2.

c) **Sản phẩm:** Xác suất vật thể bay là mục tiêu thật là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,01.0,9}{0,0585} = \frac{2}{13}$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS làm việc theo nhóm, hoàn thành phiếu học tập.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS làm việc theo nhóm: trao đổi để trả lời câu hỏi xác suất vật thể bay là mục tiêu thật khi radar phát tín hiệu.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** GV chọn một nhóm trình bày kết quả. Các nhóm khác đối chiếu kết quả trên bảng với bài làm của nhóm mình. Nhận xét, đặt câu hỏi và góp ý.

❖ **Kết luận nhận định:** HS giải quyết được bài toán, tính đúng xác suất có điều kiện.

Hoạt động 2.3: Vận dụng

a) **Mục tiêu:** Vận dụng công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes để trả lời được câu hỏi “sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?”.

b) **Nội dung:** HS trả lời câu hỏi trong HĐVD.

c) **Sản phẩm:** HS trả lời:

Việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên 5 lần.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ *GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:* GV yêu cầu học sinh đọc đề và trả lời câu hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

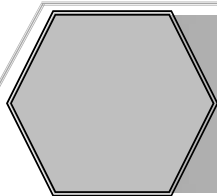
❖ *HS thực hiện nhiệm vụ học tập:* HS làm việc cá nhân, suy nghĩ.

❖ *Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:* HS có câu trả lời nhanh nhất lên bảng trình bày. Các HS khác nhận xét, đặt câu hỏi và đóng góp ý kiến?

❖ *Kết luận nhận định:* HS giải quyết được câu hỏi liên quan đến vấn đề thực tế.

C. NHIỆM VỤ

- Coi lại công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes.
- Hoàn thành bài tập 1,2,3,4.
- HS chuẩn bị bài tập cuối chương VI.



BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG VI

Thời gian thực hiện: 2 tiết

I. MỤC TIÊU

1. Về kiến thức

Ôn tập và củng cố về:

- Nhận biết được khái niệm về xác suất có điều kiện.
- Giải thích được ý nghĩa của xác suất có điều kiện trong những tình huống thực tiễn quen thuộc.
- Mô tả được công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes thông qua bảng dữ liệu thống kê 2×2 và sơ đồ hình cây.
- Sử dụng được công thức Bayes để tính xác suất có điều kiện và vận dụng vào một số bài toán thực tiễn.
- Sử dụng được sơ đồ hình cây để tính xác suất có điều kiện trong một số bài toán thực tiễn liên quan tới thống kê.

2. Về năng lực

2.1. Năng lực chung:

- Tự chủ, tự học: HS chuẩn bị bài tập cuối chương VI ở nhà.
- Giao tiếp, hợp tác: Thực hiện các hoạt động nhóm.

2.2. Năng lực Toán học:

- Tư duy và lập luận toán học: Mô tả được sơ đồ tổng quát để tính xác suất có điều kiện trong một số bài toán từ cơ bản đến nâng cao.
- Mô hình hoá toán học: Sử dụng các công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes để giải một số bài toán thực tế (Vật lý, Sinh học, Địa lý, ...).

3. Về phẩm chất

- Trung thực: Báo cáo đúng kết quả chuẩn bị bài tập ở nhà.
- Trách nhiệm: Chủ động, tích cực trong thực hiện các nhiệm vụ học tập cá nhân và nhóm.
- Chăm chỉ: Tự nghiên cứu và giải một số bài tập trước ở nhà.

II. THIẾT BỊ DẠY HỌC VÀ HỌC LIỆU

1. Đối với giáo viên: SGK, ti vi, bài trình chiếu, phiếu học tập, bảng nhóm.

2. Đối với học sinh: SGK, máy tính cầm tay, đồ dùng học tập.

III. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hoạt động 1.1: Câu hỏi thực hành

a) Mục tiêu: Giúp HS củng cố lại một số kiến thức trong chương VI và rèn luyện khả năng làm bài tập trắc nghiệm.

b) Nội dung: Câu hỏi trắc nghiệm.

c) Sản phẩm: Đáp án trắc nghiệm:

- | | | | |
|---------|------|------|------|
| 1. a) A | b) C | c) B | |
| 2. a) C | b) A | c) C | |
| 3. a) A | b) B | c) A | d) D |

1. a) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $P(A|B)$

Ta sử dụng công thức xác suất có điều kiện: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$

b) Xác suất biến cố B không xảy ra với điều kiện biến cố A xảy ra là $P(\bar{B}|A)$

Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$. Xác suất của $\bar{B}A$ (A xảy ra nhưng B không xảy ra): $P(\bar{B}A) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,2 = 0,6$

Vậy: $P(\bar{B}|A) = \frac{P(\bar{B}A)}{P(A)} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$

c) Giá trị của biểu thức $\frac{P(A|B)}{P(A)} - \frac{P(B|A)}{P(B)} = ?$. Ta đã tính: $P(A|B) = 0,4$ và

$$P(A) = 0,8; P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25; P(B) = 0,5$$

Vậy: $\frac{P(A|B)}{P(A)} - \frac{P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} - \frac{0,25}{0,5} = 0$.

2. Để giải quyết bài toán này, ta sẽ tiến hành phân tích và tính toán xác suất dựa trên dữ liệu đã cho.

Dữ liệu:

+ Phân xưởng I: Hải lòng: 37 ; Không hải lòng: 13. Tổng: 50

+ Phân xưởng II: Hải lòng: 63 ; Không hải lòng: 27. Tổng: 90

+ Tổng số công nhân: 50 (I) + 90 (II) = 140 công nhân

Đặt các biến cố:

- A : “Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I”.
- B : “Công nhân đó hải lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng”.

a) Xác suất để một công nhân ngẫu nhiên làm việc tại phân xưởng I:

$$P(A) = \frac{37+13}{140} = \frac{50}{140} \approx 0,3571.$$

b) Để tính xác suất này, ta sử dụng công thức xác suất có điều kiện

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Trong đó:

- $P(A \cap B)$ là xác suất công nhân làm việc tại phân xưởng I và hài lòng.
- $P(B)$ là xác suất công nhân hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng.

Cách 1: $P(A|B) = \frac{37}{37+63} = 0,37$

Cách 2: Ta tính được: $P(A \cap B) = \frac{37}{140} \approx 0,2643$; $P(B) = \frac{37+63}{140} \approx 0,7143$

Áp dụng công thức $P(A|B) = \frac{0,2643}{0,7143} \approx 0,37$

c)

Cách 1: $P(B|\bar{A}) = \frac{63}{63+27} = \frac{63}{90} \approx 0,7$.

Cách 2: $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$; Có $P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(BA) = \frac{5}{7} - \frac{37}{140} \approx 0,45$;

Có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{14} \approx 0,6423$. Vậy $P(B|\bar{A}) = \frac{0,45}{0,6423} \approx 0,7$.

3.

a) Xác suất của biến cố cả A và B đều không xảy ra là $P(\bar{A}\bar{B})$

Cách 1: Theo sơ đồ $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,4 \cdot 0,8 = 0,32$.

Cách 2: $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)]$

b) Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,6 = 0,62.$$

c) Xác suất điều kiện $P(A|B)$ được tính bằng công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$$

Chúng ta đã có $P(B|A) = 0,7$, $P(A) = 0,2$ và $P(B) = 0,62$ từ trước, nên:

$$P(A|B) = \frac{0,7 \cdot 0,2}{0,62} = \frac{7}{31} \approx 0,2258$$

d)

$$\text{Cách 1: } \frac{P(B)P(\bar{A}|B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = P(B|\bar{A}) = 0,6 \text{ (theo sơ đồ)}$$

$$\text{Cách 2: Ta có } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,8; P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0,2258 = 0,7742$$

$$\text{Do đó: } \frac{P(B)P(\bar{A}|B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,62 \cdot 0,7742}{0,8} \approx 0,6$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV phát phiếu học tập và yêu cầu HS điền vào chỗ trống trên phiếu, sau đó yêu cầu HS đọc đề và trả lời các câu trắc nghiệm.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS hoàn thành các chỗ trống trên phiếu học tập rồi tiến hành đọc đề và giải các câu trắc nghiệm dựa trên các kiến thức về: Nhận biết được khái niệm về xác suất có điều kiện để giải câu; phương pháp mô tả được công thức xác suất toàn phần, công thức Bayes thông qua bảng dữ liệu thông kê 2×2 và sơ đồ hình cây để giải.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân, đứng tại chỗ phát biểu đáp án. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: HS cần nắm vững được các lí thuyết về xác suất có điều kiện để có thể làm nhanh các câu hỏi như dạng câu 1; nhận biết sơ đồ hình cây để giải câu 3. Để giải các bài toán thực tế cần đọc kĩ, phân tích đề và tìm ra mối liên hệ giữa bài toán với kiến thức toán học cần sử dụng, từ đó đưa ra cách giải phù hợp.

2. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Hoạt động 2.1: Bài tập thực hành

a) **Mục tiêu:** Giúp HS củng cố lại các kiến thức về công thức tính xác suất có điều kiện (toàn phần, Bayes); ứng dụng ý nghĩa tính xác suất để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.

b) **Nội dung:** Bài tập tự luận 5.

c) **Sản phẩm:**

$$P(A|B) = 2P(B|A) \Rightarrow \frac{P(AB)}{P(B)} = 2 \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = 2 \text{ (do } P(AB) \neq 0).$$

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc đề và trình bày các bài tập tự luận 5.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và giải các bài tập tự luận dựa trên các kiến thức về: công thức tính xác suất có điều kiện để giải bài tập 5.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện cá nhân và lên bảng trình bày. HS khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận ở các bài tập này HS cần nắm các kiến thức về các công thức tính xác suất có điều kiện, hiểu được ý nghĩa của chúng; đồng thời nhắc nhở HS những lập luận cần thiết khi trình bày tự luận.

Hoạt động 2.2: Bài tập vận dụng

a) Mục tiêu: Giúp HS vận dụng kết hợp các kiến thức về các công thức cộng và nhân xác suất, đồng thời sử dụng các kiến thức về xác suất có điều kiện (công thức xác suất toàn phần, Bayes) vào giải các bài toán thực tế.

b) Nội dung: Bài tập tự luận 4, 6, 7, 8, 9.

c) Sản phẩm:

4. Đặt các biến cố sau:

E : “Hộ gia đình sử dụng điện để đun nước”;

F : “Hộ gia đình sử dụng ấm điện siêu tốc”

Theo đề bài, ta có: $P(E) = 85\% = 0,85$; $P(F) = 21\% = 0,21$

Do mọi hộ sử dụng ấm điện siêu tốc đều được tính trong số các hộ sử dụng điện để đun nước nên $P(F \cap E) = P(F)$.

Sử dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$P(F|E) = \frac{P(F \cap E)}{P(E)} = \frac{P(F)}{P(E)} = \frac{0,21}{0,85} \approx 0,2471.$$

Như vậy, xác suất để một hộ gia đình sử dụng ấm điện siêu tốc, biết rằng họ sử dụng điện để đun nước, là khoảng 24.71%.

6. Đặt các biến cố:

A : “Cả 3 người được chọn đều là kỹ sư”;

B : “Có ít nhất 2 kỹ sư trong 3 người được chọn”.

Số cách chọn 3 kỹ sư từ 4 kỹ sư là $n(A) = C_4^3$ và tổng số cách chọn 3 người từ 10 người

(4 kỹ sư và 6 kỹ thuật viên) là $n(\Omega) = C_{10}^3$. Do đó $P(A) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$

• Số cách chọn 2 kỹ sư và 1 kỹ thuật viên: $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$.

• Số cách chọn 3 kỹ sư đã tính ở trên là $C_4^3 = 4$.

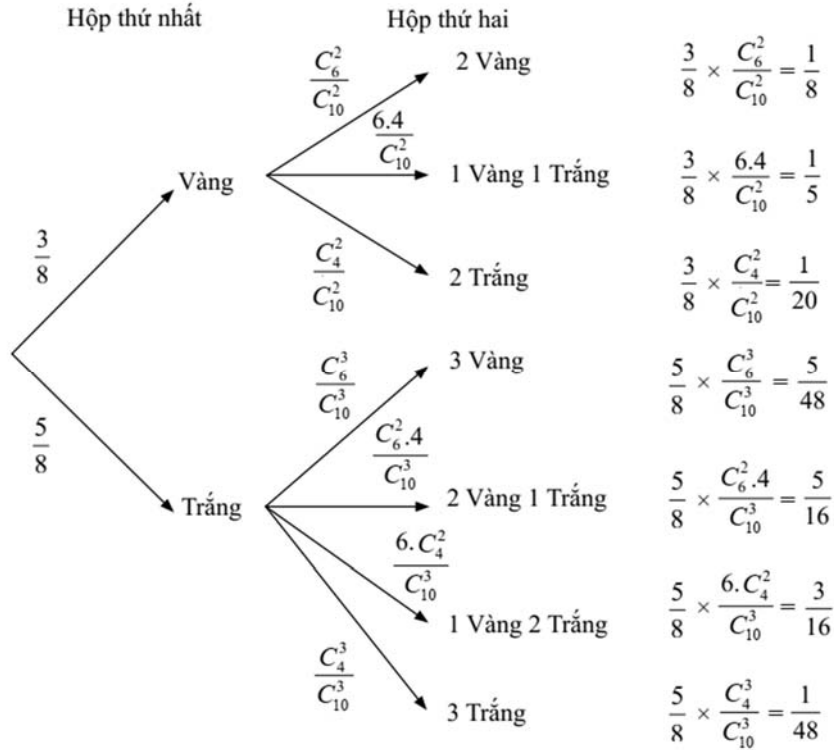
$$\text{Suy ra } P(B) = \frac{36+4}{120} = \frac{1}{3}.$$

Vì $A \subset B$ nên $P(A \cap B) = P(A)$.

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{10}.$$

Như vậy, xác suất để cả 3 người được chọn đều là kĩ sư, biết rằng trong 3 người được chọn có ít nhất 2 kĩ sư, là $\frac{1}{10}$ hay 10%.

7.



a) Gọi các biến cố:

A : “quả bóng lấy từ hộp thứ nhất là màu vàng”.

B : “có đúng 1 quả bóng màu vàng được lấy ra từ hộp thứ hai”.

Xác suất các sự kiện ban đầu: $P(A) = \frac{5}{8}$; $P(\bar{A}) = \frac{3}{8}$.

+ Khi biến cố A không xảy ra: $P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^1 \cdot C_4^2}{C_{10}^3} = \frac{3}{10}$.

+ Khi biến cố A xảy ra: $P(B|A) = \frac{C_6^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} + \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{8} = \frac{31}{80}$$

b) Gọi C là biến cố: “tất cả quả bóng lấy ra màu trắng”.

+ Nếu lấy 3 quả (từ hộp 1 là trắng): $P(C|\bar{A}) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$.

+ Nếu lấy 2 quả (từ hộp 1 là vàng): $P(C|A) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(C) = P(C \cap A) + P(C \cap \bar{A})$

$$P(C) = P(C|A).P(A) + P(C|\bar{A}).P(\bar{A}) = \frac{1}{30} \cdot \frac{5}{8} + \frac{2}{15} \cdot \frac{3}{8} = \frac{17}{240}.$$

Áp dụng công thức Bayes:
$$P(A|C) = \frac{P(C|A).P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{30} \cdot \frac{5}{8}}{\frac{17}{240}} = \frac{12}{17}.$$

Như vậy, xác suất để quả bóng lấy từ hộp thứ nhất có màu vàng, biết tất cả quả bóng từ hộp thứ hai đều trắng, là $\frac{12}{17}$.

8.

a) Gọi các biến có:

A : “lấy được 2 bi đỏ từ hộp 1”

B : “lấy được 2 bi đỏ từ hộp 2”.

Xác suất cho mỗi trường hợp: $P(A) = \frac{C_5^2}{C_6^2} = \frac{2}{3}$; $P(\bar{A}) = \frac{C_1^1 \cdot C_5^1}{C_6^2} = \frac{1}{3}$.

Xác suất lấy 2 bi đỏ từ hộp 2 trong mỗi trường hợp:

$$P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}; \quad P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

$$P(B) = P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A}) = \frac{7}{15} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{45}.$$

b) Áp dụng của công thức Bayes, ta có
$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{7}{15} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{19}{45}} = \frac{14}{19}$$

Như vậy:

• Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ là $\frac{19}{45}$.

• Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là bi đỏ, biết rằng hai viên bi lấy từ hộp thứ hai là bi đỏ, là $\frac{14}{19}$.

9. a) Gọi các biến có:

A : “nhân viên được chọn là nữ”.

B : “nhân viên được chọn mua bảo hiểm”.

Ta có: $P(A) = 0,45$; $P(\bar{A}) = 0,55$; $P(B|A) = 0,07$; $P(B|\bar{A}) = 0,05$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,07 \cdot 0,45 + 0,05 \cdot 0,55 = 0,059.$$

Vậy xác suất một nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 5.9%.

b) Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,05 \cdot 0,55}{0,059} = \frac{55}{118} \approx 0,4661.$$

Vậy xác suất nhân viên được chọn là nam, biết rằng nhân viên đó đã mua bảo hiểm nhân thọ, là khoảng 46.61%.

d) Tổ chức thực hiện:

❖ **GV chuyển giao nhiệm vụ học tập:** GV yêu cầu HS đọc và thực hiện các bài 4, 6, 7, 8, 9.

❖ **HS thực hiện nhiệm vụ học tập:** HS đọc đề và tiến hành phân tích đề, đưa ra lời giải bằng cách: kết hợp ý nghĩa thực tiễn vào các bài toán xác suất có điều kiện.

❖ **Báo cáo kết quả hoạt động và thảo luận:** HS thực hiện theo nhóm (4 nhóm) và lên bảng trình bày. HS nhóm khác nhận xét.

❖ **Kết luận, nhận định:** GV nhận xét, đánh giá bài làm của HS và nêu đáp án đúng.

GV kết luận: Để giải các bài toán xác suất có điều kiện, HS cần phân tích dữ liệu đề bài, xây dựng các biến cố cần thiết. Tạo mối quan hệ xác suất của biến cố A với điều kiện B .

Đối với các bài toán thực tế cần xác định các yếu tố toán học để đưa về các bài toán thường gặp. Cụ thể với các bài tập này chủ yếu dựa vào các kiến thức về xác suất có điều kiện thường gặp để giải.

IV. KẾ HOẠCH ĐÁNH GIÁ

(Giáo viên tự cân đối từng hoạt động để đưa ra phương án đánh giá cho phù hợp)

V. HỒ SƠ DẠY HỌC (Đính kèm các phiếu học tập/bảng kiểm quan sát)

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch Hội đồng thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGUYỄN TIẾN THANH

Chịu trách nhiệm nội dung:

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Tổ chức và chịu trách nhiệm bản thảo:

Phó Tổng biên tập TRẦN QUANG VINH

Giám đốc Công ty Cổ phần Dịch vụ xuất bản giáo dục Gia Định TRẦN THỊ KIM NHUNG

Biên tập nội dung: MÃ TRƯỜNG VINH

Trình bày bìa: ĐẶNG NGỌC HÀ

Thiết kế sách: BÙI XUÂN DƯƠNG

Sửa bản in: MÃ TRƯỜNG VINH

Chế bản: CÔNG TY CỔ PHẦN DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

Bản quyền thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam và Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản giáo dục Gia Định.

Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kỳ hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam và Công ty cổ phần Dịch vụ xuất bản giáo dục Gia Định

KẾ HOẠCH BÀI DẠY MÔN TOÁN LỚP 12 – TẬP HAI

(Hỗ trợ giáo viên thiết kế kế hoạch bài dạy theo sách giáo khoa Toán 12 – Bộ sách Chân trời sáng tạo)

Mã số:

In ... bản, (QĐ ... - NXBGDHN) khổ 19 x 26,5 cm.

Đơn vị in: Cơ sở in: Số ĐKXB:

Số QĐXB: .../QĐ-GD-HN ngày ... tháng ... năm ...

In xong và nộp lưu chiểu quý ... năm 202... Mã số ISBN: