

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI ĐỀ THI OLYMPIC NĂM HỌC 2018-2019
CỤM TRƯỜNG THPT MÔN TOÁN – KHỐI 11
HÀ ĐÔNG – HOÀI ĐỨC Thời gian làm bài : 150' (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm 1 trang

Bài 1. (4,0 điểm). Giải các phương trình sau :

a) $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$.

b) $\frac{\sin x + \sin 2x}{\sin 3x} = -1$.

Bài 2. (4,0 điểm).

a) Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển: $(\frac{2}{x} - 3x^2)^{10}$ ($x \neq 0$).

b) Trong một hộp kín đựng 100 tấm thẻ như nhau được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên ba tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất để lấy được ba tấm thẻ mà ba số ghi trên ba tấm thẻ đó lập thành một cấp số cộng.

Bài 3. (4,0 điểm).

a) Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{C_{2018}^0 + C_{2018}^2 x^2 + C_{2018}^4 x^4 + \dots + C_{2018}^{2018} x^{2018} - 2^{2017}}{x-1}$.

b) Cho dãy số (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 4 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n - 2 \quad \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Xác định công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Bài 4. (6,0 điểm).

a) Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh bằng nhau. Điểm M di động trên cạnh AB, điểm N di động trên cạnh A'D' sao cho A'N = 2AM. Gọi (α) là mặt phẳng chứa MN và song song với AC. Dựng thiết diện của hình hộp bởi (α) và chứng minh rằng (α) luôn chứa một đường thẳng cố định.

b) Cho tứ diện ABCD. Chứng minh rằng:

$$(AB+CD)^2 + (AD+BC)^2 > (AC+BD)^2.$$

Bài 5. (2,0 điểm). Chứng minh rằng với mọi số thực $a, b, c \in [1;2]$ ta luôn có:

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \leq 10.$$

.....Hết.....

Học sinh không sử dụng tài liệu.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.