

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1: Cho khai triển $(1+x+x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, với $n \geq 2$ và $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ là các hệ số. Biết rằng $\frac{a_3}{14} = \frac{a_4}{41}$, khi đó tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$ bằng

- A. $S = 3^{11}$. B. $S = 3^{13}$. C. $S = 3^{10}$. D. $S = 3^{12}$.

Câu 2: Cho a, b, c là các số thực đôi một khác nhau thuộc đoạn $[0; 2]$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} \text{ là :}$$

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{25}{4}$.

Câu 3: Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ của phương trình $\sin(x + 45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ bằng:

- A. 180° . B. 540° . C. 450° . D. 90° .

Câu 4: Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

- A. $x^2 - 11x + 10 = 0$ B. $x^2 - 5x + 6 = 0$ C. $x^2 - 8x + 15 = 0$ D. $x^2 + 9x - 10 = 0$

Câu 5: Phương trình $(m+1)\sin x + \cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -3 \end{cases}$. C. $-1 \leq m \leq 3$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .
B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin^2 x + 1}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Số nghiệm phương trình $\sqrt{2x-3}(x^2 - 3x + 2) = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 9: Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lí và 6 cuốn sách hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{661}{715}$. C. $\frac{660}{713}$. D. $\frac{6}{7}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

- A. $u_6 = -320$. B. $u_6 = 160$. C. $u_6 = 320$. D. $u_6 = -160$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$.

- A. $m = -1$ hoặc $m = 7$. B. $m = 1$ hoặc $m = -7$.
C. $m = 1$. D. $m = -7$.

Câu 12: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là sai?

- A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.
B. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.
C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.
D. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2$ là

- A. $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$ B. $(-6; -2) \cup (-3; 4)$ C. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$ D. $(-4; 3)$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A , $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB) . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$.

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của a dương sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4ax + (a^2 - 2a + 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3.

- A. $a = 5 + \sqrt{10}$ B. $a = 5 + \sqrt{3}$ C. $a = 1 + \sqrt{2}$ D. $a = 2$

Câu 16: Bạn An ra vườn hái 6 bông hoa vàng và 5 bông hoa đỏ cho vào giỏ. Có bao nhiêu cách để bạn An lấy 3 bông hoa từ giỏ đó sao cho chúng có đủ cả hai màu?

- A. 135. B. 462. C. 810. D. 90.

Câu 17: Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào sai?

- A. Gọi $P(A)$ là xác suất của biến cố A ta luôn có $0 < P(A) \leq 1$.
B. Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta không biết được chính xác kết quả của nó nhưng ta có thể biết được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.
C. Không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.
D. Biến cố là tập con của không gian mẫu.

Câu 18: Từ một tổ gồm 10 học sinh, giáo viên chủ nhiệm chọn ra 4 học sinh để dọn vệ sinh lớp trong đó có 1 bạn lau bảng, 2 bạn quét lớp và 1 bạn kê bàn ghế. Số cách chọn là

- A. 5000. B. 2500. C. 2520. D. 5040.

Câu 19: Biểu thức $(m^2 + 2)x^2 - 2(m - 2)x + 2$ luôn nhận giá trị dương khi và chỉ khi:

- A. $m \leq -4$ hoặc $m \geq 0$. B. $-4 < m < 0$.

C. $m < 0$ hoặc $m > 4$

D. $m < -4$ hoặc $m > 0$.

Câu 20: Tổng $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n$ bằng:

A. 3^n

B. 4^n

C. 2^{n+1}

D. C_{2n}^n

Câu 21: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 22: Tính giới hạn: $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 23: Tính tổng vô hạn sau: $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$.

A. 4.

B. $\frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{2^n} - 1}{\frac{1}{2} - 1}$.

C. 2.

D. $2^n - 1$.

Câu 24: Cho hình thang vuông $ABCD$, đường cao $AB = 2a$, $AD = a$, $BC = 4a$. Gọi I là trung điểm CD , J là điểm di động trên cạnh BC . Tính BJ sao cho AJ và BI vuông góc với nhau.

A. $\frac{3}{4}a$.

B. $\frac{4}{5}a$.

C. a .

D. $\frac{5}{6}a$.

Câu 25: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 16.

B. 14.

C. 12.

D. 15.

Câu 26: Số nghiệm của các phương trình $|x^2 - 4x - 5| = 4x - 17$ là:

A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Câu 27: Từ các chữ số 0,1,2,7,8,9 tạo được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 5 chữ số đôi một khác nhau?

A. 312.

B. 600.

C. 360.

D. 288.

Câu 28: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; 2; 3; 4; 5.

B. 1; 2; 4; 8; 16.

C. 1; -1; 1; -1; 1.

D. 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 29: Cho phương trình $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - m = 2$ với m là tham số. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm.

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[-1; 3]$.

D. $[-3; -1]$.

Câu 30: Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, $a = 10$, $r = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. Tính diện tích của tam giác ABC .

A. 50.

B. $20\sqrt{2}$.

C. $25\sqrt{3}$.

D. 20.

Câu 31: Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$?

A. $S = \frac{15\pi}{4}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = \frac{9\pi}{2}$.

D. $S = 5\pi$.

Câu 32: Trong loạt đá luân lưu giữa đội tuyển Việt Nam và Thái Lan, ông Park Hang Seo phải lập danh sách 5 cầu thủ từ 10 cầu thủ trên sân (trừ thủ môn) và thứ tự đá luân lưu của họ. Hỏi ông Park có bao nhiêu cách lập danh sách biết ông sẽ để Quế Ngọc Hải là người sút phạt đầu tiên của đội Việt Nam?

A. 126.

B. 15120.

C. 3024.

D. 30240.

Câu 33: Phát biểu nào sau đây là **sai** ?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác ($SABCD$), đáy là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng:

A. qua S và song song với AB

B. AC

C. SO

D. qua S và song song với BD

Câu 35: Cho 4 điểm $A(1;-2), B(0;3), C(-3;4), D(-1;8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

A. A, B, D .

B. B, C, D .

C. A, C, D .

D. A, B, C .

Câu 36: Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a + b$.

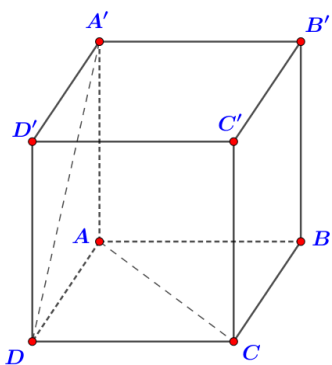
A. $L = 43$.

B. $L = 23$.

C. $L = 13$.

D. $L = 53$.

Câu 37: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 38: Thiết diện của một mặt phẳng với một tứ diện chỉ có thể là:

A. Một tứ giác hoặc một ngũ giác.

B. Một tam giác và một hình bình hành.

C. Một tam giác hoặc một tứ giác.

D. Một tam giác hoặc một ngũ giác.

Câu 39: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$.

Lấy N trên cạnh $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Với giá trị nào của x thì $MN \parallel BD'$.

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = \frac{1}{3}$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 40: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Câu 41: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(\cos x - m) = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt trên $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

- A. $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$ C. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Câu 42: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD , (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' . Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

- A. Ngũ giác. B. Tứ giác. C. Tam giác. D. Lục giác.

Câu 43: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = 2n$. B. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ C. $u_n = n^3 - 1$. D. $u_n = n^2$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB , và SC , $MN = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

- A. 120° . B. 150° . C. 30° . D. 60° .

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB = \frac{1}{3}CD$ B. $AB = \frac{3}{2}CD$ C. $AB = 3CD$ D. $AB = \frac{2}{3}CD$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$. B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Tính độ dài đoạn OS theo a .

- A. $OS = 6a$. B. $OS = 4a$. C. $OS = a$. D. $OS = 2a$.

Câu 48: Một công ty nhận được 50 hồ sơ xin việc của 50 người khác nhau muốn xin việc vào công ty, trong đó có 20 người biết tiếng Anh, 17 người biết tiếng Pháp và 18 người không biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Công ty cần tuyển 5 người biết ít nhất một thứ tiếng Anh hoặc Pháp. Tính xác suất để trong 5 người được chọn có đúng 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp?

- A. $\frac{351}{201376}$. B. $\frac{1}{23}$. C. $\frac{5}{100688}$. D. $\frac{1755}{100688}$.

Câu 49: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 50: Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A. 4.000.000 đồng. B. 10.125.000 đồng. C. 52.500.000 đồng. D. 52.000.000 đồng.

----- HẾT -----

mamon	made	cautron	dapan
TOAN 11	123	1	C
TOAN 11	123	2	C
TOAN 11	123	3	C
TOAN 11	123	4	D
TOAN 11	123	5	B
TOAN 11	123	6	B
TOAN 11	123	7	D
TOAN 11	123	8	C
TOAN 11	123	9	B
TOAN 11	123	10	D
TOAN 11	123	11	B
TOAN 11	123	12	B
TOAN 11	123	13	A
TOAN 11	123	14	D
TOAN 11	123	15	A
TOAN 11	123	16	A
TOAN 11	123	17	A
TOAN 11	123	18	C
TOAN 11	123	19	D
TOAN 11	123	20	A
TOAN 11	123	21	B
TOAN 11	123	22	B
TOAN 11	123	23	C
TOAN 11	123	24	B
TOAN 11	123	25	B
TOAN 11	123	26	C
TOAN 11	123	27	D
TOAN 11	123	28	A
TOAN 11	123	29	D
TOAN 11	123	30	C
TOAN 11	123	31	B
TOAN 11	123	32	C
TOAN 11	123	33	B
TOAN 11	123	34	A
TOAN 11	123	35	A
TOAN 11	123	36	A
TOAN 11	123	37	C
TOAN 11	123	38	C
TOAN 11	123	39	D
TOAN 11	123	40	D
TOAN 11	123	41	D
TOAN 11	123	42	A
TOAN 11	123	43	B
TOAN 11	123	44	D
TOAN 11	123	45	C
TOAN 11	123	46	A
TOAN 11	123	47	B
TOAN 11	123	48	D
TOAN 11	123	49	A
TOAN 11	123	50	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khai triển $(1+x+x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, với $n \geq 2$ và $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ là các hệ số. Biết rằng $\frac{a_3}{14} = \frac{a_4}{41}$, khi đó tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$ bằng

A. $S = 3^{11}$.

B. $S = 3^{13}$.

C. $S = 3^{10}$.

D. $S = 3^{12}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x) = (1+x+x^2)^n$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} f(x) &= (1+x+x^2)^n = (x+x^2+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (x+x^2)^k \cdot 1^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^k (x+x^2)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k (x+1)^k = \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k x^k \left[\sum_{i=0}^k C_k^i x^i \right] = \sum_{k=0}^n \left[\sum_{i=0}^k C_n^k x^k C_k^i x^i \right] = \sum_{k=0}^n \left[\sum_{i=0}^k C_n^k C_k^i x^{k+i} \right]. \end{aligned}$$

Số hạng của x^3 tương ứng với:

$$\begin{cases} k+i=3 \\ 0 \leq k \leq n \Rightarrow (k,i) \in \{(3;0), (2;1)\} \\ 0 \leq i \leq k \end{cases}$$

Do đó $a_3 = C_n^3 C_3^0 + C_n^2 C_2^1 = C_n^3 + 2C_n^2$.

Số hạng của x^4 tương ứng với:

$$\begin{cases} k+i=4 \\ 0 \leq k \leq n \Rightarrow (k,i) \in \{(4;0), (3;1), (2;2)\} \\ 0 \leq i \leq k \end{cases}$$

Do đó $a_4 = C_n^4 C_4^0 + C_n^3 C_3^1 + C_n^2 C_2^2 = C_n^4 + 3C_n^3 + C_n^2$.

Theo bài ra: $\frac{a_3}{14} = \frac{a_4}{41}$ nên:

$$\frac{C_n^3 + 2C_n^2}{14} = \frac{C_n^4 + 3C_n^3 + C_n^2}{41} \Leftrightarrow 41C_n^3 + 82C_n^2 = 14C_n^4 + 42C_n^3 + 14C_n^2$$

$$\Leftrightarrow 14C_n^4 + C_n^3 - 68C_n^2 = 0 \Leftrightarrow (n-1)n \left[\frac{7}{12}(n-3)(n-2) + \frac{n-2}{6} - 34 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (n-1)n(7n^2 - 33n - 370) = 0 \Rightarrow n = 10 \quad (\text{do } n \geq 2, n \in \mathbb{N})$$

Khi đó tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n} = f(1) = 3^{10}$.

Câu 2. Cho a, b, c là các số thực đôi một khác nhau thuộc đoạn $[0; 2]$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} \text{ là :}$$

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Bài toán này ta sử dụng hai bất đẳng thức:

$$x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2} \quad (1) \text{ . Dấu bằng xảy ra khi } x = y .$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \quad \forall x, y > 0 \quad (2) \text{ . Dấu bằng xảy ra khi } x = y .$$

Không mất tính tổng quát ta giả sử $0 \leq c < b < a \leq 2$.

Khi đó: $(a-c)^2 \leq a^2$, $(b-c)^2 \leq b^2$.

$$P = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} \geq \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} .$$

Áp dụng (1) ta có: $\frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b}\right)^2}{2}$.

Áp dụng bất đẳng thức (2) ta có: $\frac{\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b}\right)^2}{2} \geq \frac{\left(\frac{4}{a-b+b}\right)^2}{2} = \frac{8}{a^2}$.

Do đó:

$$P = \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{(b-c)^2} + \frac{1}{(c-a)^2} \geq \frac{1}{(a-b)^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b}\right)^2}{2} + \frac{1}{a^2} \geq \frac{8}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{9}{a^2} \geq \frac{9}{4} .$$

Vậy GTNN của P là $\frac{9}{4}$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a-b=b \\ c=0 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow a=2, b=1, c=0$ và các hoán vị của nó.

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ của phương trình $\sin(x+45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ bằng

A. 180° .

B. 540° .

C. 450° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sin(x+45^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin(x+45^\circ) = \sin(-45^\circ) \Leftrightarrow \begin{cases} x+45^\circ = -45^\circ + k360^\circ \\ x+45^\circ = 180^\circ + 45^\circ + k360^\circ \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -90^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ + k360^\circ \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

- Với $x = -90^\circ + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{So điều kiện } x \in (0^\circ; 360^\circ) \Rightarrow \begin{cases} 0^\circ < -90^\circ + k360^\circ < 360^\circ \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} < k < \frac{5}{4} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{1\}$$

$$\Rightarrow x = 270^\circ .$$

- Với $x = 180^\circ + k360^\circ$, $k \in \mathbb{Z}$

$$\text{So điều kiện } x \in (0^\circ; 360^\circ) \Rightarrow \begin{cases} 0^\circ < 180^\circ + k360^\circ < 360^\circ \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2} \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{0\}$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ .$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0^\circ; 360^\circ)$ của phương trình là $270^\circ + 180^\circ = 450^\circ$

Câu 4. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ thì giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

- A.** $x^2 - 11x + 10 = 0$. **B.** $x^2 - 5x + 6 = 0$. **C.** $x^2 - 8x + 15 = 0$. **D.** $x^2 + 9x - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{-2} = 5 \Leftrightarrow a = -10.$$

Ta thấy $a = -10$ là nghiệm của phương trình $x^2 + 9x - 10 = 0$. Do đó, chọn đáp án D.

Câu 5. Phương trình $(m+1)\sin x + \cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

- A.** $\begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -3 \end{cases}$. **C.** $-1 \leq m \leq 3$. **D.** $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $(m+1)\sin x + \cos x = \sqrt{5}$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$(m+1)^2 + 1 \geq (\sqrt{5})^2$$

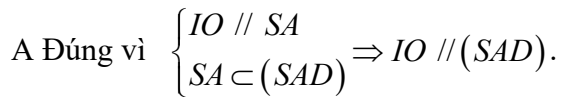
$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -3 \end{cases}.$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD) .
B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.
C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB) .
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO .

Lời giải

Chọn B



C Đúng vì $\begin{cases} IO // SA \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow IO // (SAB).$

D Đúng vì $\begin{cases} I \in (IBD) \cap (SAC) \\ O \in (IBD) \cap (SAC) \end{cases} \Rightarrow (IBD) \cap (SAC) = IO$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin^2 x + 1}$ là

B. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Chọn D

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq \sin^2 x + 1 \leq 2$ nên (*) $\Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Số nghiệm phương trình $\sqrt{2x-3}(x^2-3x+2)=0$ là

D. 3.

Chọn C

Điều kiện: $2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2}$.

$$\text{Khi đó } \sqrt{2x-3}(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-3}=0 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3=0 \\ (x-1)(x-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

So sánh điều kiện ta thấy chỉ có $x=\frac{3}{2}$ và $x=2$ thỏa mãn. Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 9. Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lí và 6 cuốn sách hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{661}{715}$.

C. $\frac{660}{713}$.

D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ra 8 cuốn sách bất kì từ 15 cuốn có : $n(\Omega) = C_{15}^8 = 6435$ (cách chọn)

Gọi A là biến cố : “7 cuốn sách còn lại có đủ 3 môn “

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố : “ 7 cuốn sách còn lại không có đủ 3 môn “

Số kết quả thuận lợi của biến cố $\bar{A}$ là : $n(\bar{A}) = C_4^4.C_{11}^4 + C_5^5.C_{10}^3 + C_6^6.C_9^2 = 486$ (cách)

$$\text{Vậy : } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{486}{6435} = \frac{661}{715}$$

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

A. $u_6 = -320$.

B. $u_6 = 160$.

C. $u_6 = 320$.

D. $u_6 = -160$.

Lời giải

Chọn D

Ta có (u_n) là cấp số nhân nên : $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Với $n=6$ ta được : $u_6 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$

A. $m = -1$ hoặc $m = 7$.

B. $m = 1$ hoặc $m = -7$.

C. $m = 1$.

D. $m = -7$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện cần: Do phương trình có 3 nghiệm lập thành cấp số nhân, lại theo định lý Vi-et cho phương trình bậc ba nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 2(m^2 + 6m) \\ x_1x_3 = x_2^2, x_1x_2x_3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 2(m^2 + 6m) \\ x_2^3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_3 = 5 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 2(m^2 + 6m) \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

Thế $x = 2$ vào phương trình ban đầu ta được $8 - 28 + 4(m^2 + 6m) - 8 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$$

Điều kiện đủ:

$$\text{-TH1: Với } m = 1 \text{ thay vào ta được phương trình: } x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 4 \end{cases}$$

Suy ra với $m = 1$ thì phương trình có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 lập thành cấp số nhân.

$$\text{- TH2: Với } m = -7 \text{ thay vào ta được phương trình: } x^3 - 7x^2 + 82x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \approx -6,14 \\ x_2 \approx -0,09 \\ x_3 \approx 13,2 \end{cases}$$

Ta thấy $x_1 x_3 < 0$ nên phương trình không thể có 3 nghiệm lập thành cấp số nhân.

Vậy $m = 1$ thỏa mãn.

Câu 12. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

- A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.
- B. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.
- C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.
- D. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

Lời giải

Chọn B

A. “Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân”. Đây là phương án đúng, CSN đó có công bội $q = 1$.

B. “Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương”. Đây là một kết luận sai vì tồn tại dãy số có công sai dương nhưng số hạng đầu có thể là số 0 hoặc số âm, ví dụ dãy số $\{u_n\}$ với $u_n = -2 + n$ có công sai $d = 1$ nhưng $u_1 = -1$.

C. “Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng”. Đây là một kết luận đúng vì $u_{n+1} - u_n = d > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$.

D. “Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng”. Đây là một kết luận đúng vì cấp số cộng đó có công sai $d = 0$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2$ là

- A. $(-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.
- B. $(-6; -2) \cup (-3; 4)$.
- C. $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.
- D. $(-4; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } |x^2 - x - 12| > x + 12 - x^2 &\Leftrightarrow |x^2 - x - 12| > -(x^2 - x - 12) \Leftrightarrow x^2 - x - 12 > 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A , $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt

phẳng qua M và song song với (SAB) . Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

A. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

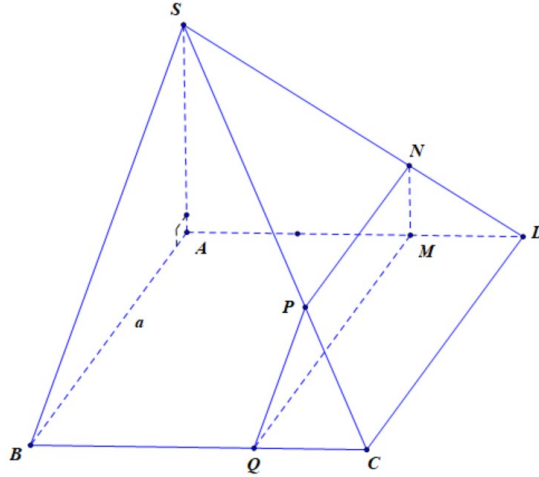
B. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$.

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \Rightarrow Mx \parallel SA. \text{ Gọi } Mx \cap SD = \{N\}. \\ (P) \cap (SAD) = Mx \end{cases}$$

$$\begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow My \parallel AB. \text{ Gọi } My \cap BC = \{Q\}. \\ (P) \cap (ABCD) = My \end{cases}$$

$$\text{Do } \begin{cases} (P) \supset MQ, (SCD) \supset CD \\ CD \parallel MQ \\ (P) \cap (SCD) = Nt \end{cases} \Rightarrow Nt \parallel CD \parallel MQ. \text{ Gọi } Nt \cap SC = \{P\}.$$

$$\text{Do } \begin{cases} MN \parallel SA \\ MQ \parallel AB \Rightarrow MN \perp MQ. \\ SA \perp AB \end{cases}$$

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình thang vuông $MNPQ$, vuông tại M, N .

$$\text{Có } MQ = AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = a, \frac{MN}{SA} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \frac{PN}{CD} = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3} \Rightarrow PN = \frac{2a}{3}$$

Diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2} MN \cdot (NP + MQ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \left(a + \frac{2a}{3} \right) = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}.$$

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị của a dương sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4ax + (a^2 - 2a + 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3.

A. $a = 5 + \sqrt{10}$.

B. $a = 5 + \sqrt{3}$.

C. $a = 1 + \sqrt{2}$.

D. $a = 2$.

Lời giải

Chọn A

ĐTHS là một parabol có hoành độ đỉnh là $\frac{a}{2}$.

+) TH1: $0 < \frac{a}{2} < 2 \Leftrightarrow 0 < a < 4$. GTNN của hàm số trên $[0; 2]$ là $f\left(\frac{a}{2}\right) = -2a + 2 = 3$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}(L).$$

+) TH2: $\frac{a}{2} \geq 2 \Leftrightarrow a \geq 4$. GTNN của hàm số trên $[0; 2]$ là $f(2) = a^2 - 10a + 18 = 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 + \sqrt{10} \text{ (t/m)} \\ a = 5 - \sqrt{10} \text{ (L)} \end{cases}.$$

Câu 16. Bạn An ra vườn hái 6 bông hoa vàng và 5 bông hoa đỏ cho vào giỏ. Có bao nhiêu cách để bạn An lấy 3 bông hoa từ giỏ đó sao cho chúng có đủ hai màu?

A. 135.

B. 462.

C. 810.

D. 90.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy 3 bông hoa bất kì là $C_{11}^3 = 165$.

Số cách lấy 3 bông hoa màu vàng là $C_6^3 = 20$.

Số cách lấy 3 bông hoa màu đỏ là $C_5^3 = 10$.

Số cách lấy 3 bông hoa có đủ hai màu là $165 - 20 - 10 = 135$.

Câu 17. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

A. Gọi $P(A)$ là xác suất của biến cố A , ta luôn có $0 < P(A) \leq 1$.

B. Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta không biết được chính xác kết quả của nó nhưng ta có thể biết được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

C. Không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

D. Biến cố là tập con của không gian mẫu.

Lời giải

Chọn A

- Theo tính chất của xác suất ta có với mọi biến cố A thì $0 \leq P(A) \leq 1$ nên phương án **A** sai.

Câu 18. Từ một tổ gồm 10 học sinh, giáo viên chủ nhiệm chọn ra 4 học sinh để dọn vệ sinh lớp trong đó có 1 bạn lau bảng, 2 bạn quét lớp và 1 bạn kê bàn ghế. Số cách chọn là

A. 5000.

B. 2500.

C. 2520.

D. 5040.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn ra 4 học sinh để dọn vệ sinh lớp thỏa mãn yêu cầu bài được thực hiện như sau:

+ Chọn 1 học sinh từ 10 học sinh để lau bảng: có C_{10}^1 cách.

+ Chọn 2 học sinh từ 9 học sinh còn lại để quét lớp: có C_9^2 cách.

+ Chọn 1 học sinh từ 7 học sinh còn lại để kê bàn ghế: có C_7^1 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $C_{10}^1.C_9^2.C_7^1=2520$ cách để giáo viên phân công trực nhật thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 19. Biểu thức $(m^2+2)x^2-2(m-2)x+2$ luôn nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $m \leq 4$ hoặc $m \geq 0$.

B. $-4 < m < 0$.

C. $m < 0$ hoặc $m > 4$.

D. $m < -4$ hoặc $m > 0$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = (m^2+2)x^2 - 2(m-2)x + 2$.

Nên $f(x)$ là tam thức bậc hai có hệ số $a > 0, \forall m$.

Suy ra để $f(x) > 0$ với mọi giá trị x khi và chỉ khi

$$\Delta' < 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 - 2(m^2+2) < 0 \Leftrightarrow -m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 0 \end{cases}.$$

Vậy $m < -4$ hoặc $m > 0$ thì biểu thức $(m^2+2)x^2 - 2(m-2)x + 2$ luôn nhận giá trị dương.

Câu 20. Tổng $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n$ bằng

A. 3^n .

B. 4^n .

C. 2^{n+1} .

D. C_{2n}^n .

Lời giải

Chọn A

Đặt $S = (1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + \dots + x^n C_n^n$ (với $n \in \mathbb{N}^*$).

Thay $x = 2$ vào biểu thức S ta được:

$$C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = (1+2)^n = 3^n.$$

Vậy tổng $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 3^n$.

Câu 21. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Do bốn điểm không đồng phẳng nên qua ba điểm bất kỳ trong bốn điểm ta luôn xác định được duy nhất một mặt phẳng. Vậy số mặt phẳng nhiều nhất bằng $C_4^3 = 4$.

Câu 22. Tính giới hạn: $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right] = \lim \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{n}\right) \right]$$

$$= \lim \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \dots \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n+1}{n} \right) = \lim \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \right) = \frac{1}{2}.$$

Câu 23. Tính tổng vô hạn sau: $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

A. 4.

B. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2^n - 1}{\frac{1}{2} - 1}$.

C. 2.

D. $2^n - 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2^2}; \dots; \frac{1}{2^n}; \dots$ lập thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu tiên $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

S là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 1$ và $q = \frac{1}{2}$ nên ta có

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

Câu 24. Cho hình thang vuông $ABCD$, đường cao $AB = 2a$, $AD = a$, $BC = 4a$. Gọi I là trung điểm của CD , J là điểm di động trên cạnh BC . Tính BJ sao cho AJ và BI vuông góc.

A. $\frac{3a}{4}$.

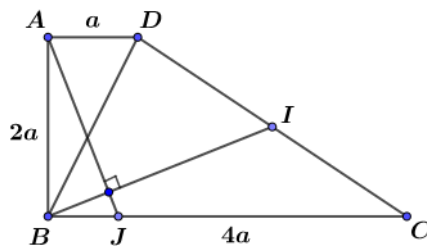
B. $\frac{4a}{5}$.

C. a .

D. $\frac{5a}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Biểu diễn $\overrightarrow{BI}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overrightarrow{BI} &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{5}{8} \overrightarrow{BC}. \end{aligned}$$

- Đặt $\overrightarrow{BJ} = k \overrightarrow{BC}$. Biểu diễn $\overrightarrow{AJ}$ theo hai vector $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$.

Ta có $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BJ} - \overrightarrow{BA} = k\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$.

- Do AJ và BI vuông góc nên $\overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{BI} = 0$.

$$\text{Suy ra: } \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{5}{8}\overrightarrow{BC} \right) (k\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{k}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA} + \frac{5k}{8}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC} - \frac{5}{8}\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}BA^2 + \frac{5k}{8}BC^2 = 0 \quad (\text{do } BA \perp BC \text{ nên } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot 4a^2 + \frac{5k}{8} \cdot 16a^2 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}, \text{ suy ra } BJ = \frac{1}{5}BC = \frac{4a}{5}.$$

Câu 25. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 16.

B. 14.

C. 12.

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_1 = 4, u_2 = u_1 + 1 = 5, u_3 = u_2 + 2 = 7, u_4 = u_3 + 3 = 10, u_5 = u_4 + 4 = 14$.

Câu 26. Số nghiệm của các phương trình $|x^2 - 4x - 5| = 4x - 17$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$|x^2 - 4x - 5| = 4x - 17 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 17 \geq 0 \\ \begin{cases} x^2 - 4x - 5 = 4x - 17 \\ x^2 - 4x - 5 = -4x + 17 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{17}{4} \\ \begin{cases} x^2 - 8x + 12 = 0 \\ x^2 - 22 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{17}{4} \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \\ x = \sqrt{22} \\ x = -\sqrt{22} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = \sqrt{22} \end{cases}.$$

Câu 27. Từ các chữ số 0; 1; 2; 7; 8; 9 tạo được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 5 chữ số đôi một khác nhau?

A. 312.

B. 600.

C. 360.

D. 288.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần tìm là $n = \overline{abcde}$.

(điều kiện: $a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; 7; 8; 9\}; a \neq 0$ và a, b, c, d, e đôi một khác nhau)

Vì n lẻ nên $e \in \{1; 7; 9\} \Rightarrow e$ có 3 cách chọn.

$a \in \{1; 2; 7; 8; 9\} \setminus \{e\} \Rightarrow a$ có 4 cách chọn.

Sau khi chọn a, e còn lại 4 chữ số. Ta lấy 3 chữ số trong 4 chữ số còn lại rồi sắp xếp có thứ tự vào 3 vị trí b, c, d ta có A_4^3 cách sắp xếp.

Vậy ta có $3 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 288$ số cần tìm.

Câu 28. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; 2; 3; 4; 5.

B. 1; 2; 4; 8; 16.

C. 1; -1; 1; -1; 1.

D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải

Chọn A

Do $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{2}$ nên dãy số trong phương án A không phải là cấp số nhân.

Các phương án B, C, D đều là cấp số nhân.

Câu 29. Cho phương trình $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - m = 2$, với m là tham số. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm.

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[-1; 3]$.

D. $[-3; -1]$.

Lời giải

Chọn D

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - m = 2 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 2 + m.$$

Vậy phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq 2 + m \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$.

Câu 30. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ, a = 10, r = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. Tính diện tích của tam giác ABC .

A. 50.

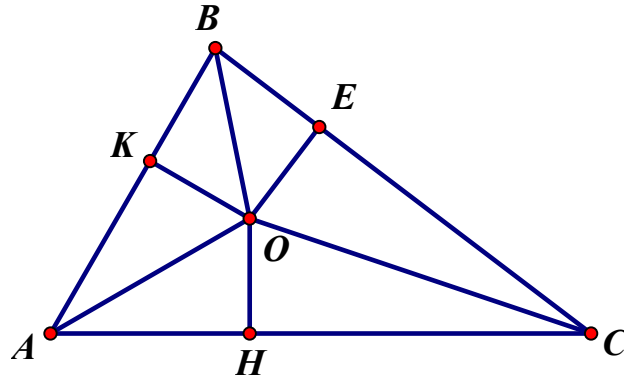
B. $20\sqrt{2}$.

C. $25\sqrt{3}$.

D. 20.

Lời giải

Chọn C



Gọi O làm tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . K, H, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên các cạnh AB, AC, BC . Khi đó ta có $AH = AK$, $CH = CE$, $BE = BK$.

Mặt khác ta có $AH = AC - CH = AC - CE = AC - (BC - BE) = AC - BC + BE$

$$= AC - BC + BK = AC - BC + AB - AK$$

$$= AC - BC + AB - AH = b - a + c - AH$$

$$\Rightarrow AH = \frac{b - a + c}{2} = \frac{a + b + c}{2} - a = p - a.$$

$$\text{Từ } \tan \widehat{OAH} = \frac{OH}{AH} \Rightarrow AH = \frac{OH}{\tan \widehat{OAH}} = \frac{r}{\tan 30^\circ} = 5.$$

Mà $AH = p - a$ nên ta có $p - a = 5 \Leftrightarrow p = 5 + a = 15$.

Vậy diện tích tam giác ABC là $S = pr = 25\sqrt{3}$.

Câu 31. Tam giác mà ba đỉnh của nó là trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3 \dots$ sao cho tam giác $A_1B_1C_1$ là tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$

A. $S = \frac{15\pi}{4}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = \frac{9\pi}{2}$.

D. $S = 5\pi$.

Lời giải

Chọn B

Tam giác $A_1B_1C_1$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow S_1 = \pi \cdot (R_1)^2 = 3\pi$.

Tam giác $A_2B_2C_2$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow S_2 = \pi \cdot (R_2)^2 = \frac{1}{4} \cdot 3\pi = \frac{1}{4} S_1.$$

Tam giác $A_3B_3C_3$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R_3 = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow S_3 = \pi \cdot (R_3)^2 = \frac{1}{16} \cdot 3\pi = \frac{1}{4} S_2$$

.....

Tam giác $A_nB_nC_n$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R_n = \frac{\sqrt{3}}{2^{n-1}} \Rightarrow S_n = \frac{1}{4} S_{n-1}$.

Suy ra S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn, có $u_1 = S_1 = 3\pi$, công bội $q = \frac{1}{4}$.

$$\text{Vậy } S = \frac{S_1}{1 - \frac{1}{4}} = 4\pi.$$

Câu 32. Trong loạt đá luân lưu giữa đội tuyển Việt Nam và Thái Lan, ông Park Hang Seo phải lập danh sách 5 cầu thủ từ 10 cầu thủ trên sân (trừ thủ môn) và thứ tự đá luân lưu của họ. Hỏi ông Park có bao nhiêu cách lập danh sách biết ông sẽ để Quế Ngọc Hải là người sút phạt đầu tiên của đội tuyển Việt Nam?

A. 126.

B. 15120.

C. 3024.

D. 30240.

Lời giải

Chọn C

Chọn người đá đầu tiên: Có 1 cách.

Chọn 4 người còn lại: Có $A_9^4 = 3024$ cách.

Vậy số cách lập danh sách là: 3024 cách

Câu 33. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. $\lim u_n = C$ ($u_n = C$, C là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, AC và BD cắt nhau tại O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng

A. qua S và song song với AB .

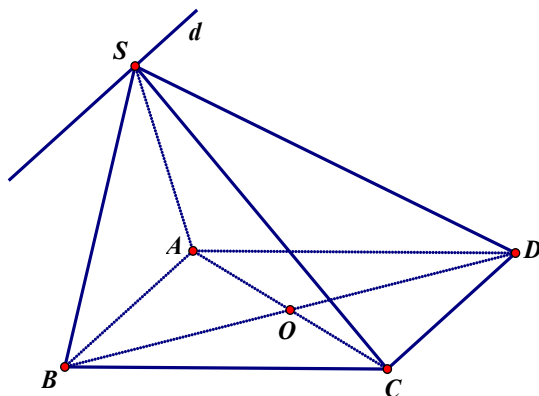
B. AC .

C. SO .

D. qua S và song song với BD .

Lời giải

Chọn A



Ta có:
$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = d \text{ với } d \text{ đi qua } S \text{ và } d \parallel AB \parallel CD.$$

Câu 35. Cho 4 điểm $A(1; -2), B(0; 3), C(-3; 4), D(-1; 8)$.

Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

A. A, B, D .

B. B, C, D .

C. A, C, D .

D. A, B, C .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 5), \overrightarrow{AD} = (-2; 10)$.

Nhận thấy: $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ cùng phương.

Vậy ba điểm A, B, D thẳng hàng.

Câu 36. Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a + b$.

A. $L = 43$.

B. $L = 23$.

C. $L = 13$.

D. $L = 53$.

Lời giải

Chọn A

Ta xét $T = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{x+1} \cdot \sqrt{x+4} - 2}{x} \right)$

$$T = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt[3]{x+1} \cdot (\sqrt{x+4} - 2) + 2(\sqrt[3]{x+1} - 1)}{x} \right)$$

Ta xét $T_1 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} (x+4-4)}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}$.

Ta xét $T_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(\sqrt[3]{x+1}-1)}{x}$.

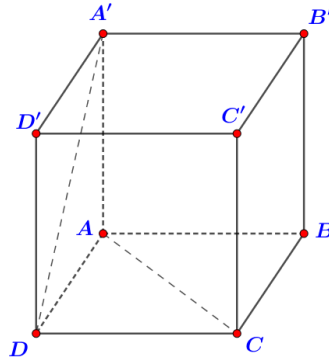
Đặt $t = \sqrt[3]{x+1} \Rightarrow x = t^3 - 1$.

Ta có: $x \rightarrow 0 \Rightarrow t \rightarrow 1$. Khi đó, $T_2 = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2(t-1)}{t^3-1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2}{t^2+t+1} = \frac{2}{3}$.

$$\Rightarrow T = T_1 + T_2 = \frac{1}{4} + \frac{2}{7} = \frac{15}{28}.$$

Vậy $a = 28, b = 15$. Do đó, $L = a + b = 28 + 15 = 43$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $AC \parallel A'C'$ nên $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(A'C', A'D)} = \widehat{DA'C'} = 60^\circ$ (vì tam giác $DA'C'$ đều).

Câu 38. Thiết diện của một mặt phẳng với một tứ diện chỉ có thể là:

A. Một tứ giác hoặc một ngũ giác.

B. Một tam giác và một hình bình hành.

C. Một tam giác hoặc một tứ giác.

D. Một tam giác hoặc một ngũ giác.

Lời giải

Chọn C

Thiết diện của một mặt phẳng với một tứ diện là tam giác khi mặt phẳng cắt ba mặt tứ diện; và là một tứ giác khi mặt phẳng cắt bốn mặt của tứ diện. Thiết diện không thể là ngũ giác vì ngũ giác có năm cạnh mà tứ diện chỉ có bốn mặt.

Câu 39. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên cạnh AC sao cho $AC = 3MC$. Lấy N trên cạnh $C'D$ sao cho $C'N = xC'D$. Với giá trị nào của x thì $MN \parallel BD'$.

A. $x = \frac{1}{2}$.

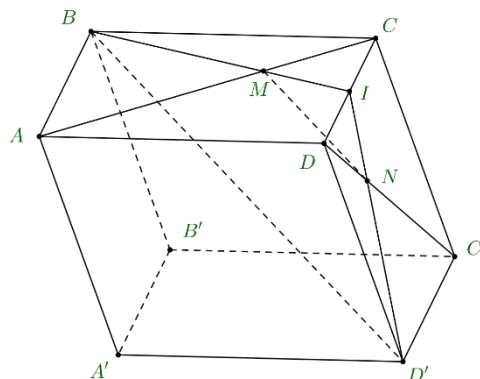
B. $x = \frac{1}{3}$.

C. $x = \frac{1}{4}$.

D. $x = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $I = BM \cap CD$.

Ta có $AB \parallel CD$ suy ra $\frac{MC}{MA} = \frac{MI}{MB} = \frac{1}{2}$. Do đó $\frac{IM}{IB} = \frac{1}{3}$.

Mặt khác, ta có $MN \parallel BD'$ suy ra $\frac{IM}{IB} = \frac{IN}{ID'} = \frac{1}{3}$. Do đó $\frac{NI}{ND'} = \frac{ND}{NC'} = \frac{1}{2}$.

Nên $NC' = \frac{2}{3}C'D$. Vậy $x = \frac{2}{3}$.

Câu 40. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- D. Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.**

Lời giải

Chọn D

Phương án A sai vì trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song.

Phương án B sai vì trong không gian hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng phân biệt có thể song song hoặc cắt nhau.

Phương án C sai vì trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì có thể song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Phương án D đúng vì trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(\cos x - m) = 0$ có đúng hai

nghiệm phân biệt trên $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

- A. $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.
- B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.
- C. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.
- D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.**

Lời giải

Chọn D

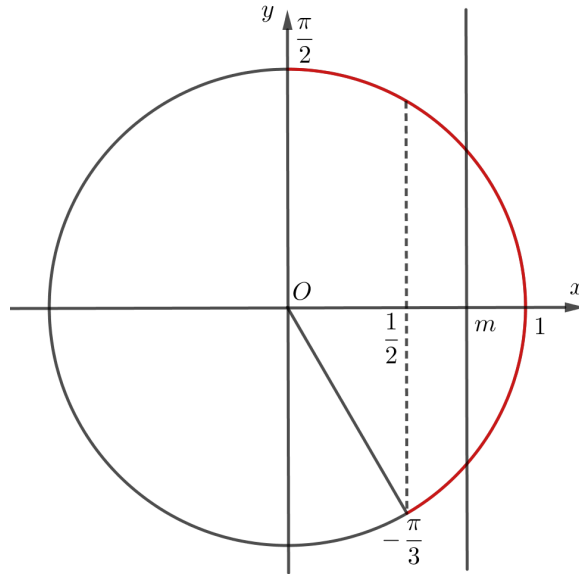
$$(\sin x - 1)(\cos x - m) = 0 (*) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \\ \cos x = m \end{cases}.$$

Với $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ thì không có $x \in \left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Như vậy phương trình $(*)$ có đúng hai nghiệm phân biệt trên $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$ phương trình

$\cos x = m$ có hai nghiệm phân biệt trên $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ (hình vẽ minh họa bên dưới).

Do đó $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.



Câu 42. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD , (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' . Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác.

B. Tứ giác.

C. Tam giác.

D. Lục giác.

Lời giải

Chọn A

Dựng thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) như sau:

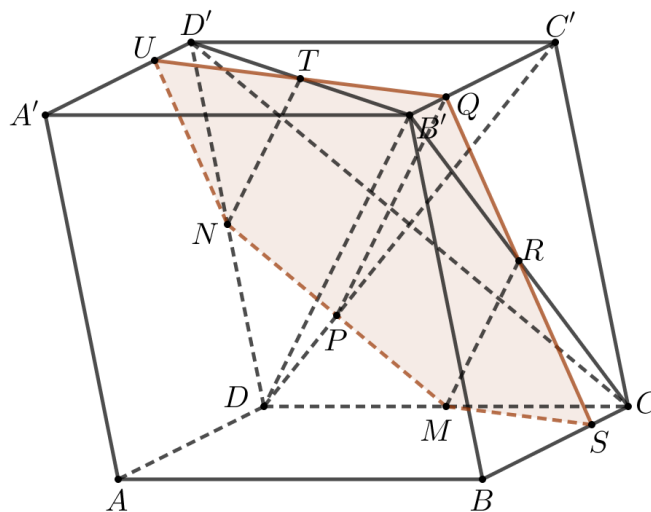
+ Qua M , kẻ đường thẳng d song song CD' , d cắt DD' tại trung điểm N của DD' và d cắt DC' tại P .

+ Qua P , kẻ đường thẳng song song $B'D$, đường thẳng đó cắt $B'C'$ tại Q .

+ Qua M , kẻ đường thẳng song song $B'D$, đường thẳng đó cắt $B'C$ tại R , QR cắt BC tại S .

+ Qua N , kẻ đường thẳng song song $B'D$, đường thẳng đó cắt $B'D'$ tại T , QT cắt $A'D'$ tại U .

Vậy thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là ngũ giác $MNUQS$.



Câu 43. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = 2n$.

B. $u_n = \frac{2n+3}{n+1}$.

C. $u_n = n^3 - 1$.

D. $u_n = n^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có : } u_n = \frac{2n+3}{n+1} = 2 + \frac{1}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} = 2 + \frac{1}{n+2}.$$

$$\text{Xét } u_{n+1} - u_n = \left(2 + \frac{1}{n+2}\right) - \left(2 + \frac{1}{n+1}\right) = -\frac{1}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+3}{n+1}$ là dãy số giảm.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SC , $MN = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. 120° .

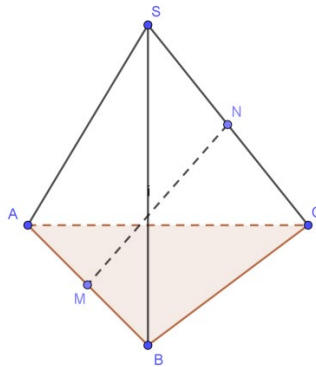
B. 150° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SN}.$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BC}$$

$$\Rightarrow 4(\overrightarrow{MN})^2 = (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{BC})^2$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{MN}^2 = \overrightarrow{AS}^2 + \overrightarrow{BC}^2 + 2\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow 4MN^2 = AS^2 + BC^2 + 2 \cdot AS \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC})$$

$$\Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC}) = \frac{4MN^2 - AS^2 - BC^2}{2 \cdot AS \cdot BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{BC}) = 60^\circ.$$

Vậy $(AS, BC) = 60^\circ$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB = \frac{1}{3}CD$.

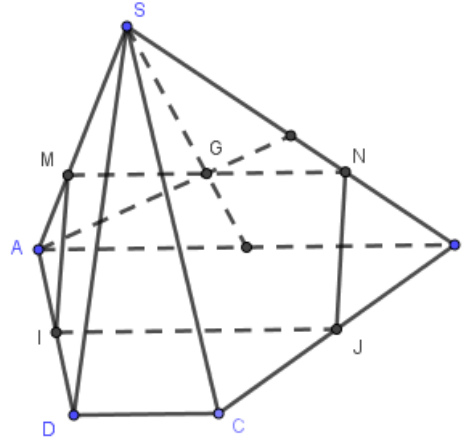
B. $AB = \frac{3}{2}CD$.

C. $AB = 3CD$.

D. $AB = \frac{2}{3}CD$.

Lời giải

Chọn C



Vì mặt phẳng (IJG) chứa IJ song song với AB, CD nên giao tuyến của mặt phẳng (IJG) và (SAB) là đường thẳng MN qua G và song song với AB . Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình thang $IJNM$.

Ta có $IJ = \frac{1}{2}(AB + CD)$ và $MN = \frac{2}{3}AB$.

Điều kiện để hình thang $IJNM$ là hình bình hành là $IJ = MN$.

$$IJ = MN \Leftrightarrow \frac{2}{3}AB = \frac{1}{2}(AB + CD) \Leftrightarrow \frac{1}{6}AB = \frac{1}{2}CD \Leftrightarrow AB = 3CD.$$

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$; $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$; $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$; $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$.

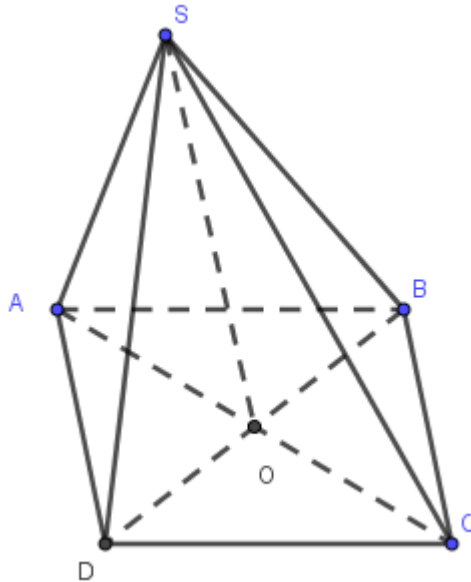
B. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$.

Khi đó O là trung điểm của AC và BD .

Nên ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.

Vậy $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ hay $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Tính độ dài đoạn OS theo a .

A. $OS = 6a$.

B. $OS = 4a$.

C. $OS = a$.

D. $OS = 2a$.

Lời giải

Chọn B

Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$. Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OS} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} \\ &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'} = \vec{0} + \vec{0} + 2\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OO'} = 4\overrightarrow{OO'}.\end{aligned}$$

Suy ra, $OS = |\overrightarrow{OS}| = 4|\overrightarrow{OO'}| = 4a$.

Câu 48. Một công ty nhận được 50 hồ sơ xin việc của 50 người khác nhau muốn xin việc vào công ty, trong đó có 20 người biết tiếng Anh, 17 người biết tiếng Pháp và 18 người không biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Công ty cần tuyển 5 người biết ít nhất một thứ tiếng Anh hoặc Pháp. Tính xác suất để trong 5 người được chọn có đúng 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp?

A. $\frac{351}{201376}$.

B. $\frac{1}{23}$.

C. $\frac{5}{100688}$.

D. $\frac{1755}{100688}$.

Lời giải

Chọn D

Số người biết tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là: $50 - 18 = 32$.

Số người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp là: $(20 + 17) - 32 = 5$.

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 5 người trong 32 người biết tiếng Anh hoặc tiếng Pháp. Suy ra: $n(\Omega) = C_{32}^5$.

Gọi A là biến cố “trong 5 người được chọn có đúng 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp”.

Chọn 3 người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp: có C_5^3 cách.

Ứng với mỗi cách chọn 3 người nói trên, có C_{27}^2 cách chọn 2 người còn lại.

Suy ra, $n(A) = C_5^3 \cdot C_{27}^2$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1755}{100688}$.

Câu 49. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow 1 + \cos 2x \leq 2 \Rightarrow \sqrt{1 + \cos 2x} \leq \sqrt{2}$.

Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ bằng $\sqrt{2}$, đạt được khi:

$\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Kết luận: giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ bằng $\sqrt{2}$.

Câu 50. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 4.000.000 đồng.

B. 10.125.000 đồng.

C. 52.500.000 đồng.

D. 52.000.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Giá tiền mỗi mét khoan là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 80.000$ đồng, công sai $d = 5.000$ đồng. Do đó số tiền để khoan cái giếng đó là:

$$T = u_1 + u_2 + \dots + u_{50} = S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 25(2 \cdot 80.000 + 49 \cdot 5000) = 10.125.000 \text{ đồng.}$$

Kết luận: $T = 10.125.000$ đồng.

----- HẾT -----