

Câu 1: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a là

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = 3a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là:

- A. $x=1, y=3$. B. $x=-3, y=1$.
C. $x=3, y=1$. D. $y=1, x=3$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ có tọa độ là

- A. $(2; -3; 0)$. B. $(-2; 0; 3)$. C. $(2; 0; -3)$. D. $(2; 1; -3)$.

Câu 4: Phương trình mặt phẳng nào sau đây nhận véc tơ $\vec{n} = (2; 1; -1)$ làm véc tơ pháp tuyến

- A. $4x + 2y - z - 1 = 0$ B. $2x + y + z - 1 = 0$
C. $-2x - y - z + 1 = 0$ D. $2x + y - z - 1 = 0$

Câu 5: Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2019$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2^{x-3} = 4$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[5; 8]$. C. $(8; +\infty)$. D. $(0; 5)$.

Câu 7: Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{2}{3}}$. B. $a^{\frac{5}{6}}$. C. $a^{\frac{7}{6}}$. D. a^5 .

Câu 8: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$. B. $\int \sin x dx = \cos x + C$.
C. $\int e^x dx = e^x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0$.

Câu 9: Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là

- A. $S_{xq} = \pi Rh$. B. $S_{xq} = 2\pi Rh$. C. $S_{xq} = 3\pi Rh$. D. $S_{xq} = 4\pi Rh$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							$+\infty$



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2;3)$ B. $(0;+\infty)$ C. $(0;2)$ D. $(-\infty;2)$

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_8 = 256$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

- A. 6. B. 4. C. 2. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0$.

- A. $I(-1;1;-3), R=3$. B. $I(1;-1;-3), R=3\sqrt{2}$.
C. $I(1;-1;-3), R=18$. D. $I(1;-1;3), R=3\sqrt{2}$.

Câu 13: Cho số phức $z = \sqrt{5} - 2i$. Tính $|\bar{z}|$.

- A. $|\bar{z}| = \sqrt{29}$. B. $|\bar{z}| = 3$. C. $|\bar{z}| = \sqrt{7}$. D. $|\bar{z}| = 5$.

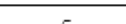
Câu 14: Từ một nhóm học sinh gồm 12 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 nam và 1 nữ?

- A. 528. B. 520. C. 530. D. 228.

Câu 15: Tính tích phân $\int_a^b dx$

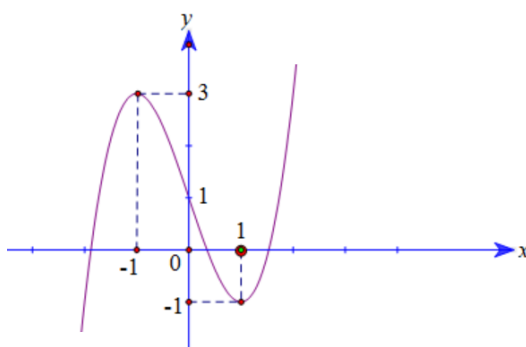
- A. $a-b$. B. $a+b$. C. ab . D. $b-a$.

Câu 16: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0					

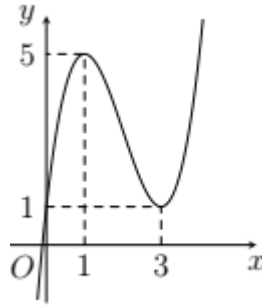
- A. $M = f(0)$. B. $M = f(5)$. C. $M = f(3)$. D. $M = f(2)$.

Câu 17: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là



A. 1

B. 3.

C. 0.

D. 5.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) , $SA = a\sqrt{3}$. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -1), B(1; 2; 4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng AB .

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 9 - 5t \end{cases}$.

Câu 21: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2019}{x-1}$ trên khoảng $1; +\infty$ là

A. $x - 2020 \ln(x-1) + C$.

B. $x + \frac{2020}{(x-1)^2} + C$.

C. $x + 2020 \ln(x-1) + C$.

D. $x - \frac{2020}{(x-1)^2} + C$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z_1 - 2z_2$ có tọa độ là

A. $(7; -4)$.

B. $(7; 4)$.

C. $(1; 8)$.

D. $(-1; 8)$.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 4$ và đường thẳng $y = x + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng

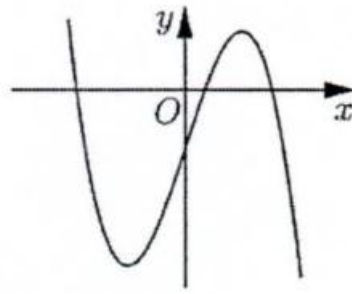
A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 25: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x^2 + cx - 1$ ($a, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a > 0; c > 0$. **B.** $a < 0; c < 0$. **C.** $a > 0; c < 0$. **D.** $a < 0; c > 0$.

Câu 26: Nếu $\log_8 3 = p$, $\log_3 5 = q$ thì $\log 5$ bằng

- A.** $\frac{3pq}{1+3pq}$. **B.** $p^2 + q^2$. **C.** $\frac{3p+q}{5}$. **D.** $\frac{1+3pq}{p+q}$.

Câu 27: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A.** 150° . **B.** 120° . **C.** 60° . **D.** 30° .

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(4; 1; 3)$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AC có phương trình là

- A.** $3x - 2y + z - 4 = 0$. **B.** $3x - 2y + z + 4 = 0$.
C. $3x + 2y + z - 4 = 0$. **D.** $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là:

- A.** $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$. **B.** $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right]$.
C. $S = [-2; 0)$. **D.** $S = (-\infty; 2]$.

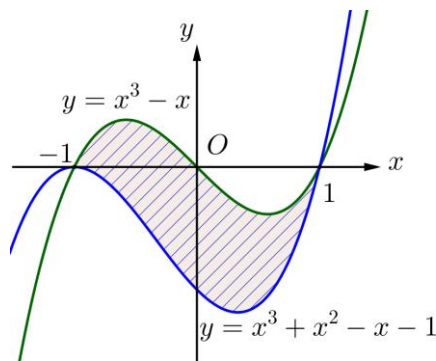
Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .

- A.** $S_{xq} = 6\pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 12\pi a^2$.
C. $S_{xq} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$ **D.** $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi a^2$

Câu 32: Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình là giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x^3 + x^2 - x - 1$ xác định bởi công thức $S = \int_{-1}^1 (ax^3 + bx^2 + cx + d) dx$. Giá trị của $2020a + b + c + 2019d$ bằng



A. -2019 .

B. 2018

C. 0

D. -2018

Câu 33: Cho $z_1 = 4 - 2i$. Hãy tìm phần ảo của số phức $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1}$.

A. -2.

B. $-6i$.

C. -6.

D. $-2i$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

B. $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

C. $\vec{u} = (-2; -1; 5)$.

D. $\vec{u} = (-2; 2; 1)$.

Câu 35: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Số lượng vi khuẩn sau 10 giờ là

A. 1000 con.

B. 900 con.

C. 850 con.

D. 800 con.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC' . Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) . Khi đó

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 37: Biết $\int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính

$$P = 13a + 10b + 84c.$$

A. 193.

B. 191.

C. 190.

D. 189.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{3x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{3x}$ là

A. $\cos 2x - \sin 2x + C$.

B. $-2\cos 2x + 3\sin 2x + C$.

C. $2\cos 2x - 3\sin 2x + C$.

D. $2\cos 2x + 3\sin 2x + C$.

Câu 39: Cho hàm số $y = (x^3 - 3x + m + 1)^2$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 1 là

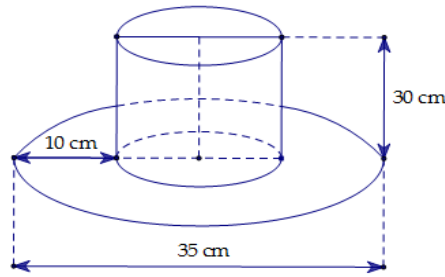
A. -2.

B. 4.

C. -4.

D. 0.

Câu 40: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính viền, mép, phần thừa).



A. $750,25\pi (cm^2)$.

B. $756,25\pi (cm^2)$.

C. $700\pi (cm^2)$.

D. $754,25\pi (cm^2)$.

Câu 41: Một hộp đựng 8 viên bi đỏ được đánh số từ 1 đến 8, 6 viên bi xanh được đánh số từ 1 đến 6. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 viên bi từ hộp đó sao cho 2 viên bi khác màu và khác số.

A. 30

B. 40

C. 42

D. 36

Câu 42: Cho phương trình $\log_3^2(9x) - (m+5)\log_3 x + 3m - 10 = 0$ (với m là tham số thực). Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 81]$ là

A. 3 .

B. 5 .

C. 4 .

D. 2 .

Câu 43: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với O . Biết tam giác $AA'C$ vuông cân tại A' . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(ABB'A')$.

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 44: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a - 5b) - 1$. Đặt $T = \frac{b}{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1 < T < 2$.

B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$

C. $-2 < T < 0$.

D. $0 < T < \frac{1}{2}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2+1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4039.

B. 4040.

C. 4038.

D. 4037.

Câu 46: Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $5x + y = 4$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3 \frac{x^2 + 2y + m}{x + y} + x^2 - 3x - y + m - 1 = 0$ có nghiệm là

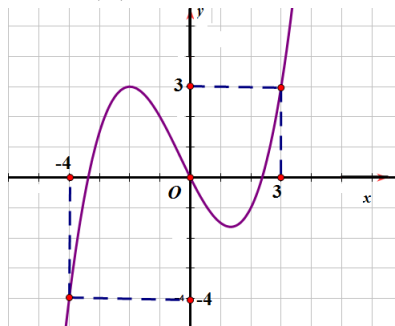
A. 10.

B. 5.

C. 9.

D. 2.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(3x^2 - 1) - \frac{9}{2}x^4 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

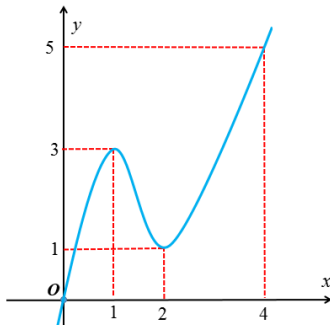
A. $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

B. $\left(0; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

C. $(1; 2)$.

D. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0$; $f(4) > 4$. Biết hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^2) - 2x|$ là



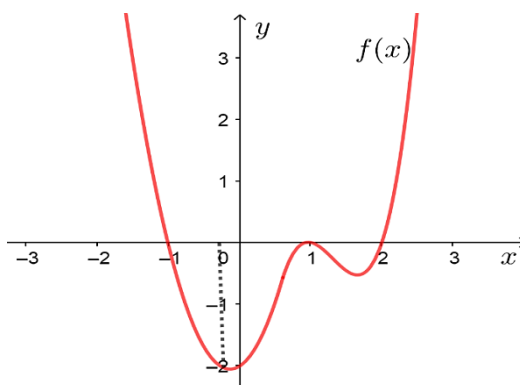
A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(f(x) - 1)$. Số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là



A. 6.

B. 10.

C. 9.

D. 8.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $6x^2 \cdot f(x^3) + 4f(1-x) = 3\sqrt{1-x^2}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. $\frac{\pi}{8}$.

B. $\frac{\pi}{20}$.

C. $\frac{\pi}{16}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

----- HẾT -----

mamon	made	cautron	dapan
TOAN12	068	1	B
TOAN12	068	2	C
TOAN12	068	3	C
TOAN12	068	4	D
TOAN12	068	5	D
TOAN12	068	6	B
TOAN12	068	7	C
TOAN12	068	8	B
TOAN12	068	9	B
TOAN12	068	10	A
TOAN12	068	11	C
TOAN12	068	12	B
TOAN12	068	13	B
TOAN12	068	14	A
TOAN12	068	15	D
TOAN12	068	16	A
TOAN12	068	17	B
TOAN12	068	18	A
TOAN12	068	19	B
TOAN12	068	20	A
TOAN12	068	21	C
TOAN12	068	22	D
TOAN12	068	23	D
TOAN12	068	24	C
TOAN12	068	25	D
TOAN12	068	26	A
TOAN12	068	27	A
TOAN12	068	28	A
TOAN12	068	29	B
TOAN12	068	30	C
TOAN12	068	31	C
TOAN12	068	32	B
TOAN12	068	33	A
TOAN12	068	34	D
TOAN12	068	35	B
TOAN12	068	36	D
TOAN12	068	37	B
TOAN12	068	38	C
TOAN12	068	39	A
TOAN12	068	40	B
TOAN12	068	41	C
TOAN12	068	42	C
TOAN12	068	43	D
TOAN12	068	44	D
TOAN12	068	45	D
TOAN12	068	46	B
TOAN12	068	47	A
TOAN12	068	48	D
TOAN12	068	49	C

TOAN12	068	50	A
--------	-----	----	---

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng a là

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = 3a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = B.h = 3a^2.a = 3a^3$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là

A. $x = 1, y = 3$.

B. $x = -3, y = 1$.

C. $x = 3, y = 1$.

D. $y = 1, x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x = \frac{-d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$ có tiệm cận đứng là $x = 3$ và tiệm cận ngang là $y = 1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ có tọa độ là

A. $(2; -3; 0)$.

B. $(-2; 0; 3)$.

C. $(2; 0; -3)$.

D. $(2; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Có $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{u} = (2; 0; -3)$.

Câu 4. Mặt phẳng nào sau đây nhận vectơ $\vec{n} = (2; 1; -1)$ làm vectơ pháp tuyến?

A. $4x + 2y - z - 1 = 0$.

B. $2x + y + z - 1 = 0$.

C. $-2x - y - z + 1 = 0$.

D. $2x + y - z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét trong các đáp án chỉ có đáp án D là mặt phẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2019$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 16x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y								

Dựa vào bảng biến thiên, mệnh đề: hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ là sai.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $2^{x-3} = 4$ thuộc tập nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[5; 8]$. C. $(8; +\infty)$. D. $(0; 5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x-3} = 4 \Leftrightarrow 2^{x-3} = 2^2 \Leftrightarrow x-3 = 2 \Leftrightarrow x = 5 \in [5; 8]$.

Câu 7. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{2}{3}}$. B. $a^{\frac{5}{6}}$. C. $a^{\frac{7}{6}}$. D. a^5 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P = a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$. B. $\int \sin x dx = \cos x + C$.
C. $\int e^x dx = e^x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0$.

Lời giải

Chọn B

$\int \sin x dx = -\cos x + C$ nên suy ra B sai.

Câu 9. Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là

- A. $S_{xq} = \pi R h$. B. $S_{xq} = 2\pi R h$. C. $S_{xq} = 3\pi R h$. D. $S_{xq} = 4\pi R h$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là $S_{xq} = 2\pi R h$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

$-\infty$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_8 = 256$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ nên ta có:

$$u_8 = u_1 \cdot q^7 \Leftrightarrow q^7 = \frac{u_8}{u_1} = \frac{256}{2} = 128 \Leftrightarrow q = 2.$$

Vậy công bội của cấp số nhân đã cho bằng 2.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 7 = 0$.

A. $I(-1; 1; -3), R = 3$.

B. $I(1; -1; -3), R = 3\sqrt{2}$.

C. $I(1; -1; -3), R = 18$.

D. $I(1; -1; 3), R = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)

có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

$$\text{Theo đề bài, ta có: } \begin{cases} -2a = -2 \\ -2b = 2 \\ -2c = 6 \\ d = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -3 \\ d = -7 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$$

Nên mặt cầu có tâm $I(1; -1; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-3)^2 + 7} = 3\sqrt{2}$.

Câu 13. Cho số phức $z = \sqrt{5} - 2i$. Tính $|\bar{z}|$.

A. $|\bar{z}| = \sqrt{29}$.

B. $|\bar{z}| = 3$.

C. $|\bar{z}| = \sqrt{7}$.

D. $|\bar{z}| = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\bar{z} = \sqrt{5} + 2i$.

$$\text{Do đó } |\bar{z}| = |\sqrt{5} + 2i| = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2} = 3.$$

Vậy $|\bar{z}| = 3$.

Câu 14. Từ một nhóm học sinh gồm 12 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 nam và 1 nữ?

A. 528.

B. 520.

C. 530.

D. 228.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 nam và 1 nữ là $C_{12}^2 \cdot C_8^1 = 528$ cách.

Câu 15. Tính tích phân $\int_a^b dx$.

A. $a - b$.

B. $a + b$.

C. ab .

D. $b - a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_a^b dx = x \Big|_a^b = b - a$.

Câu 16. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0	5	1	4			

A. $M = f(0)$.

B. $M = f(5)$.

C. $M = f(3)$.

D. $M = f(2)$.

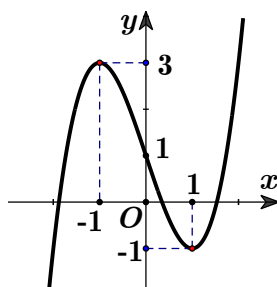
Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ là 5 đạt được khi $x = 0$

Do đó, M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ thì $M = f(0)$

Câu 17. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.

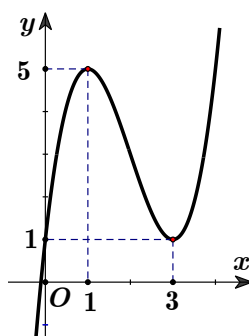
Lời giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$. Loại đáp án A, C.

Vì khi $x = 0$ thì $y = 1$ nên chọn đáp án B.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là



A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 5.

Lời giải

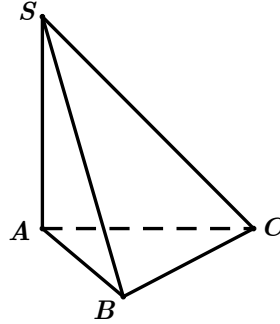
Chọn A

Từ đồ thị chúng ta có được điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $(3;1)$. Do đó giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $y_{CT} = 1$.

- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{3}$. Tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
- A. 30° . B. 45° **C. 60° .** D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Do $SA \perp (ABC)$, suy ra góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.

Do tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$ nên $AC = a$.

Xét tam giác SAC , $\tan \widehat{SCA} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}$, suy ra góc $\widehat{SCA} = 60^\circ$. Hay góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° .

- Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$. Phương trình đường thẳng nào được cho dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng AB ?

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$.

B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-5}$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 9 - 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $A(2;3;-1)$ vào phương trình đường thẳng $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{-5}$ ta thấy không thỏa mãn vì $\frac{2+2}{1} \neq \frac{3+3}{1} \neq \frac{-1-1}{-5}$. Vậy A không thuộc đường thẳng đó.

Chọn đáp án A.

- Câu 21.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2019}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

A. $x - 2020 \ln(x-1) + C$.

B. $x + \frac{2020}{(x-1)^2} + C$.

C. $x + 2020 \ln(x-1) + C$.

D. $x - \frac{2020}{(x-1)^2} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\int f(x) dx = \int \frac{x+2019}{x-1} dx = \int \frac{x-1+2020}{x-1} dx = \int \left(1 + \frac{2020}{x-1}\right) dx$$

$$= x + 2020 \ln|x-1| + C = x + 2020 \ln(x-1) + C.$$

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 3+2i$, $z_2 = 2-3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z_1 - 2z_2$ có tọa độ là

A. $(7;-4)$.**B.** $(7;4)$.**C.** $(1;8)$.**D.** $(-1;8)$.**Lời giải****Chọn D**

Vì $z_1 - 2z_2 = 3+2i - 2(2-3i) = -1+8i$ nên có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M(-1;8)$.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 4$ và đường thẳng $y = x + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0.**B.** 3.**C.** 1.**D.** 2.**Lời giải****Chọn D**

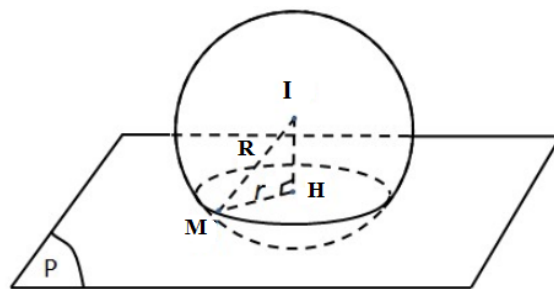
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 4$ và đường thẳng $y = x + 2$ là

$$x^3 - 2x + 4 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

+ Với $x = -2$ ta có $y = 0$; với $x = 1$ ta có $y = 3$.

Hai đồ thị cắt nhau tại 2 điểm $A(-2;0), B(1;3)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng

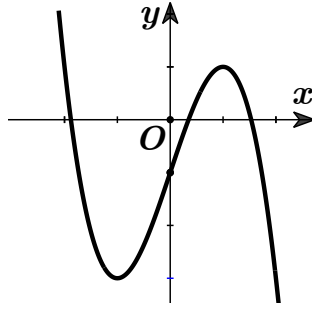
A. 4.**B.** 1.**C.** 2.**D.** 3.**Lời giải****Chọn C**

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 2 \cdot (-3) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 1$.

Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có bán kính bằng $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = 2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x^2 + cx - 1$ ($a, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, c > 0$.

B. $a < 0, c < 0$.

C. $a > 0, c < 0$.

D. $a < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3ax^2 + 6x + c$.

Từ đồ thị ta thấy:

+ khi x tiến về $+\infty$ thì y tiến về $-\infty$ nên hệ số $a < 0$.

+ hàm số có hai điểm cực trị nằm ở hai phía của trục Oy nên $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu
 $\Leftrightarrow ac < 0 \Rightarrow c > 0$.

Câu 26. Nếu $\log_8 3 = p, \log_3 5 = q$ thì $\log 5$ bằng

A. $\frac{3pq}{1+3pq}$.

B. $p^2 + q^2$.

C. $\frac{3p+q}{5}$.

D. $\frac{1+3pq}{p+q}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_8 3 = \log_{2^3} 3 = p \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_2 3 = p \Leftrightarrow \log_2 3 = 3p \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 2} = 3p \Leftrightarrow \log_3 2 = \frac{1}{3p}$

$$\Rightarrow \log 5 = \log_{10} 5 = \log_{10} 3 \cdot \log_3 5 = \frac{\log_3 5}{\log_3 10} = \frac{\log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{q}{\frac{1}{3p} + q} = \frac{3qp}{1+3qp}.$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

A. 150° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Ta có } \cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| |\vec{u}|} = \frac{1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy góc giữa hai véc tơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là 150° .

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2), B(1; 2; 1), C(4; 1; 3)$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AC có phương trình là

A. $3x - 2y + z - 4 = 0$.

B. $3x - 2y + z + 4 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 4 = 0$.

D. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AC .

Ta có $(\alpha) \perp AC$ nên (α) nhận vector $\vec{n} = \overrightarrow{AC} = (3; -2; 1)$ là một vector pháp tuyến và (α) đi qua điểm $G(2; 2; 2)$, nên (α) có phương trình là:

$$3(x-2) - 2(y-2) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z - 4 = 0.$$

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0$ là:

A. $S = \mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$.

B. $S = \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.

C. $S = [-2; 0)$.

D. $S = (-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\frac{4x+6}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Với điều kiện trên $\log_3 \frac{4x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x+6}{x} \leq 3^0 \Leftrightarrow \frac{4x+6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3x+6}{x} \leq 0$
 $\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 0$.

Kết hợp điều kiện ta suy ra $x \in \left[-2; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

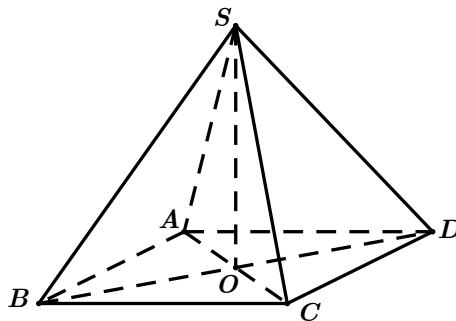
B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



$AO = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6a^2 - 2a^2} = 2a$. Suy ra $AC = 4a$ do đó $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a$.

Thể tích của khối chóp là: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot (2\sqrt{2}a)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$ (đvtt).

Câu 31. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .

A. $S_{xq} = 6\pi a^2$.

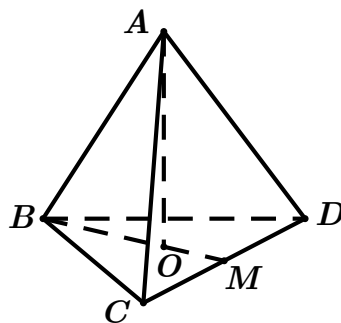
B. $S_{xq} = 12\pi a^2$.

C. $S_{xq} = \frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

D. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi a^2$.

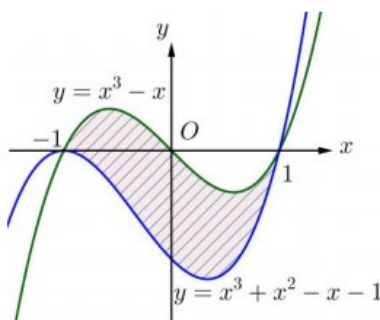
Lời giải

Chọn C



Hình nón có $l = AB = 2a$, $r = OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} 2a = \frac{2\sqrt{3}}{3} a$. Suy ra $S_{xq} = \pi r l = \frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$

Câu 32. Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình là giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x^3 + x^2 - x - 1$ xác định bởi công thức $S = \int_{-1}^1 (ax^3 + bx^2 + cx + d) dx$. Giá trị của $2020a + b + c + 2019d$ bằng



A. -2019.

B. 2018.

C. 0.

D. -2018.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy công thức tính diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình là giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x^3 + x^2 - x - 1$ là

$$S = \int_{-1}^1 [(x^3 - x) - (x^3 + x^2 - x - 1)] dx = \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx$$

Suy ra $a = 0; b = -1; c = 0; d = 1$.

Vậy: $2020a + b + c + 2019d = 2018$.

Câu 33. Cho $z_1 = 4 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1}$

A. -2.

B. $-6i$.

C. -6 .

D. $-2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1} \Leftrightarrow z_2 = -3 - 4i + 4 + 2i \Leftrightarrow z_2 = 1 - 2i$. Vậy phần ảo của số phức z_2 là -2

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

B. $\vec{u} = (2; -2; 1)$

C. $\vec{u} = (-2; -1; 5)$

D. $\vec{u} = (-2; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $(2; -2; -1)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 2; 1)$.

Câu 35. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng và t là thời gian tăng trưởng. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu có 100 con và sau 5 giờ là 300 con. Số lượng vi khuẩn sau 10 giờ là

- A. 1000 con. B. 900 con. C. 850 con. D. 800 con.

Lời giải

Chọn B.

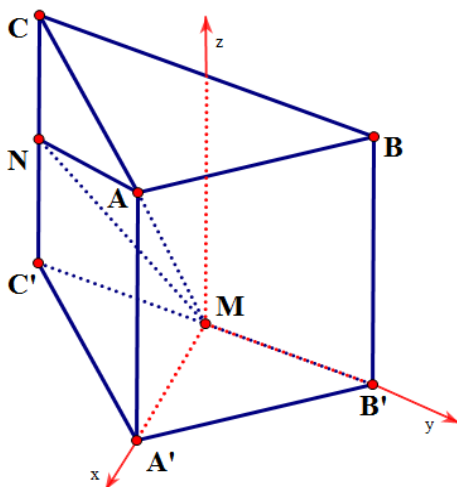
Theo đề bài ta có $e^{r \cdot 5} = \frac{300}{100} \Rightarrow r = \frac{1}{5} \ln 3$.

Vậy số lượng vi khuẩn sau 10 giờ là: $100 \cdot e^{10 \cdot \frac{1}{5} \ln 3} = 900$ con.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC' . Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) . Khi đó

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Chọn D

Lấy H là trung điểm của BC .

Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = CC' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}a^3}{4} \Rightarrow CC' = a$ vì $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $M \equiv O$.

$M(0; 0; 0)$, $A'\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $B'\left(0; \frac{\sqrt{3}a}{2}; 0\right)$, $C'\left(0; -\frac{\sqrt{3}a}{2}; 0\right)$; $A\left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$; $N\left(0; -\frac{\sqrt{3}a}{2}; \frac{a}{2}\right)$.

Ta có: $(ABC) \perp Oz$ nên (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = \left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$, $\overrightarrow{MN} = \left(0; -\frac{\sqrt{3}a}{2}; \frac{a}{2}\right)$.

Gọi $\vec{v}_1 = \frac{a}{2} \overrightarrow{MA} \Rightarrow \vec{v}_1 = (1; 0; 2)$, $\vec{v}_2 = \frac{a}{2} \overrightarrow{MN} \Rightarrow \vec{v}_2 = (0; -\sqrt{3}; 1)$.

Khi đó mặt phẳng (AMN) song song hoặc chứa giá của hai vector không cùng phương là $\vec{v}_1$ và $\vec{v}_2$ nên có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{v}_1, \vec{v}_2] = (2\sqrt{3}; -1; -\sqrt{3})$.

Vậy $\cos \alpha = \left| \cos(\vec{k}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{k} \cdot \vec{n}|}{|\vec{k}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 37. Biết $\int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính

$P = 13a + 10b + 84c$.

A. 193.

B. 191.

C. 190.

D. 189.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $\begin{cases} u = \ln(x^2 + 1) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 1} dx \\ v = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \end{cases}$

Khi đó: $\int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx = \left(\frac{x^2 + 1}{2} \right) \ln(x^2 + 1) \Big|_0^1 - \int_0^1 x dx = \ln 2 - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow a = 1, b = 1, c = 2$. Vậy $P = 13a + 10b + 84c = 191$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{3x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{3x}$ là

A. $\cos 2x - \sin 2x + C$.

B. $-2 \cos 2x + 3 \sin 2x + C$.

C. $2 \cos 2x - 3 \sin 2x + C$.

D. $2 \cos 2x + 3 \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

Do $\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{3x}$ nên ta có $f(x)e^{3x} = (\sin 2x)' = 2 \cos 2x$.

Đặt $\begin{cases} u = e^{3x} \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 3 \cdot e^{3x} dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Ta có $\int f'(x)e^{3x} dx = f(x) \cdot e^{3x} - 3 \int f(x) \cdot e^{3x} dx = 2 \cos 2x - 3 \sin 2x + C$.

Câu 39. Cho hàm số $y = (x^3 - 3x + m + 1)^2$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 1 là

A. -2.

B. 4.

C. -4.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Đặt $y = f(x) = (x^3 - 3x + m + 1)^2$ là hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1; 1]$.

Ta có $y' = f'(x) = 2(x^3 - 3x + m + 1)(3x^2 - 3)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ m = -x^3 + 3x - 1 = g(x) \end{cases}$

Ta khảo sát hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$+\infty$				1		
			-3				

Nếu $m \in [-3;1]$ thì luôn tồn tại $x_0 \in [-1;1]$ sao cho $m = g(x_0)$ hay $f(x_0) = 0$. Suy ra $\min_{[-1;1]} y = 0$, tức là không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Nếu $m \notin [-3;1]$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-1;1]$.

Ta có: $\min_{[-1;1]} f(x) = \min \{f(1); f(-1)\} = \min \{(m-1)^2; (m+3)^2\}$

Trường hợp 1: $m > 1$ tức là $m+3 > m-1 > 0$ suy ra

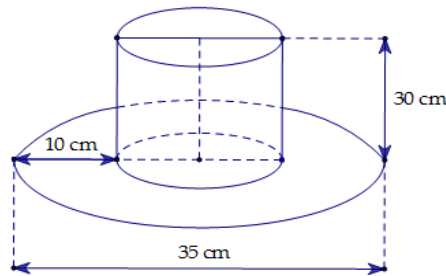
$$\min_{[-1;1]} f(x) = (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (TM)} \\ m = 0 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Trường hợp 2: $m < -3$ tức là $m-1 < m+3 < 0$ suy ra

$$\min_{[-1;1]} f(x) = (m+3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \text{ (TM)} \\ m = -2 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán: $m = 2; m = -4$, từ đó tổng tất cả các giá trị của m là -2 .

Câu 40. Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính viền, mép, phần thừa).



A. $750,25\pi (cm^2)$.

B. $756,25\pi (cm^2)$.

C. $700\pi (cm^2)$.

D. $700\pi (cm^2)$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính hình trụ của cái mũ là $r = \frac{35-10-10}{2} = \frac{15}{2} (cm)$.

Đường cao hình trụ của cái mũ là $30 cm$.

Diện tích xung hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot \frac{15}{2} \cdot 30 = 450\pi (cm^2)$.

Diện tích vành mũ là: $S_v = \pi \left(\frac{35}{2} \right)^2 - S_d (cm^2)$.

Vậy tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không tính viền, mép, phần thừa) là:

$$S = S_{xq} + S_d + S_v = 450\pi + \left(\frac{35}{2} \right)^2 \pi = 756,25\pi (cm^2).$$

Câu 41. Một hộp đựng 8 viên bi đỏ được đánh số từ 1 đến 8, 6 viên bi xanh được đánh số từ 1 đến 6. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 viên bi từ hộp đó sao cho 2 viên bi khác màu và khác số.

A. 30

B. 40

C. 42

D. 36

Lời giải

Chọn C

Có 6 cách chọn 1 viên bi xanh, với mỗi cách chọn 1 viên bi xanh, có 7 cách chọn 1 viên bi đỏ khác số với viên bi xanh đó.

Vậy có $6 \cdot 7 = 42$ cách.

Câu 42. Cho phương trình $\log_3^2(9x) - (m+5)\log_3 x + 3m - 10 = 0$ (với m là tham số thực). Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 81]$ là

A. 3

B. 5

C. 4

D. 2

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3^2(9x) - (m+5)\log_3 x + 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2(x) - (m+1)\log_3 x + 3m - 6 = 0, (1)$

Đặt $t = \log_3 x$, khi $x \in [1; 81]$ thì $t \in [0; 4]$.

Khi đó ta có phương trình $t^2 - (m+1)t + 3m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = m - 2 \end{cases}$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 81] \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm

phân biệt $t \in [0; 4] \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 \neq 3 \\ 0 \leq m - 2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ 2 \leq m \leq 6 \end{cases}$.

Suy ra có 4 giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1; 81]$.

Chọn đáp án C.

Câu 43. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với O . Biết tam giác $AA'C$ vuông cân tại A' . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(ABB'A')$.

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

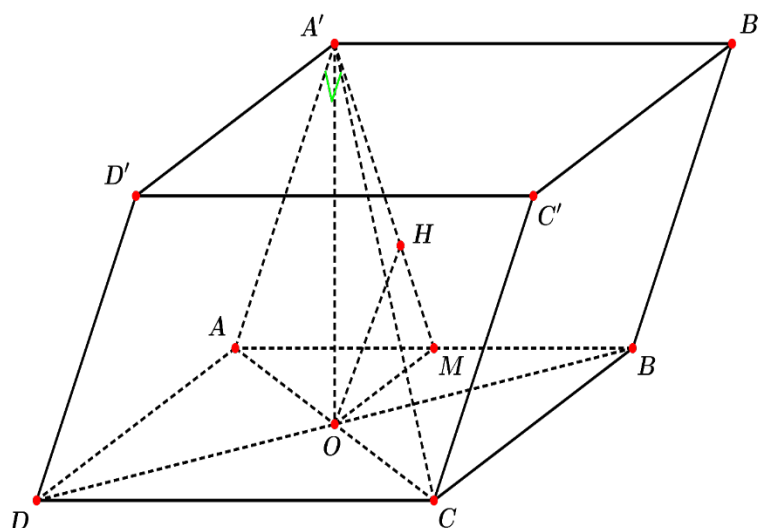
B. $h = \frac{a\sqrt{2}}{6}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Vì tam giác $AA'C$ vuông cân tại A' nên ta có: $A'O = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi M là trung điểm của AB . Suy ra $OM \perp AB$.

Trong mặt phẳng $(A'OM)$: kẻ $OH \perp A'M$.

Ta có: $AB \perp (A'OM)$ (vì $AB \perp OM$ và $AB \perp A'O$). Suy ra $AB \perp OH$.

Vì $\begin{cases} OH \perp A'M \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABB'A')$. Do đó: $d(O; (ABB'A')) = OH$.

Do D, O, B thẳng hàng và $DB = 2OB$ nên $d(D; (ABB'A')) = 2d(O; (ABB'A')) = 2OH$.

$$\text{Ta có: } OH = \frac{A'O \cdot OM}{\sqrt{A'O^2 + OM^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(D; (ABB'A')) = h = 2OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 44. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a - 5b) - 1$. Đặt $T = \frac{b}{a}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $1 < T < 2$.

B. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.

C. $-2 < T < 0$.

D. $0 < T < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Giả sử: } \log_4 a = \log_6 b = \log_9 (4a - 5b) - 1 = t \Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ 4a - 5b = 9^{t+1} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } 4 \cdot 4^t - 5 \cdot 6^t = 9 \cdot 9^t \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^t - 5 \cdot \left(\frac{6}{9}\right)^t = 9 \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} - 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^t - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{9}{4} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = -1 \quad (VN) \end{cases} \Leftrightarrow t = \log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{9}{4}\right) \Leftrightarrow t = -2$$

$$\text{Vậy } T = \frac{b}{a} = \left(\frac{6}{4}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \frac{4}{9} \in \left(0; \frac{1}{2}\right).$$

Câu 45. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc

đoạn $[-2020; 2020]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận?

A. 4039.

B. 4040.

C. 4038.

D. 4037.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi nó có 3 tiệm cận đứng (*).

$$\text{Có } x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = (x - m)(x^2 - 2mx + 1)$$

$$x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 - 2mx + 1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$(*) \Leftrightarrow x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0 \text{ có 3 nghiệm phân biệt khác 3.}$$

$$\Leftrightarrow m \neq 3 \text{ và } (2) \text{ có 2 nghiệm phân biệt khác } m \text{ và khác 3.}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 - 2m \cdot m + 1 \neq 0 \\ 3^2 - 2m \cdot 3 + 1 \neq 0 \\ \Delta'_2 = m^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3, m \neq \frac{5}{3} \\ \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases} \end{cases}$$

Do đó tập tất cả giá trị nguyên của m thỏa ycbt là $\{-2020; -2019; \dots; -2; 2; 4; 5; \dots; 2020\}$.

Vậy có 4037 giá trị m thỏa ycbt.

Câu 46. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $5x + y = 4$. Tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m để

$$\text{phương trình } \log_3 \frac{x^2 + 2y + m}{x + y} + x^2 - 3x - y + m - 1 = 0 \text{ có nghiệm là}$$

A. 10.

B. 5.

C. 9.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3 \frac{x^2 + 2y + m}{x + y} + x^2 - 3x - y + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x^2 + 2y + m) + x^2 + 2y + m = \log_3 3(x + y) + 3(x + y) \quad (1)$$

Vì $x, y > 0$ nên $x + y > 0$. Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow x^2 + 2y + m = 3x + 3y \Leftrightarrow x^2 - 3x - y + m = 0 \quad (*)$$

Kết hợp với điều kiện $5x + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 5x$. Vì $x, y > 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{4}{5}$.

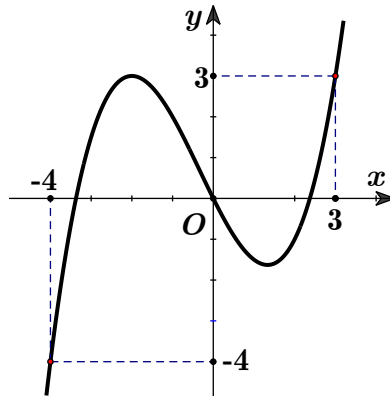
$$\text{Ta có } (*) \Leftrightarrow x^2 + 2x + m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = -x^2 - 2x + 4, \forall x \in \left(0; \frac{4}{5}\right).$$

Hàm số $y = -x^2 - 2x + 4$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{4}{5}\right)$ (do $-1 < 0$) nên $\frac{44}{25} < -x^2 - 2x + 4 < 4$.

Do vậy $m \in \{2; 3\}$ là các giá trị cần tìm.

Vậy tổng tất cả các giá trị m thỏa ycbt là 5.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(3x^2 - 1) - \frac{9}{2}x^4 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây.

- A.** $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. **B.** $\left(0; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $g'(x) = 6xf'(3x^2 - 1) - 18x^3 + 6x = 6x[f'(3x^2 - 1) - 3x^2 + 1]$

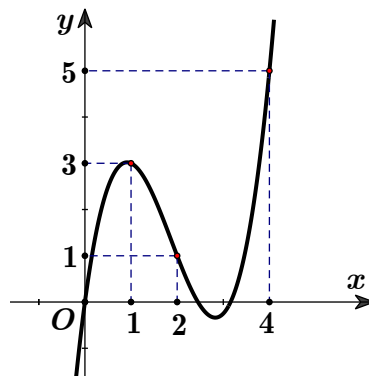
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(3x^2 - 1) = 3x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x^2 - 1 = -4 \text{ (VN)} \\ 3x^2 - 1 = 0 \\ 3x^2 - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \\ x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$	
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Vậy hàm số đồng biến trong khoảng $\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0; f(4) > 4$. Biết hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^2) - 2x|$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = f(x^2) - 2x$.

Ta có: $h'(x) = 2xf'(x^2) - 2$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^2) = \frac{1}{x}$ (vô nghiệm $\forall x \leq 0$).

Đặt $t = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{t}, \forall t > 0$.

Khi đó: $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ (*). Nhận thấy trên khoảng $(0;1)$ thì $w(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ nghịch biến và $f'(t)$ đồng biến, do đó (*) nếu có nghiệm là duy nhất.

Mặt khác: $h'(0).h'(1) = -2(2f'(1) - 2) = -8 < 0$ và $h'(x)$ liên tục trên $[0;1]$ nên $\exists x_0 \in (0;1): h'(x_0) = 0$.

Vậy $h'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x_0 \in (0;1)$ và $h(x)$ có một điểm cực tiểu (vẽ bảng biến thiên). (1)

Xét phương trình: $h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x^2) - 2x = 0$ (**).

Ta có: $h(0) = f(0) = 0 \Rightarrow x = 0$ là một nghiệm của (**).

Mặt khác: $h(\sqrt{x_0}).h(2) = (f(x_0) - 2\sqrt{x_0})(f(4) - 4) < 0 \Rightarrow \exists x_1 \in (\sqrt{x_0}; 2): h(x_1) = 0$.

Nên (**) có nghiệm $x_1 \in (\sqrt{x_0}; 2)$.

Vì $h(x)$ có một điểm cực trị, nên (**) có không quá 2 nghiệm.

Vậy $h(x) = f(x^2) - 2x = 0$ có hai nghiệm phân biệt. (2)

Từ (1) và (2) ta được: hàm số $g(x) = |f(x^2) - 2x|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(f(x) - 1)$. Số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là

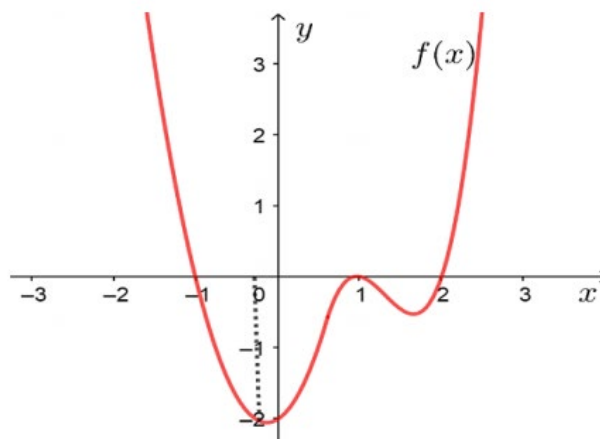
A. 6.

B. 10.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = f'(x).f'(f(x) - 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x).f'(f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(f(x) - 1) = 0 \end{cases}.$$

$$+) f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a_1 (a_1 \in (-1; 0)) \\ x = 1 \\ x = a_2 (a_2 \in (1; 2)) \end{cases}$$

$$+) f'(f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = a_1 \\ f(x) - 1 = 1 \\ f(x) - 1 = a_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a_1 + 1 \in (0; 1) & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \\ f(x) = a_2 + 1 \in (2; 3) & (3) \end{cases}$$

Từ đó thì suy ra

- phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $b_1 \in (-2; -1); b_2 \in (2; 3)$
- phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $c_1 \in (-2; b_1); c_2 \in (b_2; 3)$
- phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt $d_1 \in (-2; c_1); d_2 \in (c_2; 3)$

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $6x^2 f(x^3) + 4f(1-x) = 3\sqrt{1-x^2}$. Tính

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

A. $\frac{\pi}{8}$.

B. $\frac{\pi}{20}$.

C. $\frac{\pi}{16}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết $6x^2 f(x^3) + 4f(1-x) = 3\sqrt{1-x^2}$, lấy tích phân từ 0 đến 1 của 2 vế ta được

$$\int_0^1 6x^2 f(x^3) dx + \int_0^1 4f(1-x) dx = \int_0^1 3\sqrt{1-x^2} dx$$

$$\text{Đặt } I_1 = \int_0^1 6x^2 f(x^3) dx, I_2 = \int_0^1 4f(1-x) dx, I = \int_0^1 3\sqrt{1-x^2} dx.$$

$$+) \text{ Đặt } t = x^3 \text{ ta được } I_1 = 2 \int_0^1 f(t) dt = 2 \int_0^1 f(x) dx$$

$$+) \text{ Đặt } v = 1-x \text{ ta được } I_2 = 4 \int_0^1 f(v) dv = 4 \int_0^1 f(x) dx.$$

$$\text{Từ đó ta được } I = 6 \int_0^1 f(x) dx$$

$$+) \text{ Đặt } u = \sin x \text{ ta được } I = \frac{3\pi}{4}, \text{ suy ra } \int_0^1 f(x) dx = \frac{\pi}{8}.$$

∞ HẾT ∞