

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề thi
158

Họ và tên: Lớp:

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 ĐIỂM)

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(4;4)$ là

- A. $x-3y+5=0$. B. $x+3y-16=0$. C. $x+3y-4=0$. D. $x-3y+16=0$.

Câu 2. Cho ΔABC có $BC=12, AC=15$, góc $\widehat{C}=60^\circ$. Khi đó độ dài cạnh AB là:

- A. $AB=6\sqrt{21}$ B. $AB=3\sqrt{21}$ C. $AB=6\sqrt{7}$ D. $AB=3\sqrt{7}$

Câu 3. Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$.

- A. $-5 < x < 1$. B. $x > -5$. C. $x < -5$. D. $x < 1$.

Câu 4. Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 10$ và đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$ biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\frac{19}{2}$. B. $\frac{\sqrt{19}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{38}}{2}$. D. $\sqrt{38}$.

Câu 5. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$. B. $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$.
C. $\cot(\pi - \alpha) = \cot \alpha$. D. $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$.

Câu 6. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

- A. $4x^2 + y^2 - 10x + 4y - 2 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.
C. $x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

Câu 7. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n} = (2;-4)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là:

- A. $-x+2y-4=0$. B. $x-2y-4=0$. C. $x-2y+5=0$. D. $x+y+4=0$.

Câu 8. Phương trình chính tắc của (E) có $5c=4a$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

- A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$. C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 9. Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị là radian là

- A. $\frac{35\pi}{18}$. B. $\frac{25\pi}{18}$. C. $\frac{25\pi}{12}$. D. $\frac{25\pi}{9}$.

Câu 10. Giải bất phương trình $2x-1 \geq 0$. Kết quả tập nghiệm nào sau đây là đúng?

- A. $S = \left[-\infty; \frac{1}{2}\right]$ B. $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ D. $S = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Câu 11. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Khi đó, $\cos 2\alpha$ bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $-\frac{1}{8}$. D. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 12. Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị **không âm** khi và chỉ khi

- A. $x \in (-1; 13)$. B. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1; 13]$.
C. $x \in [-1; 13]$. D. $x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$.

Câu 13. Đường thẳng $\Delta: 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

- A. $d_1: 3x + 2y = 0$. B. $d_4: 6x - 4y - 14 = 0$.
C. $d_3: -3x + 2y - 7 = 0$. D. $d_2: 3x - 2y = 0$.

Câu 14. Trong tam giác ABC , đẳng thức nào dưới đây luôn đúng?

- A. $\cos A = \sin B$. B. $\tan A = \cot \left(B + \frac{\pi}{2} \right)$.
C. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$. D. $\sin(A+B) = \cos C$.

Câu 15. Chọn điểm $A(1; 0)$ làm điểm đầu của cung lượng giác trên đường tròn lượng giác. Tìm điểm cuối M của cung lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$.

- A. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ I.
B. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ IV.
C. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ III.
D. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ II.

Câu 16. Cho đường thẳng $d: x - 2y - 3 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm $M(0; 1)$ trên đường thẳng.

- A. $H(5; 1)$. B. $H(1; -1)$. C. $H(-1; 2)$. D. $H(3; 0)$.

Câu 17. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị $\cos \alpha$.

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{16}{25}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 18. Trên đường tròn bán kính $R = 6$, cung 60° có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $l = 2\pi$. B. $l = 4\pi$. C. $l = \frac{\pi}{2}$. D. $l = \pi$.

Câu 19. Cho hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0$ và $d_2: 2x + 3y + 3 = 0$. Góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 là (chọn kết quả gần đúng nhất)

- A. $101^\circ 19'$. B. $78^\circ 41'$. C. $11^\circ 19'$. D. $78^\circ 31'$.

Câu 20. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 4$. Tính độ dài đường trung tuyến MA , với M là trung điểm của BC .

- A. $\frac{\sqrt{31}}{4}$. B. $\sqrt{\frac{23}{2}}$. C. $\frac{\sqrt{31}}{2}$. D. $\sqrt{\frac{5}{2}}$.

Câu 21. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$.

A. $\vec{u} = (-3; 1)$.

B. $\vec{u} = (5; 2)$.

C. $\vec{u} = (2; -5)$.

D. $\vec{u} = (-1; 3)$.

Câu 22. Cung nào sau đây có điểm cuối trùng với B'.

A. $k2\pi$

B. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$

C. $\pi + k\pi$

D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$ và điểm $M(2; 3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d là

A. $x + 2y - 8 = 0$.

B. $2x + y - 7 = 0$.

C. $2x - y - 1 = 0$.

D. $x - 2y + 4 = 0$.

Câu 24. Miền nghiệm của hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 4y + 12 \geq 0 \\ x + y - 5 \geq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$$

Là miền chứa điểm nào trong các điểm sau?

A. $M(1; -3)$

B. $N(4; 3)$

C. $P(-1; 5)$

D. $Q(-2; -3)$

Câu 25. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 26. Cho góc α thỏa mãn và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1$. Tính giá trị $\sin 2\alpha$.

A. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

B. $\frac{24}{25}$.

C. $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

D. $-\frac{24}{25}$.

Câu 27. Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5kg chất B. Hỏi chi phí mua nguyên vật liệu **ít nhất** bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

A. 47 triệu đồng.

B. 34 triệu đồng.

C. 31,5 triệu đồng

D. 31 triệu đồng.

Câu 28. Cho tam giác ABC thỏa mãn $\frac{\tan B}{\tan C} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 C}$ thì:

A. Tam giác ABC vuông.

B. Tam giác ABC cân.

C. Tam giác ABC đều.

D. Tam giác ABC vuông hoặc cân.

Câu 29. Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

A. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5} + 4\sqrt{2}}{9}$.

B. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}{9}$.

C. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2\sqrt{10} - 2}{9}$.

D. $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2 + 2\sqrt{10}}{9}$.

Câu 30. Biết d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2)$ và cắt tia Ox, Oy thứ tự tại $M(m; 0), N(0; n)$ sao cho tam giác OMN có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tổng $m + n = ?$

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 31. Biểu thức:

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

có kết quả thu gọn bằng:

- A. $-\cos \alpha$. B. $-\sin \alpha$. C. $\sin \alpha$. D. $\cos \alpha$.

Câu 32. Bất phương trình $\frac{2x+7}{x-4} < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 4. B. 3. C. 14. D. 0.

Câu 33. Điều kiện của bất phương trình $\frac{2x+3}{\sqrt{5-x}} + \sqrt{2x^2-3x+1} > 0$ là:

- A. $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ B. $\begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} 1 \leq x < 5 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} 1 \leq x < 5 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 34. Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0; \forall x \in \mathbb{R}$?

- A. $m > -1$. B. $m > \frac{4}{3}$. C. $m < -\frac{4}{3}$. D. $m < -1$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt?

- A. $m < 6$. B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.
C. $1 < m < 6$. D. $m > 1$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)

Câu 36. (1đ) a) Giải bất phương trình sau $|1 - 3x| \leq 7$;

b) Bằng cách lập bảng xét dấu, giải bất phương trình $\frac{(2x-1)(3-x)}{x^2-5x+4} > 0$.

Câu 37. (1đ) a) Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Tính $\sin \alpha$.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình của đường thẳng d biết d vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 1 = 0$ và cắt đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng 6.

Câu 38. (1đ) Giải phương trình: $x + 4 - \sqrt{14x-1} = \frac{\sqrt{10x-9}-1}{x}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề [158]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	B	A	D	D	B	C	A	B	B	C	D	A	C	A	B	D	A
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	C	C	B	B	B	A	D	B	D	D	D	C	B	C	C	B	

Mã đề [291]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	D	A	A	B	A	B	B	C	B	B	B	B	D	A	C	B	B
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	B	D	C	C	C	C	C	D	D	D	D	D	A	D	D	A	

Mã đề [348]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	C	C	D	C	A	B	B	C	A	D	B	C	D	A	B	C	D
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	A	A	C	D	A	D	D	A	C	D	C	B	B	B	C	A	

Mã đề [470]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	C	C	A	D	B	D	B	D	D	D	B	B	C	C	A	D	D
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
B	D	B	A	B	C	A	C	A	C	C	B	A	A	D	B	D	

Lời giải phần tự luận

Câu 36.

a) Giải bất phương trình sau $|1-3x| \leq 7$;

+) Ta có $|1-3x| \leq 7 \Leftrightarrow -7 \leq 1-3x \leq 7$ (0,25đ)

$$\Leftrightarrow -8 \leq -3x \leq 6 \Leftrightarrow \frac{8}{3} \geq x \geq -2 \text{ (0,25đ)}$$

b) Bằng cách lập bảng xét dấu, giải bất phương trình $\frac{(2x-1)(3-x)}{x^2-5x+4} > 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	3	4	$+\infty$
$2x-1$	-	0	+		+	+
$3-x$	+		+		0	-
x^2-5x+4	+		+	0	-	+
VT	-	0	+		-	0

Lập được bảng xét dấu đúng (0,25đ)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (3; 4)$. (0,25đ)

Câu 37. (1đ)

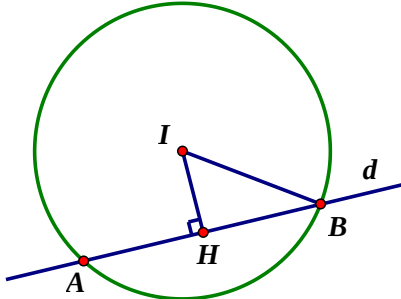
a) Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$. Tính $\sin \alpha$.

+) Ta có $\sin^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \mp \frac{\sqrt{5}}{3}. (0,25đ)$

+) Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}. (0,25đ)$

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình của đường thẳng d biết d vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 1 = 0$ và cắt đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng 6.

Hướng dẫn giải:



+) Đường tròn có tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$ nên ta có

$$IH^2 = R^2 - HB^2 = 3^2 - 3^2 = 0 \Rightarrow I \equiv H. (0,25đ)$$

+) Đường thẳng d vuông góc với Δ nên có phương trình dạng $x + 2y + c = 0$.

$\Rightarrow d$ qua điểm I . Suy ra $-1 + 2 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = -3$. Vậy $d: x + 2y - 3 = 0. (0,25đ)$

Câu 38. (1đ) Giải phương trình: $x + 4 - \sqrt{14x - 1} = \frac{\sqrt{10x - 9} - 1}{x}$.

Hướng dẫn giải

+) ĐKXD: $x \geq \frac{9}{10} \quad (0,25đ)$

Với ĐKXD, phương trình tương đương với:

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - x\sqrt{14x - 1} - \sqrt{10x - 9} + 1 = 0 \Leftrightarrow x(x + 3) - x\sqrt{14x - 1} + (x + 1) - \sqrt{10x - 9} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left[(x + 3) - \sqrt{14x - 1} \right] + (x + 1) - \sqrt{10x - 9} = 0 \quad (0,25đ)$$

$$\Leftrightarrow x \left[\frac{x^2 + 6x + 9 - 14x + 1}{x + 3 + \sqrt{14x - 1}} \right] + \frac{x^2 + 2x + 1 - 10x + 9}{x + 1 + \sqrt{10x - 9}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 8x + 10) \left[\frac{x}{x + 3 + \sqrt{14x - 1}} + \frac{1}{x + 1 + \sqrt{10x - 9}} \right] = 0 \quad (0,25đ)$$

$$(\text{vì } x \geq \frac{9}{10} \text{ nên } \frac{x}{x + 3 + \sqrt{14x - 1}} > 0 \text{ và } \frac{1}{x + 1 + \sqrt{10x - 9}} > 0) \Leftrightarrow x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \pm \sqrt{6} \quad (\text{thỏa mãn ĐKXD}).$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{4 - \sqrt{6}; 4 + \sqrt{6}\} \quad (0,25đ).$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 5t \end{cases} \vec{u} = (2; -5) \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

A.

B. $\vec{u} = (5; 2)$.

C. $\vec{u} = (-1; 3)$.

D. $\vec{u} = (-3; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Một vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (2; -5)$.

Câu 2. Hướng dẫn giải bất phương trình $2x - 1 \geq 0$. Kết quả tập nghiệm nào sau đây là đúng?

A. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ B. $S = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$

Câu 3. Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. . C. $9x^2 + 16y^2 = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 4. Chọn điểm $A(1;0)$ làm điểm đầu của cung lượng giác trên đường tròn lượng giác. Tìm điểm cuối M của cung lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$.

- A. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ I.
 B. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ II.
 C. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ III.
 D. M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ IV.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo giả thiết ta có: $\widehat{AM} = \frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$, suy ra điểm M là điểm chính giữa của cung phần tư thứ

Câu 5. Miền nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x - 4y + 12 \geq 0 \\ x + y - 5 \geq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases}$

Là miền chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $P(-1;5)$ B. $N(4;3)$ C. $Q(-2;-3)$ D. $M(1;-3)$

Câu 6. Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị **không âm** khi và chỉ khi

- A. $x \in \mathbb{R} \setminus [-1;13]$. B. $x \in [-1;13]$. C. $x \in (-\infty; -1] \cup [13; +\infty)$. D. $x \in (-1;13)$.

Câu 7. Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị là radian là

- A. $\frac{25\pi}{12}$. B. $\frac{25\pi}{18}$. C. $\frac{25\pi}{9}$. D. $\frac{35\pi}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $250^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 250 = \frac{25\pi}{18}$.

Câu 8. Cung nào sau đây có điểm cuối trùng với B'.

- A. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$ B. $k2\pi$ C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi$ D. $\pi + k\pi$

Câu 9. Trên đường tròn bán kính $R = 6$, cung 60° có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $l = \frac{\pi}{2}$. B. $l = 4\pi$. C. $l = 2\pi$. D. $l = \pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad.}$

Ta có: cung có số đo α rad của đường tròn có bán kính R có độ dài $l = R\alpha$.

Do đó cung 60° có độ dài bằng $l = 6 \cdot \frac{\pi}{3} = 2\pi$.

Câu 10. Chọn khẳng định đúng?

- A. $\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$. B. $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$.
C. $\cot(\pi - \alpha) = \cot \alpha$. D. $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\tan(\pi - \alpha) = \tan \alpha$ sai vì $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$; $\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha$ sai vì $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$;
 $\cot(\pi - \alpha) = \cot \alpha$ sai vì $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$.

Câu 11. Trong tam giác ABC , đẳng thức nào dưới đây luôn đúng?

- A. $\sin(A+B) = \cos C$. B. $\cos A = \sin B$.
C. $\tan A = \cot\left(B + \frac{\pi}{2}\right)$. D. $\cos \frac{A+B}{2} = \sin \frac{C}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\cos \frac{A+B}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$.

Câu 12. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị $\cos \alpha$.

- A. $\frac{16}{25}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\pm \frac{4}{5}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$.

Câu 13. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Khi đó, $\cos 2\alpha$ bằng

- A. $-\frac{1}{8}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{1}{8}$.

Câu 14. Phương trình chính tắc của (E) có $5c = 4a$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} e = \frac{4}{5} \\ 2b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5c = 4a \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25c^2 = 16a^2 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25(a^2 - b^2) = 16a^2 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 6 \end{cases}$.

Vậy phương trình của (E) : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 15. Cho ΔABC có $BC = 12, AC = 15$, góc $C = 60^\circ$. Khi đó độ dài cạnh AB là:

- A. $AB = 6\sqrt{7}$ B. $AB = 3\sqrt{7}$ C. $AB = 3\sqrt{21}$ D. $AB = 6\sqrt{21}$

Câu 16. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2$, $BC = 3$, $CA = 4$. Tính độ dài đường trung tuyến MA , với M là trung điểm của BC .

- A. $\sqrt{\frac{5}{2}}$. **B.** $\frac{\sqrt{31}}{2}$. C. $\sqrt{\frac{23}{2}}$. D. $\frac{\sqrt{31}}{4}$.

Câu 17. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n} = (2;-4)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là:

- A. $-x+2y-4=0$. B. $x-2y-4=0$. **C.** $x-2y+5=0$. D. $x+y+4=0$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $2(x+1)-4(y-2)=0$

$$\Leftrightarrow 2x-4y+10=0 \Leftrightarrow x-2y+5=0.$$

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x-2y+1=0$ và điểm $M(2;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d là

- A. $x+2y-8=0$. B. $x-2y+4=0$. C. $2x-y-1=0$. **D.** $2x+y-7=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Δ vuông góc $d: x-2y+1=0 \Rightarrow \Delta$ có VTPT là $\vec{n} = (2;1)$.

Δ qua $M(2;3)$ nên có phương trình là $2(x-2)+(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y-7=0$.

Câu 19. Đường thẳng $\Delta: 3x-2y-7=0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

- A.** $d_1: 3x+2y=0$. B. $d_2: 3x-2y=0$.
C. $d_3: -3x+2y-7=0$. D. $d_4: 6x-4y-14=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét đường thẳng $\Delta: 3x-2y-7=0$ và $d_1: 3x+2y=0$ có $\frac{3}{3} \neq \frac{-2}{2}$. Vậy Δ cắt d_1 .

Câu 20. Cho hai đường thẳng $d_1: x-y-2=0$ và $d_2: 2x+3y+3=0$. Góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 là (chọn kết quả gần đúng nhất)

- A. $11^\circ 19'$. **B.** $78^\circ 41'$. C. $101^\circ 19'$. D. $78^\circ 31'$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$d_1: x-y-2=0$ có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1;-1)$.

$d_2: 2x+3y+3=0$ có 1 vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2;3)$.

Gọi góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 là φ .

$$\text{Ta có } \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2} \cdot \sqrt{2^2+3^2}} = \frac{\sqrt{26}}{26} \Rightarrow \varphi \approx 78^\circ 41'.$$

Câu 21. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

- A.** $x^2+y^2-4x-8y+1=0$. B. $4x^2+y^2-10x+4y-2=0$.
C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$. D. $x^2+2y^2-4x+6y-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét phương trình (C): $x^2+y^2-4x-8y+1=0$. Ta có:

$$a^2+b^2-c=2^2+4^2-1=19>0.$$

Vậy (C) là phương trình đường tròn.

Câu 22. Cho đường thẳng $d: x-2y-3=0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm $M(0;1)$ trên đường thẳng.

- A. $H(-1;2)$. B. $H(5;1)$. C. $H(3;0)$. **D.** $H(1;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\Delta \perp d \Rightarrow \Delta: 2x + y + m = 0, \text{ mà } M(0;1) \in \Delta: 2.0 + 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow \Delta: 2x + y - 1 = 0.$$

$$\text{Tọa độ điểm } H \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } H(1; -1).$$

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(4;4)$ là

- A.** $x + 3y - 16 = 0$. **B.** $x + 3y - 4 = 0$.
C. $x - 3y + 5 = 0$. **D.** $x - 3y + 16 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường tròn (C) có tâm $I(3;1)$. Điểm $A(4;4)$ thuộc đường tròn.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(4;4)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA} = (1;3)$ nên tiếp tuyến d có phương trình dạng $x + 3y + c = 0$.

$$d \text{ đi qua } A(4;4) \text{ nên } 4 + 3.4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -16.$$

$$\text{Vậy phương trình của } d: x + 3y - 16 = 0.$$

Câu 24. Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 10$ và đường thẳng $\Delta: x + y + 1 = 0$ biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A.** $\frac{19}{2}$. **B.** $\sqrt{38}$. **C.** $\frac{\sqrt{19}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{38}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-3)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{10}$.

Gọi H là trung điểm dây cung AB .

$$\text{Ta có: } IH = d_{(I;\Delta)} = \frac{|1-3+1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{Tam giác } AIH \text{ vuông tại } H \text{ nên } AH = \sqrt{10 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{38}}{2}.$$

$$\text{Độ dài đoạn thẳng } AB = 2AH = \sqrt{38}.$$

Câu 25. Hướng dẫn giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$.

- A.** $-5 < x < 1$. **B.** $x < 1$. **C.** $x > -5$. **D.** $x < -5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 & (1) \\ 2x+1 < 3 & (2) \end{cases}$$

+) bất phương trình (1) có tập nghiệm $S_1 = (-5; 6)$.

+) bất phương trình (2): $x < 1 \Rightarrow$ bất phương trình (2) có tập nghiệm $S_2 = (-\infty; 1)$.

Vậy tập nghiệm của hệ đã cho là $S = S_1 \cap S_2 = (-5; 1)$.

Câu 26. Bất phương trình $\frac{2x+7}{x-4} < 1$ có bao nhiêu **nghiệm nguyên dương**?

- A.** 14. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\frac{2x+7}{x-4} < 1 \Leftrightarrow \frac{x+11}{x-4} < 0 \Leftrightarrow -11 < x < 4.$$

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên dương lần lượt là $\{1; 2; 3\}$.

Câu 27. Tìm m để $(m+1)x^2 + mx + m < 0; \forall x \in \mathbb{R}$?

A. $m > \frac{4}{3}$.

B. $m < -1$.

C. $m < -\frac{4}{3}$.

D. $m > -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $f(x) = (m+1)x^2 + mx + m$

Xét $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$ khi đó $f(x) = -x-1 < 0 \Leftrightarrow x > -1 \Rightarrow$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán

Xét $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ khi đó $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ \Delta = m^2 - 4m(m+1) < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ m(3m+4) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}$.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt?

A. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.

B. $1 < m < 6$.

C. $m < 6$.

D. $m > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ -\frac{b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 > 0 \\ m+1 > 0 \\ 9m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 1 \\ m > -1 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{9} < m < 1 \\ m > 6 \end{cases}$.

Câu 29. Cho góc α thỏa mãn và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1$. Tính giá trị $\sin 2\alpha$.

A. $-\frac{24}{25}$.

B. $-\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

C. $\frac{24}{25}$.

D. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\sin \alpha + 2 \cos \alpha = -1 \Leftrightarrow \sin \alpha = -1 - 2 \cos \alpha$.

Ta có

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha + (-1 - 2 \cos \alpha)^2 = 1 \Leftrightarrow 5 \cos^2 \alpha + 4 \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 0 \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$

Vì α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$.

Do đó, $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{24}{25}$

Câu 30. Điều kiện của bất phương trình $\frac{2x+3}{\sqrt{5-x}} + \sqrt{2x^2-3x+1} > 0$ là:

A. $\begin{cases} 1 \leq x < 5 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

B. $\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} 1 \leq x < 5 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 5-x > 0 \\ 2x^2-3x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 5 \\ x \geq 1 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 5 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 31. Biểu thức:

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

có kết quả thu gọn bằng:

A. $\cos \alpha$.

B. $-\cos \alpha$.

C. $-\sin \alpha$.

D. $\sin \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Biểu thức

$$A = \cos(\alpha + 26\pi) - 2\sin(\alpha - 7\pi) - \cos 1,5\pi - \cos\left(\alpha + \frac{2003\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot(\alpha - 8\pi)$$

$$= \cos \alpha - 2\sin(\alpha - \pi) - 0 - \cos(\alpha + 1,5\pi) + \cos(\alpha - 1,5\pi) \cdot \cot \alpha = \cos \alpha + 2\sin \alpha - \sin \alpha - \sin \alpha \cdot \cot \alpha$$

$$= \cos \alpha + 2\sin \alpha - \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha.$$

Câu 32. Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi$, $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

A. $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

B. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2\sqrt{10}-2}{9}$.

C. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}-4\sqrt{2}}{9}$.

D. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \beta > 0 \end{cases}$.

Ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1-\sin^2 \alpha} = -\sqrt{1-\frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. $\sin \beta = \sqrt{1-\cos^2 \beta} = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Suy ra $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

Vậy $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$.

Câu 33. Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5kg chất B. Hỏi chi phí mua nguyên vật liệu **ít nhất** bằng bao nhiêu, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

A. 31 triệu đồng

B. 31,5 triệu đồng

C. 34 triệu đồng.

D. 47 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

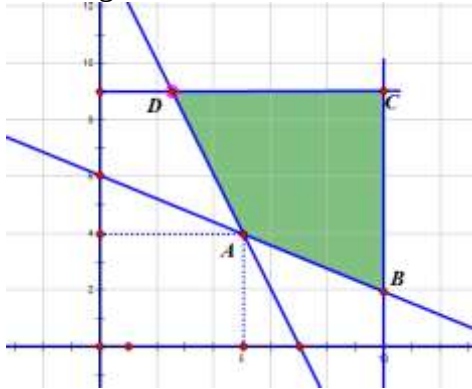
+) Gọi x, y lần lượt là số tấn nguyên liệu loại I và loại II cần dùng. Điều kiện x, y nguyên dương.

+) Với x tấn nguyên liệu loại I và y tấn nguyên liệu loại II, sản xuất được $20x+10y$ kg chất A và $0,6x+1,5y$ kg chất B.

+) Số tiền để mua x tấn loại I và y tấn loại II là $L(x; y) = 4x + 3,5y$.

Theo giả thiết ta có hệ:
$$\begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \\ 0 < x \leq 10 \\ 0 < y \leq 9 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



+) Miền nghiệm là tứ giác ABCD với A(5; 4), B(10; 2) C(10; 9) và D(5/2; 9).

+) $L(A) = 20 + 14 = 34$; $L(B) = 40 + 7 = 47$;

$L(B) = 40 + 31,5 = 71,5$

$L(D) = 10 + 31,5 = 41,5$

Tại A(5; 4) thì $L = 34$ triệu đồng.

Câu 34. Biết d là đường thẳng đi qua điểm A(1; 2) và cắt tia Ox, Oy thứ tự tại $M(m; 0), N(0; n)$ sao cho tam giác OMN có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tổng $m + n = ?$

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

+) Gọi $M(m; 0), N(0; n)$ thì $m > 0$ và $n > 0$

+) Tam giác OMN vuông ở O nên $S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} OM \cdot ON = \frac{1}{2} mn$

+) Đường thẳng d cũng đi qua hai điểm M, N nên $d: \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$

Do đường thẳng d đi qua điểm A nên ta có: $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1$

+) Áp dụng BĐT giữa trung bình cộng và trung bình nhân (BĐT Côsi) cho 2 số dương $\frac{1}{m}, \frac{2}{n}$ ta có

$$\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \geq 2\sqrt{\frac{2}{mn}} > 0 \Leftrightarrow mn \geq 8, \text{ dẫn đến } S_{\triangle OMN} \geq 4$$

$$S_{\triangle OMN} = 4 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{1}{m} = \frac{2}{n} \\ \frac{1}{m} + \frac{2}{n} = 1 \\ m > 0 \\ n > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } m + n = 6.$$

Câu 35. Cho tam giác ABC thỏa mãn $\frac{\tan B}{\tan C} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 C}$ thì:

A. Tam giác ABC cân. **B.** Tam giác ABC vuông.

C. Tam giác ABC đều. **D.** Tam giác ABC vuông hoặc cân.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}
&+) \text{ Ta có } \frac{\tan B}{\tan C} = \frac{\sin^2 B}{\sin^2 C} \Leftrightarrow \tan B \sin^2 C = \sin^2 B \tan C \Leftrightarrow \frac{\sin B}{\cos B} \sin^2 C = \sin^2 B \frac{\sin C}{\cos C} \\
&\Leftrightarrow \frac{\sin C}{\cos B} = \frac{\sin B}{\cos C} \Leftrightarrow \sin C \cos C = \sin B \cos B \Leftrightarrow \sin 2C = \sin 2B \\
&\Leftrightarrow \sin 2B - \sin 2C = 0 \Leftrightarrow 2 \cos(B+C) \sin(B-C) = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(B+C) = 0 \\ \sin(B-C) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B+C = 90^\circ \\ B-C = 0^\circ \end{cases} . \text{ Vậy tam giác ABC vuông hoặc cân tại A.}
\end{aligned}$$

----- **HẾT** -----