

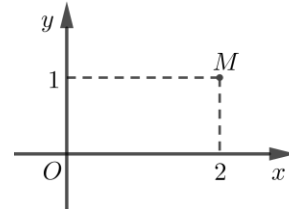
(Đề thi gồm 06 trang)

Bài thi: Môn Toán
Thời gian làm bài: 90 phút;
(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi
132

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Biết rằng điểm biểu diễn số phức z là điểm M ở hình bên. Mô đun của z bằng



- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{3}$. C. 5. D. 3.

Câu 2: Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln \frac{a}{b^2}$ bằng

- A. $\ln a + \frac{1}{2} \ln b$. B. $\ln a + 2 \ln b$. C. $\ln a - 2 \ln b$. D. $\ln a - \frac{1}{2} \ln b$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (1 - x)^{\sqrt{2}}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 4: Mặt cầu có bán kính bằng 6 thì có diện tích bằng

- A. 288π . B. 144π . C. 72π . D. 36π .

Câu 5: Tính thể tích của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và đường cao bằng 1.

- A. 3π . B. 9π . C. π . D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 3; 12)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng

- A. 13. B. 11. C. 17. D. 6.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, cạnh bên $SC = 3a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $3a^3$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. a^3 .

Câu 8: Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = 6$. Khi đó $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

- A. 12. B. -4. C. 4. D. 8.

Câu 9: Giả sử k, n là các số nguyên bất kỳ thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $C_n^k = kC_n^{k-1}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. D. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_3 = \frac{7}{2}$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{7}{6}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{6}{7}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		1		3		0		$+\infty$

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} > 9$ là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log(x - 1) = 0$ là

A. $x = 11$.

B. $x = 10$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

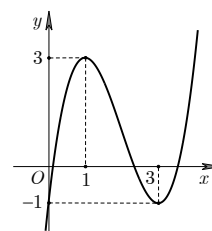
Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình bên?

A. $y = -x^4 + 6x^2 - 1$.

B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

C. $y = x^4 - 6x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.



Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

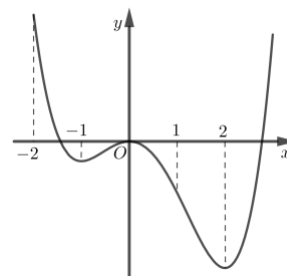
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-2; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(1; 2)$.



Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(-3; 3)$?

x	-3		-1		0		1		2		3	
$f'(x)$			+		0	-	0	-	0	+	0	-

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

A. $z = 0$.

B. $x = 0$.

C. $y = 0$.

D. $x + y = 0$.

Câu 18: Tính diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8.

A. 48π .

B. 24π .

C. 160π .

D. 80π .

Câu 19: Cho các số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - 2i$. Số phức $w - z$ là

A. $5 - i$.

B. $1 - 3i$.

C. $-1 + 3i$.

D. $5 - 3i$.

Câu 20: Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ có tiệm cận ngang là

A. $y = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $y = 1$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 6; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 2 = 0$.

Khoảng cách từ M đến (P) bằng

A. 5.

B. -5.

C. 3.

D. $\frac{14}{3}$.

Câu 22: Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

A. $-2i$.

B. $-3i$.

C. -2 .

D. -3 .

Câu 23: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

A. $-2 \cos 2x + C$.

B. $2 \cos 2x + C$.

C. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

D. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 24: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $6^x + 4^x + m \cdot 2^x = 0$ có nghiệm là

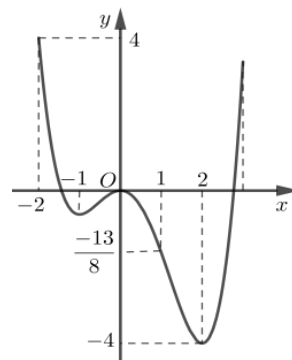
A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; 0]$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Gọi k, K lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(-2x)$ trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$. Giá trị $k + K$ bằng



A. 0.

B. $\frac{19}{8}$.

C. 4.

D. -4 .

Câu 26: Phần thực của số phức $z = (1 + 2i) + \frac{i}{1 + i}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{3a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 28: Giả sử $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ bất kỳ. Đặt $I = \int_0^1 f(1 - 2x)dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)dx$.

B. $I = -\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)dx$.

C. $I = \int_{-1}^1 f(x)dx$.

D. $I = -\int_{-1}^1 f(x)dx$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1; 1; 2)$ và $B(3; -2; -1)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+2}{-3}$.

B. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{-3}$.

C. $\frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{-3}$.

Câu 30: Gọi (D_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2\sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 2020$; (D_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{3x}$, $y = 0$ và $x = 2020$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D_1) và (D_2) xung quanh trục Ox . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

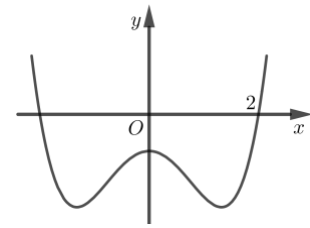
B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $a + b + c < 0$. B. $b > 0$.
C. $c < 0$. D. $a > 0$.



Câu 32: Có bao nhiêu cặp số thực dương $(a; b)$ thỏa mãn $\log_2 a$ là số nguyên dương, $\log_2 a = 1 + \log_3 b$ và $a^2 + b^2 < 2020^2$?

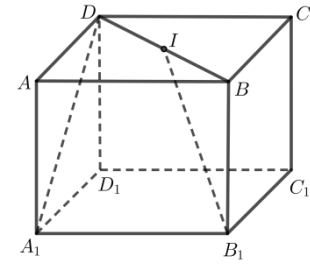
- A. 8. B. 6. C. 7. D. 5.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x^2 - 3x)(x^3 - 4x)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 0$. B. $x = 3$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi I là trung điểm BD . Góc giữa hai đường thẳng A_1D và B_1I bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 120° .



Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua O , song song với (P) đồng thời vuông góc với Oz có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a; 1; b)$. Tính $a - b$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 36: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và đường cao bằng 2. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $16\sqrt{3}\pi$. B. $4\sqrt{3}\pi$. C. $8\sqrt{3}\pi$. D. 8π .

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; 1)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(1; 1; 2)$. Diện tích tam giác ABC bằng

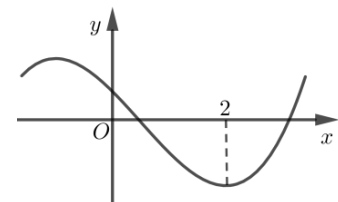
- A. 2. B. 1. C. 4. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị

như hình bên. Tìm m để bất phương trình $f(x) \geq \frac{x+1}{x+2} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$.



- A. $m \leq f(1) - \frac{2}{3}$. B. $m \geq f(0) - \frac{1}{2}$. C. $m < f(1) - \frac{2}{3}$. D. $m > f(0) - \frac{1}{2}$.

Câu 40: Giả sử $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)\sin^2 x$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)\cos^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$. Biết rằng $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $G\left(\frac{\pi}{4}\right) = a\pi + b\pi^2 + c \ln 2$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tổng $a + b + c$ bằng

A. $-\frac{27}{16}$.

B. $-\frac{5}{16}$.

C. $-\frac{21}{16}$.

D. $\frac{11}{16}$.

Câu 41: Tỉnh A đưa ra nghị quyết về việc giảm biên chế công chức, viên chức hưởng lương từ ngân sách Nhà nước trong giai đoạn 5 năm từ 2020 – 2025 là 12% so với số lượng hiện có năm 2020. Giả sử tỉ lệ giảm hàng năm so với năm trước đó là như nhau. Để đạt được chỉ tiêu đề ra, tỉnh A phải thực hiện tỉ lệ giảm hàng năm tối thiểu là bao nhiêu phần trăm (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)?

A. 2,8%.

B. 2,4%.

C. 2,7%.

D. 2,5%.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, M là trung điểm BC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AM. Cho biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{8}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 43: Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ có hai đường tròn đáy cùng nằm trên mặt cầu bán kính bằng 3 cho trước.

A. $24\sqrt{3}\pi$.

B. $9\sqrt{3}\pi$.

C. $12\sqrt{3}\pi$.

D. $18\sqrt{3}\pi$.

Câu 44: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = x^4 - 2(m^2 - 3m)x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

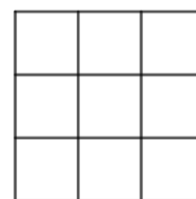
A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 5.

Câu 45: Cho một bảng gồm 9 ô vuông đơn vị như hình bên. Một em bé cầm 4 hạt đậu đặt ngẫu nhiên vào 4 ô vuông đơn vị trong bảng. Xác suất để bất kì hàng nào và cột nào của bảng cũng có hạt đậu bằng



A. $\frac{3}{14}$.

B. $\frac{5}{14}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Câu 46: Xét các số thực dương phân biệt x, y thỏa mãn $\frac{x+y}{x-y} = \log_2 3$. Khi biểu thức $4^{x+y} + 16 \cdot 3^{y-x}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $x + 3y$ bằng

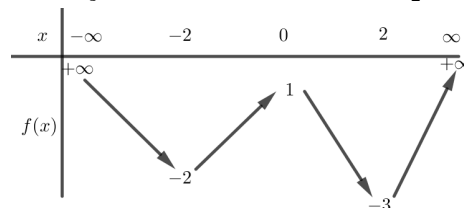
A. $2 - \log_2 3$.

B. $1 + \log_3 2$.

C. $2 - \log_3 2$.

D. $1 + \log_2 3$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Xác định số nghiệm của phương trình $|f(x^3 - 3x^2)| = \frac{3}{2}$, biết $f(-4) = 0$.



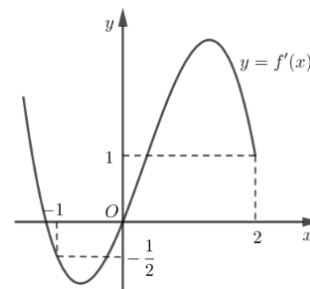
A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 10.

Câu 48: Cho $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (ae < 0)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = |4f(x) - x^2|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a\sqrt{6}$, tam giác ACD đều, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) trùng với trục tâm H của tam giác BCD , mặt phẳng (ADH) tạo với mặt phẳng (ACD) một góc 45° . Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $\frac{9a^3}{4}$.

C. $\frac{27a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $x^2 + (m^3 - 4m)x \geq m \ln(x^2 + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. Vô số.

----- HẾT -----

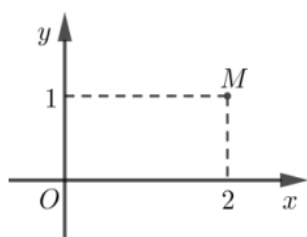
made	cautron	dapan	made	cautron	dapan	made	cautron	dapan	made	cautron	dapan
132	1	A	209	1	C	357	1	A	485	1	B
132	2	C	209	2	B	357	2	B	485	2	A
132	3	C	209	3	D	357	3	B	485	3	C
132	4	B	209	4	A	357	4	D	485	4	B
132	5	A	209	5	D	357	5	C	485	5	D
132	6	A	209	6	C	357	6	B	485	6	A
132	7	C	209	7	D	357	7	A	485	7	D
132	8	D	209	8	D	357	8	C	485	8	D
132	9	D	209	9	A	357	9	A	485	9	B
132	10	C	209	10	B	357	10	A	485	10	A
132	11	D	209	11	A	357	11	A	485	11	C
132	12	C	209	12	A	357	12	A	485	12	B
132	13	C	209	13	B	357	13	D	485	13	D
132	14	B	209	14	B	357	14	B	485	14	B
132	15	C	209	15	A	357	15	D	485	15	A
132	16	D	209	16	D	357	16	D	485	16	A
132	17	A	209	17	A	357	17	D	485	17	D
132	18	A	209	18	D	357	18	D	485	18	C
132	19	B	209	19	A	357	19	A	485	19	C
132	20	A	209	20	A	357	20	C	485	20	D
132	21	A	209	21	D	357	21	D	485	21	C
132	22	D	209	22	B	357	22	C	485	22	A
132	23	D	209	23	D	357	23	C	485	23	A
132	24	A	209	24	D	357	24	B	485	24	A
132	25	D	209	25	A	357	25	A	485	25	C
132	26	B	209	26	C	357	26	B	485	26	D
132	27	A	209	27	C	357	27	A	485	27	A
132	28	A	209	28	C	357	28	B	485	28	B
132	29	B	209	29	A	357	29	A	485	29	C
132	30	B	209	30	C	357	30	C	485	30	B
132	31	B	209	31	D	357	31	D	485	31	C
132	32	C	209	32	D	357	32	C	485	32	C
132	33	D	209	33	B	357	33	A	485	33	A
132	34	A	209	34	A	357	34	A	485	34	A
132	35	D	209	35	C	357	35	C	485	35	B
132	36	C	209	36	A	357	36	C	485	36	B
132	37	B	209	37	C	357	37	B	485	37	B
132	38	A	209	38	A	357	38	C	485	38	D
132	39	A	209	39	B	357	39	A	485	39	C
132	40	C	209	40	D	357	40	D	485	40	B
132	41	D	209	41	C	357	41	B	485	41	B
132	42	D	209	42	C	357	42	D	485	42	D
132	43	C	209	43	B	357	43	B	485	43	C
132	44	B	209	44	B	357	44	C	485	44	D
132	45	B	209	45	C	357	45	D	485	45	D
132	46	C	209	46	C	357	46	B	485	46	C
132	47	D	209	47	B	357	47	B	485	47	C
132	48	B	209	48	B	357	48	A	485	48	D
132	49	B	209	49	A	357	49	D	485	49	C
132	50	A	209	50	B	357	50	C	485	50	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	B	A	A	C	D	D	C	D	C	C	B	C	D	A	A	B	A	A	D	D	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	B	B	B	C	D	A	D	C	B	A	A	C	B	D	C	B	B	C	D	B	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Biết rằng điểm biểu diễn số phức z là điểm M của hình bên. Mô đun của z bằng:



A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chú ý: Trong hệ trục tọa độ Oxy số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a, b)$ và ngược lại.

Dựa vào hình vẽ ta có: $M(2; 1) \Rightarrow z = 2 + i \Rightarrow |z| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Câu 2. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln \frac{a}{b^2}$ bằng:

A. $\ln a + \frac{1}{2} \ln b$.

B. $\ln a + 2 \ln b$.

C. $\ln a - 2 \ln b$.

D. $\ln a - \frac{1}{2} \ln b$.

Lời giải

Ta có: $\ln \frac{a}{b^2} = \ln a - \ln b^2 = \ln a - 2 \ln b$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (1 - x)^{\sqrt{2}}$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

$\Rightarrow$ Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\sqrt{2}}$ là $D = (-\infty; 1)$.

Câu 4. Mặt cầu có bán kính bằng 6 thì có diện tích bằng

- A. 288π **B. 144π** C. 72π D. 36π

Lời giải

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 144\pi$.

Câu 5. Thể tích của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 1 là

- A. 3π .** B. 9π . C. π . D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 3\pi$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 3; 12)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng

- A. 13.** B. 11. C. 17. D. 6.

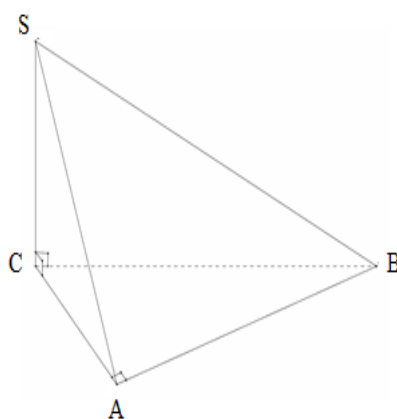
Lời giải

$OA = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + 12^2} = 13$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, cạnh bên $SC = 3a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $3a^3$. B. $\frac{3a^3}{2}$. **C. $\frac{a^3}{2}$.** D. a^3 .

Lời giải



$$V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3} \frac{a^2}{2} 3a = \frac{a^3}{2}$$

) Chọn C.

Câu 8. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = 6$. Khi đó $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 12.

B. -4.

C. 4.

D. 8.**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = 2 + 6 = 8$$

) Chọn D.

Câu 9. Giả sử k, n là các số nguyên bất kỳ thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_n^k = kC_n^{k-1}$.

B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

C. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

D. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Lời giảiTheo công thức tính số tổ hợp ta có $C_n^k = C_n^{n-k}$ là công thức đúng.**Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_3 = \frac{7}{2}$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. $\frac{7}{6}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải

$$\text{Ta có công sai của cấp số cộng } d = u_3 - u_2 = \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên và có bảng biến thiên như hình bên. Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		1	3	0		$+\infty$	

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.**Lời giải**Ta có: $f(x) - 2 = 0 (*) \Leftrightarrow f(x) = 2 \Rightarrow$ Số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên PT $(*)$ có 4 nghiệm.**Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} > 9$ là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $3^{x+2} > 9 \Leftrightarrow x+2 > \log_3 9 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; +\infty)$.

Cách 2: $3^{x+2} > 9 \Leftrightarrow 3^{x+2} > 3^2 \Leftrightarrow x+2 > 2 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; +\infty)$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log(x-1)=0$ là

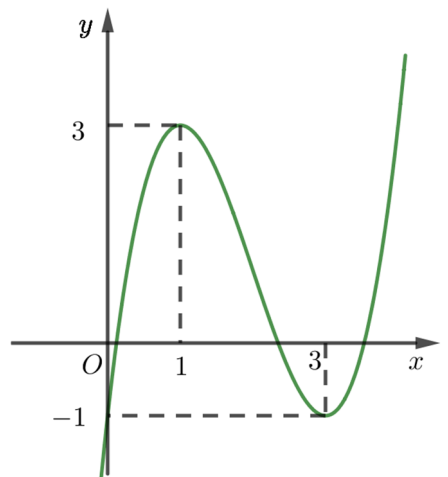
- A. $x=11$. B. $x=10$. C. $x=2$. D. $x=1$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$.

Phương trình $\log(x-1)=0 \Leftrightarrow x-1=1 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình dưới?



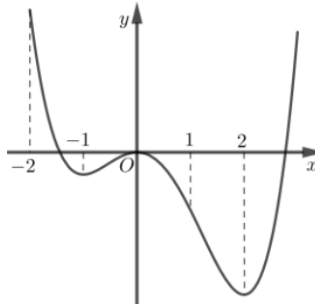
- A. $y=-x^4+6x^2-1$. B. $y=x^3-6x^2+9x-1$.
C. $y=x^4-6x^2-1$. D. $y=x^3-6x^2+9x+1$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có là hàm bậc ba nên loại hàm số $y=-x^4+6x^2-1$, $y=x^4-6x^2-1$

Đồ thị đi qua điểm $(0; -1)$ nên loại hàm số $y=x^3-6x^2+9x+1$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình.

x	-3		-1		0		1		2		3
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	0	-	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(-3;3)$?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Lời giải

Trong khoảng $(-3;3)$, vì $f'(x)$ đổi dấu lần lượt tại $x = -1$, $x = 1$ và $x = 2$ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thuộc $(-3;3)$.

Câu 17. Trong không gian Oxyz, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + y = 0$.

Lời giải

) Chọn A.

Câu 18. Tính diện tích toàn phần của hình trụ có đường cao bằng 2 và đường kính đáy bằng 8.

- A. 48π . B. 24π . C. 160π . D. 80π .

Lời giải

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S = 2\pi r(r + h) = 2\pi \cdot 4 \cdot (4 + 2) = 48\pi$.

Câu 19. Cho các số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - 2i$. Số phức $w - z$ là

- A. $5 - i$. B. $1 - 3i$. C. $-1 + 3i$. D. $5 - 3i$.

Lời giải

Ta có $w - z = 3 - 2i - (2 + i) = 1 - 3i$

) Chọn đáp án B.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ có tiệm cận ngang là

- A. $y = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $y = 1$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 - 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 - 1} = 0$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ làm tiệm cận ngang.

) Chọn đáp án A.

Câu 21. [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 6; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 2 = 0$. Khoảng cách từ M đến (P) bằng

- A. 5. B. -5. C. 3. D. $\frac{14}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 6 + (-3) - 2|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{|-15|}{3} = 5.$$

Câu 22. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là

- A. $-2i$. B. $-3i$. C. -2 . D. .

Lời giải

Ta có: $\bar{z} = 2 - 3i$ nên phần ảo của số phức $\bar{z}$ là .

Câu 23. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

- A. . B. $2\cos 2x + C$. C. $\frac{1}{2}\cos 2x + C$. D. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \int \sin 2x \, dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C.$$

Câu 24. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $6^x + 4^x + m \cdot 2^x = 0$ có nghiệm là

- A. . B. $(-\infty; 0]$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } 6^x + 4^x + m \cdot 2^x = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{6^x + 4^x}{2^x} = -3^x - 2^x$$

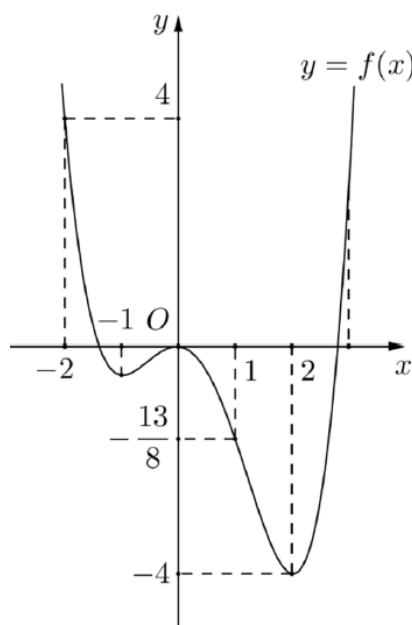
$$\text{Đặt } y = -3^x - 2^x \Rightarrow y' = -3^x \cdot \ln 3 - 2^x \cdot \ln 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'		-
y	0	$-\infty$

Vậy phương trình có nghiệm khi $m \in (-\infty; 0)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Gọi k , K lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(-2x)$ trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$. Giá trị $k + K$ bằng



- A. 0. B. $\frac{19}{8}$. C. 4. D. -4.

Lời giải

Đặt $t = -2x$, $x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right] \Rightarrow t = -2x \in [-1; 2]$.

Dựa vào đồ thị ta có:
$$\begin{cases} K = \max_{x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]} f(-2x) = \max_{t \in [-1; 2]} f(t) = 0 \\ k = \min_{x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]} f(-2x) = \min_{t \in [-1; 2]} f(t) = -4 \end{cases}$$

Vậy $k + K = -4$.

Câu 26. Phần thực của số phức $z = (1 + 2i) + \frac{i}{1 + i}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

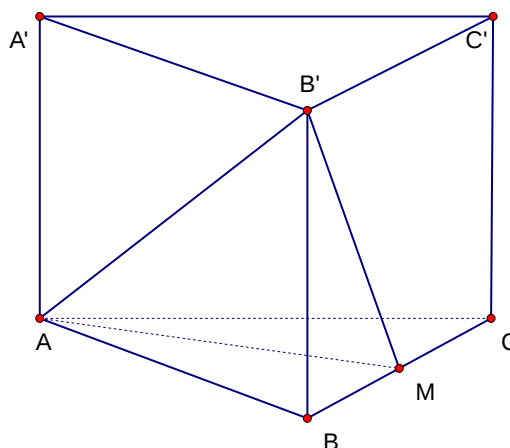
Ta có $z = (1 + 2i) + \frac{i(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} = 1 + 2i + \frac{i + 1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{5}{2}i$.

Phần thực của số phức là $\frac{3}{2}$.

Câu 27. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC. Suy ra, $AM \perp BC$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên $AM \perp (BCC'B')$.

Vì MB' là hình chiếu của đường thẳng AB' lên mặt phẳng $(BCC'B')$ nên góc giữa đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AB'M}$. Ta được $\widehat{AB'M} = 30^\circ$.

Xét tam giác $AB'M$ vuông tại M , ta có: $AB' = \frac{AM}{\sin 30^\circ} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác $AB'B$ vuông tại B , ta có: $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 28. Giả sử $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ bất kỳ. Đặt $I = \int_0^1 f(1-2x)dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)dx$. **B.** $I = -\frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)dx$. **C.** $I = \int_{-1}^1 f(x)dx$. **D.** $I = -\int_{-1}^1 f(x)dx$.

Lời giải

Đặt $t = 1 - 2x \Rightarrow dt = -2dx$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = -1$.

Ta được $I = -\frac{1}{2} \int_1^{-1} f(t)dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)dx$.

Vậy $I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x)dx$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(3;-2;-1)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+2}{-3}$. **B.** $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{-3}$.

$$\text{C. } \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{-3}.$$

$$\text{D. } \frac{x+1}{-4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-2}{-3}.$$

Lời giải

Véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (4; -3; -3)$.

Điểm $B(3; -2; -1)$ thuộc đường thẳng AB .

Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 30. Gọi (D_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2\sqrt{x}$, $y=0$ và $x=2020$; (D_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{3x}$, $y=0$ và $x=2020$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D_1) và (D_2) xung quanh trục Ox . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

$$\text{A. } \frac{2}{3}.$$

$$\text{B. } \frac{4}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Lời giải

*** Tính V_1 :**

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=2\sqrt{x}$ và $y=0$ là $2\sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0$.

$$V_1 = \pi \int_0^{2020} (2\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^{2020} 4x dx = \pi \cdot (2x^2) \Big|_0^{2020} = 8160800\pi.$$

*** Tính V_2 :**

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=\sqrt{3x}$ và $y=0$ là $\sqrt{3x}=0 \Leftrightarrow x=0$.

$$V_2 = \pi \int_0^{2020} (\sqrt{3x})^2 dx = \pi \int_0^{2020} 3x dx = \pi \cdot \left(\frac{3}{2}x^2\right) \Big|_0^{2020} = 6120600\pi.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}.$$

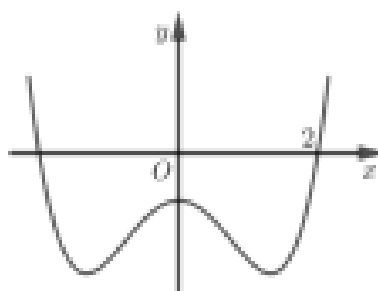
Câu 31. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

$$\text{A. } a+b+c < 0.$$

$$\text{B. } b > 0.$$

$$\text{C. } c < 0.$$

$$\text{D. } a > 0.$$



Lời giải

Ta có:

Dựa vào đồ thị của hàm số ta có $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ âm
 $\Rightarrow c < 0$

$$y = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x(4ax^2 + 2b) = 0$$

Dựa vào đồ thị của hàm số ta có hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$

Vậy **B** sai.

Câu 32. Có bao nhiêu cặp số thực dương $(a; b)$ thỏa mãn $\log_2 a$ là số nguyên dương, $\log_2 a = 1 + \log_3 b$ và $a^2 + b^2 < 2020^2$?

A. 8.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Đặt $\log_2 a = k \Rightarrow a = 2^k$ (với $k \in \mathbb{Z}^+$)

Ta có:

$$\log_2 a = 1 + \log_3 b \Leftrightarrow \log_2 a = \log_3 (3b) \Leftrightarrow k = \log_3 (3b) \Leftrightarrow 3b = 3^k \Rightarrow b = 3^{k-1}$$

Mà

$$a^2 + b^2 < 2020^2 \Leftrightarrow (2^k)^2 + (3^{k-1})^2 < 2020^2 \Rightarrow (3^{k-1})^2 < 2020^2 \Rightarrow 3^{k-1} < 2020 \Rightarrow k - 1 < 7 \Rightarrow k < 8$$

$$+ k = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a^2 + b^2 = 5 \end{cases} \quad (\text{thỏa})$$

$$+ k = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 27 \\ a^2 + b^2 = 985 \end{cases} \quad (\text{thỏa})$$

$$+ k = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \\ a^2 + b^2 = 25 \end{cases} \quad (\text{thỏa})$$

$$+ k = 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 32 \\ b = 81 \\ a^2 + b^2 = 7585 \end{cases} \quad (\text{thỏa})$$

$$+ k = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 9 \\ a^2 + b^2 = 145 \end{cases} \quad (\text{thỏa})$$

$$+ k = 6 \Rightarrow \begin{cases} a = 64 \\ b = 243 \\ a^2 + b^2 = 63145 \end{cases} \quad (\text{thỏa})$$

$$+ k = 7 \Rightarrow \begin{cases} a = 128 \\ b = 729 \\ a^2 + b^2 = 547825 \end{cases} \quad (\text{thỏa})$$

Vậy có 7 cặp số thực dương thỏa.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x^2 - 3x)(x^3 - 4x)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 0$.

B. $x = 3$.

C. $x = -2$.

D. $x = 2$.

Lời giải

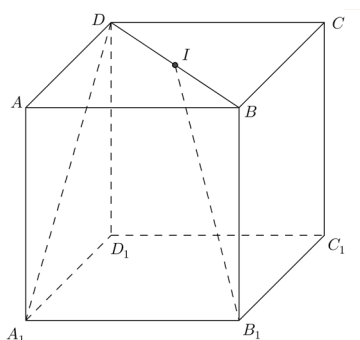
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 3x)(x^3 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 0 \text{ (bội hai)} \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua điểm $x = 2$. Vậy điểm cực đại của hàm số đã cho là $x = 2$.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có cạnh a . Gọi I là trung điểm BD . Góc giữa hai đường thẳng AD và B_1I bằng



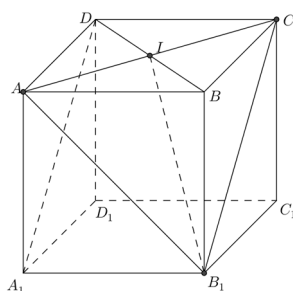
A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 120° .

Lời giải



Ta có $B_1C \parallel AD$ do đó góc giữa hai đường thẳng AD và B_1I chính là góc giữa hai đường thẳng B_1C và B_1I

Ta có $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là hình lập phương nên tam giác ABC đều, do đó góc giữa hai đường thẳng B_1C và B_1I là góc $IB_1C = 30^\circ$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua O và song song với (P) đồng thời vuông góc với Oz có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; 1; b)$. Tính $a - b$

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. -1 .

Lời giải

$$\text{Vì } \begin{cases} O \in d \\ d \perp Oz \end{cases} \Rightarrow d \text{ vuông cắt với } Oz$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} d \perp (P) \\ d \perp Oz \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+1-b=0 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow a-b=-1 .$$

Câu 36 . Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và đường cao bằng 2. Tính diện tích xung quanh hình nón đã cho.

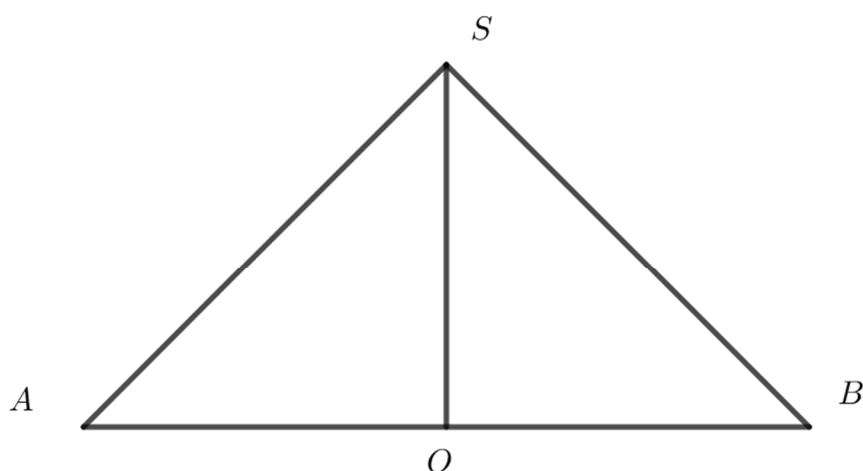
A. $16\sqrt{3}\pi$.

B. $4\sqrt{3}\pi$.

C. $8\sqrt{3}\pi$.

D. 8π .

Lời giải



Thiết diện đi qua trục của hình nón là tam giác SAB có góc $\angle BSA = 120^\circ$.

Gọi SO là đường thẳng trục.

$\triangle SAB$ cân tại $S \Rightarrow \angle SBA = 30^\circ$

$\triangle SOB$ vuông tại O có $\angle SBA = 30^\circ$ nên $SB = 2SO = 2.2 = 4$
 $OB = SO : \tan 30^\circ = 2\sqrt{3}$

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 8\sqrt{3}\pi$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;1), B(1;0;1), C(1;1;2)$. Diện tích tam giác ABC bằng

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 0), \overrightarrow{AC} = (0; -1; 1)$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] \right| = 1.$$

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 6m - 5 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Phương trình $x^2 - 2mx + 6m - 5 = 0$ (*) có $\Delta' = (-m)^2 - 1 \cdot (6m - 5) = m^2 - 6m + 5$.

Trường hợp 1: Phương trình có 2 nghiệm phức thì $\Delta < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$. Khi đó phương trình (*) có 2 nghiệm là: $z_1 = m - i\sqrt{-(m^2 - 6m + 5)}$; $z_2 = m + i\sqrt{-(m^2 - 6m + 5)}$.

Ta thấy hai số phức trên luôn thỏa $|z_1| = |z_2|$.

$\Rightarrow$ Có 3 giá trị nguyên thỏa yêu cầu bài ra là: 2; 3; 4.

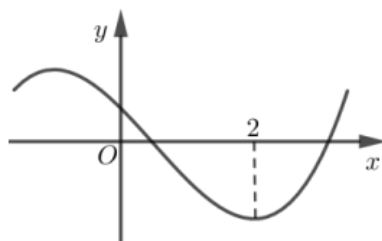
Trường hợp 2: Phương trình có 2 nghiệm thực đối nhau, khi đó:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S = 0 \\ P < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 > 0 \\ 2m = 0 \\ 6m - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \\ m = 0 \\ m < \frac{5}{6} \end{cases}$$

$\Rightarrow m = 0$

Vậy có 4 giá trị thỏa yêu cầu bài ra là 0; 2; 3; 4.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm m để bất phương trình $f(x) \geq \frac{x+1}{x+2} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 1]$

A. $m \leq f(1) - \frac{2}{3}$.

B. $m \geq f(0) - \frac{1}{2}$.

C. $m < f(1) - \frac{2}{3}$.

D. $m > f(0) - \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy trên đoạn $[0; 1]$ hàm số nghịch biến nên $f'(x) \leq 0, \forall x \in [0; 1]$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x+1}{x+2}$. Ta có $g'(x) = f'(x) - \frac{1}{(x+2)^2} < 0, \forall x \in [0; 1]$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ là $\min_{[0;1]} g(x) = g(1) = f(1) - \frac{2}{3}$

$f(x) \geq \frac{x+1}{x+2} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;1]$ khi và chỉ khi:

$$\min_{[0;1]} g(x) \geq m \Leftrightarrow m \leq f(1) - \frac{2}{3}.$$

Câu 40. Giả sử $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) \sin^2 x$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \cos^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$. Biết rằng $G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, G\left(\frac{\pi}{4}\right) = a\pi + b\pi^2 + c \ln 2$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tổng $a + b + c$ bằng

A. $-\frac{27}{16}$. B. $-\frac{5}{16}$. C. $-\frac{21}{16}$. D. $\frac{11}{16}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$.

Nên $f(x) \sin^2 x = (x^2)' = 2x \Rightarrow f(x) = \frac{2x}{\sin^2 x}$ vì $x \in (0; \pi) \Rightarrow \sin x \neq 0$.

$$\Rightarrow G(x) = \int f(x) \cos^2 x dx = \int \frac{2x \cos^2 x}{\sin^2 x} dx = \int 2x \cot^2 x dx$$

$$= \int 2x (\cot^2 x + 1) dx - \int 2x dx = I - x^2 + C_1.$$

Tính $I = \int 2x (\cot^2 x + 1) dx$.

$$\text{đặt: } \begin{cases} u = 2x \\ dv = (\cot^2 x + 1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = -\cot x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = -2x \cot x + \int 2 \cot x dx = -2x \cot x + 2 \ln(\sin x) + C_2 \text{ vì } x \in (0; \pi) \Rightarrow \sin x > 0.$$

$$\Rightarrow G(x) = -2x \cot x + 2 \ln(\sin x) - x^2 + C.$$

$$\text{Vì } G\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow C = \frac{\pi^2}{4}.$$

$$\Rightarrow G(x) = -2x \cot x + 2 \ln(\sin x) - x^2 + \frac{\pi^2}{4}.$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2}\pi + \frac{3}{16}\pi^2 - \ln 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{16}, c = -1 \Rightarrow a + b + c = -\frac{21}{16}.$$

Câu 41. Tỉnh A đưa ra nghị quyết về việc giảm biên chế công chức, viên chức hưởng lương từ ngân sách Nhà nước trong giai đoạn 5 năm từ 2020 - 2025 là 12% so với số lượng hiện có năm 2020. Giả sử tỉ lệ giảm hàng năm so với năm trước đó là như nhau. Để đạt được chỉ tiêu đề ra, tỉnh A

phải thực hiện tỉ lệ giảm hàng năm tối thiểu là bao nhiêu phần trăm (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)?

A. 2,8%.

B. 2,6%.

C. 2,7%.

D. 2,5%.

Lời giải

Giả sử số lượng công chức, viên chức của tỉnh A là P (người)

Tỷ lệ giảm tối thiểu hàng năm là $x\%$

Khi đó, ta có số lượng viên chức còn lại sau n năm là: $T_n = P(1 - x\%)^n$

Đề sau 5 năm số lượng công chức, viên chức của tỉnh A giảm 12% thì

$$P(1 - x\%)^5 \leq 88\%P \Leftrightarrow x\% \geq 1 - \sqrt[5]{88\%} > 2,5\%$$

$$\Rightarrow x \approx 2,6\% .$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, M là trung điểm BC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của AM . Cho biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Tính khoảng cách hai đường thẳng SA và BC .

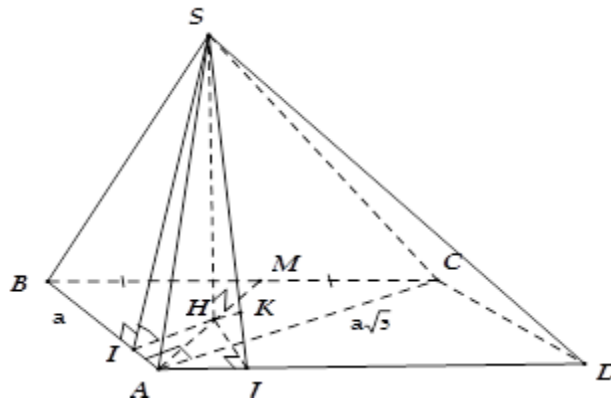
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{8}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải



Dựng hình bình hành $ABCD$. Khi đó,

$$d(SA, BC) = d(BC, (SAD)) = d(M, (SAD)) = 2d(H, (SAD)) \text{ với } H \text{ là trung điểm của } AM.$$

Theo bài ra ta suy ra : $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AD$.

$$\text{Kẻ } HJ \perp AD, HK \perp SJ \Rightarrow HK \perp (SAD) \Rightarrow d(H, (SAD)) = HK.$$

$$\text{Kẻ } HI \perp AB \Rightarrow SI \perp AB, \text{ suy ra } \widehat{((SAB), (ABC))} = \widehat{(SI, HI)} = \widehat{SIH} = 60^\circ.$$

$$\text{Dễ thấy } \triangle ABC \text{ đồng dạng } \triangle IAH \text{ suy ra : } \frac{AB}{IA} = \frac{BC}{AH} = \frac{BC}{\frac{BC}{4}} = 4 \Rightarrow AI = \frac{AB}{4} = \frac{a}{4}.$$

Tam giác $\triangle HIA$ vuông tại I $\Rightarrow IH = \sqrt{AH^2 - IA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác $\triangle SHI$ vuông tại H có $\widehat{SIH} = 60^\circ \Rightarrow SH = IH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Ta có $\triangle AJH$ đồng dạng $\triangle DCA$ suy ra : $\frac{JH}{CA} = \frac{AH}{DA} = \frac{\frac{a}{2}}{2a} = \frac{1}{4} \Rightarrow JH = \frac{CA}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Tam giác $\triangle SHJ$ vuông tại H có đường cao HK

$$\Rightarrow HK = \frac{SH \cdot HJ}{\sqrt{SH^2 + HJ^2}} = \frac{\frac{3a}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4}}{\sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2}} = \frac{3a}{8}.$$

$$\Rightarrow d(SA, BC) = 2HK = \frac{3a}{4}.$$

Câu 43. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ có hai đường tròn đáy cùng nằm trên mặt cầu bán kính bằng 3 cho trước.

- A. $24\sqrt{3}\pi$. B. $9\sqrt{3}\pi$. C. $12\sqrt{3}\pi$. D. $18\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Gọi bán kính đáy của khối trụ là : r ($0 < r < 3$)

Do hình trụ nội tiếp mặt cầu nên đường cao của hình trụ là $h = 2\sqrt{9 - r^2}$.

Thể tích của khối trụ:

$$V = \pi r^2 h = 2\pi r^2 \sqrt{9 - r^2} = 4\pi \sqrt{\frac{r^2}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \cdot (9 - r^2)} \leq 4\pi \sqrt{\left(\frac{\frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2} + (9 - r^2)}{3}\right)^3} = 12\pi\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi: $\frac{r^2}{2} = 9 - r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{6}$.

Vậy $\text{Max}(V) = 12\pi\sqrt{3}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = x^4 - 2(m^2 - 3m)x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 5.

Lời giải

Ta có:

-TXĐ : $D = \mathbb{R}$.

$$-f'(x) = 4x^3 - 4(m^2 - 3m)x = 4x[x^2 - (m^2 - 3m)].$$

Yêu cầu bài toán tương đương với:

$$f'(x) = 4x^3 - 4(m^2 - 3m)x = 4x[x^2 - (m^2 - 3m)] \geq 0 \forall x \in (2; +\infty)$$

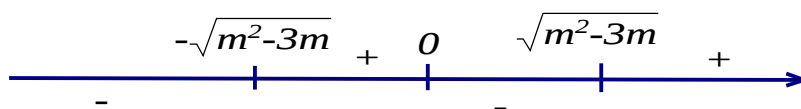
Khi đó ta có các trường hợp sau.

Trường hợp 1: $m^2 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \in [0; 3]$ Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3\}$

$$f'(x) = 4x[x^2 - (m^2 - 3m)] \geq 0 \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3\} \text{ thỏa mãn bài toán.}$$

Trường hợp 2: $m^2 - 3m > 0$.

$$\Rightarrow f'(x) = 4x(x + \sqrt{m^2 - 3m})(x - \sqrt{m^2 - 3m})$$

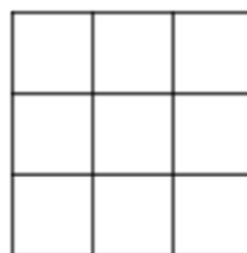


$$\text{Để thỏa mãn trong trường hợp này} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m > 0 \\ \sqrt{m^2 - 3m} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty) \\ m \in [-1; 4] \end{cases}$$

$$\text{Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 4\}.$$

Từ hai trường hợp trên ta có : $\Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Câu 45. Cho một bảng gồm 9 ô vuông đơn vị như hình bên. Một em bé cầm 4 hạt đậu đặt ngẫu nhiên vào 4 ô vuông đơn vị trong bảng. Xác suất để bất kì hàng nào và cột nào của bảng cũng có hạt đậu bằng



A. $\frac{3}{14}$.

B. $\frac{5}{14}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^4$.

Gọi biến cố A: “Bất kì hàng nào và cột nào cũng có hạt đậu”.

Biến cố đối $\bar{A}$: “Có ít nhất một hàng hoặc một cột không có hạt đậu”.

Nhận xét: Có đúng một hàng hoặc một cột không có hạt đậu.

Có cột không có hạt đậu có $3.C_6^4$ cách xếp.

Có hàng không có hạt đậu có $3.C_6^4$ cách xếp.

Có một hàng và một cột không có hạt đậu có $C_3^1.C_3^1.C_4^4$ cách.

Suy ra : $n(\bar{A}) = 3.C_6^4 + 3.C_3^1.C_3^1.C_4^4 = 81$.

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{81}{C_9^4} = \frac{5}{14}.$$

- Câu 46.** Xét các số thực dương phân biệt x, y thỏa mãn $\frac{x+y}{x-y} = \log_2 3$. Khi biểu thức $4^{x+y} + 16.3^{y-x}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $x + 3y$ bằng
- A. $2 - \log_2 3$. B. $1 + \log_3 2$. C. $2 - \log_3 2$. D. $1 + \log_2 3$.

Lời giải

Ta có

$$\frac{x+y}{x-y} = \log_2 3 \Leftrightarrow y-x = -(x+y)\log_3 2 \Leftrightarrow 3^{y-x} = 3^{-(x+y)\log_3 2} \Leftrightarrow 3^{y-x} = \frac{1}{2^{x+y}}.$$

$$\text{Đặt } P = 4^{x+y} + 16.3^{y-x} = 4^{x+y} + \frac{16}{2^{x+y}}.$$

$$\text{Đặt } t = 2^{x+y}, t > 1. \text{ Khi đó } P = t^2 + \frac{16}{t}.$$

$$P' = 2t - \frac{16}{t^2}; P' = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Bảng biến thiên

x	1	2	$+\infty$
P'	—	0	+
P	17	12	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\underset{(1;+\infty)}{\text{Min}} P = 12 \Leftrightarrow t = 2 \Leftrightarrow x + y = 1$ (1).

Thay (1) vào $\frac{x+y}{x-y} = \log_2 3$ ta được $x - y = \log_3 2$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_3 2 \\ y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log_3 2 \end{cases}. \text{ Do đó } x + 3y = 2 - \log_3 2.$$

- Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Xác định số

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-3	$+\infty$

nghiệm của phương trình $|f(x^3 - 3x^2)| = \frac{3}{2}$, biết $f(-4) = 0$.

A. 9.

B. 6.

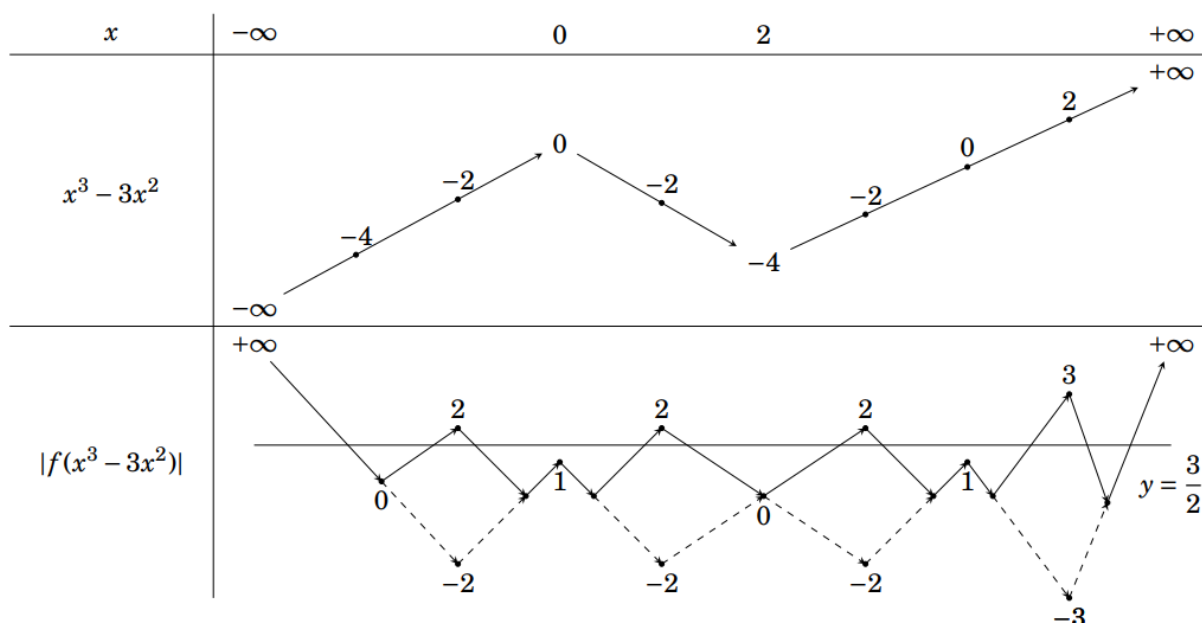
C. 7.

D. 10.

Lời giải

Đặt $g(x) = x^3 - 3x^2$. Ta có $g'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = -4 \\ x = 0 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$

Theo đề bài ta có bảng biến thiên:



Số nghiệm của phương trình $|f(x^3 - 3x^2)| = \frac{3}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = |f(x^3 - 3x^2)|$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho có 10 nghiệm.

Câu 48. Cho hàm số

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, ($ae < 0$). Đồ thị hàm số

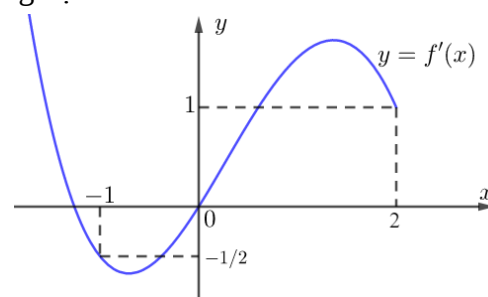
$y = f'(x)$ như bên. Hàm số $y = |4f(x) - x^2|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

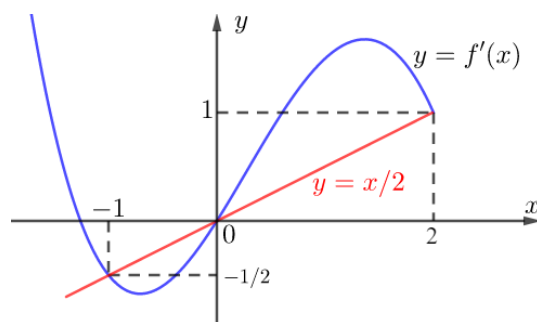
D. 4.



Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{4} \Rightarrow h'(x) = f'(x) - \frac{x}{2}$.



Từ đồ thị và giả thiết ta có $\Rightarrow h'(x) = 4a(x+1)x(x-2)$, ($a < 0$).

Do $ae < 0 \Rightarrow e > 0 \Leftrightarrow f(0) > 0 \Rightarrow h(0) > 0$.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	-	0	-
$h(x)$	$-\infty$	$h(-1)$	$h(0)$	$h(2)$	$-\infty$
$ h(x) $	$+\infty$	$h(-1)$	$h(0)$	$h(2)$	$+\infty$

Vậy hàm số có 3 điểm cực tiểu.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a\sqrt{6}$, tam giác ACD đều, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD) trùng với trực tâm H của tam giác BCD , mặt phẳng (ADH) tạo với mặt phẳng (ACD) một góc 45° . Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

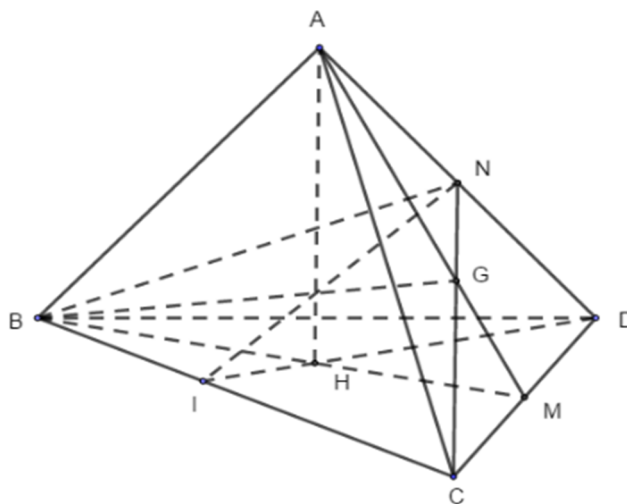
A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $\frac{9a^3}{4}$.

C. $\frac{27a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải



Gọi M là giao điểm của BH và CD

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CD \perp AH \\ CD \perp BH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABH) \Rightarrow CD \perp AM$$

Mà $\triangle ACD$ là tam giác đều $\Rightarrow M$ là trung điểm của CD

$$\Rightarrow \triangle BCD \text{ cân tại } B \Rightarrow BC = BD \quad (1)$$

Gọi N là trung điểm của $AD \Rightarrow CN \perp AD$

$$\text{Lại có: } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp AD$$

$$\Rightarrow AD \perp (BCN) \Rightarrow AD \perp BN$$

$$\Rightarrow \triangle ABD \text{ cân tại } B \Rightarrow BA = BD \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow BA = BD = BC = a\sqrt{6}$$

Gọi G là giao điểm của CN và AM

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BG \perp CD \quad (CD \perp (ABH)) \\ BG \perp AD \quad (AD \perp (BCN)) \end{cases} \Rightarrow BG \perp (ACD)$$

Gọi I là giao điểm của DH và BC

$$\text{Khi đó } \left(\widehat{(ACD); (ADH)} \right) = \widehat{INC} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ICN} = 45^\circ \Rightarrow \triangle BGC \text{ vuông cân tại } G$$

$$\Rightarrow BG = CG = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Mặt khác } CG = \frac{2}{3}.CN = \frac{2}{3}.AC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AC = CG \cdot \sqrt{3} = 3a$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = (3a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}BG.S_{ACD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3} \cdot \frac{9a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{4}.$$

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $x^2 + (m^3 - 4m)x \geq m \ln(x^2 + 1)$ nghiệm đúng với mọi số thực x ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải

$$*) \text{ Ta có: } x^2 + (m^3 - 4m)x \geq m \ln(x^2 + 1) \Leftrightarrow x^2 + (m^3 - 4m)x - m \ln(x^2 + 1) \geq 0 \quad (1)$$

Xét hàm số (C): $f(x) = x^2 + (m^3 - 4m)x - m \ln(x^2 + 1)$ có $f'(x) = 2x + m^3 - 4m - \frac{2mx}{x^2 + 1}$.

Đề (1) nghiệm đúng với mọi số thực x thì (C) phải nằm hoàn toàn phía trên trục Ox (có thể có điểm chung với trục Ox). Mà ta dễ thấy đồ thị hàm số $f(x)$ và trục Ox có điểm chung là gốc tọa độ O nên điều kiện cần phải có là trục Ox phải là tiếp tuyến của (C) tại O . Suy ra:

$$f'(0) = 0 \Leftrightarrow m^3 - 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 2 \end{cases}.$$

*) Thử lại:

- Với $m = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x^2 \geq 0$ điều này nghiệm đúng với mọi số thực x , nên $m = 0$ thỏa mãn.
- Với $m = 2$ thì (1) $\Leftrightarrow x^2 - 2 \ln(x^2 + 1) \geq 0$ không thỏa mãn với $x = 1$, nên loại trường hợp này.
- Với $m = -2$ thì (1) $\Leftrightarrow x^2 + 2 \ln(x^2 + 1) \geq 0$ dễ thấy điều này nghiệm đúng với mọi số thực x , nên $m = -2$ thỏa mãn.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = 0, m = -2$.

-----**HẾT**-----