

Câu 1 (1 điểm) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

Câu 2 (1 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x} \text{ trên đoạn } \left[\frac{1}{2}; 2\right]$$

Câu 3 (1 điểm) Giải phương trình: $\log_2^2(x+1) + \log_2(4x+4) - 4 = 0$

Câu 4 (1 điểm) Tính $I = \int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx$

Câu 5 (1 điểm)

Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết rằng $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ và góc giữa SC với (ABCD) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp SABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng CE và SB trong đó E là trung điểm của SD.

Câu 6 (1 điểm)

Trong không gian cho tam giác ABC có $A(1; -1; 3)$, $B(-2; 3; 3)$, $C(1; 7; -3)$ lập phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm chân đường phân giác trong kẻ từ A trên cạnh BC.

Câu 7 (1 điểm)

a, Một đoàn gồm 30 người Việt Nam đi du lịch bị lạc tại Châu Phi, biết rằng trong đoàn có 12 người biết tiếng Anh, có 8 người biết tiếng Pháp và có 17 người chỉ biết tiếng Việt. Cần chọn ra 4 người đi hỏi đường. Tính xác suất trong 4 người được chọn có 2 người biết cả 2 thứ tiếng Anh và Pháp.

b, Tính giá trị của biểu thức $P = (2\cos 2x - 5)(3 - 2\sin^2 x)$ biết $\tan x = 2$.

Câu 8 (1 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hình vuông ABCD. Điểm M nằm trên đoạn BC, đường thẳng AM có phương trình $x + 3y - 5 = 0$, N là điểm trên đoạn CD sao cho góc $BMA = AMN$. Tìm tọa độ A biết đường thẳng AN qua điểm $K(1; -2)$.

Câu 9 (1 điểm)

Giải phương trình: $(2x+4)\sqrt[3]{2x+3} - \sqrt{9x^3+60x^2+133x+98} = x^2 - 2x - 5$

Câu 10 (1 điểm)

Cho các số dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

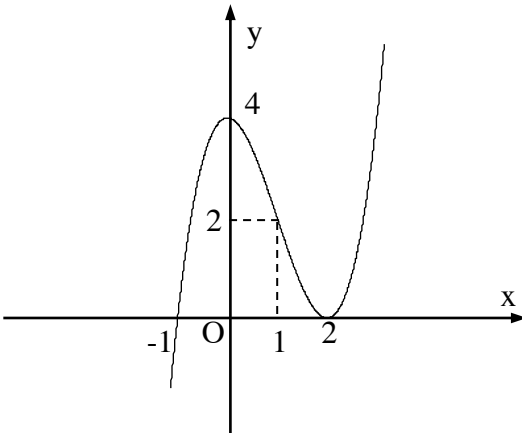
$$P = \frac{2y+z-2x}{x^2+x} + \frac{2z+x-2y}{y^2+y} + \frac{2x+y-2z}{z^2+z}$$

.....HẾT.

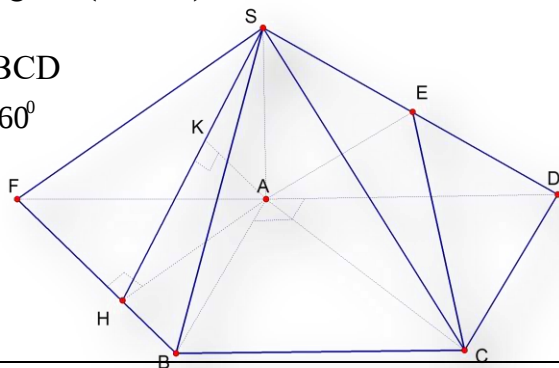
Họ tên thí sinh:

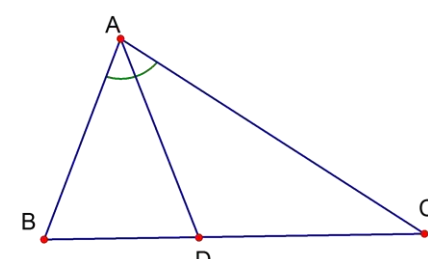
Số báo danh:

ĐÁP ÁN-HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

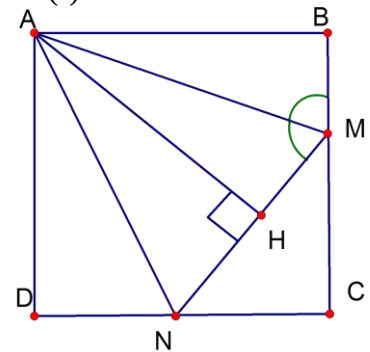
Câu 1	Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 4$	1	1 đ																	
	1. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ 2. Sự biến thiên: + $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = 0 \end{cases}$ +Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 4) = +\infty$ +Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>4</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table> $-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên $(0; 2)$ - Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 4$, đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = 0$.	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	0.25	0.25	0.25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
y'	+	0	-	0	+															
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$																
	3. Đồ thị: Đồ thị giao với trục tung tại $(0; 4)$, giao với trục hoành tại $(-1; 0), (2; 0)$. Nhận điểm uốn $I(1; 2)$ làm tâm đối xứng 	0.25																		
Câu 2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[\frac{1}{2}; 2]$	1 đ																		
	Ta có $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (\frac{1}{2}; 3)$ Ta có $f(\frac{1}{2}) = \frac{17}{4}; f(1) = 3; f(2) = 5$ do hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ liên tục trên đoạn $[\frac{1}{2}; 2]$ nên $\min_{[\frac{1}{2}; 2]} f(x) = 3; \max_{[\frac{1}{2}; 2]} f(x) = 5.$	0,25	0,25	0.25	0.25															

Câu 3	Giải phương trình: $\log_2^2(x+1) + \log_2(4x+4) - 4 = 0$	1 đ
	Điều kiện: $x > -1$ Phương trình tương đương $\log_2^2(x+1) + \log_2(x+1) - 2 = 0$ Đặt $t = \log_2(x+1)$ phương trình trở thành $t^2 + t - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \end{cases}$ Với $t = 1 \Rightarrow \log_2(x+1) = 1 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$ Với $t = -2 \Rightarrow \log_2(x+1) = -2 \Leftrightarrow x+1 = 2^{-2}$ $\Leftrightarrow x = \frac{-3}{4}$ Kết hợp với điều kiện ta được phương trình có hai nghiệm $x = 1$ và $x = \frac{-3}{4}$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 4	Tính $I = \int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx$	1 đ
	Đặt $t = \sqrt{x^3+1} \Rightarrow t^2 = x^3+1 \Rightarrow 2t dt = 3x^2 dx \Rightarrow x^2 dx = \frac{2t}{3} dt$ Với $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 2 \Rightarrow t = 3$ Ta được $I_1 = \int_1^3 \frac{2}{3} \frac{t}{t} dt = \frac{2}{3} \int_1^3 dt$ $= \frac{2}{3} t \Big _1^3 = \frac{4}{3}$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5	Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Biết rằng $AB=a, BC= a\sqrt{3}$ và góc giữa SC với (ABCD) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp SABCD và khoảng cách giữa CE với SB trong đó E là trung điểm của SD.	1 đ
	Do hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc (ABCD) Nên $SA \perp (ABCD)$ Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng ABCD nên $(SC, (ABCD)) = 60^\circ \Rightarrow (SC, AC) = 60^\circ \Rightarrow \angle SCA = 60^\circ$ $\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = \sqrt{3} AC = 2\sqrt{3}a$ Theo công thức tính thể tích khối chóp ta có	0,25



	$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{\square ABCD} = \frac{1}{3}.2\sqrt{3}a.a.\sqrt{3}a = 2a^3$ Kẻ $BF \parallel AC$ suy ra $AF \parallel BC$ do đó A là trung điểm DF. Ta có $AC \parallel BF$ nên $AC \parallel (SFB)$; $AE \parallel SF$ nên $AE \parallel (SFB)$ từ đó suy ra $(ACE) \parallel (SFB)$ Do đó $d(CE; SB) = d((ACE), (SFB)) = d(A; (SFB))$ Kẻ $AH \perp FB$ theo định lý 3 đường vuông góc suy ra $FB \perp SH$ nên $BF \perp (SAH)$, mà $BF \subset (SFB) \Rightarrow (SAH) \perp (SFB)$ Do $(SAH) \cap (SFB) = SH$ nên kẻ $AK \perp SH \Rightarrow AK \perp (SFB) \Rightarrow d(A; (SFB)) = AK$ Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{17}{12a^2} \Rightarrow AK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{17}}$ Vậy $d(CE; SB) = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{17}}$	0.25 0,25 0,25
Câu 6	Trong không gian cho tam giác ABC có A(1;-1;3) B(-2;3;3); C(1;7;-3) lập phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm chân đường phân giác trong kẻ từ A trên cạnh BC.	1 đ
	Có: $\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = (-3; 4; 0) \\ \overline{AC} = (0; 8; -6) \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} \wedge \overline{AC} = (-24; -18; -24) = -6(4; 3; 4)$ Do $\overline{AB}, \overline{AC}$ là hai véc tơ không cùng phương có giá nằm trong (ABC) nên $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ là một véc tơ pháp tuyến của (ABC). Chọn véc tơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = (4; 3; 4)$ Suy ra (ABC) có phương trình $4(x-1) + 3(y+1) + 4(z-3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y + 4z - 13 = 0$ Ta có $AB = 5; AC = 10$ Gọi $D(x; y; z)$ là chân đường phân giác kẻ từ A trên BC ta có hệ thức Gọi $\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow DC = 2DB \Rightarrow \overline{DC} = -2\overline{DB}$ (do D, B, C thẳng hàng) $\Rightarrow (1-x; 7-y; -3-z) = -2(-2-x; 3-y; 3-z)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{13}{3} \\ z = 1 \end{cases}$ Vậy $D(-1; \frac{13}{3}; 1)$ 	0,25 0.25 0.25 0.25
Câu 7	a, Một đoàn gồm 30 người Việt Nam đi du lịch bị lạc tại Châu Phi, biết rằng trong đoàn có 12 người biết tiếng Anh, có 8 người biết tiếng Pháp và có 17 người chỉ biết tiếng Việt. Cần chọn ngẫu nhiên 4 người đi hỏi đường. Tính xác suất trong 4 người được chọn có 2 người biết cả 2 thứ tiếng Anh và Pháp.	1 đ

	Số người biết tiếng Anh hoặc tiếng Pháp là $30-17=13$ mà tổng số người biết Anh và Pháp là 20 nên số người biết cả tiếng Anh và tiếng Pháp là $20-13=7$ Chọn 4 người bất kì từ 30 người có $C_{30}^4 = 27405 \Rightarrow n(\Omega) = 27405$ Gọi A là biến cố của xác suất cần tính ta tính $n(A)$ như sau: Chọn 2 người trong số 7 người biết cả Anh và Pháp, tiếp theo chọn 2 người trong số 23 người còn lại $\Rightarrow n(A) = C_7^2 C_{23}^2 = 5313$ Vậy $P(A) = \frac{253}{1305}$	0,25 0.25
	b, Tính giá trị của biểu thức $P = (2\cos 2x - 5)(3 - 2\sin^2 x)$ biết $\tan x = 2$. Ta có $\frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{5}$. $P = (2\cos 2x - 5)(3 - 2\sin^2 x) = (4\cos^2 x - 7)(1 + 2\cos^2 x) = \frac{-217}{25}$	0,25 0.25
Câu 8	Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hình vuông ABCD. Điểm M nằm trên đoạn BC, đường thẳng AM có phương trình $x + 3y - 5 = 0$, N là điểm trên đoạn CD sao cho góc $BMA = AMN$. Tìm tọa độ A biết đường thẳng AN qua điểm K(1;-2).	1 đ
	Ta kẻ $AH \perp MN$ có $\triangle MAB = \triangle MAH \Rightarrow AH = AB = AD$ và $\angle MAB = \angle MAH$ (1) Suy ra $\triangle MAH = \triangle ADH$ và $\angle NAD = \angle HAN$ (2) Từ (1)&(2) suy ra $\angle MAN = 45^\circ$ Gọi véc tơ pháp tuyến của AN là $\vec{n} = (a; b), a^2 + b^2 > 0$ Do AN qua K(1;-2) nên AN có phương trình $a(x-1) + b(y+2) = 0 \Leftrightarrow ax + by - a + 2b = 0$ Ta có $\cos(\angle AM, AN) = \cos 45^\circ$ $\frac{a+3b}{\sqrt{10}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 4a^2 - 6ab - 4b^2 = 0, (*)$ + Nếu $b = 0 \Rightarrow a = 0$ vô lý. + Nếu $b \neq 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 4\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 6\frac{a}{b} - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = -\frac{1}{2} \end{cases}$ Với $\frac{a}{b} = 2$ khi đó AN có phương trình $\frac{a}{b}x + y - \frac{a}{b} + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x + y = 0$ Ta có A là giao điểm của AN và AM từ đó ta tìm được A(-1;2) Với $\frac{a}{b} = -\frac{1}{2}$ khi đó AN có phương trình $\frac{a}{b}x + y - \frac{a}{b} + 2 = 0 \Leftrightarrow -x + 2y + 5 = 0$ Ta có A là giao điểm của AN và AM từ đó ta tìm được A(5;0)	0.25 0.25 0.25 0.25



	Ta sẽ cm $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} \leq \frac{1}{1+\sqrt[3]{xyz}}$ (3) Thật vậy BĐT $\Leftrightarrow \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+\sqrt[3]{xyz}} \leq \frac{4}{1+\sqrt[3]{xyz}}$ (3) Áp dụng BĐT (1) ta được VT(3) $\frac{2}{1+\sqrt{xy}} + \frac{2}{1+\sqrt{z\sqrt[3]{xyz}}} \leq \frac{4}{1+\sqrt{\sqrt{xy}\sqrt{x\sqrt[3]{xyz}}}} = \frac{4}{1+\sqrt[3]{xyz}} = VP(3)$ Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z$ Từ đó ta có $P \geq \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} - \frac{9}{1+\sqrt[3]{xyz}}$ Đặt $t = \sqrt[3]{xyz} \Rightarrow 0 < t \leq \frac{x+y+z}{3} = \frac{1}{3}$ $P \geq \frac{3}{t} - \frac{9}{1+t} = f(t)$ $f'(t) = \frac{-3}{t^2} + \frac{9}{(t+1)^2} = \frac{3(2t^2 - 2t - 1)}{(t^2 + t)^2} < 0, \forall t \in \left(0; \frac{1}{3}\right]$ Do đó $f(t) \geq f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{4}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{9}{4}$ đạt được khi $\begin{cases} x = y = \frac{1}{3} \\ t = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{3}$	0.25 0.25 0.25 0.25
--	--	---

Các cách giải khác cho kết quả đúng vẫn được điểm tối đa.