

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

**Câu 1 (1 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$

**Câu 2 (1 điểm).** Tìm m để hàm số sau đồng biến trên tập xác định của nó.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m-3)x + 2016$$

**Câu 3 (1 điểm).**

a) Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2-i)z - \frac{2+6i}{1+i} = 3+2i$ . Tìm số phức liên hợp của  $z$ .

b) Giải phương trình sau:  $\log_2 x - 2\log_x 2 + 1 = 0$ .

**Câu 4 (1 điểm).** Tính tích phân sau:  $I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} (2x + \sqrt{x^2-1})dx$

**Câu 5 (1 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}; d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2} \text{ và mặt phẳng (P): } x-y-2z+3=0.$$

Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  nằm trên mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng  $d_1, d_2$ .

**Câu 6 (1 điểm).**

a) Cho  $\tan \alpha = 5$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{5\sin \alpha - 2\cos \alpha}{3\sin \alpha - 1\cos \alpha}$

b) Để chuẩn bị tiêm phòng dịch Sởi- Rubella cho học sinh khối 11 và khối 12. Bệnh viện tỉnh Nghệ An điều động 12 bác sỹ đến trường THPT Anh Sơn 2 để tiêm phòng dịch gồm 9 bác sỹ nam và 3 bác sỹ nữ. Ban chỉ đạo chia 12 bác sỹ đó thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 bác sỹ làm 3 công việc khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng 1 bác sỹ nữ.

**Câu 7 (1 điểm).** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Cạnh  $AC = a$ ,  $BC = a\sqrt{5}$ . Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy và tam giác SAB đều. Gọi K điểm thuộc cạnh SC sao cho  $SC=3SK$ . Tính thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BK theo  $a$ .

**Câu 8 (1 điểm).** Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có  $C(-1;-2)$  ngoại tiếp đường tròn tâm I. Gọi M, N, H lần lượt các tiếp điểm của (I) với cạnh AB, AC, BC. Gọi  $K(-1;-4)$  là giao điểm của BI với MN. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác ABC, biết  $H(2;1)$ .

**Câu 9 (1 điểm).** Giải hệ phương trình sau:

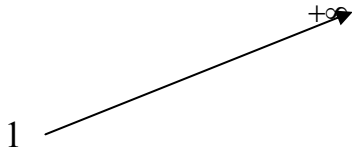
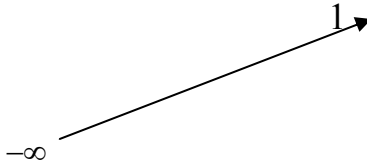
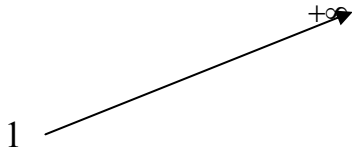
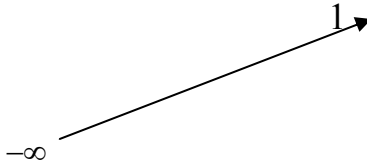
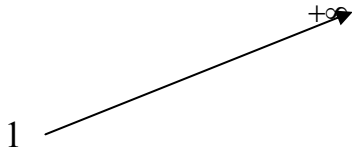
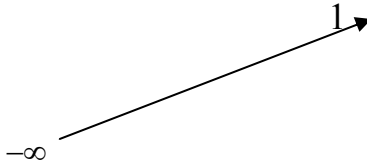
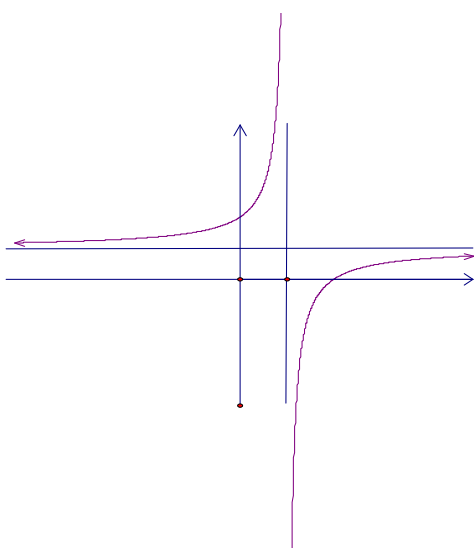
$$\begin{cases} \sqrt{3-x} + \sqrt{y+1} = x^3 + 2y^2 - 9x - 5 \\ x^3 - y^3 + 12x - 3y = 3y^2 - 6x^2 - 7 \end{cases}$$

**Câu 10 (1 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn  $a, b, c \in [1;2]$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

$$P = \frac{2(ab+bc+ca)}{2(2a+b+c)+abc} + \frac{8}{2a(b+c)+bc+4} - \frac{b+c+4}{\sqrt{bc}+1}$$

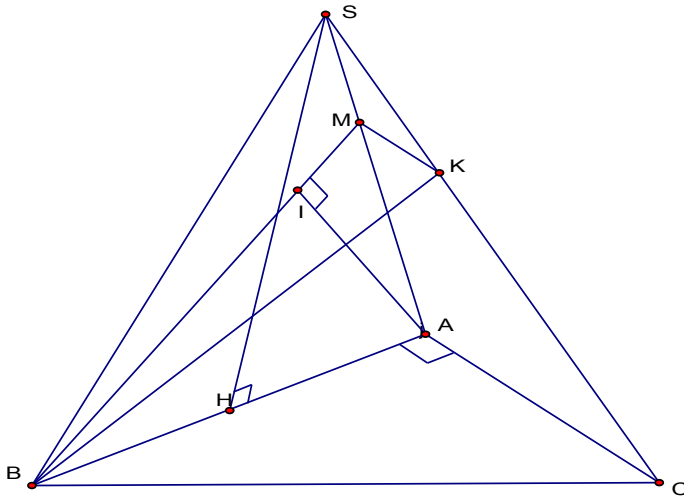
----- HẾT -----

**ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 2 TRƯỜNG THPT  
ANH SƠN 2 NĂM HỌC 2015 – 2016**

| CÂU | NỘI DUNG                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ĐIỂM |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------------------------------------------|---|-----------|----|---|--|---|---|-----------------------------------------------------------------------------------|--|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1   | 1. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$<br>2. Sự biến thiên:<br>+ Chiều biến thiên : $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số đồng biến $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$                                                                                                                                                                                | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     | + Giới hạn và tiệm cận<br>$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị<br>$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị                                                                                                  | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     | + Hàm số không có cực trị.<br>+ Bảng biến thiên:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     | <table><tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td></tr></table> | x    | $-\infty$                                                                          | 1 | $+\infty$ | y' | + |  | + | y |  |  |  |
| x   | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 1    | $+\infty$                                                                          |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
| y'  | +                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      | +                                                                                  |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
| y   |                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |  |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     | 3. Đồ thị:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
| 2   | + TXĐ : $D = \mathbb{R}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     | + Ta có $y' = x^2 - 2mx + 4m - 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     | + Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0$                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
|     | $\Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |
| 3   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |                                                                                    |   |           |    |   |  |   |   |                                                                                   |  |                                                                                    |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 3a. | Ta có $(2-i)z - \frac{2+6i}{1+i} = 3+2i \Leftrightarrow (2-i)z - \frac{(2+6i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 3+2i$<br>$\Leftrightarrow (2-i)z = 7+4i$<br>$\Leftrightarrow z = \frac{7+4i}{2-i} = \frac{(7+4i)(2+i)}{5} = 2+3i$                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|     | Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 2-3i$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
| 3b. | + ĐK : $x > 0, x \neq 1$<br>Phương trình tương đương $\log_2 x - \frac{2}{\log_2 x} + 1 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|     | $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$ thoả mãn ĐK                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
| 4   | Ta có $I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} (2x + \sqrt{x^2-1})dx = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} 2xdx + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \sqrt{x^2-1}dx$<br>Tính $I_1 = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} 2xdx = x^2 \Big _{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} = 5-2=3$                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|     | Tính $I_2 = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \sqrt{x^2-1}dx$<br>Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x^2-1} \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx \\ v = x \end{cases}$ . Khi đó<br>$I_2 = x\sqrt{x^2-1} \Big _{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} - \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} dx = 2\sqrt{5} - \sqrt{2} - \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}} dx$      | 0,25 |
|     | $= 2\sqrt{5} - \sqrt{2} - \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{x^2-1+1}{\sqrt{x^2-1}} dx$<br>$= 2\sqrt{5} - \sqrt{2} - \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \sqrt{x^2-1} dx - \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$<br>Suy ra $2I_2 = (2\sqrt{5} - \sqrt{2}) - \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = (2\sqrt{5} - \sqrt{2}) - \ln \left  (x + \sqrt{x^2-1}) \right  \Big _{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}}$ | 0,25 |
|     | $\Rightarrow I_2 = \frac{1}{2}(2\sqrt{5} - \sqrt{2}) - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{2}+1}$<br>Vậy $I = 3 + \frac{1}{2}(2\sqrt{5} - \sqrt{2}) - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{2}+1}$<br><b>Lưu ý: Thí sinh không tính ra kết quả trên thì trừ 0,25</b>                                                                                                                                      | 0,25 |
| 5   | Phương trình tham số của<br>$d_1 : \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases}, d_2 : \begin{cases} x = 1+t' \\ y = 2+t' \\ z = -1+2t' \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    | Gọi $A = d_1 \cap (P)$ , $B = d_2 \cap (P)$ . Khi đó $A(-1+2t; 1-t; 1+t), B(1+t'; 2+t'; -1+2t')$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|    | Vì A thuộc (P) nên $-1+2t-(1-t)-2(1+t)+3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow A(1; 0; 2)$<br>Vì B thuộc (P) nên $1+t'-(2+t')-2(-1+2t')+3=0 \Leftrightarrow t'=1 \Rightarrow B(2; 3; 1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|    | Vì A, B thuộc (P) nên đường thẳng $\Delta$ đi qua A, B và nằm trong (P)<br>Ta có VTCP của $\Delta$ là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1; 3; -1)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|    | Vậy đường thẳng $\Delta$ cần tìm có phương trình là $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 3t \\ z = 2-t \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| 6  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
| 6a | Do $\tan \alpha = 5$ nên $\cos \alpha \neq 0$ . Do đó chia cả tử mà mẫu $\cos \alpha$ cho biểu thức P ta được $P = \frac{5 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 11 \cos \alpha} = \frac{5 \tan \alpha - 2}{3 \tan \alpha - 11}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|    | Thay $\tan \alpha = 5$ vào biểu thức ta có $P = \frac{5.5-2}{3.5-11} = \frac{23}{4}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| 6b | Số cách chọn 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 bác sỹ làm 3 công việc khác nhau là:<br>+ Trong 12 người chọn 4 người có $C_{12}^4$<br>+ Trong 8 người còn lại chọn 4 người tiếp có $C_8^4$<br>+ Trong 4 người sau cùng chọn 4 người có $C_4^4$<br>Vậy không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 C_8^4 C_4^4$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |
|    | Gọi A là biến cố: “Chọn 3 nhóm, mỗi nhóm có 4 bác sỹ trong đó có đúng 1 bác sỹ nữ”<br>+ Chọn 1 bác sỹ nữ trong 3 bác sỹ nữ có 3 cách chọn, sau đó chọn 3 bác sỹ nam trong 9 bác sỹ nam $C_9^3 \Rightarrow 3.C_9^3$ cách chọn<br>+ Còn lại 8 bác sỹ (6 bác sỹ nam và 2 bác sỹ nữ). Chọn 1 nữ trong 2 nữ có 2 cách chọn, rồi chọn 3 nam trong 6 bác sỹ nam có $C_6^3 \Rightarrow 2.C_6^3$ cách chọn<br>+ Cuối cùng còn lại 1 bác sỹ nữa và 3 bác sỹ nam có 1 cách chọn.<br>Suy ra $n(A) = 3C_9^3.2C_6^3.1$<br>Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3C_9^3.2C_6^3.1}{C_{12}^4 C_8^4 C_4^4} = \frac{16}{55}$ | 0,25 |



Gọi H là trung điểm của AB  $\Rightarrow SH \perp AB$  ( do tam giác SAB đều)

Do  $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Do tam giác ABC vuông tại A nên  $AB = 2a \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$

$$dt(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} 2a \cdot a = a^2$$

0,25

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

0,25

Kẻ KM song song với AC cắt SA tại M. Khi đó  $AC \parallel KM$  suy ra  $AC \parallel (BKM)$

Do đó  $d(AC, BK) = d(AC, (BKM))$

Ta có  $AC \perp AB, AC \perp SH$  nên  $AC \perp (SAB)$

Kẻ  $AI \perp BM$ , do  $KM \parallel AC$  nên  $AI \perp KM$  suy ra  $AI \perp (BKM)$

Suy ra  $d(AC, BK) = d(AC, (BKM)) = d(A, (BKM)) = AI$

0,25

$$\text{Ta có } \frac{MA}{SA} = \frac{KC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{\Delta AMB} = \frac{2}{3} S_{\Delta SAB} = \frac{2}{3} \cdot (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2}{3} a^2 \sqrt{3}$$

$$\text{Ta lại có } BM = \sqrt{AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{7}}{3}$$

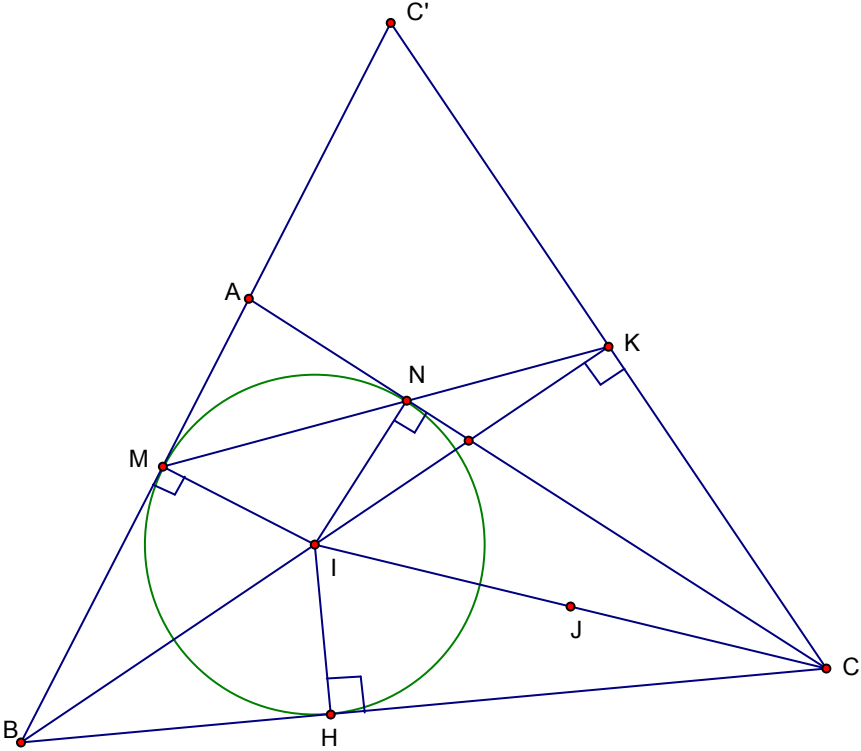
$$\text{Do đó } AI = \frac{2S_{\Delta AMB}}{BM} = \frac{2\sqrt{21}a}{7}$$

$$\text{Vậy } d(AC, BK) = AI = \frac{2\sqrt{21}a}{7}.$$

0,25

**Lưu ý: Bài toán này không vẽ hình thì không cho điểm bài này.**

8

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |      |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|  | <p>Ta có <math>\widehat{KIC} = \widehat{IBC} + \widehat{ICB} = \frac{\widehat{ABC}}{2} + \frac{\widehat{ACB}}{2} = 90^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2}</math> (1)</p> <p>Ta có <math>\widehat{KNC} = \widehat{ANM} = \widehat{AMN} = 90^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2}</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra <math>\widehat{KIC} = \widehat{KNC}</math> nên tứ giác KNIC nội tiếp trong đường tròn đường kính IC.</p> <p>Mặt khác tam giác IHC nội tiếp trong đường tròn đường kính IC</p> <p>Vậy 5 điểm K, N, I, H, C nằm trên đường tròn đường kính IC.</p>                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|  | <p>Gọi J là trung điểm của IC nên J là tâm đường tròn đi qua 5 điểm trên.</p> <p>Giả sử J(x;y) khi đó</p> $JC = JK = JH \Rightarrow \begin{cases} JC = JK \\ JC = JH \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1-x)^2 + (-4-y)^2 = (-1-x)^2 + (-2-y)^2 \\ (-1-x)^2 + (-4-y)^2 = (2-x)^2 + (1-y)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$ <p><math>\Rightarrow J(3; -3)</math>.</p> <p>Vì J là trung điểm của IC nên I(7;-4). Từ đó suy ra BI có phương trình <math>y + 4 = 0</math></p> <p>BC đi qua H và C nên có phương trình <math>x - y - 1 = 0</math>.</p> <p>Do đó, B(x;y) là nghiệm của hệ <math>\begin{cases} y + 4 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(-3; -4)</math></p> | 0,25 |
|  | <p>Vì <math>\widehat{INC} = 1v \Rightarrow \widehat{NKC} = 1v</math> Từ đó gọi C' là điểm đối xứng của C qua đường thẳng BI. Khi đó K là trung điểm của CC' nên C'(-1;-6).</p> <p>Đường thẳng AB qua B và C' có phương trình là: <math>x + y + 7 = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|  | <p>Giả sử AC có VTPT <math>\vec{n} = (a; b), (a^2 + b^2 \neq 0)</math></p> <p>Khi đó AC có phương trình <math>a(x+1) + b(y+2) = 0 \Leftrightarrow ax + by + a + 2b = 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|    | <p>Ta có <math>d(I, AC) = IH \Leftrightarrow \frac{ 7a-4b+a+2b }{\sqrt{a^2+b^2}} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{ 8a-2b }{\sqrt{a^2+b^2}} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -1 \\ \frac{a}{b} = \frac{23}{7} \end{cases}</math></p> <p>+ <math>\frac{a}{b} = -1</math> chọn <math>a = 1, b = -1</math> nên AC có phương trình <math>x - y - 1 = 0</math> ( trùng BC) ( loại).</p> <p>+ <math>\frac{a}{b} = \frac{23}{7}</math> chọn <math>a = 23 ; b = 7</math> nên AC có phương trình <math>23x + 7y + 37 = 0</math></p> <p>+ Khi đó A (x; y) là nghiệm của hệ <math>\begin{cases} x + y + 7 = 0 \\ 23x + 7y + 37 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = -\frac{31}{4} \end{cases}</math></p> <p>Vậy <math>A(\frac{3}{4}; -\frac{31}{4})</math></p> |      |
| 9  | <p>ĐK : <math>\begin{cases} x \leq 3 \\ y \geq -1 \end{cases}</math></p> <p>Phương trình thứ 2 tương đương với <math>(x+2)^3 = (y+1)^3 \Leftrightarrow y = x+1 (3)</math></p> <p>Thay (3) vào phương trình thứ nhất ta được:</p> <p><math>\sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} = x^3 + 2x^2 - 5x - 3</math> điều kiện <math>-2 \leq x \leq 3</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} = x^3 + 2x^2 - 5x - 3 \Leftrightarrow \sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} - 3 = x^3 + 2x^2 - 5x - 6</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{(3-x)(x+2)} - 2)}{\sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} + 3} = x^3 + 2x^2 - 5x - 6</math></p>                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|    | <p><math>\Leftrightarrow \frac{2(-x^2 + x + 2)}{(\sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} + 3)(\sqrt{(3-x)(x+2)} + 2)} = (x+1)(x-2)(x+3)</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \frac{2(-x^2 + x + 2)}{(\sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} + 3)(\sqrt{(3-x)(x+2)} + 2)} = (x^2 - x - 2)(x+3)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
|    | <p><math>\Leftrightarrow (x^2 - x - 2)(\frac{2}{(\sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} + 3)(\sqrt{(3-x)(x+2)} + 2)} + (x+3)) = 0</math></p> <p>Do điều kiện <math>-2 \leq x \leq 3</math> nên <math>\frac{2}{(\sqrt{3-x} + \sqrt{x+2} + 3)(\sqrt{(3-x)(x+2)} + 2)} + (x+3) &gt; 0</math></p> <p>Suy ra <math>x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 2</math> thỏa mãn điều kiện.</p> <p>Khi <math>x = -1 \Rightarrow y = 0</math> TMĐK</p> <p>Khi <math>x = 2 \Rightarrow y = 3</math> TMĐK</p> <p>Vậy hệ đã cho có hai nghiệm <math>(-1; 0), (2; 3)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
| 10 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |      |
|    | <p>Vì <math>a, b, c \in [1; 2]</math> nên ta có <math>(a-1)(b-2)(c-2) \geq 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow abc + 2(2a+b+c) \geq 2(b+c)a + bc + 4</math></p> <p>Dấu “=” xảy ra khi <math>a = 1</math> hoặc <math>b = 2</math> hoặc <math>c = 2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25 |
|    | <p>Do đó và do <math>a \geq 1</math> nên ta có</p> <p><math>P = \frac{2(ab+bc+ca)}{2(2a+b+c)+abc} + \frac{8}{2a(b+c)+bc+4} - \frac{b+c+4}{\sqrt{bc}+1}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25 |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  | $\leq \frac{2(ab+bc+ca)}{2a(b+c)+bc+4} + \frac{8}{2a(b+c)+bc+4} - \frac{b+c+4}{\sqrt{bc}+1}$ $= \frac{2a(b+c)+bc+4+bc+4}{2a(b+c)+bc+4} - \frac{b+c+4}{\sqrt{bc}+1}$ $= 1 + \frac{bc+4}{2a(b+c)+bc+4} - \frac{b+c+4}{\sqrt{bc}+1}$ $\leq 1 + \frac{bc+4}{2(b+c)+bc+4} - \frac{b+c+4}{\sqrt{bc}+1}$ $\leq 1 + \frac{bc+4}{bc+4\sqrt{bc}+4} - \frac{2\sqrt{bc}+4}{\sqrt{bc}+1}$                      |      |
|  | <p>Đặt <math>t = \sqrt{bc} \in [1; 2]</math>.</p> <p>Xét hàm số <math>f(t) = 1 + \frac{t^2+4}{(t+2)^2} - \frac{2t+4}{t+1}</math> trên <math>[1; 2]</math></p> $f'(t) = \frac{4t-8}{(t+2)^2} + \frac{2}{(t+1)^2} \geq -\frac{4}{27} + \frac{2}{9} > 0$ <p>nên <math>f(t)</math> liên tục và đồng biến trên <math>[1; 2]</math></p> <p>Suy ra <math>P \leq f(t) \leq f(2) = -\frac{7}{6}</math></p> | 0,25 |
|  | Vậy, giá trị lớn nhất của $P = -\frac{7}{6}$ khi $a=1$ , $b=c=2$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |

**Lưu ý:** Thí sinh làm cách khác đúng kết quả vẫn cho điểm tối đa.