

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP.HỒ CHÍ MINH

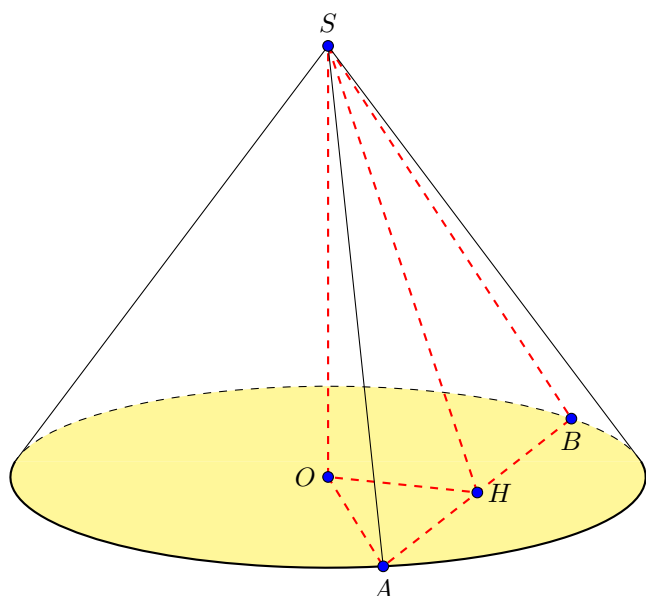
TRƯỜNG THPT NGUYỄN DU



ĐỀ CƯƠNG HỌC KỲ I

TOÁN 12

NĂM HỌC: 2021 - 2022



Lớp:.....

Họ và tên:.....

Lưu hành nội bộ

Chương

1

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

1. GIỚI THIỆU BỘ MÔN
2. SỰ ĐỒNG BIẾN - NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ
3. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ
4. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ
5. ĐƯỜNG TIỆM CẬN
6. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ
7. MỘT SỐ CHUYÊN ĐỀ

§1. GIỚI THIỆU BỘ MÔN

§2. SỰ ĐỒNG BIẾN – NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa tính đơn điệu:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập K .

— Hàm số $y = f(x)$ **đồng biến** (tăng) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

— Hàm số $y = f(x)$ **nghịch biến** (giảm) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

— Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K thì được gọi là **đơn điệu** trên K .

🔍 **Nhận xét:** Trong chương trình lớp 10, để xét sự **đồng biến**, **nghịch biến** của hàm $f(x)$, ta hay

dùng tỉ số: $T = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $\forall x_1 \neq x_2$ và $x_1, x_2 \in K$. Cụ thể là:

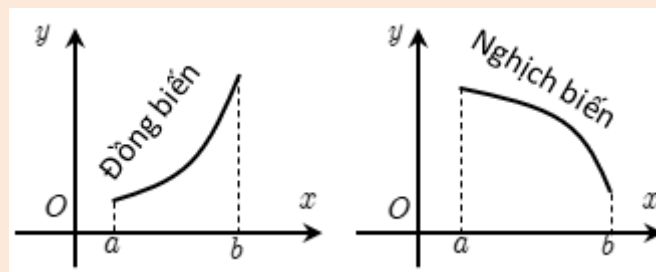
- Nếu $T > 0$ thì hàm $f(x)$ **đồng biến** trên K . (Tức là $f(x_1) - f(x_2)$ cùng dấu với $x_1 - x_2$).
- Nếu $T < 0$ thì hàm $f(x)$ **nghịch biến** trên K . (Tức là $f(x_1) - f(x_2)$ trái dấu với $x_1 - x_2$).

2. Định lí (tính đơn điệu và dấu của đạo hàm):

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K .

— Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm $f(x)$ **đồng biến** trên K .

— Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm $f(x)$ **nghịch biến** trên K .



🔍 **Chú ý:**

- Định lí trên được mở rộng với $f'(x) \geq 0$ (hay $f'(x) \leq 0$) trong trường hợp $f'(x) = 0$ tại một số hữu hạn điểm; khi đó kết luận hàm số **đồng biến** (hay **nghịch biến**) vẫn đúng.
- Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số **đồng biến** trên $[a; b]$. (Tương tự cho trường hợp hàm số **nghịch biến** trên $[a; b]$).

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP**Dạng 1:****Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số**

- **Bài toán.** Tìm các khoảng đơn điệu (khảo sát chiều biến thiên) của hàm số $y = f(x)$.
- **Phương pháp:**
- **Bước 1.** Tìm tập xác định D của hàm số. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$.
 - **Bước 2.** Tìm các điểm tại đó $y' = f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
 - **Bước 3.** Sắp xếp các điểm theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên (xét dấu y').
 - **Bước 4.** Từ bảng biến thiên, kết luận: $y' > 0 \Rightarrow$ đồng biến và $y' < 0 \Rightarrow$ nghịch biến.

CÁC VÍ DỤ**Ví dụ 1:** Xét sự đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

b) $y = x^4 - 2x^2 - 5$

c) $y = \frac{2x+3}{-x+2}$

d) $y = \sqrt{2x-x^2}$

Ví dụ 2. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- ☐ A $(-1; 3)$. ☐ B $(3; +\infty)$.
☐ C $(2; 4)$. ☐ D $(-\infty; 1)$.

Lời giải :.....

Ví dụ 3. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 4$ là

- ☐ A $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. ☐ B $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
☐ C $(-1; 0)$ và $(0; 1)$. ☐ D $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Lời giải:.....

Ví dụ 4. Chọn mệnh đề đúng về hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

- ☐ A Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
☐ B Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.
☐ C Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
☐ D Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.

Lời giải:.....

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- ☐ A $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. ☐ B $(0; 3)$.
☐ C $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$. ☐ D $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải:.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- ☐ A Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. ☐ B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
☐ C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. ☐ D Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 2. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Ta có:

- Ⓐ Hàm số nghịch biến trên tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Ⓑ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
- Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Ⓓ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Ⓑ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- Ⓒ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
- Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 4. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ đồng biến trên khoảng

- Ⓐ $(0; 2)$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 2)$. Ⓓ $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 5. Hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ nghịch biến trên khoảng

- Ⓐ $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Ⓑ $(1; +\infty)$. Ⓒ $(-1; +\infty)$. Ⓓ $(-1; 1)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x - 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Ⓑ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Ⓒ Trên khoảng $(-\infty; -2)$ hàm số đã cho đồng biến.
- Ⓓ Trên khoảng $(2; +\infty)$ hàm số đã cho đồng biến.

Câu 7. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- Ⓐ $y = x^3 - 3x^2$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.
- Ⓒ $y = -x^3 + 3x + 1$. Ⓓ $y = x^3 + 2018$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

- Ⓑ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- Ⓓ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 9. Hỏi hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ nghịch biến trong khoảng nào trong các khoảng sau.

- Ⓐ $(-3; -2)$.
- Ⓑ $(-2; -1)$.
- Ⓒ $(0; 1)$
- Ⓓ $(1; 2)$

Câu 10. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- Ⓐ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Ⓑ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Ⓒ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Ⓓ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- Ⓑ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Ⓓ Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{5-x}{x+2}$. Mệnh đề nào **đúng**?

- Ⓐ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
- Ⓑ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
- Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
- Ⓓ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 13. Hàm số $y = \frac{mx-1-m^2}{x+1}$ với m là tham số. Mệnh đề nào **đúng**?

- Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Ⓑ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Ⓒ Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng mà nó xác định.
- Ⓓ Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng mà nó xác định.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Ⓐ $y = 3x^3 + 3x - 2$. Ⓑ $y = 2x^3 - 5x + 1$. Ⓒ $y = x^4 + 3x^2$. Ⓓ $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 15. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Ⓐ $y = \frac{1}{x}$. Ⓑ $y = \frac{x+2}{x-1}$.
Ⓒ $y = -x^3 + 3x + 1$. Ⓓ $y = -x^3 + x^2 - 4x + 1$.

Câu 16. Cho hàm số $y = -x + \frac{2}{x}$. Khẳng định nào sau đây **Đúng** ?

- Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
Ⓑ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
Ⓒ Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
Ⓓ Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 17. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

Ⓐ $(-1; 1)$. Ⓑ $(-\infty; +\infty)$. Ⓒ $(0; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 0)$.

Câu 18. Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$?

Ⓐ $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Ⓑ $(-2; 0)$.
Ⓒ $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$. Ⓓ $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 19. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{x}{x^2 + 1}$?

Ⓐ $(-1; 1)$. Ⓑ $(0; +\infty)$.
Ⓒ $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; +\infty)$.

Câu 20. Hàm số $y = \sqrt{24 - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

Ⓐ $(-5; 0)$. Ⓑ $(0; 5)$. Ⓒ $(-\infty; 0)$. Ⓓ $(0; +\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
Ⓑ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Ⓓ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 22. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; 1)$.

Ⓑ $(1; 2)$.

Ⓒ $(1; +\infty)$.

Ⓓ $(0; 1)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ⓑ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Ⓓ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 24. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = x - 2\sqrt{x} + 2020$?

Ⓐ $(0; 1)$.

Ⓑ $\left(0; \frac{1}{4}\right)$.

Ⓒ $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Ⓓ $(1; +\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2} - x$. Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(0; 1)$.

Ⓑ $(-\infty; 1)$.

Ⓒ $(1; +\infty)$.

Ⓓ $(1; 2)$.

Dạng 2:

Dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị để kết luận sự biến thiên của hàm số

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3				$+\infty$
	$-\infty$			-1			

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

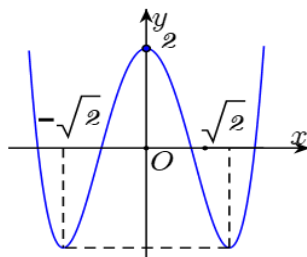
Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Ⓑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(-2; 2)$. Ⓑ $(\sqrt{2}; +\infty)$. Ⓒ $(0; \sqrt{2})$. Ⓓ $(-\infty; 0)$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng:

- Ⓐ $(1; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; +\infty)$. Ⓒ $(0; 1)$. Ⓓ $(-\infty; 1)$.

Lời giải :

.....

.....

Ví dụ 4. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(0; 1)$. Ⓑ $(-2; -1)$.
Ⓒ $(-2; 1)$. Ⓓ $(-4; -3)$.

Lời giải :

.....

.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	4	$-\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(-1; 2)$. Ⓑ $(-\infty; -1)$. Ⓒ $(2; +\infty)$. Ⓓ $(-3; 4)$.

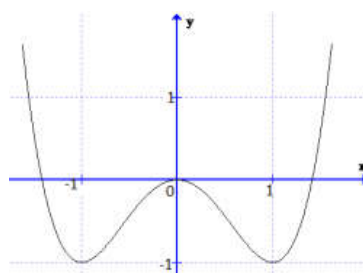
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-		+	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- Ⓑ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- Ⓒ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- Ⓓ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 3. Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$.
- Ⓑ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
- Ⓒ Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
- Ⓓ Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	1		$+\infty$		1

- Ⓐ $y = \frac{x-3}{x-1}$.
- Ⓑ $y = \frac{x+2}{x+1}$.
- Ⓒ $y = \frac{x+2}{x-1}$.
- Ⓓ $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(0; 2)$ Ⓑ $(2; +\infty)$ Ⓒ $(0; +\infty)$ Ⓓ $(-\infty; 0)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)^{2018}(x-2)^{2019}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và đạt cực tiểu tại các điểm $x = \pm 2$.
 Ⓑ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(1; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 Ⓒ Hàm số có ba điểm cực trị.
 Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Câu 7. Cho $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 + 5x - 6, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = -5f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ $(-\infty; 2)$ và $(3; +\infty)$. Ⓑ $(3; +\infty)$.
 Ⓒ $(2; +\infty)$. Ⓓ $(2; 3)$.

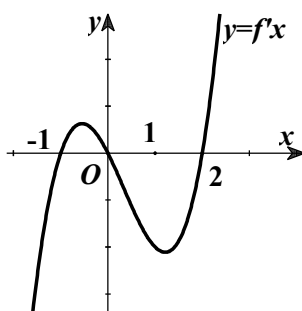
Câu 8. Cho K là một khoảng hoặc nửa khoảng hoặc một đoạn. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên K . Mệnh đề nào không đúng?

- Ⓐ Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.
 Ⓑ Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K .
 Ⓒ Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số $y = f(x)$ không đổi trên K .
 Ⓓ Nếu hàm số $y = f(x)$ là hàm số hằng trên K thì $f'(x) = 0, \forall x \in K$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

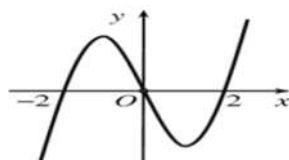
- Ⓐ Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. Ⓑ Với mọi $x_1 > x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
 Ⓒ Với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Ⓓ Với mọi $x_1 < x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng về hàm số $y = f(x)$?



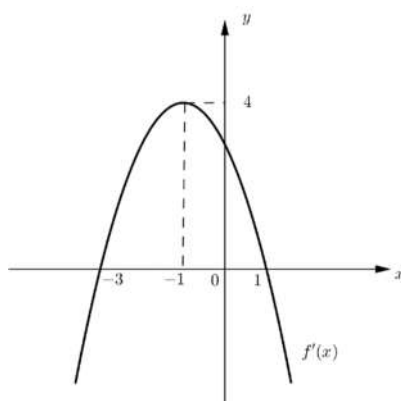
- Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. Ⓑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



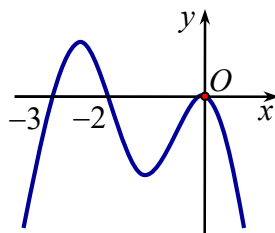
- Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1; 2)$. Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; 1)$.
Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$. Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên. Tìm khẳng định **đúng**.



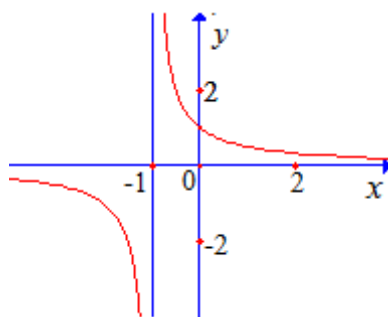
- Ⓐ $f(x)$ đồng biến trên $(-2; 0)$. Ⓑ $f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
Ⓒ $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 3)$. Ⓓ $f(x)$ nghịch biến trên $(-3; -2)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Câu 14. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $y = -f(x)$ đồng biến trên khoảng

- Ⓐ $(-2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; 1)$. Ⓒ $(-\infty; 0)$. Ⓓ $(-1; +\infty)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y = f'(x)$ thỏa mãn

$$f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2021 \text{ trong đó } g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số $y = f(1-x) + 2021x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ $(0; 3)$. Ⓑ $(-\infty; 3)$. Ⓒ $(1; +\infty)$. Ⓓ $(3; +\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = x(2x+1).g(x) + 1$ trong đó $g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(2-x) + x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. Ⓑ $(-\infty; 1)$. Ⓒ $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $(0; 1)$.

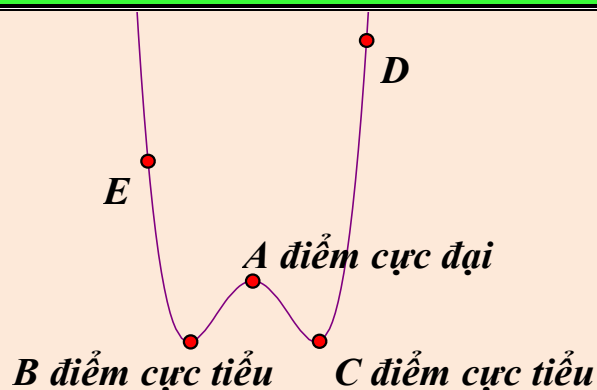
§3. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Những khái niệm cơ bản về cực trị:

• **Điểm cực đại, điểm cực tiểu** của đồ thị hàm số:

Xét đồ thị hàm số như hình vẽ bên, ta có: điểm A gọi là **điểm cực đại** của đồ thị, điểm B và điểm C gọi là **điểm cực tiểu** của đồ thị. **Điểm cực đại, cực tiểu** của đồ thị hàm số gọi chung là **điểm cực trị** của đồ thị hàm số đó.



• **Khái niệm điểm cực đại, điểm cực tiểu:**

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

- Ta nói x_0 là một **điểm cực đại** của hàm số $y = f(x)$ nếu tồn tại khoảng $(a; b) \subset D$ và $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x) < f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$.

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số $y = f(x)$ và điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực đại** của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

- Ta nói x_0 là một **điểm cực tiểu** của hàm số $y = f(x)$ nếu tồn tại khoảng $(a; b) \subset D$ và $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$.

Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số $y = f(x)$ và điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực tiểu** của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

✎ **Chú ý:**

- Điểm cực đại hay điểm cực tiểu gọi chung là điểm cực trị, giá trị cực đại hay giá trị cực tiểu được gọi chung là cực trị.
- Giá trị cực đại (cực tiểu) **không phải là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất)** của hàm số $y = f(x)$ trên tập D .

2. Điều kiện có cực trị của hàm số:

a. Điều kiện cần: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$ và đạt cực trị tại $x_0 \in (a; b)$ thì $f'(x_0) = 0$.

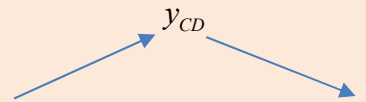
b. Điều kiện đủ:

Định lý 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa x_0 đồng thời có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ hoặc $(a; b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó:

- Nếu $\begin{cases} f'(x) > 0, \forall x \in (a; x_0) \\ f'(x) < 0, \forall x \in (x_0; b) \end{cases}$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt **cực đại** tại điểm $x = x_0$.
- Nếu $\begin{cases} f'(x) < 0, \forall x \in (a; x_0) \\ f'(x) > 0, \forall x \in (x_0; b) \end{cases}$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt **cực tiểu** tại điểm $x = x_0$.

Bảng biến thiên 1: Hàm số đạt cực đại tại

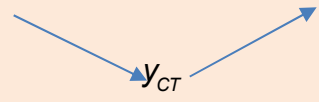
$x = x_0$

x	a	x_0	b
y'	+	0	-
y			

Nhận thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua x_0

Bảng biến thiên 2: Hàm số đạt cực tiểu tại

$x = x_0$.

x	a	x_0	b
y'	-	0	+
y			

Nhận thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua x_0

Định lý 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng $(a; b)$ chứa x_0 . Khi đó:

- Nếu $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = x_0$.
- Nếu $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = x_0$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:

Xét dấu của đạo hàm để tìm cực trị của hàm số

— **Bài toán.** Tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

— **Phương pháp:**

Quy tắc 1	Quy tắc 2
- Bước 1: Tìm tập xác định. - Bước 2: Tính đạo hàm $f'(x)$, cho $f'(x) = 0$ tìm nghiệm hoặc tìm x khi $f'(x)$ không xác định. - Bước 3: Lập bảng biến thiên. - Bước 4: Dựa vào bảng biến thiên suy ra điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số.	- Bước 1: Tìm Tập xác định - Bước 2: Tính đạo hàm $f'(x)$, cho $f'(x) = 0$ tìm nghiệm $x_1, x_2, \dots$ nếu có. - Bước 3: Tính $f''(x)$ và $f''(x_1), f''(x_2), \dots$ - Bước 4: Dựa vào dấu của $f''(x_1), f''(x_2), \dots$ để suy ra điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số.

⚠ **Chú ý:** Quy tắc 2 không dùng được trong trường hợp $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) = 0 \end{cases}$.

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Tìm cực trị của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 3x^2 + 1$

b) $y = -x^4 + 2x^2 + 12$

c) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

d) $y = \frac{2x-1}{x-2}$

e) $y = \frac{x^2+3}{x+1}$

f) $y = 2 \sin x - x$

g) $y = |x^2 - 2x - 3|$

h) $y = x^2 - |x|$

Ví dụ 2. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là

- ☐ A $y_{CN} = -1.$ ☐ B $y_{CN} = 4.$
☐ C $y_{CN} = 1.$ ☐ D $y_{CN} = 0.$

Lời giải :.....

Ví dụ 3. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 4$ đạt cực tiểu tại

- ☐ A $x = 0$ ☐ B $x = 1$
☐ C $x = -1$ ☐ D $x = -4$

Lời giải:.....

Ví dụ 4. Chọn mệnh đề đúng về hàm số $y = x^3 - 1.$

- ☐ A Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0.$
☐ B Hàm số có cực đại không có cực tiểu.
☐ C Hàm số có giá trị cực tiểu $y = -1.$
☐ D Hàm số không có cực trị.

Lời giải:.....

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Hàm số đạt cực đại tại

- ☐ A $x = 0.$ ☐ B $x = 1.$
☐ C $x = 2.$ ☐ D $y = 1.$

Lời giải:.....

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -2x(1-x)^2(x-3)^3(x-2)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đạt cực tiểu tại

- ☐ A $x = 0.$ ☐ B $x = 1.$
☐ C $x = 2.$ ☐ D $x = 3.$

Lời giải:.....

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2(x+2)(x-1)(x-3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu cực trị?

- Ⓐ 4.
Ⓒ 5.

- Ⓑ 3.
Ⓓ 2.

Lời giải:.....

.....

.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$.

Khẳng định nào sau đây **sai**?

- Ⓐ Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0) = 0$.
 Ⓑ $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
 Ⓒ $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) = 0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.
 Ⓓ $y'(x_0) = 0$ và $y''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số

Câu 2. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- Ⓐ Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 .
 Ⓑ Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
 Ⓒ Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .
 Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- Ⓐ Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = x_0$ thì $f''(x_0) < 0$.
 Ⓑ Nếu $f'(x_0) = 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại $x = x_0$.
 Ⓒ Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì $f(x)$ đạt cực đại tại $x = x_0$.
 Ⓓ Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và đạt cực đại tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Cực tiểu của hàm số bằng -3 .
(B) Cực tiểu của hàm số bằng 1 .
(C) Cực tiểu của hàm số bằng -6 .
(D) Cực tiểu của hàm số bằng 2 .

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ có điểm cực tiểu là

- (A) $(-1; -2)$. (B) $(1; 0)$ (C) $(1; -2)$ (D) $(-1; 0)$

Câu 7. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ là

- (A) 5. (B) 1. (C) 3. (D) -1 .

Câu 8. Hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$ có giá trị cực tiểu là

- (A) $y_{CT} = -6$. (B) $y_{CT} = -1$. (C) -2 . (D) 1 .

Câu 9. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là y_1 và y_2 . Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $3y_1 - y_2 = -1$. (B) $3y_1 - y_2 = 5$. (C) $3y_1 - y_2 = 1$. (D) $3y_1 - y_2 = -5$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 11. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- (A) $y = \frac{x^2+1}{x}$. (B) $y = \frac{2x-2}{x+1}$.
(C) $y = x^2 - 2x + 1$. (D) $y = -x^3 + x + 1$.

Câu 12. Hàm số nào sau đây không có điểm cực trị?

- (A) $y = x^3 + 3x + 1$. (B) $y = x^2 - 2x$. (C) $y = x^4 + 4x^2 + 1$. (D) $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 13. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là

- Ⓐ $M(-1; -1)$. Ⓑ $N(0; 1)$. Ⓒ $P(2; -1)$. Ⓓ $Q(1; 3)$.

Câu 14. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$?

- Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 15. Số cực trị của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ là

- Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 16. Cho hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
Ⓑ Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
Ⓒ Hàm số có 1 điểm cực trị.
Ⓓ Hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 17. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

- Ⓐ $y = -x^4 + x^2 + 3$. Ⓑ $y = x^4 + x^2 + 3$. Ⓒ $y = -x^4 - x^2 + 3$. Ⓓ $y = x^4 - x^2 + 3$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

- Ⓐ $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$. Ⓒ $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.
Ⓑ $y = -x^4 + 2x^2$. Ⓓ $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 19. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại

- Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = -3$. Ⓓ $x = 3$.

Câu 20. Biết hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Phương trình đường thẳng AB là

- Ⓐ $y = -2x + 1$. Ⓑ $y = 2x - 1$ Ⓒ $y = x - 2$. Ⓓ $y = -x + 2$.

Câu 21. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$.

- Ⓐ $y = 2x + 2$. Ⓑ $y = x + 1$ Ⓒ $y = 2x + 1$. Ⓓ $y = 1 - x$.

Ⓐ $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

© $y = -x^3 + x$.

Ⓑ $y = x^4$.

Ⓓ $y = |x + 2|$.

Ⓐ $(-1; -8)$.

© $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$.

Ⓑ $(0; -5)$.

④ $(1; 0)$.

Ⓐ 3.

Ⓑ 2.

© 0.

④ 1.

Ⓐ $y_{C\tilde{N}} = 0$.

Ⓑ $y_{CD} = 2$.

© $y_{CD} = 3$.

Ⓓ $y_{CD} = \sqrt{3}$.

Ⓐ $x = -1$.

Ⓑ $x = -2$.

© $x = 0$.

Ⓓ $x = 2$.

Ⓐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ⓐ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

© $\frac{1}{2}$.

Ⓓ $-\frac{1}{2}$.

Ⓐ 6.

⑦ 7.

© 8.

⑨ 9.

Ⓐ $4\sqrt{5}$.

Ⓑ 4.

© 8.

Ⓓ $5\sqrt{2}$.

Ⓐ $S = \frac{10}{3}$.

Ⓑ $S = 9$.

© $S = 10$.

Ⓓ $S = 5$.

Ⓐ 4.

Ⓑ 2.

© $\sqrt{10}$.

④ 1.

Câu 32. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}$, tọa độ trung điểm của AB là

Ⓐ $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$.

Ⓑ $\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ⓒ $(0; 1)$.

Ⓓ $(1; 0)$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua $A(1; 0)$ và có điểm cực trị $M(-2; 0)$. Giá trị $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

Ⓐ 25.

Ⓑ -1.

Ⓒ 7.

Ⓓ 14.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 1.

Ⓑ 3.

Ⓒ 2.

Ⓓ 5.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 5.

Ⓑ 4.

Ⓒ 3.

Ⓓ 2.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2$. Đồ thị hàm số $g(x) = |f(x)| = |x^3 + 3x^2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

Ⓒ 4.

Ⓓ 5.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đạt cực tiểu tại

Ⓐ $x = -2$

Ⓑ $x = 0$.

Ⓒ $x = 1$.

Ⓓ $x = -3$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2 - 1)^2(x^2 - 4)^3$. Số điểm cực tiểu của hàm số là

Ⓐ 3.

Ⓑ 2

Ⓒ 1.

Ⓓ 5.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-2)^2(x-9), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đạt cực đại tại

Ⓐ $x = 0$.

Ⓑ $x = 2$.

Ⓒ $x = 9$.

Ⓓ $x = 1$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 1)$ là

Ⓐ 5.

Ⓑ 6.

Ⓒ 7.

Ⓓ 8.

Dạng 2:

Dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị để kết luận cực trị của hàm số

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		4		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng

- ☐ A $y = 4$.
 ☐ B $y = -2$.
 ☐ C $y = 0$.
 ☐ D $x = 3$.

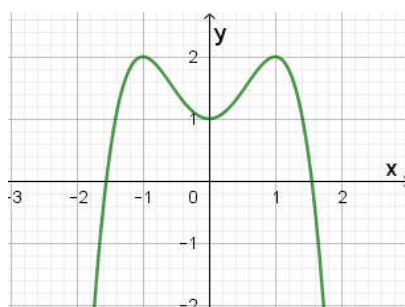
Ví dụ 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	5	6	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho có mấy điểm cực đại?

- ☐ A 3.
 ☐ B 4.
 ☐ C 2.
 ☐ D 1.

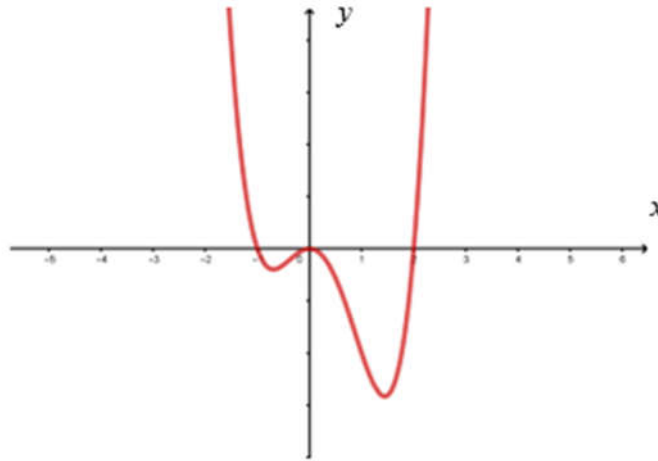
Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số trên có điểm cực đại là

- ☐ A $(0;1)$.
 ☐ B $(1;2)$.
 ☐ C $(-1;-2)$.
 ☐ D $(2;1)$.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

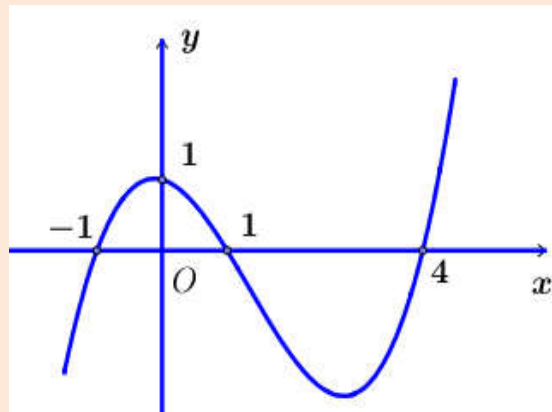
Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 3.

Ⓓ 4.

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



Ⓐ 5.

Ⓑ 7.

Ⓒ 4.

Ⓓ 3.

Lời giải :

.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(3 - x^2)$ là

- Ⓐ 1.
Ⓒ 0.

- Ⓑ 3.
Ⓓ 2.

Lời giải :

.....

.....

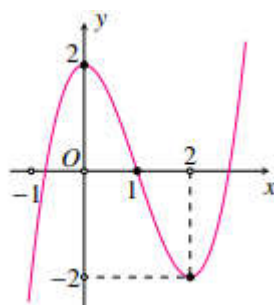
.....

.....

.....

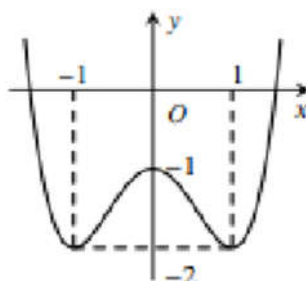
BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



- Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = -2$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $x = 0$.

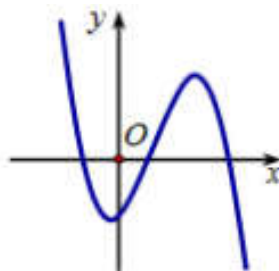
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Giá trị cực đại của hàm số bằng

- Ⓐ -2. Ⓑ 0. Ⓒ -1. Ⓓ 1.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



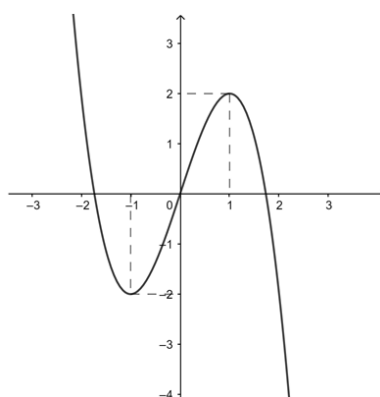
(A) 0.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 1.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

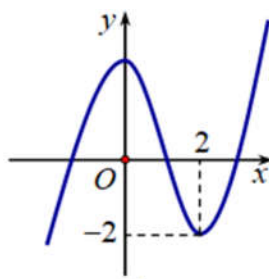
(A) -1.

(B) $(-1; -2)$.

(C) $(1; 2)$.

(D) 1.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

(B) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

(C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

(D) Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	+	-	0	+

Kết luận nào sau đây đúng?

- Ⓐ Hàm số có 2 điểm cực đại. Ⓑ Hàm số có 4 điểm cực trị.
 Ⓒ Hàm số có 2 điểm cực trị. Ⓓ Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

- ☐ A Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
 ☐ B Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
- ☐ C Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 ☐ D Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

The diagram illustrates the mapping of the x -axis to the y' -axis. The x -axis is marked with $-\infty$, -2 , 0 , 2 , and $+\infty$. The y' -axis is marked with $-\infty$, -4 , 0 , 4 , and $+\infty$. Arrows show the mapping: $-\infty \rightarrow -4$, $-2 \rightarrow -\infty$, $0 \rightarrow 0$, $2 \rightarrow 4$, and $+\infty \rightarrow +\infty$.

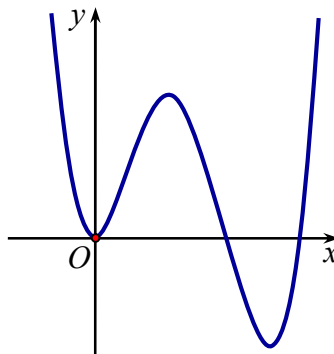
- Ⓐ -2 . Ⓑ 2 . Ⓒ -4 . Ⓓ 4 .

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$
y'		+	-	0	+	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	y_1		y_2	y_3	$+\infty$

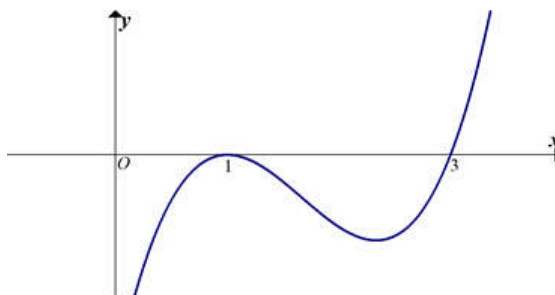
- Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 5.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



- Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
- Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

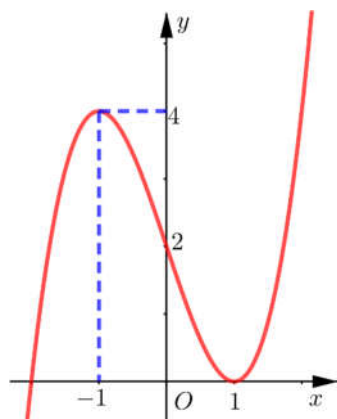
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- Ⓒ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.
- Ⓓ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là:

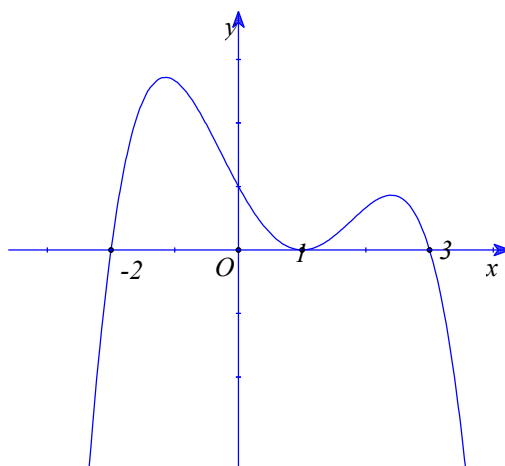
Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

Ⓒ 4.

Ⓓ 1.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

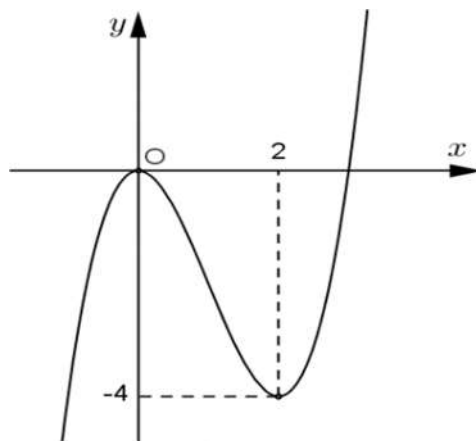
Ⓐ 1.

Ⓑ 2

Ⓒ 3.

Ⓓ 4.

Câu 14. Biết rằng hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = f[f(x)] + 2020$.



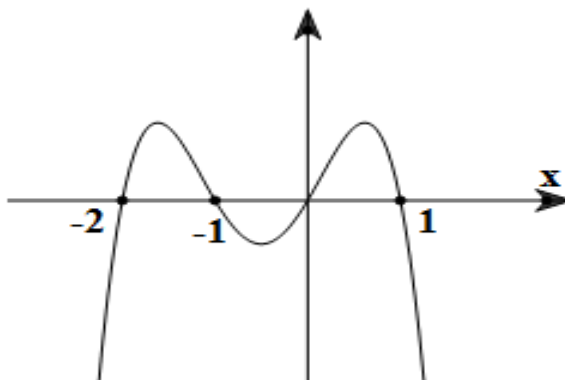
Ⓐ 1.

Ⓑ 3.

Ⓒ 2.

Ⓓ 4.

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-x^3 + 3x^2 - 2)$ là

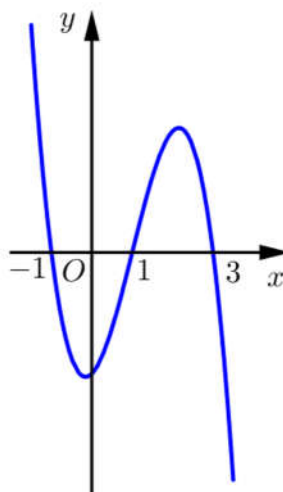
Ⓐ 5.

Ⓑ 7.

Ⓒ 9.

Ⓓ 11.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f\left(\sqrt{x^2 - 2x + 2020}\right)$ là

- Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 0.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		+	0	-	
$f(x)$									

Hỏi hàm số $y = g(x) = [f(2-x)]^2 + 2020$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	

Tổng giá trị tất cả các điểm cực trị của hàm số $y = f(x - 2019) + 2020$ là

- Ⓐ 4040. Ⓑ 6080. Ⓒ 2. Ⓓ 2021.

§4. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Khái niệm cơ bản:**

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $K \subset \mathbb{R}$. Khi đó:

- Nếu tồn tại $x_0 \in K$ sao cho $f(x) \leq f(x_0), \forall x \in K$ thì số $M = f(x_0)$ được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên K . Kí hiệu $M = \max_{x \in K} f(x)$.
- Nếu tồn tại $x_0 \in K$ sao cho $f(x) \geq f(x_0), \forall x \in K$ thì số $m = f(x_0)$ được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên K . Kí hiệu $m = \min_{x \in K} f(x)$.

2. Định lý:

Định lý 1: Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

Định lý 2:

- Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{x \in [a; b]} f(x) = f(b)$ và $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(a)$.
- Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{x \in [a; b]} f(x) = f(a)$ và $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(b)$.

Bảng biến thiên 1: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$

x	a	b
y'	+	
y	$f(a) \nearrow f(b)$	

Bảng biến thiên 2: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$

x	a	b
y'	-	
y	$f(a) \searrow f(b)$	

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:

Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn, khoảng cho trước.

Bài toán 1: Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[a; b]$.

- Bước 1: Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[a; b]$. Tính $f'(x) = 0$ tìm nghiệm $x_i \in [a; b]$.
- Bước 2: Tính $f(a), f(b), f(x_i)$.
- Bước 3: Kết luận

$$\max_{x \in [a; b]} f(x) = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\}$$

$$\min_{x \in [a; b]} f(x) = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}$$

Bài toán 2: Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên khoảng $(a; b)$

- Bước 1: Tìm Tập xác định. Tính $f'(x)$ cho $f'(x) = 0$ tìm nghiệm.
- Bước 2: Lập bảng biến thiên (tính các giới hạn nếu có)
- Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên kết luận GTLN, GTNN của hàm số.

Bài toán 3: Tìm GTLN, GTNN của hàm số bằng cách đặt ẩn phụ.

- Bước 1: đặt biến t theo x , đặt điều kiện t dựa vào điều kiện của x , ta được $f(x) = g(t)$.
- Bước 2:
 - + Nếu $t \in [a; b]$ ta tìm GTLN, GTNN của $g(t)$ theo phương pháp **bài toán 1**
 - + Nếu $t \in (a; b)$ ta tìm GTLN, GTNN của $g(t)$ theo phương pháp **bài toán 2**

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Tính GTLN, GTNN của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 3x + 4, x \in [0; 2]$

b) $y = \frac{x^2 - 1}{x}, x \in [1; 3]$

c) $y = \sqrt{5 - x^2} + x$

d) $y = -x^3 + 3x + 1, x \in (0; +\infty)$

e) $y = x - 1 + \frac{4}{x - 1}, x \in (1; +\infty)$.

f) $y = \cos^3 x + 2\sin^2 x + \cos x$

g) $y = \frac{\sin x + 1}{3 - 2\sin x}$

h) $S = \frac{x}{y} + \frac{4y}{x}, x, y \in [1; 3]$.

Lời giải :.....

.....

.....

.....

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:.....

.....

.....

.....

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 7|$ trên đoạn $[0; 4]$ là

- Ⓐ 0.
Ⓒ 9.

- Ⓑ 11.
Ⓓ 7.

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ⓐ $\max_{[0;2]} y = 0.$

Ⓑ $\max_{[0;2]} y = 3.$

Ⓒ $\max_{[0;2]} y = 7.$

Ⓓ $\max_{[0;2]} y = 5.$

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ⓐ $-\frac{1}{3}.$

Ⓑ $-5.$

Ⓒ $5.$

Ⓓ $\frac{1}{3}.$

Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

Ⓐ $m = \frac{51}{4}.$

Ⓑ $m = \frac{49}{4}.$

Ⓒ $m = 13.$

Ⓓ $m = \frac{51}{2}.$

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là

Ⓐ $\min_{[0;3]} y = \frac{1}{2}.$

Ⓑ $\min_{[0;3]} y = -3.$

Ⓒ $\min_{[0;3]} y = 1.$

Ⓓ $\min_{[0;3]} y = -1.$

Câu 5. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1; 1]$.
Tính $M + m$.

Ⓐ $-4.$

Ⓑ $4.$

Ⓒ $-2.$

Ⓓ $2.$

Câu 6. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $(-2; 2)$ là

Ⓐ $\min_{(-2;2)} y = 2$, không có giá trị lớn nhất.

Ⓑ $\max_{(-2;2)} y = 11$, $\min_{(-2;2)} y = 2.$

Ⓒ $\max_{(-2;2)} y = 3, \min_{(-2;2)} y = -2.$

Ⓓ $\max_{(-2;2)} y = 3, \min_{(-2;2)} y = 2.$

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 + \frac{3}{x}$ trên $(0; +\infty)$.

Ⓐ $m = 4\sqrt{3}.$

Ⓑ $m = 2\sqrt{3}.$

Ⓒ $m = 4$

Ⓓ $m = 2$

Câu 8. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{2}.$

Ⓑ $1.$

Ⓒ $\sqrt{2}.$

Ⓓ $2.$

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{3x^2+2x+3}{x^2+1}$, tập giá trị của hàm số là

Ⓐ $[2; 4].$

Ⓑ $\left[\frac{15}{2}; 5\right].$

Ⓒ $[2; 3].$

Ⓓ $[3; 4].$

Câu 10. Trên khoảng $(0; 1)$ hàm số $y = x^3 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 bằng

Ⓐ $\frac{1}{2}.$

Ⓑ $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}.$

Ⓒ $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$

Ⓓ $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Câu 11. Cho $(P): y = x^2$ và $A\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P) . Khoảng cách MA bé nhất là

Ⓐ $\frac{5}{4}.$

Ⓑ $\frac{2\sqrt{3}}{3}.$

Ⓒ $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Ⓓ $\frac{\sqrt{5}}{2}.$

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ là

Ⓐ $2.$

Ⓑ $0.$

Ⓒ $4.$

Ⓓ $1.$

Câu 13. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$. Giá trị của $M + m$ bằng

Ⓐ $3.$

Ⓑ $\frac{112}{27}.$

Ⓒ $4.$

Ⓓ $\frac{58}{27}.$

Câu 14. Cho hàm số $y = x + \sqrt{12-3x^2}$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng

Ⓐ $2.$

Ⓑ $4.$

Ⓒ $3.$

Ⓓ $1.$

Câu 15. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

Ⓐ $T = [1; 9].$

Ⓑ $T = [2\sqrt{2}; 4].$

Ⓒ $T = (1; 9).$

Ⓓ $T = [0; 2\sqrt{2}].$

Câu 16. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ $M + 9m = 0$. Ⓑ $9M - m = 0$. Ⓒ $9M + m = 0$. Ⓓ $M + m = 0$.

Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{x+2} - x$ là

- Ⓐ $-\frac{5}{4}$. Ⓑ 2 . Ⓒ $\frac{9}{4}$. Ⓓ $\sqrt{3} - 1$.

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$ là

- Ⓐ 2 . Ⓑ 1 . Ⓒ -1 . Ⓓ -2 .

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2} \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$.

- Ⓐ $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$. Ⓑ $\frac{\pi}{2} - \sqrt{2}$. Ⓒ $1 - \frac{\pi}{4}$. Ⓓ $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ trên miền $x > 0$ là

- Ⓐ $\sqrt{2}$. Ⓑ $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Ⓒ 1 . Ⓓ $\sqrt{2} - 1$.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2$ bằng

- Ⓐ 5 . Ⓑ $\frac{1}{27}$. Ⓒ 1 . Ⓓ $\frac{23}{27}$.

Câu 22. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\cos x - \frac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0; \pi]$.

- Ⓐ $\max_{[0; \pi]} y = \frac{2}{3}$. Ⓑ $\max_{[0; \pi]} y = \frac{10}{3}$. Ⓒ $\max_{[0; \pi]} y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. Ⓓ $\max_{[0; \pi]} y = 0$.

Câu 23. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos^3 x + 9\cos x + 6\sin^2 x - 1$ là

- Ⓐ -2 . Ⓑ -1 . Ⓒ 1 . Ⓓ 2 .

Câu 24. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos x(1 + 2\cos 2x)$. Tìm $M + m$.

- Ⓐ 3 . Ⓑ 0 . Ⓒ 1 . Ⓓ 2 .

Câu 25. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3 + 2x^2 + 4x}{x^4 + 8x^2 + 16}$. Tính $M + m$.

- Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ $\frac{1}{2}$. Ⓓ $\frac{1}{4}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

- Ⓐ $M = m + \frac{3}{2}$. Ⓑ $M = \frac{3}{2}m$. Ⓒ $M = m + 1$. Ⓓ $M = m + \frac{2}{3}$.

Câu 27. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 + 4x - 5|$ trên đoạn $[-3; 0]$. Khi đó tổng $M + m$ là

- Ⓐ 5. Ⓑ 9. Ⓒ 14. Ⓓ 8.

Câu 28. Cho hàm số $y = |x^4 - 16x^2 - 7|$, gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$. Tính giá trị biểu thức $M - 2m$.

- Ⓐ 14. Ⓑ 57. Ⓒ 64. Ⓓ 60.

Câu 29. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \left| \frac{2x-1}{x+2} \right|$ trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của biểu thức $2M - 3m$ là

- Ⓐ 1. Ⓑ $\frac{1}{3}$. Ⓒ 0. Ⓓ 6.

Câu 30. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x^2 - 1 + \sqrt{3 - x^2}|$. Khi đó $M + m = \frac{a}{4} + b\sqrt{c}$, với a, b, c nguyên. Tính $T = a + bc$.

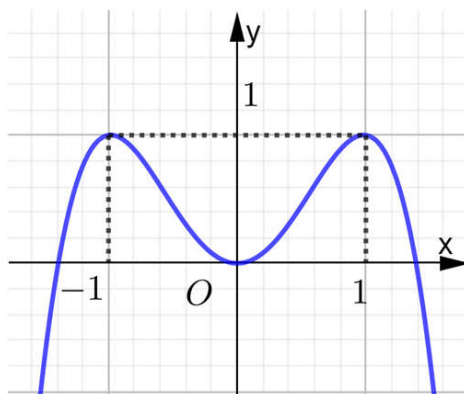
- Ⓐ 7. Ⓑ 9. Ⓒ 12. Ⓓ 8.

Dạng 2:

Dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị để kết luận GTLN, GTNN của hàm số

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$, biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



- Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ -1. Ⓓ 2.

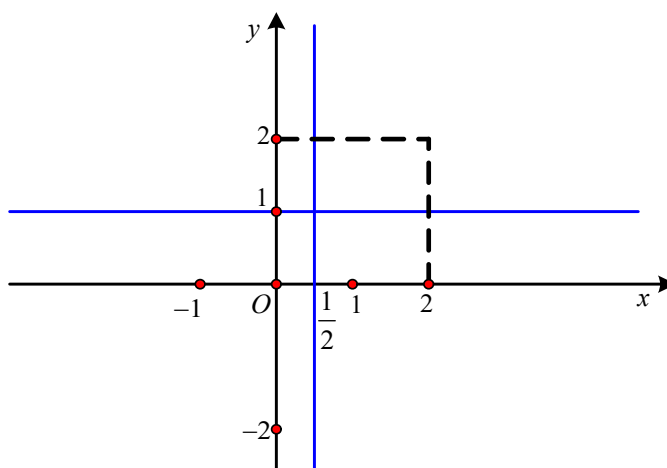
Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên nửa khoảng $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ và có bảng biến thiên dưới đây:

x	$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$\frac{2}{7}$		$\frac{1}{3}$		0

Khẳng định nào sau đây đúng?

- Ⓐ Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$.
- Ⓑ Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{2}{7}$ và giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$.
- Ⓒ Hàm số có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.
- Ⓓ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{3}{2}$.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

Ⓐ $\max_{[1;2]} f(x) = 2.$

Ⓑ $\max_{[-2;1]} f(x) = 0.$

Ⓒ $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3).$

Ⓓ $\max_{[3;4]} f(x) = f(4)$

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$						

$\swarrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2 4 $-\infty$

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x) = f(3-x)$ trên $[0;3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

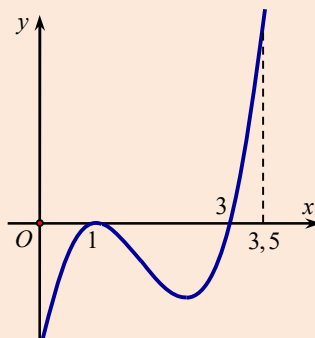
Ⓐ $M = f(0).$

Ⓑ $M = f(3).$

Ⓒ $M = f(1).$

Ⓓ $M = f(2).$

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



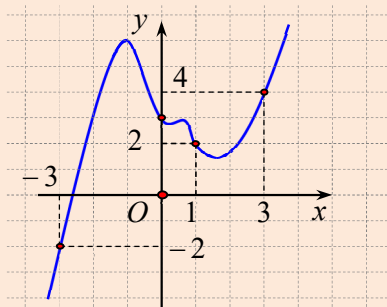
Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

- Ⓐ $x_0 = 2$. Ⓑ $x_0 = 1$.
Ⓒ $x_0 = 0$. Ⓓ $x_0 = 3$.

Lời giải

.....
.....
.....

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R . Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**.

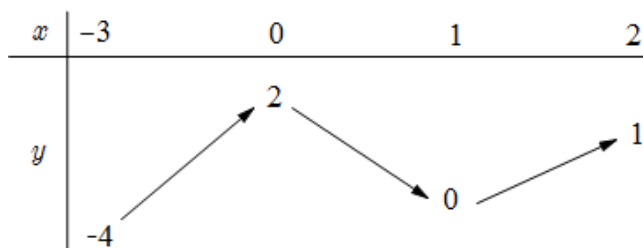
- Ⓐ $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.
Ⓑ $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.
Ⓒ $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$.
Ⓓ Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên $[-3;3]$.

Lời giải

.....
.....
.....
.....
.....
.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-3;2]$. Tính $M - m$.



- Ⓐ 5. Ⓑ 7. Ⓒ 6 Ⓓ 4.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	3	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

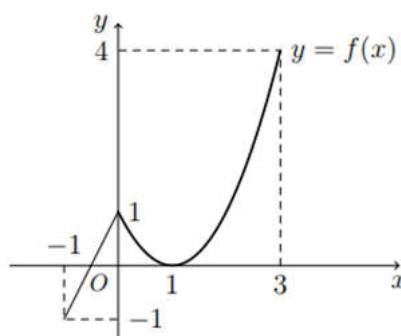
- Ⓐ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
- Ⓑ Hàm số có đúng một cực trị.
- Ⓒ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- Ⓓ Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 3. Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

- Ⓐ $M = f(-1)$.
- Ⓑ $M = f(3)$.
- Ⓒ $M = f(2)$.
- Ⓓ $M = f(0)$.

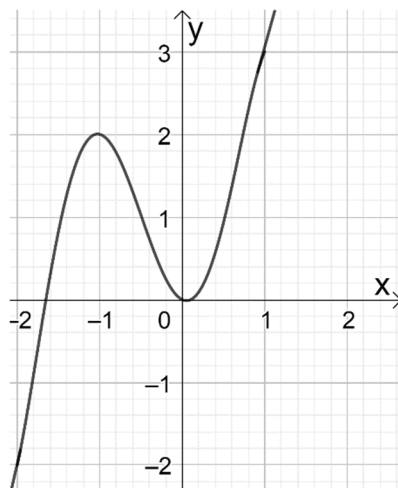
Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 3]$. Tính $M - m$.

- Ⓐ 3.
- Ⓑ 4.
- Ⓒ 5.
- Ⓓ 1.

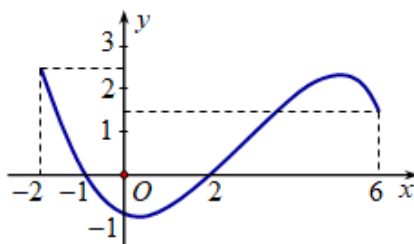
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi a , A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x+1)$ trên đoạn $[-1; 0]$. Giá trị $a + A$ bằng

- Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

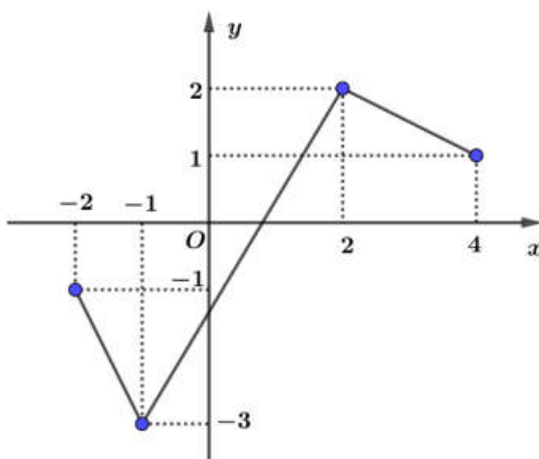
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- Ⓐ $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-2)$. Ⓑ $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(6)$.
 Ⓒ $\max_{[-2; 6]} f(x) = \max\{f(-1), f(6)\}$. Ⓓ $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(-1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max_{[-2; 4]} |f(x)|$.



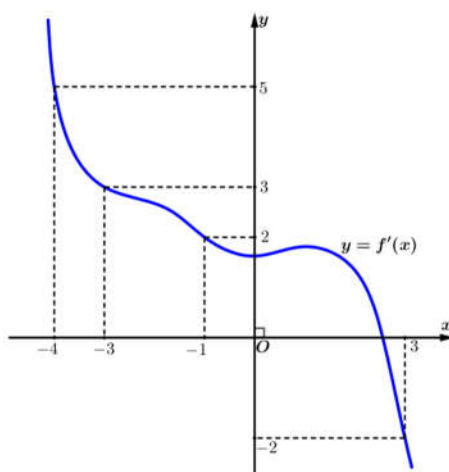
- Ⓐ $|f(0)|$. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là:



- Ⓐ $f(0), f(5)$. Ⓑ $f(2), f(0)$. Ⓒ $f(1), f(3)$. Ⓓ $f(2), f(5)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



- Ⓐ $x = -3$. Ⓑ $x = -4$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = -1$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(2\cos x + 1)$. Tính $M + m$.

- Ⓐ 1. Ⓑ -2. Ⓒ -1. Ⓓ 0.

Dạng 3:

Một số bài toán vận dụng

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Ⓐ $89(m/s)$.

Ⓑ $109(m/s)$

Ⓒ $71(m/s)$.

Ⓓ $\frac{25}{3}(m/s)$

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Một bác nông dân cần xây dựng một hồ ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có dung tích là 3200cm^3 , tỉ số giữa chiều cao của hồ và chiều rộng của đáy bằng 2. Hãy xác định diện tích của đáy hồ ga để khi xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

Ⓐ 1200cm^2 .

Ⓑ 120cm^2 .

Ⓒ 160cm^2 .

Ⓓ 1600cm^2 .

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

.....

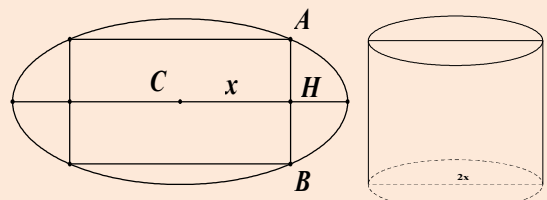
.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Từ một tấm tôn có hình dạng elip với độ dài trục lớn bằng 6 độ dài trục bé bằng 4. Người thợ cần cắt một tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp elip, sau đó gò tấm tôn hình chữ nhật này thành một hình trụ không có đáy (như hình bên). Tính thể tích lớn nhất có thể thu được của khối trụ đó?



A $V = \frac{4\sqrt{3}}{\pi}$.

B $V = \frac{3\sqrt{2}}{\pi}$.

C $V = \frac{5\sqrt{2}}{\pi}$.

D $V = \frac{8\sqrt{3}}{\pi}$.

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất vật đạt được bằng bao nhiêu?

A $24(\text{m/s})$.

B $108(\text{m/s})$.

C $64(\text{m/s})$.

D $18(\text{m/s})$.

Câu 2. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(\text{m})$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(\text{h})$ được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A $t = 22(\text{h})$.

B $t = 15(\text{h})$.

C $t = 14(\text{h})$.

D $t = 10(\text{h})$.

Câu 3. Trong các tam giác vuông có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền là a ($a > 0$), tam giác có diện tích lớn nhất là

A $\frac{a^2}{5\sqrt{6}}$.

B $\frac{a^2}{3\sqrt{6}}$.

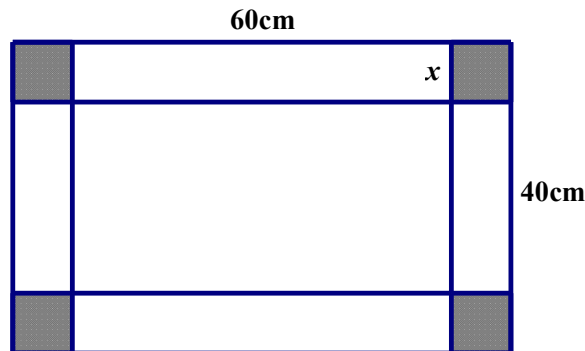
C $\frac{a^2}{6\sqrt{5}}$.

D $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$.

Câu 4. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1.000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000 đồng. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán là mức giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

- Ⓐ 43.000 đồng. Ⓑ 36.000 đồng. Ⓒ 39.000 đồng. Ⓓ 42.000 đồng.

Câu 5. Từ một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 40 cm và 60 cm người ta cắt bỏ bốn hình vuông ở bốn góc để gập lại được một cái hộp không nắp.



Để thể tích của hộp đó lớn nhất thì cạnh hình vuông cắt bỏ có giá trị gần với giá trị nào sau đây?

- Ⓐ 7,85 cm. Ⓑ 15 cm. Ⓒ 3,92 cm. Ⓓ 18 cm.

Câu 6. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- Ⓐ $1,01\text{ m}^3$. Ⓑ $1,51\text{ m}^3$. Ⓒ $1,33\text{ m}^3$. Ⓓ $0,96\text{ m}^3$.

Câu 7. Một cửa hàng bán lẻ bán 2500 cái tivi mỗi năm. Chi phí gửi trong kho là 10USD một cái một năm. Để đặt hàng nhà sản xuất thì mỗi lần chi phí cố định là 20USD, cộng thêm 9USD mỗi chiếc. Biết rằng số lượng tivi trung bình gửi trong kho bằng một nửa số tivi của mỗi lần đặt hàng. Như vậy cửa hàng nên đặt hàng nhà sản xuất bao nhiêu lần mỗi năm và mỗi lần đặt bao nhiêu cái để chi phí hàng tồn kho là thấp nhất?

- Ⓐ 20 lần mỗi năm và 90 cái mỗi lần. Ⓑ 25 lần mỗi năm và 110 cái mỗi lần.
Ⓒ 25 lần mỗi năm và 120 cái mỗi lần. Ⓓ 25 lần mỗi năm và 100 cái mỗi lần.

Câu 8. Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê

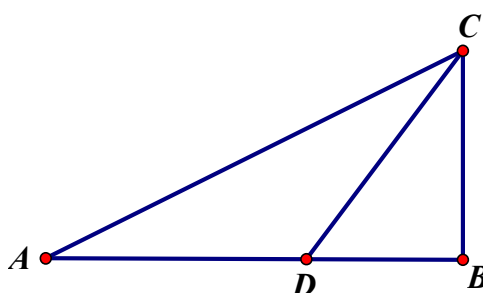
mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê, mỗi căn hộ thêm 50.000 đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty đã tìm ra phương án cho thuê đạt lợi nhuận lớn nhất. Hỏi thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong một tháng là bao nhiêu?

- Ⓐ 115.250.000 . Ⓑ 101.250.000 . Ⓒ 100.000.000 . Ⓓ 100.250.000 .

Câu 9. Công ty xe khách Thiên Ân dự định tăng giá vé trên mỗi hành khách. Hiện tại giá vé là 50.000 VNĐ một khách và có 10.000 khách trong một tháng. Nhưng nếu tăng giá vé thêm 1.000 VNĐ một hành khách thì số khách sẽ giảm đi 50 người mỗi tháng. Hỏi công ty sẽ tăng giá vé là bao nhiêu đối với một khách để có lợi nhuận lớn nhất?

- Ⓐ 50.000 VNĐ. Ⓑ 15.000 VNĐ. Ⓒ 35.000 VNĐ. Ⓓ 75.000 VNĐ.

Câu 10. Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C . Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB = 40\text{ km}$, $BC = 10\text{ km}$)



- Ⓐ 10 km. Ⓑ $\frac{65}{2}$ km. Ⓒ 40 km. Ⓓ $\frac{15}{2}$ km.

Câu 11. Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/ m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến đơn vị triệu đồng)

- Ⓐ 75 triệu đồng. Ⓑ 51 triệu đồng. Ⓒ 36 triệu đồng. Ⓓ 46 triệu đồng.

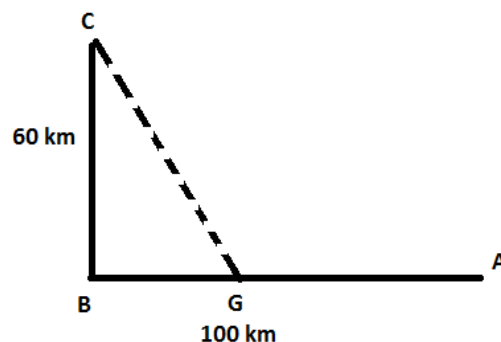
Câu 12. Một người bán buôn Thanh Long Đỏ ở Lập Thạch – Vĩnh Phúc nhận thấy rằng: Nếu bán với giá 20000 nghìn/kg thì mỗi tuần có 90 khách đến mua và mỗi khách mua trung bình 60 kg. Cứ tăng giá 2000 nghìn/kg thì khách mua hàng tuần giảm đi 1 và khi đó khách lại mua ít hơn mức trung bình 5 kg, và như vậy cứ giảm giá 2000 nghìn/kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm 1 và khi đó khách lại mua nhiều hơn mức trung bình 5 kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là 2200 nghìn /kg. (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

- Ⓐ 16000 nghìn/kg. Ⓑ 24000 nghìn/kg. Ⓒ 22000 nghìn/kg. Ⓓ 12000 nghìn/kg.

Câu 13. Ông A muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 2304 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 600000 đồng/ m^2 . Nếu ông A biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông A trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu (biết độ dày thành bể và đáy bể không đáng kể)?

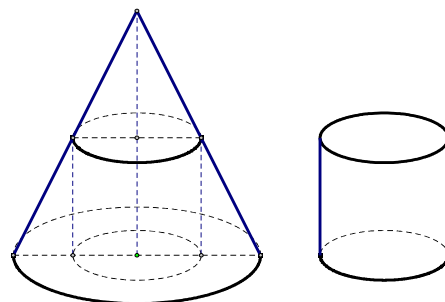
- (A) 584.1 triệu đồng. (B) 548.1 triệu đồng. (C) 581.4 triệu đồng. (D) 518.4 triệu đồng.

Câu 14. Đường dây điện 110 KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ điểm C đến điểm B trên đất liền là 60km, khoảng cách từ A đến B là 100km, góc ABC bằng 90° . Mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000 USD. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí ít nhất.



- (A) 55 km. (B) 40 km. (C) 60 km. (D) 45 km.

Câu 15. Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r = 2\text{ m}$, chiều cao $h = 6\text{ m}$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V ?



- (A) $V = \frac{32\pi}{9}(\text{m}^2)$. (B) $V = \frac{32}{9}(\text{m}^2)$. (C) $V = \frac{32\pi}{3}(\text{m}^2)$. (D) $V = \frac{32\pi}{9}(\text{m}^2)$.

Câu 16. Một người muốn làm cho con gái 1 chiếc lều từ vải và các ống nhựa PVC có dạng hình chóp tứ giác đều như hình vẽ.



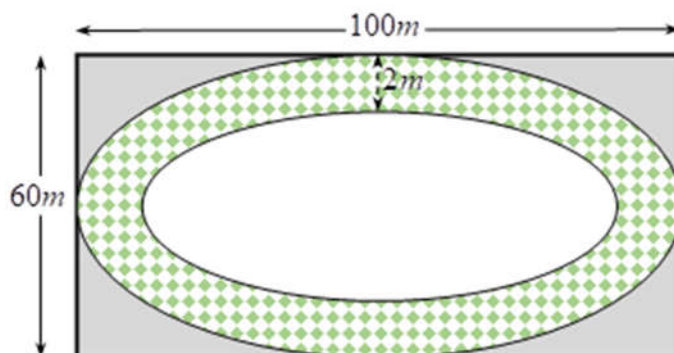
Biết rằng nếu em bé đi dọc theo 1 cạnh của chiếc lều với vận tốc $0,3 \text{ m/s}$ thì phải mất 6 s , và góc giữa mỗi ống nhựa với mặt sàn nhà là 60° . Hỏi người đó cần dùng hết ít nhất bao nhiêu mét vuông vải để may chiếc lều trên? (Chỉ dùng vải để may các mặt bên của chiếc lều)

- Ⓐ 9 m^2 . Ⓑ $8,5 \text{ m}^2$. Ⓒ $8,6 \text{ m}^2$. Ⓓ $9,2 \text{ m}^2$.

Câu 17. Bác Nam muốn xây dựng một hồ ga không nắp hình trụ với dung tích 3 m^3 . Hãy tính chi phí ít nhất mà bác Nam phải bỏ ra xây dựng hồ ga, biết tiền công và vật liệu cho 1 m^2 thành bê tông của hồ ga (thành bê tông đáy và thành bê tông xung quang) là 685000 đồng. Trong các đáp án sau thì đáp án nào gần nhất với số tiền bác Nam phải bỏ ra?

- Ⓐ 6890000 đồng. Ⓑ 6260000 đồng. Ⓒ 7120000 đồng. Ⓓ 5960000 đồng.

Câu 18. Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 m và chiều rộng là 60 m người ta làm một con đường nằm trong sân (tham khảo hình bên). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2 m . Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) làm con đường đó.



- Ⓐ $294.053.000$ đồng. Ⓑ $283.904.000$ đồng. Ⓒ $293.804.000$ đồng. Ⓓ $283.604.000$ đồng.

§5. ĐƯỜNG TIỆM CẬN**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Tiệm cận ngang:**

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$).
- Đường thẳng $y = \alpha$ được gọi là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thoả mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \alpha$.

⚡ Chú ý:

- Để tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta cần tính giới hạn của hàm số tại vô cực.
- Tìm giới hạn ở vô cực của hàm số $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, trong đó $P(x), Q(x)$ là các đa thức
 - + Nếu bậc $P(x) < \text{bậc } Q(x)$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ suy ra tiệm cận ngang là trục $Ox : y = 0$.
 - + Nếu bậc $P(x) = \text{bậc } Q(x)$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{\text{Hesobaccaonhat}P(x)}{\text{Hesobaccaonhat}Q(x)} = \alpha$ Suy ra tiệm cận ngang $y = \alpha$.
 - + Nếu bậc $P(x) > \text{bậc } Q(x)$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

2. Tiệm cận đứng:

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thoả mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} y = -\infty$$

⚡ Chú ý:

- Để tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số ta cần tính các giới hạn một bên của x_0 , với x_0 thường là điều kiện biên của hàm số (hay tại x_0 hàm số không xác định)

• Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có TCN là $y = \frac{a}{c}$, TCD là $x = -\frac{d}{c}$, đồ thị hàm số có tâm đối xứng là giao điểm hai đường tiệm cận $I(\frac{a}{c}; -\frac{d}{c})$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:

Tìm các đường tiệm cận của đồ thị các hàm số cơ bản

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- (A) $x = 2; y = 1.$
- (B) $x = -3; y = -1.$
- (C) $x = -1; y = -1.$
- (D) $x = -1; y = 2.$

Lời giải :.....

.....

Ví dụ 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x^2-1}$ là

- (A) $y = -1$
- (B) $x = 1$
- (C) $x = -1$
- (D) $x = 1$ và $x = -1.$

Lời giải:.....

.....

Ví dụ 4. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-x-1}{x^2-x-2}$ là

- (A) 4.
- (B) 1.
- (C) 3.
- (D) 2.

Lời giải:.....

.....

Ví dụ 5. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

- (A) $y = \frac{x+2}{x-1}.$
- (B) $y = \frac{x+2}{x^2-1}.$
- (C) $y = \frac{x^2}{x-1}.$
- (D) $y = x + \sqrt{x^2-1}.$

Lời giải:.....

.....

Ví dụ 6 Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2x-x^2}+1}{x-1}$?

- ☐ A 2.
☐ C 0.

- ☐ B 1.
☐ D 3.

Lời giải:.....

.....
.....
.....

Ví dụ 7. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ là

- ☐ A 0.
☐ C 1.

- ☐ B 3.
☐ D 2.

Lời giải:.....

.....
.....

Ví dụ 8. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$ là

- ☐ A 1.
☐ C 2.

- ☐ B 0.
☐ D 3.

Lời giải:.....

.....
.....

Ví dụ 9. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x-8}{\sqrt{x^2-3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- ☐ A 2.
☐ C 1.

- ☐ B 4.
☐ D 3.

Lời giải:.....

.....
.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- ☐ A Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.
☐ B Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 4$ và $y = -4$.

Ⓒ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ⓓ Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=4$ và $x=-4$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .

Ⓑ Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C) .

Ⓒ Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của (C) .

Ⓓ Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của (C) .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Ⓑ Đường thẳng $x = 3$ không phải là tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Ⓒ Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Ⓓ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-3}$ là

Ⓐ $y = 1$. Ⓑ $y = -\frac{2}{3}$. Ⓒ $x = \frac{3}{2}$. Ⓓ $y = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $y = 5$. Ⓒ $x = 0$. Ⓓ $y = 0$.

Câu 6. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có phương trình là

Ⓐ $x = 1; y = -2$. Ⓑ $x = -2; y = 1$ Ⓒ $x = 2; y = 1$. Ⓓ $x = 1; y = 1$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+3}$ là

Ⓐ $x = -3$. Ⓑ $y = 1$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $y = -3$.

Câu 8. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$.

- Ⓐ $y = 2$. Ⓑ $y = 4$. Ⓒ $y = \frac{1}{2}$. Ⓓ $y = -2$.

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

- Ⓐ $y = \frac{1}{x^2+1}$. Ⓑ $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$. Ⓒ $y = \frac{1}{x^2-x+2}$. Ⓓ $y = \frac{3}{x^4+1}$.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào sau đây có đúng ba đường tiệm cận ?

- Ⓐ $y = \frac{x}{x^2-x+9}$. Ⓑ $y = \frac{1-2x}{1+x}$. Ⓒ $y = \frac{1}{4-x^2}$. Ⓓ $y = \frac{x+3}{5x-1}$.

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

- Ⓐ $y = \frac{1+2x^2}{x}$. Ⓑ $y = \frac{1+2x}{x}$. Ⓒ $y = \frac{1+2x^2}{\sqrt{x}}$. Ⓓ $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$.

Câu 13. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Câu 14. Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- Ⓐ $y = \frac{x-1}{x^2+1}$. Ⓑ $y = \sqrt{x^2-1}$. Ⓒ $y = \frac{x^2-1}{x-1}$. Ⓓ $y = \frac{1}{x^2-1}$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận?

- Ⓐ $y = \frac{1-2x}{1+x}$. Ⓑ $y = \frac{2x^2-x}{x^2+1}$. Ⓒ $y = x^4-3x^2+2020$ Ⓓ $y = \frac{3x}{x+1}$.

Câu 16. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{4-x^2}$ là

- Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 17. Đồ thị hàm số nào dưới đây không có tiệm cận ngang?

- Ⓐ $y = \frac{2-x}{9-x^2}$. Ⓑ $y = \frac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}$. Ⓒ $y = \frac{x^2-3x+2}{x+1}$. Ⓓ $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 18. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có hai tiệm cận đứng?

- (A) $y = \frac{x-1}{3x^2-10x+3}$.
 (B) $y = \frac{5x^2-3x-2}{x^2-4x+3}$.
 (C) $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.
 (D) $y = \frac{2x-1}{3x^2-3x+2}$.

Câu 19. Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-4}}{x-1}$ là

- (A) 0.
 (B) 1.
 (C) 2.
 (D) 3.

Câu 20. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}$ là

- (A) $T = 2$.
 (B) $T = 1$.
 (C) $T = 0$.
 (D) $T = 3$.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{9-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 2.
 (B) 3.
 (C) 0.
 (D) 1.

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận?

- (A) 0.
 (B) 3.
 (C) 1.
 (D) 2.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$ có số đường tiệm cận là

- (A) 2.
 (B) 1.
 (C) 3.
 (D) 4.

Câu 24. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-1}$ là

- (A) 3.
 (B) 2.
 (C) 4.
 (D) 1.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 3.
 (B) 0.
 (C) 1.
 (D) 2

Câu 26. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

- (A) $I(-2; 2)$
 (B) $I(2; 2)$.
 (C) $I(2; -2)$.
 (D) $I(-2; -2)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Dạng 2:

Dựa vào bảng biến thiên hoặc đồ thị để kết luận tiệm cận

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

- Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $y = 2$. Ⓒ $x = 1$ Ⓓ $y = 1$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	5

- Ⓐ 2 Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	+		-	
y	$3 \nearrow +\infty$		$4 \searrow -5 \nearrow +\infty$	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

- Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-
$f(x)$	$-2 \nearrow$ $-1 \searrow$ $-\infty$		$+\infty \searrow$ 0	

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$			
y'		$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	$\parallel$	$-$
y	$+\infty$						2	

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- Ⓐ Hàm số có hai điểm cực trị.
 Ⓑ Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
 Ⓒ Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.
 Ⓓ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(2; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	-		
y	2	$+\infty$	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.
- Ⓑ Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- Ⓒ Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- Ⓓ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	1	3	$-\infty$	2	-1

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?

- Ⓐ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.
- Ⓑ Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.
- Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.
- Ⓓ Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	-			
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	-2	$+\infty$	-2

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- ☐ A $x = 2, y = -2$.
 ☐ B $x = -2, y = 2$.
 ☐ C $x = -2, y = -2$.
 ☐ D $x = 2, y = 2$.

Câu 6. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	-		-	+	-
y	-1	2	-4	3	0

Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- ☐ A 2.
 ☐ B 3.
 ☐ C 1.
 ☐ D 4.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$-$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-1	3		$-\infty$

Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

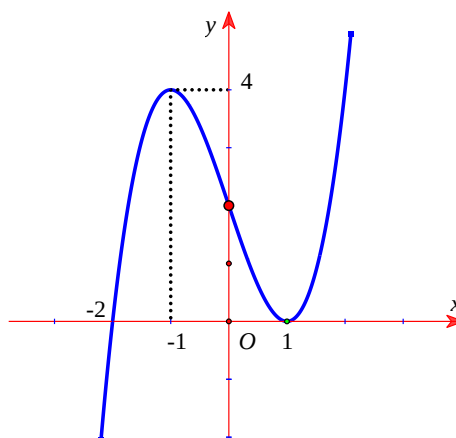
- ☐ A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
☐ B Hàm số có ba điểm cực trị.
☐ C Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
☐ D Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau. Chọn khẳng định đúng?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-		+	0	-
y	$+\infty$	-1	$-\infty$	2	$-\infty$

- Ⓐ Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
 Ⓑ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
 Ⓒ Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
 Ⓓ Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$ là

- Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 10. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

- Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
	$-\infty$	3	0	$+\infty$		

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 0.

Câu 12. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbf{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 0 \nearrow +\infty$	$+\infty \nearrow -1$		

Gọi k, l lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2018}$. Tính $k+l$.

- Ⓐ $k+l=2$. Ⓑ $k+l=3$. Ⓒ $k+l=4$. Ⓓ $k+l=5$.

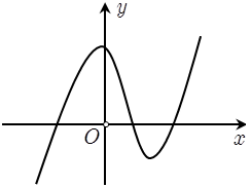
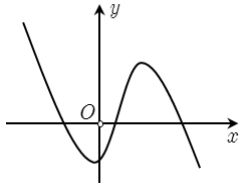
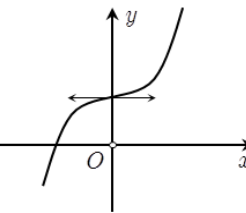
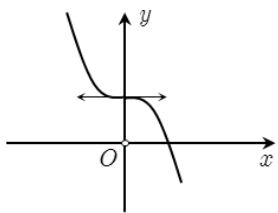
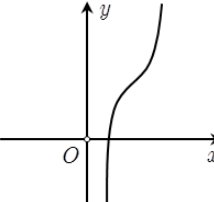
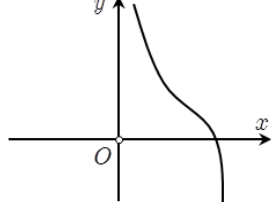
§6. KHẢO SÁT HÀM SỐ VÀ VẼ ĐỒ THỊ**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

===== ☆☆☆ =====

1. Sơ đồ khảo sát hàm số

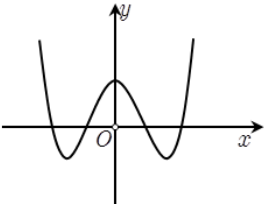
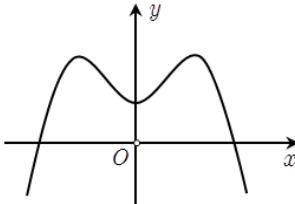
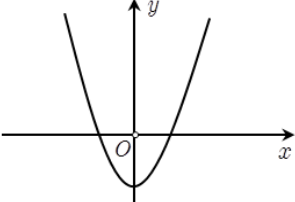
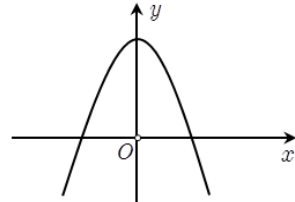
- g **Bước 1.** Tìm tập xác định D của hàm số.
- g **Bước 2.** Xét chiều biến thiên của hàm số:
- Tính giới hạn (nếu có) để suy ra các đường tiệm cận của hàm số.
 - Tính đạo hàm y' cho đạo hàm $y' = 0$ tìm nghiệm.
 - Lập bảng biến thiên, suy ra các khoảng đơn điệu, cực trị của hàm số (nếu có).
- g **Bước 3.** Vẽ đồ thị hàm số:
- Vẽ các đường tiệm cận (nếu có).
 - Lập bảng giá trị để xác định vài điểm đặc biệt.
 - Nhận xét đồ thị: chỉ ra trục đối xứng, tâm đối xứng, điểm uốn (nếu có).

2. Hình dáng đồ thị của một số hàm thường gặp**a) Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$).**

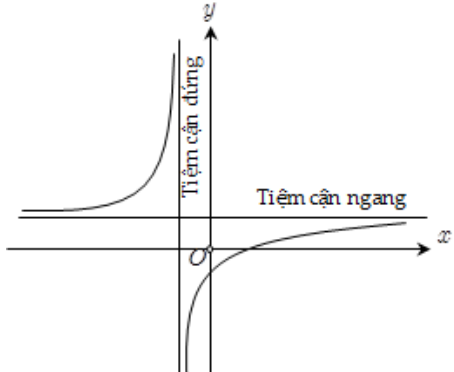
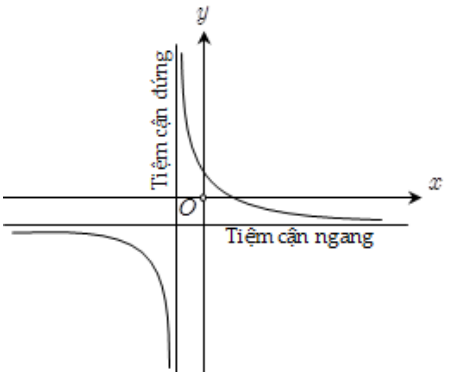
	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

b) Hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$).

	$a > 0$	$a < 0$
--	---------	---------

Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm		

c) Hàm số nhất biến $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$).

$D = ad - bc > 0$, hàm số đồng biến	$D = ad - bc < 0$, hàm số nghịch biến
	

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng toán 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

☆☆☆

Ví dụ 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4x + 2$.

Giải.Ví dụ 3. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.Giải.Ví dụ 4. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} - x^2 + \frac{3}{2}x$ Giải.Ví dụ 5. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{-x+2}{x+1}x$ Giải.

Ví dụ 6. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x+1} \times$

Giải.

Dạng toán 2: Nhận dạng đồ thị hàm số



ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA

Cần nhớ:

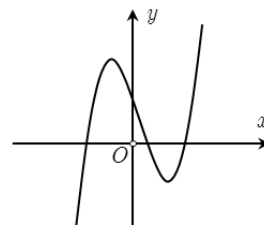
Ví dụ 1. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

Ⓐ $y = -x^2 + x - 1.$

Ⓑ $y = -x^3 + 3x + 1.$

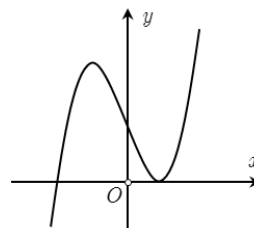
Ⓒ $y = x^4 - x^2 + 1.$

Ⓓ $y = x^3 - 3x + 1.$



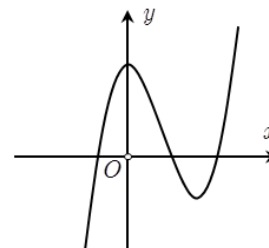
Ví dụ 2. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?

- Ⓐ $y = x^3 - 3x + 2.$
 Ⓑ $y = x^4 - x^2 + 1.$
 Ⓒ $y = x^4 + x^2 + 1.$
 Ⓓ $y = -x^3 + 3x + 2.$



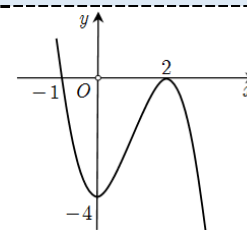
Ví dụ 3. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?

- Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 + 1.$
 Ⓑ $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$
 Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$
 Ⓓ $y = x^3 - 3x^2 + 3.$



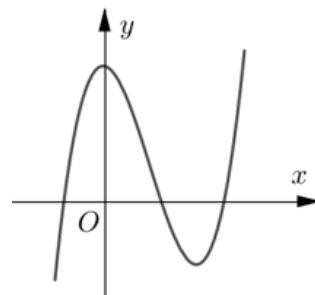
Ví dụ 4. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

- Ⓐ $y = -x^3 - 4.$
 Ⓑ $y = x^3 - 3x^2 - 4.$
 Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 - 4.$
 Ⓓ $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$



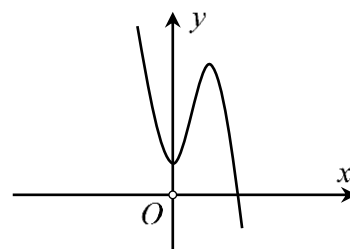
Ví dụ 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 + 3$
- Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 + 3$
- Ⓒ $y = x^4 - 2x^2 + 3$
- Ⓓ $y = -x^4 + 2x^2 + 3$



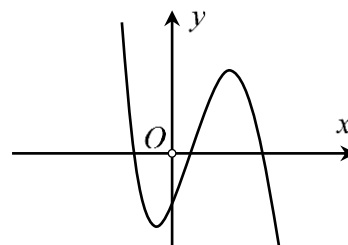
Ví dụ 6. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$
- Ⓑ $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0.$
- Ⓒ $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
- Ⓓ $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0.$



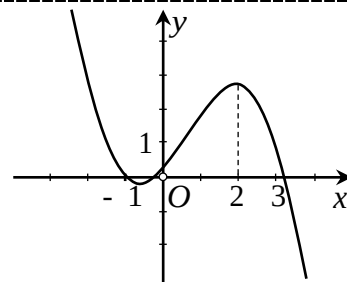
Ví dụ 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
- Ⓑ $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$
- Ⓒ $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$
- Ⓓ $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$



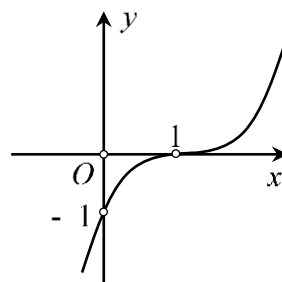
Ví dụ 8. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0.$
 Ⓑ $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
 Ⓒ $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$
 Ⓓ $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0.$



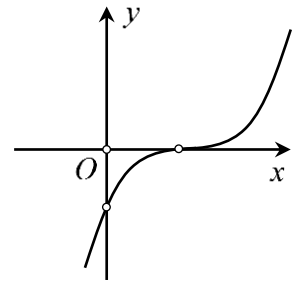
Ví dụ 9. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

- Ⓐ $y = (x - 1)^3.$
 Ⓑ $y = x^3 + 1.$
 Ⓒ $y = x^3 - 1.$
 Ⓓ $y = (x + 1)^3.$



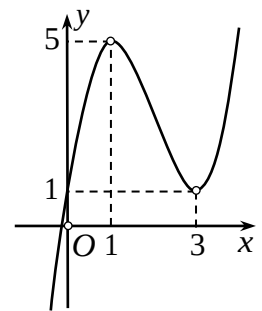
Ví dụ 10. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
 Ⓑ $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
 Ⓒ $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$
 Ⓓ $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0.$

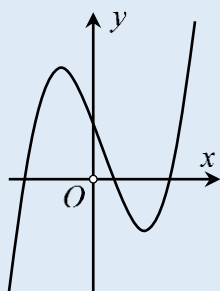


Ví dụ 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

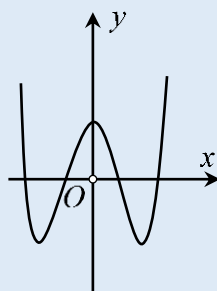
- Ⓐ $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0.$
 Ⓑ $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0.$
 Ⓒ $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
 Ⓓ $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$



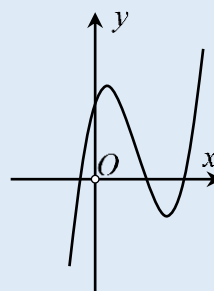
Ví dụ 12. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$, với $c < 0$, có đồ thị (C) là một trong bốn hình dưới đây:



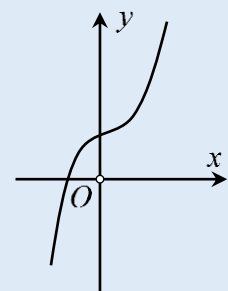
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hỏi đồ thị (C) là hình nào ?

Ⓐ Hình 1.

Ⓑ Hình 2

Ⓒ Hình 3.

Ⓓ Hình 4.

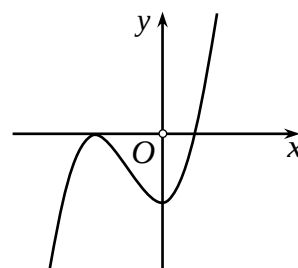
Ví dụ 13. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

Ⓐ $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0.$

Ⓑ $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0.$

Ⓒ $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0.$

Ⓓ $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0.$



ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BỐN TRÙNG PHƯƠNG

Cần nhớ:

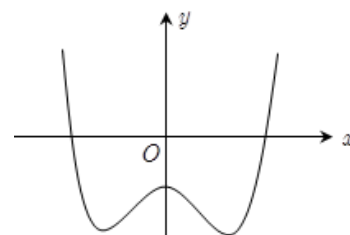
Ví dụ 14. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?

Ⓐ $y = -x^3 + x^2 - 1.$

Ⓑ $y = x^4 - x^2 - 1.$

Ⓒ $y = x^3 - x^2 - 1.$

Ⓓ $y = -x^4 + x^2 - 1.$



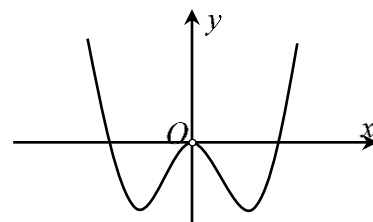
Ví dụ 15. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

Ⓐ $y = -x^4 + 2x^2.$

Ⓑ $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

Ⓒ $y = -x^4 - 2x^2.$

Ⓓ $y = x^4 - 2x^2.$



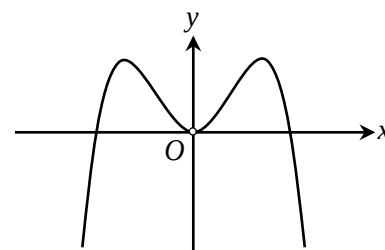
Ví dụ 16. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

Ⓐ $f(x) = x^4 - 2x^2.$

Ⓑ $f(x) = x^4 + 2x^2.$

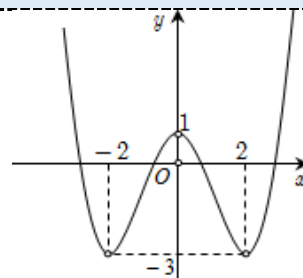
Ⓒ $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1.$

Ⓓ $f(x) = -x^4 + 2x^2.$



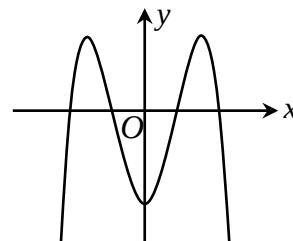
Ví dụ 17. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

- Ⓐ $y = -x^4 + 8x^2 + 1.$
 Ⓑ $y = x^4 - 8x^2 + 1.$
 Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$
 Ⓓ $y = |x|^3 - 3x^2 + 1.$



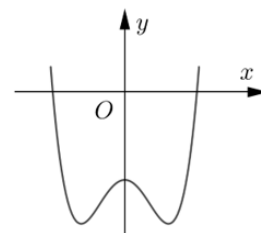
Ví dụ 18. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

- Ⓐ $a > 0, b < 0, c < 0.$
 Ⓑ $a < 0, b > 0, c < 0.$
 Ⓒ $a > 0, b < 0, c > 0.$
 Ⓓ $a < 0, b < 0, c < 0.$



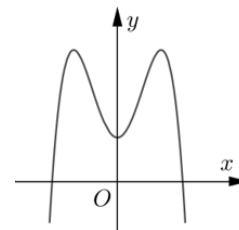
Ví dụ 19. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- Ⓐ $y = x^4 - 2x^2 - 2$
 Ⓑ $y = -x^4 + 2x^2 - 2$
 Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 - 2$
 Ⓓ $y = x^3 - 3x^2 - 2$



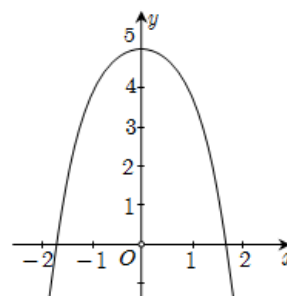
Ví dụ 20. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- Ⓐ $y = 2x^3 - 3x + 1$
 Ⓑ $y = -2x^3 + 4x^2 + 1$
 Ⓒ $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$
 Ⓓ $y = -2x^3 + 3x + 1$



Ví dụ 21. Đồ thị hình bên là đồ thị của một trong 4 đồ thị của các hàm số ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Chọn phương án **đúng** ?

- Ⓐ $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 5.$
 Ⓑ $y = -\frac{1}{4}x^4 - x^2 + 5.$
 Ⓒ $y = -\frac{1}{4}x^4 + 5.$
 Ⓓ $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 + 5.$



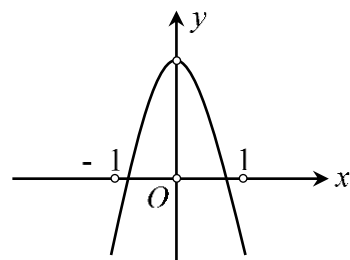
Ví dụ 22. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

Ⓐ $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$

Ⓑ $y = 3x^2 + 2.$

Ⓒ $y = -x^4 + 2.$

Ⓓ $y = -x^4 - 2x^2 + 2.$



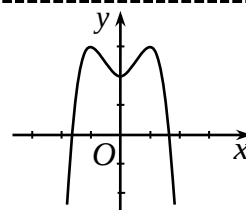
Ví dụ 23. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

Ⓐ $a < 0, b < 0, c > 0.$

Ⓑ $a > 0, b > 0, c > 0.$

Ⓒ $a > 0, b < 0, c > 0.$

Ⓓ $a < 0, b > 0, c > 0.$

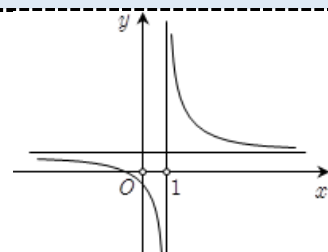


ĐỒ THỊ HÀM SỐ NHẤT BIẾN

Cần nhớ:

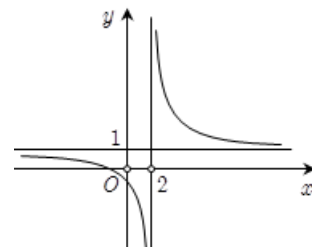
Ví dụ 24. Đường cong của hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào đúng?

- Ⓐ $y < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$
 Ⓑ $y < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$
 Ⓒ $y > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$
 Ⓓ $y < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$



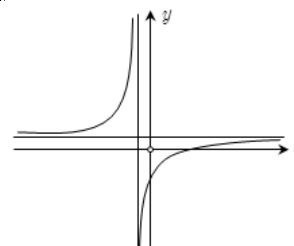
Ví dụ 25. Đường cong của hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào đúng?

- Ⓐ $y < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$
 Ⓑ $y < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$
 Ⓒ $y > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$
 Ⓓ $y > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$



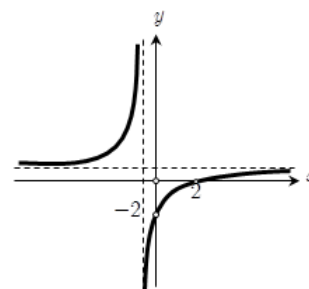
Ví dụ 26. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị là hình vẽ bên. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $ad > 0$ và $bd > 0$.
 Ⓑ $ad > 0$ và $ab < 0$.
 Ⓒ $bd < 0$ và $ab > 0$.
 Ⓓ $ad < 0$ và $ab < 0$.



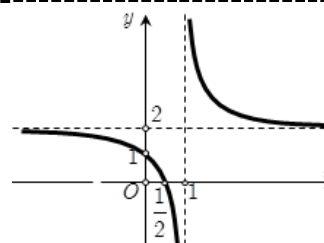
Ví dụ 27. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

- Ⓐ $y = \frac{x+2}{x-1} \times$ Ⓑ $y = \frac{2-x}{x+1} \times$
 Ⓒ $y = \frac{x-2}{x+1} \times$ Ⓓ $y = \frac{x-2}{x-1} \times$



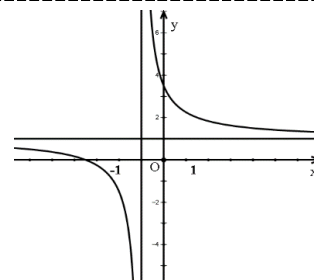
Ví dụ 28. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?

- Ⓐ $y = \frac{x-1}{x-2} \times$ Ⓑ $y = \frac{2x-1}{x-1} \times$
 Ⓒ $y = \frac{2x+1}{x-1} \times$ Ⓓ $y = \frac{2x-1}{x+1} \times$



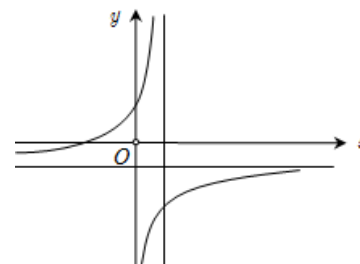
Ví dụ 29. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm khẳng định **đúng** ?

- Ⓐ $a < b < 0$.
 Ⓑ $b < 0 < a$.
 Ⓒ $0 < b < a$.
 Ⓓ $0 < a < b$.



Ví dụ 30. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
 Ⓑ $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
 Ⓒ $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
 Ⓓ $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



Tổng kết:

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

- Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 - 1$
 Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 - 1$
 Ⓒ $y = x^3 + 3x^2 - 1$
 Ⓓ $y = -x^3 - 3x^2 - 1$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$		3	$-\infty$

Diagram showing a local minimum at $x=0, y=-1$ and a local maximum at $x=2, y=3$.

Câu 2: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

- Ⓐ $y = x^4 - 3x^2 - 1$
 Ⓑ $y = -x^4 + 3x^2 - 1$
 Ⓒ $y = x^4 + 3x^2 - 1$
 Ⓓ $y = -x^4 - 3x^2 + 1$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		-	+
y	$+\infty$		$+\infty$

Diagram showing a local minimum at $x=0, y=-1$.

Câu 3: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

- Ⓐ $y = -x^4 + 2x^2 - 3$
 Ⓑ $y = x^4 - 2x^2 - 3$
 Ⓒ $y = x^4 - 2x^2 + 3$
 Ⓓ $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$	

<

Câu 4: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

- Ⓐ $y = \frac{x-3}{x-2}$ Ⓑ $y = \frac{x-1}{2x+1}$
 Ⓒ $y = \frac{x+1}{x-2}$ Ⓓ $y = \frac{x+3}{2+x}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	1		1

Diagram showing a local minimum at $x=2, y=1$.

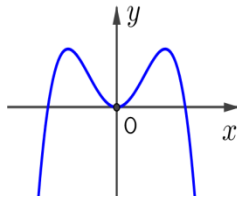
Câu 5: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

- Ⓐ $y = \frac{2x+1}{x+1}$ Ⓑ $y = \frac{x-1}{2x+1}$
 Ⓒ $y = \frac{2x+1}{x-1}$ Ⓓ $y = \frac{2x+3}{x+1}$

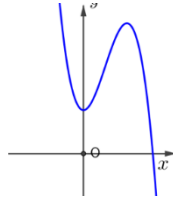
x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		-	-
y	2		2

Diagram showing a local minimum at $x=-1, y=2$.

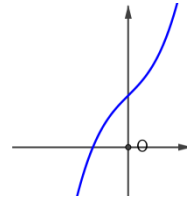
Câu 6: Một trong những dạng của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$.



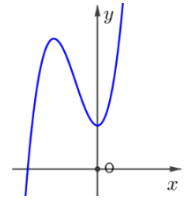
(A)



(B)



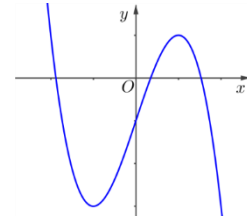
(C)



(D)

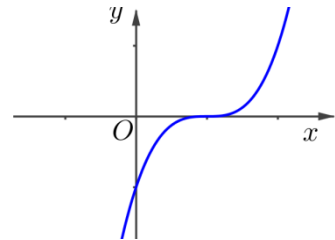
Câu 7: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = x^3 - 3x$
- (B) $y = -x^3 + 3x - 1$
- (C) $y = x^4 - x^2 + 1$
- (D) $y = -x^3 + 3x$

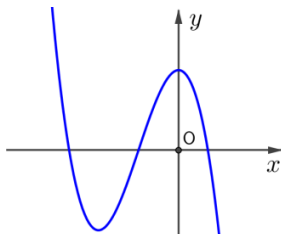


Câu 8: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

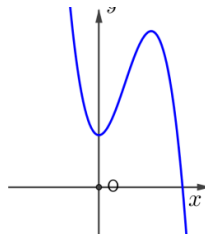
- (A) $y = x^3 - 3x + 1$
- (B) $y = x^4 - x^2 + 1$
- (C) $y = -x^2 + x - 1$
- (D) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$



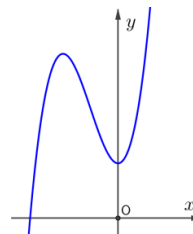
Câu 9: Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ có dạng:



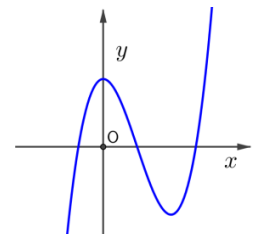
(A)



(B)

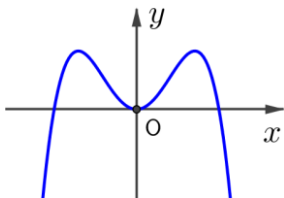


(C)

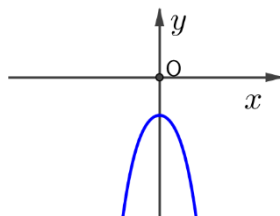


(D)

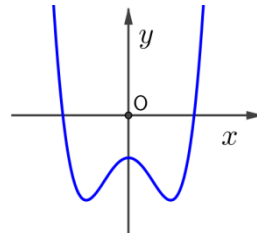
Câu 10: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ có dạng:



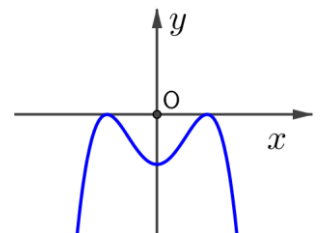
(A)



(B)

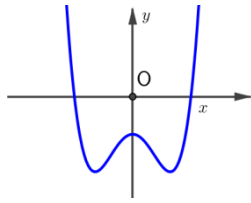


(C)

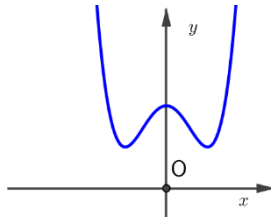


(D)

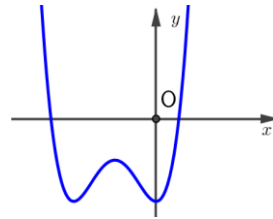
Câu 11: Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?



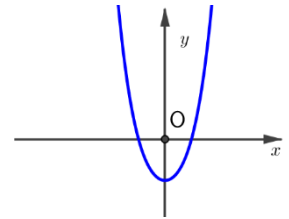
A



B

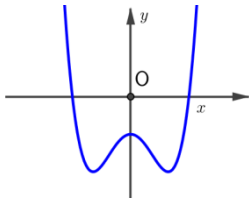


C

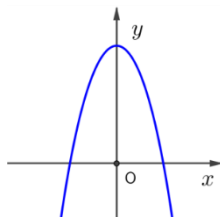


D

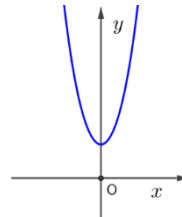
Câu 12: Đồ thị của hàm số $y = -3x^4 - 6x^2 + 1$ là đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?



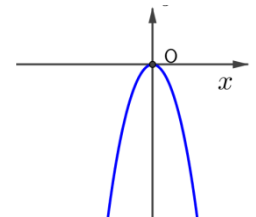
A



B



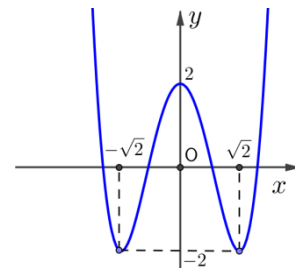
C



D

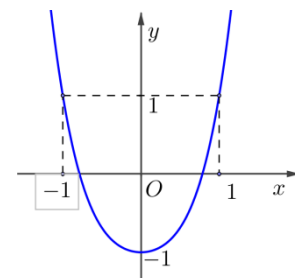
Câu 13: Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là đồ thị hàm số nào?

- A $y = x^4 - 4x^2 + 2$
- B $y = x^4 - 4x^2 - 2$
- C $y = x^4 + 4x^2 + 2$
- D $y = -x^4 + 4x^2 + 2$



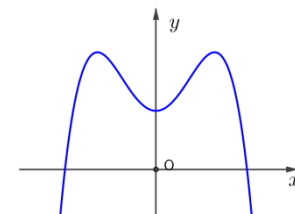
Câu 14: Đường cong trong hình bên là đồ thị một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là đồ thị hàm số nào?

- A $y = x^2 - 1$
- B $y = -x^2 - 1$
- C $y = x^4 - x^2 - 1$
- D $y = x^4 + x^2 - 1$



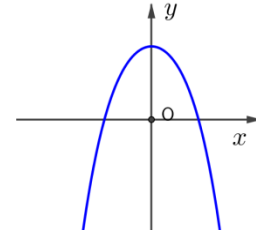
Câu 15: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A $y = x^4 - 3x^2 + 1$
- B $y = x^4 - 2x^2 + 1$
- C $y = -x^4 + 2x^2 + 1$
- D $y = -x^4 - 2x^2 + 1$

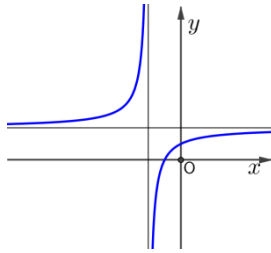


Câu 16: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

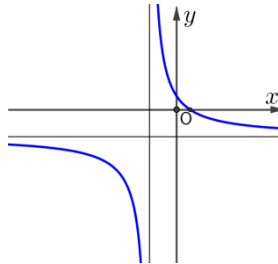
- (A) $y = x^4 - 2x^2 + 1$
 (B) $y = x^4 - 2x^2 + 1$
 (C) $y = x^4 - 3x^2 + 1$
 (D) $y = -x^4 - 2x^2 + 1$



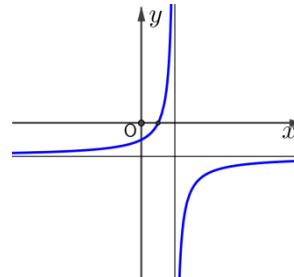
Câu 17: Hàm số $y = \frac{2x+2}{x+2}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



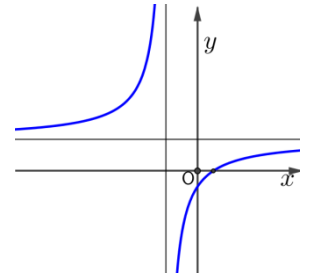
(A)



(B)



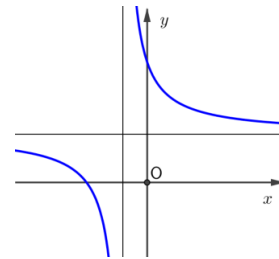
(C)



(D)

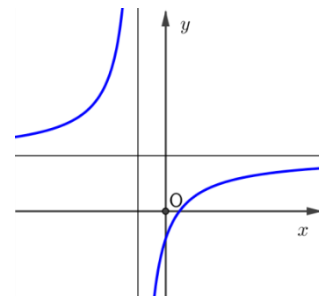
Câu 18: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = x^3 + 3x^2 + 1$
 (B) $y = \frac{2x+5}{x+1}$
 (C) $y = x^4 - x^2 + 1$
 (D) $y = \frac{2x+1}{x-1}$



Câu 19: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = \frac{2x-1}{x+1}$
 (B) $y = \frac{2x+1}{x-1}$
 (C) $y = \frac{2x+1}{x+1}$
 (D) $y = \frac{1-2x}{x-1}$



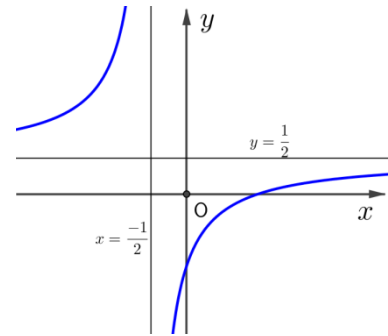
Câu 20: Đồ thị trong hình bên là của hàm số nào sau đây?

Ⓐ $y = \frac{x-1}{1-2x}$.

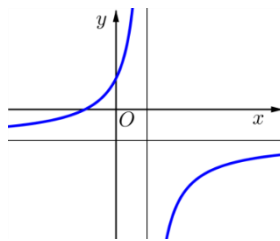
Ⓑ $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

Ⓒ $y = \frac{x+1}{2x+1}$.

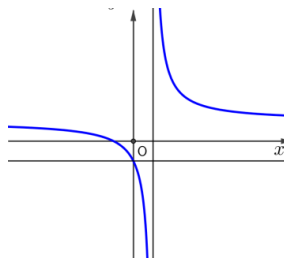
Ⓓ $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



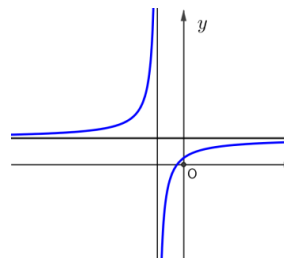
Câu 21: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có dạng:



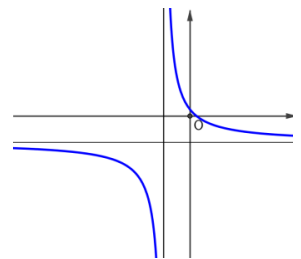
Ⓐ



Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ

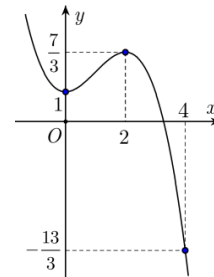
Câu 22: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định a, b, c, d .

Ⓐ $a = -\frac{1}{3}, b = 1, c = 0, d = 1$.

Ⓑ $a = -\frac{1}{3}, b = 1, c = 2, d = 1$.

Ⓒ $a = -1, b = 1, c = 0, d = 1$.

Ⓓ $a = -1, b = 11, c = 0, d = 1$.



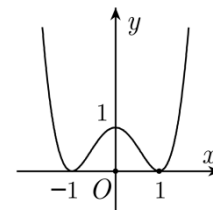
Câu 23: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định a, b, c .

Ⓐ $a = 1, b = -2, c = 1$.

Ⓑ $a = 1, b = -2, c = -1$.

Ⓒ $a = -1, b = 2, c = 1$.

Ⓓ $a = 2, b = -2, c = 1$.



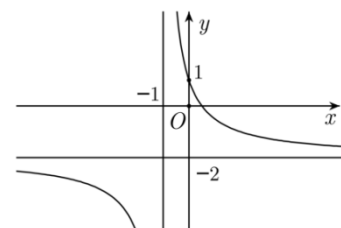
Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định a, b .

Ⓐ $a = -1, b = -2$.

Ⓑ $a = 1, b = -2$.

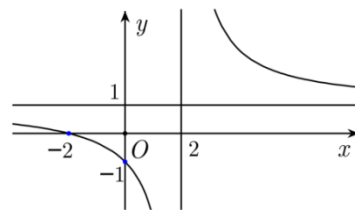
Ⓒ $a = -2, b = 1$.

Ⓓ $a = 2, b = 1$.



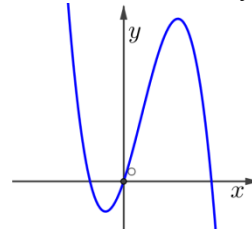
Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định a, b, c .

- Ⓐ $a = 2, b = 2, c = -1.$
 Ⓑ $a = 1, b = 1, c = -1.$
 Ⓒ $a = 1, b = 2, c = 1.$
 Ⓓ $a = 1, b = -2, c = 1.$



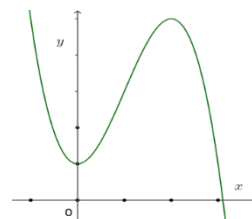
Câu 26: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$
 Ⓑ $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$
 Ⓒ $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$
 Ⓓ $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$



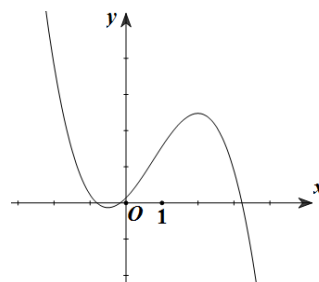
Câu 27: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0.$
 Ⓑ $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$
 Ⓒ $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$
 Ⓓ $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0.$



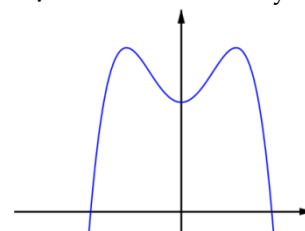
Câu 28: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0.$
 Ⓑ $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0.$
 Ⓒ $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0.$
 Ⓓ $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0.$



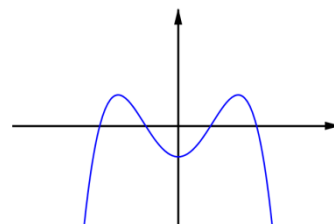
Câu 29: Cho hàm số $y = ax^4 - bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $a < 0; b > 0; c > 0$
 Ⓑ $a < 0; b < 0; c > 0.$
 Ⓒ $a > 0; b < 0; c > 0.$
 Ⓓ $a < 0; b > 0; c > 0.$



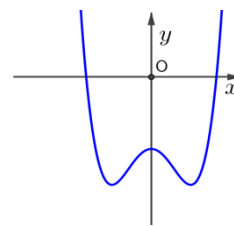
Câu 30: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $a < 0; b > 0; c > 0$
 Ⓑ $a < 0; b < 0; c > 0.$
 Ⓒ $a > 0; b < 0; c > 0.$
 Ⓓ $a < 0; b > 0; c < 0.$



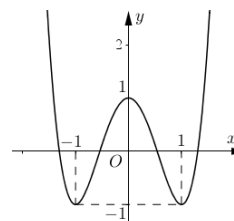
Câu 31: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, Ⓒ

- (A) $a > 0, b < 0, c < 0$.
 (B) $a > 0, b < 0, c > 0$.
 (C) $a < 0, b < 0, c < 0$.
 (D) $a > 0, b > 0, c < 0$.



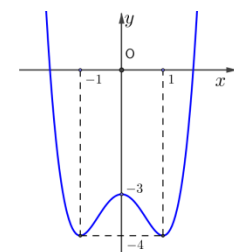
Câu 32: Biết rằng hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tính giá trị $f(a + b + c)$.

- (A) $f(a + b + c) = -1$.
 (B) $f(a + b + c) = 2$.
 (C) $f(a + b + c) = -2$.
 (D) $f(a + b + c) = 1$.



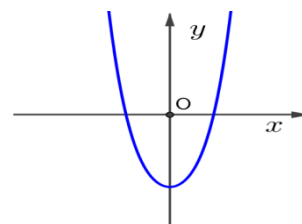
Câu 33: Xác định các hệ số a, b, c để đồ thị hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.

- (A) $a = -\frac{1}{4}; b = 3; c = -3$
 (B) $a = 1; b = -2; c = -3$
 (C) $a = 1; b = -3; c = 3$
 (D) $a = 1; b = 3; c = -3$



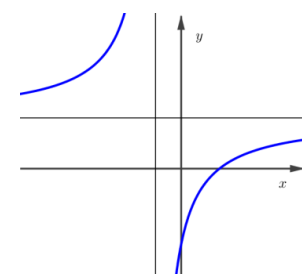
Câu 34: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới. Kết luận nào sau đây đúng?

- (A) $a > 0; b \leq 0; c < 0$
 (B) $a > 0; b < 0; c \neq 0$
 (C) $a > 0; b > 0; c > 0$
 (D) $a < 0; b < 0; c < 0$



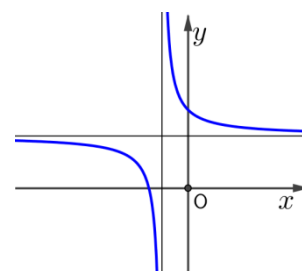
Câu 35: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $bd < 0, ab > 0$
 (B) $ad > 0, ab < 0$
 (C) $bd > 0, ad > 0$.
 (D) $ab < 0, ad < 0$.



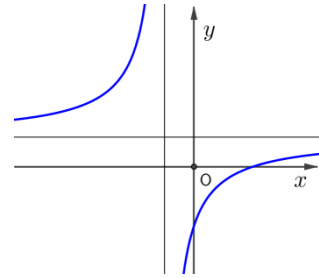
Câu 36: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $ad < bc < 0$
 (B) $ad > bc > 0$
 (C) $ad < 0 < bc$
 (D) $0 < ad < bc$



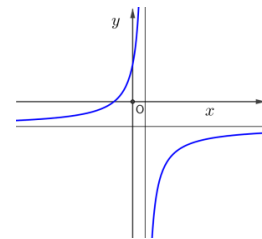
Câu 37: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A) $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$



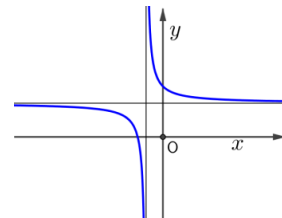
Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a < 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0.$
 (B) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$
 (C) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0.$
 (D) $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$



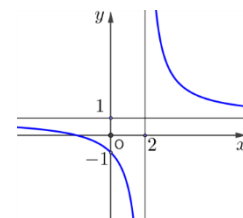
Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + 1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm khẳng định đúng?

- (A) $a < b < 0$
 (B) $b < 0 < a$
 (C) $0 < b < a$
 (D) $0 < a < b$



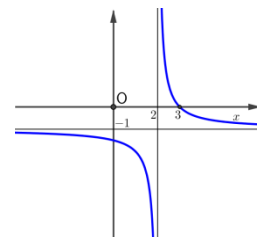
Câu 40: Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax + 2}{cx + b}$ có đồ thị như hình vẽ:

- (A) $a = 2, b = 2; c = -1$
 (B) $a = 1; b = 1; c = -1$
 (C) $a = 1, b = 2; c = 1$
 (D) $a = 1, b = -2; c = 1$



Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x + c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a + 2b + c$.

- (A) -1.
 (B) -2.
 (C) 0.
 (D) 3.



§7. MỘT SỐ CHUYÊN ĐỀ

CD7.1: SỰ TƯƠNG GIAO

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

===== ☆☆☆ =====

Cho hai đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ và $(C'): y = g(x)$. Tọa độ giao điểm (nếu có) của (C) và (C') là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = g(x) \quad (*)$$

- Phương trình $(*)$ được gọi là phương trình hoành độ điểm chung của (C) và (C') .
- Số nghiệm của $(*)$ chính là số điểm chung của hai đồ thị.
- Nếu $(*)$ vô nghiệm thì hai đồ thị không có điểm chung.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng toán 1. Tổng giao của hàm số nhất biến và hàm bậc hai

===== ☆☆☆ =====

Bài toán tổng quát: Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = Ax + B$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = \frac{Cx + D}{Ex + F}$ tại hai điểm phân biệt thỏa mãn điều kiện K ?

Phương pháp giải:

Bước 1. Lập phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $\frac{Cx + D}{Ex + F} = Ax + B$

Biến đổi về dạng phương trình bậc hai $g(x) = ax^2 + bx + c = 0$.

Bước 2. Để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $g(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt và

$$\text{khác } -\frac{F}{E} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{g(x)} \neq 0, \Delta_{g(x)} = b^2 - 4ac > 0 \\ g\left(-\frac{F}{E}\right) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Giải hệ} \Rightarrow m \in \mathcal{O}_1.$$

Bước 3. Gọi $A(x_1; Ax_1 + B)$, $B(x_2; Ax_2 + B)$ là hai tọa độ giao điểm của d và (C) , trong đó x_1, x_2 là 2 nghiệm của $g(x) = 0$.

$$\text{Theo Viét: } S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ và } P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad (1)$$

Bước 4. Biến đổi điều kiện K về dạng tổng và tích của x_1, x_2 (2)

Thế (1) vào (2) sẽ thu được phương trình hoặc bất phương trình với biến là m . Giải chúng sẽ tìm được giá trị $m \in \mathcal{O}_2$.

Kết luận giá trị $m \in \mathcal{O}_1 \cap \mathcal{O}_2$.

Lưu ý:

Nếu đề bài chỉ yêu cầu tìm tham số m để hai đồ thị cắt nhau tại n điểm, ta chỉ cần tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm có n nghiệm phân biệt.

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = \frac{x-2019}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ giao điểm của (C) với trục tung ?

- Ⓐ $M(-2019;0)$.
 Ⓑ $M(0;-2019)$.
 Ⓒ $M(0;2019)$.
 Ⓓ $M(2019;0)$.

Ví dụ 2. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{x+2}$ với các trục tọa độ ?

- Ⓐ $A(0;4)$ và $B(-2;0)$.
 Ⓑ $A(4;0)$ và $B(0;-2)$.
 Ⓒ $A(4;0)$ và $B(-2;0)$.
 Ⓓ $A(4;0)$ và $B(0;2)$.

Ví dụ 3. Biết đường thẳng $y = 3x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có tung độ lần lượt là y_1 và y_2 . Tính $y_1 + y_2$.

- Ⓐ $y_1 + y_2 = 10$.
 Ⓑ $y_1 + y_2 = 11$.
 Ⓒ $y_1 + y_2 = 9$.
 Ⓓ $y_1 + y_2 = 1$.

Ví dụ 4. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{4x}{x+1}$ và đường thẳng $\Delta: y = x + 1$.

- Ⓐ $M_1(0;1)$. Ⓑ $M_2(2;3)$.
 Ⓒ $M_3(1;2)$. Ⓓ $M_4(1;3)$.

Ví dụ 5. Gọi A, B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = x + 1$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- Ⓐ $AB = 2$.
 Ⓑ $AB = 2\sqrt{2}$.
 Ⓒ $AB = \sqrt{2}$.
 Ⓓ $AB = 2\sqrt{3}$.

Ví dụ 6. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó, hãy tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN .

- Ⓐ $I(1;2)$. Ⓑ $I(-2;-3)$.

- © $I(1; 3)$. © $I(2; 3)$.

Ví dụ 7. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = 1 - x$ tại hai điểm phân biệt.

- © $(-\infty; 2]$.
© $(-\infty; 2)$.
© $(-\infty; -2)$.
© $(2; +\infty)$.

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt ?

- © $m > 2$.
© $m < 6$.
© $m = 2$.
© $m < 2$ hoặc $m > 6$.

Ví dụ 9. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Tìm tham số m để đồ thị hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x + m$.

- © $m = \sqrt{8}$.
© $m = \pm 2\sqrt{2}$.
© $m = -\sqrt{8}$.
© $m \neq 1$.

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ có đồ thị (C) . Hỏi tham số thực m thuộc tập nào sau đây để đường thẳng $d: y = m - 2x$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1x_2 - 8(x_1 + x_2) = 7$.

- © $(-\infty; -8)$.
© $(-8; -1)$.
© $(0; 7)$.
© $(8; +\infty)$.

Ví dụ 11. Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = \sqrt{5}$.

Ⓐ $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$

Ⓒ $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$ Ⓓ $m = 3$.

Ví dụ 12. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+1}$. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx + m - 1$ luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm thuộc về hai nhánh của đồ thị.

Ⓐ $m < 0$. Ⓑ $m = 0$.

Ⓒ $m > 0$. Ⓓ $m < 1$.

Ví dụ 13. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = -3x + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc nhánh phải của (C) .

Ⓐ $m > 11$.

Ⓑ $m < -1$.

Ⓒ $m < -1$ hoặc $m > 11$.

Ⓓ $m > 5$.

Ví dụ 14. Cho hàm số: $y = \frac{x+2}{2x+1}$. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx + m - 1$ luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt thuộc cùng một nhánh của đồ thị.

Ⓐ $\begin{cases} m \neq -3 \\ m < 0 \end{cases}$ Ⓑ $m = 0$.

Ⓒ $m > 0$. Ⓓ $\begin{cases} m \neq -3 \\ m < 1 \end{cases}$.

Ví dụ 15. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+m}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Ⓐ $(-\infty; -1)$.

Ⓑ $(-\infty; 1)$.

Ⓒ $(-2; -1)$.

Ⓓ $(-2; 1)$.

Ví dụ 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng $AB = 2\sqrt{2}$.

Ⓐ $m = 1$ hoặc $m = -7$.

Ⓑ $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Ⓒ $m = -7$ hoặc $m = 5$.

Ⓓ $m = 1$ hoặc $m = -1$.

Dạng toán 2. Tổng giao của hàm số bậc ba và hñoông thang



□ Bài toán tổng quát: Tìm các giá trị của m để đường thẳng $d: y = px + q$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tại 3 điểm phân biệt thỏa điều kiện K ?

✎ **Phương pháp giải:**

Bước 1. Phương trình hoành độ giao điểm $ax^3 + bx^2 + cx + d = px + q$

- $d = q$ thì PT $\Rightarrow x(ax^2 + bx + c - p) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 = 0 \\ g(x) = ax^2 + bx + c - p = 0 \end{cases}$.
- $d \neq q$, ta đưa về phương trình bậc ba và nhẩm nghiệm đặc biệt $x = x_0$ và chia Horócnér thì phương trình tương đương:

$$(x - x_0)(ax^2 + b'x + c') = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ g(x) = ax^2 + b'x + c' = 0 \end{cases}$$

Bước 2. Để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $g(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{g(x)} > 0 \\ g(x_0) \neq 0 \end{cases}$. Giải hệ này, tìm được giá trị $m \in \mathcal{D}_1$.

Bước 3. Gọi $A(x_0; px_0 + q)$, $B(x_1; px_1 + q)$, $C(x_2; px_2 + q)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

$$\text{Theo Viét, ta có: } x_1 + x_2 = -\frac{b'}{a} \text{ và } x_1 x_2 = \frac{c'}{a} \quad (1)$$

Bước 4. Biến đổi điều kiện K về dạng tổng và tích của x_1, x_2 (2)

Thế (1) vào (2) sẽ thu được phương trình hoặc bất phương trình với biến là m . Giải chúng sẽ tìm được giá trị $m \in \mathcal{D}_2$.

Kết luận: $m \in \mathcal{O}_1 \cap \mathcal{O}_2$.

Nguyên tắc nhằm nghiệm: Nếu phương trình chứa tham số, ta sẽ chọn nghiệm x sao cho triệt tiêu đi tham số m và thử lại tính đúng sai. Hoặc có thể sử dụng casio.

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- Ⓐ (C) cắt trục hoành tại hai điểm.
 Ⓑ (C) cắt trục hoành tại một điểm.
 Ⓒ (C) không cắt trục hoành.
 Ⓓ (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị hàm số là (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- Ⓐ 2. Ⓑ 3.
 Ⓒ 1. Ⓓ 0.

Ví dụ 3. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 4x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là bao nhiêu ?

- Ⓐ 1. Ⓑ 3.
 Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Ví dụ 4. Cho hai hàm số $y = x^3 - 2x$ và $y = x^2 - x - 1$. Biết rằng đồ thị của hai hàm số trên cắt nhau tại A và tiếp xúc nhau tại B . Xác định tọa độ điểm A .

- Ⓐ $A(1;1)$. Ⓑ $A(1;-1)$.
 Ⓒ $A(-1;-1)$. Ⓓ $A(-1;1)$.

Ví dụ 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt ?

- Ⓐ $m > \frac{1}{2}$.
 Ⓑ $m > -\frac{1}{2}$ và $m \neq 4$.
 Ⓒ $m > -\frac{1}{2}$.
 Ⓓ $m \leq \frac{1}{2}$.

Ví dụ 6. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại ba điểm phân biệt.

- Ⓐ $m > -3$.

Ⓑ $m > 3$.

Ⓒ $m < -3$.

Ⓓ $m < 3$.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc m . Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

Ⓐ $\left[\frac{15}{4}; +\infty\right)$.

Ⓑ $\left(\frac{15}{4}; +\infty\right) \setminus \{24\}$.

Ⓒ $\left[\frac{15}{4}; +\infty\right) \setminus \{24\}$.

Ⓓ $\left(\frac{15}{4}; +\infty\right)$.

Ví dụ 8. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2m^2 + 2m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Ⓐ $(-2; -2) \cup (-1; 1)$.

Ⓑ $(1; +\infty)$.

Ⓒ $(-2; 0)$.

Ⓓ $(-1; 0) \cup (1; 2)$.

Ví dụ 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 - 2x^2 - mx + 2$ và $y = x^2 - m$ cắt nhau tại một điểm duy nhất.

Ⓐ $m = -3$.

Ⓑ $m < -3$.

Ⓒ $m \leq 3$.

Ⓓ $m \leq -3$.

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1 - m)x + m$, với m là tham số. Tìm tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

Ⓐ $\left(-\frac{1}{4}; 1\right) \setminus \{0\}$.

Ⓑ $(-\infty; 1)$.

Ⓒ $(-\infty; 1] \setminus \{-1\}$.

Ⓓ $(-1; 1) \setminus \{0\}$.

Ví dụ 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

Ⓐ $m \in (-\infty; 3)$.

Ⓑ $m \in (-\infty; -1)$.

Ⓒ $m \in (-\infty; +\infty)$.

Ⓓ $m \in (1; +\infty)$.

Ví dụ 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

Ⓐ $m \in (-\infty; 0] \cup (4; +\infty)$.

Ⓑ $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

Ⓒ $m \in (-2; +\infty)$.

Ⓓ $m \in \mathbb{R}$.

Ví dụ 13. Biết rằng đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $d: y = mx + m$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt $A(-1; 0), B, C$ sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 8, với O là gốc tọa độ. Hỏi kết luận nào sau đây về tham số thực m là đúng?

Ⓐ m là một số chẵn.

Ⓑ m là một số nguyên tố.

Ⓒ m là một số vô tỉ.

Ⓓ m là một số chia hết cho 3.

Ví dụ 14. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx - m - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

- Ⓐ $(4 - \sqrt{2}; +\infty)$.
 Ⓑ $(1 + \sqrt{2}; +\infty)$.
 Ⓒ $(-1; 0) \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$.
 Ⓓ $(4 - \sqrt{3}; +\infty)$.

Ví dụ 15. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 - x - m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt với các hoành độ lập thành cấp số cộng. Hỏi S có bao nhiêu phần tử ?

- Ⓐ 5.
 Ⓑ 1.
 Ⓒ 3.
 Ⓓ Vô số.

Dạng toán 3. Tổng giao của hàm số bậc bốn và nồng thang



Bài toán tổng quát: Tìm m để đường thẳng $d: y = \alpha$ cắt đồ thị $(C): y = ax^4 + bx^2 + c$ tại n điểm phân biệt thỏa mãn điều kiện K cho trước?

Phương pháp giải:

Bước 1. Phương trình hoành độ giao điểm của d và $(C): ax^4 + bx^2 + c - \alpha = 0$ (1)

Đặt $t = x^2 \geq 0$ thì (1) $\Leftrightarrow at^2 + bt + c - \alpha = 0$ (2)

Tùy vào số giao điểm n mà ta biện luận để tìm giá trị $m \in \mathcal{I}_1$. Cụ thể:

- Để $d \cap (C) = n = 4$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 4 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có 2 nghiệm } t_1, t_2 \text{ dương } 0 < t_1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \mathcal{I}_1.$$

- Để $d \cap (C) = n = 3$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có nghiệm } t_1, t_2 \text{ thỏa: } 0 = t_1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} c - \alpha = 0 \\ \frac{b}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \mathcal{I}_1.$$

- Để $d \cap (C) = n = 2$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có } 2n_0 \text{ trái dấu hoặc có nghiệm kép dương} \Leftrightarrow \begin{cases} ac < 0 \\ \Delta = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \mathcal{I}_1.$$

- Để $d \cap (C) = n = 1$ điểm $\Leftrightarrow$ (1) có đúng 1 nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm kép $= 0$ hoặc

$$\begin{cases} t_1 < 0 \\ t_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ c - \alpha = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} c - \alpha = 0 \\ \frac{b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \mathcal{I}_1.$$

Bước 2. Biến đổi điều kiện K về dạng có chứa tổng và tích của t_1, t_2 (3)

Thế biểu thức tổng, tích vào (3) sẽ thu được phương trình hoặc bất phương trình với biến số là m . Giải chúng ta sẽ tìm được $m \in \mathcal{I}_2$.

Kết luận: $m \in \mathcal{I}_1 \cap \mathcal{I}_2$.

Ví dụ 1. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ và trục hoành có bao nhiêu điểm chung?

- Ⓐ 2. Ⓑ 1.
Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Ví dụ 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 3$ cắt trục tung tại mấy điểm?

- (A) 2 điểm. (B) 3 điểm.
 (C) 4 điểm. (D) 1 điểm.

Ví dụ 3. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

- (A) 0.
 (B) 4.
 (C) 1.
 (D) 2.

Ví dụ 4. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 7x^2 - 6$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 13x$ có bao nhiêu điểm chung ?

- (A) 1.
 (B) 2.
 (C) 3.
 (D) 4.

Ví dụ 5. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ và đường thẳng $y = 9$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2$.

- (A) $x_1 + x_2 = 3$.
 (B) $x_1 + x_2 = 0$.
 (C) $x_1 + x_2 = 18$.
 (D) $x_1 + x_2 = 5$.

Ví dụ 6. Gọi A là giao điểm của các đồ thị hàm số $y = x^4 - 7x^2 - 6$ và $y = x^3 - 13x$ có hoành độ nhỏ nhất. Tìm tung độ y_A của điểm A .

- (A) $y_A = -18$.
 (B) $y_A = 12$.
 (C) $y_A = -12$.
 (D) $y_A = 18$.

Ví dụ 7. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - m^2 - 1$ với trục hoành (với m là tham số thực).

- (A) 1.
 (B) 2.
 (C) 3.
 (D) 4.

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 7$ có đồ thị (C) . Tìm tham số m để đường thẳng $d: y = 60x + m$

tiếp xúc với (C).

- Ⓐ $m = -164$.
 Ⓑ $m = 0$.
 Ⓒ $m = -60$.
 Ⓓ Không có m .

Ví dụ 9. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - m^2x^2 - m - 1$ tiếp xúc với đường thẳng $d: y = 2x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.

- Ⓐ $m = -1$ hoặc $m = 1$.
 Ⓑ $m = -1$.
 Ⓒ $m = 0$.
 Ⓓ $m = -1$ hoặc $m = 0$.

Ví dụ 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ cắt đường thẳng $d: y = 2m - 7$ tại bốn điểm phân biệt?

- Ⓐ $-3 < m < 5$.
 Ⓑ $-6 < m < 10$.
 Ⓒ $m = 5$.
 Ⓓ $m > -3$.

Ví dụ 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 2$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt?

- Ⓐ $m \in (2; +\infty)$.
 Ⓑ $m \in (-\infty; 1)$.
 Ⓒ $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
 Ⓓ $m \in (0; +\infty)$.

Ví dụ 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m$ tại bốn điểm phân biệt?

Ⓐ $\begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}$

Ⓑ $-1 \leq m \leq 0$.

Ⓒ $\begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m < 0 \end{cases}$

Ⓓ $\begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Dạng toán 4. Tổng giao của hàm số và nôi đồng thang chứa đũa vào nôi thò, bang bien thien

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$.

Ⓐ 3.

Ⓑ 0.

Ⓒ 1.

Ⓓ 2.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

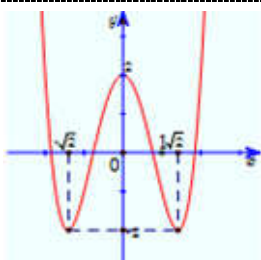
Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là:

Ⓐ 4.

Ⓑ 2.

Ⓒ 0.

Ⓓ 3.



Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:

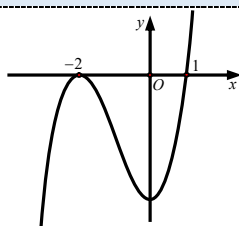
Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 1$.

Ⓐ 2.

Ⓑ 1.

Ⓒ 0.

Ⓓ 3.



Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là:

Ⓐ $(-2; 1)$.

Ⓑ $[-1; 2)$.

Ⓒ $(-1; 2)$.

Ⓓ $(-2; 1]$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-		+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

Ví dụ 5. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại ba điểm phân biệt.

Ⓐ $0 < m < 4$.

Ⓑ $1 < m \leq 5$.

Ⓒ $1 < m < 5$.

Ⓓ $1 \leq m < 5$.

CD7.2: BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN, SỰ TIẾP XÚC

Bài toán tổng quát: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ tại $M(x_o; y_o)$.

Phương pháp giải:

Bước 1. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Suy ra hệ số góc tiếp tuyến $k = y'(x_o) = f'(x_o)$.

Bước 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(x_o; y_o)$ có dạng $d: y = k \cdot (x - x_o) + y_o$.

Lưu ý:

- Nếu đề bài yêu cầu viết phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_o , thì khi đó ta tìm y_o bằng cách thế vào hàm số ban đầu, tức $y_o = f(x_o)$. Tương tự cho trường hợp đề cho y_o .
- Nếu đề bài yêu cầu viết phương trình tiếp tuyến tại các giao điểm của đồ thị $(C): y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = ax + b$. Khi đó các hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm giữa d và (C) . Đặc biệt: trục hoành $Ox: y = 0$, trục tung $Oy: x = 0$.

Dạng toán 1: *Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_o; y_o)$.*

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(-1; 2)$ bằng:

- Ⓐ 3. Ⓑ -5.
Ⓒ 25. Ⓓ 1.

Ví dụ 2. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

- Ⓐ -4. Ⓑ $\frac{47}{12}$.
Ⓒ $-\frac{13}{4}$. Ⓓ $-\frac{17}{4}$.

Ví dụ 3. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$.

- Ⓐ Có hệ số góc dương.
Ⓑ Song song với trục hoành.
Ⓒ Có hệ số góc bằng -1 .
Ⓓ Song song với đường thẳng $x = 1$.

Ví dụ 4. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3 là

Ⓐ $y = 3x + 13.$

Ⓑ $y = 3x - 5.$

Ⓒ $y = -3x - 5.$

Ⓓ $y = -3x + 13.$

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

Ⓐ $y = -x + 2.$

Ⓑ $y = -x + 1.$

Ⓒ $y = x - 2.$

Ⓓ $y = -x - 2.$

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. Tiếp tuyến tại điểm uốn của đồ thị hàm số có phương trình là:

Ⓐ $y = x + \frac{11}{3}.$

Ⓑ $y = -x + \frac{11}{3}.$

Ⓒ $y = x + \frac{1}{3}.$

Ⓓ $y = -x - \frac{1}{3}.$

Điểm uốn có hoành độ là nghiệm của $f''(x) = 0$.

Ví dụ 7. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm $A(3;1)$ là:

Ⓐ $y = -9x - 26.$

Ⓑ $y = 9x - 26.$

Ⓒ $y = -9x - 3.$

Ⓓ $y = 9x + 2.$

Dạng toán 2: Viết phương trình tiếp tuyến khi biết hệ số góc k cho trước Ⓒ

Bài toán tổng quát: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = f(x)$ biết hệ số góc tiếp tuyến là k cho trước Ⓒ

Phương pháp giải:

Bước 1. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm và tính $y' = f'(x)$.

Bước 2. Ta có hệ số tiếp tuyến $k = f'(x_o)$ và giải phương trình này tìm được x_o , suy ra y_o .

Bước 3. Ứng với mỗi tiếp điểm, tìm được các tiếp tuyến $d: y = k.(x - x_o) + y_o$.

☞ **Lưu ý.** Đề bài thường cho hệ số góc tiếp tuyến dưới các dạng sau:

- Nếu tiếp tuyến $d \parallel \Delta: y = ax + b \Rightarrow k = a$.
- Nếu tiếp tuyến $d \perp \Delta: y = ax + b \Rightarrow k = -\frac{1}{a}$.
- Nếu tiếp tuyến tạo với trục hoành Ox một góc α thì $k = \pm \tan \alpha$.

Ví dụ 8. Biết trên đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{x+2}$ có hai điểm mà tiếp tuyến tại các điểm đó đều song song với đường thẳng $d: 3x - y + 15 = 0$. Tìm tổng S các tung độ tiếp điểm.

Ⓐ $S = 3$. Ⓑ $S = 6$.

Ⓒ $S = -4$. Ⓓ $S = 2$.

Ví dụ 9. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) mà có hệ số góc lớn nhất là:

Ⓐ $y = 3x + 1$. Ⓑ $y = -3x - 1$.

Ⓒ $y = -3x + 1$. Ⓓ $y = 3x - 1$.

Ví dụ 10. Cho hàm $y = \frac{5-x}{x+2}$ (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: x + 7y - 5 = 0$.

Ⓐ $y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7}$.

Ⓑ $\begin{cases} y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \\ y = -\frac{1}{7}x - \frac{23}{7} \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} y = -\frac{1}{7}x + \frac{5}{7} \\ y = -\frac{1}{7}x + \frac{23}{7} \end{cases}$.

Ⓓ $y = -\frac{1}{7}x + \frac{23}{7}.$

Ví dụ 11. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

Ⓐ $y = -\frac{1}{9}x + 18,$
 $y = -\frac{1}{9}x + 5.$

Ⓑ $y = \frac{1}{9}x + 18 ; y = \frac{1}{9}x - 14.$

Ⓒ $y = 9x + 18 ; y = 9x - 14.$

Ⓓ $y = 9x + 18 ; y = 9x + 5.$

Dạng toán 3: Tìm m để đồ thị $y = f(x)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = ax + b$.

Để tiếp xúc thì hệ $\begin{cases} f(x) = ax + b \\ f'(x) = a \end{cases}$ có nghiệm.

Ví dụ 12. Đường thẳng $y = m$ tiếp xúc với đồ thị $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ tại hai điểm phân biệt. Tìm tung độ tiếp điểm.

Ⓐ 1. Ⓑ -1.
Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Ví dụ 13. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là

Ⓐ $m \in \{6; -1\}.$
Ⓑ $m = -1.$
Ⓒ $m = 6.$
Ⓓ $m \in \{7; -1\}.$

Ví dụ 14. Đường thẳng $x + y = 2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = -x^3 + 2x + 4$ khi m bằng

Ⓐ -3 hoặc 1.
Ⓑ 1 hoặc 3.
Ⓒ -1 hoặc 3.

Ⓓ -3 hoặc -1 .

Ví dụ 15. Giá trị của m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+3)x^2 + 18mx - 8$ tiếp xúc với trục hoành?

Ⓐ $m = 5$.

Ⓑ $m = 7$.

Ⓒ $m = 1$.

Ⓓ $m = 6$.

Ví dụ 16. Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Ⓐ $m \neq 2\sqrt{2}$.

Ⓑ $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

Ⓒ $m \neq \pm 2$.

Ⓓ $m = \pm 2\sqrt{2}$.

CD7.3: ĐIỂM ĐẶC BIỆT

Bài toán tổng quát: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm $M \in (C)$ thỏa mãn điều kiện K cho trước ?

Phương pháp giải:

Bước 1. Gọi điểm $M(x_o; f(x_o)) \in (C)$.

Bước 2. Từ điều kiện K cho trước, biến đổi dẫn đến phương trình (hoặc bất phương trình) theo x_o , giải tìm $x_o \longrightarrow y_o = f(x_o) \longrightarrow M(x_o; f(x_o))$.

★ **Một số kiến thức cần nhớ:**

- Khoảng cách giữa hai điểm A và B là: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
- Khoảng cách $M(x_o; y_o)$ đến $\Delta: ax + by + c = 0$ là $d(M; \Delta) = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.
 - Nếu $\Delta: x = a \Rightarrow d(M; \Delta) = |x_o - a|$.
 - Nếu $\Delta: y = b \Rightarrow d(M; \Delta) = |y_o - b|$.
 - Tổng khoảng cách từ điểm $M(x_o; y_o)$ đến hai trục tọa độ là: $|x_o| + |y_o|$.
- Để hai điểm A, B đối xứng nhau qua điểm $I \Leftrightarrow I$ là trung điểm AB $\Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 2x_I \\ y_A + y_B = 2y_I \end{cases}$.
- Để hai điểm A, B đối xứng nhau qua đường thẳng $\Delta \Leftrightarrow \begin{cases} AB \perp \Delta \\ I \in \Delta \end{cases}$ (với I là trung điểm AB).
 - Để hai điểm A, B đối xứng nhau qua trục hoành Ox $\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = -y_B \end{cases}$.
 - Để hai điểm A, B đối xứng nhau qua trục tung Oy $\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -x_B \\ y_A = y_B \end{cases}$.
- Khoảng cách giữa đường thẳng Δ với đường cong (C) bằng khoảng cách nhỏ nhất giữa một điểm $M \in \Delta$ và một điểm $N \in (C)$.
- Điểm $M(x; y)$ được gọi là có tọa độ nguyên nếu x và y đều là số nguyên.

Ví dụ 1. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất ?

Ⓐ $y = \frac{2x-1}{x+3}$. Ⓑ $y = \frac{1-x}{1+x}$.

Ⓒ $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$.

Ⓓ $y = -x^3 + 3x - 2$.

Ta đã biết đối với hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất thì giao điểm hai tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị, đối với hàm bậc ba thì điểm uốn chính là tâm đối xứng của đồ thị.

Ví dụ 2. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tâm đối xứng là điểm $I(1; -2)$?

Ⓐ $y = \frac{2x-3}{2x+4}.$

Ⓑ $y = 2x^3 - 6x^2 + x + 1.$

Ⓒ $y = -2x^3 + 6x^2 + x - 1.$

Ⓓ $y = \frac{2-2x}{1-x}.$

Ví dụ 3. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 0.

Ⓓ 4.

Bước 1. $y = \frac{f(x)}{g(x)} = h(x) + \frac{a}{g(x)}$

Bước 2. Để M là có tọa độ nguyên thì x nguyên và y cũng nguyên. Có nghĩa là $a : g(x)$. Suy ra $g(x)$ là ước của a .

Vì a là hằng số. Nên chúng ta dễ dàng tìm được các ước của nó. Thông qua đó ta sẽ tìm được x .

Ví dụ 4. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

Ⓐ 4.

Ⓑ Vô số.

Ⓒ 2.

Ⓓ 0.

Ví dụ 5. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+10}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

Ⓐ 4.

Ⓑ 2.

Ⓒ 10.

Ⓓ 6.

Ví dụ 6. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+3x+10}{x+2}$ là:

Ⓐ 16.

Ⓑ 12.

Ⓒ 10.

Ⓓ 8.

Ví dụ 7. Số điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tọa độ nguyên là:

- Ⓐ 5.
Ⓑ 3.
Ⓒ 4.
Ⓓ 2.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

MỨC ĐỘ 1 & 2: NHẬN BIẾT & THÔNG HIỂU

Câu 1. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ với đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

- Ⓐ $A(4;3), B(0;-1)$. Ⓑ $C(-1;3)$.
Ⓒ $D(3;-1)$. Ⓓ $I(-1;0), J(3;4)$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x-1}{x+4}$ cắt đường thẳng $y = -x + 4$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm điểm C là trung điểm của AB .

- Ⓐ $C(-2;6)$. Ⓑ $C(2;-6)$.
Ⓒ $C(0;4)$. Ⓓ $C(4;0)$.

Câu 3. Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Tính $S = y_1 + y_2$.

- Ⓐ $S = 1$. Ⓑ $S = 4$.
Ⓒ $S = 3$. Ⓓ $S = 0$.

Câu 4. Biết rằng đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B . Tính $x_A + x_B$.

- Ⓐ $x_A + x_B = 2$. Ⓑ $x_A + x_B = 1$.
Ⓒ $x_A + x_B = 5$. Ⓓ $x_A + x_B = 3$.

Câu 5. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ và đường thẳng $y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tính $S = x_A + x_B$.

- Ⓐ $S = 4$. Ⓑ $S = -4$.
Ⓒ $S = 2\sqrt{5}$. Ⓓ $S = 2$.

Câu 6. Tìm tung độ giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d: y = x - 1$.

- Ⓐ 3. Ⓑ -1.

- Ⓒ 1. Ⓓ -3.

Câu 7. Đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ và đồ thị của hàm số $y = -4x + 5$ có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

- Ⓐ 2. Ⓑ 3.
Ⓒ 1. Ⓓ 0.

Câu 8. Gọi $(x_o; y_o)$ là tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x - 1$ và $y = \frac{2x-2}{x+1}$. Tính y_o .

- Ⓐ $y_o = 4$. Ⓑ $y_o = 2$.
Ⓒ $y_o = -1$. Ⓓ $y_o = 0$.

Câu 9. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{4x}$ với trục hoành là bao nhiêu ?

- Ⓐ 1. Ⓑ 3.
Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+5}$ và đường thẳng $y = x - 1$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- Ⓐ $x_I = 1$. Ⓑ $x_I = -2$.
Ⓒ $x_I = 2$. Ⓓ $x_I = -1$.

Câu 11. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN .

- Ⓐ $I(1; 2)$. Ⓑ $I(-2; -3)$.
Ⓒ $I(1; 3)$. Ⓓ $I(2; 3)$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm ?

- Ⓐ $y = \frac{4x+1}{x+2}$. Ⓑ $y = \frac{3x+4}{x-1}$.
Ⓒ $y = \frac{-2x+3}{x+1}$. Ⓓ $y = \frac{2x-3}{3x-1}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(0; -2)$ và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho M là trung điểm của AB .

- Ⓐ $d : y = -x - 2$.
Ⓑ $d : y = -2x - 2$.
Ⓒ $d : y = -3x - 2$.
Ⓓ $d : y = -4x - 2$.

Câu 14. Biết đường thẳng $y = x + 2$ cắt đường cong $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- Ⓐ $AB = \frac{5\sqrt{2}}{4}$. Ⓑ $AB = 5\sqrt{2}$.
Ⓒ $AB = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $AB = \frac{9\sqrt{2}}{2}$.

- Câu 15.** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ cắt các trục tọa độ tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .
- Ⓐ $AB = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Ⓑ $AB = \frac{1}{2}$.
- Ⓒ $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $AB = \frac{5}{4}$.
- Câu 16.** Đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và đồ thị hàm số $y = 5 + \frac{3}{x}$ cắt nhau tại hai điểm A và B . Tính độ dài đoạn AB .
- Ⓐ $AB = 8\sqrt{5}$. Ⓑ $AB = 25$.
- Ⓒ $AB = 4\sqrt{2}$. Ⓓ $AB = 10\sqrt{2}$.
- Câu 17.** Biết đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại một điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0; y_0)$. Tìm y_0 .
- Ⓐ $y_0 = 4$. Ⓑ $y_0 = 0$.
- Ⓒ $y_0 = 2$. Ⓓ $y_0 = -1$.
- Câu 18.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 16x^2 + 13x + 2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?
- Ⓐ $(1; 0)$. Ⓑ $(-1; 0)$.
- Ⓒ $(0; 2)$. Ⓓ $(0; 0)$.
- Câu 19.** Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 2$ và đường thẳng $y = x + 2$.
- Ⓐ $(0; 3)$. Ⓑ $(0; -2)$.
- Ⓒ $(2; 0)$. Ⓓ $(0; 2)$.
- Câu 20.** Biết rằng đồ thị các hàm số $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2$ và $y = x^2 + x - 2$ tiếp xúc nhau tại điểm $M(x_0; y_0)$.
Tìm x_0 .
- Ⓐ $x_0 = \frac{3}{2}$. Ⓑ $x_0 = \frac{1}{2}$.
- Ⓒ $x_0 = -\frac{5}{2}$. Ⓓ $x_0 = \frac{3}{4}$.
- Câu 21.** Hỏi hai đồ thị $(C): y = x^3 - 2x + 2$ và $(C'): y = 3x^2 - x - 1$ có bao nhiêu giao điểm?
- Ⓐ 0. Ⓑ 1.
- Ⓒ 2. Ⓓ 3.
- Câu 22.** Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ với đường thẳng $y = 1 - 2x$.
- Ⓐ 3. Ⓑ 2.
- Ⓒ 1. Ⓓ 0.
- Câu 23.** Hỏi đồ thị của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x + 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 3$ có tất cả bao nhiêu điểm chung phân biệt?
- Ⓐ Có 2 điểm chung.
- Ⓑ Không có điểm chung.
- Ⓒ Có 3 điểm chung.
- Ⓓ Có 1 điểm chung.
- Câu 24.** Số điểm chung của hai đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 5x + 1$ và $y = x + 1$ là bao nhiêu?

- ☐ A 2 điểm chung. ☒ B 3 điểm chung.
☐ C 1 điểm chung. ☐ D 4 điểm chung.

Câu 25. Biết đường thẳng $y = 2x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 4$ tại điểm duy nhất $(x_0; y_0)$. Tìm $x_0 + y_0$.

- ☐ A $x_0 + y_0 = 6$. ☐ B $x_0 + y_0 = 2$.
☒ C $x_0 + y_0 = 10$. ☐ D $x_0 + y_0 = 8$.

Câu 26. Parabol $y = x^2 + 2x$ cắt đường cong $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ tại bao nhiêu điểm ?

- ☐ A 1. ☐ B 2.
☒ C 3. ☐ D 0.

Câu 27. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ với đường thẳng $y = 1 - x$.

- ☒ A 1. ☐ B 0.
☐ C 2. ☐ D 3.

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + x$ có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

- ☐ A 0. ☐ B 1.
☒ C 2. ☐ D 3.

Câu 29. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ và đồ thị hàm số $y = x - 1$ là bao nhiêu ?

- ☐ A 0. ☐ B 2.
☐ C 1. ☒ D 3.

Câu 30. Hỏi hai đồ thị $(C): y = x^3 - 2x + 2$ và $(C'): y = 3x^2 - x - 1$ có bao nhiêu giao điểm ?

- ☐ A 0. ☐ B 1.
☐ C 2. ☒ D 3.

Câu 31. Tìm tập hợp các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x - 2$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 6x - 2$.

- ☐ A $\{1; 3; 5\}$. ☒ B $\{0; 1; 5\}$.
☐ C $\{0; 3; 5\}$. ☐ D $\{1; 2; 5\}$.

Câu 32. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và trục hoành là bao nhiêu ?

- ☐ A 3 điểm. ☒ B 2 điểm.
☐ C 1 điểm. ☐ D 0 điểm.

Câu 33. Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ và đường cong $y = x^3 + 2$ là bao nhiêu ?

- ☐ A 0. ☐ B 1.
☐ C 2. ☒ D 3.

Câu 34. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và đồ thị của hàm số $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

- ☐ A 1. ☒ B 3.
☐ C 2. ☐ D 0.

Câu 35. Tìm hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 6$ và $y = -4x + 9$ là bao nhiêu ?

- ☒ A $x = 3$. ☐ B $y = 3$.
☐ C $x = -8$. ☐ D $x = 1$.

Câu 36. Tung độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -3x + 4$ và $y = x^3 + 2x + 4$ là bao nhiêu ?

- ☐ A 3.

- Ⓐ 4.
Ⓑ 0.
Ⓒ Không có giao điểm.

Câu 37. Đường thẳng $y = -3x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 1$ tại điểm có tọa độ $(x_0; y_0)$. Tìm y_0 .

- Ⓐ $y_0 = 1$. Ⓑ $y_0 = 2$.
Ⓒ $y_0 = -2$. Ⓓ $y_0 = -1$.

Câu 38. Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm chung của hai đồ thị hàm số $y = -x^2 - x + 5$ và $y = x^3 + x^2 - x + 2$. Tìm y_0 .

- Ⓐ $y_0 = 4$. Ⓑ $y_0 = -1$.
Ⓒ $y_0 = 3$. Ⓓ $y_0 = 0$.

Câu 39. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ và đường thẳng $y = 9$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2$.

- Ⓐ $x_1 + x_2 = 3$. Ⓑ $x_1 + x_2 = 0$.
Ⓒ $x_1 + x_2 = 18$. Ⓓ $x_1 + x_2 = 5$.

Câu 40. Hỏi đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 - 1$ có bao nhiêu điểm chung?

- Ⓐ 0. Ⓑ 1.
Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 41. Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 7x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

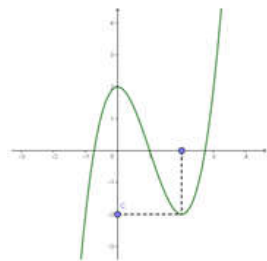
- Ⓐ 2. Ⓑ 3.
Ⓒ 4. Ⓓ 1.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2018$ tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		-1		3		$-\infty$

- Ⓐ 0. Ⓑ 1.
Ⓒ 4. Ⓓ 2.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là:

- Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y		1		3	

Đồ thị của hàm số có các điểm cực trị tại $(-1, 1)$ và $(1, 3)$. Đồ thị đi qua $(0, -2)$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

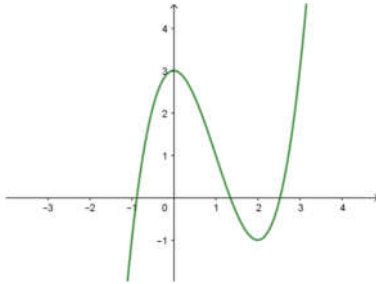
- (A) 3. (B) 0. (C) 4. (D) 2.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

- (A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 46. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = m$ có hai nghiệm thực?



- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 5.

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ tại 4 điểm phân biệt.

- (A) $-1 < m < 1$ (B) $m < -4$
(C) $-4 < m < -3$ (D) $m > -1$

Câu 48. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt thì tất cả các giá trị tham số m thỏa mãn là

- (A) $m > 1$. (B) $-3 \leq m \leq 1$.
(C) $-3 < m < 1$. (D) $m < -3$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y		2		-4	

- (A) $(-4; 2)$. (B) $[-4; 2)$.
(C) $(-4; 2]$. (D) $(-\infty; 2]$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau. Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
y'		+	0	+	
y	$-\infty$		$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

- ☐ A $m < 0$. ☐ B $m > 0$.
☐ C $0 < m < \frac{27}{4}$. ☒ D $m > \frac{27}{4}$.

Câu 51. Giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x = 2m + 1$ có ba nghiệm phân biệt là:

- ☒ A $-\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$. ☐ B $-2 < m < 2$.
☐ C $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$. ☐ D $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 52. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ với đường thẳng $y = 3x - 6$ là bao nhiêu ?

- ☐ A 3. ☐ B 0.
☐ C 1. ☒ D 2.

Câu 53. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ và đường thẳng $y = 9$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2$.

- ☐ A $x_1 + x_2 = 3$. ☒ B $x_1 + x_2 = 0$.
☐ C $x_1 + x_2 = 18$. ☐ D $x_1 + x_2 = 5$.

Câu 54. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung ?

- ☐ A 0. ☐ B 4.
☐ C 1. ☒ D 2.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại bốn điểm phân biệt ?

- ☐ A $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$. ☒ B $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.
☐ C $m \leq \frac{3}{4}$. ☐ D $m \geq -\frac{13}{4}$.

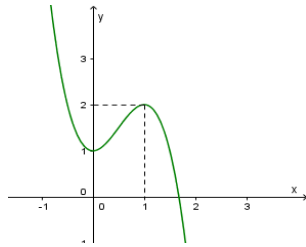
Câu 56. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - m^2 - 1$ với trục hoành (với m là tham số thực).

- ☐ A 1. ☒ B 2.
☐ C 3. ☐ D 4.

Câu 57. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 6x^2 + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

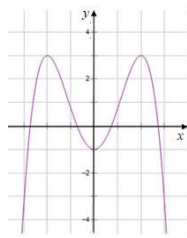
- ☐ A 31.
☐ B 32.
☐ C 21.
☒ D 34.

Câu 58. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 59. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau: Số nghiệm của phương trình $\frac{1-f(x)}{1+f(x)} = 2$ là:



- (A) 3. (B) 1.
(C) 2. (D) 4.

Câu 60. Đường thẳng $y = 3x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có tung độ là y_1 và y_2 . Tính $y_1 + y_2$.

- (A) $y_1 + y_2 = 10$. (B) $y_1 + y_2 = 11$.
(C) $y_1 + y_2 = 9$. (D) $y_1 + y_2 = 1$.

MỨC ĐỘ 3: VẬN DỤNG

Câu 61. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$ cắt đường thẳng $y = 1 - x$ tại hai điểm phân biệt?

- (A) $(-\infty; 2]$. (B) $(-\infty; 2)$. (C) $(-\infty; -2)$. (D) $(2; +\infty)$.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt.

- (A) $1 < m < 4$. (B) $m < 0$ hoặc $m > 2$.
(C) $m < 0$ hoặc $m > 4$. (D) $m < 1$ hoặc $m > 4$.

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

- (A) $m < 0$ hoặc $m > 4$. (B) $m \in \mathbb{R}$.
(C) $0 < m < 4$. (D) $-4 < m < 0$.

- Câu 64.** Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt?
- (A) $m > 2$. (B) $m < 6$.
(C) $m = 2$. (D) $m < 2$ hoặc $m > 6$.
- Câu 65.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = -3x + m$ tại hai điểm phân biệt.
- (A) $0 < m < 10$. (B) $m < 0$. (C) $m > 10$. (D) $m < -1$.
- Câu 66.** Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y = 4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt?
- (A) $-5 < m < -1$. (B) $m < -5$ hoặc $m > -1$.
(C) $m > -1$. (D) $m < -5$.
- Câu 67.** Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(2;1)$ và có hệ số góc k . Tìm tất cả các giá trị của k để d cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-8}{x-4}$ tại hai điểm phân biệt?
- (A) $k > 0$. (B) $k < 1$ hoặc $k > 3$.
(C) $-1 < k < 1$. (D) $k < 0$ hoặc $k > 4$.
- Câu 68.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = 2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$.
- (A) $m = 2\sqrt{8}$. (B) $m \neq 1$. (C) $m \in \mathbb{R}$. (D) $m = \pm 2\sqrt{2}$.
- Câu 69.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = 2x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$.
- (A) $-\frac{3}{2} < m \neq -1$. (B) $m \geq -\frac{3}{2}$. (C) $-\frac{3}{2} \leq m \neq -1$. (D) $m > -\frac{3}{2}$.
- Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $x - 2y + m = 0$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.
- (A) $\frac{3-4\sqrt{2}}{2} < m < \frac{3+4\sqrt{2}}{2}$. (B) $3-4\sqrt{2} < m < 3+4\sqrt{2}$.
(C) $m < \frac{3-4\sqrt{2}}{2}$ hoặc $m > \frac{3+4\sqrt{2}}{2}$. (D) $m < 3-4\sqrt{2}$ hoặc $m > 3+4\sqrt{2}$.
- Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+mx) + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.
- (A) $m > \frac{1}{2}$. (B) $m > -\frac{1}{2}; m \neq 4$.
(C) $m \geq -\frac{1}{2}$. (D) $m \leq \frac{1}{2}$.
- Câu 72.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại ba điểm phân biệt.
- (A) $m > -3$. (B) $m > 3$. (C) $m < -3$. (D) $m < 3$.

Câu 73. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = (x - m)(2x^2 + x - 3m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.
 (B) $\left(-\infty; \frac{1}{24}\right) \setminus \{0; 1\}$.
 (C) $\left(-\frac{1}{24}; +\infty\right) \setminus \{0; 1\}$.
 (D) $\left(-\frac{1}{24}; +\infty\right)$.

Câu 74. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (x + 1)(2x^2 - mx + 1)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- (A) $m \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$.
 (B) $m \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty) \setminus \{-3\}$.
 (C) $m \in (-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$.
 (D) $m \in (-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty) \setminus \{-3\}$.

Câu 75. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 - 2x^2 - mx + 2$ và $y = x^2 - m$ cắt nhau tại một điểm duy nhất.

- (A) $m = -3$.
 (B) $m < -3$.
 (C) $m \leq 3$.
 (D) $m \leq -3$.

Câu 76. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

- (A) $m = 2$.
 (B) $m < 3$.
 (C) $m = 3$.
 (D) $m > 3$.

Câu 77. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3; 20)$ và có hệ số góc m . Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

- (A) $\left[\frac{15}{4}; +\infty\right)$.
 (B) $\left(\frac{15}{4}; +\infty\right) \setminus \{24\}$.
 (C) $\left[\frac{15}{4}; +\infty\right) \setminus \{24\}$.
 (D) $\left[\frac{15}{4}; +\infty\right)$.

Câu 78. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2m^2 + 2m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- (A) $(-2; -2) \cup (-1; 1)$.
 (B) $(1; +\infty)$.
 (C) $(-2; 0)$.
 (D) $(-1; 0) \cup (1; 2)$.

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = 2m - 3$ tại ba điểm phân biệt?

- (A) $0 < m < 4$.
 (B) $0 < m \leq 2$.
 (C) $-3 < m < 1$.
 (D) $0 < m < 2$.

Câu 80. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt đường thẳng $y = m - 1$ tại ba điểm phân biệt.

- (A) $1 \leq m < 5$.
 (B) $1 < m < 5$.
 (C) $1 < m \leq 5$.
 (D) $0 < m < 4$.

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2m + 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- (A) $-\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$.
 (B) $-\frac{5}{2} < m < -\frac{1}{2}$.
 (C) $0 < m < 4$.
 (D) $-4 < m < 0$.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = 3x + 1$ và đồ thị $y = x^3 - 3mx + 3$ có duy nhất một điểm chung.

- (A) $m \in \mathbb{R}$.
 (B) $m \leq 0$.
 (C) $m < 0$.
 (D) $m \leq 3$.

Câu 83. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + m + 1$ tiếp xúc với trục hoành.

- (A) $m = -1$.
 (B) $m = 1$.
 (C) $m \neq 1$.
 (D) $m = \pm 1$.

- Câu 84.** Đường thẳng $y = ax - b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ tại điểm $M(1; 0)$. Tính tích số ab .
- (A) $ab = -36$. (B) $ab = -6$. (C) $ab = 36$. (D) $ab = -5$.
- Câu 85.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = (x-1)[x^2 - (2m+1)x + m]$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.
- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) $-\frac{1}{2} \neq m < 0$. (C) $0 \leq m \leq 2$. (D) $m \neq 0$.
- Câu 86.** Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 + (m-1)x + 5$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2 ?
- (A) $m = \frac{1}{2}$. (B) $m = -\frac{1}{2}$. (C) $m = \frac{15}{2}$. (D) $m = -\frac{15}{2}$.
- Câu 87.** Với giá trị nào của tham số thực m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ tiếp xúc với parabol $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4 - m^2$.
- (A) $m = 1$. (B) $m = 0$. (C) $m = -1$. (D) $m = 2$.
- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m$ cắt đường thẳng $y = 2x - 2$ có ba điểm chung phân biệt ?
- (A) $m < 2$. (B) $m > 2$. (C) $m < 3$. (D) $m > 3$.
- Câu 89.** Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Đồ thị hàm số tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x + m$ khi và chỉ khi giá trị m bằng bao nhiêu ?
- (A) $m = \sqrt{8}$. (B) $m = \pm 2\sqrt{2}$. (C) $m = -\sqrt{8}$. (D) $m \neq 1$.
- Câu 90.** Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 1$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = mx + m$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt ?
- (A) $\begin{cases} m < -\frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m < \frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} m > \frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} m > -\frac{5}{4} \\ m \neq -1 \end{cases}$.
- Câu 91.** Đồ thị của hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tiếp xúc với trục hoành tại gốc tọa độ và cắt đường thẳng $x = 1$ tại điểm có tung độ bằng 3. Tính $S = a + b + c$.
- (A) $S = 4$. (B) $S = 5$. (C) $S = 3$. (D) $S = 2$.
- Câu 92.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + (m+2)x$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
- (A) $\begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$. (B) $-1 < m < 2$. (C) $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases}$.
- Câu 93.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 6x^2 + 9x - 6$ cắt đường thẳng $d: y = mx - 2m - 4$ tại ba điểm phân biệt ?
- (A) $m > -3$. (B) $m < 1$. (C) $m < -3$. (D) $m > 1$.
- Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C): y = x^4 - m^2x^2 - m - 1$ tiếp xúc với đường thẳng $d: y = 2x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.
- (A) $m = -1$ hoặc $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = 0$. (D) $m = -1$ hoặc $m = 0$.

Câu 95. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 2$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt.

- Ⓐ $m \in (2; +\infty)$. Ⓑ $m \in (-\infty; 1)$.
Ⓒ $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. Ⓓ $m \in (0; +\infty)$.

Câu 96. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m$ tại bốn điểm phân biệt.

- Ⓐ $\begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}$. Ⓑ $-1 \leq m \leq 0$. Ⓒ $\begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m < 0 \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}$.

MỨC ĐỘ 4: VẬN DỤNG CAO

Câu 97. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x + m}{x - 1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

- Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(-\infty; 1)$. Ⓒ $(-2; -1)$. Ⓓ $(-2; 1)$.

Câu 98. Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d_m: y = x + m$. Tìm giá trị của tham số thực m để (C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $\triangle OAB$ vuông tại O .

- Ⓐ $m = \frac{1}{3}$. Ⓑ $m = \frac{4}{3}$. Ⓒ $m = \frac{2}{3}$. Ⓓ $m = -\frac{1}{3}$.

Câu 99. Cho hàm số $y = \frac{x}{x - 1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$. Hỏi giá trị thực của tham số m thuộc tập nào sau đây để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $2\sqrt{2}$, với O là gốc tọa độ.

- Ⓐ $(-\infty; -2)$. Ⓑ $(-2; 0)$. Ⓒ $(0; 3)$. Ⓓ $(3; +\infty)$.

Câu 100. Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m - 1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- Ⓐ $m = 4 \pm \sqrt{3}$. Ⓑ $m = 4 \pm \sqrt{10}$. Ⓒ $m = 2 \pm \sqrt{3}$. Ⓓ $m = 2 \pm \sqrt{10}$.

Câu 101. Với giá trị nào của tham số thực m thì đường thẳng $y = 2x - 1$ cắt đồ thị $y = \frac{mx - 1}{x + 2}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{10}$.

- Ⓐ $m = -\frac{1}{2}$. Ⓑ $m \neq -\frac{1}{2}$. Ⓒ $m = 3$. Ⓓ $m \neq 3$.

Câu 102. Cho hàm số $y = \frac{x - 2}{x + 1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d_m: y = -2x + m$. Tìm tham số m để (C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{30}$.

- Ⓐ $m = 2$. Ⓑ $m = -1$. Ⓒ $m = 0$. Ⓓ $m = 1$.

Câu 103. Cho hàm số $y = \frac{x + 2}{2x + 1}$. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx + m - 1$ luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt thuộc cùng một nhánh của đồ thị.

- Ⓐ $(-\infty; 0) \setminus \{-3\}$. Ⓑ $\{0\}$. Ⓒ $(0; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 1) \setminus \{-3\}$.

- Câu 104.** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y = -2x + m$. Hỏi giá trị của tham số m thuộc tập nào sau đây thì đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại hai điểm A và B phân biệt, đồng thời điểm trung điểm của đoạn thẳng AB có hoành độ bằng $\frac{5}{2}$.
- Ⓐ $(-2; 3)$. Ⓑ $(-\infty; -3)$. Ⓒ $(7; +\infty)$. Ⓓ $(3; 7)$.
- Câu 105.** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -3x + m$. Biết rằng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đồ thị (C) , với O là gốc tọa độ. Hỏi giá trị của tham số m thuộc tập hợp nào sau đây?
- Ⓐ $(-\infty; -3]$. Ⓑ $(3; +\infty)$. Ⓒ $(-1; 3]$. Ⓓ $(-5; -2]$.
- Câu 106.** Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + mx - m + 3$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt A, B, C với $x_A < x_B < x_C$ thỏa mãn $AC = 5$.
- Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m = -2$. Ⓓ $m = -1$.
- Câu 107.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx - m - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.
- Ⓐ $(4 - \sqrt{2}; +\infty)$. Ⓑ $(1 + \sqrt{2}; +\infty)$.
Ⓒ $(-1; 0) \cup (1 + \sqrt{2}; +\infty)$. Ⓓ $(4 - \sqrt{3}; +\infty)$.
- Câu 108.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^2 + 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương?
- Ⓐ $|m| > 1$. Ⓑ $\sqrt{3} < m < 1 + \sqrt{2}$.
Ⓒ $-1 < m < 1$. Ⓓ $-\sqrt{3} < m < -1$.
- Câu 109.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + 4$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2 < x_3$.
- Ⓐ $m > 5$. Ⓑ $3 < m < 5$. Ⓒ $m < 3$. Ⓓ $m = 3$.
- Câu 110.** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ có đồ thị (C) . Gọi A, B là giao điểm của (C) và trục hoành. Số điểm $M \in (C)$ sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ là bao nhiêu?
- Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 3.
- Câu 111.** Tìm các giá trị của tham số thực m để đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị $(C): y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 4), B$ và C sao cho diện tích $\triangle MBC$ bằng 4, với $M(1; 3)$.
- Ⓐ $m = 2$ hoặc $m = 3$. Ⓑ $m = -2$ hoặc $m = 3$.
Ⓒ $m = 3$. Ⓓ $m = -2$ hoặc $m = -3$.
- Câu 112.** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m$, (m là tham số thực) có đồ thị (C) . Giả sử (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 , ($x_1 < x_2 < x_3$). Hỏi khẳng định nào sau đây đúng?
- Ⓐ $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$. Ⓑ $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.
Ⓒ $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$. Ⓓ $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.
- Câu 113.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 4m^2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 6$.

- ☒ A $m = \frac{1}{4}$. ☐ B $m > -\frac{1}{2}$. ☐ C $m > -\frac{1}{4}$. ☐ D $m \geq -\frac{1}{4}$.

Câu 114. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Hỏi đồ thị hàm số

$y = x^3 + ax^2 + bx + c$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- ☐ A 0. ☐ B 1. ☐ C 2. ☒ D 3.

Câu 115. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + m(\sqrt{4 - x^2} + 1) - 7$ có điểm chung với trục hoành.

- ☐ A $-1 \leq m \leq \frac{7}{3}$. ☐ B $0 \leq m \leq 3$. ☐ C $2 \leq m \leq \frac{7}{3}$. ☐ D $2 \leq m \leq 3$.

CD7.4: CÁC BÀI TOÁN TÌM THAM SỐ VÀ HÀM ẨN

Dạng toán 1.1. Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên miền xác định của nó



① Tìm tham số m để hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên tập xác định

Phương pháp:

— **Bước 1.** Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

— **Bước 2.** Ghi điều kiện để hàm đơn điệu, chẳng hạn:

$$\text{Để } f(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m ?$$

$$\text{Để } f(x) \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} \Rightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m ?$$

✎ **Lưu ý:** Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

$$\bullet \quad f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \quad \bullet \quad f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}.$$

② Tìm tham số m để hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên tập xác định của nó.

Phương pháp:

— **Bước 1.** Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$. Tính đạo hàm $y' = \frac{a.d - b.c}{(cx + d)^2}$.

— **Bước 2.** Ghi điều kiện để hàm đơn điệu. Chẳng hạn:

$$\text{Để } f(x) \text{ đồng biến trên } \mathcal{D} \Rightarrow y' > 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow a.d - b.c > 0 \Rightarrow m ?$$

$$\text{Để } f(x) \text{ nghịch biến trên } \mathcal{D} \Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow a.d - b.c < 0 \Rightarrow m ?$$

✎ **Lưu ý:** Nếu hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có a chứa tham số hoặc hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có a hay c chứa tham số thì khi giải toán, cần chia ra hai trường hợp. Đó là trường hợp $a = 0$ để xét tính đúng sai (nhận loại m) và trường hợp $a \neq 0$.

Ví dụ 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- Ⓐ 7.
Ⓑ 4.
Ⓒ 6.
Ⓓ 5.

Ví dụ 2. Tập hợp các tham số m để hàm số $y = x^3 - (m + 1)x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ là

một đoạn có dạng $[a; b]$, với a, b là các số nguyên. Tính tổng $a + b$.

- Ⓐ $a + b = 6$.
 Ⓑ $a + b = -2$.
 Ⓒ $a + b = 7$.
 Ⓓ $a + b = -6$.

Ví dụ 3. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- Ⓐ 2.
 Ⓑ 1.
 Ⓒ 0.
 Ⓓ 3.

Ví dụ 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x + m^2}{x + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- Ⓐ $m \geq 1$.
 Ⓑ $-1 < m < 1$.
 Ⓒ $-3 < m < 3$.
 Ⓓ $-1 \leq m \leq 1$.

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- Ⓐ 5.
 Ⓑ 4.
 Ⓒ Vô số.
 Ⓓ 3.

Ví dụ 6. Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- Ⓐ 5.
 Ⓑ 4.
 Ⓒ Vô số.

Ⓓ 3.

Ví dụ 7. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = m \sin x + 7x - 5m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ⓐ $[-7; 7]$.

Ⓑ $(-\infty; -1]$.

Ⓒ $(-\infty; -7]$.

Ⓓ $[7; +\infty)$.

Dạng toán 1.2. Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên miền cho trước

① Tìm tham số m để hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến trên $(\alpha; \beta)$.

Phương pháp:

— **Bước 1.** Tìm tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$ và tính $y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$.

— **Bước 2.** Hàm số tăng trên $(\alpha; \beta) \Rightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ x \neq -\frac{d}{c} \\ x \in (\alpha; \beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad - cb > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (\alpha; \beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad - cb > 0 \\ -\frac{d}{c} \leq \alpha \\ -\frac{d}{c} \geq \beta \end{cases} \Rightarrow m.$

✎ **Lưu ý:** Lý luận tương tự cho trường hợp nghịch biến hoặc trên $(-\infty; \alpha)$, $[\alpha; +\infty)$, ...

② Tìm tham số m để hàm số bậc ba, bậc bốn đơn điệu trên miền $\mathcal{D}$ cho trước

Phương pháp 1. Dùng phương pháp xét dấu của y' và biện luận để suy ra các giá trị m .

Phương pháp 2. Dùng phương pháp miền giá trị (sau khi học bài 3: GTLN, GTNN)

— **Bước 1.** Ghi điều kiện để $y = f(x; m)$ đơn điệu trên $\mathcal{D}$. Chẳng hạn:

Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ đồng biến trên $\mathcal{D} \Rightarrow y' = f'(x; m) \geq 0$.

Đề yêu cầu $y = f(x; m)$ nghịch biến trên $\mathcal{D} \Rightarrow y' = f'(x; m) \leq 0$.

— **Bước 2.** Độc lập m ra khỏi biến số và đặt vế còn lại là $g(x)$ được: $\begin{cases} m \geq g(x) \\ m \leq g(x) \end{cases}$.

— **Bước 3.** Khảo sát tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên $\mathcal{D}$.

— **Bước 4.** Dựa vào bảng biến thiên kết luận: $\begin{cases} \text{Khi } m \geq g(x) \Rightarrow m \geq \max_{\mathcal{D}} g(x) \\ \text{Khi } m \leq g(x) \Rightarrow m \leq \min_{\mathcal{D}} g(x) \end{cases}$.

Hai bài toán thường gặp khi tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất:

Bài toán 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

— **Bước 1.** Tính $f'(x)$ và cho $f'(x) = 0$ tìm nghiệm x_i , ($i = \overline{1, n}$) trên đoạn $[a; b]$.

— **Bước 2.** Tính $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$ và kết luận:

$$\max_{[a; b]} f(x) = \max\{f(a); f(b); f(x_i)\} \text{ và } \min_{[a; b]} f(x) = \min\{f(a); f(b); f(x_i)\}.$$

Bài toán 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$.

— **Bước 1.** Tính $f'(x)$. Cho $f'(x) = 0$ tìm nghiệm.

— **Bước 2.** Xét dấu biểu thức $y' = f'(x)$ và lập bảng biến thiên, rồi kết luận.

Lưu ý. Hàm số chỉ tồn tại giá trị lớn nhất và nhỏ nhất khi chúng liên tục trên K .

• Nếu $y = f(x)$ đồng biến trên $[a; b]$ thì $\min_{[a; b]} f(x) = f(a)$ và $\max_{[a; b]} f(x) = f(b)$.

• Nếu $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$ thì $\min_{[a; b]} f(x) = f(b)$ và $\max_{[a; b]} f(x) = f(a)$.

Ví dụ 1. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{x+m}$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Ⓐ $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ Ⓑ $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$

Ⓒ $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ Ⓓ $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

Ví dụ 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ nghịch biến trên $[1; +\infty)$.

Ⓐ $0 < m < 1$.

Ⓑ $0 < m \leq 1$.

Ⓒ $0 \leq m < 1$.

Ⓓ $m > 1$.

Ví dụ 3. Tìm tập hợp S các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên nửa khoảng $(-\infty; -3)$.

Ⓐ $S = (-\infty, -2) \cup (2; 3]$.

Ⓑ $S = (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$.

Ⓒ $S = (-\infty, -2] \cup (2, 3]$.

Ⓓ $S = (-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$.

Ví dụ 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Ⓐ $-3 < m \leq 2$.

Ⓑ $-3 < m < 2$.

Ⓒ $m \leq 2$.

Ⓓ $2 \leq m < 3$.

Ví dụ 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

Ⓐ $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$.

Ⓑ $m \leq 0$.

Ⓒ $-1 \leq x < 2.$

Ⓓ $m \geq 2.$

Ví dụ 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right).$

Ⓐ $m \in (-\infty; 0] \cup (1; +\infty).$

Ⓑ $m \in (-\infty; 0].$

Ⓒ $m \in (1; +\infty).$

Ⓓ $m \in (-\infty; 1) \setminus \{0\}.$

Ví dụ 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi).$

Ⓐ $m \leq -1.$

Ⓑ $m \geq -\frac{1}{2}.$

Ⓒ $m \geq 1.$

Ⓓ $m > -\frac{1}{2}.$

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = \frac{(m-1)\sin x - 2}{\sin x - m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$

Ⓐ $-1 < m < 2$

Ⓑ $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}.$

Ⓒ $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}.$

Ⓓ $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}.$

Ví dụ 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\sqrt{1-4x} - 2}{\sqrt{1-4x} - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{4}\right).$

Ⓐ $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$.

Ⓑ $m \leq 0$.

Ⓒ $1 \leq m < 2$.

Ⓓ $m \geq 2$.

Ví dụ 10. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Ⓐ $m \geq \frac{1}{2}$.

Ⓑ $m < \frac{1}{2}$.

Ⓒ $m \leq 0$.

Ⓓ $m \geq 0$.

Ví dụ 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-3)x - \frac{2}{3}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Ⓐ $m > 2$.

Ⓑ $m \leq 2$.

Ⓒ $m < 1$.

Ⓓ $m \geq 1$.

Ví dụ 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 + 2x - 3$ đồng biến trên đoạn $[0;2]$?

Ⓐ $m < \frac{3}{2}$.

Ⓑ $m > \frac{3}{2}$.

Ⓒ $m \geq \frac{3}{2}$.

Ⓓ $m \leq \frac{3}{2}$.

Ví dụ 13. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$?

Ⓐ 2.

Ⓑ 4.

Ⓒ 7.

Ⓓ Vô số.

Ví dụ 14. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m^2 + 3m + 3)x^2 + 3(m^2 + 1)^2x + m + 2$ đồng biến trên $[1; +\infty)$. Hỏi S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây ?

- Ⓐ $(-\infty; 0)$.
 Ⓑ $(-\infty; -2)$.
 Ⓒ $(-1; +\infty)$.
 Ⓓ $(-3; 2)$.

Ví dụ 15. Cho hàm số $y = -x^4 + (2m - 3)x^2 + m$. Nếu hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ thì sẽ tồn tại các giá trị của tham số $m \in \left[-\infty; \frac{p}{q}\right]$; trong đó phân số $\frac{p}{q}$ tối giản và $q > 0$. Hỏi tổng $p + q$ bằng bao nhiêu ?

- Ⓐ $p + q = 3$.
 Ⓑ $p + q = 5$.
 Ⓒ $p + q = 7$.
 Ⓓ $p + q = 9$.

Ví dụ 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

- Ⓐ $m = -1$ hoặc $m > \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
 Ⓑ $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
 Ⓒ $m \leq -1$ hoặc $m > 1$.
 Ⓓ $m \leq -1$.

Ví dụ 17. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- Ⓐ $(-\infty; -1]$.
 Ⓑ $(-\infty; 1)$.
 Ⓒ $[-1; 1]$.
 Ⓓ $[1; +\infty)$.

Ví dụ 18. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m - 1)x^2 + (m + 3)x - 4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

Ⓐ $m \geq \frac{12}{7}$.

Ⓑ $m \leq \frac{12}{7}$.

Ⓒ $m \geq 1$.

Ⓓ $1 \leq m \leq \frac{12}{7}$.

Dạng toán 1.3. Tìm tham số m để hàm số bậc 3 đơn điệu khoảng có độ dài l

☆☆☆

Tìm m để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên khoảng có độ dài đúng bằng l

Phương pháp:

— **Bước 1.** Tính $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

— **Bước 2.** Hàm số đơn điệu trên $(x_1; x_2) \Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \quad (i)$

— **Bước 3.** Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |x_1 - x_2| = l \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = l^2 \quad (ii)$

— **Bước 4.** Giải (ii) và giao với (i) để suy ra giá trị m cần tìm.

Ví dụ 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (m+1)x - m + 3$ đồng biến trên đoạn có độ dài đúng bằng 2.

Ⓐ $m = -1$ hoặc $m = 2$.

Ⓑ $m = -1$.

Ⓒ Không tồn tại m .

Ⓓ $m = 2$.

Ví dụ 2. Tìm các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 4x + 7$ có độ dài khoảng nghịch biến đúng bằng $2\sqrt{5}$.

Ⓐ $m = -2$ hoặc $m = 4$.

Ⓑ $m = 1$ hoặc $m = 3$.

Ⓒ $m = 0$ hoặc $m = -1$.

Ⓓ $m = 2$ hoặc $m = -4$.

Ví dụ 3. Tìm tất cả các giá trị thực m để hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (m-1)x + 2m - 3$ đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1.

Ⓐ $m \geq 0$.

Ⓑ $m \leq 0$.

Ⓒ $-\frac{5}{4} < m < 0$.

Ⓓ $m > -\frac{5}{4}$.

Ví dụ 4. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + 3(m+1)x$ nghịch biến trên đoạn có độ dài lớn hơn 4.

Ⓐ 3.

Ⓑ 5.

Ⓒ 9.

Ⓓ Vô số.

Dạng toán 1.4: Những vấn đề liên quan đến sử dụng tính đơn điệu để giải toán hàm ẩn.



a) Cho đồ thị $f'(x)$. Hỏi khoảng đơn điệu của hàm số $f[u(x)]$.

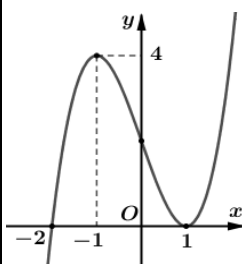
Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?

Ⓐ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-2; 1)$.

Ⓑ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Ⓒ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 2.

Ⓓ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.



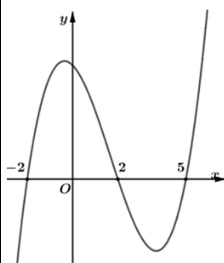
Ví dụ 2. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $(0; 2)$.

Ⓑ $(1; 3)$.

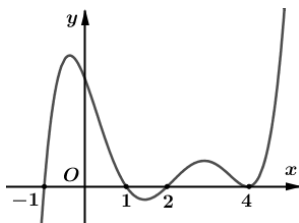
Ⓒ $(-\infty; -1)$.

Ⓓ $(-1; +\infty)$.



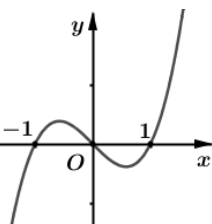
Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Hàm số $g(x) = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ $(-1; 0)$.
Ⓑ $(-\infty; 0)$.
Ⓒ $(0; 1)$.
Ⓓ $(1; +\infty)$.



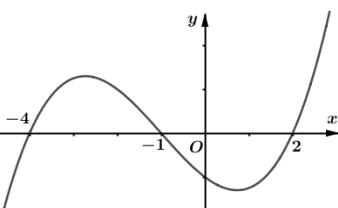
Ví dụ 4. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ $(-\infty; -1)$.
Ⓑ $(-1; +\infty)$.
Ⓒ $(-1; 0)$.
Ⓓ $(0; 1)$.



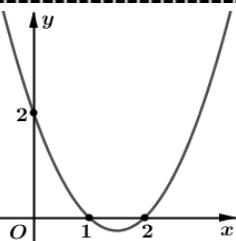
Ví dụ 5. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 5)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến?

- Ⓐ 2.
Ⓑ 3.
Ⓒ 4.
Ⓓ 5.



Ví dụ 6. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(1 - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ $(1; 2)$.
Ⓑ $(0; +\infty)$.
Ⓒ $(-2; -1)$.
Ⓓ $(-1; 1)$.

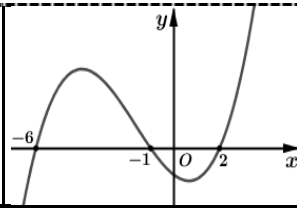


Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ $(2; 3)$.
Ⓑ $(-2; -1)$.

Ⓒ $(0;1)$.

Ⓓ $(-1;0)$.



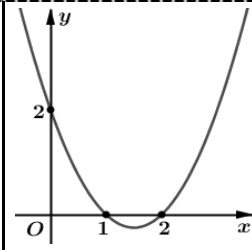
Ví dụ 8. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $(1;2)$.

Ⓑ $(-\infty;0)$.

Ⓒ $(-\infty;2)$.

Ⓓ $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.



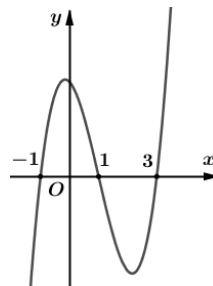
Ví dụ 9. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Hàm số $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $(-\infty; -1 - 2\sqrt{2})$.

Ⓑ $(-\infty;1)$.

Ⓒ $(1; 2\sqrt{2} - 1)$.

Ⓓ $(2\sqrt{2} - 1; +\infty)$.



b) Cho đồ thị $f'(x)$. Hỏi khoảng đơn điệu của hàm số $f[u(x)] + g(x)$.

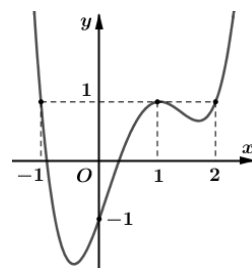
Ví dụ 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Đặt $g(x) = f(x) - x$, khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $g(2) < g(-1) < g(1)$.

Ⓑ $g(-1) < g(1) < g(2)$.

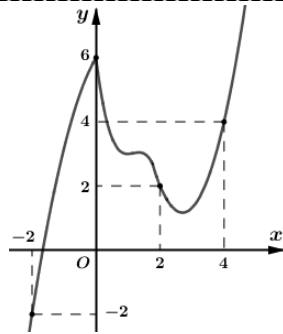
Ⓒ $g(-1) > g(1) > g(2)$.

Ⓓ $g(1) < g(-1) < g(2)$.



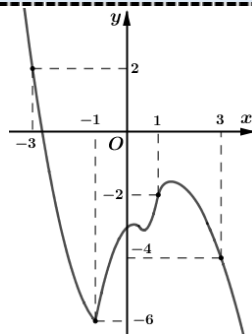
Ví dụ 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới. Hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- Ⓐ $(-\infty; -2)$.
Ⓑ $(-2; 2)$.
Ⓒ $(2; 4)$.
Ⓓ $(2; +\infty)$.



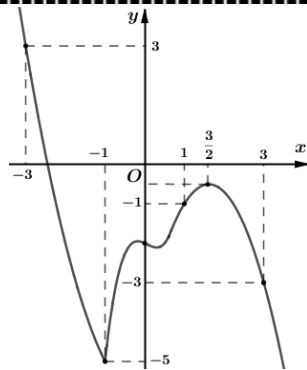
Ví dụ 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.
Hỏi hàm số $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ $(-3; 1)$.
Ⓑ $(1; 3)$.
Ⓒ $(-\infty; 3)$.
Ⓓ $(3; +\infty)$.



Ví dụ 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.
Hỏi hàm số $g(x) = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- Ⓐ $(-3; 1)$.
Ⓑ $(-2; 0)$.
Ⓒ $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.
Ⓓ $(1; 3)$.



e) Cho bảng biến thiên. Hỏi khoảng đơn điệu của hàm số $f[u(x)]$.

Ví dụ 14. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(4; +\infty)$.
Ⓑ $(-2; 1)$.
Ⓒ $(2; 4)$.

Ⓓ (1;2).

Ví dụ 15. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty; -3)$.

Ⓑ $(4; 5)$.

Ⓒ $(3; 4)$.

Ⓓ $(1; 3)$.

Ví dụ 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f\left(2x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

Ⓑ $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Ⓒ $\left(1; \frac{5}{4}\right)$.

Ⓓ $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Ví dụ 17. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

Ⓐ $(-4; -2)$.

Ⓑ $(-2; 0)$.

Ⓒ $(0; 2)$.

Ⓓ $(2; 4)$.

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	3	1	-1	2	4

Dạng toán 2.1. Tìm tham số m để hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ cho trước

★ **Bài toán.** Tìm tham số để hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x = x_0$?

🔗 **Phương pháp:**

- **Bước 1.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$. Tính đạo hàm y' và y'' .
- **Bước 3.** Dựa vào nội dung định lý 3:

Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$.

Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

Nếu $y'(x_0) = 0$, $y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

- **Bước 4.** Với m vừa tìm, thế vào hàm số và thử lại.

📖 **Lưu ý.** Nếu đề bài yêu cầu tìm giá trị cực trị tương ứng, ta sẽ thế $x = x_0$, $m = ?$ vào $y = f(x)$.

Còn nếu đề bài yêu cầu xác định tại đó là điểm cực đại hay cực tiểu, ta thế $x = x_0$, $m = ?$ vào y'' , nếu giá trị $y''(x_0) > 0 \Rightarrow x = x_0$ là điểm cực tiểu và nếu $y''(x_0) < 0 \Rightarrow x = x_0$ là điểm cực đại.

Ví dụ 1. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

Ⓐ $m = 1$.

Ⓑ $m = -1$.

Ⓒ $m = 5$.

Ⓓ $m = -7$.

Ví dụ 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Ⓐ $m = 1$.

Ⓑ $m = 3$.

Ⓒ $m = 1$ hoặc $m = 3$.

Ⓓ $m = -1$.

Ví dụ 3. Tìm tập hợp giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + mx^2 + (m^2 + 2m - 3)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Ⓐ $\{1\}$.

Ⓑ $\{-3; 1\}$.

Ⓒ $\{-1\}$.

Ⓓ $\{-3\}$.

Ví dụ 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (6m^2 - 3)x$ đạt cực trị tại $x = 1$.

- Ⓐ Không có m .
 Ⓑ $m = 0$.
 Ⓒ $m = 1$.
 Ⓓ $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Ví dụ 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4 - 5$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

- Ⓐ $m = -1$.
 Ⓑ $m \neq 1$.
 Ⓒ $m = 1$.
 Ⓓ $m \neq -1$.

Ví dụ 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{4}(m-1)x^4$ đạt cực đại tại $x = 0$.

- Ⓐ $m < 1$.
 Ⓑ $m > 1$.
 Ⓒ Không có m .
 Ⓓ $m = 1$.

✎ Nhận xét:

Ví dụ 7. Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ thì tham số m thuộc khoảng nào sau đây ?

- Ⓐ $(0; 2)$.
 Ⓑ $(-4; -2)$.
 Ⓒ $(-2; 0)$.
 Ⓓ $(2; 4)$.

Ví dụ 8. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + m^2}{x + 1}$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Ⓐ $\{-2\}$.Ⓑ $\{2\}$.Ⓒ $\{-2;2\}$.Ⓓ $\emptyset$.

Dạng toán 2.2. Tìm tham số m để hàm số có n cực trị

★ **Bài toán.** Tìm tham số m để hàm số $y = f(x)$ có n cực trị?

➤ **Phương pháp:** Hàm số có n cực trị khi $y' = 0$ có n nghiệm phân biệt.

① Xét hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và lập biệt số $\Delta' = b^2 - 3ac$.

+ Hàm số không có cực trị khi $y' = 0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm $\Leftrightarrow b^2 - 3ac \leq 0$.

+ Hàm số có 2 cực trị khi $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.

Khi đó gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là 2 nghiệm của $y' = 0$.

• Nếu $a > 0$: ($x_{\text{CĐ}}$ bên trái x_{CT}).

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

Diagram illustrating the mapping of y to y_{CD} and y_{CT} based on the sign of y' relative to x_1 and x_2 .

• Nếu $a < 0$: (x_{CT} bên trái $x_{\text{CĐ}}$).

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0
y	$\searrow$ y_{CT} $\nearrow$ y_{CD} $\searrow$			

② Xét hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$).

Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x^2 = -\frac{b}{2a}$.

+ Khi phương trình $x^2 = -\frac{b}{2a}$ có nghiệm $= 0$ hoặc vô nghiệm thì y có 1 cực trị.

• Nếu $\begin{cases} ab \geq 0 \\ a > 0 \end{cases}$ (có x_{CT} , không $x_{\text{CĐ}}$).

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y			

• Nếu $\begin{cases} ab \geq 0 \\ a < 0 \end{cases}$ (có $x_{\text{CĐ}}$, không x_{CT}).

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$y_{\text{CĐ}}$		

+ Khi $x^2 = -\frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Leftrightarrow ab < 0$ thì $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

• Nếu $a > 0$: (có 1 CĐ, 2 CT)

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0
y					

• Nếu $a < 0$: (có 2 CĐ, 1 CT)

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y					

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (3m^2 - 4m + 1)x + m$. Biết rằng nếu hàm số có cực đại cực, cực tiểu thì giá trị của tham số thực $m \in (a; b)$. Tính tổng $S = a + b$.

Ⓐ $S = 1$.

Ⓑ $S = 2$.

Ⓒ $S = -3$.

Ⓓ $S = 5$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại nằm bên trái điểm cực tiểu.

Ⓐ 3.

Ⓑ Vô số.

Ⓒ 2.

Ⓓ 4.

Ví dụ 3. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m+1)x^2 + mx - 7$. Biết rằng nếu đồ thị hàm số có điểm cực tiểu nằm bên trái điểm cực đại thì $m \in (a; b)$. Tính $P = b - a$.

Ⓐ $P = \frac{1}{2}$.

Ⓑ $P = 2$.

Ⓒ $P = \frac{3}{2}$.

Ⓓ $P = \frac{2}{3}$.

Ví dụ 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = 2x^3 - (m-2)x^2 + (6-3m)x$ không có cực trị ?

Ⓐ Vô số.

Ⓑ 4.

Ⓒ 18.

Ⓓ 19.

Ví dụ 5. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 + 4$ có ba điểm cực trị ?

- Ⓐ $m < 1$. Ⓑ $m > 1$.
Ⓒ $m < -1$. Ⓓ $m > -1$.

Ví dụ 6. Tìm tất cả các tham số thực m để hàm số $y = mx^4 + 2(m-1)x^2 + 2$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại ?

- Ⓐ $m < 0$.
Ⓑ $0 < m < 1$.
Ⓒ $m > 2$.
Ⓓ $1 < m < 2$.

Ví dụ 7. Tìm tập hợp của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 1$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu ?

- Ⓐ $(-3; 0)$.
Ⓑ $(0; 3)$.
Ⓒ $(-\infty; -3)$.
Ⓓ $(3; +\infty)$.

Ví dụ 8. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (2m-1)x^2 + m-2$ chỉ có một cực đại và không có điểm cực tiểu ?

- Ⓐ $m \in (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
Ⓑ $m \in (-\infty; 0]$.
Ⓒ $m \in (-\infty; 0] \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
Ⓓ $m \in \left[-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Ví dụ 9. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{6}(m+2)x^4 - (m-1)x^2 + 5$ có đúng một cực tiểu ?

- Ⓐ $[-2; 1)$.
Ⓑ $(-\infty; -2]$.
Ⓒ $(-\infty; 1]$.
Ⓓ $(-\infty; -2)$.

 Nhận xét:

Dạng toán 2.3. Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị

① Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Để viết phương trình đường thẳng nối 2 điểm cực trị của hàm số bậc ba, thường dùng phương pháp tách đạo hàm (phần dư bậc nhất trong phép chia y cho y'), nghĩa là:

$$+ \text{Phân tích (bằng cách chia đa thức } y \text{ cho } y') : y = y' \cdot q(x) + h(x) \Rightarrow \begin{cases} y_1 = h(x_1) \\ y_2 = h(x_2) \end{cases}.$$

+ Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là $d : y = h(x)$.

② Phương trình đường thẳng nối hai điểm cực trị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$.

Đường thẳng nối hai điểm cực trị có dạng $d : y = \frac{(ax^2 + bx + c)'}{(dx + e)'} = \frac{2a}{d}x + \frac{b}{d}$.

✎ **Lưu ý:** Cho hai đường thẳng $d_1 : y = a_1x + b_1$ và $d_2 : y = a_2x + b_2$.

$$\bullet \quad d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}.$$

$$\bullet \quad d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow a_1 a_2 = -1.$$

Ví dụ 1. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Hỏi điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

Ⓐ $P(1; 0)$.

Ⓑ $M(0; -1)$.

Ⓒ $N(1; -10)$.

Ⓓ $Q(-1; 10)$.

Ví dụ 2. Tìm m để đường thẳng nối điểm cực đại với điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ đi qua điểm $M(3; -1)$.

Ⓐ $m = 1$.

Ⓑ $m = -1$.

Ⓒ $m = 0$.

Ⓓ Một giá trị khác Ⓒ

Ví dụ 3. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d : y = (2m - 1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Ⓐ $m = \frac{3}{2}$.

Ⓑ

$m = \frac{3}{4}$.

Ⓒ $m = -\frac{1}{2}$. Ⓓ

$m = \frac{1}{4}$.

Ví dụ 4. Tìm giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ song song với đường thẳng $d : 4x + y - 3 = 0$.

Ⓐ $m = 1$.

Ⓑ $m = 2$.

Ⓒ $m = 3$.

Ⓓ $m = 4$.

Ví dụ 5. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3mx + 1$ bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$?

Ⓐ 1.

Ⓑ 0.

Ⓒ 2.

Ⓓ Vô số.

Cần nhớ: Công thức tính khoảng cách từ $M(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $d : ax + by + c = 0$:

$$d[M; d] = \frac{\left| \dots \right|}{\sqrt{\dots}}.$$

Ví dụ 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2 - x + 5}{x - 2}$ có hai điểm cực trị A, B nằm trên đường thẳng d có phương trình $d : y = ax + b$. Tính $a + b$.

Ⓐ $a + b = -1$.

Ⓑ $a + b = 1$.

Ⓒ $a + b = 3$.

Ⓓ $a + b = 5$.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + m - 1}{2x + 1}$. Tìm tham số m để đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trong mặt phẳng tọa độ.

Ⓐ $m = 0$.

Ⓑ $m = 1$.

Ⓒ $m = -1$.

Ⓓ $m = 2^{-1}$.

Cần nhớ: Phương trình góc phần tư thứ (I), (III): _____, góc phần tư (II), (IV) _____

Dạng toán 2.4. Biện luận hoành độ cực trị



★ **Bài toán 1:** Cho hàm số $y = f(x; m) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tìm tham số m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện K cho trước?

✎ **Phương pháp:**

– **Bước 1.** Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

– **Bước 2.** Để hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \text{ và giải hệ này sẽ tìm được } m \in \mathcal{D}_1.$$

– **Bước 3.** Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $y' = 0$.

$$\text{Theo Viét, ta có: } S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ và } P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

– **Bước 4.** Biến đổi điều kiện K về dạng S và P . Từ đó giải ra tìm được $m \in \mathcal{D}_2$.

– **Bước 5.** Kết luận các giá trị m thỏa mãn: $m = \mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2$.

★ **Bài toán 2:** Khảo sát hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x; m) = ax^4 + bx^2 + c$.

– **Bước 1.** Ta có: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = c \\ g(x) = 2ax^2 + b = 0 \end{cases}$.

– **Bước 2.** Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \neq 0 \\ a.b < 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \mathcal{D}_1.$$

– **Bước 3.** Giải $g(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{b}{2a}} \Rightarrow y_1 = y_2 = f\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}\right)$.

Do đó tọa độ ba điểm cực trị sẽ là: $A(0; c)$, $B(x_1; y_1)$, $C(x_2; y_2)$ và do tính đối xứng nên tam giác ABC luôn cân tại A .

– **Bước 4.** Dựa vào điều kiện đề bài cho để tìm $m \in \mathcal{D}_2 \Rightarrow m = \mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2$.

Ví dụ 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ có hai điểm

cực trị x_1 và x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

- Ⓐ $m = 0$.
 Ⓑ $m = \pm 1$.
 Ⓒ $m = \pm 3$.
 Ⓓ $m = 2$.

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}(m+1)x^3 - (m+2)x^2 + (m-3)x + 1$. Hỏi tham số m nằm trong khoảng nào sau đây thì hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $(4x_1 + 1)(4x_2 + 1) = 18$.

- Ⓐ $m \in (-1; 1)$.
 Ⓑ $m \in (5; +\infty)$.
 Ⓒ $m \in (6; 10)$.
 Ⓓ $m \in (7; +\infty)$.

Ví dụ 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+5)x^2 + mx$ có cực đại, cực tiểu và $|x_{\text{CB}} - x_{\text{CT}}| = 5$.

- Ⓐ $m = 0$.
 Ⓑ $m = 0$ hoặc $m = 6$.
 Ⓒ $m = -6$ hoặc $m = 0$.
 Ⓓ $m = -6$.

Ví dụ 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = -4x_2$.

- Ⓐ $m = \frac{9}{2}$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$.
 Ⓑ $m = -\frac{9}{2}$ hoặc $m = \frac{9}{2}$.
 Ⓒ $m = -\frac{3}{2}$ hoặc $m = \frac{3}{2}$.
 Ⓓ $m = -\frac{9}{2}$ hoặc $m = \frac{3}{2}$.

Ví dụ 5. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^2 - m$ có các điểm cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $-1 < x_1 < x_2$.

Ⓐ $(-\infty; -2)$.

Ⓑ $\left(-\frac{7}{2}; -2\right)$.

Ⓒ $\left(-\frac{7}{2}; -3\right)$.

Ⓓ $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Ví dụ 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung ?

Ⓐ $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$.

Ⓑ $m > 1$ hoặc $m < -1$.

Ⓒ $-1 < m < 1$.

Ⓓ $-1 \leq m \leq 1$.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$. Tìm tất cả tham số m để hàm số có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu.

Ⓐ $m = -1$ hoặc $m = 3$.

Ⓑ $m < -1$ hoặc $m > 3$.

Ⓒ $-1 < m < 3$.

Ⓓ $-1 \leq m \leq 3$.

Ví dụ 8. Tìm các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m-1)x + 2$ có hai điểm cực trị đều nằm bên trái trục tung.

Ⓐ $1 < m < 2$.

Ⓑ $m > 1$.

Ⓒ $m < 2$.

Ⓓ $m < 1$.

Ví dụ 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (6m+9)x - 12$ có các điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung.

Ⓐ $m = -2$.

Ⓑ $-3 < m < -\frac{3}{2}$.

Ⓒ $m < -\frac{3}{2}; m \neq -3$.

Ⓓ $m < -\frac{3}{2}$.

Ví dụ 10. Với giá trị nào của m thì hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$ nằm về hai phía so với Ox .

Ⓐ $m > 3$.

Ⓑ $-1 < m < \sqrt{2}$.

Ⓒ $m < 3$.

Ⓓ $2 < m < 3$.

Ví dụ 11. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

Ⓐ 0.

Ⓑ 6.

Ⓒ 9.

Ⓓ 3.

Ví dụ 12. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$ có hai điểm cực trị A và B , đồng thời độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{2}$.

Ⓐ $m = -2$ hoặc $m = 2$.

Ⓑ $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Ⓒ $m = 0$ hoặc $m = 2$.

Ⓓ $m = 0$ hoặc $m = 1$.

Ví dụ 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ có hai điểm cực trị B và C , đồng thời tam giác ABC cân tại $A(2;3)$.

Ⓐ $m = -\frac{1}{2}$.

Ⓐ $m = -\frac{3}{2}$.

Ⓑ $m = \frac{1}{2}$.

Ⓒ $m = \frac{3}{2}$.

Ví dụ 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4, với O là gốc tọa độ.

Ⓐ $m = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ⓑ $m = -1$ hoặc $m = 1$.

Ⓒ $m = 1$.

Ⓓ $m \neq 0$.

Ví dụ 15. Tìm các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 1, (O là gốc tọa độ).

Ⓐ $m = \pm 3$.

Ⓑ $m = \pm 1$.

Ⓒ $m = \pm 5$.

Ⓓ $m = \pm 2$.

Ví dụ 16. Tìm các giá trị thực của m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2 + 2m$ có giá trị cực tiểu bằng -4 .

Ⓐ $m = 2$.

Ⓑ $m = 0$ hoặc $m = -2$.

Ⓒ $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Ⓓ $m = 2$ hoặc $m = 3$.

Ví dụ 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 2m^2 + 1$ có giá trị cực tiểu bằng 2.

Ⓐ $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $m = 1$.

Ⓑ $m = -1$ hoặc $m = 0$.

Ⓒ $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $m = -1$.

Ⓓ $m = -1$ hoặc $m = 1$.

Ví dụ 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 2(m+1)x^2 + (4m+1)x$ có hai điểm cực trị cách đều trục tung.

- Ⓐ $m = -1$.
Ⓑ $m = 1$.
Ⓒ $m > -1$.
Ⓓ $m = 0$.

Ví dụ 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- Ⓐ $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.
Ⓑ $m = -1$.
Ⓒ $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$.
Ⓓ $m = 1$.

Ví dụ 20. Với m là một tham số thực sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- Ⓐ $m \geq 2$.
Ⓑ $-2 \leq m < 0$.
Ⓒ $m < -2$.
Ⓓ $0 \leq m < 2$.

Ví dụ 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m-1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có số đo một góc bằng 120° .

- Ⓐ $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}$.
Ⓑ $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{16}}$.
Ⓒ $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{48}}$.
Ⓓ $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Ví dụ 22. Tìm tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2(m-1)x^2 + 2m-5$ có ba điểm cực trị lập thành tam giác đều ?

- Ⓐ $m = 1$.
Ⓑ $m = 1 - \sqrt[3]{3}$.
Ⓒ $m = 1 + \sqrt[3]{3}$.
Ⓓ $m = 1 - \sqrt{3}$.

Ví dụ 23. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho tất cả các điểm cực trị (nếu có) của đồ thị hàm số $f(x) = mx^4 - (m+1)x^2 + m+1$ nằm trên các trục tọa độ.

Ⓐ $\left[0; \frac{1}{3}\right] \cup \{-1\}$.

Ⓑ $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$.

Ⓒ $\left\{0; -1; \frac{1}{3}\right\}$.

Ⓓ $[-1; 0] \cup \left\{\frac{1}{3}\right\}$.

Ví dụ 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 4$ có 3 điểm cực trị nằm trên các trục tọa độ.

Ⓐ $m = 2$.

Ⓑ $m = -2$ hoặc $m = 2$.

Ⓒ Không có giá trị m nào.

Ⓓ $m = -2$.

Ví dụ 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba cực trị, đồng thời ba tọa độ ba điểm cực trị này tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2.

Ⓐ $m = \sqrt[5]{4}$.

Ⓑ $m = 16$.

Ⓒ $m = \sqrt[3]{16}$.

Ⓓ $m = -\sqrt[3]{16}$.

Ví dụ 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

Ⓐ $m > 0$.

Ⓑ $m < 1$.

Ⓒ $0 < m < \sqrt[3]{4}$.

Ⓓ $0 < m < 1$.

Ví dụ 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

Ⓐ $m = 1$ hoặc $m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

Ⓑ $m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Ⓒ $m = 1$ hoặc $m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

Ⓓ $m = 1$.

Ví dụ 28. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị cùng với gốc tọa độ tạo thành bốn đỉnh của một hình thoi.

Ⓐ $m = 1 + \sqrt{2}$ hoặc $m = -1 + \sqrt{2}$.

Ⓑ Không có giá trị m .

Ⓒ $m = 4 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 4 - \sqrt{2}$.

Ⓓ $m = 2 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 2 - \sqrt{2}$.

Ví dụ 29. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

Ⓐ $m = 1$.

Ⓑ $m = 2$.

Ⓒ $m = 0$.

Ⓓ $m = -1$.

Ví dụ 30. Gọi (P) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$. Hãy tìm m để (P) đi qua điểm $A(2; 24)$.

Ⓐ $m = -4$.

Ⓑ $m = 4$.

Ⓒ $m = 3$.

Ⓓ $m = 6$.

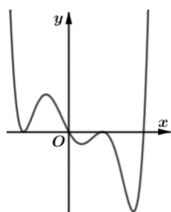
Cần nhớ:

Dạng toán 2.5. Một số vấn đề liên quan đến cực trị hàm ẩn

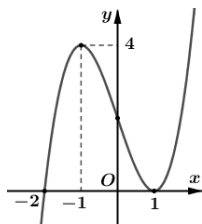
☆☆☆

Vấn đề 1: Cho đồ thị $f'(x)$. Hỏi số điểm cực trị của hàm số $f[u(x)]$.**Ví dụ 1.** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

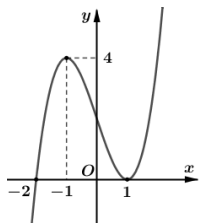
- (A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 5.

**Ví dụ 2.** Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$.

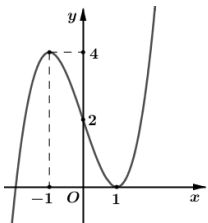
- (A) 2.
(B) 3.
(C) 4.
(D) 5.

**Ví dụ 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) < 0$, đồng thời đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f^2(x)$ là

- (A) 1.
(B) 2.
(C) 3.
(D) 4.

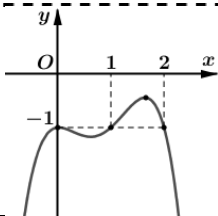
**Ví dụ 4.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x - 2017) - 2018x + 2019$ là

- (A) 1.
(B) 2.
(C) 3.
(D) 4.

**Ví dụ 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + x$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

- (A) $x = 0$.
(B) $x = 1$.
(C) $x = 2$.

Ⓓ Không có
điểm cực tiểu.



Ví dụ 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

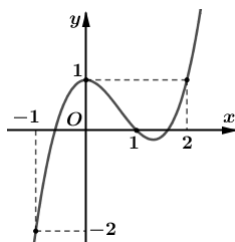
Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại

Ⓐ $x = -1$.

Ⓑ $x = 0$.

Ⓒ $x = 1$.

Ⓓ $x = 2$.



Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.

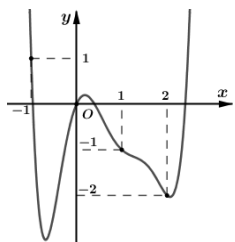
Hàm số $g(x) = 2f(x) + x^2$ đạt cực tiểu tại điểm

Ⓐ $x = -1$.

Ⓑ $x = 0$.

Ⓒ $x = 1$.

Ⓓ $x = 2$.



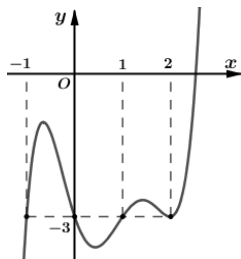
Ví dụ 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + 3x$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

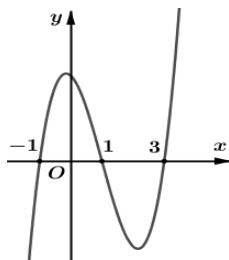
Ⓒ 4.

Ⓓ 7.



Ví dụ 9. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$ là

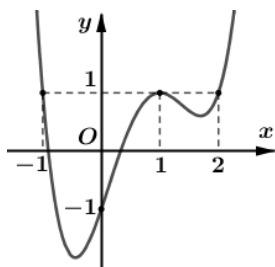
- Ⓐ 1.
Ⓑ 2.
Ⓒ 3.
Ⓓ 4.



Dẫn đề 2: Cho đồ thị $f(x)$. Hỏi số điểm cực trị của hàm số $f[u(x)]$.

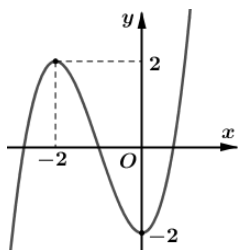
Ví dụ 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x) = f(x) - x$ đạt cực đại tại

- Ⓐ $x = -1$.
Ⓑ $x = 0$.
Ⓒ $x = 1$.
Ⓓ $x = 2$.



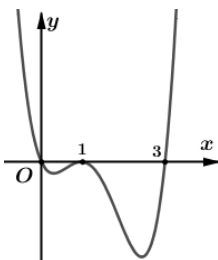
Ví dụ 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Hàm số $g(x) = f(-x^2 + 3x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- Ⓐ 3.
Ⓑ 4.
Ⓒ 5.
Ⓓ 6.



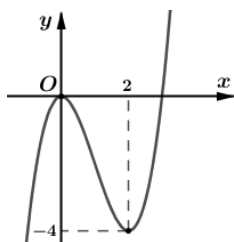
Ví dụ 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đồ thị của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?

- Ⓐ 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
Ⓑ 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
Ⓒ 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
Ⓓ 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.



Ví dụ 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f[f(x)]$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 3.
Ⓑ 4.
Ⓒ 5.
Ⓓ 6.



(Dẫn đề 3: Cho bảng biến thiên của hàm $f(x)$. Hỏi số điểm cực trị của hàm số $f[u(x)]$.)

Ví dụ 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $y = f'(x)$ như sau

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- Ⓐ 1. Ⓑ 2.
Ⓒ 3. Ⓓ 4.

x	$-\infty$	-2		1		3		$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Ví dụ 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

Hàm số $g(x) = 3f(x) + 1$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $x = 1$.
Ⓒ $x = \pm 1$. Ⓓ $x = 0$.

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
f'	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	1		2		1		$+\infty$

Ví dụ 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 + 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 0. Ⓑ 1.

© 2.

© 3.

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
f'		$-$	0	$+$
f	$+\infty$	-2	2	$+\infty$

Ví dụ 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(3 - x)$.

© 2.

© 3.

© 5.

© 6.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	3	-1	2	$-\infty$

Dạng toán 3: Ứng dụng của max - min

☆☆☆

Ví dụ 1. Cho tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng 2. Tìm độ dài ba cạnh của tam giác sao cho diện tích của tam giác lớn nhất.

Ⓐ $\frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \frac{4}{3}$. Ⓑ $\frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$.

Ⓒ $\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 1$. Ⓓ $\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}$.

Ví dụ 2. Hình chữ nhật có chu vi không đổi là 8m. Tìm diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình chữ nhật đó.

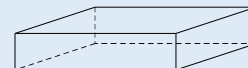
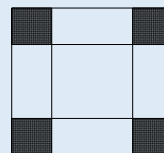
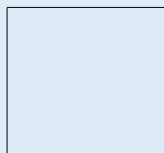
Ⓐ $S_{\max} = 4\text{m}^2$. Ⓑ $S_{\max} = 8\text{m}^2$.

Ⓒ $S_{\max} = 16\text{m}^2$. Ⓓ $S_{\max} = 2\text{m}^2$.

Ví dụ 3. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

Ⓐ $x = 4$. Ⓑ $x = 6$.

Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = 2$.



Ví dụ 4. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,024x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

Ⓐ 20 mg.

Ⓑ 0,5 mg.

Ⓒ 2,8 mg.

Ⓓ 15 mg.

Ví dụ 5. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Tính số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất.

Ⓐ 14 con.

Ⓑ 12 con.

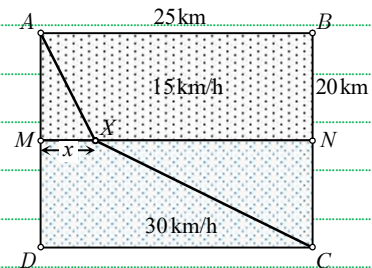
© 15 con.

© 13 con.

Ví dụ 6. Một vùng đất hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 25$ km, $BC = 20$ km và M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Một người cưỡi ngựa xuất phát từ A đi đến C bằng cách đi thẳng từ A đến một điểm X thuộc đoạn MN rồi lại đi thẳng từ X đến C . Vận tốc của ngựa khi đi trên phần $ABNM$ là 15 km/h, vận tốc của ngựa khi đi trên phần $MNCD$ là 30 km/h. Thời gian ít nhất để ngựa di chuyển từ A đến C là mấy giờ?

© $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. © $\frac{\sqrt{41}}{4}$.

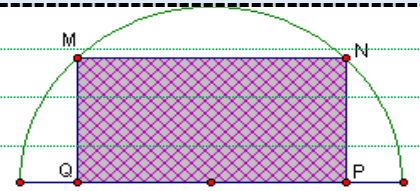
© $\frac{4 + \sqrt{29}}{6}$. © $\frac{\sqrt{5}}{3}$.



Ví dụ 7. Từ một miếng tôn hình bán nguyệt có bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (xem hình) có diện tích lớn nhất. Tìm diện tích lớn nhất có thể có của miếng tôn hình chữ nhật.

© $6\sqrt{3}$. © $6\sqrt{2}$.

© 7. © 9.



Ví dụ 8. Một vật chuyển động theo quy luật $s = 12t^2 - t^3$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 8 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (giây) bằng bao nhiêu?

© $t = 4$.

© $t = 3$.

© $t = 6$.

© $t = 2$.

Ví dụ 9. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và $y(-2) = 22$ (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

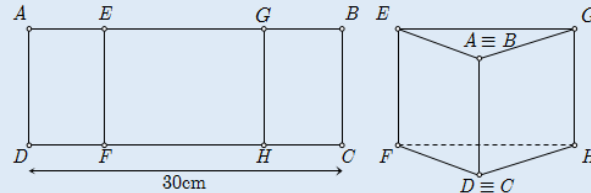
© 216 (m/s).

© 30 (m/s).

© 400 (m/s).

© 54 (m/s).

Ví dụ 10. Một tấm kẽm hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 30$ (cm). Người ta gấp tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau (như hình vẽ dưới đây) để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Tìm giá trị của x , ($x = DF = HC$) để thể tích khối lăng trụ tương ứng đó lớn nhất ?



- Ⓐ 9 (cm).
Ⓑ 10 (cm).
Ⓒ 8 (cm).
Ⓓ 12 (cm).

Ví dụ 11. Một hình chóp tứ giác đều có tổng độ dài của đường cao và bốn cạnh đáy là 33. Hỏi độ dài cạnh bên ngắn nhất là bao nhiêu ?

- Ⓐ $\frac{\sqrt{33}}{17}$.
Ⓑ $\sqrt{33}$.
Ⓒ $11\sqrt{3}$.
Ⓓ $\frac{\sqrt{33}}{2}$.

Ví dụ 12. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Biết $SA = SB = SC = a$, cạnh SD thay đổi. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $V_{\max} = \frac{a^3}{8}$.
Ⓑ $V_{\max} = \frac{a^3}{4}$.
Ⓒ $V_{\max} = \frac{3a^3}{8}$.
Ⓓ $V_{\max} = \frac{a^3}{2}$.

Ví dụ 13. Tìm $V_{\max}$ là giá trị lớn nhất của thể tích các khối hộp chữ nhật có đường chéo bằng $3\sqrt{2}$ cm và diện tích toàn phần bằng 18cm^2 .

- Ⓐ $V_{\max} = 6\text{cm}^3$.
Ⓑ $V_{\max} = 5\text{cm}^3$.
Ⓒ $V_{\max} = 4\text{cm}^3$.

Ⓓ $V_{\max} = 8\text{cm}^3$.

Ví dụ 14. Cho phương trình $3\sqrt{1-x^2} - 2\sqrt{x^3+2x^2+1} = m$ với m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

Ⓐ 6.

Ⓑ 5.

Ⓒ 2.

Ⓓ 9.

Ví dụ 15. Cho phương trình $\sqrt{-x^2+4x+21} - \sqrt{-x^2+3x+10} = m$ với m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt?

Ⓐ 6.

Ⓑ 5.

Ⓒ 2.

Ⓓ 9.

Dạng toán 4: Bài toán tiệm cận liên quan đến tham số

Ví dụ 1. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$?

- Ⓐ $m = 2.$ Ⓑ $m = \frac{1}{2}.$
 Ⓒ $m = 0.$ Ⓓ $m = -2.$

Ví dụ 2. Tìm tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-1)x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 3$.

- Ⓐ $m = 2.$ Ⓑ $m = 3.$
 Ⓒ $m = 1.$ Ⓓ $m = 0.$

Ví dụ 3. Tìm tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+3}{x-m}$ có tiệm cận đứng là đường $x = 1$, tiệm cận ngang là đường $y = 1$.

- Ⓐ $m = 1.$ Ⓑ $m = 2.$
 Ⓒ $m = -1.$ Ⓓ $m = 3.$

Ví dụ 4. Tìm giá trị thực của tham số m sao cho tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x+m}$ đi qua $A(1;2)$.

- Ⓐ $m = 2.$ Ⓑ $m = -2.$
 Ⓒ $m = 4.$ Ⓓ $m = -4.$

Ví dụ 5. Cho hàm số $y = \frac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

- Ⓐ $m = 2.$ Ⓑ $m = \pm \frac{1}{2}.$

- © $m = \pm 4$. ④ $m \neq \pm 2$.

Ví dụ 6. Biết rằng trong các tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{(m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 2}$ có hai tiệm cận là trục hoành và trục tung. Hãy tính tổng $m + n$.

- Ⓐ $m + n = 6$. ② $m + n = 4$.
 ③ $m + n = 2$. ④ $m + n = 8$.

Ví dụ 7. Biết đồ thị của hàm số $y = \frac{(a-2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$ có tiệm cận đứng là $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$. Tính $a + 2b$.

- Ⓐ $a + 2b = 6$.
 ② $m + n = 7$.
 ③ $m + n = 8$.
 ④ $m + n = 10$.

Ví dụ 8. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + x - 1}{4x^2 + bx + 9}$ có đồ thị (C) (a, b là các hằng số dương và $ab = 4$). Biết rằng (C) có tiệm cận ngang $y = c$ và có đúng 1 tiệm cận đứng. Tính tổng $T = 3a + b - 24c$.

- Ⓐ $T = 1$.
 ② $T = 4$.
 ③ $T = 7$.
 ④ $T = 11$.

Ví dụ 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có hai đường tiệm cận đứng ?

- Ⓐ $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
 ② $m \neq \frac{5}{2}$.
 ③ $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Ⓓ $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}.$

Ví dụ 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 2x + m}$ có hai tiệm cận đứng ?

- Ⓐ $m < 1$ và $m \neq -8.$
 Ⓑ $m \neq 1$ và $m \neq -8.$
 Ⓒ $m > 1$ và $m \neq -8.$
 Ⓓ $m > 1.$

Ví dụ 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 2(m+1)x + m^2}$ có đúng một đường tiệm cận đứng ?

- Ⓐ $m \in \left\{ -\frac{1}{2}; 0 \right\}.$ Ⓑ $m \in \left(-\frac{1}{2}; 0 \right).$
 Ⓒ $m = 0.$ Ⓓ $m = -\frac{1}{2}.$

Ví dụ 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận ?

- Ⓐ $m = 1, m = 4.$
 Ⓑ $m = 1.$
 Ⓒ $m = 4.$
 Ⓓ $m = 0.$

Ví dụ 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + a}{x^3 + ax^2}$ có ba đường tiệm cận.

- Ⓐ $a \neq 0, a \neq \pm 1.$
 Ⓑ $a \neq 0, a \neq -1.$
 Ⓒ $a < 0, a \neq -1.$
 Ⓓ $a > 0.$

Ví dụ 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2mx - m}$ có ba tiệm cận.

- Ⓐ $m < -1$ hoặc $m > 0$ và

$$m \neq \frac{1}{3}.$$

Ⓑ $m < -1$ hoặc $m > 0$.

Ⓒ $m \neq -1$ và $m \neq \frac{1}{3}$.

Ⓓ $-1 < m < 0$ và $m \neq \frac{1}{3}$.

Ví dụ 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng ?

Ⓐ $m = 0$.

Ⓑ $m = 0, m = 1$.

Ⓒ $m = 1$.

Ⓓ Không có m .

Ví dụ 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

Ⓐ Không có m .

Ⓑ $m < 0$.

Ⓒ $m = 0$.

Ⓓ $m > 0$.

Ví dụ 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + mx - 1}}{2x + 1}$ có hai tiệm cận ngang.

Ⓐ $m < 0$.

Ⓑ $m > 0$.

Ⓒ $m = 0$.

Ⓓ Không có m .

Ví dụ 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+m}}$ có ba tiệm cận.

Ⓐ $m < 0$ và $m \neq -9$.

Ⓑ $m = 0$.

Ⓒ $m = -9$ hoặc $m = 0$.

Ⓓ $m > 0$.

Ví dụ 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{(2m+1)x^2 + 3}{\sqrt{x^4 + 1}} \text{ đi qua điểm } A(1; -3).$$

Ⓐ $m = -1$ hoặc $m = 1$.

Ⓑ $m = -2$ hoặc $m = 2$.

Ⓒ $m = -1$.

Ⓓ $m = -2$.

Ví dụ 20. Tìm các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \sqrt{mx^2 + 2x} - x$ có đường tiệm cận ngang.

Ⓐ $m = 1$.

Ⓑ $m \in \{-2; 2\}$.

Ⓒ $m \in \{-1; 1\}$.

Ⓓ $m \in (0; +\infty)$.

7.5: ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG SỐ 1

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Ⓐ $y = x^4 + x^2 + 1$. Ⓑ $y = x^3 + 1$. Ⓒ $y = \frac{4x+1}{x+2}$. Ⓓ

$y = \tan x$.

Câu 2. Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. Ⓑ $(-\infty; 0)$. Ⓒ $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ⓓ $(0; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

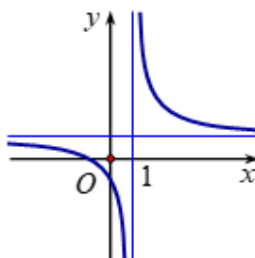
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$			

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Ⓑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

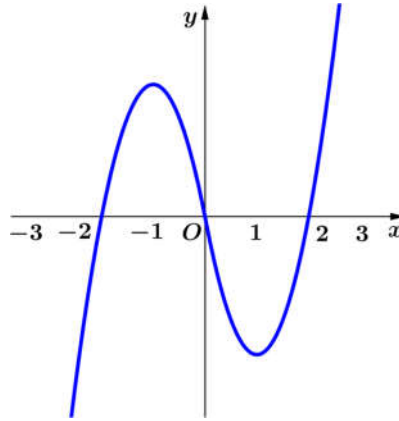
Câu 4. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, với a, b, c, d là các số thực. ©

Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- Ⓐ $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ⓑ $y' > 0, \forall x \neq 1$. Ⓒ $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ⓓ $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- Ⓐ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 Ⓑ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 Ⓒ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
 Ⓓ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- Ⓐ $m \leq \frac{4}{3}$. Ⓑ $m \leq \frac{1}{3}$. Ⓒ $m \geq \frac{1}{3}$. Ⓓ $m \geq \frac{4}{3}$.

Câu 7. Kết quả của m để hàm số sau $y = \frac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- Ⓐ $m \leq 2$. Ⓑ $m > 2$. Ⓒ $m < 2$. Ⓓ $m \geq 2$.

Câu 8. Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

- Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ Vô số.

Câu 9. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm ?

- Ⓐ $Q(3; 1)$. Ⓑ $M(1; 3)$. Ⓒ $P(7; -1)$. Ⓓ $N(-1; 7)$.

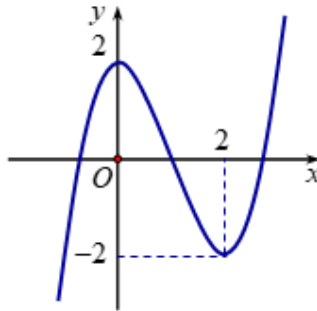
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- Ⓐ Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. Ⓑ Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
 Ⓒ Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- (A) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
 (B) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 (C) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=2$.
 (D) Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 12. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi:

- (A) $m > 0$. (B) $m = 0$. (C) $m < 0$. (D) $m \neq 0$.

Câu 13. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 + m - 1)x + 1$ đạt cực trị tại 2 điểm $x_1; x_2$ thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 4$.

- (A) $m = 2$. (B) Không tồn tại m . (C) $m = -2$. (D) $m = \pm 2$.

Câu 14. Cho hàm số: $y = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số có đúng một cực trị

- (A) $m < 0$. (B) $m < 0$ hoặc $m > 1$.
 (C) $m \leq 0$ hoặc $m \geq 1$. (D) $m > 1$.

Câu 15. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[0; 2]$.

- (A) $\max_{[0;2]} y = 0$. (B) $\max_{[0;2]} y = 3$. (C) $\max_{[0;2]} y = 7$. (D) $\max_{[0;2]} y = 5$.

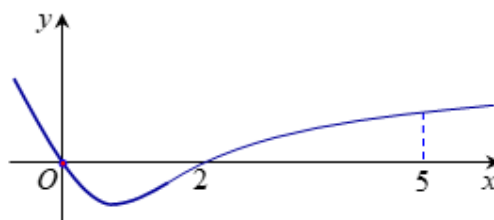
Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^2 x + 2$.

- (A) $\min y = 3$. (B) $\min y = \frac{11}{4}$. (C) $\min y = -3$. (D) $\min y = \frac{11}{2}$.

Câu 17. Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/ m^2 . Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

- (A) 108 triệu đồng. (B) 54 triệu đồng. (C) 168 triệu đồng. (D) 90 triệu đồng.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là:



- (A) $f(0), f(5)$. (B) $f(2), f(0)$. (C) $f(1), f(3)$. (D) $f(2), f(5)$.

Câu 19. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			0		-1		0	

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có các điểm cực trị tại $x = -1$ (cực đại, $y = 0$), $x = 0$ (cực tiểu, $y = -1$), và $x = 1$ (cực đại, $y = 0$). Các giá trị giới hạn của hàm số là $-\infty$ khi $x \rightarrow -\infty$ và $x \rightarrow +\infty$.

- Ⓐ Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0.
 Ⓑ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1 .
 Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 Ⓓ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

- Ⓐ $x=2$ và $y=1$. Ⓑ $x=1$ và $y=-3$. Ⓒ $x=-1$ và $y=2$. Ⓓ $x=1$ và $y=2$.

Câu 21. Tâm đối xứng I của đồ thị hàm số $y = -\frac{2x-1}{x+1}$ là

- Ⓐ $I(1; -2)$. Ⓑ $I(-1; -2)$. Ⓒ $I(1; 2)$. Ⓓ $I(-1; 2)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	3	$+\infty$	-2	5	

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 23. Cho hàm số $y = \frac{2x+2m-1}{x+m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(3;1)$

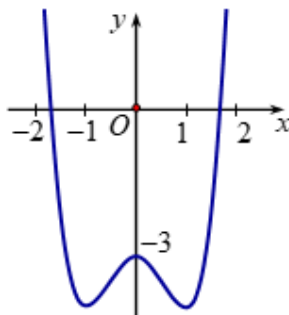
- Ⓐ $m=1$. Ⓑ $m=-3$. Ⓒ $m=3$. Ⓓ $m=2$.

Câu 24. Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		2		-2		$+\infty$

- Ⓐ $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. Ⓑ $y = x^3 + 3x^2 - 1$. Ⓒ $y = x^3 - 3x + 2$. Ⓓ $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 25. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào dưới đây.



- Ⓐ $y = -x^4 - 2x^2 - 3$. Ⓑ $y = x^4 + 2x^2 - 3$. Ⓒ $y = x^4 - x^2 - 3$. Ⓓ $y = x^4 - 2x^2 - 3$

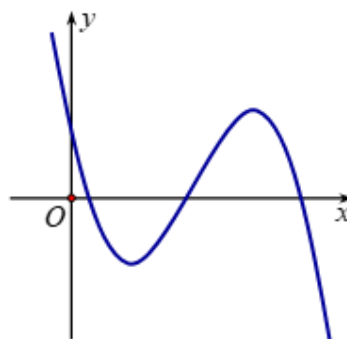
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'		+	+
y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\infty$

Hỏi hàm số đó là hàm nào?

- Ⓐ $y = \frac{-x+2}{2x-1}$. Ⓑ $y = \frac{x+2}{2x-1}$. Ⓒ $y = \frac{-x-2}{2x-1}$. Ⓓ $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

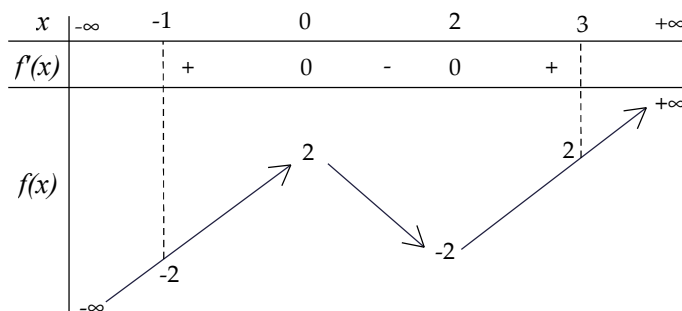
Câu 27. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$. Ⓑ $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
Ⓒ $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. Ⓓ $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

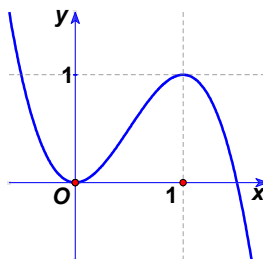
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt.

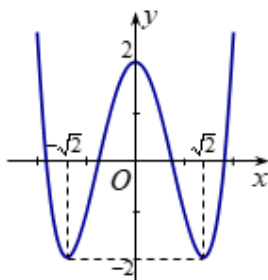
- Ⓐ $m \in (-2; 2)$. Ⓑ $m \in (-1; 3) \setminus \{0; 2\}$. Ⓒ $m \in (-1; 3)$. Ⓓ $m \in [-1; 3] \setminus \{0; 2\}$.

Câu 29. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = x$.



- Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

Câu 31. Đường thẳng $y = 2x - 1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$.

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B . Khoảng cách giữa A và B là

- Ⓐ $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. Ⓑ $AB = \frac{5}{2}$. Ⓒ $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2}$. Ⓓ $AB = \frac{2}{5}$.

Câu 33. Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 3x$ và đường thẳng $y = -x + 2$:

- Ⓐ $I(2; 2)$. Ⓑ $I(2; 1)$ Ⓒ $I(1; 1)$ Ⓓ $I(1; 2)$

Câu 34. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

- Ⓐ $2x - y = 0$ Ⓑ $2x - y - 4 = 0$. Ⓒ $x - y - 1 = 0$. Ⓓ $x - y - 3 = 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

- Ⓐ $y + 16 = -9(x + 3)$. Ⓑ $y - 16 = -9(x - 3)$. Ⓒ $y = -9(x + 3)$. Ⓓ $y - 16 = -9(x + 3)$.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1; 4)$ là:

- Ⓐ $y = 3x + 1$. Ⓑ $y = 7x - 3$. Ⓒ $y = 7x + 2$. Ⓓ $y = -x + 5$.

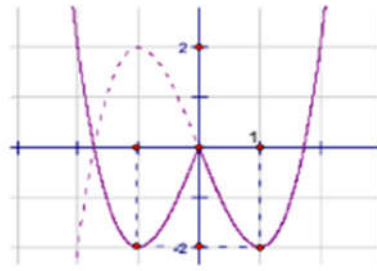
Câu 37. Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = x$.

- Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Câu 38. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) mà có hệ số góc lớn nhất là

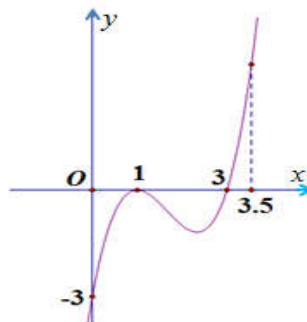
- Ⓐ $y = -3x - 1$. Ⓑ $y = -3x + 1$. Ⓒ $y = 3x - 1$. Ⓓ $y = 3x + 1$.

Câu 39. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



- Ⓐ $y = |x^3 + 3x|$ Ⓑ $y = |x^3| - 3|x|$ Ⓒ $y = |x^3| + 3|x|$ Ⓓ $y = |x^3 - 3x|$

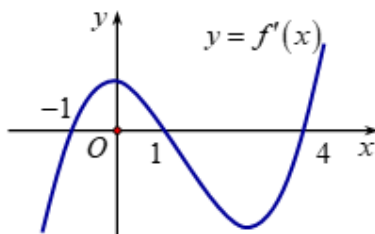
Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

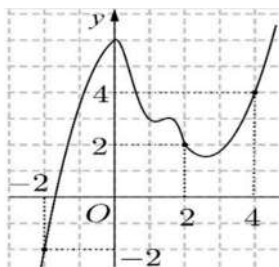
- Ⓐ $x_0 = 0$. Ⓑ $x_0 = 1$. Ⓒ $x_0 = 2$. Ⓓ $x_0 = 3$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng:



- Ⓐ $(1; 3)$. Ⓑ $(2; +\infty)$. Ⓒ $(-2; 1)$. Ⓓ $(-\infty; 2)$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = f(x) - x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- Ⓐ $h(1) + 1 = h(4) < h(2)$. Ⓑ $h(0) = h(4) + 2 < h(2)$.
Ⓒ $h(-1) < h(0) < h(2)$. Ⓓ $h(2) < h(4) < h(0)$.

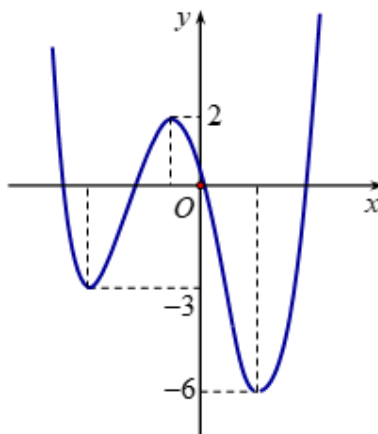
Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- Ⓐ $(-\infty; -2)$. Ⓑ $(0; 2)$. Ⓒ $(2; +\infty)$. Ⓓ $(-2; 0)$.

Câu 44. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- Ⓐ 9. Ⓑ 12. Ⓒ 18. Ⓓ 15.

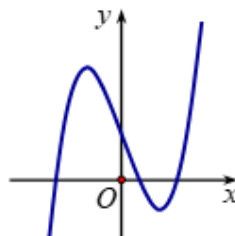
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

- Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 46. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$.

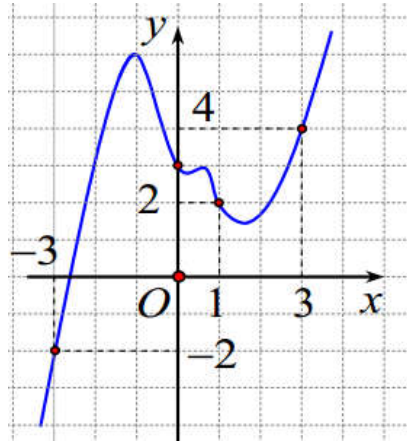


Hỏi hàm số $y = f(|x|) + 2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

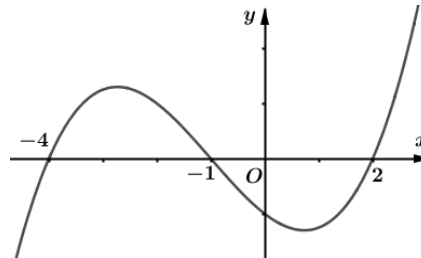
- Ⓐ $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.
 Ⓑ $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.
 Ⓒ $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$.
 Ⓓ Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[-3;3]$.



Câu 48. Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất.

- Ⓐ $M(1; -3)$. Ⓑ $M(3; 5)$. Ⓒ $M(0; -1)$. Ⓓ $M(4; 3)$

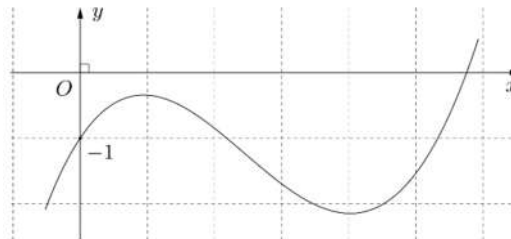
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như sau:



Hỏi đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{2020(x-2)}{f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ là



- Ⓐ 6. Ⓑ 4. Ⓒ 8. Ⓓ 5.

ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG SỐ 02

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- Ⓐ $y = -2x^2 + x$. Ⓑ $y = x^4 + x^2$. Ⓒ $y = -x^3 - x + 1$. Ⓓ $y = \frac{x+4}{x+3}$

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 Ⓑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
 Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

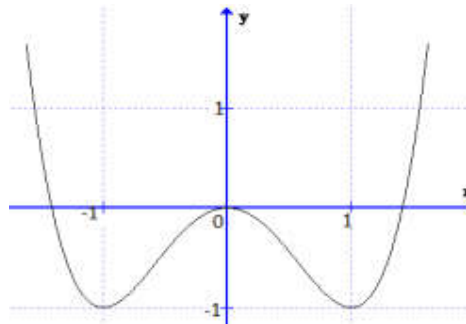
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		-1		3		
	$-\infty$								$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(-2; 0)$. Ⓑ $(-\infty; -2)$. Ⓒ $(0; 2)$. Ⓓ $(2; +\infty)$.

Câu 4. Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- Ⓐ Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ⓑ Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
 Ⓒ Hàm số đồng biến trên $(-1; +\infty)$. Ⓓ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(1; 2)$. Ⓒ $(-\infty; -1)$. Ⓓ $(-1; 1)$.

Câu 6. Tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m-1)x^3 - 3(m-1)x^2 + 3(2m-5)x + m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

- Ⓐ $m < 1$. Ⓑ $m \leq 1$. Ⓒ $m = 1$. Ⓓ $-4 < m < 1$.

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- Ⓐ 5 Ⓑ 3 Ⓒ 1 Ⓓ 2

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-3)x - \frac{2}{3}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

- Ⓐ $m > 2$. Ⓑ $m \leq 2$. Ⓒ $m < 1$. Ⓓ $m \geq 1$.

Câu 9. Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 12x - 1$

- Ⓐ $y_{CD} = -17$. Ⓑ $y_{CD} = -2$. Ⓒ $y_{CD} = 45$. Ⓓ $y_{CD} = 15$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$+$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- Ⓐ Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
 Ⓑ Hàm số có đúng hai điểm cực trị.
 Ⓒ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
 Ⓓ Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 và 1 .

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)^2(x+2)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Câu 12. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

- Ⓐ $m=2$. Ⓑ $m=3$. Ⓒ $m \in \emptyset$. Ⓓ $m=0$.

Câu 13. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ không có cực trị.

- Ⓐ $m \leq -1$ hoặc $m \geq 2$. Ⓑ $m \leq -1$. Ⓒ $m \geq 2$. Ⓓ $-1 \leq m \leq 2$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m+1)x^4 + 2(m-2)x^2 + 1$ có ba cực trị.

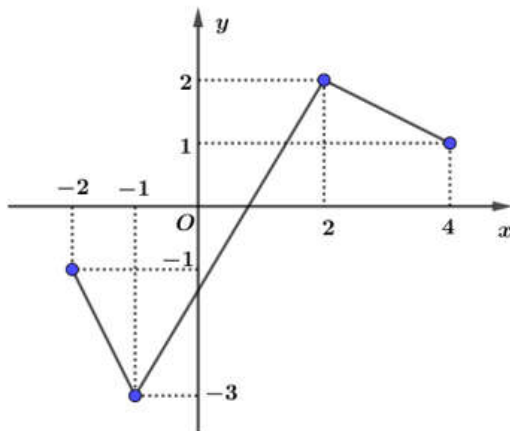
- Ⓐ $-1 < m < 2$. Ⓑ $m > 2$. Ⓒ $-1 \leq m \leq 2$. Ⓓ $m < -1$.

Câu 15. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{5-x^2}$.

- Ⓐ 5. Ⓑ $\sqrt{10}$. Ⓒ 6. Ⓓ Một đáp án khác

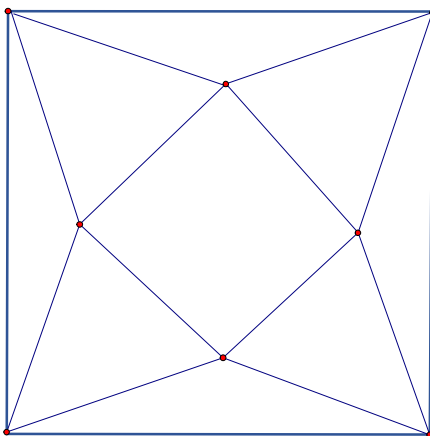
Ⓒ

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max_{[-2; 4]} |f(x)|$.



- Ⓐ $|f(0)|$. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 17. Cho một tấm bìa hình vuông cạnh 50 cm. Để làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên, ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng:



- Ⓐ $20\sqrt{2}$ cm. Ⓑ $25\sqrt{2}$ cm. Ⓒ $15\sqrt{2}$ cm. Ⓓ $10\sqrt{2}$ cm.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = -2$. Hãy chọn kết luận đúng.

- Ⓐ $m=2$. Ⓑ $m>2$. Ⓒ $m=-2$. Ⓓ $m<-2$.

Câu 19. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 + \frac{3}{x}$ trên $(0; +\infty)$.

- Ⓐ $m=4\sqrt{3}$. Ⓑ $m=2\sqrt{3}$. Ⓒ $m=4$ Ⓓ $m=2$

Câu 20. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$.

- Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-4x-5}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận ngang và đứng?

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận:

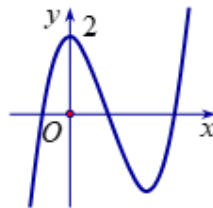
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

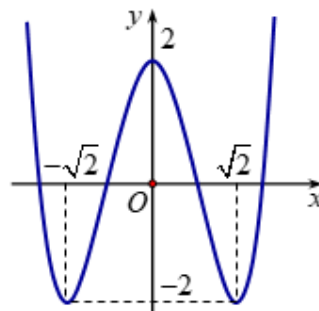
- (A) $m \neq -2$. (B) $m > -2$. (C) $m = -2$. (D) $m < -2$.

Câu 24. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



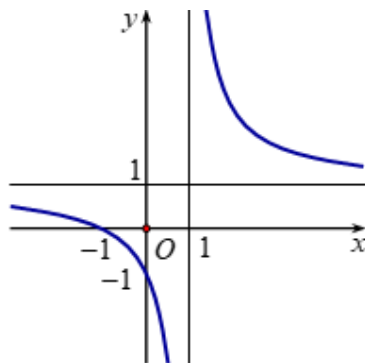
- (A) $y = x^3 - 3x^2 + 2$. (B) $y = \frac{x+2}{x+1}$. (C) $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. (D) $y = x^4 - 2x^3 + 2$

Câu 25. Đường cong trong hình sau đây là đồ thị một hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



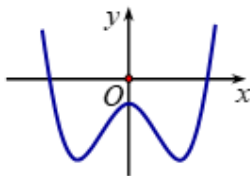
- (A) $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. (B) $y = x^4 - 4x^2 - 2$.
(C) $y = x^4 - 4x^2 + 2$. (D) $y = x^4 + 4x^2 + 2$.

Câu 26. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào sau?



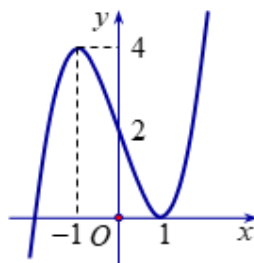
- Ⓐ $y = \frac{2x-3}{2x-2}$. Ⓑ $y = \frac{x}{x-1}$. Ⓒ $y = \frac{x-1}{x+1}$. Ⓓ $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 27. Cho hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- Ⓐ $a > 0, b < 0, c < 0$. Ⓑ $a > 0, b > 0, c < 0$.
Ⓒ $a > 0, b < 0, c > 0$. Ⓓ $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 28. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt.



- Ⓐ $0 < m < 5$. Ⓑ $1 < m < 5$. Ⓒ $-1 < m < 4$. Ⓓ $0 < m < 4$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$			

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ là

- Ⓐ 3. Ⓑ 5. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Hỏi phương trình $|f(x)| = \frac{2}{e}$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

- Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 - 1$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 32. Tìm m để đường thẳng $y = x + m$ (d) cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị (C).

- Ⓐ $m \in \mathbb{R}$. Ⓑ $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Ⓒ $m > -\frac{1}{2}$. Ⓓ $m < -\frac{1}{2}$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $y = m$ tại ba điểm phân biệt thì tất cả các giá trị tham số m thỏa mãn là

- Ⓐ $m > 1$. Ⓑ $-3 \leq m \leq 1$. Ⓒ $-3 < m < 1$. Ⓓ $m < -3$.

Câu 34. Cho đồ thị (H): $y = \frac{2x-4}{x-3}$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H) tại giao điểm của (H) và Ox .

- Ⓐ $y = 2x$. Ⓑ $y = -2x + 4$. Ⓒ $y = -2x - 4$. Ⓓ $y = 2x - 4$.

Câu 35. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ bằng

- Ⓐ -2. Ⓑ Đáp số khác Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7x + 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(0; 2)$ là

- Ⓐ $y = 7x + 2$. Ⓑ $y = -7x + 2$. Ⓒ $y = 7x - 2$. Ⓓ $y = -7x - 2$.

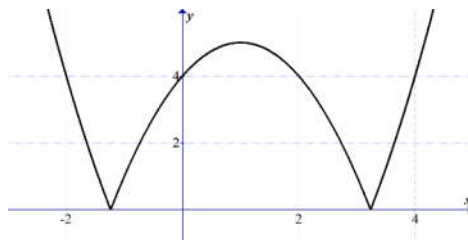
Câu 37. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: -\frac{1}{3}x - y + 2 = 0$ là

- Ⓐ $y = 3x + 14$. Ⓑ $y = 3x + 14, y = 3x + 2$.
Ⓒ $y = 3x + 5, y = 3x - 8$. Ⓓ $y = 3x - 8$.

Câu 38. Tìm số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$, biết tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1; -9)$.

- Ⓐ 3. Ⓑ 0. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

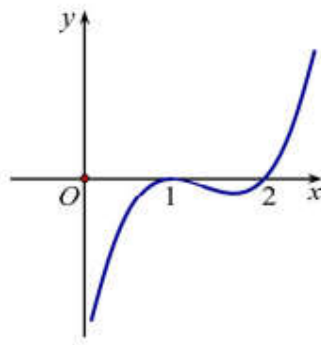
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



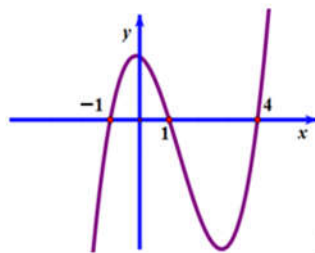
- Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 2.

Câu 40. Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

- Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(0; 1)$. Ⓒ $(1; 2)$. Ⓓ $(-\infty; 1)$.



Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(3 - 2x) + 2018$ nghịch biến trên khoảng?



- Ⓐ $(1; 2)$. Ⓑ $(2; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 1)$. Ⓓ $(-1; 1)$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng

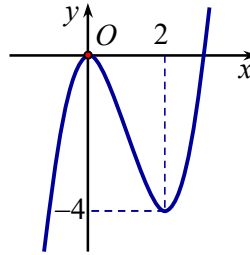
x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$		3	1	-1	2

- Ⓐ $(2; 4)$. Ⓑ $(0; 2)$. Ⓒ $(-2; 0)$. Ⓓ $(-4; -2)$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

- Ⓐ $(-2; 2)$. Ⓑ $(-\infty; -3)$. Ⓒ $(-3; 0)$. Ⓓ $(3; +\infty)$.

Câu 44. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$.



- Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 6.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

- Ⓐ 3. Ⓑ 5. Ⓒ 6. Ⓓ 4.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$?

- Ⓐ 3. Ⓑ 7. Ⓒ 6. Ⓓ 5.

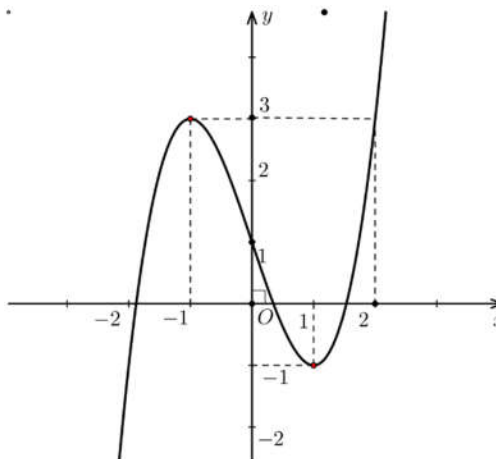
Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						5
							$-\infty$
			-1				

Hàm số $g(x) = 2f^3(x) - 6f^2(x) - 1$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 8.

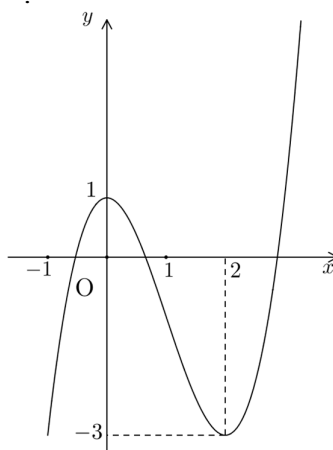
Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(f(\cos x)) = 0$ là

- Ⓐ 7. Ⓑ 5. Ⓒ 8. Ⓓ 6.

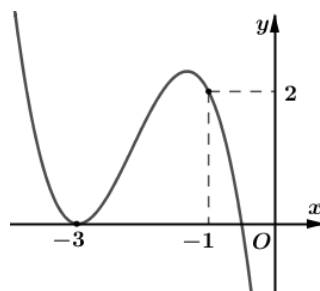
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $|f(x^3 - 3x^2 + 2)| - 1 = 0$ là

- Ⓐ 9. Ⓑ 10. Ⓒ 11. Ⓓ 12.

Câu 50. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 6.

□ **BẢNG ĐÁP ÁN CHƯƠNG I – ĐỀ 1**

1B	2B	3B	4D	5D	6C	7C	8A	9B	10A
11C	12B	13C	14C	15C	16B	17A	18D	19B	20D
21B	22A	23B	24D	25D	26D	27A	28B	29D	30A
31D	32C	33C	34D	35D	36B	37C	38D	39B	40D
41C	42C	43C	44B	45A	46A	47B	48D	49D	50A

□ **BẢNG ĐÁP ÁN CHƯƠNG I – ĐỀ 2**

1C	2D	3A	4D	5B	6B	7B	8D	9D	10A
11D	12B	13D	14A	15B	16C	17A	18B	19C	20A
21B	22A	23A	24A	25C	26D	27A	28B	29B	30A
31D	32A	33C	34B	35A	36A	37B	38D	39B	40A
41A	42D	43B	44C	45D	46D	47B	48A	49C	50C

Chương

2

HÀM SỐ LŨY THỪA – HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LÔGARIT

1. LŨY THỪA
2. HÀM LŨY THỪA
3. LÔGARIT
4. HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT
5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ
6. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT
7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

§1. LŨY THỪA

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa lũy thừa:

Số mũ α	Cơ số a	Lũy thừa a^α
$\alpha = n \in \mathbb{N}^*$	$a \in \mathbb{R}$	$a^\alpha = a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ (n thừa số a)
$\alpha = 0$	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^0 = 1$
$\alpha = -n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)	$a \neq 0$	$a^\alpha = a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$\alpha = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}^*$)	$a > 0$	$a^\alpha = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$)
$\alpha = \lim r_n$ ($r_n \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}^*$)	$a > 0$	$a^\alpha = \lim a^{r_n}$

2. Tính chất của lũy thừa:

- Với số mũ $a > 0, b > 0$ ta có:

$$a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta} ; \quad \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta} ; \quad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta} ; \quad (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha ; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}$$

- + $a > 1 : a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$
+ $0 < a < 1 : a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$

- Với $0 < a < b$ ta có
+ $a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$
+ $a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$

Chú ý: + Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.
+ Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

3. Định nghĩa và tính chất của căn thức:

- Căn bậc n của a là số b sao cho $b^n = a$.
- Với $a, b \geq 0, m, n \in \mathbb{N}^*, p, q \in \mathbb{Z}$ ta có:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} ; \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} (b > 0) ; \quad \sqrt[n]{a^p} = (\sqrt[n]{a})^p (a > 0) ; \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\text{Nếu } \frac{p}{n} = \frac{q}{m} \text{ thì } \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q} (a > 0) ; \quad \text{Đặc biệt: } \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^m}$$

- + Nếu n là số nguyên dương lẻ và $a < b$ thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.
+ Nếu n là số nguyên dương chẵn và $0 < a < b$ thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Chú ý:

- + Khi n lẻ, mỗi số thực a chỉ có một căn bậc n . Kí hiệu $\sqrt[n]{a}$.
- + Khi n chẵn, một số thực dương a có đúng hai căn bậc n là hai số đối nhau.

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Thực hiện các phép tính sau:

$$\text{a) } A = (-1)^3 \left(-\frac{7}{8}\right)^3 \cdot \left(-\frac{2}{7}\right)^2 \cdot (-7) \cdot \left(-\frac{7}{14}\right)$$

$$\text{b) } B = \frac{(-3)^2 \cdot (-15)^6 \cdot 8^4}{9^2 \cdot (-5)^6 \cdot (-6)^4}$$

Ví dụ 2: Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ:

a) $\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$, ($x \geq 0$)

b) $\sqrt[5]{\frac{b}{a}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}}$, ($a, b \neq 0$)

c) $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}$

Ví dụ 3: So sánh các cặp số sau:

a) $(0,01)^{-\sqrt{2}}$ và $(10)^{-\sqrt{2}}$

b) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ và $\left(\frac{\pi}{4}\right)^6$

c) $5^{-2\sqrt{3}}$ và $5^{-3\sqrt{2}}$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Thực hiện các phép tính sau:

$$a) E = \frac{(-18)^7 \cdot 2^4 \cdot (-50)^3}{(-25)^4 \cdot (-4)^5 \cdot (-27)^2}$$

$$b) F = \frac{125^6 \cdot (-16)^3 \cdot (-2)^3}{25^3 \cdot [(-5)^2]^4}$$

$$c) G = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4 - (0,01)^{-2} \cdot 10^{-2}}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,25)^0 + 10^{-2} \sqrt{(0,01)^{-3}}}$$

$$d) H = \left(4^{\frac{1}{3}} - 10^{\frac{1}{3}} + 25^{\frac{1}{3}}\right) \left(2^{\frac{1}{3}} + 5^{\frac{1}{3}}\right)$$

Bài 2: Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ:

$$a) \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$$

$$b) \sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$$

$$c) \frac{\sqrt[5]{b^2} \sqrt{b}}{\sqrt[3]{b} \sqrt{b}}$$

Bài 3: Đơn giản các biểu thức sau :

$$a) \frac{a^{1,5} + b^{1,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}} - a^{0,5} b^{0,5} + \frac{2b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}}$$

$$b) \left(\frac{a^{0,5} + 2}{a + 2a^{0,5} + 1} - \frac{a^{0,5} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{a^{0,5} + 1}{a^{0,5}}$$

$$c) \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{xy^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}y} \right) \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x + y} - \frac{2y}{x - y}$$

$$d) \left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{2}{3}} \right) \cdot \left(a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{4}{3}} \right)$$

Bài 4: Có thể kết luận gì về số a nếu:

$$a) (a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$$

$$b) (2a+1)^{-3} > (2a+1)^{-1}$$

$$c) \left(\frac{1}{a} \right)^{-0,2} < a^2$$

$$d) (1-a)^{-\frac{1}{3}} > (1-a)^{-\frac{1}{2}}$$

$$e) (2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$$

$$f) \left(\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{2}} > \left(\frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$g) a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{7}}$$

$$h) a^{\frac{1}{17}} < a^{\frac{1}{8}}$$

$$i) a^{-0,25} < a^{-\sqrt{3}}$$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[2021]{a}$ bằng

A $a^{\frac{1}{2021}}$.

B $a^{\sqrt{2021}}$.

C a^{2021} .

D $\sqrt{a^{2021}}$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\left(\sqrt[3]{a}\right)^{10} : a^2 = a^{\frac{p}{q}}$ với $p, q \in \mathbb{Z}$ và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Giá trị của $p + q$ bằng

A 23.

B 7.

C 8.

D 19.

Câu 3. Cho $x > 0$. Biểu thức $P = x\sqrt[5]{x}$ bằng

- (A) $x^{\frac{7}{5}}$. (B) $x^{\frac{6}{5}}$. (C) $x^{\frac{1}{5}}$. (D) $x^{\frac{4}{5}}$.

Câu 4. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{\frac{1}{a^3}}$ bằng?

- (A) a^{-3} . (B) $a^{\frac{3}{2}}$. (C) $a^{\frac{1}{6}}$. (D) $a^{-\frac{3}{2}}$.

Câu 5. Giá trị của biểu thức $3^{\sqrt{2}-1} \cdot 9^{\sqrt{2}} \cdot 27^{1-\sqrt{2}}$ bằng

- (A) 9. (B) 1. (C) 3. (D) 27.

Câu 6. Cho $x > 0$. Biểu thức $P = x\sqrt[5]{x}$ bằng

- (A) $x^{\frac{6}{5}}$. (B) $x^{\frac{1}{5}}$. (C) $x^{\frac{4}{5}}$. (D) $x^{\frac{7}{5}}$.

Câu 7. Cho số thực a dương. Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{1}{4}}\sqrt{a}$ ta được biểu thức nào sau đây?

- (A) $a^{\frac{1}{2}}$. (B) $a^{\frac{3}{4}}$. (C) $a^{\frac{9}{4}}$. (D) $a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 8. Một người gửi 150 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,42% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 tháng người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong thời gian đó người đó không rút tiền ra và lãi suất không đổi?

- (A) 153.636.000 đồng. (B) 153.820.000 đồng.
(C) 152.836.000 đồng. (D) 153.177.000 đồng.

Câu 9. Cho a là số thực dương và m, n là các số thực tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$. (B) $a^m \cdot a^n = a^m + a^n$. (C) $a^m \cdot a^n = (a^m \cdot a)^n$. (D) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Câu 10. Một người gửi 150 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,42% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 tháng người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong thời gian đó người đó không rút tiền ra và lãi suất không đổi?

- (A) 153.636.000 đồng. (B) 153.820.000 đồng.
(C) 152.836.000 đồng. (D) 153.177.000 đồng.

Câu 11. Cho a, b là các số thực dương và thỏa mãn $a = 5^x, b = 3^x$. Giá trị của biểu thức $P = 25^x + 15^x + 27^x$ bằng

- (A) $P = a^3 + ab + b^2$. (B) $P = a^2b^2 + ab + b^2$.
(C) $P = a^2 + ab + b^3$. (D) $P = ab^3 + ab + b^2$.

Câu 12. Tính giá trị biểu thức $P = (\sqrt{2} - 1)^{2020} \cdot (\sqrt{2} + 1)^{2021} - \sqrt{2}$

- (A) $P = \sqrt{2} - 1$. (B) $P = 1$. (C) $P = \sqrt{2} + 1$. (D) $P = 0$.

Câu 13. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}} \sqrt[3]{a}$ bằng

- (A) $a^{\frac{11}{6}}$. (B) $a^{\frac{1}{6}}$. (C) a^2 . (D) $a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 14. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}}$, ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $P = x^{\frac{8}{12}}$. (B) $P = x^{\frac{9}{12}}$. (C) $P = x^{\frac{1}{6}}$. (D) $P = x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 15. Cho đẳng thức $2^x = \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{\sqrt{2}}}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $x = \frac{7}{8}$. (B) $x = \frac{3}{4}$. (C) $x = -\frac{3}{4}$. (D) $x = -\frac{7}{8}$.

Câu 16. Cho $P = (5 - 2\sqrt{6})^{2018} (5 + 2\sqrt{6})^{2019}$. Ta có

- (A) $P \in (3; 5)$. (B) $P \in (5; 7)$. (C) $P \in (7; 9)$. (D) $P \in (9; 11)$.

Câu 17. Tính giá trị biểu thức $A = 3(3^{3x} + 3^{-3x})$ biết $3^x + 3^{-x} = 4$

- (A) 12. (B) 192. (C) 3. (D) 156.

Câu 18. Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}} (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}} (\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2021^{2020})$

- (A) $M = 1 - 2021^{2020}$. (B) $M = -2021^{1010} - 1$.
(C) $M = 2021^{1010} - 1$. (D) $M = 2021^{2019} - 1$.

Câu 19. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.

- (A) a^5 . (B) a^2 . (C) a^3 . (D) a .

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3} + (4 - x^2)^{\frac{1}{5}}$ là

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. (B) $D = [-2; -1]$.
(C) $D = (-2; 2) \setminus \{-1\}$. (D) $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty) \setminus \{-2\}$.

Câu 21. Biết $\left(1 + \sqrt[3]{2}\right)^{10} = a_0 + a_1\sqrt[3]{2} + a_2\sqrt[3]{4}$. Tính a_2 .

- (A) $a_2 = 210$. (B) $a_2 = 342$. (C) $a_2 = 45$. (D) $a_2 = 729$.

Câu 22. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ bằng

- (A) $a^{\frac{2}{3}}$. (B) $a^{\frac{5}{6}}$. (C) $a^{\frac{7}{6}}$. (D) a^5 .

Câu 23. Cho a là số thực dương tùy ý, $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a^3}$ bằng

- (A) $a^{\frac{2}{9}}$. (B) a^2 . (C) $a^{\frac{11}{3}}$. (D) $a^{-\frac{7}{3}}$.

Câu 24. Thu gọn biểu thức $A = \sqrt[4]{a^3} \cdot a$ với a là số thực dương ta được ?

- (A) $A = a^{\frac{3}{4}}$. (B) $A = a^{\frac{7}{4}}$. (C) $A = a^{\frac{5}{2}}$. (D) $A = a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 25. Xét các số thực a, b sao cho $ab > 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A) $\sqrt[3]{\sqrt{ab}} = \sqrt[6]{ab}$. (B) $\sqrt[8]{(ab)^8} = ab$. (C) $\sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b}$. (D) $\sqrt[5]{ab} = (ab)^{\frac{1}{5}}$.

Câu 26. Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\left(\sqrt[4]{a^3b^2}\right)^4}{\sqrt[3]{\sqrt{a^{12}b^6}}}$ được kết quả là:

- (A) $P = ab^2$. (B) $P = a^2b^2$. (C) $P = a^2b$. (D) $P = ab$.

Câu 27. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x^4\sqrt{x}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

- (A) $P = x^{\frac{5}{12}}$. (B) $P = x^{\frac{1}{7}}$. (C) $P = x^{\frac{1}{12}}$. (D) $P = x^{\frac{5}{4}}$.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý $\sqrt[4]{a^7}$ bằng

- (A) $a^{\frac{7}{4}}$. (B) a^7 . (C) a^{28} . (D) $a^{\frac{4}{7}}$.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương. Rút gọn của biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ là

- (A) $\sqrt{a^3b^3}$. (B) $\sqrt[3]{a^2b^2}$. (C) $\sqrt[3]{ab}$. (D) $\sqrt[6]{ab}$.

Câu 30. Cho hai số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

- (A) $A = \sqrt[3]{ab}$. (B) $A = \sqrt[6]{ab}$. (C) $\frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

Câu 31. Cho $a > 0$, viết biểu thức $P = \sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ về dạng a^m . Khi đó giá trị m bằng:

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{7}{10}$. (C) $\frac{5}{6}$. (D) $\frac{1}{12}$.

Câu 32. Cho b là số thực dương. Biểu thức $\frac{\sqrt{b}\sqrt[5]{b^2}\sqrt{b}}{\sqrt[3]{b}\sqrt{b}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- (A) $b^{\frac{1}{2}}$ (B) $b^{\frac{3}{2}}$. (C) $b^{\frac{2}{3}}$. (D) b .

Câu 33. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $3m^2 - 2n = 2$. (B) $m^2 + n^2 = 43$. (C) $2m^2 + n = 15$. (D) $m^2 + n^2 = 25$.

Câu 34. Cho x là số thực dương và biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{x} \sqrt{x}$. Viết biểu thức P dưới dạng lũy thừa của một số với số mũ hữu tỉ.

- (A) $P = x^{\frac{19}{24}}$. (B) $P = x^{\frac{58}{63}}$. (C) $P = x^{\frac{1}{432}}$. (D) $P = x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 35. Cho $a > 0$, viết biểu thức $P = \sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ về dạng a^m . Khi đó giá trị m bằng:

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{7}{10}$. (C) $\frac{5}{6}$. (D) $\frac{1}{12}$.

§2. HÀM LŨY THỪA

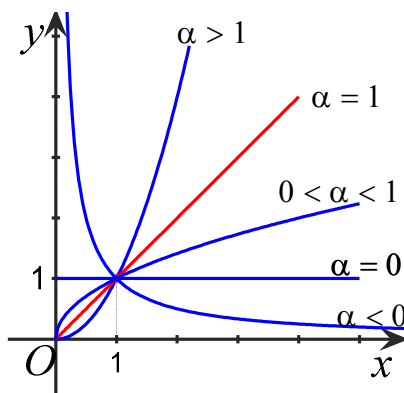
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khái niệm hàm số lũy thừa : $y = x^\alpha$ (α là hằng số)

Số mũ α	Hàm số $y = x^\alpha$	Tập xác định D
$\alpha = n$ (n nguyên dương)	$y = x^n$	$D = \mathbb{R}$
$\alpha = n$ (n nguyên âm hoặc $n = 0$)	$y = x^n$	$D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
α là số thực không nguyên	$y = x^\alpha$	$D = (0; +\infty)$

Chú ý: Hàm số $y = x^{\frac{1}{n}}$ không đồng nhất với hàm số $y = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

2. Đồ thị hàm số lũy thừa :



3. Đạo hàm:

• $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ ($x > 0$); $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$

Chú ý: $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ $\left(\begin{array}{l} \text{voi } x > 0 \text{ neu } n \text{ chan} \\ \text{voi } x \neq 0 \text{ neu } n \text{ le} \end{array} \right)$. $(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

Ví dụ 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

c) $y = (x^3 - 8)^{\frac{\pi}{3}}$

Ví dụ 2 Tính đạo hàm của các hàm số sau:

c) $y = \sqrt[3]{\sin(2x+1)}$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = (x^3 - 6x^2 + 9x)^{-4}$ b) $y = (x^3 - 3x^2 + 2x)^{\frac{1}{4}}$ c) $y = \left(\frac{2x+1}{-x^2+7x-10} \right)^{\sqrt{5}}$

Bài 2. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \cot \sqrt[3]{1+x^2}$ b) $y = \frac{1-\sqrt[3]{2x}}{1+\sqrt[3]{2x}}$ c) $y = \sqrt[3]{\sin \frac{x+3}{4}}$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = (4x-3)^{\frac{1}{2}}$.

- Ⓐ $D = \mathbb{R}$. Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{4} \right\}$. Ⓒ $D = \left[\frac{3}{4}; +\infty \right)$. Ⓓ $D = \left(\frac{3}{4}; +\infty \right)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{-\pi}$ là

- Ⓐ $\left(0; \frac{1}{2} \right)$. Ⓑ $(0; 2)$. Ⓒ $[0; 2]$. Ⓓ $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ là

- Ⓐ $\mathbb{R}$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ⓓ $[0; +\infty)$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ là:

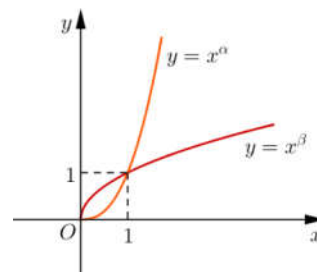
- Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ Ⓑ $\mathbb{R}$ Ⓒ $(-2; +\infty)$ Ⓓ $(0; +\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^{e-3}$ trong các kết luận sau kết luận nào **sai**?

- Ⓐ Đồ thị hàm số nhận Ox, Oy làm hai tiệm cận.
Ⓑ Đồ thị hàm số luôn đi qua $M(1, 1)$.
Ⓒ Hàm số luôn đồng biến trên $(0, +\infty)$.
Ⓓ Tập xác định của hàm số là $D = (0, +\infty)$.

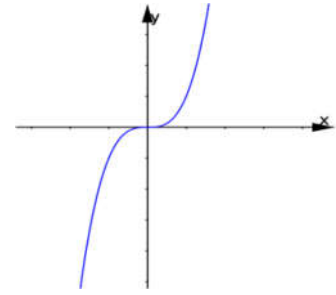
Câu 6. Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- Ⓐ $0 < \beta < 1 < \alpha$. Ⓑ $\beta < 0 < 1 < \alpha$.
Ⓒ $0 < \alpha < 1 < \beta$. Ⓓ $\alpha < 0 < 1 < \beta$.



Câu 7. Hàm số nào trong hàm số sau đây có đồ thị phù hợp với hình vẽ bên?

- Ⓐ $y = x^3$. Ⓑ $y = x^4$. Ⓒ $y = x^{\frac{1}{5}}$. Ⓓ $y = \sqrt{x}$.



Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = (5x^2 - x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

- Ⓐ $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{5x^2-x+2}}$. Ⓑ $y' = \frac{10x-1}{\sqrt[3]{(5x^2-x+2)^2}}$.
Ⓒ $y' = \frac{10x-1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+2)^2}}$. Ⓓ $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(5x^2-x+2)^2}}$.

Câu 9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- Ⓐ Nếu a, b, c dương và $a+b=c$ thì $a^{2016} + b^{2016} < c^{2016}$.
Ⓑ Hàm số $y = x^x$ có đạo hàm là $y' = x \cdot x^{x-1}$.
Ⓒ $A = \sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}}$ là một số tự nhiên.
Ⓓ Hàm $y = (x^2 - x + 2)^{\sqrt{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 10. Hàm số $y = \sqrt[3]{1-x^2}$ có tập xác định là

- Ⓐ $[-1; 1]$ Ⓑ $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ Ⓓ $\mathbb{R}$

Câu 11. Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- Ⓐ $\mathbb{R}$ Ⓑ $(0; +\infty)$ Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$ Ⓓ $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 12. Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định là

- Ⓐ $[-2; 2]$ Ⓑ $(-\infty; 2] \cup [2; +\infty)$ Ⓒ $\mathbb{R}$ Ⓓ $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Câu 13. Hàm số $y = x^\pi + (x^2 - 1)^e$ có tập xác định là

- Ⓐ $\mathbb{R}$ Ⓑ $(1; +\infty)$ Ⓒ $(-1; 1)$ Ⓓ $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Câu 14. Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 + 1)^2}$ có đạo hàm là

- Ⓐ $y' = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2+1}}$ Ⓑ $y' = \frac{4x}{3\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}$ Ⓒ $y' = 2x\sqrt[3]{x^2+1}$ Ⓓ $y' = 4x\sqrt[3]{(x^2+1)^2}$

Câu 15. Hàm số $y = \sqrt[3]{2x^2 - x + 1}$ có đạo hàm $f'(0)$ là

- Ⓐ $-\frac{1}{3}$ Ⓑ $\frac{1}{3}$ Ⓒ 2 Ⓓ 4

Câu 16. Cho hàm số $y = \sqrt[4]{2x - x^2}$. Đạo hàm $f'(x)$ có tập xác định là

- (A) $\mathbb{R}$ (B) $(0; 2)$ (C) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ (D) $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$

Câu 17. Hàm số $y = \sqrt[3]{a + bx^3}$ có đạo hàm là

- (A) $y' = \frac{bx}{3\sqrt[3]{a + bx^3}}$ (B) $y' = \frac{bx^2}{\sqrt[3]{(a + bx^3)^2}}$ (C) $y' = 3bx^2\sqrt[3]{a + bx^3}$ (D) $y' = \frac{3bx^2}{2\sqrt[3]{a + bx^3}}$

Câu 18. Cho $f(x) = x^2\sqrt[3]{x^2}$. Đạo hàm $f'(1)$ bằng

- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) 2 (D) 4

Câu 19. Cho $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-2}{x+1}}$. Đạo hàm $f'(0)$ bằng

- (A) 1 (B) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ (C) $\sqrt[3]{2}$ (D) 4

Câu 20. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào đồng biến trên các khoảng nó xác định?

- (A) $y = x^{-4}$ (B) $y = x^{-\frac{3}{4}}$ (C) $y = x^4$ (D) $y = \sqrt[3]{x}$

Câu 21. Cho hàm số $y = (x+2)^{-2}$. Hệ thức giữa y và y'' không phụ thuộc vào x là

- (A) $y'' + 2y = 0$ (B) $y'' - 6y^2 = 0$ (C) $2y'' - 3y = 0$ (D) $(y'')^2 - 4y = 0$

Câu 22. Cho hàm số $y = x^{-4}$. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- (A) Đồ thị hàm số có một trục đối xứng. (B) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 1)$
(C) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận (D) Đồ thị hàm số có một tâm đối xứng

Câu 23. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = x^{\frac{\pi}{2}}$ lấy điểm M_0 có hoành độ $x_0 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M_0 có phương trình là

- (A) $y = \frac{\pi}{2}x + 1$ (B) $y = \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2} + 1$ (C) $y = \pi x - \pi + 1$ (D) $y = -\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2} + 1$

Câu 24. Trên đồ thị của hàm số $y = x^{\frac{\pi}{2}+1}$ lấy điểm M_0 có hoành độ $x_0 = 2^{\frac{2}{\pi}}$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm M_0 có hệ số góc bằng

- (A) $\pi + 2$ (B) 2π (C) $2\pi - 1$ (D) 3

§3. LÔGARIT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa :

- Với $a > 0, a \neq 1, b > 0$ ta có: $\log_a b = \alpha \Leftrightarrow a^\alpha = b$

Chú ý: $\log_a b$ có nghĩa khi $\begin{cases} a > 0, a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

- Logarit thập phân: $\lg b = \log b = \log_{10} b$

- Logarit tự nhiên (logarit Nepe): $\ln b = \log_e b$ (vôùi $e = \lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \approx 2,718281$)

2. Tính chất của lôgarit:

- $\log_a 1 = 0; \quad \log_a a = 1; \quad \log_a a^b = b; \quad a^{\log_a b} = b \quad (b > 0)$

- Cho $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$. Khi đó:

+ Nếu $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$

+ Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$

3. Các qui tắc tính lôgarit:

Với $a > 0, a \neq 1, b, c > 0$, ta có:

- $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
- $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

4. Đổi cơ số:

Với $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$, ta có:

- $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$ hay $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

$$\bullet \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\bullet \log_{a^\alpha} c = \frac{1}{\alpha} \log_a c \quad (\alpha \neq 0)$$

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Thực hiện các phép tính sau:

a) $\log_2 4 \cdot \log_{\frac{1}{4}} 2$

b) $4^{\log_2 3} + 9^{\log_{\sqrt{3}} 2}$

c) $9^{2\log_3 2} + 4\log_{81} 5$

Ví dụ 2: So sánh các cặp số sau:

a) $\log_3 4$; $\log_4 \frac{1}{3}$

b) $\log_{0,1} \sqrt[3]{2}$; $\log_{0,2} 0,34$

c) $\log_{\frac{3}{4}} \frac{2}{5}$; $\log_{\frac{5}{2}} \frac{3}{4}$

Ví dụ 3: Tính giá trị của biểu thức logarit theo các biểu thức đã cho:

a) Cho $\log_2 14 = a$. Tính $\log_{49} 32$ theo a .

b) Cho $\log_{15} 3 = a$. Tính $\log_{25} 15$ theo a .

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\log_5 \frac{1}{25} \cdot \log_{27} 9$

b) $\log_a \sqrt[3]{\sqrt{a}}$

c) $\frac{\log_{a^3} a \cdot \log_{a^4} a^{1/3}}{\log_{\frac{1}{a}} a^7}$

d) $\log_3 6 \cdot \log_8 9 \cdot \log_6 2$

e) $81^{\log_3 5} + 27^{\log_9 36} + 3^{4 \log_9 7}$

f) $9^{2 \log_3 2} + 4^{\log_{81} 5}$

g) $25^{\log_5 6} + 49^{\log_7 8}$

h) $5^{3-2 \log_5 4}$

i) $9^{\frac{1}{\log_6 3}} + 4^{\frac{1}{\log_8 2}}$

Bài 2. Tính giá trị của biểu thức logarit theo các biểu thức đã cho:

a) Cho $\lg 3 = 0,477$. Tính $\lg 9000$; $\lg 0,000027$; $\frac{1}{\log_{81} 100}$

b). Cho $\log_7 2 = a$. Tính $\log_{\frac{1}{2}} 28$ theo a .

Bài 3. Tính giá trị của biểu thức logarit theo các biểu thức đã cho:

- a) Cho $\log_{25} 7 = a$; $\log_2 5 = b$. Tính $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8}$ theo a, b .
- b) Cho $\log_{30} 3 = a$; $\log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b .
- c) Cho $\log_{14} 7 = a$; $\log_{14} 5 = b$. Tính $\log_{35} 28$ theo a, b .
- d) Cho $\log_2 3 = a$; $\log_3 5 = b$; $\log_7 2 = c$. Tính $\log_{140} 63$ theo a, b, c .

Bài 4. Chứng minh các đẳng thức sau (với giả thiết các biểu thức đã cho có nghĩa):

- a) $b^{\log_a c} = c^{\log_a b}$
- b) $\log_{ax}(bx) = \frac{\log_a b + \log_a x}{1 + \log_a x}$
- c) $\frac{\log_a c}{\log_{ab} c} = 1 + \log_a b$
- d) $\log_c \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2}(\log_c a + \log_c b)$, với $a^2 + b^2 = 7ab$.
- e) $\log_a(x+2y) - 2\log_a 2 = \frac{1}{2}(\log_a x + \log_a y)$, với $x^2 + 4y^2 = 12xy$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tính $x = \sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\lg 16}}$

- (A)** $x = 20$ **(B)** $x = 30$ **(C)** $x = 10$ **(D)** $x = 15$

Câu 2. Tính $y = 2^{1+\log_4 9}$

- (A)** $y = 6$ **(B)** $y = 9$ **(C)** $y = 3$ **(D)** $y = 4$

Câu 3. Tính $A = \lg \tan 1^\circ + \lg \tan 2^\circ + \dots + \lg \tan 89^\circ$

- (A)** $A = 0$ **(B)** $A = 1$ **(C)** $A = 2$ **(D)** $A = 5$

Câu 4. Tính $B = \lg \tan 1^\circ \cdot \lg \tan 2^\circ \dots \lg \tan 89^\circ$

- (A)** $B = 0$ **(B)** $B = 10$ **(C)** $B = 9$ **(D)** $B = 6$

Câu 5. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- (A)** $8 - 5b = \log_{12} 54$ **(B)** $8 - 5b < \log_{12} 54$ **(C)** $8 - 5b > \log_{12} 54$ **(D)** $8 - 5b \leq \log_{12} 54$

Câu 6. Cho $a = \log_7 12$ và $b = \log_{12} 24$. Tính $\log_{54} 168$ theo a, b

- (A)** $\log_{54} 168 = \frac{1+ab}{a(8-5b)}$ **(B)** $\log_{54} 168 = \frac{1-ab}{a(8-5b)}$

Ⓒ $\log_{54} 168 = \frac{1-ab}{a(8+5b)}$

Ⓓ $\log_{54} 168 = \frac{1+ab}{b(8-5a)}$

Câu 7. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \log_2 4\sqrt[3]{16} - 2\log_{\frac{1}{3}} 27\sqrt[3]{3} + \frac{4^{2+\log_2 3}}{3^{\frac{\log_9 2 + \log_{\frac{1}{3}} 5}{3}}}$

Ⓐ $10 + \frac{144}{5\sqrt{2}}$

Ⓑ $10 - \frac{144}{5\sqrt{2}}$

Ⓒ $5\sqrt{2} + \frac{144}{10}$

Ⓓ $5\sqrt{2} - \frac{144}{\sqrt{10}}$

Câu 8. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = 15\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\sqrt[3]{4}}{2\sqrt[5]{8}} + \frac{81^{\log_3 5}}{27^{\log_9 36} + 3^{\log_9 2401}}$

Ⓐ $\frac{1609}{53}$

Ⓑ $\frac{1906}{53}$

Ⓒ $\frac{1909}{53}$

Ⓓ $\frac{1606}{53}$

Câu 9. Ta có a, b là hai cạnh của một tam giác vuông có cạnh huyền c, khẳng định nào sau đây là đúng: (với $a \neq 1$; $c - b \neq 1$; $c + b \neq 1$)

Ⓐ $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2(\log_{c+b} a)(\log_{c-b} a)$

Ⓑ $\log_{c+b} a - \log_{c-b} a = 2(\log_{c+b} a)(\log_{c-b} a)$

Ⓒ $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 3(\log_{c+b} a)(\log_{c-b} a)$

Ⓓ $\log_{c+b} a - \log_{c-b} a = 3(\log_{c+b} a)(\log_{c-b} a)$

Câu 10. Tính: $\log_2 (\log_3 81)$

Ⓐ 2.

Ⓑ 1

Ⓒ 3

Ⓓ 6

Câu 11. Tính: $\log_3 (\log_2 8)$

Ⓐ 1.

Ⓑ 16

Ⓒ 3

Ⓓ 6

Câu 12. Tính: $\frac{1}{3}\log_9 (\log_2 8)$

Ⓐ $\frac{1}{6}$.

Ⓑ $\frac{1}{8}$.

Ⓒ $\frac{4}{3}$.

Ⓓ $\frac{3}{4}$.

Câu 13. Tính: $3\log_2 (\log_4 16) + \log_{\frac{1}{2}} 2$

Ⓐ 2.

Ⓑ 16

Ⓒ 3

Ⓓ 6

Câu 14. Cho $a = \log_{30} 3$; $b = \log_{30} 5$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b

Ⓐ $2a + b + 1$.

Ⓑ $2a + b + 3$.

Ⓒ $2a - b + 1$.

Ⓓ $2a - b + 3$.

Câu 15. Cho $m = \log_{15} 3$. Tính $\log_{25} 15$ theo m.

Ⓐ $\frac{1}{2(1-m)}$.

Ⓑ $\frac{1}{2(1+m)}$.

Ⓒ $\frac{1}{(1-m)}$.

Ⓓ $\frac{1}{(1+m)}$.

Câu 16. So sánh các cặp số sau. $\log_3 5$ và $\log_7 4$

Ⓐ $\log_3 5 > \log_7 4$.

Ⓑ $\log_3 5 < \log_7 4$.

Ⓒ $\log_3 5 = \log_7 4$.

Ⓓ Không xác định

được

Câu 17. So sánh các cặp số sau. $\log_{0,3} 2$ và $\log_4 3$

Ⓐ $\log_{0,3} 2 < \log_4 3$.

Ⓑ $\log_{0,3} 2 > \log_4 3$.

Ⓒ $\log_{0,3} 2 = \log_4 3$.

Ⓓ Không xác định

được

Câu 18. So sánh các cặp số sau. $\log_2 10$ và $\log_5 30$

- (A) $\log_2 10 > \log_5 30$. (B) $\log_2 10 < \log_5 30$. (C) $\log_2 10 = \log_5 30$. (D) Không xác định được

Câu 19. Đơn giản biểu thức sau: $\lg \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \lg 4 + 4 \lg \sqrt{2}$

- (A) 0. (B) 16 (C) 3 (D) 6

Câu 20. Đơn giản biểu thức sau: $\lg \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \lg 36 + \frac{3}{2} \lg \frac{9}{2}$

- (A) $\lg 18 + \frac{1}{2} \lg 2$. (B) $\lg 18 - \frac{1}{2} \lg 2$. (C) $\lg 18 + \frac{1}{2} \lg 4$. (D) $\lg 18 - \frac{1}{2} \lg 4$.

Câu 21. Đơn giản biểu thức sau: $\lg 72 - 2 \lg \frac{27}{256} + \lg \sqrt{108}$

- (A) $20 \lg 2 - \frac{5}{2} \lg 3$. (B) $20 \lg 2 + \frac{5}{2} \lg 3$. (C) $\lg 2 - \frac{5}{2} \lg 6$. (D) $\lg 2 + \frac{5}{2} \lg 6$.

Câu 22. Đơn giản biểu thức sau: $\lg \frac{1}{8} - \lg 0,375 + 2 \lg \sqrt{0,5625}$

- (A) $\lg 3 - 4 \lg 2$. (B) $\lg 3 + 4 \lg 2$. (C) $\lg 4 - 4 \lg 2$. (D) $\lg 4 + 4 \lg 2$.

Câu 23. Tính: $A = 9^{2 \log_3 4 + 4 \log_{81} 2}$

- (A) 1024. (B) 2048. (C) 128 (D) 64.

Câu 24. Tính: $B = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[4]{a}} \right)$

- (A) $\frac{173}{60}$. (B) $\frac{177}{50}$. (C) $\frac{173}{90}$. (D) $\frac{173}{30}$.

Câu 25. Tính: $C = \log_5 \log_5 \sqrt[5]{\sqrt[5]{\sqrt[5]{\dots \sqrt[5]{5}}}}$ (n dấu căn)

- (A) $-n$. (B) $3n$. (C) $-3n$. (D) $2n$.

Câu 26. Gọi c là cạnh huyền, a, b là hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- (A) $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$ (B) $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a > 2 \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$
(C) $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a < 2 \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$ (D) $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$

Câu 27. Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ ($a, b > 0$). Hệ thức nào sau đây là đúng?

- (A) $2 \log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$ (B) $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$
(C) $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b)$ (D) $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$

Câu 28. Cho $\begin{cases} a = \log_2 m; m > 0; m \neq 1 \\ A = \log_m (8m) \end{cases}$. Khi đó mối quan hệ giữa A và a là:

- (A) $\frac{3+a}{a}$ (B) $(3+a)a$ (C) $C. \frac{3-a}{a}$ (D) $(3-a)a$

Câu 29. Cho $\log_a b > 0$. Khi đó phát biểu nào sau đây là đúng nhất?

- (A) a, b là các số thực cùng lớn hơn 1.
- (B) a, b là các số thực cùng nhỏ hơn 1.
- (C) a, b là các số thực cùng lớn hơn 1 hoặc cùng thuộc khoảng $(0;1)$.
- (D) a là số thực lớn hơn 1 và b là số thực thuộc khoảng $(0;1)$.

Câu 30. Phát biểu nào sau đây sai:

- (A) $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với $a, b, c > 0$.
- (B) $\log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_{|a|} b$ với $b > 0, a \neq 1$.
- (C) $\log_a b^2 = \frac{1}{2} \log_a |b|$ với $b \neq 0, 1 \neq a > 0$.
- (D) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ với các số dương a, b, c và

$a \neq 1$.

Câu 31. Cho $\log_3 15 = a$, $\log_3 10 = b$. Tính $\log_9 50$ theo a và b , đáp án đúng là:

- (A) $a+b-1$
- (B) $a-b$
- (C) $a+b-5$
- (D) $a+2b$

Câu 32. Rút gọn $B = 3^{2\log_3 a} - \log_5 a^2 \cdot \log_a 25$. Đáp án đúng là:

- (A) $B=a^2-4$
- (B) $B=a$
- (C) $B=a-4$
- (D) $B=5$

Câu 33. Tính giá trị của biểu thức: $Q = \log_a (a\sqrt{b}) - \log_{\sqrt{a}} (a\sqrt[4]{b}) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b)$ biết rằng a, b là các số thực dương khác 1.

- (A) $Q = 2$
- (B) $Q = 3$
- (C) $Q = 4$
- (D) $Q = 5$

Câu 34. Cho các số thực dương a, b, c và cùng khác 1. Xét các khẳng định sau:

- 1- $\log_{abc} abc = 1$.
- 2- $\log_{\sqrt{c}} \sqrt[4]{b} = \frac{1}{2a} \log_c b$.
- 3- $\log_a b \cdot c = \log_a b + \log_a c$.
- 4- $\log_a bc = \log_a b - \log_a c$.

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên.

- (A) 1.
- (B) 2.
- (C) 3.
- (D) 4.

Câu 35. Đặt $a = \log_3 5$, $b = \log_4 5$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 20$ theo a và b .

- (A) $\log_{15} 20 = \frac{a(1+a)}{b(1+b)}$.
- (B) $\log_{15} 20 = \frac{b(1+b)}{a(1+a)}$.
- (C) $\log_{15} 20 = \frac{b(1+a)}{a(1+b)}$.
- (D) $\log_{15} 20 = \frac{a(1+b)}{b(1+a)}$.

Câu 36. Cho các số thực a, b thỏa $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- (A) $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$.
- (B) $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$.
- (C) $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$.
- (D) $\frac{1}{\log_b a} < 1 < \frac{1}{\log_a b}$.

§4. HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LÔGARIT**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****1. Hàm số mũ**

❶ **Khái niệm** : Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Hàm số dạng $y = a^x$ được gọi là hàm số mũ cơ số a .

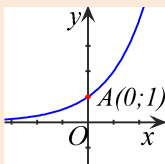
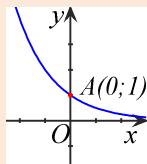
❷ **Tính chất** : Hàm số $y = a^x$ liên tục trên $\mathbb{R}$

❸ **Sự biến thiên và đồ thị của hàm số mũ** $y = a^x$

• Tập xác định là $\mathbb{R}$. Tập giá trị là $(0; +\infty)$

• $y' = (a^x)' = a^x \cdot \ln a$

Đặc biệt : $(e^x)' = e^x$; $(e^u)' = e^u \cdot u'$

Hàm số $y = a^x$, ($a > 1$)	Hàm số $y = a^x$, ($0 < a < 1$)
• $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ • Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$ • Tiệm cận ngang là $y = 0$ • Đồ thị : 	• $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ • Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$ • Tiệm cận ngang là $y = 0$ • Đồ thị : 
Đồ thị hàm số $y = a^x$ luôn cắt trục tung tại điểm $(0; 1)$ và nằm phía trên trục Ox , nhận trục Ox làm tiệm cận ngang.	

2. Hàm số lôgarit

❶ **Khái niệm** : Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Hàm số dạng $y = \log_a x$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a .

❷ **Tính chất** : Hàm số $y = \log_a x$ liên tục trên $\mathbb{R}_+^*$

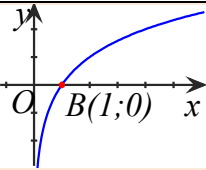
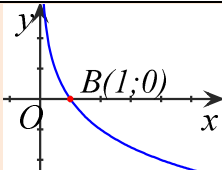
❸ **Sự biến thiên và đồ thị của hàm số lôgarit** $y = \log_a x$

• Tập xác định là $(0; +\infty)$. Tập giá trị là $\mathbb{R}$

• $y' = (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

Đặc biệt : $(\ln x)' = \frac{1}{x}$; $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$

Hàm số $y = \log_a x$ ($a > 1$)	Hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$)
• $y' > 0, \forall x \in (0; +\infty)$ • Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$ • Tiệm cận đứng là $x = 0$	• $y' < 0, \forall x \in (0; +\infty)$ • Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$ • Tiệm cận đứng là $x = 0$

	
Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ cắt trục hoành tại điểm $(1; 0)$ và nằm bên phải trục Oy, nhận trục Oy làm tiệm cận đứng. <u>Nhận xét</u> : Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ (với $a > 0, a \neq 1$) đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$	

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1}{\sqrt{e^4 - e^x}}$

b) $y = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2 - 3x} - \frac{9}{4}}$

c) $y = \log(x^2 + 2x)$

d) $y = \sqrt{2 - \ln(ex)}$

Ví dụ 2: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a) $y = xe^x$ trên $[-2; 0]$

b) $y = x^2 - 2 \ln x$ trên $[e^{-1}; e]$

c) $y = e^{\frac{x^2 - 3x}{x+1}}$ trên đoạn $[0; 3]$.

d) $y = x^2 - 4 \ln(1 - x)$ trên đoạn $[-2; 0]$

Ví dụ 3. Cho $a > 0, a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- Ⓐ Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty)$.
- Ⓑ Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là $\mathbb{R}$.
- Ⓒ Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là $\mathbb{R}$.
- Ⓓ Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là $\mathbb{R}$.

Lời giải :.....

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = \log_2 x$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- Ⓐ Tập xác định của hàm số là $(-\infty; +\infty)$
- Ⓑ Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
- Ⓒ Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.
- Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải :.....

Ví dụ 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = e^{x^2+2x}$.

- Ⓐ $D = \mathbb{R}$.
- Ⓑ $D = [0; 2]$.
- Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$.
- Ⓓ $D = \emptyset$.

Lời giải :.....

Ví dụ 6. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

- Ⓐ $D = (0; 4)$
- Ⓑ $D = \mathbb{R}$
- Ⓒ $D = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$
- Ⓓ $D = (0; +\infty)$

Lời giải :.....

Ví dụ 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

- Ⓐ $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.
- Ⓑ $m = 2$.
- Ⓒ $m < 2$.
- Ⓓ $-2 < m < 2$.

Lời giải :.....

Ví dụ 8. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- Ⓐ $y' = \frac{1}{x}$
- Ⓑ $y' = \frac{\ln 10}{x}$
- Ⓒ $y' = \frac{1}{x \ln 10}$

Lời giải :.....

Ⓓ $y' = \frac{1}{10 \ln x}$

Ví dụ 9. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ⓐ $y = \frac{1}{5^x}$.

Ⓑ $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

Ⓒ $y = \frac{1}{(\sqrt{7} - \sqrt{5})^x}$.

Ⓓ $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

Lời giải :.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho hàm số $y = x - \ln(1+x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$

Ⓑ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

Ⓓ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$

Lời giải :.....

.....

.....

Ví dụ 11. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số có một cực đại.

Ⓑ Hàm số có một cực tiểu.

Ⓒ Hàm số có hai cực trị.

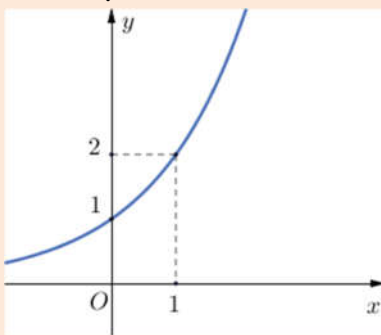
Ⓓ Hàm số không có cực trị.

Lời giải :.....

.....

.....

Ví dụ 12. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào



Ⓐ $y = (\sqrt{2})^x$

Ⓑ $y = \log_2(2x)$

Ⓒ $y = 2^x$

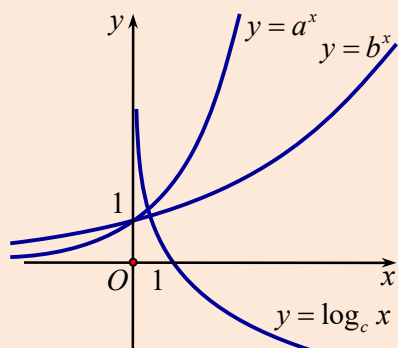
Ⓓ $y = \frac{1}{2}x + 1$

Lời giải :.....

.....

.....

Ví dụ 13. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

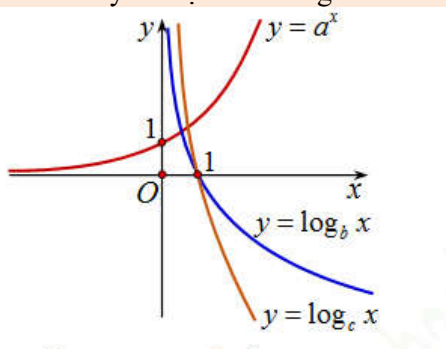
- Ⓐ $a < b < c$.
- Ⓑ $c < b < a$.
- Ⓒ $a < c < b$.
- Ⓓ $c < a < b$.

Lời giải :.....

.....

.....

Ví dụ 14. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng ?



- Ⓐ $b < c < a$.
- Ⓑ $c < a < b$.
- Ⓒ $b < a < c$.
- Ⓓ $c < b < a$.

Lời giải :.....

.....

.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = 5^{-x^2+2x+3}$?

- Ⓐ $(-1; 3)$.
- Ⓑ $\mathbb{R}$.
- Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \{-1; 3\}$.
- Ⓓ $[-1; 3]$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3 \frac{x+1}{x-3}$.

Ⓐ $D = (3; +\infty)$.

Ⓑ $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Ⓒ $D = (-\infty; -1)$.

Ⓓ $D = (-1; 3)$.

Câu 3. Trong các hàm số được cho dưới đây, hàm số nào có tập xác định là $D = \mathbb{R}$?

Ⓐ $y = \ln(x^2 - 1)$

Ⓑ $y = \ln(1 - x^2)$

Ⓒ $y = \ln(x + 1)^2$

Ⓓ $y = \ln(x^2 + 1)$

Câu 4. Hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 4)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi các giá trị của tham số m là:

Ⓐ $m < 2$.

Ⓑ $m < -2$ hoặc $m > 2$.

Ⓒ $m = 2$.

Ⓓ $-2 < m < 2$.

Câu 5. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi

Ⓐ $m < \frac{1}{4}$.

Ⓑ $m > 0$.

Ⓒ $m \geq \frac{1}{4}$.

Ⓓ $m > \frac{1}{4}$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

Ⓐ $y' = 2^x \ln 2$.

Ⓑ $y' = 2^x$.

Ⓒ $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$.

Ⓓ $y' = x2^{x-1}$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2-x}$ là:

Ⓐ $(2x-1)e^{x^2-x}$.

Ⓑ $(x^2-x)e^{2x-1}$.

Ⓒ $(2x-1)e^{2x-1}$.

Ⓓ $(2x-1)e^x$.

Câu 8. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

Ⓐ $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

Ⓑ $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

Ⓒ $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Ⓓ $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Câu 9. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

Ⓐ $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$.

Ⓑ $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Ⓒ $f'(x) = \frac{(2x-2)\ln 2}{x^2 - 2x}$.

Ⓓ $f'(x) = \frac{2x-2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

Câu 10. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$.

Ⓐ $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$

Ⓑ $y' = \frac{1}{1 + \sqrt{x+1}}$

Ⓒ $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$

Ⓓ $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

Ⓐ $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Ⓑ $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

Ⓒ $y = (\sqrt{2})^x$.

Ⓓ $y = (0,5)^x$.

Câu 12. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ là:

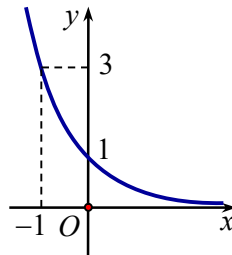
Ⓐ $\frac{6}{e}$.

Ⓑ $\frac{6}{e^3}$.

Ⓒ $-3e$.

Ⓓ $-2e$.

Câu 13. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



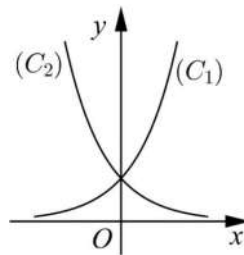
Ⓐ $y = (\sqrt{3})^x$.

Ⓑ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Ⓒ $y = (\sqrt{2})^x$.

Ⓓ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 14. Cho hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

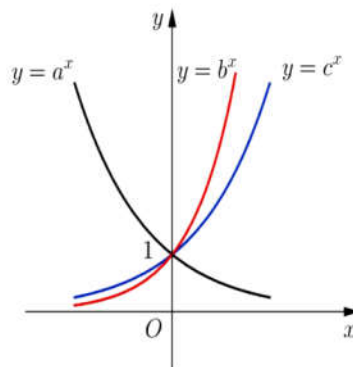
Ⓐ $0 < a < b < 1$

Ⓑ $0 < b < 1 < a$

Ⓒ $0 < a < 1 < b$

Ⓓ $0 < b < a < 1$

Câu 15. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

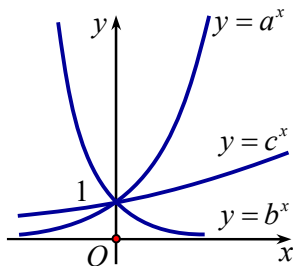
Ⓐ $a < b < c$

Ⓑ $a < c < b$

Ⓒ $b < c < a$

Ⓓ $c < a < b$

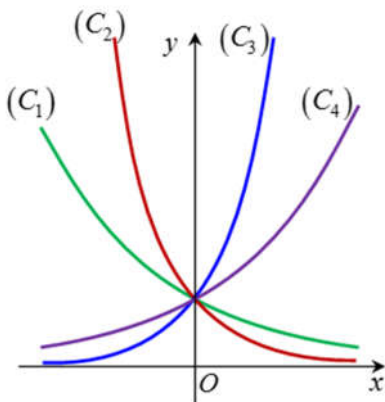
Câu 16. Hình vẽ dưới đây vẽ đồ thị của các hàm số mũ $y = a^x, y = b^x, y = c^x$



Khẳng định nào dưới đây đúng?

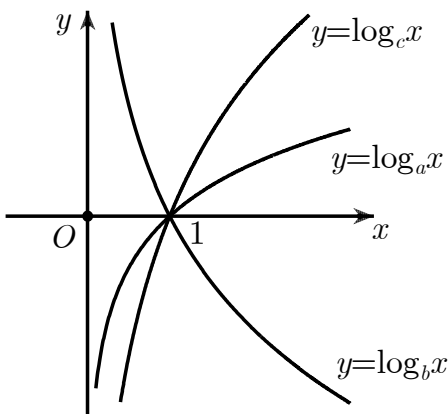
- Ⓐ $a > b > c$. Ⓑ $a > c > 1 > b$. Ⓒ $b > c > 1 > a$. Ⓓ $b > a > c$.

Câu 17. Cho bốn hàm số $y = (\sqrt{3})^x$ (1), $y = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ (2), $y = 4^x$ (3), $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (4) và bốn đường cong (C_1) , (C_2) , (C_3) , (C_4) như hình vẽ bên. Đồ thị các hàm số (1), (2), (3), (4) lần lượt là



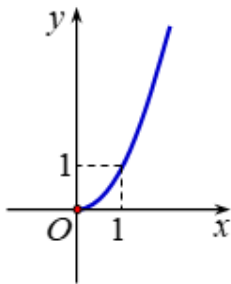
- Ⓐ $(C_2), (C_3), (C_4), (C_1)$. Ⓑ $(C_1), (C_2), (C_3), (C_4)$.
Ⓒ $(C_4), (C_1), (C_3), (C_2)$. Ⓓ $(C_1), (C_2), (C_3), (C_4)$.

Câu 18. Cho a, b, c là các số thực dương và khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

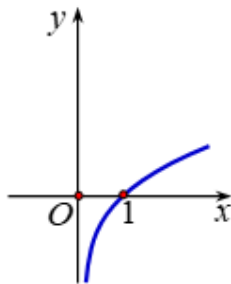


- Ⓐ $b < c < a$ Ⓑ $c < a < b$ Ⓒ $a < b < c$ Ⓓ $b < a < c$

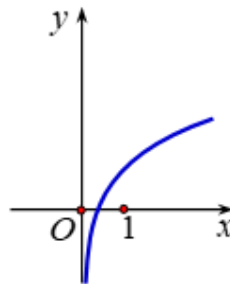
Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó?



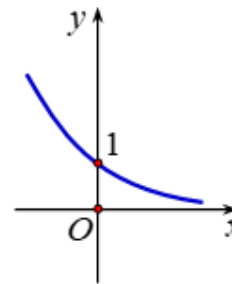
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

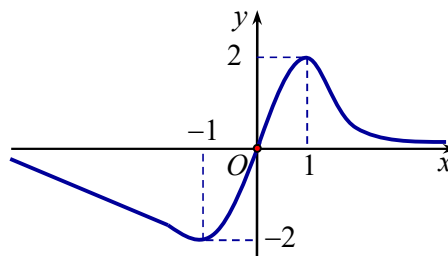
A Hình 1

B Hình 2

C Hình 3

D Hình 4

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới. Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 4^{\frac{m+1}{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương



A $m > 1$.

B $0 < m < 1$.

C $m < 0$.

D $0 < m < 2$.

Câu 21. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A $(-\infty; -1]$

B $(-\infty; -1)$

C $[-1; 1]$

D $[1; +\infty)$

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2021; 2021)$ để hàm số $y = \ln(4x - 1) - \frac{m}{x} + 2022$ đồng biến trên khoảng $(\frac{1}{3}; +\infty)$ là

A 4040.

B 2022.

C 2021.

D 4041.

Câu 23. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \log_2(2 - x)$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tổng $a + b$ bằng

A 5.

B 0.

C 6.

D 7.

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \log_2^2 x - 4 \log_2 x + 1$ trên $[1; 8]$ là

A -2

B 1

C -3

D 2

Câu 25. Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |e^{2x} - 4e^x + m|$ trên đoạn $[0; \ln 4]$ bằng 6 ?

Ⓐ 3.

Ⓑ 4.

Ⓒ 1.

Ⓓ 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2B	3D	4D	5D	6A	7A	8A	9D	10A	11C	12D	13D	14C	15B
16B	17C	18A	19C	20C	21A	22B	23A	24C	25D					

§5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Phương trình mũ

Với cơ số $a > 0$, $a \neq 1$, ta có :

- Phương trình mũ cơ bản có dạng : $a^x = m$
 - Nếu $m \leq 0$ thì phương trình $a^x = m$ vô nghiệm
 - Nếu $m > 0$ thì phương trình $a^x = m \Leftrightarrow x = \log_a m$
- Phương trình $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:

Biến đổi phương trình về cùng cơ số

- ✓ **Chú ý :** Các cặp số có dạng : $\sqrt{a} + \sqrt{a-1}$ và $\sqrt{a} - \sqrt{a-1}$ (với $a > 1$) là nghịch đảo của nhau
Ví dụ : $2 + \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^{-1}$

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $2^{x^2+3x-4} = 4^{x-1}$

b) $16^{\frac{x+10}{x-10}} = 0,125.8^{\frac{x+5}{x-15}}$

c) $2^{x^2-1} + 2^{x^2+2} = 3^{x^2} + 3^{x^2-1}$

d) $6^x - 2^{x+1} = 3^x - 2$

Ví dụ 2. Phương trình $2^{x^2-3x+2} = 4$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$. Hãy tính giá trị của $T = x_1^3 + x_2^3$.

- ☐ A $T = 9$.
☐ B $T = 1$.
☐ C $T = 3$.
☐ D $T = 27$.

Lời giải:

Ví dụ 3. Giải phương trình $3^{x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$

- ☐ A $x = \frac{6}{7}$.
☐ B $x = \frac{1}{3}$.
☐ C $x = 1$.
☐ D $x = \frac{7}{6}$.

Lời giải:

Ví dụ 4. Tìm số nghiệm thực của phương trình $3^{3x-1} = 9^{\sqrt{x}}$.

- ☐ A 2.
☐ B 1.
☐ C 3.
☐ D 0.

Lời giải:

Ví dụ 5. Tìm nghiệm của phương trình $3^x + 3^{x+1} = 2^{x+2}$.

- Ⓐ $x = \log_2 3$.
 Ⓑ $x = 0$.
 Ⓒ $x = \frac{2}{3}$.
 Ⓓ $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải:

.....

Ví dụ 6. Phương trình $(2 + \sqrt{3})^{x^2 - 2x - 2} = 7 - 4\sqrt{3}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.

- Ⓐ $P = 2$.
 Ⓑ $P = 4$.
 Ⓒ $P = -1$.
 Ⓓ $P = 3$.

Lời giải:

.....

Ví dụ 7. Tính tích t của tất cả các nghiệm của phương trình $(3 + 2\sqrt{2})^{x^2 - x + 2} = (3 - 2\sqrt{2})^{x^3 - 2}$.

- Ⓐ $t = 0$.
 Ⓑ $t = -2$.
 Ⓒ $t = -1$.
 Ⓓ $t = 1$.

Lời giải:

.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2 + 3x - 10} = 1$ là:

- Ⓐ $\{1; 2\}$. Ⓑ $\{2; 5\}$. Ⓒ $\{-5; -2\}$. Ⓓ $\{-5; 2\}$.

Câu 2. Giải phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$.

- Ⓐ $x = \frac{11}{8}$. Ⓑ $x = \frac{4}{3}$. Ⓒ $x = \frac{1}{8}$. Ⓓ $x = \frac{8}{11}$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2 - 2x - 3} = 7^{x+1}$ là

- Ⓐ $\{-1\}$. Ⓑ $\{-1; 2\}$. Ⓒ $\{-1; 4\}$. Ⓓ $\{2\}$.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- Ⓐ $\{0; 2\}$. Ⓑ $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$. Ⓒ $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. Ⓓ $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 5. Cho a, b là hai số thực khác 0. Biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$?

- Ⓐ $\frac{76}{3}$. Ⓑ $\frac{4}{21}$. Ⓒ $\frac{76}{21}$. Ⓓ 2.

Câu 6. Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} + 2^{2x-1} - 5 = 0$.

- Ⓐ $x = \log_4 \frac{10}{9}$. Ⓑ $x = \ln \frac{10}{9}$. Ⓒ $x = 4^{\frac{10}{9}}$. Ⓓ $x = \frac{10}{9}$.

Câu 7. Phương trình $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$ có nghiệm là

- Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = -2$. Ⓓ $x = 2$.

Câu 8. Biết nghiệm của phương trình $2^x \cdot 15^{x+1} = 3^{x+3}$ được viết dưới dạng $x = 2 \log a - \log b$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 10. Tính $S = 2017a^3 - 2018b^2$.

- Ⓐ $S = 4009$. Ⓑ $S = 2014982$. Ⓒ $S = 1419943$. Ⓓ -197791 .

Câu 9. Tính tổng T của tất cả các nghiệm của phương trình $(3 + 2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3 - 2\sqrt{2})^{x^3-2}$.

- Ⓐ $T = 0$. Ⓑ $T = -2$. Ⓒ $T = -1$. Ⓓ $T = 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2A	3B	4B	5B	6A	7B	8A	9C						
----	----	----	----	----	----	----	----	----	--	--	--	--	--	--

Dạng 2:	
	Giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $2^{2x+5} + 2^{x+3} = 12$

b) $(5 - \sqrt{24})^x + (5 + \sqrt{24})^x = 10$

c) $5^{\sqrt{x}} - 5^{1-\sqrt{x}} = -4$

d) $36^x + 4 \cdot 30^x - 5^{2x+1} = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$.

- Ⓐ 3.
Ⓑ $\frac{10}{3}$.
Ⓒ 0.
Ⓓ $\frac{1}{3}$.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Phương trình $9^x - 3^x = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- Ⓐ 2.
Ⓑ Vô nghiệm.
Ⓒ 1.
Ⓓ 3.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Cho phương trình $4^{x^2-2x} + 2^{x^2-2x+3} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^{x^2-2x}$, ta được phương trình nào dưới đây?

- Ⓐ $t^2 + 8t - 3 = 0$.
Ⓑ $2t^2 - 3 = 0$.
Ⓒ $t^2 + 2t - 3 = 0$.
Ⓓ $4t - 3 = 0$.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Tổng các nghiệm của phương trình $3^x - 8.3^{\frac{x}{2}} + 15 = 0$ bằng.

- Ⓐ $2(1 + \log_3 5)$.

Lời giải:

- Ⓐ $4\log_5 3$.
Ⓑ $3\log_3 5$.
Ⓒ $2 + \log_3 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là :

- Ⓐ 2
Ⓑ -1
Ⓒ 1
Ⓓ 0

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Từ phương trình $(3+2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2}-1)^x = 3$, đặt $t = (\sqrt{2}-1)^x$ ta thu được phương trình nào sau đây?

- Ⓐ $t^3 - 3t - 2 = 0$.
Ⓑ $2t^3 + 3t^2 - 1 = 0$.
Ⓒ $2t^3 + 3t - 1 = 0$.
Ⓓ $2t^2 + 3t - 1 = 0$.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Số nghiệm của phương trình $4^x + 10^x = 2.25^x$ là:

- Ⓐ 2.
Ⓑ 0.
Ⓒ 1.
Ⓓ 3

Lời giải:

.....

Ví dụ 11. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4.9^x - 13.6^x + 9.4^x = 0$.

- (A) $T = 2$.
 (B) $T = 3$.
 (C) $T = \frac{13}{4}$.
 (D) $T = \frac{1}{4}$.

Lời giải:

Ví dụ 12. Phương trình $(3 + \sqrt{5})^x + (3 - \sqrt{5})^x = 3.2^x$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $A = x_1^2 + x_2^2$.

- (A) 9.
 (B) 13.
 (C) 1.
 (D) 2.

Lời giải:

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{2x+1} - 5.2^x + 2 = 0$.

- (A) $S = \{0; 1\}$ (B) $S = \{-1; 0\}$. (C) $S = \{-1; 1\}$. (D) $S = \{1\}$.

Câu 2. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3.2^x + 7 = 0$. Tính S .

- (A) $S = \log_2 28$. (B) $S = 28$. (C) $S = \log_2 7$. (D) $S = 12$.

Câu 3. Phương trình $3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0$ có nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Chọn phát biểu đúng?

- ☐ A $x_1 x_2 = -1$.
 ☐ B $2x_1 + x_2 = 0$.
 ☐ C $x_1 + 2x_2 = -1$.
 ☐ D $x_1 + x_2 = -2$.

Câu 4. Cho phương trình $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Tính giá trị của $A = 2x_1 + 3x_2$.

- ☐ A $A = 3 \log_3 2$.
 ☐ B $A = 2$.
 ☐ C $A = 0$.
 ☐ D $A = 4 \log_2 3$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$ là

- ☐ A $S = \{1; -1\}$
 ☐ B $S = \{3; 1\}$.
 ☐ C $S = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$
 ☐ D $S = \{-1\}$

Câu 6. Phương trình $9^{x^2+x-1} - 10 \cdot 3^{x^2+x-2} + 1 = 0$ có tập nghiệm là:

- ☐ A $\{-2; -1; 0; 1\}$.
 ☐ B $\{-1; 0; 2\}$.
 ☐ C $\{-2; -1; 1; 2\}$.
 ☐ D $\{-2; 0; 1; 2\}$.

Câu 7. Cho phương trình $3^{2x+10} - 6 \cdot 3^{x+4} - 2 = 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$ ($t > 0$) thì (1) trở thành phương trình nào ?

- ☐ A $9t^2 - 6t - 2 = 0$.
 ☐ B $t^2 - 2t - 2 = 0$.
 ☐ C $t^2 - 18t - 2 = 0$.
 ☐ D $9t^2 - 2t - 2 = 0$.

Câu 8. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình: $3^{x+1} - 5 \cdot 3^{\frac{x+2}{2}} + 18 = 0$. Tính S ?

- ☐ A $S = 2 + \frac{1}{2} \log_2 3$.
 ☐ B $S = 1 + \log_3^2 2$.
 ☐ C $S = 2 \log_3 2$.
 ☐ D $S = 2(1 + \log_3 2)$.

Câu 9. Phương trình $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x = 0$ đương đương với phương trình nào sau đây?

- ☐ A $3x^2 - 5x + 2 = 0$.
 ☐ B $x^2 - x = 0$.
 ☐ C $2x^2 - 5x + 3 = 0$.
 ☐ D $2x^2 + 5x + 3 = 0$.

Câu 10. Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- ☐ A 2
 ☐ B 3
 ☐ C 0
 ☐ D 1

Câu 11. Phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3 \cdot (2 - \sqrt{3})^x + 2 = 0$ có tập nghiệm là.

- ☐ A $\{0\}$.
 ☐ B $\{1; 0\}$.
 ☐ C $\{1; 2\}$.
 ☐ D $\{-2; 2\}$.

Câu 12. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{5+\sqrt{21}}\right)^x + \left(\sqrt{5-\sqrt{21}}\right)^x = 5 \cdot 2^{\frac{x}{2}}$ bằng:

- ☐ A -4.
 ☐ B 4.
 ☐ C 2.
 ☐ D -2.

Câu 13. Cho phương trình $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^{\sin x} + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^{\sin x} = 2$. Hỏi phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm trong $[0; 4\pi)$?

- ☐ A 4 nghiệm.
 ☐ B 3 nghiệm.
 ☐ C 6 nghiệm.
 ☐ D 5 nghiệm.

Câu 14. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$

- ☐ A $T = 2$.
 ☐ B $T = 3$.
 ☐ C $T = \frac{13}{4}$.
 ☐ D $T = \frac{1}{4}$.

Câu 15. Tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $(9^x - 3)^3 + (3^x - 9)^3 = (9^x + 3^x - 12)^3$ bằng

- ☐ A 2.
 ☐ B $\frac{1}{2}$.
 ☐ C $\frac{25}{2}$.
 ☐ D 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2A	3C	4A	5A	6A	7B	8D	9B	10C	11A	12A	13A	14A	15D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Dạng 3:

Giải phương trình bằng cách lôgarit hai vế

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $3^{x^2-4x} = 2^{x-4}$

b) $3^x \cdot 2^{x^2} = 1$

c) $3^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 36$

d) $(3)^{5^x} = (5)^{3^x}$

BÀI TẬP VỀ NHÀ**Câu 1.** Tìm tập nghiệm thực của phương trình $3^x \cdot 2^{x^2} = 1$

Ⓐ $S = \{0; \log 6\}$.

Ⓑ $S = \{0; \log_2 3\}$.

Ⓒ $S = \left\{0; \log_2 \frac{1}{3}\right\}$.

Ⓓ $S = \{0\}$.

Câu 2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 2^{x^2-1}$. Tính $P = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$.

Ⓐ $2 \log_2 5 - 1$.

Ⓑ $\log_2 25$.

Ⓒ 0 .

Ⓓ $2 \log_2 5 + 2$.

Câu 3. Giải phương trình $8^x \cdot 5^{x^2-1} = \frac{1}{8}$

Ⓐ $x = -1; x = 1 - \log_5 8$.

Ⓑ $x = -1; x = 1 - \log_8 5$.

Ⓒ $x = -1; x = 1 + \log_5 8$.

Ⓓ Kết quả khác Ⓒ

Câu 4. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4} = 7^{x+2}$.

- (A) $4 + \log_3 7$. (B) $\log_3 7$. (C) $-\log_3 7$. (D) $-2 + \log_3 7$.

Câu 5. Phương trình $5^{x^2-3x+2} = 3^{x-2}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b$ với a, b là các số nguyên dương lớn hơn 4 và nhỏ hơn 16. Khi đó $a + 2b$ bằng

- (A) 30. (B) 25. (C) 40. (D) 35.

Câu 6. Biết phương trình $27^{\frac{x-1}{x}} \cdot 2^x = 72$ có một nghiệm viết dưới dạng $x = -\log_a b$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 8. Khi đó tính tổng $S = a^2 + b^2$.

- (A) $S = 25$. (B) $S = 13$. (C) $S = 34$. (D) $S = 29$.

Câu 7. Phương trình $(4x)^{\log_8 x} + x^{\log_8(4x)} = 4$ có tập nghiệm là

- (A) $\{2; 8\}$. (B) $\left\{\frac{1}{2}; 8\right\}$. (C) $\left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right\}$. (D) $\left\{2; \frac{1}{8}\right\}$.

Câu 8. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ thỏa mãn $1 < a < b < 100$ để phương trình $a^{b^x} = b^{a^x}$ có nghiệm nhỏ hơn 1?

- (A) 4751. (B) 4656. (C) 2. (D) 4750.

Câu 9. Phương trình: $x^{-2+\log x} = 1000$ có tập nghiệm là

- (A) $\{10; 100\}$ (B) $\{10; 20\}$ (C) $\left\{\frac{1}{10}; 1000\right\}$ (D) $\emptyset$

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3A	4B	5D	6B	7D	8A	9C						
----	----	----	----	----	----	----	----	----	--	--	--	--	--	--

Dạng 4:

Sử dụng tính đơn điệu để giải phương trình mũ, lôgarit

Định lý 1: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên D . Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên D thì số nghiệm của phương trình $f(x) = k$ trên D không nhiều hơn một và $f(x) = f(y)$ khi và chỉ khi $x = y$ với mọi $x, y \in D$.

Định lý 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên D . Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) và hàm số $y = g(x)$ luôn nghịch biến (hoặc luôn đồng biến) trên D thì số nghiệm trên D của phương trình $f(x) = g(x)$ không nhiều hơn 1.

Khi đó : nếu x_0 là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ thì x_0 là nghiệm duy nhất.

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $3^x + 4^x = 5^x$

b) $6^x - 2^x = 32$

c) $3^x - 4 + x = 0$

d) $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$

Ví dụ 2. Giải phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$. Ta có tập nghiệm bằng:

Ⓐ $\{-1, 2\}$.

Ⓑ $\{1, 4\}$.

Ⓒ $\{2, 4\}$.

Ⓓ $\{1, 2\}$.

Lời giải:

- ☐ B $m \geq 0$
☐ C $m > 0$
☐ D $m \neq 0$

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt

- ☐ A $m \in (-\infty; 1)$
☐ B $m \in (0; 1]$
☐ C $m \in (0; 1)$
☐ D $m \in (0; +\infty)$

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+2} + 9m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

- ☐ A $m = 3$.
☐ B $m = 4$.
☐ C $m = 1$.
☐ D $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} - 2m^2 + 6 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- ☐ A 3.
☐ B 2.
☐ C 1.
☐ D 0.

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tìm m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + 2 = m$ có nghiệm $x \in (-1; 2)$.

- Ⓐ $1 \leq m \leq 10$.
 Ⓑ $1 \leq m < 10$.
 Ⓒ $\frac{5}{4} \leq m \leq 10$.
 Ⓓ $\frac{5}{4} < m < 10$.

Lời giải:.....

Ví dụ 6. Phương trình $(7+3\sqrt{5})^x + m(7-3\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ (1) có nghiệm thực thì m bằng:

- Ⓐ $m \leq 16$.
 Ⓑ $m > 16$.
 Ⓒ $m \geq -16$.
 Ⓓ $m > 0$.

Lời giải:.....

Ví dụ 7. Để phương trình: $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm, thì các giá trị cần tìm của tham số m là:

- Ⓐ $1 \leq m \leq \sqrt{2}$.
 Ⓑ $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$.
 Ⓒ $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$.
 Ⓓ $3 \leq m \leq 4$.

Lời giải:.....

Ví dụ 8. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- Ⓐ $[3;4]$.
 Ⓑ $[2;4]$.
 Ⓒ $(2;4)$.
 Ⓓ $(3;4)$.

Lời giải:.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Biết rằng $m = m_0$ là giá trị của tham số m sao cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào sau đây

- (A) $(9; +\infty)$. (B) $(1; 3)$. (C) $(-2; 0)$. (D) $(3; 9)$.

Câu 2. Giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 4 \cdot 6^x + (m-3) \cdot 4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- (A) $6 < m < 7$. (B) $3 < m < 7$. (C) $m < 7$. (D) $6 \leq m \leq 7$.

Câu 3. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

- (A) 7. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - 2(m+1)4^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

- (A) 3 (B) 7 (C) 0 (D) 6

Câu 5. Phương trình $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$ có 3 nghiệm khi:

- (A) $2 < m < 3$. (B) $m < 2$. (C) $m = 2$. (D) $m = 3$.

Câu 6. Tập các giá trị của m để phương trình $4(\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x - m + 3 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

- (A) $(-\infty; 3)$. (B) $(7; 9)$. (C) $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$. (D) $(7; 8)$.

Câu 7. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + (1-3m)2^x + 2m^2 - m = 0$ có nghiệm.

- (A) $(-\infty; +\infty)$. (B) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. (C) $(0; +\infty)$ (D) $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 8. Tìm tập các giá trị thực của tham số m để phương trình $4(\sqrt{2}+1)^x + (\sqrt{2}-1)^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt.

- (A) $(5; 6)$. (B) $(2; 4)$. (C) $(3; 5)$. (D) $(4; 5)$.

Câu 9. Tìm giá trị của a để phương trình $(2+\sqrt{3})^x + (1-a)(2-\sqrt{3})^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$, ta có a thuộc khoảng:

- (A) $(-\infty; -3)$ (B) $(-3; +\infty)$ (C) $(0; +\infty)$ (D) $(3; +\infty)$

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $4^x + (2-m)2^x + 5 - m = 0$ có nghiệm thuộc $(-1; 1)$.

- (A) $m \in [4; +\infty)$. (B) $m \in \left[4; \frac{13}{3}\right)$.

Ⓒ $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

Ⓓ $m \in \left(\frac{25}{6}; \frac{13}{3}\right)$.

Câu 11. Tập các giá trị của m để phương trình $4(\sqrt{5}+2)^x + (\sqrt{5}-2)^x - m + 3 = 0$ có đúng hai nghiệm âm phân biệt là:

Ⓐ $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$.

Ⓑ $(7; 8)$.

Ⓒ $(-\infty; 3)$.

Ⓓ $(7; 9)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2B	3C	4D	5D	6D	7C	8C	9B	10B	11B				
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	--	--	--	--

§6. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Phương trình lôgarit

Với cơ số $a > 0$, $a \neq 1$ và điều kiện xác định của phương trình $\log_a x = b$ là $x > 0$

- Phương trình lôgarit cơ bản có dạng $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$
- Phương trình $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:

Biến đổi phương trình về cùng cơ số

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $\log_2(x^2 - 1) = 3$

b) $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 11$

c) $\log_5 x = \log_5(x+6) - \log_5(x+2)$

d) $\log_2(x-2) = 2 - 6 \log_8 \sqrt{3x-5}$

Ví dụ 2. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

- (A) $S = \{6\}$
 (B) $S = \{7\}$.
 (C) $S = \{9\}$.
 (D) $S = \{10\}$.

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Phương trình $\log(x+1) = 2$ có nghiệm là

- (A) 11.
 (B) 9 .
 (C) 101.
 (D) 99 .

Lời giải:.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + 3x) = 2$.

- ☐ A $S = \{1; -4\}$.
- ☐ B $S = \{1; 4\}$.
- ☐ C $S = \{1\}$.
- ☐ D $S = \{-1; -4\}$.

Lời giải:.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 5. Tính số nghiệm của phương trình $(x^2 + 2x - 3)(\log_2 x - 3) = 0$.

- ☐ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 3.
- ☐ D 0.

Lời giải:.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 6. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 7$ là:

- ☐ A $\{\sqrt{2}\}$
- ☐ B $\{16\}$
- ☐ C $\{2\sqrt{2}\}$
- ☐ D $\{4\}$

Lời giải:.....
.....
.....
.....
.....

Ví dụ 7. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 6) = \log_2 7$ là

- ☐ A 1.
- ☐ B 2.
- ☐ C 0.
- ☐ D 3.

Lời giải:.....
.....

Ví dụ 8. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0$ là:

- Ⓐ 8 .
Ⓑ $8 + \sqrt{2}$.
Ⓒ $8 - \sqrt{2}$.
Ⓓ $4 + \sqrt{2}$.

Lời giải:.....

Ví dụ 9. Số nghiệm của phương trình: $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$ là:

- Ⓐ 0 .
Ⓑ 2 .
Ⓒ 3 .
Ⓓ 1 .

Lời giải:.....

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.

- Ⓐ $x = \frac{23}{2}$. Ⓑ $x = -6$. Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 6$.

Câu 2. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

- Ⓐ 5 Ⓑ 13 Ⓒ 7 Ⓓ 6

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_2(\log_4 x) = 1$ là:

- Ⓐ $x = 4$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = 8$. Ⓓ $x = 16$.

Câu 4. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x \cdot \log_{16} x = \frac{81}{24}$ là

- ☐ A 3. ☐ B 2. ☐ C $\frac{1}{2}$. ☐ D 1.

Câu 5.3: Nghiệm phương trình $\log_4(x+7) = \log_2(x+1)$ là ?

- ☐ A -6. ☐ B 1. ☐ C 6. ☐ D 2.

Câu 6. Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(\log_2 x) = 1$.

- ☐ A $x = 6$. ☐ B $x = 8$. ☐ C $x = 9$. ☐ D $x = 2$.

Câu 7.2: Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$ là :

- ☐ A 1. ☐ B $\frac{1+\sqrt{17}}{2}$. ☐ C $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$. ☐ D -4.

Câu 8. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$ là

- ☐ A $S = \{3\}$. ☐ B $S = \{1\}$. ☐ C $S = \{4\}$. ☐ D $S = \{-2\}$.

Câu 9. Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

- ☐ A 3 ☐ B 1 ☐ C 2 ☐ D 0

Câu 10. Phương trình $\log(x^2 + 2x + 7) = 1 + \log x$ có tập nghiệm là.

- ☐ A $\{1\}$. ☐ B $\{1; 7\}$. ☐ C $\{7\}$. ☐ D $\{-1; 7\}$.

Câu 11. Phương trình $\log_3(x+2) + \frac{1}{2}\log_3(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{3}} 8 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- ☐ A 1. ☐ B 2. ☐ C 3. ☐ D 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3D	4D	5	6	7B	8B	9C						
----	----	----	----	---	---	----	----	----	--	--	--	--	--	--

Dạng 2:	
	Giải phương trình bằng cách đặt ẩn phụ

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $2\log_3^2 x - 5\log_3 9x + 3 = 0$

b) $\log_2^2(x+1) - 6\log_4 \sqrt{x+1} + 2 = 0$

c) $\log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}+x)^2 + \log_{2-\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}-x) = 6$

d) $\log_3(3^x - 1) \cdot \log_3(3^{x+1} - 3) = 6$

Ví dụ 2. Số nghiệm của phương trình $\log_5^2(5x) - \log_{25}(5x) - 3 = 0$ là.

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Ví dụ 3. Biết phương trình $\log_2^2 x - 7 \log_2 x + 9 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ bằng

- (A) 128 (B) 64 (C) 9 (D) 512

Ví dụ 4. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$ ($x \in \mathbb{R}$) là

- (A) 0. (B) 4. (C) $\frac{65}{4}$. (D) $\frac{17}{4}$.

Ví dụ 5. Số nghiệm của phương trình $\log_3 |x^2 - \sqrt{2}x| = \log_5 (x^2 - \sqrt{2}x + 2)$ là.

- (A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Tích hai nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 6 \log_3 x + 8 = 0$ bằng

- (A) 729. (B) 8. (C) 6. (D) 90.

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ $2^{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}$ Ⓓ $2^{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$

Ⓐ $T = -3$. Ⓑ $T = 36$. Ⓒ $T = \frac{1}{243}$. Ⓓ $T = 5$.

Ⓐ 3. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Ⓐ 2. Ⓑ 8. Ⓒ $\frac{17}{2}$. Ⓓ -2.

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Ⓐ $4t^2 + 4t + 1 = 0$. Ⓑ $2t^2 + 4t + 1 = 0$. Ⓒ $t^2 + 4t + 1 = 0$. Ⓓ $\frac{1}{2}t^2 + 4t + 1 = 0$.

Ⓐ $8t^2 + 2t - 3 = 0$ Ⓑ $4t^2 + t = 0$ Ⓒ $4t^2 + t - 3 = 0$ Ⓓ $8t^2 + 2t - 6 = 0$

Ⓐ $T = 10$. Ⓑ $T = 12$. Ⓒ $T = 11$. Ⓓ $T = 110$.

Ⓐ $\begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ x = \frac{1}{125} \end{cases}$
 Ⓑ $\begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ x = \frac{1}{25} \end{cases}$
 Ⓒ $\begin{cases} x = 125 \\ x = 25 \end{cases}$
 Ⓓ $\begin{cases} x = 5 \\ x = 25 \end{cases}$

Ⓐ 16. Ⓑ 22. Ⓒ 36. Ⓓ 32.

Ⓐ $ab = \sqrt[3]{2}$. Ⓑ $a + b = \sqrt[3]{2}$. Ⓒ $a + b = \frac{1}{3}$. Ⓓ $ab = -\frac{1}{3}$.

Câu 14. Tìm số nghiệm thực của phương trình $\log_2^2 x^2 - \log_4(4x^2) - 5 = 0$.

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Câu 15. Biết rằng phương trình $\log_3^2 x = \log_3\left(\frac{x^4}{3}\right)$ có hai nghiệm là a, b . Khi đó $a.b = ?$

- (A) 8. (B) 64. (C) 81. (D) 9.

Câu 16. Tìm tập nghiệm của phương trình: $\log_3 x + \frac{1}{\log_9 x} = 3$.

- (A) $\{3; 9\}$. (B) $\left\{\frac{1}{3}; 9\right\}$. (C) $\{1; 2\}$. (D) $\left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$.

Câu 17. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4}$

- (A) $\frac{17}{4}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho phương trình $\log_2(2^x - 1) \cdot \log_4(2^{x+1} - 2) = 1$, phát biểu nào sau đây đúng?

- (A) Phương trình chỉ có một nghiệm.
(B) Phương trình có một nghiệm là a sao cho $2^a = 3$.
(C) Phương trình vô nghiệm.
(D) Tổng hai nghiệm là $\log_2 5$.

Câu 19. Cho phương trình $2(\log_3 x)^2 - 5\log_3(9x) + 3 = 0$ có các nghiệm $x_1; x_2$. Giá trị biểu thức $P = x_1 \cdot x_2$ là.

- (A) $P = \frac{27}{\sqrt{5}}$. (B) $P = 27\sqrt{5}$. (C) $P = 9\sqrt{3}$. (D) $P = 27\sqrt{3}$.

Câu 20. Phương trình $3\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x - 1 = 0$ có tổng các nghiệm bằng.

- (A) 84. (B) 3. (C) 78. (D) 81.

Câu 21. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$

với a, b là các số nguyên dương. Tính $a + b$.

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 11

Câu 22. Cho phương trình $\log_4 x \cdot \log_2(4x) + \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^3}{2}\right) = 0$. Nếu đặt $t = \log_2 x$, ta được phương trình nào sau đây?

- (A) $t^2 + 14t - 2 = 0$. (B) $t^2 + 11t - 3 = 0$. (C) $t^2 + 14t - 4 = 0$. (D) $t^2 + 11t - 2 = 0$.

Câu 23. Giải phương trình $\sqrt{\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2} = \log_2 x^2 - 2$. Ta được mấy nghiệm.

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Dạng 3:

Giải phương trình bằng cách mũ hóa hai vế

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $\log_5(5^x - 4) = 1 - x$

b) $\log(25^x - 2^{2x+1}) = x$

c) $\log_2(9^{x-2} + 7) - 2 = \log_2(3^{x-2} + 1)$

d) $\log_2(4^x + 15 \cdot 2^x + 27) + 2 \log_2 \frac{1}{4 \cdot 2^x - 3} = 0$

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ bằng

- ☐ A 0.
- ☐ B $\frac{3}{2}$.
- ☐ C $\frac{1}{2}$.
- ☐ D -1.

Lời giải:.....

.....
.....
.....
.....

Câu 13. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_6 x = \log_9 y = \log_4(2x + 2y)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$?

A $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}.$

B $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}-1}.$

C $\frac{x}{y} = \frac{2}{\sqrt{3}+1}.$

D $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}.$

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Câu 41. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (2x + y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A 2.

B $\frac{1}{2}.$

C $\log_2 \left(\frac{3}{2} \right).$

D $\log_{\frac{3}{2}} 2.$

Lời giải:.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 4:

Sử dụng tính đơn điệu để giải phương trình mũ, lôgarit

Định lý 1: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên D . Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) trên D thì số nghiệm của phương trình $f(x) = k$ trên D không nhiều hơn một và $f(x) = f(y)$ khi và chỉ khi $x = y$ với mọi $x, y \in D$.

Định lý 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên D . Nếu hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc luôn nghịch biến) và hàm số $y = g(x)$ luôn nghịch biến (hoặc luôn đồng biến) trên D thì số nghiệm trên D của phương trình $f(x) = g(x)$ không nhiều hơn 1.

Khi đó : nếu x_0 là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ thì x_0 là nghiệm duy nhất.

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $\log_3(x+1) + \log_5(2x+1) = 2$

b) $\log_3(x^2 + 2x - 3) + x^2 - x - 7 = \log_3(x+1)$

c) $\log_2(1 + x^{1009}) = 2018 \log_3 x$

d) $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Biết phương trình $\log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) = 2 \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong

đó a, b là những số nguyên. Khi đó $a + b$ bằng

- (A) 1 (B) 5 (C) -1 (D) 2

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $\log_3 x = \log_2 (1 + \sqrt{x})$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\ln(x-1) = \frac{1}{x-2}$ là:

- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Câu 4. Phương trình $\log_3(x^2 + 2x - 3) + x^2 - x - 7 = \log_3(x+1)$ có số nghiệm là T và tổng các nghiệm là S . Khi đó $T + S$ bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Câu 5. Phương trình $\log_3(x^2 + 2x - 3) + x^2 - x - 7 = \log_3(x+1)$ có số nghiệm là T và tổng các nghiệm là S . Khi đó $T + S$ bằng

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 6. Tìm tổng các nghiệm của phương trình: $\log_4(x^3 - x - 2) + x^3 + 7x = \log_2(x-1) + 4x^2 + 7$

- (A) 9. (B) 11. (C) 17. (D) 2.

Câu 7. Biết rằng phương trình $\log_2(1 + x^{1009}) = 2018 \log_3 x$ có nghiệm duy nhất x_0 . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) $3^{\frac{1}{1008}} < x_0 < 3^{\frac{1}{1006}}$. (B) $x_0 > 3^{\frac{2}{1009}}$. (C) $1 < x_0 < 3^{\frac{1}{1008}}$. (D) $3^{\frac{1}{1007}} < x_0 < 1$.

Câu 8. Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và

$x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- (A) $a + b = 16$. (B) $a + b = 11$. (C) $a + b = 14$. (D) $a + b = 13$.

Câu 9. Phương trình $2 \log_3(\cot x) = \log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; 2\pi\right)$?

- (A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Câu 10. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_5 \left(\frac{4a + 2b + 5}{a + b} \right) = a + 3b - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$

- (A) 1. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{5}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2A	3A	4C	5B	6D	7B	8C	9B	10C					
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	--	--	--	--	--

Dạng 5:	
	Phương trình logarit chứa tham số

Câu 1. Tập hợp các giá trị m để phương trình $\log_{2020} x = m$ có nghiệm thực là

- (A) $(-\infty; 0)$. (B) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. (C) $\mathbb{R}$. (D) $(0; +\infty)$.

Câu 2. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m với $m < 64$ để phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$ có nghiệm. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- (A) 2018. (B) 2016. (C) 2015. (D) 2013.

Câu 3. Số các giá trị nguyên của tham số a để phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1) - \log_3(ax-8) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là

- (A) 5. (B) 8. (C) 4. (D) 3.

Câu 4. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

- (A) $m = \frac{61}{2}$. (B) $m = 3$. (C) không tồn tại. (D) $m = \frac{9}{2}$.

Câu 5. Cho phương trình $\log_2^2 x - m \log_{\sqrt{2}} x + 2m - 3 = 0$. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 = 16$.

- (A) $m = \frac{19}{2}$. (B) $m = 2$. (C) $m = 4$. (D) $m = 8$.

Câu 6. Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

- (A) 5. (B) Vô số. (C) 3. (D) 4.

Câu 7. Cho phương trình $(mx-36)\sqrt{2-\log_3 x} = 0$ (1). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100; 100]$ để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt?

- (A) 197. (B) 196. (C) 97. (D) 96.

Câu 8. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$ có nghiệm. Tập S có bao nhiêu tập con?

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 9. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \cdot \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 81$.

- (A) $m = 44$. (B) $m = -4$. (C) $m = 81$. (D) $m = 4$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình: $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

- (A) $-1 \leq m \leq 3$. (B) $0 \leq m \leq 2$. (C) $0 \leq m \leq 3$. (D) $-1 \leq m \leq 2$.

Câu 11. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x + \sqrt{\log_2^2 x + 1} - 2m - 5 = 0$ có nghiệm trên đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

- (A) $m \in (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$. (B) $m \in (-\infty; 0)$.
(C) $[-2; +\infty)$. (D) $m \in [-2; 0]$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2 \frac{4^x - 1}{4^x + 1} = m$ có nghiệm.

- (A) $-1 < m < 1$. (B) $m \leq -1$. (C) $-1 < m < 0$. (D) $m < 0$.

Câu 13. Biết điều kiện cần và đủ của m để phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}^2 (x-2)^2 + 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} - 8m - 4 = 0$$

Có nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ là $m \in [a; b]$. Tính $T = a + b$

- (A) $T = 4$. (B) $T = -4$. (C) $T = \frac{-10}{3}$. (D) $T = \frac{10}{3}$.

Câu 14. Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

- (A) 2. (B) 1. (C) Vô số. (D) 3.

Câu 15. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) = \log_5(mx^2 + 4x + m)$ có hai nghiệm phân biệt?

- (A) $m \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$. (B) $m \in (3; 7)$. (C) $m \in (3; 7) \setminus \{5\}$. (D) $m \in \mathbb{R}$.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

- (A) $m \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$. (B) $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$. (C) $m \in (-\infty; 0]$. (D) $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$.

Câu 17. Tìm m để phương trình:

$$(m-1) \log_{\frac{1}{2}}^2 (x-2)^2 + 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0 \text{ có nghiệm trên } \left[\frac{5}{2}, 4\right]$$

- ☐ A $-3 < m \leq \frac{7}{3}$.
 ☐ B $m \in \mathbb{R}$.
 ☐ C $m \in \emptyset$.
 ☐ D $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

Câu 18. Cho phương trình: $\log_{3+2\sqrt{2}}(x+m-1) + \log_{3-2\sqrt{2}}(mx+x^2) = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm thực duy nhất.

- ☐ A $m = 1$.
 ☐ B $\begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$.
 ☐ C $m > 1$.
 ☐ D $-3 < m < 1$.

Câu 19. Tìm m để phương trình $m \ln(1-x) - \ln x = m$ có nghiệm $x \in (0;1)$.

- ☐ A $m \in (1;e)$.
 ☐ B $m \in (0;+\infty)$.
 ☐ C $m \in (-\infty;0)$.
 ☐ D $m \in (-\infty;-1)$.

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(4^x - m) = x + 1$ có đúng 2 nghiệm phân biệt?

- ☐ A 2.
 ☐ B 3.
 ☐ C 1.
 ☐ D 0.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

- ☐ A $m \in \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.
 ☐ B $m \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$.
 ☐ C $m \in (-\infty; 0]$.
 ☐ D $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$.

Câu 22. Tìm tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2018}}(x-2) = \log_{2018}(mx)$ có nghiệm thực duy nhất.

- ☐ A $m > 1$.
 ☐ B $m > 0$.
 ☐ C $m < 2$.
 ☐ D $1 < m < 2$.

Câu 23. Tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_{0,5}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0$ có nghiệm duy nhất là.

- ☐ A $m < 18$.
 ☐ B $-3 < m < 18$.
 ☐ C $-6 < m < 20$.
 ☐ D $-6 < m < 18$.

Câu 24. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x + 2\log_2 x - m = 0$ có nghiệm

- ☐ A $m \geq -1$.
 ☐ B $m > 1$.
 ☐ C $m \leq -1$.
 ☐ D $m < 1$.

Câu 25. Tìm m để phương trình: $\log_{\sqrt{3}}^2 x - m \log_{\sqrt{3}} x + 9 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1.

- ☐ A $m = -4$.
 ☐ B $m = \pm 6$.
 ☐ C $m = -6$.
 ☐ D Không tồn tại m .

Câu 26. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm là

- ☐ A $m < 0$.
 ☐ B $m > 4$.
 ☐ C $m < 0$ và $m \geq 4$.
 ☐ D $m \geq 4$.

Câu 27. Cho phương trình $(\log_3 x)^2 + 3m \log_3(3x) + 2m^2 - 2m - 1 = 0$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên m mà phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 > \frac{10}{3}$. Tính tổng các phần tử của S .

- ☐ A 1
 ☐ B 0
 ☐ C 10
 ☐ D 6

§7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARIT**A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****Bất phương trình mũ , logarit**Cho $a > 1$

- $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$
- $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$

Cho $0 < a < 1$

- $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$
- $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

Nhận xét :

Với cơ số $a > 0, a \neq 1$

- $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow (a-1) \cdot [f(x) - g(x)] > 0$
- $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, g(x) > 0 \\ (a-1) \cdot [f(x) - g(x)] > 0 \end{cases}$

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP**Dạng 1:****Biến đổi bất phương trình về cùng cơ số**

- ✓ **Chú ý :** Các cặp số có dạng : $\sqrt{a} + \sqrt{a-1}$ và $\sqrt{a} - \sqrt{a-1}$ (với $a > 1$) là nghịch đảo của nhau
Ví dụ : $2 + \sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^{-1}$

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là:

- Ⓐ $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Ⓑ $(2; +\infty)$. Ⓒ $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ⓓ $(3; +\infty)$.

Câu 2. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là:

- Ⓐ $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. Ⓑ $S = (1; 3)$.
Ⓒ $S = (-\infty; 3)$. Ⓓ $S = (1; +\infty)$.

Câu 3. Giải bất phương trình: $2^x > \frac{1}{4}$

(A) $x > 2$.

(B) $x > -2$.

(C) $x < 2$.

(D) $x > 1$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x^2-x} < 25$ là:

(A) $\mathbb{R}$.

(B) $(2; +\infty)$.

(C) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(D) $(-1; 2)$.

Câu 5. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$

(A) $S = (1; +\infty)$

(B) $S = (-\infty; 1)$

(C) $S = (0; 1)$

(D) $S = (-\infty; +\infty)$

Câu 6. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

(A) $S = (2; +\infty)$

(B) $S = (-\infty; 1)$

(C) $S = (1; 2)$

(D) $S = [1; 2]$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$ là

(A) $[1; +\infty)$.

(B) $(-\infty; 1]$.

(C) $(-\infty; 0]$.

(D) $(0; 1]$.

Câu 8. Giải bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là:

(A) $x \leq 1$

(B) $x > 1$

(C) $x \geq 1$

(D) $x < 1$

Câu 9. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

(A) $x > -\frac{2}{3}$

(B) $x > \frac{3}{2}$

(C) $x > \frac{2}{3}$

(D) $x < \frac{2}{3}$

Câu 10. Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

(A) 4.

(B) 6.

(C) 3.

(D) 2.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$ là

(A) $(0; +\infty)$

(B) $(-\infty; 0)$

(C) $(-\infty; -5)$

(D) $(-5; +\infty)$

Câu 12. Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình: $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$ là:

(A) 3.

(B) 4.

(C) 1.

(D) 2.

Câu 13. Nếu $(\sqrt{6} - \sqrt{5})^x > \sqrt{6} + \sqrt{5}$ thì:

(A) $x < -1$.

(B) $x = -1$.

(C) $x = 1$.

(D) $x > 1$.

Câu 14. Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là.

(A) $-3 \leq x < -1$.

(B) $x \geq 1$.

(C) $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$.

(D) $-2 < x < 1$.

Câu 15. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là.

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 16. Nếu $(7+4\sqrt{3})^{a-1} < 7-4\sqrt{3}$ thì

- (A) $a < 0$. (B) $a > 1$. (C) $a > 0$. (D) $a < 1$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ là $S=[a;b]$. Tính $b-a$.

- (A) 9. (B) $\frac{21}{2}$. (C) 10. (D) 12.

Câu 18. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \geq 2$.

- (A) $(-\infty; 11)$. (B) $(2; +\infty)$. (C) $[11; +\infty)$. (D) $(11; +\infty)$.

Câu 19. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- (A) $S=(1;9)$ (B) $S=(1;10)$ (C) $S=(-\infty;10)$ (D) $S=(-\infty;9)$

Câu 20. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(9-x) \leq 3$.

- (A) 8. (B) 9. (C) 7. (D) 6.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x+7) > 0$ là

- (A) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. (B) $(-\infty; 2)$. (C) $(2; 3)$. (D) $(3; +\infty)$.

Câu 22. Tập nghiệm của của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0$ là.

- (A) $S=\left(0; \frac{1}{3}\right)$. (B) $S=\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$. (C) $S=\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. (D) $S=\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 23. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

- (A) $S=[7; +\infty)$. (B) $S=[3; 7]$. (C) $S=(-\infty; 7]$. (D) $S=(3; 7]$.

Câu 24. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 2$.

- (A) $S=\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. (B) $S=(1; +\infty)$. (C) $S=\left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. (D) $S=\left(1; \frac{5}{4}\right)$.

Câu 25. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(1-2x) \leq 3$.

- (A) $\left[-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (B) $\left[-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (C) $\left(-\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (D) $\left[-\frac{7}{2}; +\infty\right)$.

Câu 26. Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2$. Số phần tử của tập hợp S là

- (A) 7. (B) 9. (C) 10. (D) 8.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x) > \log_{\frac{1}{2}}(2x - 2)$

- (A) $[1; 2]$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(1; 2)$. (D) $(1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 28. Giải bất phương trình $\log(x^2 + 1) > \log(2x)$.

- (A) $x \in \mathbb{R}$. (B) $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$. (C) $x > 0$. (D) $x \neq 1$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < \log_2(12 - 3x)$ là:

- (A) $(-\infty; 3)$. (B) $(0; 3)$. (C) $(0; 6)$. (D) $(3; +\infty)$.

Câu 30. Bất phương trình $\log_6 x^2 < \log_6(x + 6)$ có tập nghiệm là

- (A) $(-2; 3)$. (B) $(-3; 2) \setminus \{0\}$. (C) $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. (D) $(-2; 3) \setminus \{0\}$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 1) \geq 3$ là:

- (A) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. (B) $[-3; 3]$. (C) $[-2; 2]$. (D) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) \geq 0$ là

- (A) $(-\infty; 2]$. (B) $[2; +\infty)$. (C) $(1; 2)$. (D) $(1; 2]$.

Dạng 2:	
	Giải bất phương trình bằng cách đặt ẩn phụ

Câu 1. Xét bất phương trình $5^{2x} - 3 \cdot 5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

- (A) $t^2 - 75t + 32 < 0$. (B) $t^2 - 16t + 32 < 0$. (C) $t^2 - 6t + 32 < 0$. (D) $t^2 - 3t + 32 < 0$.

Câu 2. Bất phương trình $2^{2x} - 18 \cdot 2^x + 32 \geq 0$ có tập nghiệm là

- (A) $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. (B) $(-\infty; 1] \cup [16; +\infty)$. (C) $(-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. (D) $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 3. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $3^{3x-2} + \frac{1}{27^x} \leq \frac{2}{3}$ là

- (A) $(2; 3)$. (B) $(0; 1)$. (C) $(1; 2)$. (D) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $9^{x-1} - 36 \cdot 3^{x-3} + 3 \leq 0$ là.

- (A) $1 \leq x \leq 3$. (B) $x \geq 1$. (C) $x \leq 3$. (D) $1 \leq x \leq 2$.

Câu 5. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) Vô số.

Câu 6. Bất phương trình $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x \leq 0$ có tập nghiệm $S = [a; b]$. Khi đó giá trị của $a^2 + b^2$ bằng?

- (A) 1 (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{13}{4}$ (D) $\frac{13}{9}$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x > 0$ là

- (A) $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. (B) $S = [0; +\infty)$. (C) $S = (0; +\infty)$. (D) $S = \mathbb{R}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $9^{x^2+x-1} - 10 \cdot 3^{x^2+x-2} + 1 \geq 0$ là:

- (A) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$. (B) $[0; 1]$.
(C) $(-\infty; -2] \cup [-1; 0] \cup [1; +\infty)$. (D) $[-2; -1] \cup [1; +\infty)$.

Câu 9. Nghiệm của bất phương trình $e^x + e^{-x} < \frac{5}{2}$ là.

- (A) $-\ln 2 < x < \ln 2$. (B) $\frac{1}{2} < x < 2$.
(C) $x < \frac{1}{2}$ hoặc $x > 2$. (D) $x < -\ln 2$ hoặc $x > \ln 2$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình: $\frac{1}{2^{\sqrt{x^2-2x}}} - \frac{2^x}{2} \leq 0$ là

- (A) $(-\infty; 0]$ (B) $(-\infty; 1]$ (C) $[2; +\infty)$ (D) $[0; 2]$

Câu 11. Bất phương trình $2 \cdot 5^{x+2} + 5 \cdot 2^{x+2} \leq 133 \cdot \sqrt{10^x}$ có tập nghiệm là $S = [a; b]$ thì biểu thức $A = 1000b - 4a + 1$ có giá trị bằng

- (A) 1004. (B) 2017. (C) 3992. (D) 4008.

Câu 12. Giải bất phương trình: $6^x + 2^{x+2} \geq 4 \cdot 3^x + 2^{2x}$ có tập nghiệm là.

- (A) $x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. (B) $x \in [1; +\infty)$.
(C) $x \in (0; 2)$. (D) $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Câu 13. Số nghiệm nguyên không âm của bất phương trình $\sqrt{15 \cdot 2^{x+1} + 1} \geq |2^x - 1| + 2^{x+1}$ bằng bao nhiêu?

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 \geq 0$

- (A) $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. (B) $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.
(C) $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. (D) $S = [2; 16]$.

Câu 15. Bất phương trình $\log^2 x - 2019 \log x + 2018 \leq 0$ có tập nghiệm là

- Ⓐ $S = [10; 10^{2018}]$. Ⓑ $S = [10; 10^{2018})$. Ⓒ $S = [1; 2018]$. Ⓓ $S = (10; 10^{2018})$.

Câu 16. Khi đặt $t = \log_5 x$ thì bất phương trình $\log_5^2(5x) - 3\log_{\sqrt{5}} x - 5 \leq 0$ trở thành bất phương trình nào sau đây?

- Ⓐ $t^2 - 6t - 4 \leq 0$. Ⓑ $t^2 - 6t - 5 \leq 0$. Ⓒ $t^2 - 4t - 4 \leq 0$. Ⓓ $t^2 - 3t - 5 \leq 0$.

Câu 17. Số các nghiệm nguyên nhỏ hơn 2019 của bất phương trình $\log_2(16x) + 5\log_{\frac{x}{4}} 2 \geq 0$ là:

- Ⓐ 2016. Ⓑ 2018. Ⓒ 2017. Ⓓ 2015.

Dạng 3:

Giải bất phương trình bằng cách lấy mũ (lôgarit) hai vế

Câu 1. Tìm tập S của bất phương trình: $3^x \cdot 5^{x^2} < 1$.

- Ⓐ $(-\log_5 3; 0)$. Ⓑ $(-\log_5 3; 0]$. Ⓒ $(\log_3 5; 0)$. Ⓓ $[\log_3 5; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 5^{x^2} \cdot 4^x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- Ⓐ $f(x) > 25 \Leftrightarrow x^2 \log 5 + 2x \log 2 > 2 \log 5$. Ⓑ $f(x) > 25 \Leftrightarrow x^2 + 2x \log_5 2 > 2$.
 Ⓒ $f(x) > 25 \Leftrightarrow x^2 \log_2 5 + 2x > 25$. Ⓓ $f(x) > 25 \Leftrightarrow 2x \log_2 5 + x^2 > 2 \log_2 5$.

Câu 3. Bất phương trình $\log_2 x + \log_3 x > 1$ có nghiệm là.

- Ⓐ $x > 2^{\log_3 6}$. Ⓑ $x > 6$. Ⓒ $x > 3^{\log_6 2}$. Ⓓ $x > 3^{\log_2 6}$.

Dạng 4:

Phương pháp đánh giá

Câu 1. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $7^x \geq 10 - 3x$.

- Ⓐ $[1; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; 1]$. Ⓒ $(1; +\infty)$. Ⓓ $\emptyset$.

Câu 2. Nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 2^x + 3 \cdot 3^x > 6^x - 1$ là.

- Ⓐ $x > 3$. Ⓑ $x < 2$. Ⓒ $x < 3$. Ⓓ $x > 2$.

Câu 3. Tập hợp tất cả các số thực x không thỏa mãn bất phương trình $9^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2019^{x-2} \geq 1$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

- (A) 5. (B) 4. (C) -5. (D) -1.

Câu 4. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

- (A) 3. (B) 6. (C) 4. (D) 5.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[0; 2020]$ thỏa mãn bất phương trình sau

$$16^x + 25^x + 36^x \leq 20^x + 24^x + 30^x.$$

- (A) 3. (B) 2000. (C) 1. (D) 1000.

Câu 6. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$ là

- (A) 37. (B) 19. (C) 38. (D) 36.

Câu 7. Tập hợp tất cả các số thực x **không** thỏa mãn bất phương trình $3^{x^2-9} + (x^2-9)5^{x+1} \geq 1$ là một khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$.

- (A) 6. (B) 3. (C) 4. (D) 8.

Câu 8. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(\sqrt{x^2-x+4}+1) + 2\log_5(x^2-x+5) < 3$ là $(a; b)$. Khi đó tổng $a + 2b$ bằng

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Dạng 5:

Bất phương trình mũ, lôgarit chứa tham số

Câu 1. Tìm tất cả giá trị của m để bất phương trình $9^x - 2(m+1)3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x .

- (A) $m \neq 2$. (B) $m \in (-5 - 2\sqrt{3}; -5 + 2\sqrt{3})$.
(C) $m < -\frac{3}{2}$. (D) $m \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 2. Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2) \cdot (4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0]$.

- (A) $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. (B) $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. (C) $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. (D) $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực

(A) $m < \frac{2}{3}$.

(B) $m < 1$.

(C) $m \leq 1$.

(D) $m < 0$.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $4\log_2^2 \sqrt{x} - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực?

(A) 2.

(B) 1.

(C) 0.

(D) Vô số.

Câu 5. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + m) < \log_{\frac{1}{3}}(x - 1)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(1; +\infty)$. Tìm tập S .

(A) $S = (3; +\infty)$.

(B) $S = [2; +\infty)$.

(C) $S = (-\infty; 0)$.

(D) $S = (-\infty; 1]$.

Câu 6. Cho các bất phương trình $\log_5(-x^2 + 4x + m) - \log_5(x^2 + 1) < 1$ (1) và $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-1} \geq 0$ (2).

Tổng tất cả các giá trị nguyên dương của m sao cho mọi nghiệm của bất phương trình (2) đều là nghiệm của bất phương trình (1) là

(A) 13

(B) 21

(C) 28

(D) 11

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng mọi giá trị $x \in (1; 64)$.

(A) $m \geq 0$.

(B) $m > 0$.

(C) $m < 0$.

(D) $m \leq 0$.

Câu 8. Tìm số nguyên m nhỏ nhất để bất phương trình $\log_3(x^2 + x + 1) + 2x^3 \leq 3x^2 + \log_3 x + m - 1$ (ẩn x) có ít nhất hai nghiệm phân biệt.

(A) $m = 3$.

(B) $m = 2$.

(C) $m = 1$.

(D) $m = -1$.

Câu 9. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

(A) $a \in (6; 7]$.

(B) $a \in (-6; -5]$.

(C) $a \in (2; 3]$.

(D) $a \in (8; +\infty)$.

KHỐI ĐA DIỆN

1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN
2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU
3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH CỦA KHỐI ĐA DIỆN

§1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

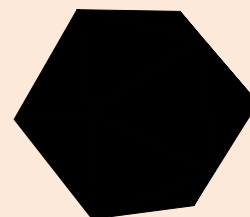
I. Khối đa diện, khối chóp, khối lăng trụ:

1. Định nghĩa hình đa diện:

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện:

- a) Hai đa giác bất kỳ hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
- b) Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

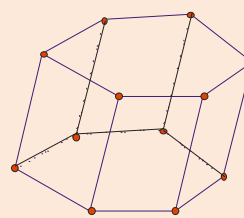
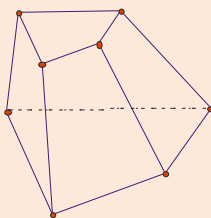
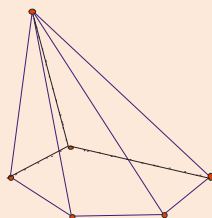
Hình H gồm các đa giác đó được gọi là một **hình đa diện**, hoặc **đa diện**.



2. Định nghĩa khối chóp, khối lăng trụ:

Khối đa diện được gọi là khối chóp, khối chóp cụt nếu nó được giới hạn bởi một hình chóp, hình chóp cụt (h.1a, 1b).

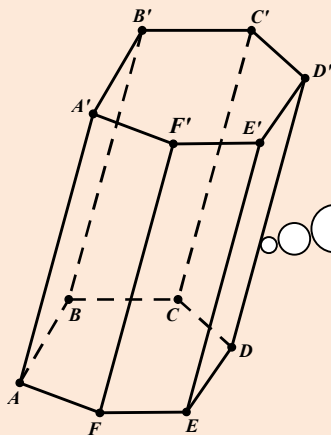
Tương tự, khối đa diện được gọi là khối lăng trụ nếu nó được giới hạn bởi một hình lăng trụ (h.1c).



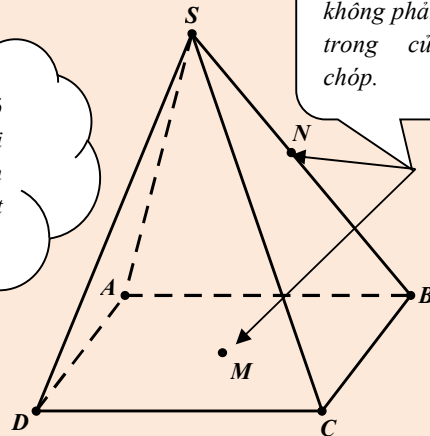
1a

1b

1c



... hình là phần vỏ bọc bên ngoài. Khối gồm phần vỏ bên ngoài và phần ruột đặc bên trong.



... hai điểm M, N không phải là điểm trong của khối chóp.

3. Định nghĩa khối đa diện:

Hình H cùng với các điểm nằm trong H được gọi là khối đa diện giới hạn bởi hình H.

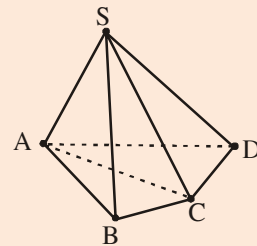
- Mỗi đa giác của hình H được gọi là một mặt của khối đa diện.
- Các đỉnh, các cạnh của mỗi mặt còn gọi là đỉnh, cạnh của khối đa diện.

4. Phân chia và lắp ghép khối đa diện:

Ví dụ 1:

Cho khối chóp tứ giác S.ABCD. Ta hãy xét hai khối chóp tam giác S.ABC và S.ACD. Ta thấy rằng:

- 1) Hai khối chóp đó không có điểm trong chung, nghĩa là điểm trong của các khối chóp này không phải là điểm trong của khối chóp kia.
- 2) Hợp của hai khối chóp S.ABC và S.ACD chính là khối chóp S.ABCD



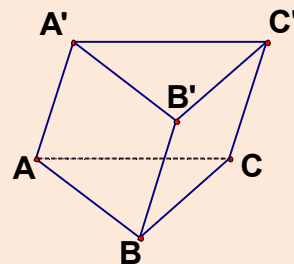
Ta nói rằng: Khối đa diện S.ABCD được phân chia thành hai khối đa diện S.ABC và S.ACD.

Ta cũng còn nói: Hai khối đa diện S.ABC và S.ACD được ghép lại thành khối đa diện S.ABCD.

Ví dụ 2:

- 1) Cắt khối lăng trụ ABC.A'B'C' bởi mặt phẳng (A'BC). Khi đó khối lăng trụ được phân chia thành những khối đa diện nào?
- 2) Hãy phân chia khối lăng trụ ABC.A'B'C' thành ba khối tứ diện.

Một cách tổng quát, mọi khối chóp và khối lăng trụ luôn có thể phân chia được thành những khối tứ diện



II. Phép đối xứng qua mặt phẳng và sự bằng nhau của các khối đa diện:**1. Phép biến hình trong không gian:**

Phép biến hình F trong không gian là một quy tắc để với mỗi điểm M xác định được một điểm M' duy nhất gọi là ảnh của điểm M qua phép biến hình F .

Ta còn nói F biến điểm M thành điểm M' và kí hiệu $M' = F(M)$.

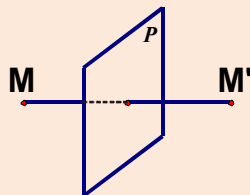
Qua phép biến hình F , mỗi hình H được biến thành hình H' gồm tất cả các ảnh của các điểm thuộc hình H .

Một phép biến hình F trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

Có nghĩa là nếu F biến hai điểm bất kỳ M, N lần lượt thành hai điểm M', N' thì $M'N' = MN$.

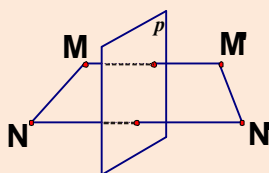
2. Phép đối xứng qua mặt phẳng:**a. Định nghĩa:**

Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc (P) thành chính nó và biến mỗi điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng trung trực của MM' .

**b. Định lý:**

Nếu phép đối xứng qua mp (P) biến hai điểm M, N lần lượt thành hai điểm M', N' thì $M'N' = MN$.

Như vậy: phép đối xứng qua mặt phẳng là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ.

**3. Mặt phẳng đối xứng của một hình:****a. Định nghĩa:**

Nếu phép đối xứng qua mp (P) biến hình H thành chính nó thì (P) gọi là mặt phẳng đối xứng của hình H .

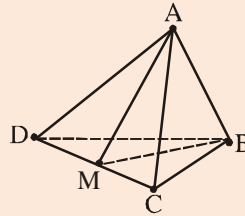
b. Một số ví dụ:

Ví dụ 1: Mọi mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu đều là mặt phẳng đối xứng của mặt cầu.

Ví dụ 2: Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh CD thì phép đối xứng qua mp (ABM) biến A thành A , B thành B , C thành D , D thành C .

Như vậy, phép đối xứng đó biến tứ diện $ABCD$ thành chính nó, suy ra mp (ABM) là mặt phẳng đối xứng của tứ diện $ABCD$.

Hình tứ diện đều ABCD có sáu mặt phẳng đối xứng. Đó là các mặt phẳng đi qua một cạnh và trung điểm của cạnh đối diện.



Ví dụ 3: Xét hình lập phương ABCD. A'B'C'D'. Nếu (P) là mặt phẳng trung trực của cạnh AB thì nó cũng là mặt phẳng trung trực của các cạnh CD, A'B', C'D', vì vậy nó là mặt phẳng đối xứng của hình lập phương.

Tương tự, các mặt phẳng trung trực của các cạnh AD và AA' cũng là các mặt phẳng đối xứng của hình lập phương.

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai cạnh đối diện AB, C'D' thì (Q) là mặt phẳng đối xứng của

hình lập phương vì phép đối xứng qua (Q) biến mỗi điểm A, B, C', D' thành chính nó và biến

A' thành D, D thành A', C thành B' và B' thành C.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:

Nhận dạng hình đa diện, khối đa diện

– **Bài toán.** Cho các hình vẽ. Đưa ra kết luận xem hình nào là hình đa diện, khối đa diện.

– **Phương pháp:** Áp dụng định nghĩa hình đa diện và khối đa diện

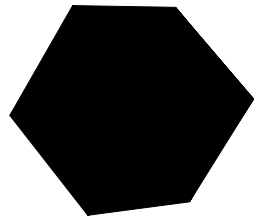
Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện:

a) Hai đa giác bất kỳ hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

b) Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.

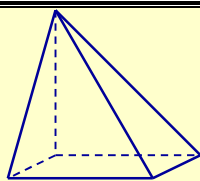
Hình H gồm các đa giác đó được gọi là một **hình đa diện**, hoặc **đa diện**.

Hình H cùng với các điểm nằm trong H được gọi là khối đa diện giới hạn bởi hình H.

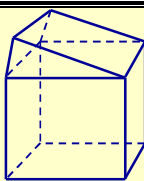


CÁC VÍ DỤ

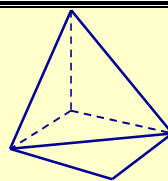
Ví dụ 1: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện ?



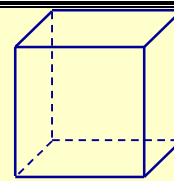
Hình 1



Hình 2



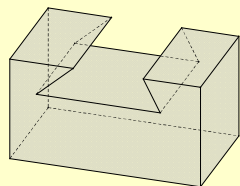
Hình 3



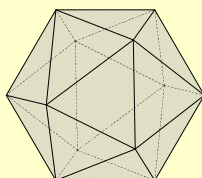
Hình 4

Ví dụ 2: Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?

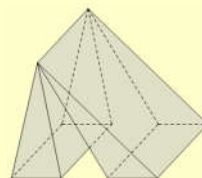
(A)



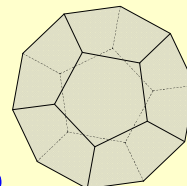
(B)



(C)



(D)

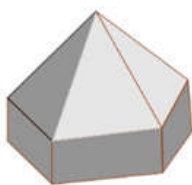


BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Trong các hình sau, có bao nhiêu hình được gọi là khối đa diện ?



hình 1



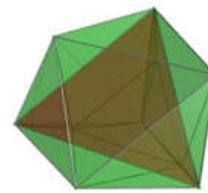
hình 2



hình 3



hình 4



hình 5

- (A) 2 . (B) 3 . (C) 4 . (D) 5 .

Câu 2. Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- (A) Mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh. (B) Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.
(C) Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt. (D) Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất 3 mặt.

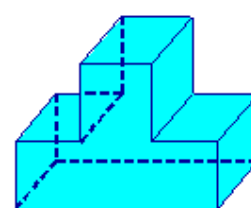
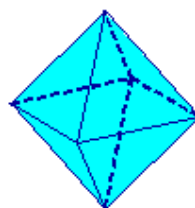
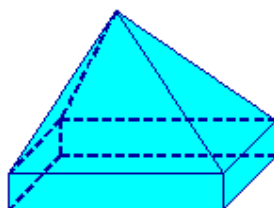
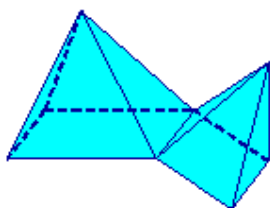
Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**? Số các đỉnh hoặc các mặt của bất kì hình đa diện nào cũng

- (A) Lớn hơn hoặc bằng 5 . (B) Lớn hơn 4 .
(C) Lớn hơn hoặc bằng 4 . (D) Lớn hơn 5 .

Câu 4. Trong một hình đa diện, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng bao nhiêu mặt ?

- (A) Không có mặt nào. (B) 3 mặt. (C) 4 mặt. (D) 2 mặt.

Câu 5. Có bao nhiêu hình đa diện trong bốn hình sau ?

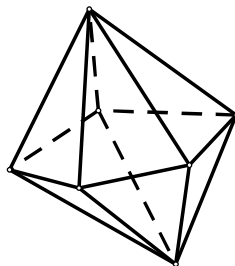


- (A) 1. (B) 3 . (C) 2 . (D) 4 .

Câu 6. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt ?

- (A) 5 mặt. (B) 3 mặt. (C) 2 mặt. (D) 4 mặt.

Câu 7. Hình đa diện bên dưới có bao nhiêu mặt ?



- Câu 8.** Một hình đa diện có tối thiểu bao nhiêu đỉnh ?

- Câu 9.** Hình lăng trụ có 45 cạnh có bao nhiêu mặt ?

- Câu 10.** Số cạnh của một khối chóp bất kì luôn là:

- (A)** Một số chẵn ớn hơn hoặc bằng 6 .
(B) Một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 4 .
(C) Một số lẻ.
(D) Một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 5 .

Phân chia và lắp ghép khối đa diện

Ví dụ 1: Cho khối đa diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chia khối đa diện $S.ABCD$ bởi hai mặt phẳng (SBD) và (SAC) , khi đó ta thu được bao nhiêu khối đa diện?

Trang: 265

- ☐ A Bốn tứ diện đều và một hình chóp tam giác đều.
- ☐ B Năm hình chóp tam giác đều, không có tứ diện đều.
- ☐ C Một tứ diện đều và bốn hình chóp tam giác đều.
- ☐ D Năm tứ diện đều.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B , điểm N nằm giữa C và D . Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN) , ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây ?

- ☐ A $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$.
- ☐ B $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.
- ☐ C $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$.
- ☐ D $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MCA') chia khối lăng trụ đã cho thành những khối đa diện nào ?

- ☐ A Hai khối lăng trụ tam giác.
- ☐ B Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
- ☐ C Hai khối chóp tam giác.
- ☐ D Hai khối chóp tứ giác.

Câu 3. Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng $(M'N'P')$ và (MNP') ta được những khối đa diện nào ?

- ☐ A Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
- ☐ B Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
- ☐ C Ba khối tứ diện.
- ☐ D Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.

Câu 4. Một hình lập phương có cạnh 4cm . Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh 1cm . Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ ?

- ☐ A 48.
- ☐ B 8.
- ☐ C 24.
- ☐ D 16.

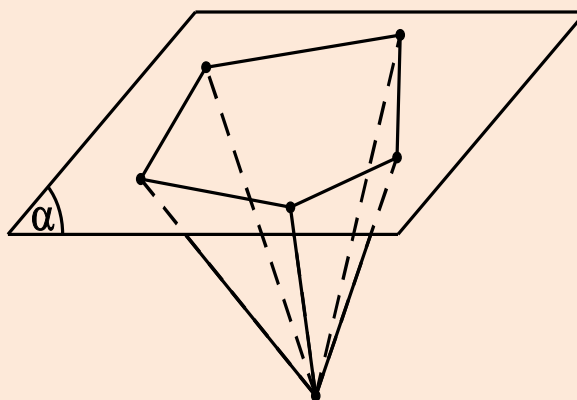
Câu 5. Có thể chia khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện bằng nhau có các đỉnh là đỉnh của hình lập phương ?

- ☐ A Vô số.
- ☐ B 4.
- ☐ C 6.
- ☐ D 2.

§2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU**B. TÓM TẮT LÝ THUYẾT****I. Khối đa diện lồi:**

Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H). Khi đó đa diện xác định (H) được gọi là đa diện lồi.

* **Chú ý:** Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng chứa một mặt của nó.

**II. Khối đa diện đều:****4. Định nghĩa:**

Khối đa diện đều là khối đa diện lồi có tính chất sau đây:

- a) Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.
- b) Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

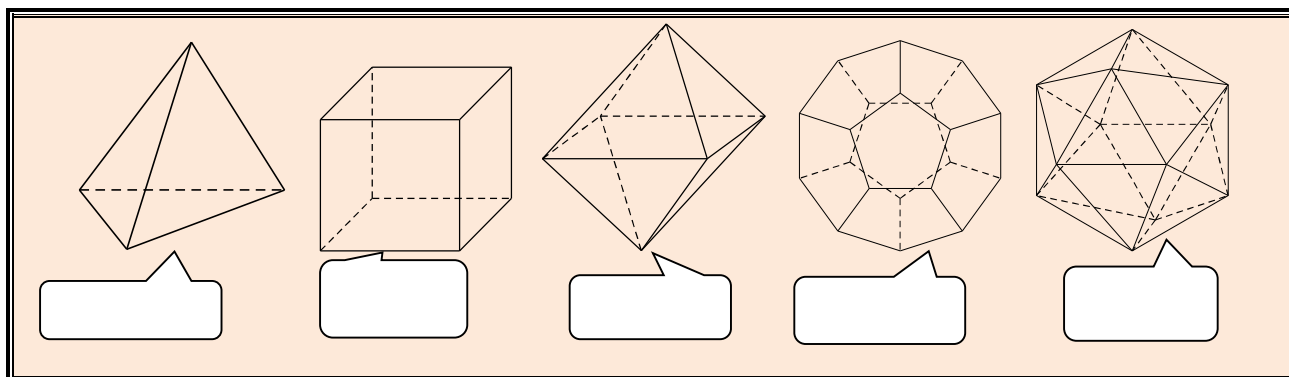
Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại $\{p; q\}$.

5. Định lý:

Chỉ có năm loại khối đa diện đều. Đó là:

Khối đa diện đều	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Ký hiệu	Mặt đối xứng
Tứ diện đều	4	6	4	$\{3; 3\}$	6
Khối lập phương	8	12	6	$\{4; 3\}$	9
Khối bát diện đều	6	12	8	$\{3; 4\}$	9
Khối thập nhị diện(12) đều	20	30	12	$\{5; 3\}$	15
Khối nhị thập diện(20) đều	12	30	20	$\{3; 5\}$	15

Chú ý: Loại $\{p; q\}$ có Đ đỉnh, C cạnh, M mặt thì $p.M = q.Đ = 2.C$ hoặc $Đ + M = C + 2$



B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:

Nhận dạng khối đa diện lồi

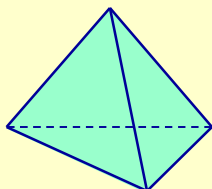
- **Bài toán.** Cho các hình vẽ. Đưa ra kết luận xem hình nào khối đa diện lồi.
- **Phương pháp:** Áp dụng định nghĩa khối đa diện lồi

Khối đa diện (H) được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn thuộc (H). Khi đó đa diện xác định (H) được gọi là đa diện lồi.

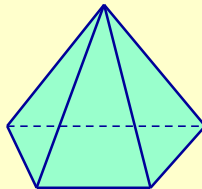
* **Chú ý:** Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng chứa một mặt của nó

CÁC VÍ DỤ

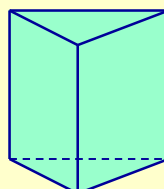
Ví dụ 1: Hình nào dưới đây là khối đa diện lồi ?



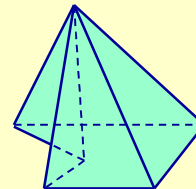
Hình 1



Hình 2

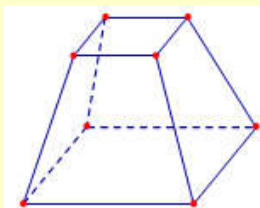


Hình 3

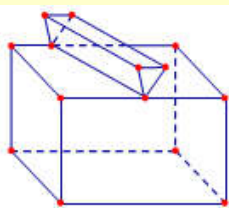


Hình 4

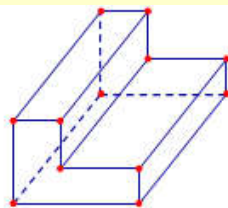
Ví dụ 2: Trong các hình sau, hình nào không phải là khối đa diện lồi ?



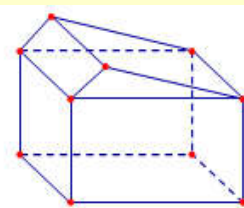
Hình 1



Hình 2



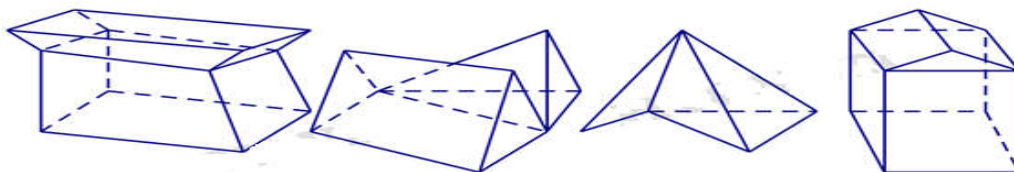
Hình 3



Hình 4

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là ?



Ⓐ 2 .

Ⓑ 3 .

Ⓒ 0 .

Ⓓ 1 .

Câu 2. Một khối đa diện lồi với các mặt là tam giác thì:

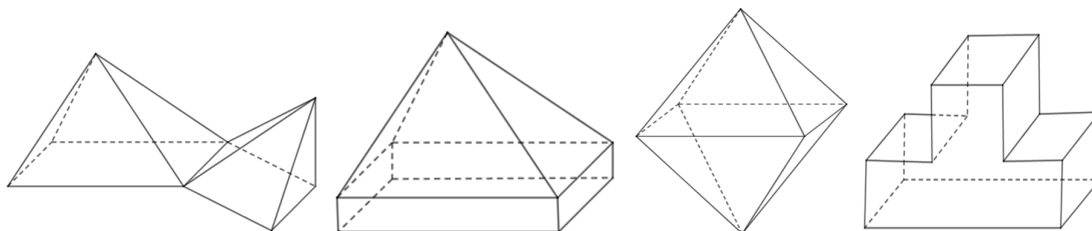
Ⓐ $3M = 2C$.

Ⓑ $3M > 2C$.

Ⓒ $3M < 2C$.

Ⓓ Đáp số khác.

Câu 3. Có mấy khối đa diện lồi trong các hình sau ?

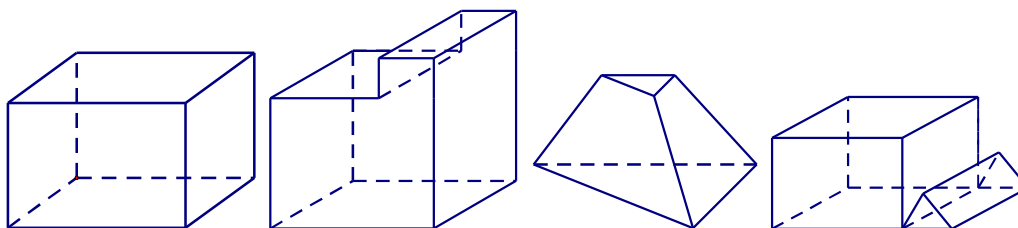


- Ⓐ 0 . Ⓑ 3 . Ⓒ 2 . Ⓓ 1 .

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?

- Ⓐ Hình lập phương là đa diện lồi.
Ⓑ Hình tạo bởi hai tứ diện ghép với nhau là một hình đa diện lồi.
Ⓒ Hình hộp là đa diện lồi.
Ⓓ Tứ diện là đa diện lồi.

Câu 5. Có bao nhiêu hình đa diện lồi trong bốn hình sau ?



- Ⓐ 1 . Ⓑ 3 . Ⓒ 2 . Ⓓ 4 .

Dạng 2:

Nhận dạng các khối đa diện đều và các tính chất liên quan

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Khối lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- Ⓐ $\{3; 4\}$. Ⓑ $\{3; 3\}$. Ⓒ $\{3; 5\}$. Ⓓ $\{4; 3\}$.

Ví dụ 2: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có bao nhiêu đỉnh ?

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Các mặt của khối tứ diện đều là

- (A) Hình thoi. (B) Hình vuông. (C) Tam giác đều. (D) Ngũ giác đều.

Câu 2. Cho đa diện đều loại $\{p;q\}$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- (A) Mỗi mặt của nó là một đa giác đều có đúng p cạnh.
 (B) Mỗi cạnh của nó là cạnh chung của đúng hai mặt.
 (C) Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.
 (D) Mỗi mặt của nó là một tam giác đều.

Câu 3. Đa diện đều loại $\{3;5\}$ có:

- (A) 30 cạnh và 12 đỉnh. (B) 30 cạnh và 20 đỉnh. (C) 20 cạnh và 12 đỉnh. (D) 12 cạnh và 30 đỉnh.

Câu 4. Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ có cạnh bằng a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) $S=10a^2$. (B) $S=8a^2$. (C) $S=4a^2$. (D) $S=6a^2$.

Câu 5. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần của số đỉnh là:

- (A) $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{5;3\}$, $\{4;3\}$, $\{3;5\}$. (B) $\{3;3\}$, $\{4;3\}$, $\{3;4\}$, $\{3;5\}$, $\{5;3\}$.
 (C) $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{4;3\}$, $\{5;3\}$, $\{3;5\}$. (D) $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{4;3\}$, $\{3;5\}$, $\{5;3\}$.

Câu 6. Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất ?

- (A) Loại $\{3;4\}$. (B) Loại $\{5;3\}$. (C) Loại $\{4;3\}$. (D) Loại $\{3;5\}$.

Câu 7. Khối mười hai mặt đều có số cạnh là:

- (A) 20. (B) 12. (C) 30. (D) 8.

Câu 8. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều ?

- (A) 1. (B) 3. (C) 5. (D) 2.

Câu 9. Cho khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng ?

- (A) 180° . (B) 240° . (C) 324° . (D) 360° .

Câu 10. Cho khối đa diện đều có số mặt là M , số cạnh là C . Số đỉnh của khối đa diện đều là bao nhiêu? Biết rằng $3M^4 - 2C^3 = 432$.

- (A) 8. (B) 12. (C) 6. (D) 4.

Dạng 3:

Tính chất đối xứng của các khối đa diện

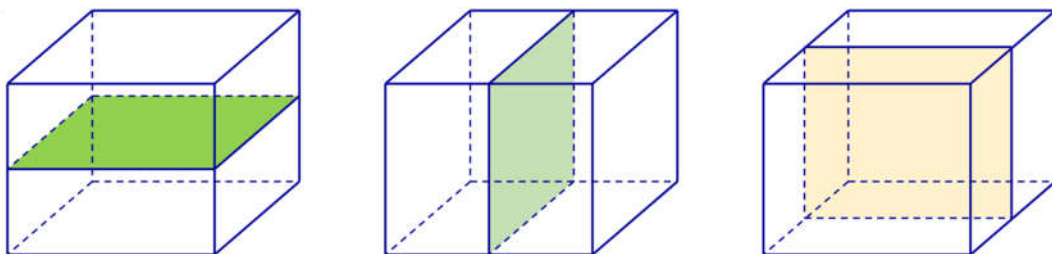
– **Bài toán.** Xác định tâm đối xứng, trục đối xứng và mặt phẳng đối xứng của một hình đa diện (nếu có).

– **Phương pháp:** Áp dụng định nghĩa về tâm đối xứng, trục đối xứng, mặt phẳng đối xứng của một hình.

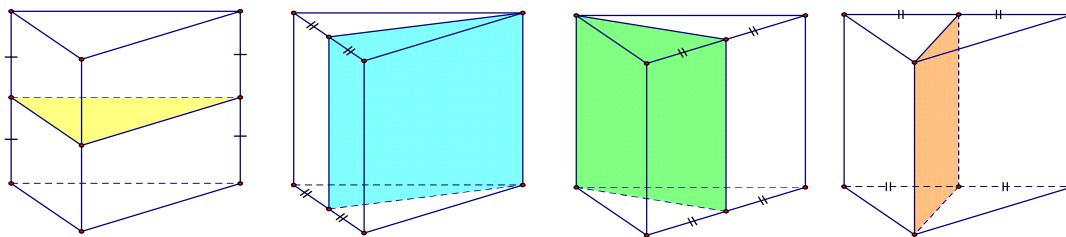
+ Nếu phép đối xứng qua mp (P) biến hình H thành chính nó thì (P) gọi là mặt phẳng đối xứng của hình H.

Mặt phẳng đối xứng của một số hình thường gặp:

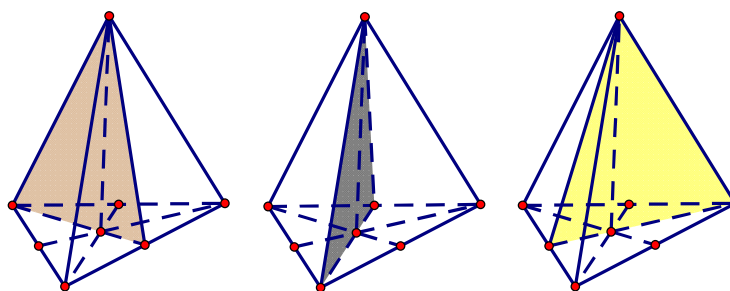
1) Hình hộp chữ nhật có 3 kích thước khác nhau: Có 3 mặt phẳng đối xứng



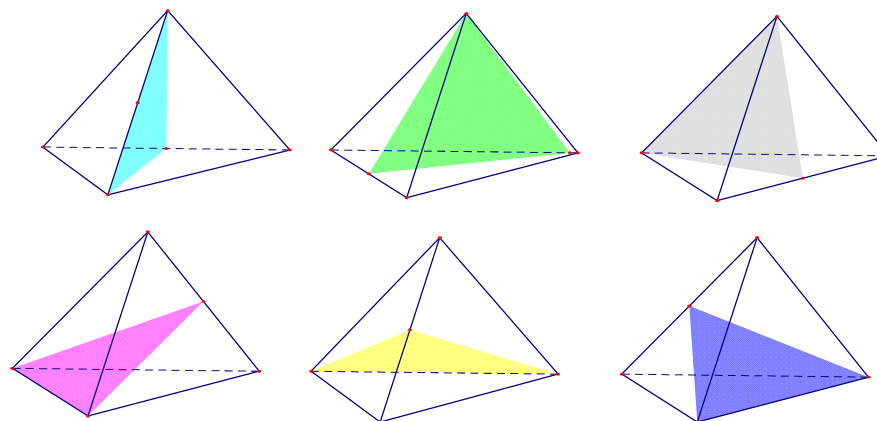
2) Hình lăng trụ tam giác đều: Có 4 mặt phẳng đối xứng



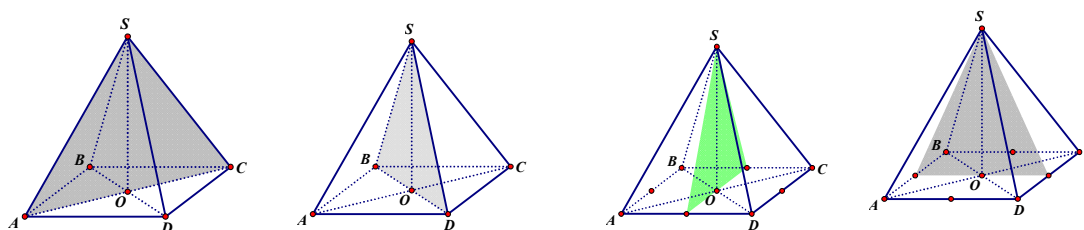
3) Hình chóp tam giác đều: Có 3 mặt phẳng đối xứng



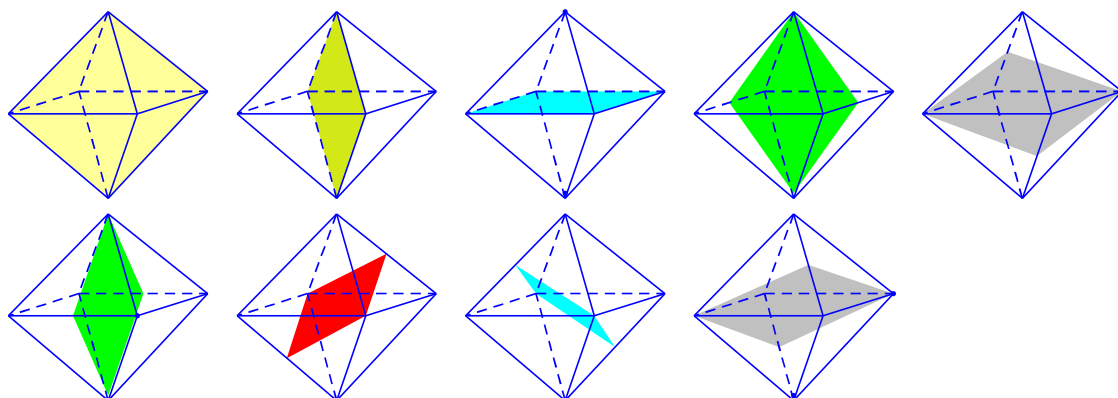
4) Hình tứ diện đều: Có 6 mặt phẳng đối xứng



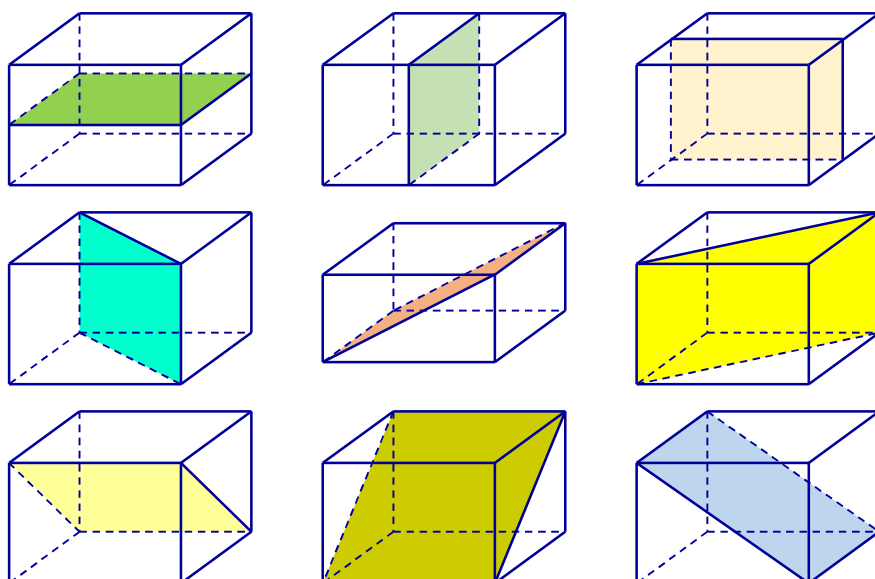
5) Hình chóp tứ giác đều: Có 4 mặt phẳng đối xứng



6) Hình bát diện đều: Có 9 mặt phẳng đối xứng



7) Hình lập phương: Có 9 mặt phẳng đối xứng



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ? Vẽ các mặt phẳng đối xứng đó.

Ví dụ 2: Số mặt phẳng đối xứng của đa diện đều loại $\{4;3\}$ là:

- (A) 8. (B) 7. (C) 6. (D) 9.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- (A) 9. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

Câu 2. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng ?

- (A) Bát diện đều. (B) Tứ diện đều. (C) Lăng trụ lục giác đều. (D) Hình lập phương.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- (A) 4. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Câu 4. Hình hộp đứng đáy là hình thoi có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

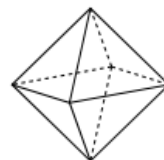
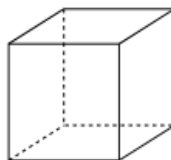
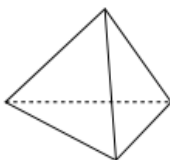
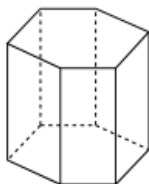
Câu 5. Hình nào dưới đây **không** có trục đối xứng ?

- (A) Tam giác cân. (B) Hình thang cân. (C) Elip. (D) Hình bình hành.

Câu 6. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- (A) 6. (B) 4. (C) 3. (D) 9.

Câu 7. Hình đa diện nào sau đây **không** có tâm đối xứng?



- (A) Lăng trụ lục giác đều. (B) Tứ diện đều. (C) Hình lập phương. (D) Bát diện đều.

Câu 8. Hình nào sau đây không có trục đối xứng ?

- ☐ (A) Hình tròn. ☐ (B) Tam giác đều. ☐ (C) Hình hộp xiên. ☐ (D) Đường thẳng.

Câu 9. Số mặt phẳng đối xứng của hình bát diện đều là:

- ☐ (A) 3. ☐ (B) 4 . ☐ (C) 9. ☐ (D) 6 .

Câu 10. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- ☐ (A) 9. ☐ (B) 3. ☐ (C) 6 . ☐ (D) 4 .

§3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

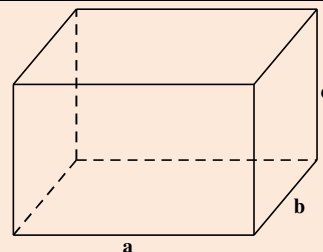
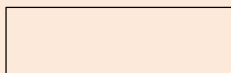
A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. Thể tích khối hộp chữ nhật và khối lăng trụ:

5. Thể tích khối hộp chữ nhật:

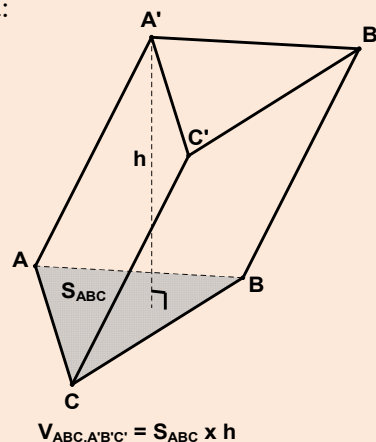
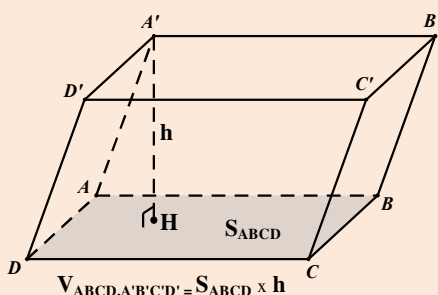
Thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a , b , c thì thể tích của nó là:



6. Thể tích khối lăng trụ:

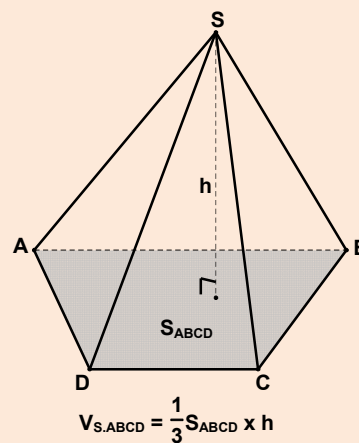
Thể tích khối lăng trụ có diện tích đa giác đáy S_d và chiều cao h là:



II. Thể tích khối chóp và tỉ số thể tích:

6. Thể tích khối chóp:

Thể tích khối chóp có diện tích đáy S_d và chiều cao h là:

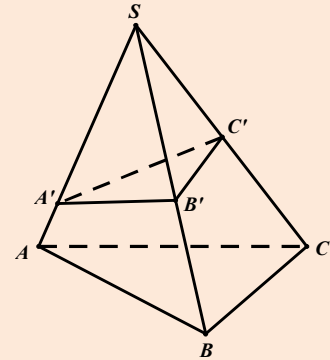


7. Tỉ số thể tích đối với khối chóp tam giác:

Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' khác với S . Ta có tỉ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

* **Đặc biệt:** Nếu $A' \equiv A$ ta có: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$



B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

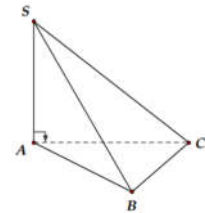
I. Thể tích khối chóp

Dạng 1:

Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy

- **Bài toán.** Tính thể tích khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy.
- **Phương pháp:** Chiều cao của khối chóp chính là độ dài cạnh bên vuông góc với đáy.

Vd: Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy thì độ dài SA là chiều cao của khối chóp



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Tính thể tích của $S.ABC$.

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a, BC = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, đường thẳng SC hợp với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Ⓑ $V = a^3\sqrt{2}$.

Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 2. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- Ⓐ $V = \frac{a^3}{2}$. Ⓑ $V = a^3$. Ⓒ $V = \frac{a^3}{4}$. Ⓓ $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đường cao SA và đáy $ABCD$ là hình thoi. Thể tích khối chóp đã cho được tính theo công thức nào sau đây ?

- Ⓐ $\frac{1}{3}SA.AB^2$. Ⓑ $\frac{1}{3}SA.AC.BD$. Ⓒ $\frac{1}{6}SA.AC.BD$. Ⓓ $\frac{1}{2}SA.AB^2$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $a^3\sqrt{3}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = a$, $AD = 2BC = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và SD tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $2a^3\sqrt{3}$. Ⓒ $\frac{a^3}{2}$. Ⓓ $a^3\sqrt{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- Ⓐ $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. Ⓑ $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. Ⓒ $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC đôi một vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết $SA = a\sqrt{3}, AB = BC = a$?

- Ⓐ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. Ⓑ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. Ⓒ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Ⓓ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- Ⓐ $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. Ⓑ $V = \frac{2a^3}{3}$. Ⓒ $V = \sqrt{3}a^3$. Ⓓ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Biết góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là:

Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Ⓑ $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

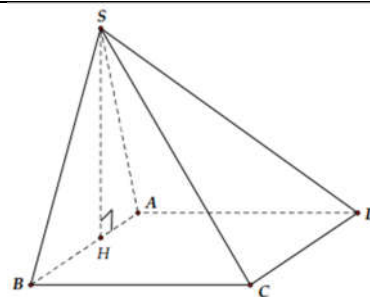
Dạng 2:

Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy

– **Bài toán.** Tính thể tích khối chóp có một mặt bên vuông góc với đáy

– **Phương pháp:** Chiều cao của khối chóp là chiều cao của tam giác chứa trong mặt bên vuông góc với đáy.

Vd: Hình chóp $S.ABCD$ có mặt bên (SAB) vuông góc với đáy thì chiều cao SH của tam giác SAB là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$?

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân; $AB = AC = a$; mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $\triangle SBC$ đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

- Ⓐ $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. Ⓑ $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. Ⓒ $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Ⓓ $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là:

Ⓐ $V = \frac{a^3}{8}$.

Ⓑ $V = a^3$.

Ⓒ $V = \frac{a^3}{2}$.

Ⓓ $V = 2a^3$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD , cạnh SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$.

Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{15}}{6\sqrt{3}}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Biết $SD = a$, gọi K là trung điểm của AB , góc giữa đường thẳng SK với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích V của hình chóp $S.ABCD$?

Ⓐ $V = \frac{4a^3\sqrt{42}}{49}$.

Ⓑ $V = \frac{2a^3\sqrt{42}}{147}$.

Ⓒ $V = \frac{2a^3\sqrt{42}}{49}$.

Ⓓ $V = \frac{4a^3\sqrt{42}}{147}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $AB = a$, $SA = 2SD$, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$?

Ⓐ $\frac{5a^3}{2}$.

Ⓑ $5a^3$.

Ⓒ $\frac{15a^3}{2}$.

Ⓓ $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SC hợp với đáy một góc 30° , M là trung điểm của AC . Tính thể tích khối chóp $S.BCM$?

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

Ⓑ $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$.

Ⓒ $\frac{\sqrt{3}a^3}{96}$.

Ⓓ $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC) . Các mặt bên (SAB) , (SBC) tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

Ⓐ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Ⓑ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Ⓒ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Ⓓ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $BD = a\sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a ?

(A) $V = \frac{3\sqrt{30}a^3}{8}$.

(B) $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{4}$.

(C) $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{12}$.

(D) $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{3}$ đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

(A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

(B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

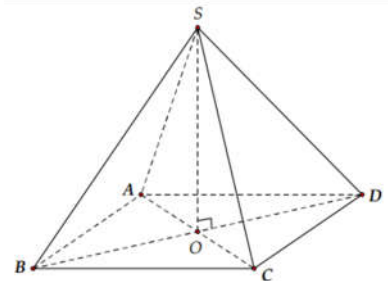
(C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

(D) $2a^3\sqrt{6}$.

Dạng 3:

Khối chóp đều

- **Bài toán.** Tính thể tích khối chóp đều.
- **Phương pháp:** Khối chóp đều là khối chóp có hình chiếu có đỉnh trùng với tâm của đa giác đáy.
Khi đó: Chiều cao của khối chóp là độ dài đoạn thẳng nối từ đỉnh đến tâm của đa giác đáy.
Vd: Khối chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao chính là độ dài của đoạn thẳng SO .



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

Ví dụ 2: Tính thể tích khối bát diện đều cạnh a ?

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a ?

Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Ⓓ $\frac{a^3}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Ⓑ $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Ⓓ $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 3. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a ?

- Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. Ⓒ $V = a^3\sqrt{2}$. Ⓓ $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 4. Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 3 là:

- Ⓐ $\sqrt{2}$. Ⓑ $2\sqrt{2}$. Ⓒ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. Ⓓ $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Câu 5. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

- Ⓐ $V = \frac{\sqrt{35}a^3}{24}$. Ⓑ $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Ⓒ $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. Ⓓ $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 6. Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147m, cạnh đáy dài 230m. Thể tích của nó là:

- Ⓐ 7776300 m³. Ⓑ 3888150 m³. Ⓒ 2592100 m³. Ⓓ 2592100 m².

Câu 7. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và diện tích của một mặt bên là $a^2\sqrt{2}$?

- Ⓐ $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $\frac{4a^3}{3}$. Ⓒ $4a^3$. Ⓓ $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , độ dài cạnh đáy là a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$?

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{11}}{8}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

Câu 9. Cho chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là tâm của đáy. Khoảng cách từ tâm O đến mặt bên bằng 1. Góc giữa mặt bên với đáy bằng 45° . Thể tích của hình chóp đã cho là:

- Ⓐ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. Ⓒ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ $2\sqrt{3}$.

Câu 10. Trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ A đến mp (SBC) bằng $2a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng:

- Ⓐ $2\sqrt{3}a^3$. Ⓑ $2a^3$. Ⓒ $3\sqrt{3}a^3$. Ⓓ $4\sqrt{3}a^3$.

Dạng 4:

Khối chóp khác

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Một khối chóp tam giác có đáy là một tam giác đều cạnh 6cm. Một cạnh bên có độ dài bằng 3cm và tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABD . Cạnh SD tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$?

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh a , tam giác ABD đều, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Ⓓ $a^3\sqrt{3}$.

Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc φ . Thể tích của khối chóp đó bằng:

- Ⓐ $\frac{a^3 \tan \varphi}{12}$. Ⓑ $\frac{a^3 \cot \varphi}{12}$. Ⓒ $\frac{a^3 \tan \varphi}{6}$. Ⓓ $\frac{a^3 \cot \varphi}{6}$.

Câu 3. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a ?

- Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. Ⓒ $V = a^3\sqrt{2}$. Ⓓ $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , góc $\widehat{BCA} = 30^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khi đó thể tích của khối chóp là:

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 5. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 16. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Khi đó thể tích khối chóp $S.MNP$ bằng:

- (A) 2. (B) 8. (C) 4. (D) 16.

Câu 6. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Biết $A'G$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $A'B$ tạo với đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$?

- (A) $\frac{a^3\sqrt{5}}{9}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm $CD, A'B', A'D'$. Thể tích khối tứ diện $A'MNP$ bằng:

- (A) $\frac{a^3}{16}$. (B) $\frac{a^3}{32}$. (C) $\frac{a^3}{12}$. (D) $\frac{a^3}{24}$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên là $2a$. M thuộc cạnh SA sao cho $2MS = MA$. Tính thể tích V của tứ diện $MABC$?

- (A) $V = \frac{\sqrt{11}}{12}a^3$. (B) $V = \frac{\sqrt{11}}{14}a^3$. (C) $V = \frac{\sqrt{11}}{16}a^3$. (D) $V = \frac{\sqrt{11}}{18}a^3$.

Câu 9. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $OB = OC = a$. Gọi H là hình chiếu của điểm O trên mặt phẳng (ABC) . Tính thể tích khối tứ diện $OABH$?

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{BAD}$ bằng 60° , gọi I là giao điểm của AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

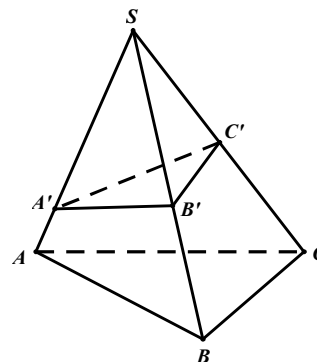
- (A) $\frac{a^3\sqrt{39}}{24}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{39}}{12}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{39}}{8}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{39}}{48}$.

Dạng 5:

Tỉ số thể tích

- **Bài toán.** Tính thể tích của khối chóp bằng cách vận dụng tỉ số thể tích.
- **Phương pháp:** Vận dụng tỉ số thể tích của khối chóp tam giác.
Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' khác với S . Ta có tỉ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$



* **Đặc biệt:** Nếu $A' \equiv A$ ta có: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA, SB' = \frac{1}{3}SB, SC' = \frac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có A' và B' lần lượt là trung điểm của SA và SB . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 24. Tính thể tích V của khối chóp $S.A'B'C$?

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA , SB , SC . Tỉ số $\frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}}$ bằng

- Ⓐ 8. Ⓑ 2. Ⓒ $\frac{1}{8}$. Ⓓ $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích khối tứ diện $EBCD$ theo V .

- Ⓐ $\frac{V}{4}$. Ⓑ $\frac{V}{3}$. Ⓒ $\frac{V}{2}$. Ⓓ $\frac{V}{5}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB, SD . Tỉ số $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

- Ⓐ $\frac{1}{4}$. Ⓑ $\frac{3}{8}$. Ⓒ $\frac{1}{8}$. Ⓓ $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Lấy H, G lần lượt là tâm của hình chữ nhật $BCC'B'$ và $ACC'A'$, I là trung điểm của CC' . Tính tỉ số thể tích của tứ diện $CHGI$ và tứ diện $CB'A'C'$?

- Ⓐ $\frac{1}{8}$. Ⓑ $\frac{4}{5}$. Ⓒ $\frac{30}{8}$. Ⓓ $\frac{15}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB tại E và cắt SD tại F . Tính thể tích khối chóp $S.AEMF$?

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{6}}{27}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD vuông góc với nhau từng đôi một và $AB = 3a, AC = 6a, AD = 4a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, BD . Tính thể tích khối diện $AMNP$.

- Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $12a^3$. Ⓒ a^3 . Ⓓ $2a^3$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở $B, AC = a\sqrt{2}, SA \perp (ABC), SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC, mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

- Ⓐ $\frac{4a^3}{9}$. Ⓑ $\frac{4a^3}{27}$. Ⓒ $\frac{5a^3}{54}$. Ⓓ $\frac{2a^3}{9}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$ và $SC \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) qua C và vuông góc với $SA, (\alpha)$ cắt SA, SB lần lượt tại D, E . Tính thể tích khối chóp $ABCDE$.

- Ⓐ $\frac{4a^3}{9}$. Ⓑ $\frac{2a^3}{9}$. Ⓒ $\frac{8a^3}{9}$. Ⓓ $\frac{19a^3}{27}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích $V = 12$. Gọi M, N lần lượt trung điểm SA, SB, P là điểm thuộc cạnh SC sao cho $PS = 2PC$. Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh SD tại Q . Tính thể tích khối chóp $SMNPQ$:

Ⓐ $\frac{5}{18}$.

Ⓑ $\frac{7}{3}$.

Ⓒ $\frac{4}{3}$.

Ⓓ $\frac{12}{25}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , có $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, SCD . Tính thể tích khối tứ diện $S.MNC$?

Ⓐ $\frac{1}{27}a^3$.

Ⓑ $\frac{2}{27}a^3$.

Ⓒ $\frac{1}{13}a^3$.

Ⓓ $\frac{2}{13}a^3$.

II. Thể tích khối lăng trụ

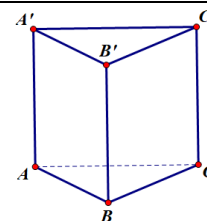
Dạng 1:

Khối lăng trụ đứng

– **Bài toán.** Tính thể tích khối lăng trụ đứng.

– **Phương pháp:** Lăng trụ đứng là lăng trụ có cạnh bên vuông góc với đáy. Khi đó chiều cao của lăng trụ là độ dài cạnh bên của lăng trụ đó.

Vd: Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy thì độ dài SA là chiều cao của khối chóp



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với đường chéo bằng $3\sqrt{2}a$. Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $6a^2$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

Ví dụ 2: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy là 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a là:

☐ A $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

☐ B $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

☐ C $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

☐ D $\frac{a^3}{4}$.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a$, $AA' = 2a$. Thể tích khối $ABCDB'C'D'$:

☐ A $2a^3$.

☐ B $\frac{5}{3}a^3$.

☐ C $\frac{10}{3}a^3$.

☐ D $\frac{5}{2}a^3$.

Câu 3. Nếu một khối hộp chữ nhật có độ dài các đường chéo của các mặt lần lượt là $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ thì thể tích khối hộp đó bằng:

☐ A 8.

☐ B 4.

☐ C 6.

☐ D 5.

Câu 4. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho ?

- Ⓐ $V = \frac{7a^3}{8}$. Ⓑ $V = a^3\sqrt{6}$. Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 5. Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ biết độ dài cạnh đáy của lăng trụ bằng 2 đồng thời góc tạo bởi $A'C$ và đáy $(ABCD)$ bằng 30° ?

- Ⓐ $V = \frac{8\sqrt{6}}{3}$. Ⓑ $V = 24\sqrt{6}$. Ⓒ $V = 8\sqrt{6}$. Ⓓ $V = \frac{8\sqrt{6}}{9}$.

Câu 6. Lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(C'AB)$ và (CAB) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đó bằng:

- Ⓐ $3a^3\sqrt{3}$. Ⓑ $a^3\sqrt{3}$. Ⓒ $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. Ⓓ $\frac{9a^3}{8}$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

- Ⓐ $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. Ⓑ $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. Ⓒ $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. Ⓓ $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho ?

- Ⓐ $V = \frac{3a^3}{8}$. Ⓑ $V = \frac{9a^3}{8}$. Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Ⓓ $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 9. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các đường chéo DB' và AC' lần lượt tạo với đáy các góc 45° và 30° . Biết chiều cao của lăng trụ là a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hãy tính thể tích V của khối lăng trụ này.

- Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $V = a^3\sqrt{3}$. Ⓒ $V = \frac{a^3}{2}$. Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^\circ$ và đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là :

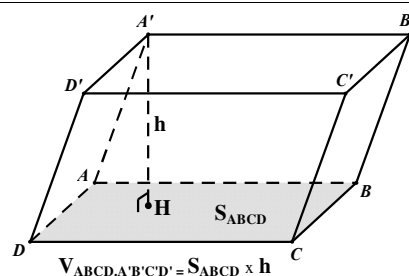
- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{35}}{27}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{105}}{7}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{105}}{14}$.

Dạng 2:

Khối lăng trụ xiên

- **Bài toán.** Tính thể tích khối lăng trụ xiên
- **Phương pháp:** Chiều cao của khối lăng trụ xiên là khoảng cách từ một đỉnh bất kì của lăng trụ đến mặt đáy không chứa đỉnh đó.

Vd: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ là chiều cao của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a , các cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ví dụ 2: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ACBD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{14}}{2}$.

Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$.

Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{7}}{4}$.

Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và điểm A' cách đều A , B , C biết $AA' = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích lăng trụ là:

Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{10}}{4}$.

Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, các cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 6a$, góc giữa AA' và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30° . Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ là:

Ⓐ $2\sqrt{3}a^3$.

Ⓑ $6a^3$.

Ⓒ $2a^3$.

Ⓓ $6\sqrt{3}a^3$.

Câu 4. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là:

☐ A $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
 ☐ B $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
 ☐ C $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
 ☐ D $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(ACC'A')$ tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

☐ A $\frac{3a^3}{16}$.
 ☐ B $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
 ☐ C $\frac{a^3}{16}$.
 ☐ D $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 6. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60° . Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

☐ A $V = \frac{3a^3}{2}$.
 ☐ B $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
 ☐ C $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.
 ☐ D $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 7. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

☐ A 14.
 ☐ B $\frac{28}{3}$.
 ☐ C $\frac{14}{3}$.
 ☐ D 28.

Câu 8. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a và hình chiếu vuông góc của đỉnh C lên mặt phẳng $(ABB'A')$ là tâm của hình bình hành $ABB'A'$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a là:

☐ A $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.
 ☐ B $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.
 ☐ C $a^3\sqrt{3}$.
 ☐ D $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ là:

☐ A $\frac{a^3}{6}$.
 ☐ B $\frac{a^3}{3}$.
 ☐ C $\frac{3a^3}{5}$.
 ☐ D $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 10. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, $A'C = 3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α có $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là:

☐ A $V = 12$.
 ☐ B $V = 6$.
 ☐ C $V = 10$.
 ☐ D $V = 8$.

MẶT NÓN – MẶT TRỤ – MẶT CẦU

1. MẶT TRÒN XOAY - MẶT NÓN TRÒN XOAY - MẶT TRỤ TRÒN XOAY
2. MẶT CẦU

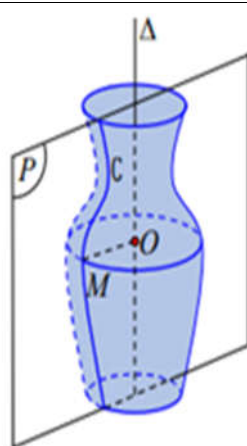
§1. KHÁI NIỆM VỀ MẶT TRÒN XOAY

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Sự tạo thành mặt tròn xoay:

Trong không gian cho mp(P) chứa đường thẳng Δ và đường cong C . Khi quay mp(P) quanh Δ một góc 360° thì mỗi điểm M trên C vạch ra một đường tròn có tâm O thuộc Δ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ . Như vậy khi quay mặt phẳng (P) quanh đường thẳng Δ thì đường C sẽ tạo nên một hình được gọi là *mặt tròn xoay*.

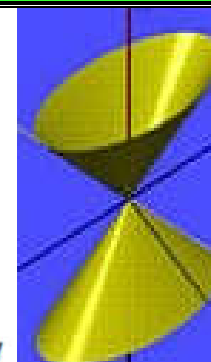
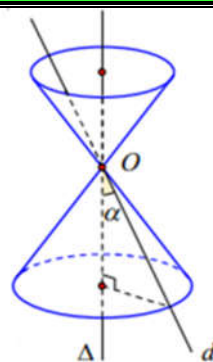
- Đường C được gọi là *đường sinh* của mặt tròn xoay.
- Đường thẳng Δ được gọi là *trục* của mặt tròn xoay.



2. Mặt nón tròn xoay:

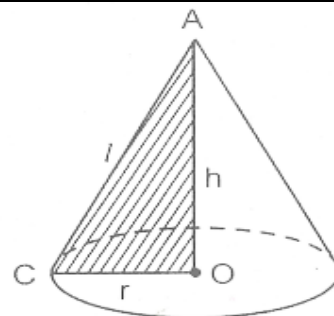
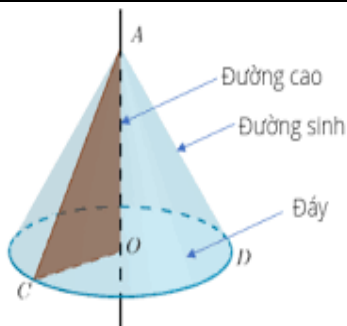
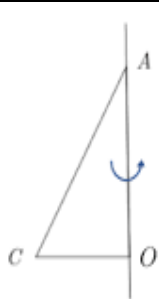
Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau và tạo thành một góc α với $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là *mặt nón tròn xoay* đỉnh O , gọi tắt là *mặt nón*.

- Đường thẳng Δ gọi là *trục*.
- Đường thẳng d gọi là *đường sinh*.
- Góc 2α gọi là *góc ở đỉnh* của mặt nón.



3. Hình nón:

Cho tam giác
OAC vuông tại O.
Khi quay tam giác
đó xung quanh
cạnh góc vuông
AO thì đường gấp
khúc OAC tạo



thành một hình được gọi là *hình nón tròn xoay*, gọi tắt là *hình nón*.

- Hình tròn tâm O sinh bởi các điểm thuộc cạnh OC khi OC quay quanh trục AO được gọi là *mặt đáy* của hình nón. ($OC = r$ gọi là *bán kính hình tròn đáy*)
- Điểm A gọi là *đỉnh* của hình nón.
- Độ dài đoạn $AO = h$ gọi là độ dài *chiều cao* của hình nón (AO = khoảng cách từ A đến mặt đáy).
- Độ dài đoạn $AC = l$ gọi là độ dài *đường sinh* của hình nón.
- Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi các điểm trên cạnh AC khi quay quanh trục AO gọi là *mặt xung quanh* của hình nón đó.

Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón:

$$S_{xq} = \pi r l$$

$$S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$$

* Lưu ý:

$$l^2 = r^2 + h^2$$

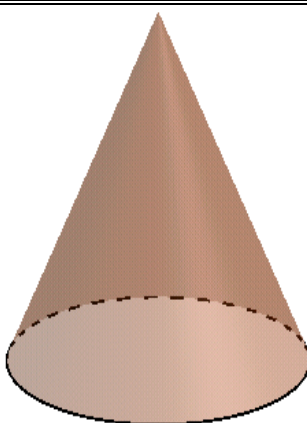
4. Khối nón:

Khối nón tròn xoay là phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó. *Khối nón tròn xoay* gọi tắt là *khối nón*.

Đỉnh, mặt đáy, đường sinh của một hình nón cũng là *đỉnh*, *mặt đáy*, *đường sinh* của khối nón tương ứng.

Thể tích của khối nón:

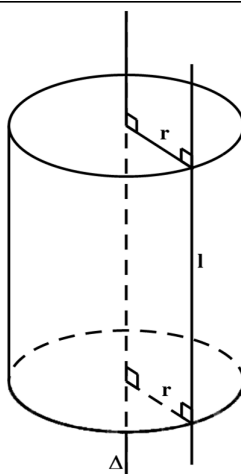
$$V = \frac{1}{3} S_d \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



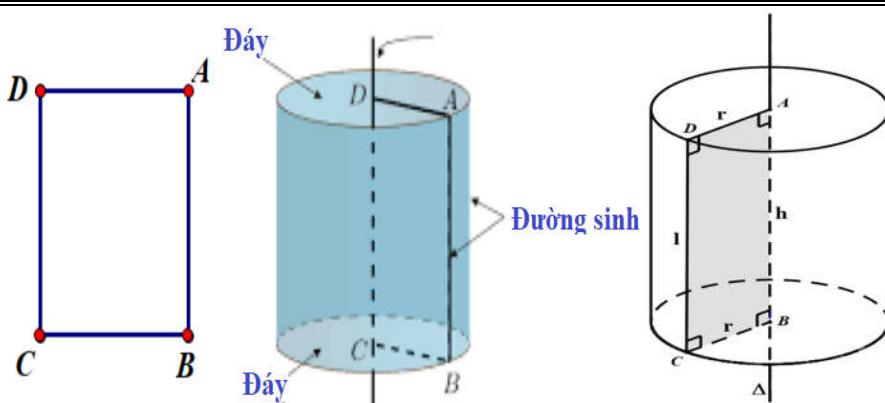
5. Mặt trụ tròn xoay:

Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song với nhau, cách nhau một khoảng bằng r . Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là *mặt trụ tròn xoay*, gọi tắt là *mặt trụ*.

- Đường thẳng Δ gọi là *trục*.
- Đường thẳng l là *đường sinh*.
- r là *bán kính* của mặt trụ đó.

**6. Hình trụ:**

Xét hình chữ nhật ABCD. Khi quay hình chữ nhật ABCD xung quanh đường thẳng chứa một cạnh nào đó, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúc ADCB sẽ tạo thành một hình gọi là



hình trụ tròn xoay, hay gọi tắt là *hình trụ*.

- Khi quay quanh AB, hai cạnh AD và BC sẽ vạch ra hai hình tròn bằng nhau gọi là hai đáy của hình trụ, bán kính của chúng gọi là *bán kính* của hình trụ. ($r = AD = CB$)
- Độ dài đoạn $CD = l$ gọi là độ dài *đường sinh* của hình trụ.
- Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi các điểm trên cạnh CD khi quay xung quanh AB gọi là *mặt xung quanh* của hình trụ.
- Khoảng cách $AB = h$ giữa hai mặt phẳng song song chứa hai đáy là *chiều cao* của hình trụ.

Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S_{xq} = 2\pi r l$$

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 2\pi r(l + r)$$

* Lưu ý:

$$l = h$$

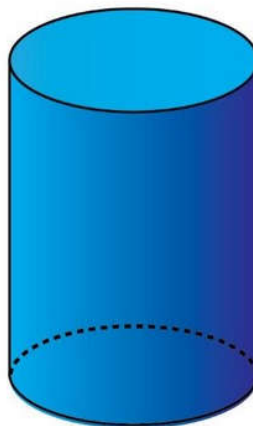
7. Khối trụ:

Khối trụ tròn xoay hay khối trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ tròn xoay đó.

Mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính của một hình trụ cũng là mặt đáy, chiều cao, đường sinh, bán kính của khối trụ tương ứng.

Thể tích của khối trụ:

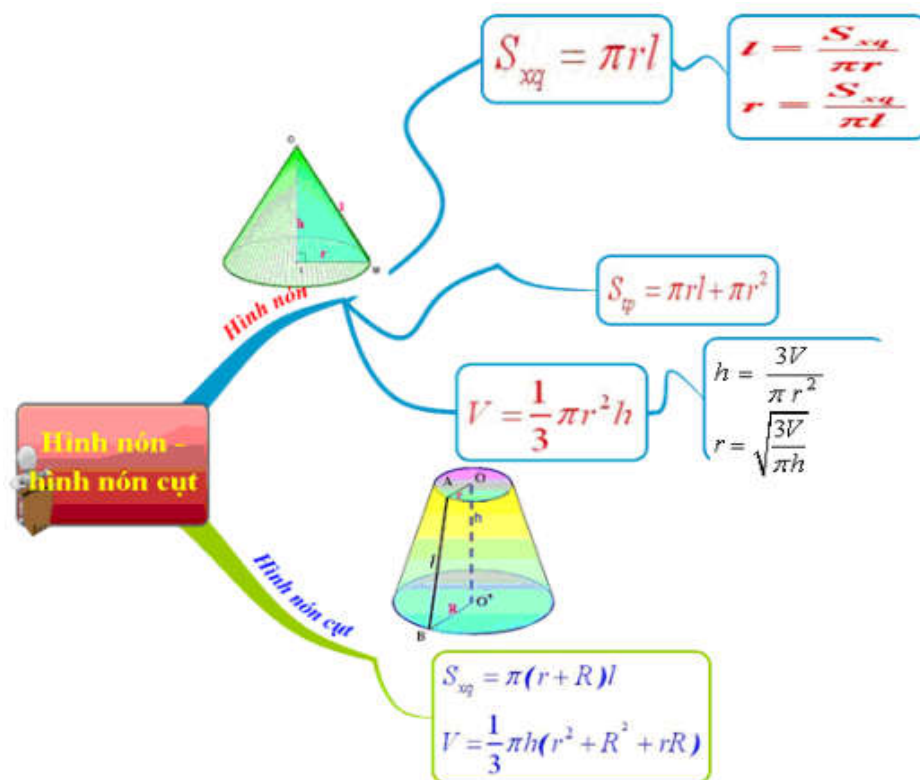
$$V = S_d \cdot h = \pi r^2 h$$



B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1:	
	Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình nón – khối nón.

– Phương pháp:



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình nón có đường cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$.

- a) Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón.
b) Tính thể tích của khối nón.

Ví dụ 2. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 cm, chiều cao bằng 4 cm. Diện tích xung quanh của hình nón là

Ⓐ $30\pi \text{ cm}^2$

Ⓑ $15\pi \text{ cm}^2$

Ⓒ $12\pi \text{ cm}^2$

Ⓓ $9\pi \text{ cm}^2$

Lời giải :.....

Ví dụ 3. Cho một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

Ⓐ $S_{xq} = 4\pi a^2$

Ⓑ $S_{xq} = \pi a^2$

Ⓒ $S_{xq} = 3\pi a^2$

Ⓓ $S_{xq} = 2\pi a^2$

Lời giải:.....

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$; góc A bằng 60° . Quay tam giác quanh cạnh AB ta được 1 hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó là

Ⓐ $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$

Ⓑ $S_{xq} = 2\pi a^2$

Ⓒ $S_{xq} = 4\pi a^2$

Ⓓ $S_{xq} = 4\pi a^2 \sqrt{3}$

Lời giải:.....

Ví dụ 5. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón là

Ⓐ $S_{tp} = 36\pi a^2$

Ⓑ $S_{tp} = 30\pi a^2$

Ⓒ $S_{tp} = 38\pi a^2$

Ⓓ $S_{tp} = 32\pi a^2$

Lời giải:.....

Ví dụ 6. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông, đường sinh có độ dài bằng $2a$, diện tích toàn phần của hình nón là

Ⓐ $S_{tp} = \frac{4}{3}\pi a^2$

Ⓑ $S_{tp} = \pi a^2$

Ⓒ $S_{tp} = 6\pi a^2$

Ⓓ $S_{tp} = 3\pi a^2$

Lời giải :.....

Ví dụ 7. Hình nón có đường sinh $l = 2a$ và hợp với đáy góc 60° . Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

Ⓐ $S_{tp} = 4\pi a^2$

Ⓑ $S_{tp} = 3\pi a^2$

Ⓒ $S_{tp} = 2\pi a^2$

Ⓓ $S_{tp} = \pi a^2$

Lời giải:.....

Ví dụ 8. Một khối nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 13 \text{ cm}$ và bán kính đáy $r = 5 \text{ cm}$. Khi đó thể tích khối nón là:

Ⓐ $V = 100\pi \text{ cm}^3$.

Ⓑ $V = 300\pi \text{ cm}^3$

Ⓒ $V = \frac{325}{3}\pi \text{ cm}^3$

Ⓓ $V = 20\pi \text{ cm}^3$

Lời giải:.....

Ví dụ 9. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 2a$, góc ở đỉnh của hình nón $2\beta = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối nón đã cho:

Ⓐ $V = \pi a^3 \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓑ $V = \frac{\pi a^3}{2}$

Ⓒ $V = \pi a^3 \sqrt{3}$

Ⓓ $V = \pi a^3$

Lời giải:.....

Ví dụ 10. Cho ΔABC vuông tại A , $AB = 3a$, $AC = 2a$, khi quay tam giác xung quanh cạnh AB ta được khối nón có thể tích bằng:

Ⓐ $V = 12\pi a^3$

Ⓑ $V = 4\pi a^3$.

Ⓒ $V = 4a^3$

Ⓓ $V = 8\pi a^3$

Lời giải :.....

BÀI TẬP

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$ Diện tích xung quanh hình nón là

Ⓐ $20\pi a^2$

Ⓑ $40\pi a^2$

Ⓒ $24\pi a^2$

Ⓓ $12\pi a^2$

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy là $3a$, chiều cao là $4a$. Thể tích của hình nón là

Ⓐ $12\pi a^3$

Ⓑ $36\pi a^3$

Ⓒ $15\pi a^3$

Ⓓ $12\pi a^3$

Câu 3. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón là

Ⓐ $36\pi a^2$

Ⓑ $30\pi a^2$

Ⓒ $38\pi a^2$

Ⓓ $32\pi a^2$

- Câu 4.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa một mặt bên và đáy bằng 60° , diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp tam giác ABC là
- Ⓐ $\frac{\pi a^2}{6}$ Ⓑ $\frac{\pi a^2}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi a^2}{3}$ Ⓓ $\frac{5\pi a^2}{6}$
- Câu 5.** Cho hình hộp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$, diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp $ABCD$ là
- Ⓐ $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$ Ⓑ $\frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{6}$ Ⓓ $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{8}$
- Câu 6.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón là
- Ⓐ $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ Ⓑ $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ Ⓒ $2\pi a^2$ Ⓓ $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$
- Câu 7.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền $2a$. Thể tích của khối nón bằng
- Ⓐ $\frac{\pi a^3}{3}$ Ⓑ $\frac{2\pi a^3}{3}$ Ⓒ πa^3 Ⓓ $2\pi a^3$
- Câu 8.** Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều là
- Ⓐ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ Ⓑ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ Ⓒ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ Ⓓ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$
- Câu 9.** Cho hình nón có đường sinh l , góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy là 30° . Diện tích xung quanh của hình nón này là
- Ⓐ $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{2}$ Ⓑ $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{4}$ Ⓒ $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{6}$ Ⓓ $\frac{\pi \sqrt{3} l^2}{8}$
- Câu 10.** Thể tích V của khối nón (N) có chiều cao bằng a và độ dài đường sinh bằng $a\sqrt{5}$ là
- Ⓐ $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ Ⓑ $V = 4\pi a^3$ Ⓒ $V = \frac{2}{3}\pi a^3$ Ⓓ $V = \frac{5}{3}\pi a^3$
- Câu 11.** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích và diện tích xung quanh của hình nón là
- Ⓐ $V = \pi a^3 \sqrt{3}; S_{xq} = 2\pi a^2$ Ⓑ $V = \pi a^3 \sqrt{3}; S_{xq} = 2\pi a^2$
- Ⓒ $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}; S_{xq} = 2\pi a^2$ Ⓓ $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}; S_{xq} = 4\pi a^2$
- Câu 12.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60° . Diện tích của thiết diện này bằng
- Ⓐ $\frac{a^2 \sqrt{2}}{3}$ Ⓑ $\frac{a^2 \sqrt{2}}{2}$ Ⓒ $2a^2$ Ⓓ $\frac{a^2 \sqrt{2}}{4}$
- Câu 13.** Hình nón có đường cao 20cm , bán kính đáy 25cm . Một mặt phẳng (P) qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách đến tâm là 12cm . Diện tích thiết diện tạo bởi (P) và hình nón là
- Ⓐ $500(\text{cm}^2)$ Ⓑ $600(\text{cm}^2)$ Ⓒ $550(\text{cm}^2)$ Ⓓ $450(\text{cm}^2)$

- Câu 14.** Khối nón (N) có chiều cao bằng $3a$. Thiết diện song song và cách mặt đáy một đoạn bằng a , có diện tích bằng $\frac{64}{9}\pi a^2$. Khi đó, thể tích của khối nón (N) là
- Ⓐ $16\pi a^3$ Ⓑ $\frac{25}{3}\pi a^3$ Ⓒ $48\pi a^3$ Ⓓ $\frac{16}{3}\pi a^3$
- Câu 15.** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp khối nón trên. Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng
- Ⓐ 8 Ⓑ 6 Ⓒ 4 Ⓓ 2
- Câu 16.** Khối nón (N) có chiều cao là h và nội tiếp trong khối cầu có bán kính R với $h < 2R$. Khi đó thể tích của khối nón (N) theo h và R là
- Ⓐ $\frac{1}{3}\pi h^2(2R-h)$ Ⓑ $\frac{4}{3}\pi h^2(2R-h)$ Ⓒ $\pi h^2(2R-h)$ Ⓓ $\frac{1}{3}\pi h(2R-h)$
- Câu 17.** Diện tích xung quanh của một hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là
- Ⓐ 15π Ⓑ 30π Ⓒ 36π Ⓓ 12π
- Câu 18.** Một hình nón có đường kính của đường tròn đáy bằng $6(m)$, chiều cao bằng $4(m)$. Thể tích của khối nón này là
- Ⓐ $12\pi(m^3)$ Ⓑ $36\pi(m^3)$ Ⓒ $48\pi(m^3)$ Ⓓ $15\pi(m^3)$
- Câu 19.** Cho hình nón có đường kính của đường tròn đáy bằng $8(cm)$, đường cao $3(cm)$, diện tích xung quanh của hình nón này là
- Ⓐ $20\pi(cm^2)$ Ⓑ $40\pi(cm^2)$ Ⓒ $16\pi(cm^2)$ Ⓓ $12\pi(cm^2)$
- Câu 20.** Một khối nón có thể tích bằng 4π và chiều cao là 3. Bán kính đường tròn đáy của hình nón là
- Ⓐ 2 Ⓑ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ Ⓒ $\frac{4}{3}$ Ⓓ 1
- Câu 21.** Một hình nón có chiều cao 6 và bán kính đường tròn đáy là 8. Diện tích toàn phần của hình nón là
- Ⓐ 144π Ⓑ 188π Ⓒ 96π Ⓓ 112π
- Câu 22.** Cho khối nón có chu vi đường tròn đáy là 6π , chiều cao bằng $\sqrt{7}$. Thể tích của khối nón là
- Ⓐ $3\pi\sqrt{7}$ Ⓑ $9\pi\sqrt{7}$ Ⓒ 12π Ⓓ 36π
- Câu 23.** Cho hình nón có diện tích xung quanh 25π , bán kính đường tròn đáy bằng 5. Độ dài đường sinh bằng
- Ⓐ 5 Ⓑ $\frac{5}{2}$ Ⓒ 1 Ⓓ 3
- Câu 24.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón này là
- Ⓐ $\pi\sqrt{3}$ Ⓑ $3\pi\sqrt{3}$ Ⓒ 3π Ⓓ $3\pi\sqrt{2}$
- Câu 25.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có diện tích bằng 4. Diện tích xung quanh của hình nón là

Ⓐ $4\pi\sqrt{2}$

Ⓑ $8\pi\sqrt{2}$

Ⓒ $2\pi\sqrt{2}$

Ⓓ 8π

Câu 26. Một khối nón có thể tích bằng 30π , nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính khối nón đó lên 2 lần thì thể tích của khối nón mới bằng

Ⓐ 120π

Ⓑ 60π

Ⓒ 40π

Ⓓ 480π

Câu 27. Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có các cạnh đều bằng a là

Ⓐ $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{12}$

Ⓑ $\frac{1}{6}\pi a^3$

Ⓒ $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi a^3$

Ⓓ $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{9}$

Câu 28. Cho hình nón có đáy là đường tròn có đường kính 10. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 là

Ⓐ 8π

Ⓑ 24π

Ⓒ $\frac{200\pi}{9}$

Ⓓ 96π

Câu 29. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 10, mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón cắt hình nón theo một đường tròn có bán kính bằng 6, khoảng cách giữa mặt phẳng này với mặt phẳng chứa đáy của hình nón (N) là 5. Chiều cao của hình (N) là

Ⓐ 12,5

Ⓑ 10

Ⓒ 8,5

Ⓓ 7

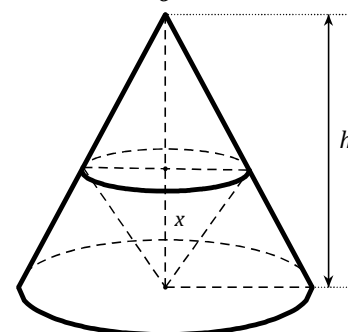
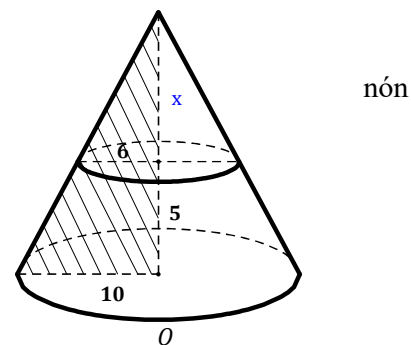
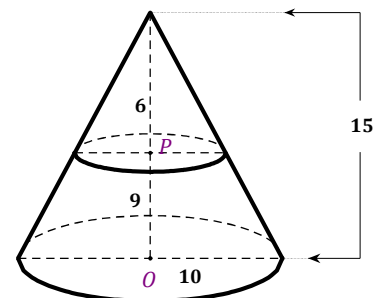
Câu 30. Cho hình nón đỉnh O , chiều cao là h . Một khối nón khác có đỉnh là tâm của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Chiều cao x của khối nón này là bao nhiêu để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$

Ⓐ $x = \frac{h}{3}$

Ⓑ $x = \frac{h}{2}$

Ⓒ $\frac{2h}{3}$

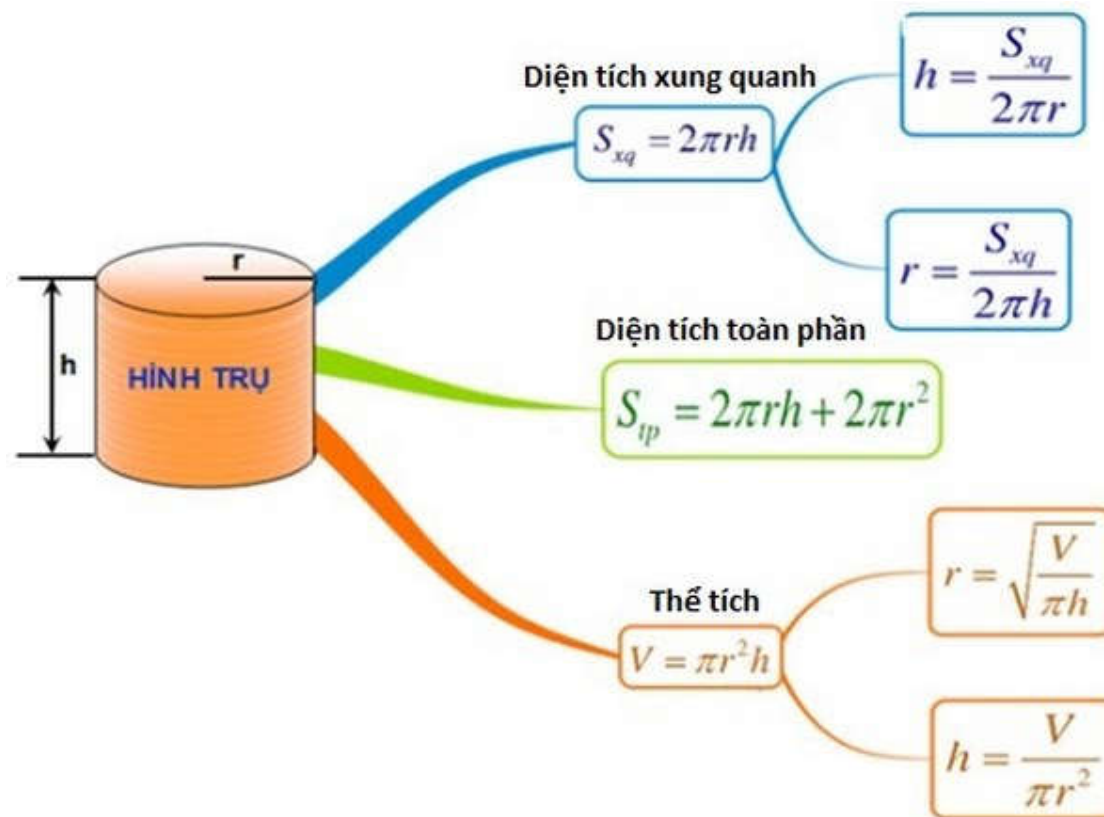
Ⓓ $\frac{h\sqrt{3}}{3}$



Dạng 2:

Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của hình trụ – khối trụ.

– Phương pháp:



CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho hình trụ có đường cao $h = 10\text{cm}$, bán kính đáy $r = 5\text{cm}$.

- Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ.
- Tính thể tích của khối trụ.

Ví dụ 2. Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

Ⓐ $S_{xq} = 4\pi a^2$.

Ⓑ $S_{xq} = \pi a^2$

Ⓒ $S_{xq} = 3\pi a^2$

Ⓓ $S_{xq} = 2\pi a^2$

Lời giải :.....

.....

.....

Ví dụ 3. Cho hình vuông ABCD cạnh 8cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình vuông ABCD xung quanh MN. Diện tích xung quanh của hình trụ tạo thành là:

Ⓐ $S_{xq} = 96\pi(cm^2)$

Ⓑ $S_{xq} = 126\pi(cm^2)$

Ⓒ $S_{xq} = 64\pi(cm^2)$.

Ⓓ $S_{xq} = 32\pi(cm^2)$

Lời giải:.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và góc $BDC = 30^\circ$. Quay hình chữ nhật này xung quanh cạnh AD. Diện tích xung quanh của hình trụ được tạo thành là:

Ⓐ $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$

Ⓑ $S_{xq} = \pi a^2$

Ⓒ $S_{xq} = \frac{2}{\sqrt{3}}\pi a^2$.

Ⓓ $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$

Lời giải:.....

.....

.....

Ví dụ 5. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$, độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

Ⓐ $S_{tp} = 6\pi a^2$.

Ⓑ $S_{tp} = 2\pi a^2$

Ⓒ $S_{tp} = 4\pi a^2$

Ⓓ $S_{tp} = 5a^2$

Lời giải:.....

.....

.....

Ví dụ 6. Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là:

Ⓐ $S_{tp} = 4\pi$.

Ⓑ $S_{tp} = 2\pi$

Ⓒ $S_{tp} = 6\pi$

Ⓓ $S_{tp} = 10\pi$

Lời giải :.....

.....

.....

Ví dụ 7. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $30cm^2$ và chu vi bằng $26cm$. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của (T) là

- Ⓐ $S_p = \frac{69}{2}\pi(cm^2)$. Ⓑ $S_p = 69\pi(cm^2)$
Ⓒ $S_p = 23\pi(cm^2)$ Ⓓ $S_{xq} = \frac{23}{2}\pi(cm^2)$

Lời giải:.....

Ví dụ 8. Quay hình vuông ABCD cạnh a xung quanh một cạnh. Thể tích của khối trụ được tạo thành là

- Ⓐ $V = \pi a^3$. Ⓑ $V = \frac{\pi a^3}{2}$
Ⓒ $V = 2\pi a^3$ Ⓓ $V = 3\pi a^3$

Lời giải:.....

Ví dụ 9. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Thể tích khối trụ tương ứng bằng

- Ⓐ $V = \pi a^3$
Ⓑ $V = 2\pi a^3$.
Ⓒ $V = 3\pi a^3$ Ⓓ $V = 4\pi a^3$

Lời giải:.....

Ví dụ 10. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2cm được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16cm^2$. Thể tích của (T) là

- Ⓐ $V = 8\pi cm^3$ Ⓑ $V = 16\pi cm^3$
Ⓒ $V = 32\pi cm^3$. Ⓓ $V = 64\pi cm^3$

Lời giải :.....

BÀI TẬP

- Câu 1.** Cho hình trụ có bán kính đáy 5 cm chiều cao 4 cm. Diện tích toàn phần của hình trụ này là
Ⓐ $90\pi(cm^2)$ Ⓑ $92\pi(cm^2)$ Ⓒ $94\pi(cm^2)$ Ⓓ $96\pi(cm^2)$
- Câu 2.** Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm, đường cao 4cm, diện tích xung quanh của hình trụ này là
Ⓐ $24\pi(cm^2)$ Ⓑ $22\pi(cm^2)$ Ⓒ $26\pi(cm^2)$ Ⓓ $20\pi(cm^2)$
- Câu 3.** Một hình trụ có bán kính đáy 6 cm, chiều cao 10 cm. Thể tích của khối trụ này là
Ⓐ $360\pi(cm^3)$ Ⓑ $320\pi(cm^3)$ Ⓒ $340\pi(cm^3)$ Ⓓ $300\pi(cm^3)$
- Câu 4.** Thể tích V của khối trụ có chiều cao bằng a và đường kính đáy bằng $a\sqrt{2}$ là
Ⓐ $V = \frac{1}{2}\pi a^3$ Ⓑ $V = \frac{1}{3}\pi a^3$ Ⓒ $V = \frac{2}{3}\pi a^3$ Ⓓ $V = \frac{1}{6}\pi a^3$
- Câu 5.** Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật ABCD quanh cạnh AB. Biết $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần S_p của hình trụ(T) là
Ⓐ $S_p = 16\pi a^2$ Ⓑ $S_p = 10\pi a^2$ Ⓒ $S_p = 12\pi a^2$ Ⓓ $S_p = 8\pi a^2$

- Câu 6.** Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là
 Ⓐ $l = h$ Ⓑ $R = h$ Ⓒ $l^2 = h^2 + R^2$ Ⓓ $R^2 = h^2 + l^2$
- Câu 7.** Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ (T) là
 Ⓐ $S_{xq} = 2\pi Rl$ Ⓑ $S_{xq} = \pi Rh$ Ⓒ $S_{xq} = \pi Rl$ Ⓓ $S_{xq} = \pi R^2 h$
- Câu 8.** Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_p của hình trụ (T) là
 Ⓐ $S_p = 2\pi Rl + 2\pi R^2$ Ⓑ $S_p = \pi Rl + \pi R^2$ Ⓒ $S_p = \pi Rl + 2\pi R^2$ Ⓓ $S_p = \pi Rh + \pi R^2$
- Câu 9.** Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối trụ (T). Thể tích V của khối trụ (T) là
 Ⓐ $V = \pi R^2 h$ Ⓑ $V = \frac{1}{3}\pi R^2 l$ Ⓒ $V = 4\pi R^3$ Ⓓ $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$
- Câu 10.** Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm , đường cao 4 cm , diện tích xung quanh của hình trụ này là
 Ⓐ $24\pi(\text{cm}^2)$ Ⓑ $22\pi(\text{cm}^2)$ Ⓒ $26\pi(\text{cm}^2)$ Ⓓ $20\pi(\text{cm}^2)$
- Câu 11.** Cho hình trụ có bán kính đáy 5 cm chiều cao 4 cm . Diện tích toàn phần của hình trụ này là
 Ⓐ $90\pi(\text{cm}^2)$ Ⓑ $92\pi(\text{cm}^2)$ Ⓒ $94\pi(\text{cm}^2)$ Ⓓ $96\pi(\text{cm}^2)$
- Câu 12.** Một hình trụ có bán kính đáy 6 cm , chiều cao 10 cm . Thể tích của khối trụ này là
 Ⓐ $360\pi(\text{cm}^3)$ Ⓑ $320\pi(\text{cm}^3)$ Ⓒ $340\pi(\text{cm}^3)$ Ⓓ $300\pi(\text{cm}^3)$
- Câu 13.** Thể tích V của khối trụ có chiều cao bằng a và đường kính đáy bằng $a\sqrt{2}$ là
 Ⓐ $V = \frac{1}{2}\pi a^3$ Ⓑ $V = \frac{1}{3}\pi a^3$ Ⓒ $V = \frac{2}{3}\pi a^3$ Ⓓ $V = \frac{1}{6}\pi a^3$
- Câu 14.** Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần S_p của hình trụ (T) là
 Ⓐ $S_p = 16\pi a^2$ Ⓑ $S_p = 10\pi a^2$ Ⓒ $S_p = 12\pi a^2$ Ⓓ $S_p = 8\pi a^2$
- Câu 15.** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ với $mp(\alpha)$ là
 Ⓐ $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$ Ⓒ $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$ Ⓓ $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$
- Câu 16.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2A$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a\sqrt{3}$. Thể tích của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này là
 Ⓐ $6\pi a^3$ Ⓑ $4\pi a^3$ Ⓒ $2\pi a^3$ Ⓓ $8\pi a^3$
- Câu 17.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên là các hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ là
 Ⓐ $\frac{2\pi a^2}{3}(\sqrt{3} + 1)$ Ⓑ $4\pi a^2$ Ⓒ $2\pi a^2$ Ⓓ $\frac{3\pi a^2}{2}$

- Câu 18.** Cho hình trụ có bán kính R . AB, CD lần lượt là hai dây cung song song với nhau và nằm trên hai đường tròn đáy và cùng có độ dài bằng $R\sqrt{2}$. Mặt phẳng $(ABCD)$ không song song và cũng không chứa trục của hình trụ. Khi đó tứ giác $ABCD$ là hình gì
 (A) hình chữ nhật (B) hình bình hành (C) hình vuông (D) hình thoi
- Câu 19.** Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Khi đó thể tích của khối trụ nội tiếp lăng trụ sẽ bằng
 (A) $\frac{\pi ha^2}{12}$ (B) $\frac{\pi ha^2}{3}$ (C) $\frac{2\pi ha^2}{9}$ (D) $\frac{4\pi ha^2}{3}$
- Câu 20.** Thiết diện qua trục của hình trụ (T) là một hình vuông có cạnh bằng a . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ (T) là
 (A) $S_{xq} = \pi a^2$ (B) $S_{xq} = \frac{1}{2}\pi a^2$ (C) $S_{xq} = 2\pi a^2$ (D) $S_{xq} = a^2$
- Câu 21.** Một hình trụ (T) có diện tích xung quanh bằng 4π và thiết diện qua trục của hình trụ này là một hình vuông. Diện tích toàn phần của (T) là
 (A) 6π (B) 12π (C) 10π (D) 8π
- Câu 22.** Cho lăng trụ lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh đáy bằng a . Các mặt bên là hình chữ nhật có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ là
 (A) $2\pi a^3$ (B) $4\pi a^3$ (C) $6\pi a^3$ (D) $8\pi a^3$
- Câu 23.** Một hình trụ có bán kính 5cm và chiều cao 7cm . Cắt khối trụ bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm . Diện tích thiết diện tạo bởi khối trụ và mặt phẳng bằng
 (A) 56cm^2 (B) 54cm^2 (C) 52cm^2 (D) 58cm^2
- Câu 24.** Cho hình trụ có bán kính R ; AB, CD lần lượt là hai dây cung song song với nhau, nằm trên hai đường tròn đáy và cùng có độ dài bằng $R\sqrt{2}$. Mặt phẳng $(ABCD)$ không song song và cũng không chứa trục của hình trụ, góc giữa $(ABCD)$ và mặt đáy bằng 30° . Thể tích khối trụ bằng
 (A) $\frac{\pi R^3 \sqrt{6}}{3}$ (B) $\frac{\pi R^3 \sqrt{6}}{2}$ (C) $\frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{6}$ (D) $\frac{\pi R^3 \sqrt{2}}{3}$
- Câu 25.** Khối trụ (T) có bán kính đáy là R và thiết diện qua trục là một hình vuông. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp khối trụ (T) trên tính theo R bằng
 (A) $4R^3$ (B) $3R^3$ (C) $2R^3$ (D) $5R^3$
- Câu 26.** Một hình trụ có chu vi của đường tròn đáy $4\pi a$, chiều cao a . Thể tích của khối trụ này bằng
 (A) $4\pi a^3$ (B) $2\pi a^3$ (C) $16\pi a^3$ (D) $\frac{4}{3}\pi a^3$
- Câu 27.** Một hình trụ có chiều cao 5m và bán kính đường tròn đáy 3m . Diện tích xung quanh của hình trụ này là
 (A) $30\pi(\text{m}^2)$ (B) $15\pi(\text{m}^2)$ (C) $45\pi(\text{m}^2)$ (D) $48\pi(\text{m}^2)$
- Câu 28.** Hình trụ có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}$ và thể tích bằng 24π . Chiều cao hình trụ này bằng
 (A) 2 (B) 6 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 1
- Câu 29.** Một hình trụ có chu vi của đường tròn đáy là c , chiều cao của hình trụ gấp 4 lần chu vi đáy. Thể tích của khối trụ này là

Ⓐ $\frac{c^3}{\pi}$

Ⓑ $\frac{2c^3}{\pi}$

Ⓒ $4\pi c^3$

Ⓓ $\frac{2c^2}{\pi^2}$

Câu 30. Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu tăng bán kính lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới là

Ⓐ 80

Ⓑ 40

Ⓒ 60

Ⓓ 120

Câu 31. Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

Ⓐ $4\pi a^2$

Ⓑ $2\pi a^2$

Ⓒ $8\pi a^2$

Ⓓ $6\pi a^2$

Câu 32. Cho khối trụ có thể tích bằng 24π . Nếu tăng bán kính đường tròn đáy lên 2 lần thì thể tích khối trụ mới là

Ⓐ 96π

Ⓑ 48π

Ⓒ 32π

Ⓓ 192π

Câu 33. Một hình trụ có đường kính của đáy bằng với chiều cao của nó. Nếu thể tích của khối trụ bằng 2π thì chiều cao của hình trụ là

Ⓐ 2

Ⓑ $\sqrt[3]{24}$

Ⓒ $\sqrt{2}$

Ⓓ $\sqrt[3]{4}$

§2. MẶT CẦU

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Mặt cầu:

Tập hợp những điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng không đổi bằng r ($r > 0$) được gọi là mặt cầu tâm O bán kính r.

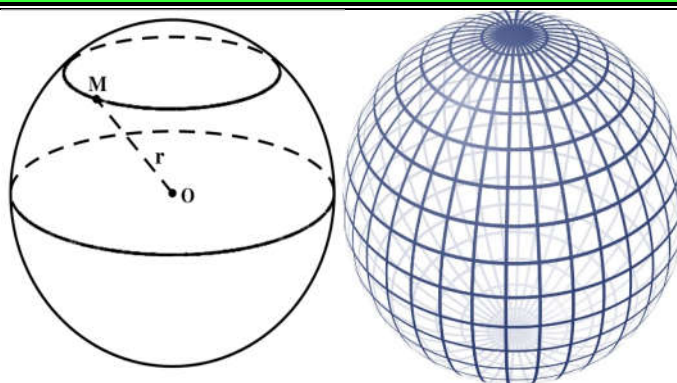
- Mặt cầu tâm O, bán kính r được kí hiệu: $S(O; r)$ hay viết tắt là (S).

- Vậy:

$$S(O; r) = \{M \mid OM = r\}$$

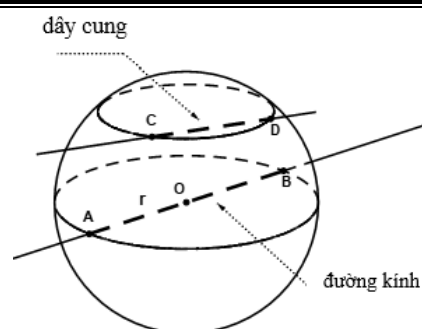
- Diện tích mặt cầu:

$$S_{mc} = 4\pi r^2$$



2. Khái niệm dây cung, đường kính mặt cầu:

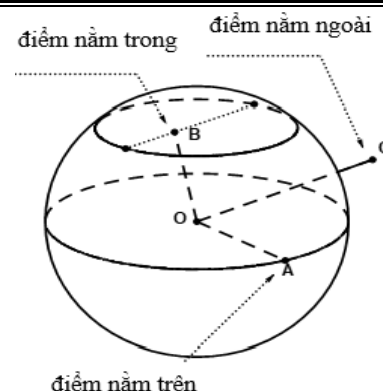
- Nếu hai điểm CD nằm trên mặt cầu $S(O; r)$ thì đoạn thẳng CD được gọi là dây cung của mặt cầu đó.
- Dây cung AB đi qua tâm O được gọi là một đường kính của mặt cầu. Khi đó $AB = 2r$.



3. Điểm nằm trong, nằm ngoài mặt cầu:

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và một điểm A bất kì trong không gian.

- Nếu $OA = r$ thì ta nói điểm A nằm trên mặt cầu $S(O; r)$
- Nếu $OA < r$ thì ta nói điểm A nằm trong mặt cầu $S(O; r)$
- Nếu $OA > r$ thì ta nói điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; r)$

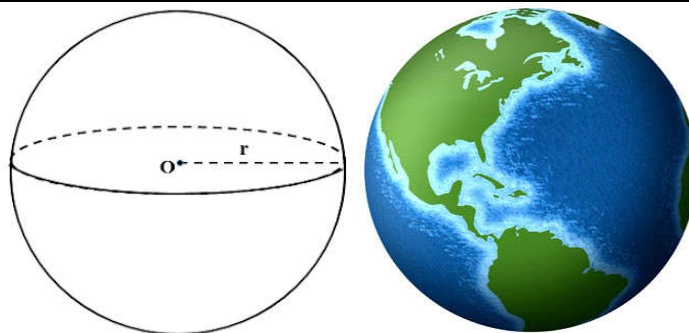


4. Khối cầu:

Tập hợp các điểm thuộc mặt cầu $S(O; r)$ cùng với các điểm nằm trong mặt cầu đó được gọi là *khối cầu* hoặc *hình cầu* tâm O bán kính r .

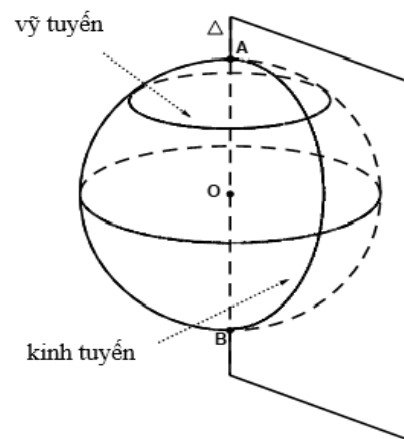
- Thể tích khối cầu:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

**5. Đường kinh tuyến, vĩ tuyến của mặt cầu:**

Ta có thể xem *mặt cầu* là một mặt tròn xoay tạo nên bởi nửa đường tròn quay quanh trục chứa đường kính của nửa đường tròn đó.

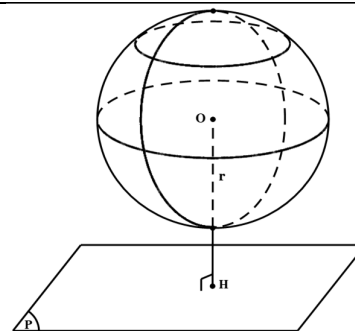
- Giao tuyến của mặt cầu với nửa mặt phẳng có bờ là trục của mặt cầu được gọi là *kinh tuyến*.
- Giao tuyến (nếu có) của mặt cầu với các mặt phẳng vuông góc với trục được gọi là *vĩ tuyến* của mặt cầu.
- Hai giao điểm của mặt cầu với trục được gọi là hai *cực* của mặt cầu.

**6. Giao của mặt cầu và mặt phẳng:**

Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính r và mặt phẳng (P) . Ta có:

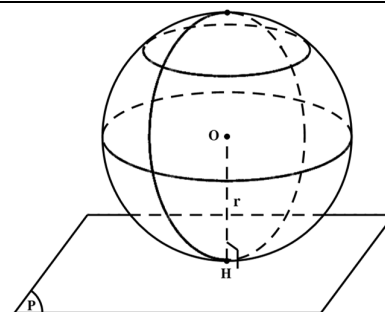
➤ Mặt cầu (S) và mp (P) *không có điểm chung*.

- $S \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow d[O, (P)] > r$



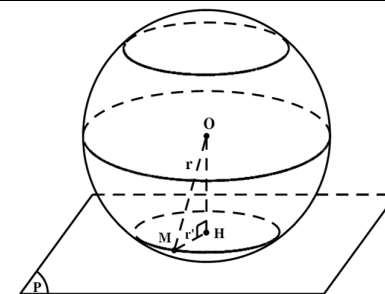
➤ Mặt cầu (S) và mp(P) **có 1 điểm chung**. (hay còn gọi mặt phẳng (P) **tiếp xúc** với mặt cầu (S))

- $(S) \cap (P) = \{H\} \Leftrightarrow d[O, (P)] = OH = r$
- Khi đó: (P) gọi là **tiếp diện** của mặt cầu (S), H gọi là **tiếp điểm**.



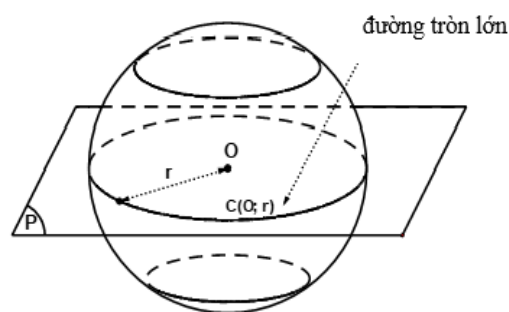
➤ Mặt phẳng (P) **cắt** mặt cầu (S) theo giao tuyến là **đường tròn (C)** tâm H, bán kính r' .

- $(S) \cap (P) = C(H; r') \Leftrightarrow d[O, (P)] = OH < r$.
- Tâm H là hình chiếu của O trên mp(P).
- Bán kính $r' = \sqrt{r^2 - d^2[O, (P)]}$



➤ Mặt phẳng (P) **đi qua tâm** O của mặt cầu.

- $(S) \cap (P) = C(O; r) \Leftrightarrow d[O, (P)] = 0$
- Khi đó giao tuyến của mp(P) và S(O; r) là đường tròn $C(O; r)$ gọi là **đường tròn lớn**.

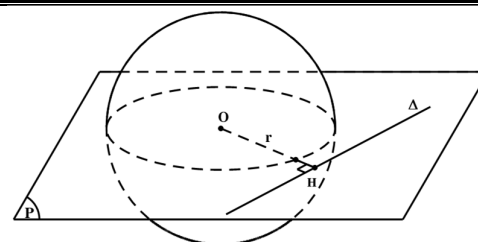


7. Giao của mặt cầu và đường thẳng:

Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính r và đường thẳng Δ . Ta có:

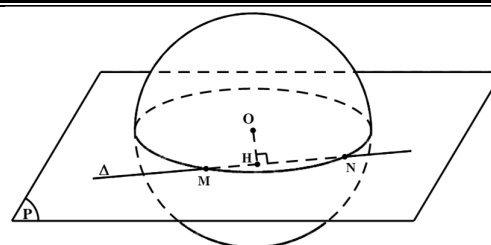
➤ Đường thẳng Δ **không cắt** mặt cầu (S).

- $(S) \cap \Delta = \emptyset \Leftrightarrow d(O, \Delta) > r$



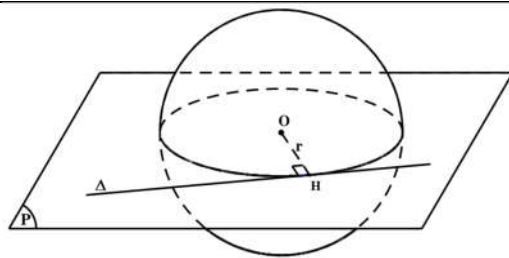
➤ Đường thẳng Δ **cắt** mặt cầu (S) tại 2 điểm.

- $(S) \cap \Delta = \{M; N\} \Leftrightarrow d(O, \Delta) < r$
- MN là **dây cung** của mặt cầu.



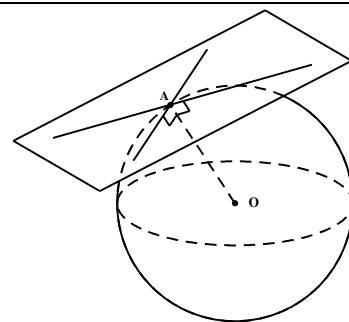
➤ Đường thẳng Δ **tiếp xúc** mặt cầu (S) tại H.

- $(S) \cap \Delta = \{H\} \Leftrightarrow d(O, \Delta) = OH = r$
- Khi đó: Δ gọi là **tiếp tuyến** của mặt cầu (S), H gọi là **tiếp điểm**.

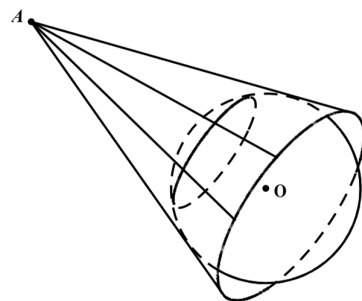


8. Nhận xét:

- ✓ Qua một điểm A nằm trên mặt cầu $S(O; r)$ có **vô số tiếp tuyến** của mặt cầu. Tất cả các tiếp tuyến này đều vuông góc với bán kính OA của mặt cầu tại A và đều **nằm trên tiếp diện** của mặt cầu tại A.

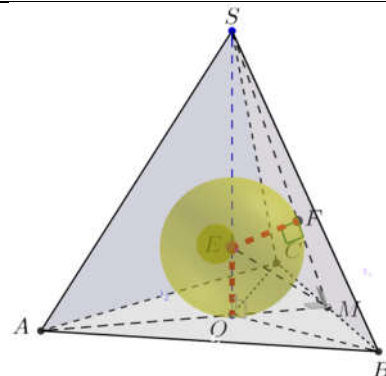
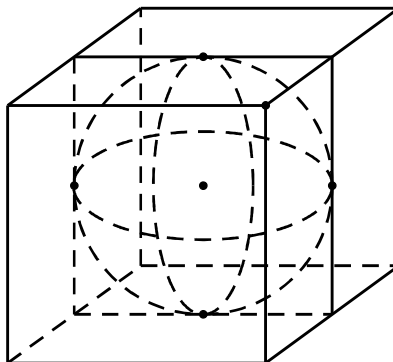


- ✓ Qua một điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O; r)$ có **vô số tiếp tuyến** với mặt cầu. Các tiếp tuyến này **tạo thành mặt nón** đỉnh A. Khi đó độ dài các đoạn thẳng kẻ từ A đến các tiếp điểm đều bằng nhau.



9. Mặt cầu nội tiếp, ngoại tiếp hình đa diện:

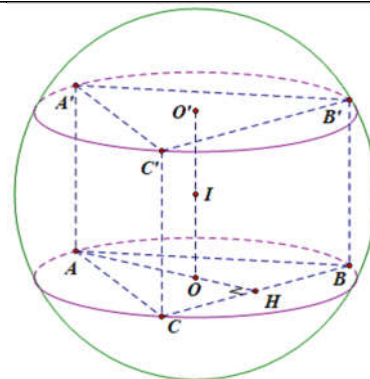
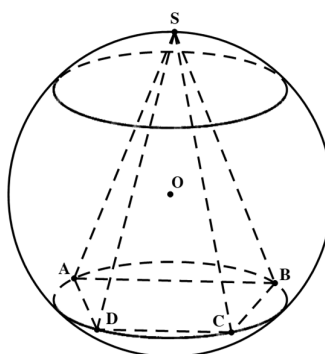
- ✓ Mặt cầu **nội tiếp** hình đa diện nếu mặt cầu đó **tiếp xúc** với tất cả các mặt của hình đa diện. Người ta còn gọi hình đa diện ngoại tiếp mặt cầu.



✓ Mặt cầu **ngoại tiếp** hình đa diện nếu tất cả các đỉnh của hình đa diện đều nằm trên mặt cầu. Còn nói hình đa diện **nội tiếp** mặt cầu.

- Mặt cầu tâm O bán kính r **ngoại tiếp** hình chóp S.ABCD khi và chỉ khi $OA = OB = OC = OD = OS = r$

- Mặt cầu tâm I bán kính r **ngoại tiếp** hình lăng trụ ABC.A'B'C' khi và chỉ khi $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC' = r$

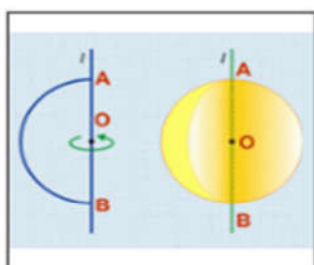


Dạng 1:

Tính diện tích mặt cầu, thể tích khối cầu.

– **Phương pháp:**

HÌNH CẦU



a) Diện tích mặt cầu

$$S = 4\pi.R^2 \text{ hay } S = \pi.d^2$$

R: Bán kính hình cầu
d: Đường kính mặt cầu

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

$$d = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

b) Thể tích hình cầu

$$V = \frac{4}{3} \pi.R^3$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1. Cho mặt cầu có đường kính bằng 4.

- Tính diện tích mặt cầu.
- Tính thể tích của khối cầu.

Ví dụ 2. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng:

Ⓐ $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Ⓑ $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Ⓒ $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Ⓓ $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Lời giải :.....

Ví dụ 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Diện tích của hình cầu ngoại tiếp hình lăng trụ này bằng:

Ⓐ $\frac{7}{3}\pi a^2$

Ⓑ $\frac{7}{36}\pi a^2$

Ⓒ $\frac{7}{12}\pi a^2$

Ⓓ $\frac{7}{9}\pi a^2$

Lời giải:.....

Ví dụ 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và đáy bằng 45° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng:

Ⓐ $\frac{9}{4}\pi a^2$

Ⓑ $\frac{4}{3}\pi a^2$

Ⓒ $\frac{3}{4}\pi a^2$

Ⓓ $\frac{2}{3}\pi a^2$

Lời giải:.....

Ví dụ 5. (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều ABCD cạnh a . Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu (S) là:

Ⓐ $V = \frac{\pi a^3}{4}$

Ⓑ $V = \frac{3\pi a^3}{4}$

Ⓒ $V = \frac{3\pi a^3}{4}$

Ⓓ $V = \frac{5\pi a^3}{4}$

Lời giải:.....

Ví dụ 6. Cho hình chóp đều SABCD có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $SA = a$; Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD. Thể tích của khối cầu tạo nên bởi mặt cầu (S) bằng:

Ⓐ $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Ⓑ $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Ⓓ $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

Lời giải :.....

Ví dụ 7. Cho hình chóp SABCD có $AB = SA = a$, $SA \perp (ABCD)$, đáy ABCD là hình vuông. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp SABCD là:

- Ⓐ $3\pi a^3$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$
Ⓒ $\frac{\sqrt{6}}{2}\pi a^3$ Ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi a^3$

Lời giải:.....

BÀI TẬP

- Câu 1.** Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính R_2 và $R_2 = 2R_1$. Tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và mặt cầu (S_1) bằng
- Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 2 Ⓒ $\frac{1}{4}$ Ⓓ 4
- Câu 2.** Gọi (S) là mặt cầu có tâm O và bán kính R ; d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) , với $d < R$. Khi đó, có bao nhiêu điểm chung giữa (S) và (P) ?
- Ⓐ Vô số Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ 0
- Câu 3.** Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng
- Ⓐ $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ Ⓑ $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ Ⓒ $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ Ⓓ $\frac{a\sqrt{2}}{3}$
- Câu 4.** Cho khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{27}$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng
- Ⓐ $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ Ⓑ $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ Ⓒ $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ Ⓓ $\frac{a\sqrt{2}}{3}$
- Câu 5.** Cho tứ diện $DABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , DA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = 3a$, $BC = 4a$, $DA = 5a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $DABC$ có bán kính bằng
- Ⓐ $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$ Ⓑ $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$ Ⓒ $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$
- Câu 6.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng a . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng
- Ⓐ $2\pi a^2$ Ⓑ $4\pi a^2$ Ⓒ πa^2 Ⓓ $6\pi a^2$
- Câu 7.** Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng
- Ⓐ $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$ Ⓑ $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$ Ⓒ $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$ Ⓓ $\frac{3\pi a^3\sqrt{6}}{8}$

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và đáy bằng 45° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- Ⓐ $\frac{9\pi a^2}{4}$ Ⓑ $\frac{4\pi a^2}{3}$ Ⓒ $\frac{3\pi a^2}{4}$ Ⓓ $\frac{2\pi a^2}{3}$

Câu 9. Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có bán kính R bằng:

- Ⓐ $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ Ⓑ $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 Ⓒ $R = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ Ⓓ $R = \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$

Câu 10. Một hình hộp chữ nhật có 3 kích thước 20cm, $20\sqrt{3}$ cm, 30cm. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp đó bằng:

- Ⓐ $\frac{32\pi}{3}\text{dm}^3$ Ⓑ $\frac{3200\pi}{3}\text{cm}^3$
 Ⓒ $\frac{62,5\pi}{3}\text{dm}^3$ Ⓓ $\frac{625000\pi}{3}\text{dm}^3$

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a; OB = b; OC = c$. Bán kính của mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng:

- Ⓐ $R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ Ⓑ $R = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 Ⓒ $R = \sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$ Ⓓ $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 12. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

- Ⓐ $S = 14\pi a^2$ Ⓑ $S = 8\pi a^2$ Ⓒ $S = 12\pi a^2$ Ⓓ $S = 10\pi a^2$

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp này bằng

- Ⓐ $a\sqrt{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ Ⓒ $a\sqrt{3}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

Câu 14. Thể tích của khối cầu nội tiếp khối lập phương có cạnh bằng a là

- Ⓐ $\frac{1}{2}\pi a^3$ Ⓑ $\frac{2}{9}\pi a^3$ Ⓒ $\frac{2}{3}\pi a^3$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi a^3$

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Diện tích của hình cầu ngoại tiếp hình lăng trụ này bằng

- Ⓐ $\frac{7}{3}\pi a^2$ Ⓑ $\frac{7}{36}\pi a^2$ Ⓒ $\frac{7}{12}\pi a^2$ Ⓓ $\frac{7}{9}\pi a^2$

Câu 16. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối lập phương có cạnh bằng a là

- Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi a^3$ Ⓒ $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi a^3$ Ⓓ $\frac{1}{6}\pi a^3$

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp này bằng

- Ⓐ $\frac{\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}a$ Ⓑ $\frac{\sqrt{2}}{4(1+\sqrt{3})}a$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}a$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}a$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông với đường cao $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Kẻ $EK \perp SD$ tại K . Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K bằng

- Ⓐ a Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ Ⓒ $\frac{1}{2}a$ Ⓓ $\frac{\sqrt{6}}{2}a$

Câu 19. Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R bằng

- Ⓐ $\frac{32}{81}\pi R^3$ Ⓑ $\frac{4\sqrt{2}}{9}\pi R^3$ Ⓒ $\frac{4}{3}\pi R^3$ Ⓓ $\frac{1}{3}\pi R^3$

Câu 20. Một mặt cầu có diện tích $36\pi(\text{m}^2)$. Thể tích của khối cầu này bằng

- Ⓐ $36\pi(\text{m}^3)$ Ⓑ $\frac{4}{3}\pi(\text{m}^3)$ Ⓒ $72\pi(\text{m}^3)$ Ⓓ $108\pi(\text{m}^3)$

Câu 21. Một khối cầu có thể tích là $288\pi(\text{m}^3)$. Diện tích của mặt cầu này bằng

- Ⓐ $144\pi(\text{m}^2)$ Ⓑ $72\pi(\text{m}^2)$ Ⓒ $288\pi(\text{m}^2)$ Ⓓ $36\pi(\text{m}^2)$

Câu 22. Một lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ này bằng

- Ⓐ $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ Ⓑ $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$ Ⓒ $a\sqrt{3}$ Ⓓ $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 23. Một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2x$. Điều kiện cần và đủ của x để tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ở ngoài hình chóp là

- Ⓐ $\frac{a}{2\sqrt{2}} < x < \frac{a}{2}$ Ⓑ $\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2\sqrt{2}}$ Ⓒ $x > \frac{a}{2}$ Ⓓ $x < \frac{a}{2}$

Câu 24. Một lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 4 nội tiếp mặt cầu có diện tích là 64π . Chiều cao của hình lăng trụ này bằng

- Ⓐ $4\sqrt{2}$ Ⓑ $3\sqrt{2}$ Ⓒ 4 Ⓓ $6\sqrt{2}$

Câu 25. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là:

- Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ 2 Ⓓ vô số

Câu 26. Cho mặt cầu có bán kính là a , ngoại tiếp hình nón. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều. Thể tích của khối nón là:

- Ⓐ $V = \frac{3}{4}\pi a^3$ Ⓑ $V = \frac{3}{4}\pi a^3$ Ⓒ $V = \frac{1}{8}\pi a^3$ Ⓓ $V = \frac{3}{8}\pi a^3$

Câu 27. Hình nón có bán kính của đường tròn đáy bằng a , thiết diện qua trục là tam giác đều. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình nón là:

- Ⓐ $V = \frac{32\sqrt{3}}{12}\pi a^3$ Ⓑ $V = \frac{32\sqrt{3}}{9}\pi a^3$
Ⓒ $V = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$ Ⓓ $V = \frac{32\sqrt{3}}{3}\pi a^3$

Câu 28. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- Ⓐ Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp
Ⓑ Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp
Ⓒ Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
Ⓓ Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp

Câu 29. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, đường chéo của hình vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình trụ là:

(A) $V = \frac{1}{3}\pi a^3$
 (B) $V = \frac{1}{6}\pi a^3$
 (C) $V = \frac{1}{4}\pi a^3$
 (D) $V = \frac{1}{2}\pi a^3$

Câu 30. Một đường thẳng cắt mặt cầu tâm O tại hai điểm A,B sao cho tam giác OAB vuông cân tại O và $AB = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu là:

(A) $V = 4\pi a^3$
 (B) $V = \pi a^3$
 (C) $V = \frac{4}{3}\pi a^3$
 (D) $V = \frac{2}{3}\pi a^3$

Câu 31. Cho hình lập phương cạnh a nội tiếp trong một mặt cầu. Bán kính đường tròn lớn của mặt cầu đó bằng

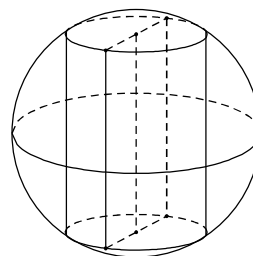
(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$
 (B) a
 (C) $a\sqrt{2}$
 (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$

Câu 32. Cho hình trụ nội tiếp trong hình lập phương có cạnh bằng x. Tỷ số thể tích của khối trụ và khối lập phương trên là

(A) $\frac{\pi}{4}$
 (B) $\frac{\pi}{2}$
 (C) $\frac{\pi}{12}$
 (D) $\frac{2}{3}$

Câu 33. Một hình trụ có chiều cao bằng 6 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5 như hình vẽ. Thể tích của khối trụ này bằng

(A) 96π
 (B) 36π
 (C) 192π
 (D) 48π



ĐỀ KIỂM TRA 45 PHÚT

Câu 1. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối nón (N). Thể tích V của khối nón (N) là

(A) $V = \pi R^2 h$
 (B) $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$
 (C) $V = \pi R^2 l$
 (D) $V = \frac{1}{3}\pi R^2 l$

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón là:

(A) $20\pi a^2$
 (B) $40\pi a^2$
 (C) $24\pi a^2$
 (D) $12\pi a^2$

Câu 3. Cho hình nón có bán kính đáy là $3a$, chiều cao là $4a$. Thể tích của hình nón là:

(A) $15\pi a^3$
 (B) $36\pi a^3$
 (C) $12\pi a^3$
 (D) $12\pi a^3$

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích toàn phần hình nón là:

- (A) $32\pi a^2$ (B) $30\pi a^2$ (C) $38\pi a^2$ (D) $36\pi a^2$

Câu 5. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_p của hình trụ (T) là:

- (A) $S_p = \pi Rl + \pi R^2$ (B) $S_p = 2\pi Rl + 2\pi R^2$ (C) $S_p = \pi Rl + 2\pi R^2$ (D) $S_p = \pi Rh + \pi R^2$

Câu 6. Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm , đường cao 4 cm , diện tích xung quanh của hình trụ này là:

- (A) $24\pi(\text{cm}^2)$ (B) $22\pi(\text{cm}^2)$ (C) $26\pi(\text{cm}^2)$ (D) $20\pi(\text{cm}^2)$

Câu 7. Một hình trụ có bán kính đáy 6 cm , chiều cao 10 cm . Thể tích của khối trụ này là:

- (A) $360\pi(\text{cm}^3)$ (B) $320\pi(\text{cm}^3)$ (C) $340\pi(\text{cm}^3)$ (D) $300\pi(\text{cm}^3)$

Câu 8. Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khi đó thể tích khối trụ là:

- (A) πa^3 (B) $2\pi a^3$ (C) $8\pi a^3$ (D) $4\pi a^3$

Câu 9. Gọi R bán kính, S là diện tích và V là thể tích của khối cầu. Công thức nào sau sai?

- (A) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ (B) $S = 4\pi R^2$ (C) $S = \pi R^2$ (D) $3V = S.R$

Câu 10. Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính R_2 và $R_2 = 2R_1$. Tỷ số diện tích của mặt cầu (S_2) và mặt cầu (S_1) bằng:

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{1}{4}$ (D) 4

Câu 11. Gọi (S) là mặt cầu có tâm O và bán kính R ; d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) , với $d < R$. Khi đó có bao nhiêu điểm chung giữa (S) và (P) ?

- (A) Vô số (B) 1 (C) 2 (D) 0

Câu 12. Cho khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{27}$, khi đó bán kính mặt cầu là:

- (A) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ (B) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ (D) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 13. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón này là:

- (A) 3π (B) $3\pi\sqrt{3}$ (C) $\pi\sqrt{3}$ (D) $3\pi\sqrt{2}$

Câu 14. Một hình nón ngoại tiếp hình tứ diện đều với cạnh bằng 3 có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{3\pi\sqrt{3}}{2}$ (B) $3\pi\sqrt{3}$ (C) $2\pi\sqrt{3}$ (D) $\frac{9\pi\sqrt{3}}{2}$

Câu 15. Một khối nón có thể tích bằng 30π , nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính khối nón đó lên 2 lần thì thể tích của khối nón mới bằng:

(A) 40π

(B) 60π

(C) 120π

(D) 480π

Câu 16. Một hình trụ có chu vi của đường tròn đáy là c , chiều cao của hình trụ gấp 4 lần chu vi đáy. Thể tích của khối trụ này là:

(A) $\frac{2c^2}{\pi^2}$

(B) $\frac{2c^3}{\pi}$

(C) $4\pi c^3$

(D) $\frac{c^3}{\pi}$

Câu 17. Một khối trụ có thể tích là 20 (đvtt). Nếu tăng bán kính lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới là:

(A) 40.(đvtt)

(B) 80 (đvtt)

(C) 60 (đvtt)

(D) 400 (đvtt)

Câu 18. Một hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều với tất cả các cạnh bằng a có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu ?

(A) $\frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

(B) $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

(C) $\frac{4\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

(D) $\pi a^2 \sqrt{3}$

Câu 19. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$, khi đó bán kính mặt cầu là:

(A) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

(B) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

(C) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

(D) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 20. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy là a và cạnh bên là $2a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC là:

(A) $\frac{2a\sqrt{33}}{11}$

(B) $\frac{a\sqrt{11}}{11}$

(C) $a\sqrt{33}$

(D) $\frac{a\sqrt{33}}{11}$

Câu 21. Cho mặt cầu S(O; R) và mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Khi đó (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng:

(A) $\frac{R\sqrt{3}}{4}$

(B) $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$

(C) $\frac{R}{2}$

(D) $\frac{R\sqrt{3}}{2}$

Câu 22. Cho tam giác ABC vuông tại B có $AC = 2a$; $BC = a$; khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

(A) πa^2

(B) $4\pi a^2$

(C) $2\pi a^2$

(D) $3\pi a^2$

Câu 23. Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, góc $\widehat{IOM} = 45^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay đó là

(A) $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$

(B) πa^2

(C) $\pi a^2 \sqrt{3}$

(D) $\pi a^2 \sqrt{2}$

Câu 24. Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có cạnh bên $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a\sqrt{3}$. Thể tích của hình trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này là:

(A) $6\pi a^3$

(B) $4\pi a^3$

(C) $2\pi a^3$

(D) $8\pi a^3$

Câu 25. Cắt hình trụ có bán kính $r = 5$ và chiều cao $h = 5\sqrt{3}$ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm. Hãy tính diện tích của thiết diện được tạo nên

- (A) $100\sqrt{3} \text{ cm}^3$ (B) $20\sqrt{3} \text{ cm}^3$ (C) $80\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (D) $40\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Câu 26. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), $SA = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD là:

- (A) $6\pi a^2$ (B) $12\pi a^2$ (C) $36\pi a^2$ (D) $3\pi a^2$

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy là a và cạnh bên là $2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD là:

- (A) $\frac{16a^3\pi\sqrt{14}}{49}$ (B) $\frac{2a^3\pi\sqrt{14}}{7}$ (C) $\frac{64a^3\pi\sqrt{14}}{147}$ (D) $\frac{64a^3\pi\sqrt{14}}{49}$

Câu 28. Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO; A; B là 2 điểm nằm trên đường tròn đáy hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a . Góc $\widehat{SAO} = 30^\circ$; $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Khi đó độ dài đường sinh l của hình nón là:

- (A) a (B) $2a$ (C) $a\sqrt{2}$ (D) $2a\sqrt{2}$

Câu 29. Một hình trụ có chiều cao bằng 6 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5 như hình vẽ. Thể tích của khối trụ này bằng:

- (A) 36π (B) 96π (C) 192π (D) 48π

Câu 30. Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba

quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

- (A) 1 (B) 2 (C) 1,5 (D) 1,2

ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.D	5.B	6.A	7.A	8.B	9.C	10.D
11.A	12.A	13.C	14.B	15.C	16.D	17.B	18.A	19.C	20.A
21.D	22.C	23.D	24.A	25.D	26.B	27.C	28.B	29.B	30.A