

CHỦ ĐỀ 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

1) Quy tắc xét dấu biểu thức

Để xét dấu cho biểu thức $g(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ ta làm như sau:

- **Bước 1:** Điều kiện: $q(x) \neq 0$.

Tìm tất cả các nghiệm của $p(x)$; $q(x)$ và sắp xếp các nghiệm đó theo thứ tự tăng dần và điền vào trục số Ox .

- **Bước 2:** Cho $x \rightarrow +\infty$ để xác định dấu của $g(x)$ khi $x \rightarrow +\infty$.

- **Bước 3:** Xác định dấu của các khoảng còn lại dựa vào quy tắc sau:

Chú ý: Qua nghiệm **bội lẻ** thì $g(x)$ đổi dấu còn qua nghiệm **bội chẵn** thì $g(x)$ không đổi dấu (chẵn giữ nguyên, lẻ đổi dấu).

Ví dụ: Xét dấu của biểu thức $f(x) = \frac{(x-4) \cdot (x-5)^4}{(x+2)(x+1)^2}$.

Bước 1: Ta thấy nghiệm của biểu thức trên là $-2; -1; 4; 5$ sắp xếp thứ tự tăng dần trên trục số.

Bước 2: Khi $x \rightarrow +\infty$ (ví dụ cho $x = 10000$) ta thấy $f(x)$ nhận giá trị dương.

Bước 3: Xác định dấu của các khoảng còn lại. Do $(x-5)^4$ mũ chẵn (nghiệm bội chẵn) nên qua 5 biểu thức không đổi dấu. Do $(x-4)^1$ mũ lẻ (nghiệm bội lẻ) nên qua 4 biểu thức đổi dấu ...

Ta được bảng xét dấu của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	4	5	$+\infty$				
$f(x)$		+	0	-	0	-	0	+	0	+

Kết luận: $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (4; 5) \cup (5; +\infty)$ và $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-2; -1) \cup (-1; 4)$.

2) Tính đơn điệu của hàm số

Kí hiệu K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng. Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên K .

■ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến (tăng) nếu với mọi cặp $x_1; x_2$ thuộc K mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$ tức là $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

■ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến (giảm) nếu với mọi cặp $x_1; x_2$ thuộc K mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$ tức là $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Ví dụ 1: Xét hàm số $y = f(x) = 2x + 1$

Xét $x_1 < x_2 \Leftrightarrow 2x_1 < 2x_2 \Rightarrow 2x_1 + 1 < 2x_2 + 1 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ suy ra hàm số $y = f(x) = 2x + 1$ là một hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ví dụ 2: Hàm số $y = f(x) = -7x + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, vì: Giả sử $x_1 < x_2$, ta có:
 $f(x_1) - f(x_2) = -7x_1 + 7x_2 = 7(x_2 - x_1) > 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ suy ra hàm số $y = f(x) = -7x + 2$ là một hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là hàm số đơn điệu trên K .

Nhận xét: Từ định nghĩa trên ta thấy: $\forall x_1, x_2 \in K$ và $x_1 \neq x_2$, thì hàm số

$$f(x) \text{ đồng biến trên } K \Leftrightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$$

$$f(x) \text{ nghịch biến trên } K \Leftrightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$$

Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị đi lên từ trái sang phải, nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị đi xuống từ trái sang phải.

ĐỊNH LÝ: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K .

a) Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên K .

b) Nếu $f'(x) < 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên K .

Tóm lại xét trên K $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ đồng biến; $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ nghịch biến.

Chú ý: Nếu $f'(x) = 0$ ($\forall x \in K$) thì hàm số $y = f(x)$ là hàm số không đổi trên K .

ĐỊNH LÝ MỞ RỘNG

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K . Nếu $f'(x) \geq 0$ ($f'(x) \leq 0$), $\forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên K .

Ví dụ: Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 10$ thì $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x - 1)^2 \geq 0$, dấu bằng xảy ra chỉ tại điểm $x = 1$ do đó hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

II. CÁC DẠNG TOÁN TRỌNG TÂM VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN CƠ BẢN

Loại 1: Tìm các khoảng đơn điệu (khảo sát chiều biến thiên) của hàm số $y = f(x)$ dựa vào bảng xét dấu y' .

Phương pháp giải.

■ Bước 1. Tìm tập xác định D của hàm số. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$.

■ Bước 2. Tìm các điểm tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.

■ Bước 3. Sắp xếp các điểm theo thứ tự tăng dần và lập bảng xét dấu của y' .

Dựa vào quy tắc xét dấu đã nêu để xét dấu cho y' .

■ Bước 4. Kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến dựa vào bảng xét dấu của y' .

Ví dụ 1: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = x^3 - 3x^2 + 2$

b) $y = x^4 - 2x^2$

Lời giải

a) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Ví dụ 2: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = -x^3 + 3x - 2$

b) $y = x^4 - 4x^3 + 2$

Lời giải

a) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

b) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3)$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Ví dụ 3: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = \frac{x+3}{x-1}$.

b) $y = \frac{3x+1}{x+1}$.

Lời giải

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} < 0 (\forall x \in D)$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

b) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

Ta có: $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0 (\forall x \in D)$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$		$+$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Ví dụ 4: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = x + \frac{4}{x}$.

b) $y = \frac{x^2 - x + 9}{x - 1}$.

Lời giải

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ta có: $y' = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		+	0	-	

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

b) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $y' = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 9)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$.

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
y'		+	0	-	

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(4; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 1)$ và $(1; 4)$.

Ví dụ 5: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = \sqrt{16 - x^2}$

b) $y = \sqrt{6x - x^2}$

Lời giải

a) TXĐ: $D = [-4; 4]$. Ta có: $y' = \frac{-2x}{2\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$
y'			+	0	-

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$ và hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 4)$.

b) TXĐ: $D = [0; 6]$

Ta có: $y' = \frac{6-2x}{2\sqrt{6x-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	0	3	6	$+\infty$
y'			+	0	-

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

Ví dụ 6: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = \sqrt{x^2 - 4x}$

b) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 12}$

Lời giải

a) TXĐ: $D = (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. Ta có: $y' = \frac{2x-4}{2\sqrt{x^2-4x}} = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
y'		-		0	+

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

b) TXĐ: $D = (-\infty; 2] \cup [6; +\infty)$

Ta có: $y' = \frac{2x-8}{2\sqrt{x^2-8x+12}} = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	2	4	6	$+\infty$
y'		-		0	+

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Ví dụ 7: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = x + 1 - 2\sqrt{x^2 + 3x + 3}$

b) $y = 2x + 1 - \sqrt{2x^2 - 8}$

Lời giải

a) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 1 - \frac{2(2x+3)}{2\sqrt{x^2+2x+3}} = \frac{\sqrt{x^2+2x+3} - (2x+3)}{\sqrt{x^2+2x+3}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x+3} = 2x+3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x^2+2x+3 = 4x^2+12x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq -3 \\ x = -1 \Leftrightarrow x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

b) TXĐ: $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Ta có: $y' = 2 - \frac{4x}{2\sqrt{2x^2-8}} = \frac{2\sqrt{2x^2-8} - 2x}{\sqrt{2x^2-8}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2-8} = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2-8 = 4x^2 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	$+$			$+$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Ví dụ 8: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau

a) $y = f(x)$ biết $f'(x) = x(x-1)^2(x+3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $y = g(x)$ biết $g'(x) = (x^2-1)(x-2)(x+3)^{2018}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

a) Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(0; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

b) Ta có: $g'(x) = (x^2-1)(x-2)(x+3)^{2018} = (x+3)^{2018}(x+2)(x+1)(x-1)$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-3	-2	-1	1	$+\infty$
-----	-----------	------	------	------	-----	-----------

Ta có: $y' = -3x^2 - 6x + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Do đó, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$. **Chọn D.**

Ví dụ 12: Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x}$

A. Đồng biến trên $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

B. Đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

C. Đồng biến trên $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

D. Đồng biến trên $(1; 2)$ và nghịch biến trên $(0; 1)$.

Lời giải

TXĐ: $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. Ta có: $y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}} = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Bảng biến thiên (xét dấu y'):

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		$-$		0	$+$

Do vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. **Chọn A.**

Ví dụ 13: Hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$

A. Đồng biến trên các khoảng $\left(-1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right)$ và nghịch biến trên $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

B. Đồng biến trên $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right)$.

C. Đồng biến trên $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$.

D. Đồng biến trên $\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = [-1; 1]$.

Ta có: $y' = \sqrt{1-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$.

Lập bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	-1	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$+\infty$			
y'			$-$	0	$+$	0	$-$		

Do đó hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right)$.

Chọn B.

Ví dụ 14: Hàm số $y = \frac{x-2}{x^2+x+1}$ đồng biến trên:

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; 2-\sqrt{7})$ và $(2+\sqrt{7}; +\infty)$

C. $(2-\sqrt{7}; 2+\sqrt{7})$

D. Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{-x^2+4x+3}{(x^2+x+1)^2} > 0 \Leftrightarrow x^2-4x-3 < 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{7} < x < 2+\sqrt{7}$. **Chọn C.**

Ví dụ 15: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$. Hàm số đã cho:

A. Đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Đồng biến trên khoảng $(0; 1)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

D. Đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{2(x-1)^2 - 2(x-1)(2x-1)}{(x-1)^4} = \frac{2(x-1) - 2(2x-1)}{(x-1)^3} = \frac{-2x}{(x-1)^3}$.

Lập bảng xét dấu của y' :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	$ $	$-$

Do vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn B.**

Ví dụ 16: Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$. Hàm số đã cho:

- A. Đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$ và $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-2}{3}; 2\right)$.
- B. Đồng biến trên khoảng $\left(\frac{-2}{3}; 2\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$ và $(2; +\infty)$.
- C. Đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $y' = \frac{3(x-2)^2 - 2(x-2)(3x-2)}{(x-2)^4} = \frac{3(x-2) - 2(3x-2)}{(x-2)^3} = \frac{-3x-2}{(x-2)^3}$.

Lập bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	$ $	$-$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{-2}{3}; 2\right)$ và nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$ và $(2; +\infty)$.

Chọn B.

Ví dụ 17: Cho hàm số $y = x\sqrt{3-x}$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = (-\infty; 3]$.

Ta có: $y' = \sqrt{3-x} + x \cdot \frac{-1}{2\sqrt{3-x}} = \frac{6-2x-x}{2\sqrt{3-x}} = \frac{6-3x}{2\sqrt{3-x}} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
y'		+	0	-

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$. **Chọn C.**

Loại 2: Tìm các khoảng đơn điệu (đồng biến, nghịch biến) của hàm số dựa vào đồ thị và bảng biến thiên

Phương pháp giải:

Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị **đi lên** từ trái sang phải, nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị **đi xuống** từ trái sang phải.

Chú ý tập xác định của hàm số.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

<

Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. **Chọn B.**

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y							

$-\infty$

-2

-2

-3

-3

0

0

$+\infty$

$-\infty$

-3

$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-3; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(0; 1)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn B.**

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+		+ 0 -	
y	5	$+\infty$	2	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; 3)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; 3)$.

Lời giải

Hàm số xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; 3)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$. **Chọn D.**

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
y'			+ 0 -		-
y			0	$+\infty$	1

Khẳng định nào sau đây **đúng**.

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(2; 4)$ và $(4; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là: $(-1; +\infty) \setminus \{4\}$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(2; 4)$ và $(4; +\infty)$. **Chọn C.**

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

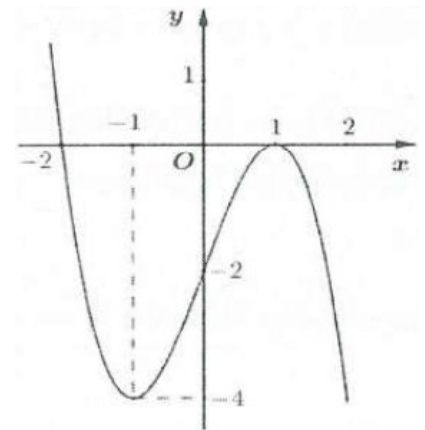
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng.

A. $(-1; 1)$

B. $(-\infty; -2)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(-2; 1)$



Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn A.**

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

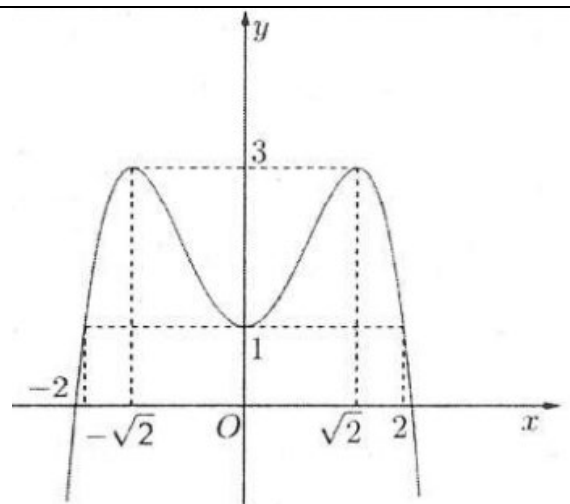
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng.

A. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(0; \sqrt{2})$.



Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$, $(0; \sqrt{2})$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$. **Chọn D.**

DẠNG 2: BÀI TOÁN TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM CÓ THAM SỐ

Loại 1: Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số bậc ba chứa tham số

Phương pháp giải:

Xét tam thức bậc 2: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ta đã biết ở lớp 10

$$y \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow ax^2 + bx + c \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}.$$

$$y \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow ax^2 + bx + c \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}.$$

☑ Xét bài toán 1: Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đồng biến hoặc nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có:

$$\text{- Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} 3a > 0 \\ \Delta'_{y'} \leq 0 \end{cases}.$$

$$\text{- Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} 3a < 0 \\ \Delta'_{y'} \leq 0 \end{cases}.$$

Chú ý:

- Trong trường hợp hệ số a có chứa tham số m ví dụ: $y = (m-1)x^3 + mx^2 + 2x - 3$ ta cần xét $a = 0$ trước.
- Số giá trị nguyên trên đoạn $[a; b]$ bằng $b - a + 1$.

Ví dụ 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + 6mx + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Ta có: $y' = 6x^2 - 6mx + 6m$.

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 > 0 \\ \Delta' = 9m^2 - 36m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{R} \Rightarrow$ có 5 giá trị của m thỏa mãn đề bài. **Chọn C.**

Ví dụ 2: [Trích đề thi THPT Quốc gia 2017] Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ với m là tham số.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 4.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \ (\forall x \in \mathbb{R})$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} = -3 < 0 \\ \Delta'_{y'} = m^2 + 3(4m + 9) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{R} \Rightarrow$ có 7 giá trị của m thỏa mãn đề bài. **Chọn C.**

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (m+3)x + 2$. Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. 20.

B. 19.

C. 21.

D. 23.

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 + 4x + m + 3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \ (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta'_{y'} = 4 - (m+3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$.

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 20 giá trị của m thỏa mãn đề bài. **Chọn A.**

Ví dụ 4: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -2x^3 - 6(m+3)x^2 + 24mx + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. Vô số.

B. 11.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Ta có: $y' = -6x^2 - 12(m+3)x + 24m = 6[-x^2 - 2(m+3)x + 4m]$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \ (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = (m+3)^2 + 4m \leq 0 \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow m^2 + 10m + 9 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq -1$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 9 giá trị của tham số m thỏa mãn đề bài. **Chọn D.**

Ví dụ 5: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 + 2mx^2 - 2(m+6)x + 2$ nghịch biến trên tập xác định của nó. Tính tổng các phần tử của tập hợp S .

A. 4.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $y' = -x^2 + 4mx + 2m + 12$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \ (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = 4m^2 - 2m - 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq m \leq 2$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ Tổng các phần tử của tập hợp S là 2. **Chọn D.**

Ví dụ 6: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m-2)x^2 + 12x + 1$ đồng biến trên tập xác định của nó. Tính tổng các phần tử của tập hợp S là:

- A. 5. B. 10. C. 15. D. 6.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6(m-2)x + 12$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \ (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 > 0 \\ \Delta'_{y'} = 9(m-2)^2 - 36 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ Tổng các phần tử của tập hợp S là 10. **Chọn B.**

Ví dụ 7: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 + 4x + 3$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của tập hợp S là:

- A. 0. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \ (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta'_{y'} = m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ Số phần tử của tập hợp S là 5. **Chọn D.**

Ví dụ 8: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m+2)x^3 - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $-2 < m < 1$. B. $m < -2$. C. $m \leq 1$. D. $m \leq -2$.

Lời giải

Với $m = -2$ ta có $y = -10x + 3$ (hàm số này luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$).

Với $m \neq -2$ ta có $y' = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + m - 8$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \ (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ \Delta'_{y'} = (m+2)^2 - (m+2)(m-8) \leq 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ (m+2)(9-m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2$

Kết hợp cả hai trường hợp. **Chọn D.**

Ví dụ 9: [Đề thi tham khảo Bộ GD&ĐT năm 2017] Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Với $m = 1 \Rightarrow y = -x + 4$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Với $m = -1 \Rightarrow y = -2x^2 - x + 4$ không thỏa mãn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Với $m \neq \pm 1 \Rightarrow y' = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2 - 1) < 0 \\ \Delta'_{y'} = (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ 2(m - 1)(2m + 1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq 1$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0, m = 1$. **Chọn A.**

Ví dụ 10: Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2x^2 + (m + 3)x + m$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì giá trị m nhỏ nhất là

A. $m = 1$.

B. $m = -2$.

C. $m = -4$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2x^2 + (m + 3)x + m$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có $y' = mx^2 - 4x + m + 3$.

$$\text{Để hàm số luôn đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m > 0 \\ \Delta'_{y'} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m(m + 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là 1. **Chọn A.**

☑ Xét bài toán 2: Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = f(x; m)$ đồng biến hoặc nghịch biến trên D (trong đó D là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng, nửa đoạn).

Phương pháp giải:

Xét hàm số $f(x; m)$ ta tính $y' = f'(x; m)$.

Hàm số đồng biến trên $D \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad (\forall x \in D)$.

Hàm số nghịch biến trên $D \Leftrightarrow y' \leq 0 \quad (\forall x \in D)$.

Cô lập tham số m và đưa bất phương trình $y' \geq 0$ hoặc $y' \leq 0$ về dạng $m \geq f(x)$ hoặc $m \leq f(x)$.

Sử dụng tính chất:

- Bất phương trình: $m \geq f(x) \quad \forall x \in D \Leftrightarrow m \geq \max_D f(x)$.
- Bất phương trình: $m \leq f(x) \quad \forall x \in D \Leftrightarrow m \leq \min_D f(x)$.

Chú ý: Với hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ thì nó đồng biến trên đoạn $[a; b]$.

Để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số các bạn xem chủ đề GTLN, GTNN của hàm số.

Lưu ý bất đẳng thức Cosi (AM – GM): Cho các số thực không âm $a_1, a_2, \dots, a_n$ thì ta có:

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Với hàm số lượng giác $F(x) = a \sin x + b \cos x + c$ thì
$$\begin{cases} \max F(x) = \sqrt{a^2 + b^2} + c \\ \min F(x) = -\sqrt{a^2 + b^2} + c \end{cases}.$$

Ví dụ 1: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6x + m \geq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x = g(x) \quad (\forall x \in (0; +\infty)) \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} g(x)$$

Mặt khác $g'(x) = -6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$; $g(1) = 3$.

Do vậy $\max_{(0; +\infty)} g(x) = 3$. Do đó $m \geq 3$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 3m$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x = g(x) \quad \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \min_{(0; +\infty)} g(x)$$

Xét $g(x) = x^2 - 2x$ ($x \in (0; +\infty)$) ta có: $g'(x) = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$; $g(1) = -1$ nên $\min_{(0; +\infty)} g(x) = -1$

Do đó $m \leq -1$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - mx + 1$. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[-2; 0]$.

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 + 2x - m$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[-2; 0] \Leftrightarrow y' \leq 0 \ (\forall x \in [-2; 0])$

$$\Leftrightarrow m \geq x^2 + 2x = g(x) \ (\forall x \in [-2; 0]) \Leftrightarrow m \geq \max_{[-2; 0]} g(x)$$

Mặt khác $g'(x) = 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Lại có $g(-2) = 0$; $g(0) = 0$; $g(-1) = -1$. Do vậy $\max_{[-2; 0]} g(x) = 0$

Vậy $m \geq 0$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 4: [Đề thi tham khảo của Bộ GD&ĐT năm 2019]: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $\left[-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$. D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 - 12x + 4m - 9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1) \Leftrightarrow y' \leq 0 \ (\forall x \in (-\infty; -1))$

$$\Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9 \ (\forall x \in (-\infty; -1)) \Leftrightarrow \frac{4m}{3} \leq x^2 + 4x + 3 \ (\forall x \in (-\infty; -1)) (*)$$

Xét $g(x) = x^2 + 4x + 3$ trên khoảng $(-\infty; -1)$ ta có: $g'(x) = 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Ta tìm được $\min_{(-\infty; -1)} g(x) = g(-2) = -1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \frac{4m}{3} \leq -1 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{4}$. **Chọn C.**

Ví dụ 5: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m - 2)x^2 + (2m + 3)x$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$?

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 + 2(m - 2)x + 2m + 3$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3) \Leftrightarrow y' \leq 0 \ (\forall x \in [0; 3])$ (Do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên ta mở rộng ra đoạn $[0; 3]$).

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \leq -2m(x+1) (\forall x \in [0;3]) \Leftrightarrow 2m \leq \frac{-x^2 + 4x - 3}{x+1} = g(x) (\forall x \in [0;3])$$

$$\Leftrightarrow 2m \leq \min_{[0;3]} g(x)$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = \frac{-x^2 - 7x + 7}{(x+1)^2} = 0 \xrightarrow{x \in [0;3]} x = -1 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{Mặt khác } g(2\sqrt{2}-1) = 6 - 4\sqrt{2}, g(0) = -3, g(3) = 0.$$

$$\text{Do đó } \min_{[0;3]} g(x) = -3 \Rightarrow 2m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}.$$

Ví dụ 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 20 để hàm số $y = x^3 + 6x^2 + (m+2)x + m^2$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 + 12x + m + 2$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 (\forall x \in [-1; +\infty))$ (Do hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên ta có thể lấy $x \in [-1; +\infty)$).

$$\Leftrightarrow g(x) = 3x^2 + 12x + 2 \geq -m (\forall x \in [-1; +\infty)) \Leftrightarrow \min_{[-1; +\infty)} g(x) \geq -m (*)$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = 6x + 12 > 0 (\forall x \in [-1; +\infty)), g(-1) = -7.$$

$$\text{Suy ra } (*) \Leftrightarrow -7 \geq -m \Leftrightarrow m \geq 7.$$

$$\text{Kết hợp } \begin{cases} m < 20 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \text{có 13 giá trị của tham số } m. \text{ Chọn A.}$$

Ví dụ 7: Tìm tham số m để hàm số sau đồng biến trên $(0; +\infty)$: $y = x^3 + mx - \frac{1}{3x}$.

A. $m \leq 1$

B. $m \leq 0$

C. $m \geq -1$

D. $m \geq -2$

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 + m + \frac{1}{3x^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 (\forall x \in (0; +\infty)) \Leftrightarrow g(x) = 3x^2 + \frac{1}{3x^2} \geq -m (\forall x \in (0; +\infty)).$$

$$\Leftrightarrow \min_{(0; +\infty)} g(x) \geq -m (*).$$

Theo BĐT AM – GM ta có: $3x^2 + \frac{1}{3x^2} \geq 2\sqrt{3x^2 \cdot \frac{1}{3x^2}} = 2$

Do đó (*) $\Leftrightarrow 2 \geq -m \Leftrightarrow m \geq -2$. **Chọn D.**

Ví dụ 8: Tập hợp các giá trị của $-m$ để hàm số $y = -mx^3 + x^2 - 3x + m - 2$ nghịch biến trên $(-3; 0)$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left[-\frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Ta có: $y' = (-mx^3 + x^2 - 3x + m - 2)' = -3mx^2 + 2x - 3$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} y' \leq 0 \\ x \in (-3; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3mx^2 + 2x - 3 \leq 0 \\ x \in (-3; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2x-3}{3x^2} = f(x) \\ x \in (-3; 0) \end{cases}$

Ta có $f'(x) = \left(\frac{2x-3}{3x^2}\right)' = \frac{2(3-x)}{3x^3} > 0 (\forall x \in (-3; 0)) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

Do đó $f(x) < f(-3) = -\frac{1}{3} (\forall x \in (-3; 0)) \Rightarrow m \geq -\frac{1}{3} \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **Chọn A.**

Ví dụ 9: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - (m-3)x + 2017m$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(0; 3)$ là đoạn $T = [a; b]$.

Tính $a^2 + b^2$.

- A. $a^2 + b^2 = 10$. B. $a^2 + b^2 = 13$. C. $a^2 + b^2 = 8$. D. $a^2 + b^2 = 5$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - (m-3)$

Để hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(0; 3)$ thì $y' \geq 0$ với mọi $x \in (-3; -1)$ và $x \in (0; 3)$.

Hay $x^2 - 2(m-1)x - (m-3) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 \geq m(2x+1) \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{2x+1} \geq m$ với mọi $x \in (0; 3)$ và

$\frac{x^2 + 2x + 3}{2x+1} \leq m$ với $x \in (-3; -1)$.

Xét $f'(x) = \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{2x+1}\right)' = \frac{2(x-1)(x+2)}{(2x+1)^2} \rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, để $f(x)$ đồng biến trên $(0; 3)$ thì $m \leq 2$, để $f(x)$ đồng biến trên $(-3; -1)$ thì $m \geq -1 \Rightarrow m \in [-1; 2] \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$. **Chọn D.**

Ví dụ 10: Để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + (a-1)x^2 + (a+3)x - 4$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$ thì giá trị cần tìm của tham số a là

- A. $a < -3$. B. $a > -3$. C. $-3 < a < \frac{12}{7}$. D. $a \geq \frac{12}{7}$.

Lời giải

Ta có: $y' = -x^2 + 2(a-1)x + a + 3$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$ thì $y' \geq 0 \quad (\forall x \in (0;3))$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2(a-1)x + a + 3 \geq 0 \quad (\forall x \in (0;3))$$

$$\Leftrightarrow 2ax + a \geq x^2 + 2x - 3 \Leftrightarrow a \geq \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1} \Leftrightarrow a \geq \max_{(0;3)} f(x) (*).$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}$ trên $(0;3)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{2x^2 + 2x + 8}{(2x + 1)^2} > 0 \quad (\forall x \in (0;3)) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Vậy $f(x) < f(3) = \frac{12}{7}$. Do đó $(*) \Leftrightarrow a \geq \frac{12}{7}$. **Chọn D.**

Ví dụ 11: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 - (m+1)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ là

- A. $m \geq -1$. B. $m \leq \frac{11}{9}$. C. $m \geq \frac{11}{9}$. D. $m \leq -1$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 4mx - m - 1$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2) \Leftrightarrow 3x^2 - 4mx - m - 1 \leq 0 \quad (\forall x \in [0;2])$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 1 \leq m(4x + 1) \quad (\forall x \in (0;2)) \Leftrightarrow \frac{3x^2 - 1}{4x + 1} \leq m \quad (\forall x \in [0;2]).$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 - 1}{4x + 1} \quad (x \in [0;2])$.

Ta có: $g'(x) = \frac{6x(4x + 1) - 4(3x^2 - 1)}{(4x + 1)^2} = \frac{12x^2 + 6x + 4}{(4x + 1)^2} > 0 \quad (\forall x \in [0;2])$

$\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên đoạn $[0;2]$

Ta có: $g(x) = \frac{3x^2 - 1}{4x + 1} \leq m \quad (\forall x \in [0; 2]) \Leftrightarrow m \geq g(2) = \frac{11}{9}$. **Chọn C.**

Ví dụ 12: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

- A. $m \geq -2\sqrt{3}$. B. $m \leq 2\sqrt{3}$. C. $m \geq -\frac{13}{2}$. D. $m \geq \frac{13}{2}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $y' = 6x^2 - 2mx + 2$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0) \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad (\forall x \in (-2; 0))$.

$$\Leftrightarrow mx \leq 3x^2 + 1 \quad (\forall x \in (-2; 0)) \Leftrightarrow m \geq 3x + \frac{1}{x} \quad (\forall x \in (-2; 0)) \Leftrightarrow m \geq \max_{(-2; 0)} f(x)$$

$$\text{Xét } f(x) = 3x + \frac{1}{x} \quad (x \in (-2; 0)) \text{ ta có } f'(x) = 3 - \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (loại)} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{Lại có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \frac{-13}{2}, f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -2\sqrt{3}$$

Vậy $m \geq -2\sqrt{3}$. **Chọn A.**

$$\text{Cách 2: } f(x) = 3x + \frac{1}{x} = -\left[3(-x) + \frac{1}{(-x)}\right] \leq -2\sqrt{3} \Rightarrow \max_{(-2; 0)} f(x) = -2\sqrt{3} \text{ khi } x = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ví dụ 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 5. B. 3. C. 0. D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}$$

Đề hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 \quad (\forall x \in (0; +\infty))$

$$\Leftrightarrow g(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^6} \geq -m \quad (\forall x \in (0; +\infty)) \Leftrightarrow \min_{(0; +\infty)} g(x) \geq -m (*)$$

$$\text{Lại có: } g(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^6} = x^2 + x^2 + x^2 + \frac{1}{x^6} \geq 4\sqrt[4]{x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^6}} = 4 \text{ (Bất đẳng thức AM - GM)}$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow -m \leq 4 \Leftrightarrow m \geq -4.$$

Theo bài ta có $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$. **Chọn D.**

Ví dụ 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $m \leq 1$.

B. $m < 1$.

C. $m \leq 2$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3) \Leftrightarrow 4x^3 - 4(m-1)x \geq 0 \ (\forall x \in [1;3])$ (Do hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên ta có thể lấy x trên đoạn $[1;3]$)

$\Leftrightarrow g(x) = x^2 \geq m-1 \ (\forall x \in [1;3]) \Leftrightarrow \min_{[1;3]} g(x) \geq m-1 \Leftrightarrow 1 \geq m-1 \Leftrightarrow m \leq 2$. **Chọn C.**

Ví dụ 15: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - m^2x^2 + m$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

A. $m \in (-2;2)$.

B. $m \in (0;2)$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $m \in \{0\}$.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 2m^2x$

Do hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ nên nó đồng biến trên khoảng $(0;4) \Leftrightarrow y' \geq 0 \ (\forall x \in [0;4])$

$\Leftrightarrow 4x^3 - 2m^2x \geq 0 \ (\forall x \in [0;4]) \Leftrightarrow 2x^2 \geq m^2 \ (\forall x \in [0;4]) \Leftrightarrow m^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 0$. **Chọn D.**

Ví dụ 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - (2m-3)x^2 + 2(m^2-3m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $y' = 2x^2 - 2(2m-3)x + 2(m^2-3m) = 2(x-m)[x-(m-3)] < 0 \Leftrightarrow m-3 < x < m$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3) \Leftrightarrow m-3 \leq 1 \leq 3 \leq m \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 4$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số $m = \{3;4\}$. **Chọn C.**

Ví dụ 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (2m-1)\frac{x^2}{2} + (m^2-m-2)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. 0.

B. 1.

C. Vô số.

D. 3.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - (2m-1)x + m^2 - m - 2 = [x - (m-2)][x - (m+1)]$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow [x - (m-2)][x - (m+1)] \leq 0$.

$$\Leftrightarrow m-2 \leq x \leq m+1$$

$$\text{Với } x \in (1; 2) \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \Rightarrow m-2 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 3 \\ x \leq 2 \Rightarrow m+1 \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq m \leq 3.$$

Suy ra có ba giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. **Chọn D.**

Ví dụ 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 4mx + 4m^2 + 3}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. $m \leq -1$.

B. $m > -1$.

C. $m \leq 2$.

D. $m > 2$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 + 4mx + 4m^2 + 3 \geq 0 \Leftrightarrow (x+2m)^2 + 3 \geq 0$ (Luôn đúng).

$$\text{Ta có } f'(x) = \left(\sqrt{x^2 + 4mx + 4m^2 + 3} \right)' = \frac{x+2m}{\sqrt{x^2 + 4mx + 4m^2 + 3}}.$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$, khi đó

$$y' \leq 0 \left(\forall x \in (-\infty; 2) \right) \Leftrightarrow \frac{x+2m}{\sqrt{x^2 + 4mx + 4m^2 + 3}} \leq 0 \left(\forall x \in (-\infty; 2) \right)$$

$$\text{Suy ra } x+2m \leq 0 \left(\forall x \in (-\infty; 2) \right) \Leftrightarrow m \leq -\frac{x}{2} \left(\forall x \in (-\infty; 2) \right) \Leftrightarrow m \leq \frac{-2}{2} = -1. \text{ **Chọn A.**}$$

Ví dụ 19: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 2?

A. $m = 0, m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = [x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1]' = 3x^2 - 6mx + 3(2m-1).$$

Hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 2 $\Leftrightarrow$ PT $y' = 0$ là hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

Hàm số có hai cực trị, khi đó $\Delta'(y') > 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9(2m-1) > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m-1 \end{cases} \Rightarrow |x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 4 \Leftrightarrow 4m^2 - 4(2m-1) = 4 \Leftrightarrow 4m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}. \text{ **Chọn A.**}$$

Ví dụ 20: Tổng các giá trị của tham số m thỏa mãn điều kiện để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3-2m)x + m$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$ là:

- A. $T = 2$. B. $T = -2$. C. $T = -4$. D. $T = 4$.

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 3 - 2m$.

Hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$ khi phương trình $x^2 - 2mx + 3 - 2m = 0(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{5}$

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khi $\Delta' = m^2 + 2m - 3 > 0$

Theo định lí Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = 3 - 2m \end{cases}$$

Ta có: $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 20 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 20 \Leftrightarrow 4m^2 + 8m - 12 = 20 (t / m)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 2 \end{cases} \Rightarrow T = -2$. **Chọn B.**

Ví dụ 21: Xác định giá trị của b để hàm số $f(x) = \sin x - bx + c$ nghịch biến trên toàn trục số.

- A. $b \leq 1$. B. $b < 1$. C. $b > 1$. D. $b \geq 1$.

Lời giải

Ta có: $y' = \cos x - b$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \cos x - b \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow b \geq \cos x \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow b \geq 1$.

Chọn D.

Ví dụ 22: : Xác định giá trị của m để hàm số $f(x) = \sin 2x + mx + c$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 2$. B. $-2 \leq m \leq 2$. C. $m > 2$. D. $m \geq -2$.

Lời giải

Ta có: $y' = 2\cos 2x + m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \min_{\mathbb{R}} y' = -2 + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$. **Chọn A.**

Ví dụ 23: Xác định giá trị của m để hàm số $y = m \sin x + \cos x + (m+1)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 0$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $m \geq -1$.

Lời giải

Ta có: $y' = m \cos x - \sin x + m + 1$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$.

$\Leftrightarrow \min_{\mathbb{R}} y' = -\sqrt{m^2 + 1} + m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m + 1 \geq \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m^2 + 2m + 1 \geq m^2 + 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \geq 0$. **Chọn A.**

Ví dụ 24: Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $-4 \leq m \leq \frac{2}{3}$. B. $-4 \leq m \leq 3$. C. $-1 \leq m \leq \frac{2}{3}$. D. $-1 \leq m \leq 3$.

Lời giải

Ta có: $y' = m-3 + (2m+1)\sin x$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow \max_{\mathbb{R}} y' = m-3 + |2m+1| \leq 0 \Leftrightarrow 3-m \geq |2m+1| \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 3 \\ (3-m)^2 \geq (2m+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 3 \\ 3m^2 + 10m - 8 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq m \leq \frac{2}{3}. \text{ **Chọn A.**}$$

Ví dụ 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - (3m+6)x^2 + (3m^2+12m)x + m^2 - m$ nghịch biến trên đoạn $[1;3]$.

- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6(m+2)x + 3(m^2+4m) = 3(x-m)(x-m-4); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+4 \end{cases}.$$

Do đó phương trình $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		m		$m+4$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							

Để hàm số nghịch biến trên $[1;3]$ thì $\begin{cases} m \leq 1 \\ m+4 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$. **Chọn C.**

Ví dụ 26: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 6mx^2 + (12m^2-3)x + m+3$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$.

- A. $-1 \leq m \leq 1$. B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \geq \frac{1}{2} \\ m \leq 0 \end{cases}$. D. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 12mx + 12m^2 - 3 = 3(x - 2m + 1)(x - 2m - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m + 1 \\ x = 2m - 1 \end{cases}$.

Do đó phương trình $y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$2m - 1$		$2m + 1$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y						

Để hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$ thì $\begin{cases} 2m - 1 \leq 0 \\ 2m + 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{2}$. **Chọn D.**

Ví dụ 27: Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $y = x^3 - 3(m - 1)x^2 - (9m^2 - 6m)x + 2m + 1$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$ là:

A. 17.

B. 36.

C. 19.

D. 41.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6(m - 1)x - 3m(3m - 2) = 3(x + m)[x - (3m - 2)] < 0$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$ thì:

TH1: $-m \leq 2 < 4 \leq 3m - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -2 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 2$.

TH2: $3m - 2 \leq 2 < 4 \leq -m \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ m \leq \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -4$.

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 36 giá trị nguyên của m . **Chọn B.**

Ví dụ 28: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx$. Số giá trị nguyên dương của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = 6(x^2 - m(x + 1)x + m) \geq 0 \quad (\forall x \in (2; +\infty))$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-m) \geq 0 \quad (\forall x \in (2; +\infty)) \Leftrightarrow x \geq m \quad (\forall x \in (2; +\infty)) \Leftrightarrow 2 \geq m.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m = \{1; 2\}$. **Chọn B.**

Ví dụ 29: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 12mx + 1$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$. Số phần tử của tập hợp S là

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 6x^2 - 6(m+2)x + 12m \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + 2m \geq 0.$$

$$\text{Giả thiết } \Leftrightarrow (x-m)(x-2) \geq 0 \quad (\forall x > 3) \Leftrightarrow x-m \geq 0 \quad (\forall x > 3) \Leftrightarrow x \geq m \quad (\forall x > 3) \Leftrightarrow 3 \geq m.$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-10; 10] \end{cases} \Rightarrow$ có 14 giá trị của m . **Chọn B.**

Ví dụ 30: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 1$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của $m \in [-20; 20]$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Số phần tử của tập hợp S là

A. 22.

B. 19.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1). \text{ Ta có: } y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + (m^2 - 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-m-1)(x-m+1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m+1 \\ x \leq m-1 \end{cases}.$$

Do vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; m-1]$ và $[m+1; +\infty)$

$$\text{Để hàm số đã cho đồng biến trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow m+1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 20 giá trị nguyên của m . **Chọn D.**

Ví dụ 31: Cho hàm số $y = -x^4 + 4(3m-2)x^2 + 2m+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

A. 22.

B. 23.

C. 21.

D. 20.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 8(3m-2)x. \text{ Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; -2).$$

$$\Leftrightarrow -4x^3 + 8(3m-2)x \geq 0 \quad (\forall x \in (-\infty; -2)) \Leftrightarrow x^2 - 2(3m-2) \geq 0 \quad (\forall x \in (-\infty; -2))$$

$$(\text{Do } -4x \geq 0 \quad (\forall x \in (-\infty; -2)))$$

$$\Leftrightarrow 2(3m-2) \leq x^2 \quad (\forall x \in (-\infty; -2)) \Leftrightarrow 2(3m-2) \leq \min_{(-\infty; -2)} x^2 = 4 \Leftrightarrow 3m-2 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq \frac{4}{3}.$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 22 giá trị của m . **Chọn A.**

Ví dụ 32: Cho hàm số $y = x^4 - 2(2m+3)x^2 + m - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(2m+3)x$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 4(2m+3)x \leq 0 \quad (\forall x \in (0; 3)) \Leftrightarrow x^2 - (2m+3) \leq 0 \quad (\forall x \in (0; 3))$$

$$\Leftrightarrow x^2 \leq 2m+3 \quad (\forall x \in (0; 3)) \Leftrightarrow 2m+3 \geq 9 \Leftrightarrow m \geq 3$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-10; 10] \end{cases} \Rightarrow$ có 8 giá trị của m . **Chọn A.**

Ví dụ 33: Cho hàm số $y = x^4 - 8(m^2 - 5)x^2 + 3m - 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Ta có: $y' = 4x^3 - 8(m^2 - 5)x$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow 4x^3 - 8(m^2 - 5)x \geq 0 \quad (\forall x \in (3; +\infty)) \Leftrightarrow x^2 - 2(m^2 - 5) \geq 0 \quad (\forall x \in (3; +\infty)).$$

$$\Leftrightarrow 2(m^2 - 5) \leq x^2 \quad (\forall x \in (3; +\infty)) \Leftrightarrow 2(m^2 - 5) \leq 9 \Leftrightarrow m^2 \leq \frac{19}{2}.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$. **Chọn D.**

Loại 2: Tính đồng biến nghịch biến của hàm số phân thức chứa tham số.

Xét hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-d}{c} \right\}$.

$$\text{Ta có } y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}.$$

Nếu $ad = bc$ thì hàm số đã cho suy biến thành hàm hằng. Do đó:

Hàm số đồng biến trên **mỗi khoảng xác định của nó** $\Leftrightarrow ad - bc > 0$.

Hàm số nghịch biến trên **mỗi khoảng xác định của nó** $\Leftrightarrow ad - bc < 0$.

Hàm số đồng biến trên miền $D = (i; j) \Leftrightarrow y' > 0 \forall x \in (i; j) \Leftrightarrow \begin{cases} ad - bc > 0 \\ \frac{-d}{c} \notin (i; j) \end{cases}$.

Hàm số nghịch biến trên miền $D = (i; j) \Leftrightarrow y' < 0 \forall x \in (i; j) \Leftrightarrow \begin{cases} ad - bc < 0 \\ \frac{-d}{c} \notin (i; j) \end{cases}$.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m}$

a) Tìm m để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$.

Lời giải

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2m\}$. Ta có: $y' = \frac{-2m-1}{(x-2m)^2}$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi $y' > 0 (\forall x \in D) \Leftrightarrow -2m-1 > 0$

$$\Leftrightarrow -2m > 1 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}.$$

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10) \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ 2m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \leq m < -\frac{1}{2}.$

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = \frac{x+m-2}{x-m}$

a) Tìm m để hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

b) Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

Lời giải

a) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có: $y' = \frac{-m-m+2}{(x-m)^2} = \frac{-2m+2}{(x-m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định khi $-2m+2 < 0 \Leftrightarrow 2m > 2 \Leftrightarrow m > 1$

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 5.$

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = \frac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để

hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. 5.

B. 4.

C. Vô số.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{m^2 - 4m}{(x+m)^2}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng xác định $\Leftrightarrow y' < 0 \ (\forall x \neq -m)$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 1, m = 2, m = 3. \text{ Chọn D.}$$

Ví dụ 4: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-16}{x-m}$ đồng biến trên các khoảng xác định là

A. 8.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có: $y' = \frac{-m^2+16}{(x-m)^2}$. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định

$$\Leftrightarrow y' > 0 \ (\forall x \in D) \Leftrightarrow m^2 + 16 > 0 \ (\forall x \in D) \Leftrightarrow -4 < m < 4.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\} \Rightarrow$ có 7 giá trị của tham số m . **Chọn B.**

Ví dụ 5: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-4}{2x-m}$ đồng biến trên các khoảng xác định là

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{m}{2}\right\}$. Ta có: $y' = \frac{-m^2+8}{(2x-m)^2}$. Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định

$$\Leftrightarrow y' > 0 \ (\forall x \in D) \Leftrightarrow m^2 + 8 > 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ có 5 giá trị của tham số m . **Chọn D.**

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x+20}{x+m}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định. Số phần tử của tập hợp S là:

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$. Ta có: $y' = \frac{m(m+1)-20}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0 \ (\forall x \in D) \Leftrightarrow m^2 + m - 20 > 0 \Leftrightarrow -5 < m < 4.$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\} \Rightarrow$ có 8 giá trị của tham số m . **Chọn A.**

Ví dụ 7: Cho hàm số $y = \frac{-mx-5m+4}{x+m}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để

hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định. Tổng các phần tử của tập hợp S là:

A. 16.

B. -10.

C. -15.

D. 15.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$. Ta có: $y' = \frac{-m^2 + 5m - 4}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y' < 0 \ (\forall x \in D) \Leftrightarrow -m^2 + 5m - 4 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < 1 \end{cases}$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-10; -9; \dots; 0\} \cup \{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$.

Tổng các phần tử của tập hợp S bằng $-4 - 3 - 2 - 1 = -10$. **Chọn B.**

Ví dụ 8: Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{mx+1}{mx-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là:

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Lời giải

Với $m = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{2}$ không thỏa mãn yêu cầu.

Với $m \neq 0$. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{m}\right\}$. Ta có: $y' = \frac{-3m}{(mx-2)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y' < 0 \ \forall x \in D \Leftrightarrow -3m < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Vậy có 10 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu. **Chọn A.**

Ví dụ 9: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+1}{mx+2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

Với $m = 0 \Rightarrow y = \frac{x+1}{2}$ (thỏa mãn đồng biến trên khoảng xác định).

Với $m \neq 0$ khi đó TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{m}\right\}$. Ta có: $y' = \frac{2-m(m+1)}{(mx+2)^2}$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0 \ (\forall x \in D) \Leftrightarrow -m^2 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0\}$. **Chọn A.**

Ví dụ 10: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng

$(-\infty; -10)$?

A. 3.

B. Vô số.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10) \Leftrightarrow \begin{cases} y' = \frac{5m-2}{(x+5m)^2} > 0 \\ -5m \geq -10 \end{cases} (\forall x \in (-\infty; -10))$

$\Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2$. Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1; 2\}$.

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Ví dụ 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

A. 3.

B. Vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' = \frac{5m-6}{(x+5m)^2} < 0 \\ -5m \leq 10 \end{cases} (\forall x \in (10; +\infty))$

$\Leftrightarrow -2 < m \leq \frac{6}{5}$. Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0; 1\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Ví dụ 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x+12}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 3.

B. Vô số.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{m^2 - m - 12}{(x+m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 12 < 0 \\ -m \notin (-\infty; 0) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 4 \\ -m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq 0$. Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Ví dụ 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+20}{x+m-1}$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{m^2 - m - 20}{(x + m - 1)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 20 < 0 \\ (1 - m) \notin (0; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 5 \\ 1 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 5. \text{ Kết hợp } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1; 2; 3; 4\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Ví dụ 14: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+7}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-2m-7}{(x-m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-7 < 0 \\ m \notin (2; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-7}{2} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-7}{2} < m \leq 2.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow$ có 6 giá trị nguyên của tham số m . **Chọn D.**

Ví dụ 15: Tính tổng tất cả các số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$?

A. 55.

B. 35.

C. 40.

D. 45.

Lời giải

HD: Điều kiện: $x \neq -\frac{1}{2m}$. Ta có: $y' = \frac{m^2 - 10m}{(2mx+1)^2}$.

$$\text{Hàm số nghịch biến trên khoảng } (3; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ -\frac{1}{2m} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m < 0 \\ \frac{6m+1}{2m} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 10 \\ m > 0 \\ m \leq -\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 10$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \Rightarrow$ Tổng các số nguyên là 45. **Chọn D.**

DẠNG 3: BÀI TOÁN TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ HỢP

Loại 1: Đổi biến số

Xét bài toán: Tìm m để hàm số $y = f[u(x)]$ đồng biến hoặc nghịch biến trên $D = (a; b)$.

Phương pháp giải:

Cách 1: Đặt ẩn phụ: Đặt $t = u(x) \Rightarrow t' = u'(x)$, $\begin{cases} x = a \Rightarrow t = u(a) \\ x = b \Rightarrow t = u(b) \end{cases}$

▪ Nếu $t' = u'(x) > 0$ ($\forall x \in D$) thì bài toán đồng (nghịch) biến trở thành bài toán tìm m để hàm số $y = f(t)$ đồng (nghịch) biến trên $D_t = (u(a); u(b))$.

▪ Nếu $t' = u'(x) < 0$ ($\forall x \in D$) thì bài toán đồng (nghịch) biến trở thành bài toán tìm m để hàm số $y = f(t)$ nghịch (đồng) biến trên $D_t = (u(a); u(b))$.

Cách 2: Tính trực tiếp đạo hàm. Chú ý công thức đạo hàm của hàm hợp: $y' = f'(u) \cdot u'(x)$.

Ví dụ 1: [Đề minh họa Bộ GD&ĐT năm 2017] Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. B. $m \leq 0$. C. $1 \leq m < 2$. D. $m \geq 2$.

Lời giải

Cách 1: ĐK: $\tan x \neq m$.

Khi đó $y' = \frac{-m+2}{(\tan x - m)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x \neq m \\ \frac{-m+2}{(\tan x - m)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} > 0 \end{cases} \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \right)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \\ -m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. **Chọn A.**

Cách 2: [Đặt ẩn phụ] Đặt $t = \tan x \Rightarrow t' = \frac{1}{\cos^2 x} > 0$ ($\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$); với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq t \\ f'(t) = \frac{-m+2}{(t-m)^2} > 0 \end{cases} (\forall t \in (0; 1)) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. **Chọn A.**

Ví dụ 2: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{m \cos x - 2}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $-2 < m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$.

B. $1 \leq m < 2$.

C. $-2 < m \leq 0$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-m^2 + 4}{(2 \cos x - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{(m^2 - 4) \sin x}{(2 \cos x - m)^2}$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y' < 0 \left(\forall x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \right) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ 2 \cos x \neq m \left(\forall x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. **Chọn A.**

Ví dụ 3: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$.

B. $m \leq 0$.

C. $1 \leq m < 2$

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-m + 2}{(m \cos x - 1)^2} \cdot \sin x$. Do đó $\sin x < 0 \left(\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \right)$.

Hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \Leftrightarrow \begin{cases} -m + 2 > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. **Chọn A.**

Ví dụ 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2 \cos x + 3}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $m > -3$.

B. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

C. $m < -3$.

D. $\begin{cases} -3 < m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \left(\frac{2 \cos x + 3}{2 \cos x - m} \right)' = \frac{(2m+6) \sin x}{(2 \cos x - m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2m+6) \sin x < 0 \\ x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2m+6 < 0 \Leftrightarrow m < -3$.

Mặt khác $\begin{cases} 2 \cos x - m \neq 0 \\ x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \cos x \\ \cos x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \end{cases} \Leftrightarrow m \notin (-1; 2) \Rightarrow m < -3$. **Chọn C.**

Ví dụ 5: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. **B.** $m \in (1; +\infty)$. **C.** $m \in (-\infty; 0)$. **D.** $m \in (-\infty; 1)$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-1+m}{(m \cot x - 1)^2} \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right)$

+ Với $m = 0 \Rightarrow y = 1 - \cot x \Rightarrow y' = \frac{1}{\sin^2 x} > 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

+ Với $m \neq 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ \cot x \neq \frac{1}{m} \left(\forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)\right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m > 0 \\ \frac{1}{m} \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ \begin{cases} \frac{1}{m} \leq 0 \\ \frac{1}{m} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

Kết hợp 2 trường hợp suy ra $m < 1$ là giá trị cần tìm. **Chọn D.**

Ví dụ 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{m \sin^2 x - 16}{\cos^2 x + m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $y = \frac{m \sin^2 x - 16}{\cos^2 x + m - 1} = \frac{m \sin^2 x - 16}{-\sin^2 x + m}$ (Do $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$)

Khi đó $y' = \frac{m^2 - 16}{(-\sin^2 x + m)^2} \cdot (\sin^2 x)' = \frac{m^2 - 16}{(-\sin^2 x + m)^2} \cdot 2 \sin x \cos x$

Do $2 \sin x \cos x > 0 \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right)$ do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16 < 0 \\ \sin^2 x \neq m \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ m \notin (0; 1) \end{cases}.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 7 giá trị của m . **Chọn C.**

Ví dụ 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{m\sqrt{1-x}-4}{\sqrt{1-x}-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

A. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

B. $-2 < m < 2$.

C. $\begin{cases} -2 < m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} -2 < m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{cases}$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{1-x} \Rightarrow t' = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}} < 0 \left(\forall x \in (0;1) \right)$ với $x \in (0;1) \Rightarrow t \in (0;1)$

Khi đó bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t) = \frac{mt-4}{t-m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq t \\ f'(t) = \frac{-m^2+4}{(t-m)^2} < 0 \left(\forall t \in (0;1) \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \\ m > 2 \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

Ví dụ 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\sqrt{1-5x}-2}{\sqrt{1-5x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{1}{5}\right)$.

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$

B. $m \leq 0$

C. $1 \leq m < 2$

D. $m > 2$

Lời giải

Đặt $t = \sqrt{1-5x} \Rightarrow t' = \frac{-5}{2\sqrt{1-5x}} < 0 \left(\forall x \in \left(0; \frac{1}{5}\right) \right)$ với $x \in \left(0; \frac{1}{5}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$

Khi đó bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq t \\ f'(t) = \frac{-m+2}{(t-m)^2} > 0 \end{cases} (\forall t \in (0;1)) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

Ví dụ 9: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = m(x^2 - 2x) - \frac{4}{3}(x-3)\sqrt{x-3} - x$ luôn đồng biến trên tập xác định.

A. $m \geq \frac{2}{3}$.

B. $m \geq \frac{1}{2}$.

C. $m \geq \frac{4}{3}$.

D. $m \geq \frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $y = m(x^2 - 2x) - \frac{4}{3}(x-3)\sqrt{x-3} - x \rightarrow y' = 2m(x-1) - 2\sqrt{x-3} - 1; \forall x \geq 3$

Đặt $t = \sqrt{x-3} \geq 0 \Rightarrow t' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} > 0 (\forall x > 3) \Leftrightarrow x = t^2 + 3$, khi đó $y' = f(t) = 2m(t^2 + 2) - 2t - 1$.

Để hàm số đồng biến trên tập xác định $f(t) > 0; \forall t \geq 0 \Leftrightarrow 2m(t^2 + 2) \geq 2t + 1; \forall t \geq 0$.

$\Leftrightarrow 2m \geq \frac{2t+1}{t^2+2}; \forall t \geq 0 \Rightarrow 2m \geq \max_{[0;+\infty)} g(t)$ với hàm số $g(t) = \frac{2t+1}{t^2+2}$

Mặt khác $g(t) - 1 = \frac{2t+1}{t^2+2} - 1 = -\frac{(t-1)^2}{t^2+2} \leq 0 \Leftrightarrow g(t) \leq 1 \Rightarrow \max_{[0;+\infty)} g(t) = 1$

Vậy $2m \geq 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Loại 2: Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số hợp cho trực tiếp

Phương pháp giải:

Công thức đạo hàm của hàm hợp $[f(u)]' = f'(u) \cdot u'$.

Lập bảng xét dấu y' của hàm số đã cho và kết luận.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(2x-1)(x+1)$ trên $\mathbb{R}$.

a) Tìm khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(1-2x)$.

b) Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $h(x) = f(x+3)$.

Lời giải

a) Ta có: $g'(x) = [f(1-2x)]' = f'(1-2x) \cdot (1-2x)' = -2(1-2x-1)^2 [2(1-2x)-1] (1-2x+1)$

$\Rightarrow g'(x) = -8x^2(1-4x)(2-2x) = -16x^2(4x-1)(x-1)$

Bảng xét dấu cho $g'(x)$.

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

b) Ta có: $h'(x) = [f(x+3)]' = f'(x+3) \cdot (x+3)' = (x+3-1)^2 [2(x+3)-1] (x+3+1)$

$$\Rightarrow h'(x) = (x+2)^2 (2x+5)(x+4) < 0$$

Bảng xét dấu cho $h'(x)$

x	$-\infty$		-4		$-\frac{5}{2}$		-2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số $h(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-4; -\frac{5}{2}\right)$.

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)$.

a) Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$.

b) Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $h(x) = f(1-x) + \frac{3x^2}{2} - 5x + 1$.

Lời giải

a) Ta có: $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot (x^2 - 2 + 1)(x^2 - 2 - 2) = 2x \cdot (x^2 - 1)(x^2 - 4)$.

Bảng xét dấu cho $g'(x)$.

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$; $(1; 1)$ và $(2; +\infty)$. Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(1; 2)$.

b) Ta có: $h'(x) = [f'(1-x)] + 3x - 5 = -f'(1-x) + 3x - 5 = -(1-x+1)(1-x-2) + 3x - 5$
 $= (x-2)(-1-x) + 3x - 5 = -x^2 + 4x - 3 = -(x-1)(x-3)$.

Bảng xét dấu cho $h'(x)$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
-----	-----------	--	-----	--	-----	--	-----------

$$h'(x) \quad \begin{array}{c|cccc} & - & 0 & + & 0 & - \\ \hline \end{array}$$

Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = x^2 - x$.

a) Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $g(x) = f(2x+1) - 12x$.

b) Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $h(x) = f(x^2) + \frac{16x^3}{3} - 16x + 2$.

Lời giải

a) Ta có: $g'(x) = 2f'(2x+1) - 12 = 2 \cdot [(2x+1)^2 - (2x+1)] - 12$

$$= 2(4x^2 + 2x - 6) = 4(2x+3)(x-1)$$

Bảng xét dấu cho $g'(x)$.

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$		1		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	-	0	+

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -\frac{3}{2})$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\frac{3}{2}; 1)$.

b) Ta có: $h'(x) = 2x \cdot f'(x^2) = 2x(x^4 - x^2) + 16x^2 - 16 = 2x^3(x^2 - 1) + 16(x^2 - 1) = 2(x^2 - 1)(x^3 + 8)$

Bảng xét dấu cho $h'(x)$.

x	$-\infty$	-2		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-1; 1)$.

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(2x-5) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm khoảng đồng biến của

hàm số $y = f(x^2 + 2) - \frac{1}{2}x^4 + 2$

A. $(-1;1)$.

B. $(0;2)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(-3;0)$.

Lời giải

Ta có: $y = f(x^2 + 2) - \frac{1}{2}x^4 + 2 \Rightarrow y' = 2x \cdot f'(x^2 + 2) - 2x^3 = 2x \cdot x^2(2x^2 + 4 - 5) - 2x^3$

$$= 2x^3(2x^2 - 2) = 4x^3(x-1)(x+1).$$

Bảng xét dấu cho y' .

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. **Chọn C.**

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)^2(2x-1)$ trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x) = f(x+2)$. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây:

- A. $(-\infty; -2)$. B. $\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$. C. $\left(2; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } g'(x) &= [f(x+2)]' = (x+2)^3(x+2-1)^2[2(x+2)-1] \\ &= (x+2)^3(x+1)^2(2x+3) < 0 \Leftrightarrow (x+2)(2x+3) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < -\frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$. **Chọn B.**

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 + x)(x-2)^2$ trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x) = f(x^2 - 1)$. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = (x^2 + x)(x-2)^2 = x(x+1)(x-2)^2$$

$$\text{Khi đó } g'(x) = [f(x^2 - 1)]' = (x^2 - 1)' \cdot f'(x^2 - 1)$$

$$= 2x(x^2 - 1) \cdot x^2 [(x^2 - 1) - 2]^2 > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$. **Chọn A.**

Ví dụ 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$, biết rằng $f'(x) = x^2 + x$, hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có công thức đạo hàm của hàm hợp } [f(u)]' = f'(u) \cdot u'(x).$$

Do đó $\left[f(x^2 - 1) \right]' = f'(x^2 - 1) \cdot 2x = 2(x^2 - 1)x^3$.

Vẽ bảng xét dấu ta có: $\left[f(x^2 - 1) \right]' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$.

Do đó hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn A.**

Ví dụ 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Hỏi hàm số $y = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; 4)$. D. $(-2; 1)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{5x}{x^2+4} \right)' = 5 \cdot \frac{x^2+4-2x^2}{(x^2+4)^2} = 5 \cdot \frac{4-x^2}{(x^2+4)^2}$.

Xét hàm số: $y = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right) \Rightarrow y' = 5 \cdot \frac{4-x^2}{(x^2+4)^2} \cdot \frac{5x}{x^2+4} \left(\frac{5x}{x^2+4} - 1 \right) \left(\frac{5x}{x^2+4} - 2 \right) > 0$

$\Leftrightarrow (4-x^2)x(5x-2x^2-8) > 0 \Leftrightarrow (x+2)x(x-2)(2x^2-5x+8) > 0$

$\Leftrightarrow (x+2)x(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x < 0 \end{cases}$.

Vậy hàm số $y = f\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ nên nó đồng biến trên khoảng $(2; 4)$.

Chọn C.

Ví dụ 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + x - 2 \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x^2) - 18x^2 + 2$

- A. $(0; 1)$. B. $(-2; 0)$. C. $(1; 3)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y = f(x^2) - 18x^2 + 2 \Rightarrow y' = 2x \cdot f'(x^2) - 36x = 2x \cdot [f'(x^2) - 18]$

$\Leftrightarrow 2x(x^4 + x^2 - 2 - 18) = 2x(x^2 - 4)(x^2 + 5)$.

Bảng xét dấu cho y'

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **Chọn A.**

Ví dụ 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x^2-4)$. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(1; 4)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2(x-1)(x^2-4) = x^2(x-1)(x-2)(x+2)$.

Khi đó: $y = f(2-x) \Rightarrow y' = -(2-x)^2(1-x)(-x)(4-x) = (x-2)^2 x(x-1)(x-4) > 0$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x-4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 1 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$. **Chọn B.**

Ví dụ 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x^2+x)$. Hàm số $g(x) = f(x^2+2x) + \frac{x^4}{2} + 2x^3 + 2x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-4; -3)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = (x+3)(x^2+x)$; $g'(x) = (2x+2).f'(x^2+2x) + 2x^3 + 6x^2 + 4x$

$$= 2(x+1)(x^2+2x+3)(x^2+2x)(x^2+2x+1) + 2x(x^2+3x+2)$$

$$= 2x(x+1)(x+2)\left[(x^2+2x+3)(x^2+2x+1)+1\right]$$

Do $x^2+2x+1 = (x+1)^2 \geq 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$) nên $(x^2+2x+3)(x^2+2x+1)+1 > 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$)

$$\text{Do đó } g'(x) > 0 \Leftrightarrow x(x+1)(x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -2 < x < -1 \end{cases}.$$

Vậy $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn A.**

Ví dụ : Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x)f''(x) = x(x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(x).f'(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } g'(x) = [f(x).f'(x)]' = f(x).f''(x) + f'^2(x) = x(x-1)(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 0 < x < 1 \end{cases}.$$

Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ nên nó đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. **Chọn C.**

Ví dụ : Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x^2 + mx + 16)$. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(4-x)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$?

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Ta có: $y = f(4-x) \Rightarrow y' = -(4-x)(3-x)^2(t^2 + mt + 16)$ với $t = 4-x$, $x > 4 \Rightarrow t < 0$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty) \Leftrightarrow (x-4)(x-3)^2[t^2 + mt + 16] \geq 0 (\forall x \in (4; +\infty))$

$$\Leftrightarrow t^2 + mt + 16 \geq 0 (\forall t < 0) \Leftrightarrow t^2 + 16 \geq -mt (\forall t < 0) \Leftrightarrow -t + \frac{-16}{t} \geq m (\forall t < 0)$$

$$\Leftrightarrow \min_{(-\infty; 0)} g(t) \geq m, \text{ với } g(t) = -t - \frac{16}{t}$$

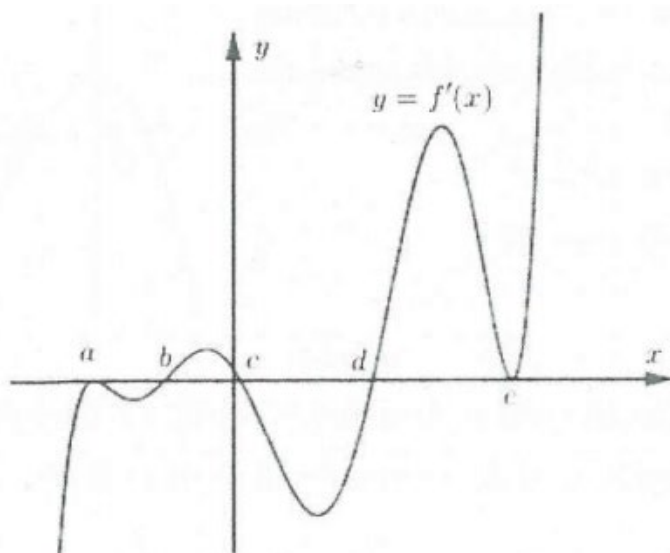
Mặt khác theo BĐT AM – GM ta có: $g(t) \geq 2\sqrt{-t \cdot \left(\frac{-16}{t}\right)} = 8 \Rightarrow m \leq 8$ là giá trị cần tìm.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow$ có 8 giá trị nguyên dương của m . **Chọn B.**

Loại 3: Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số hợp cho qua bảng biến thiên hoặc đồ thị.

Phương pháp giải:

Giả sử giả thiết bài toán cho đồ thị hàm $f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ như hình vẽ dưới đây.



▪ Đối với bài toán tìm khoảng đồng biến nghịch biến của hàm số $y = f(x)$ ta dựa đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ để tìm khoảng đồng biến nghịch biến.

▪ Đối với bài toán tìm khoảng đồng biến nghịch biến của hàm hợp $y = f(u)$ ta làm như sau:

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua các điểm $x=b, x=c, x=d$ và $f'(x)$ bằng không nhưng không đổi dấu tại các điểm $x=a, x=e$ nên ta có thể thiết lập biểu thức đạo hàm:

$$f'(x) = k(x-a)^2(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)^2$$

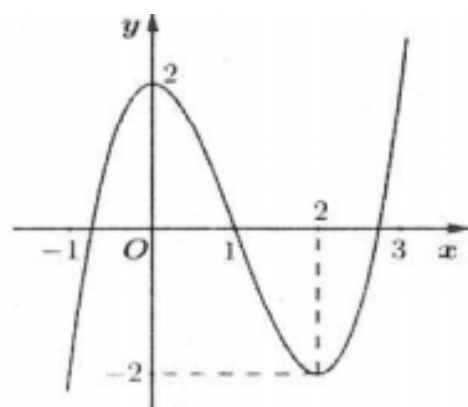
Trong đó hệ số $k > 0$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) > 0$ và $k < 0$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) < 0$.

Trong hình vẽ trên ta thấy $k > 0$ (vì khi $x \rightarrow +\infty$ thì $f'(x) > 0$ nên ta có thể giả sử:

$f'(x) = (x-a)^2(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)^2$ từ đó suy ra đạo hàm của hàm hợp $[f(u)]' = u' \cdot f'(u)$. Từ đó lập bảng xét dấu và kết luận.

Ví dụ 1: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 2)$.
- B. $(1; 3)$.
- C. $(-1; 1)$.
- D. $(-\infty; 2)$.



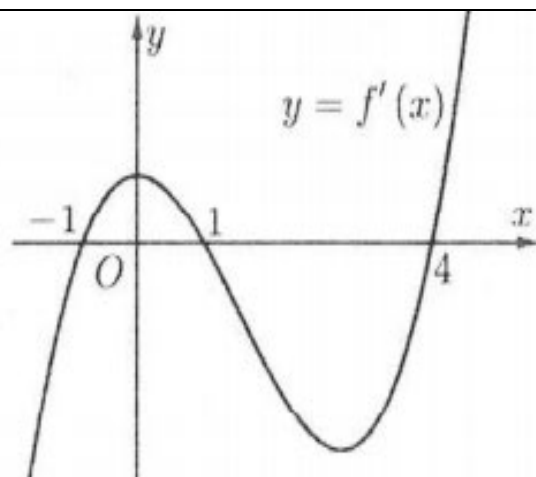
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $1 < x < 3$ thì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm ở dưới trục hoành nên $f'(x) < 0 \Rightarrow$ hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$. **Chọn B.**

Ví dụ 2: [Đề thi minh họa của Bộ GD&ĐT năm 2018]

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 3)$.
- B. $(2; +\infty)$.
- C. $(-2; 1)$.
- D. $(-\infty; -2)$.



Lời giải

Cách 1: Giả sử $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-4)$ ta có: $[f(2-x)]' = f'(2-x) \cdot (2-x)'$
 $= -f'(2-x) = -(2-x+1)(2-x-1)(2-x-4) = (x-3)(x-1)(x+2) > 0$.

Bảng xét dấu $[f(2-x)]'$

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

Cách 2: Ta có: $[f(2-x)]' = f'(2-x) \cdot (2-x)' = -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$

Dựa vào đồ thị ta có: $f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2;1)$. **Chọn C.**

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2;0)$. B. $(2;+\infty)$. C. $(0;2)$. D. $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta có thể giả sử $f'(x) = -(x+2)x(x-2)$

(**Chú ý:** Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) < 0$ nên ta chọn $k = -1$).

Khi đó $y = f(x^2 - 2) \Rightarrow y' = -2x \cdot x^2 (x^2 - 2)(x^2 - 4) < 0$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x+\sqrt{2})x(x-\sqrt{2})(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 0 < x < \sqrt{2} \\ -2 < x < -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **Chọn B.**

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;0)$. B. $(4;6)$. C. $(-1;5)$. D. $(0;4)$.

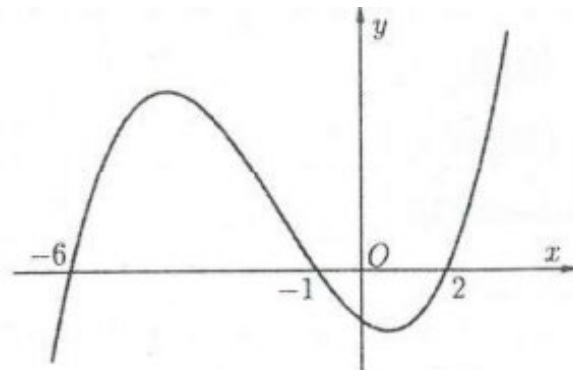
Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta giả sử $f'(x) = (x+1)(x-3)$.

Khi đó $y = f(3-x) \Rightarrow y' = -(3-x+1)(3-x-3) = -(4-x)(-x) > 0 \Leftrightarrow x(x-4) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Do đó hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$. **Chọn D.**

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số $y = f(3-x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(0;1)$.
- B. $(-1;0)$.
- C. $(2;3)$.
- D. $(-2;-1)$.

Lời giải

Giả sử $f'(x) = (x+6)(x+1)(x-2)$, ta có: $y = f(3-x^2) \Rightarrow y' = -2x.f'(3-x^2)$.

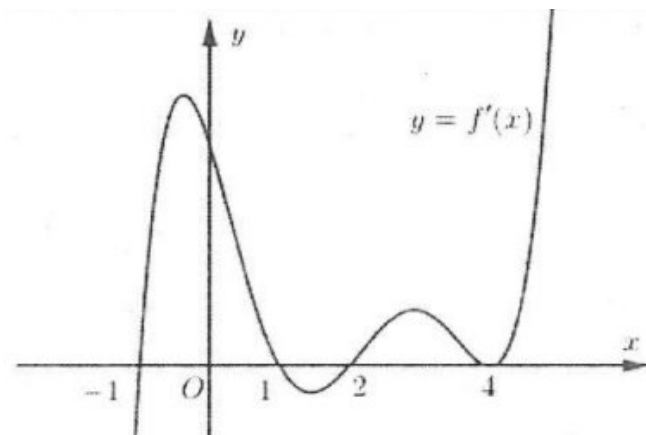
$$= -2x.(3-x^2+6)(3-x^2+1)(3-x^2-2) = 2x(x^2-9)(x^2-4)(x^2-1)$$

Bảng xét dấu cho y' :

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **Chọn B.**

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-1;0)$.
- B. $(-\infty;0)$.
- C. $(0;1)$.
- D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Giả sử $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-2)(x-4)^2$

Suy ra $g'(x) = f'(1-2x) \cdot (1-2x)' = (2-2x)(-2x)(-1-2x)(-3-2x)^2 \cdot (-2) > 0$

$\Leftrightarrow (x-1)x(2x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -\frac{1}{2} < x < 1 \end{cases} \Rightarrow$ hàm số $g(x) = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn D.

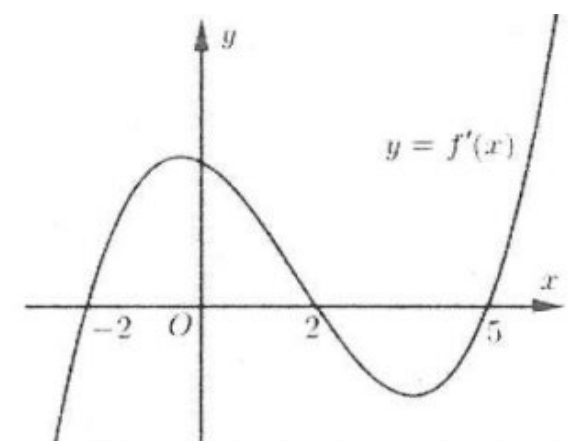
Ví dụ 7: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; +\infty)$.



Lời giải

Giả sử $f'(x) = (x+2)(x-2)(x-5)$

Ta có $g'(x) = f'(3-2x) \cdot (3-2x)' = (5-2x)(1-2x)(-2-2x) \cdot (-2) < 0$.

$\Leftrightarrow (2x-5)(2x-1)(x+1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **Chọn C.**

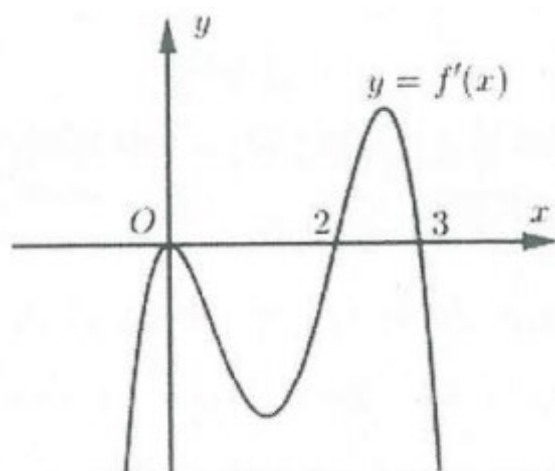
Ví dụ 8: Cho hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x^2 - 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; 2)$.



Lời giải

Giả sử $f'(x) = -x^2(x-2)(x-3)$

Ta có $\left[f(x^2 - 2x + 3) \right]' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x + 3)$.

$$\Leftrightarrow -(2x - 2)(x^2 - 2x + 3)^2 \cdot (x^2 - 2x + 1) \cdot (x^2 - 2x) < 0 \Leftrightarrow (2x - 2)x(x - 2) < 0 \begin{cases} x > 2 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(x^2 - 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. **Chọn B.**

Ví dụ 9: Cho hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên.

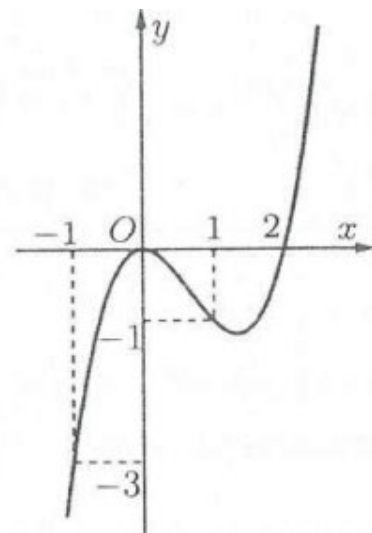
Hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2 + 4x - 2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1), (1; 2)$.

B. $(-1; 1), (2; +\infty)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(-\infty; -1), (2; +\infty)$.

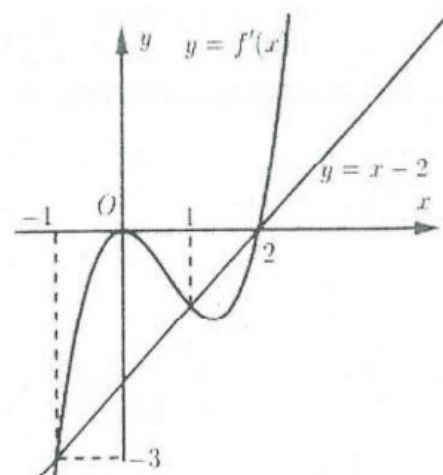


Lời giải

Ta có: $g'(x) = 2f'(x) - 2x + 4 > 0 \Leftrightarrow f'(x) > x - 2$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = x - 2$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy , ta thấy với $x > 2$ hoặc $-1 < x < 1$ thì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm trên đường thẳng $y = x - 2$.

$$\text{Vậy nên } f'(x) > x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -1 < x < 1 \end{cases}$$



Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1; 1)$,

$(2; +\infty)$. **Chọn B.**

Ví dụ 10: [Đề thi minh họa Bộ GD&ĐT năm 2019] Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = 3f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3f'(x+2) - 3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x+2) = x^2 - 1 (*)$

Đặt $t = x + 2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow f'(t) = (t-2)^2 - 1 = t^2 - 4t + 3$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $t \in (1; 2) \longrightarrow f'(t) > 0$

Và $t^2 - 4t + 3 < 0; \forall t \in (1; 2)$ suy ra $f'(t) > t^2 - 4t + 3 \Leftrightarrow 1 < t < 2$.

Do đó $y' > 0 \Leftrightarrow 1 < x + 2 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 0$. Vậy hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$. **Chọn C.**

Ví dụ 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đạo hàm $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-

Hàm số $y = f(x+1) - \frac{x^3}{3} + x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 3)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(3; 4)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Ta có: $y' = f'(x+1) - x^2 + 1$.

Đặt $t = x + 1$, khi đó $y' = f'(t) - (t-1)^2 + 1 = f'(t) - t^2 + 2t$.

Để hàm số nghịch biến thì $y' < 0$

Ta chọn t sao cho: $\begin{cases} f'(t) < 0 \\ -t^2 + 2t < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(t) < 0 \\ t > 2 \\ t < 0 \end{cases} \Leftrightarrow t \in (2; 3) \Rightarrow x \in (1; 2)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. **Chọn B.**

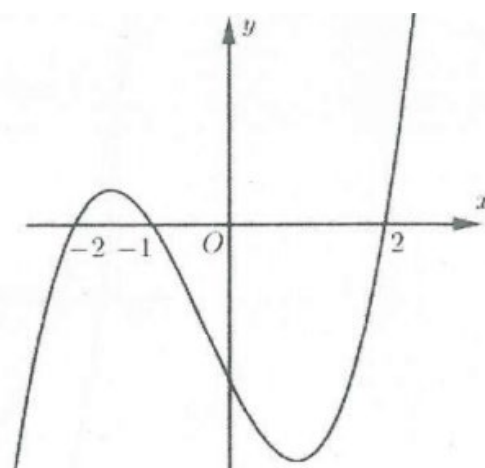
Ví dụ 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới và hàm số $g(x) = f(x^2 + x + 2)$. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $(-4; -2)$.



Lời giải

Giả sử $f'(x) = (x+2)(x-2)(x+1)$

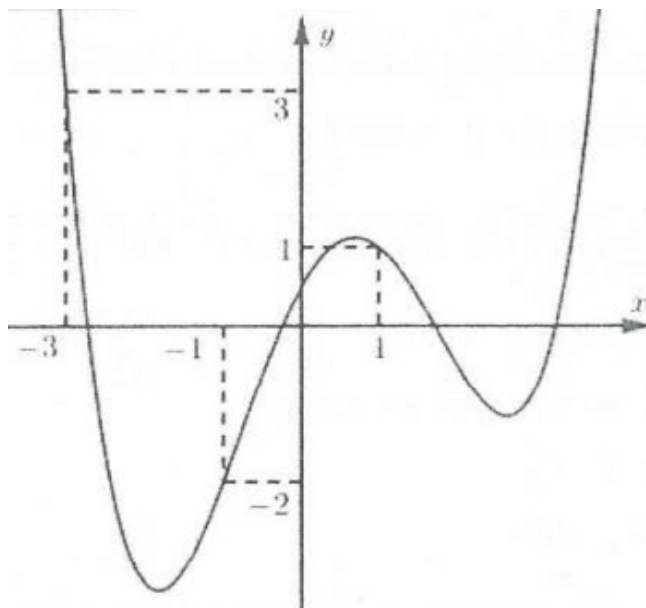
Khi đó $g'(x) = \left[f(x^2 + x + 2) \right]' = (x^2 + x + 2)' \cdot f'(x^2 + x + 2)$

$$= (2x+1)(x^2+x+4)(x^2+x)(x^2+x+3) > 0 \Leftrightarrow (2x+1)x(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -1 < x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **Chọn B.**

Ví dụ : Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

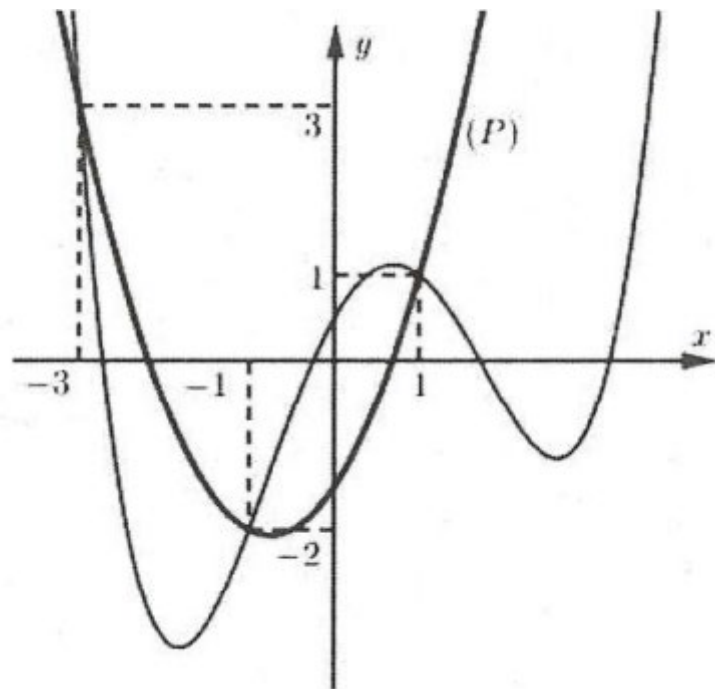
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.



Lời giải

Khẳng định 1 đúng. Ta có: $g'(x) = \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \right) - f'(x) = 0$

Parabol $y = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = h(x)$ đi qua 3 điểm $(-3; 3)$, $(-1; 2)$ và $(1; 1)$.



Dựa vào sự tương giao của hai đồ thị ta có: $g'(x) = h(x) - f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $f'(x) < x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \Rightarrow g'(x) > 0$ do đó ta có bảng xét dấu.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. **Chọn C.**

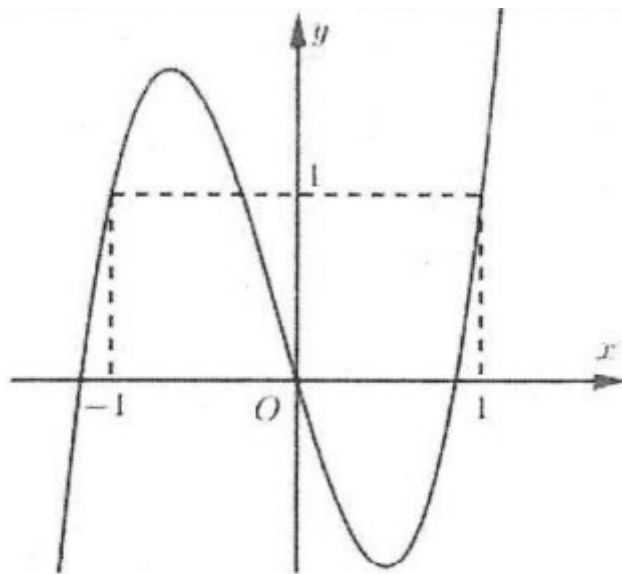
Ví dụ 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm

$f'(x)$ như hình vẽ.

Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 2018$ nghịch biến trên

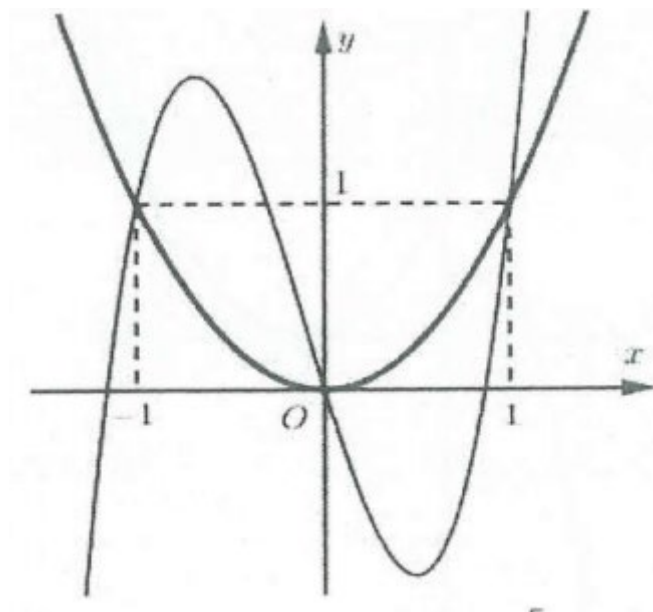
khoảng nào sau đây.

- A. $(-1; 1)$.
- B. $(-1; 0)$.
- C. $(0; 2)$.
- D. $(-2; -1)$.



Lời giải

Ta có: $g'(x) = f'(x) - x^2$, parabol $y = x^2$ cũng đi qua các điểm $(-1;1)$, $(0;0)$, $(1;1)$ nằm trên đồ thị (Parabol $y = x^2$ có đồ thị đậm hơn trong hình vẽ dưới).



Dựa vào sự tương giao của hai đồ thị ta có $f'(x) - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}, x \rightarrow -\infty \Rightarrow f'(x) < x^2$.

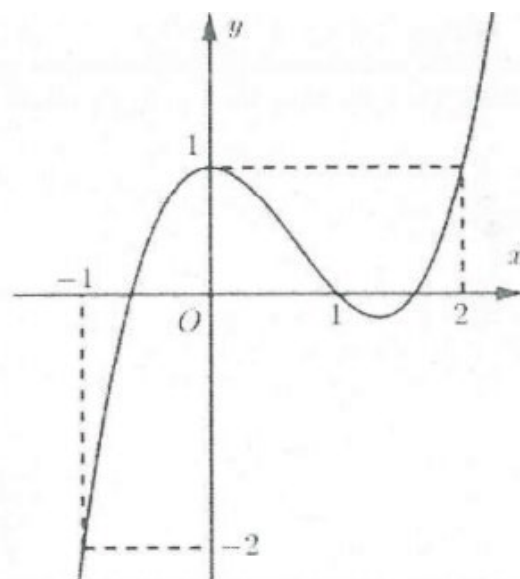
Từ đó, ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

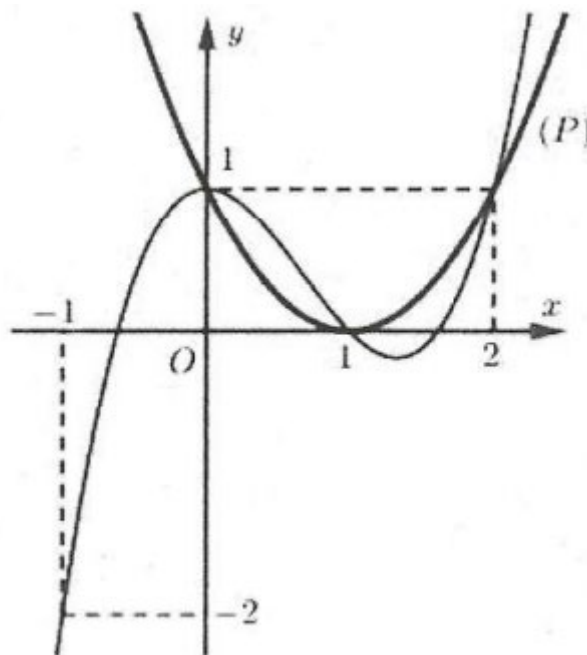
Ví dụ 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây.

- A. $(0;1)$.
- B. $(1;2)$.
- C. $(-1;1)$.
- D. $(2;+\infty)$.



Lời giải

Ta có: $g'(x) = f'(x) - x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (x-1)^2$.



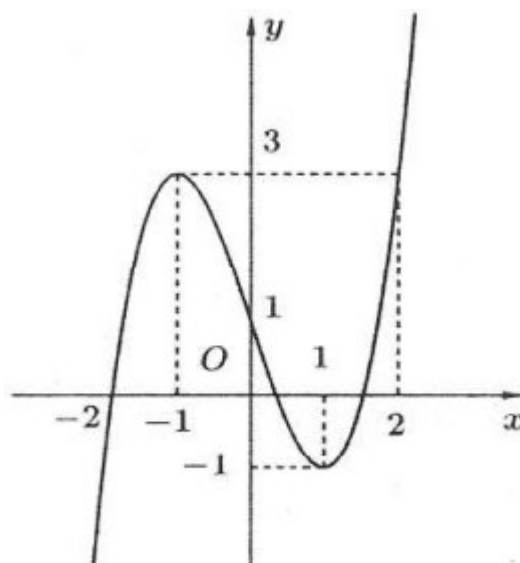
Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Parabol $y = (x-1)^2$ ta có:

$$f'(x) = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Từ đó ta có bảng xét dấu của } g'(x) \text{ như sau:}$$

x	$-\infty$	0			1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. **Chọn B.**

Ví dụ 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(x^2 - 2x + 1) + 2018$ **giảm** trên khoảng

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x) \Rightarrow f'(x)$ đổi dấu khi qua các điểm $x = -1$; $x = 1$.

Giả sử $f'(x) = k(x+1)(x-1)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) > 0 \Rightarrow k > 0$ ta có:

$$y = f(x^2 - 2x + 1) + 2018 \Rightarrow y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x + 1) = k(2x - 2)(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x)$$

$$= 2k(x-1)x(x-2) \cdot [(x-1)^2 + 1] < 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < 0 \end{cases}.$$

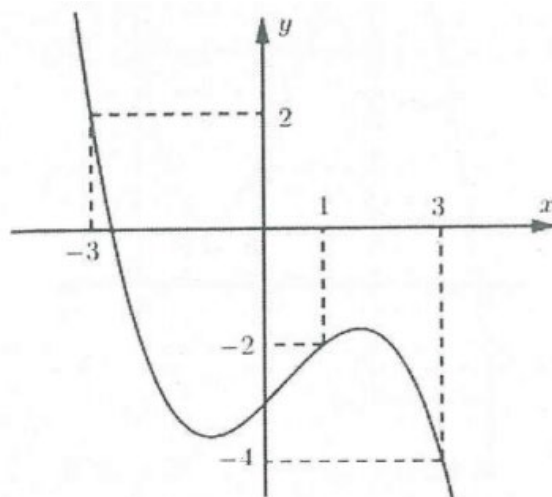
Do đó hàm số giảm trên khoảng $(1; 2)$. **Chọn D.**

Ví dụ 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm

$$y = f'(x) \text{ như hình vẽ. Hàm số } g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$$

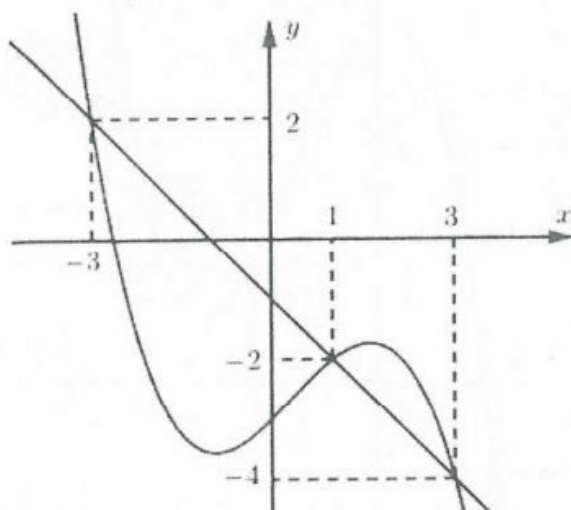
đồng biến trên khoảng nào sau đây.

- A. $(-3; 1)$.
B. $(1; 3)$.
C. $(-\infty; 3)$.
D. $(3; +\infty)$.



Lời giải

Ta có: $g'(x) = 2f'(x) + 2(x+1) = 2[f'(x) - (-x-1)] > 0 \Leftrightarrow f'(x) > -x-1$.



Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = -x - 1$ ta có $f'(x) = -x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

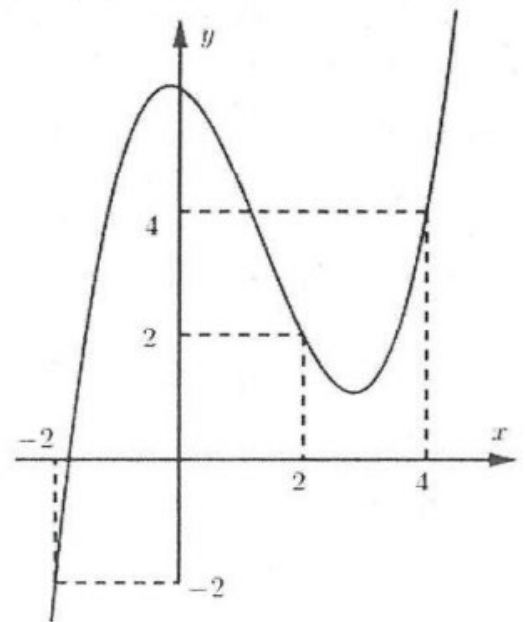
Dễ thấy khi $x \rightarrow +\infty$ thì $-x - 1 > f'(x) \Rightarrow g'(x) < 0$ ta có bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$			
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ và $(1; 3)$. **Chọn B.**

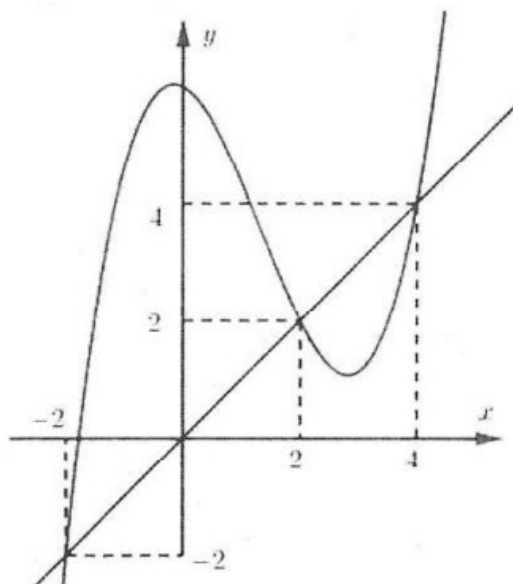
Ví dụ 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây.

- A. $(-\infty; -2)$.
- B. $(2; 4)$.
- C. $(-2; 2)$.
- D. $(2; +\infty)$.



Lời giải

Ta có: $h'(x) = 2f'(x) - 2x = 2[f'(x) - x] > 0 \Leftrightarrow f'(x) > x$



Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = x$ ta có $f'(x) = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$.

Lập bảng xét dấu cho $h'(x)$

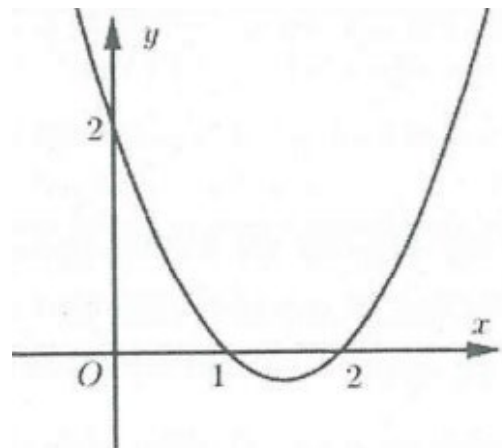
x	$-\infty$	-2	2	4	$+\infty$			
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$. **Chọn C.**

Ví dụ 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ là

Parabol như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(1 - x^2) + 6x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(\sqrt{2}; +\infty)$.
C. $(-\sqrt{2}; 0)$. D. $(1; \sqrt{2})$.



Lời giải

Giả sử $f'(x) = k(x-1)(x-2)$, do $f'(0) = 2 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow f'(x) = (x-1)(x-2)$.

Khi đó: $y = f(1 - x^2) + 6x^2 \Rightarrow y' = -2x(1 - x^2 - 1)(1 - x^2 - 2) + 12x$

$$= -2x[x^2(x^2 - 1) - 6] = -2x(x^2 - 3)(x^2 + 2)$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0; \sqrt{3})$ và $(-\infty; -\sqrt{3})$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(1; \sqrt{2})$. **Chọn D.**

Ví dụ 20: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

Bất phương trình $f(x) > x^3 - x^2 - 3x + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m < f(-1) - 1$.

B. $m < f(-1) - 1$.

C. $m \leq f(1) + 3$.

D. $m < f(1) + 3$.

Lời giải

Bất phương trình $f(x) > x^3 - x^2 - 3x + m \Leftrightarrow f(x) - (x^3 - x^2 - 3x) > m \ (\forall x \in (-1; 1))$.

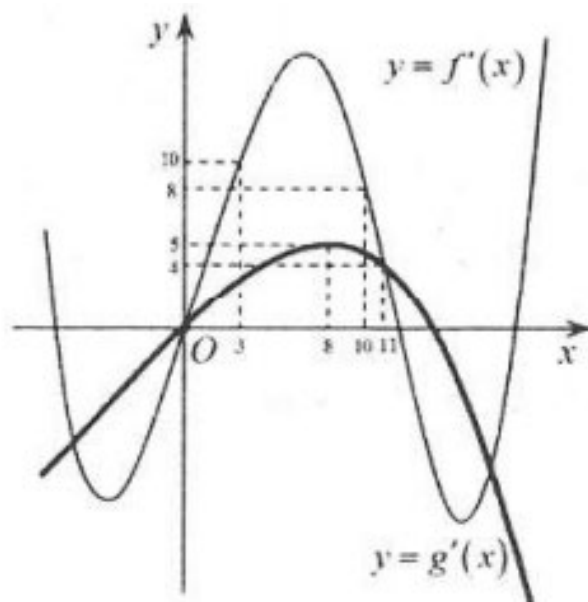
Xét $g(x) = f(x) - (x^3 - x^2 - 3x) \Rightarrow g'(x) = f'(x) - (3x^2 - 2x - 3)$

Do Parabol $y = 3x^2 - 2x - 3$ đi qua 2 điểm $(-1; 2)$ và $(1; -2)$ nên ta thấy

$f'(x) \geq 3x^2 - 2x - 3 \ (\forall x \in (-1; 1))$ suy ra hàm số $g(x) = f(x) - (x^3 - x^2 - 3x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên $g(x) > g(-1) \ (\forall x \in (-1; 1))$.

Suy ra $m \leq f(-1) - 1$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Ví dụ 21: [Đề thi THPT Quốc gia 2018] Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+6) - g\left(2x + \frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{21}{5}; +\infty\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

C. $\left(3; \frac{21}{5}\right)$.

D. $\left(4; \frac{17}{4}\right)$.

Lời giải

Ta có: $h'(x) = f'(x+6) - 2g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) > 0$

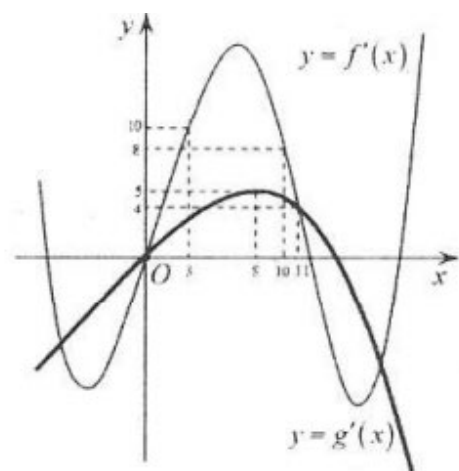
Trên đoạn $[3; 8]$, ta được $\min_{[3; 8]} f'(x) = f(3) = 10; \max_{[3; 8]} g'(x) = g(8) = 5$.

Do đó $f'(x) - 2g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 2g'(x); \forall x \in (3; 8)$

Nếu $\begin{cases} 3 < x+6 < 8 \\ 3 < 2x + \frac{5}{2} < 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{4} < x < 2$ thì $f'(x+6) > 2g'\left(2x + \frac{5}{2}\right) \Rightarrow h'(x) > 0$ trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 2\right)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; 2\right)$. **Chọn B.**

Ví dụ 22: [Đề thi THPT Quốc gia 2018] Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+3) - g\left(2x - \frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$. B. $\left(7; \frac{29}{4}\right)$. C. $\left(6; \frac{36}{5}\right)$. D. $\left(\frac{36}{5}; +\infty\right)$

Lời giải

Ta có: $h'(x) = f'(x+3) - 2g'\left(2x - \frac{7}{2}\right) > 0$

Trên đoạn $[3; 8]$, ta được $\min_{[3; 8]} f'(x) = f(3) = 10$; $\max_{[3; 8]} g'(x) = g(8) = 5$.

Do đó $f'(x) - 2g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 2g'(x); \forall x \in (3; 8)$

Nếu $\begin{cases} 3 < x+3 < 8 \\ 3 < 2x - \frac{7}{2} < 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{13}{4} < x < 5$ thì $f'(x+3) > 2g'\left(2x - \frac{7}{2}\right) \Rightarrow h'(x) > 0$ trên khoảng $\left(\frac{13}{4}; 5\right)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{13}{4}; 4\right)$. **Chọn A.**

DẠNG 4: ỨNG DỤNG TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ TRONG BÀI TOÁN VỀ PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

▪ **Bài toán 1:** Giải phương trình $h(x) = g(x)$

Biến đổi và vận dụng kết quả: Nếu hàm số $f(t)$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên D thì phương trình $f(t) = 0$ có tối đa một nghiệm và với mọi $u, v \in D$ thì $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.

▪ **Bài toán 2:** Giải bất phương trình $h(x) < g(x)$

Biến đổi bất phương trình về dạng $f(u) < f(v)$ và sử dụng kết quả:

Hàm số $f(t)$ đồng biến trên D thì $u, v \in D$ ta có $f(u) < f(v) \Leftrightarrow u < v$.

Hàm số $f(t)$ nghịch biến trên D thì $u, v \in D$ ta có $f(u) < f(v) \Leftrightarrow u > v$.

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^3 - 3x^2 + 6x + 11} - \sqrt{5 - x} = 2\sqrt{3}$.

$$\text{b) } (2x^2 + 1 + 2\sqrt{3-x})x - 7\sqrt{3-x} = 0.$$

Lời giải

$$\text{a) Điều kiện } \begin{cases} 2x^3 - 3x^2 + 6x + 11 \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases} (D).$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \sqrt{2x^3 - 3x^2 + 6x + 11} - \sqrt{5-x}; x \in (D).$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{3x^2 - 3x + 3}{\sqrt{2x^3 - 3x^2 + 6x + 11}} + \frac{1}{2\sqrt{5-x}} > 0, \forall x \in (D) \text{ nên hàm số đồng biến trên } D.$$

$$\text{Phương trình đã cho trở thành } f(x) = 2\sqrt{3} = f(2) \Rightarrow x = 2. \text{ Thử lại thu được nghiệm duy nhất } x = 2.$$

$$\text{b) Điều kiện } x \leq 3. \text{ Phương trình đã cho tương đương với}$$

$$2x^3 + x = (7-2x)\sqrt{3-x} \Leftrightarrow 2x^3 + x = 2(3-x)\sqrt{3-x} + \sqrt{3-x} \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 2t^3 + t; t \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(t) = 6t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}, \text{ vậy hàm số liên tục và đồng biến.}$$

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow f(x) = f(\sqrt{3-x}) \Leftrightarrow x = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 + x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}.$$

$$\text{Kết luận phương trình đề bài có nghiệm duy nhất } x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}.$$

Ví dụ 2: Giải các phương trình sau

$$\text{a) } \sqrt{\frac{6}{3-x}} + \sqrt{\frac{8}{2-x}} = 6.$$

$$\text{b) } \sqrt{5x^3-1} + \sqrt[3]{2x-1} + x = 4.$$

Lời giải

$$\text{a) Điều kiện } x < 2. \text{ Xét hàm số } f(x) = \sqrt{\frac{6}{3-x}} + \sqrt{\frac{8}{2-x}} - 6, x \in (-\infty; 2), \text{ ta có:}$$

$$f'(x) = \frac{3\sqrt{3-x}}{(3-x)^2\sqrt{6}} + \frac{4\sqrt{2-x}}{(2-x)^2\sqrt{8}} > 0, \forall x \in (-\infty; 2).$$

$$\text{Suy ra hàm số } f(x) \text{ liên tục và đồng biến trên miền } (-\infty; 2).$$

$$\text{Mặt khác } f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \text{ nên phương trình } f(x) = 0 \text{ có duy nhất nghiệm } x = \frac{3}{2}. \text{ Kết luận } S = \left\{\frac{3}{2}\right\}.$$

$$\text{b) Điều kiện } 5x^3 \geq 1.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \sqrt{5x^3-1} + \sqrt[3]{2x-1} + x; x \in \left[\sqrt[3]{\frac{1}{5}}; +\infty\right).$$

Ta có $f'(x) = \frac{15x^2}{2\sqrt{5x^3-1}} + \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x-1)^2}} > 0, \forall x \in \left[\sqrt[3]{\frac{1}{5}}; +\infty\right)$ nên hàm số đồng biến trên $\left[\sqrt[3]{\frac{1}{5}}; +\infty\right)$.

Bài toán trở thành $f(x) = f(1) \Leftrightarrow x = 1$. Kết luận tập nghiệm $S = \{1\}$.

Ví dụ 3: Giải phương trình

a) $x^3 - 6x^2 + 12x - 7 = \sqrt[3]{-x^3 + 9x^2 - 19x + 11}$.

b) $x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = (3x + 2)\sqrt{3x + 1}$.

Lời giải

a) Điều kiện $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2(x + 1) = -x^3 + 9x^2 - 19x + 11 + 2\sqrt[3]{-x^3 + 9x^2 - 19x + 11}$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^3 + 2(x - 1) = -x^3 + 9x^2 - 19x + 11 + 2\sqrt[3]{-x^3 + 9x^2 - 19x + 11} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t$ ta có $f'(t) = 3t^2 + 2 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Do vậy hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó

$$(*) \Leftrightarrow f(x - 1) = f\left(\sqrt[3]{-x^3 + 9x^2 - 19x + 11}\right) \Leftrightarrow x - 1 = \sqrt[3]{-x^3 + 9x^2 - 19x + 11}$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = -x^3 + 9x^2 - 19x + 11 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x \in \{1; 2; 3\}.$$

Kết luận tập hợp nghiệm $S = \{1; 2; 3\}$.

b) Điều kiện $x \geq -\frac{1}{3}$. Phương trình đã cho tương đương với

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + x + 1 = (3x + 1 + 1)\sqrt{3x + 1} \Leftrightarrow (x + 1)^3 + x + 1 = (3x + 1)\sqrt{3x + 1} + \sqrt{3x + 1}$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t, t \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, hàm số liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Thu được } f(x + 1) = f(\sqrt{3x + 1}) \Leftrightarrow x + 1 = \sqrt{3x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + 2x + 1 = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{0; 1\}$$

Đối chiếu điều kiện, kết luận phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 0; x = 1$.

Ví dụ 4: Giải phương trình $\frac{x^2 + 3x - 4}{\sqrt{2x + 1} + 2} = (2x + 2)(\sqrt{x + 3} - 2)$ trên tập số thực.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$, ta có phương trình đã cho

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+4)}{\sqrt{2x+1}+2} = \frac{(x-1)(2x+2)}{\sqrt{x+3}+2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ \frac{(x+4)}{\sqrt{2x+1}+2} = \frac{(2x+2)}{\sqrt{x+3}+2} \end{cases} \quad (*)$$

Giải phương trình (*), chúng ta có

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \frac{x+3+1}{\sqrt{2x+1}+2} = \frac{2x+1+1}{\sqrt{x+3}+2} \Leftrightarrow (x+3+1)(\sqrt{x+3}+2) = (2x+1+1)(\sqrt{2x+1}+2) \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x+3})^3 + 2(\sqrt{x+3})^2 + \sqrt{x+3} = (\sqrt{2x+1})^3 + 2(\sqrt{2x+1})^2 + \sqrt{2x+1} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t^2 + t$, với điều kiện $t \geq 0$ vì $\begin{cases} \sqrt{x+3} \geq 0 \\ \sqrt{2x+1} \geq 0 \end{cases}$, có

$f'(t) = 3t^2 + 4t + 1 > 0, \forall t \geq 0$ do đó $f(t)$ là hàm số đồng biến và liên tục trên $[0; +\infty)$ nên suy ra

$$f(\sqrt{x+3}) = f(\sqrt{2x+1}) \Leftrightarrow \sqrt{x+3} = \sqrt{2x+1} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $x = 1; x = 2$.

Ví dụ 5: Giải phương trình $\frac{x^2+6x+8}{x^2-2x+2} = x(\sqrt{x+3}-1) \quad (x \in \mathbb{R})$

Lời giải

Điều kiện $x \geq -3$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{(x+2)(x+4)}{x^2-2x+2} = \frac{x(x+2)}{\sqrt{x+3}+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ \frac{(x+4)}{(x-1)^2+1} = \frac{x}{\sqrt{x+3}+1} \end{cases} \quad (1)$$

Đặt $\sqrt{x+3} = u; x-1 = v$ ta thu được $(1) \Leftrightarrow \frac{u^2+1}{v^2+1} = \frac{v+1}{u+1} \Leftrightarrow u^3+u^2+u = v^3+v^2+v$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t^2 + t; t \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 2t + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Hàm số liên tục và đồng biến trên tập số thực nên

$$f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow \sqrt{x+3} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x+3 = x^2-2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2-3x-2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3+\sqrt{17}}{2}.$$

Kết luận bài toán có nghiệm duy nhất $x = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$.

Ví dụ 6: Giải hệ phương trình $\begin{cases} (4x^2+1)x + (y-3)\sqrt{5-2y} = 0 \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3-4x} = 7 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$

Lời giải

Điều kiện $x \leq \frac{3}{4}, y \leq \frac{5}{2}$.

Phương trình thứ nhất của hệ tương đương $(4x^2 + 1)2x = (5 - 2y + 1)\sqrt{5 - 2y}$ (1)

Khi đó phương trình (1) có dạng: $f(2x) = f(\sqrt{5 - 2y})$ với $f(t) = (t^2 + 1)t = t^3 + t (t \in \mathbb{R})$

Ta có: $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 (\forall t \in \mathbb{R}) \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow 2x = \sqrt{5 - 2y} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = \frac{5 - 4x^2}{2} \end{cases}$

Thế vào phương trình (2) ta được: $4x^2 + \left(\frac{5}{2} - 2x^2\right)^2 + 2\sqrt{3 - 4x} - 7 = 0$ (3)

Do $x = 0$; $x = \frac{3}{4}$ không phải là nghiệm của phương trình

Xét hàm số $g(x) = 4x^2 + \left(\frac{5}{2} - 2x^2\right)^2 + 2\sqrt{3 - 4x} - 7$ trên khoảng $\left(0; \frac{3}{4}\right)$.

Ta có: $g'(x) = 8x - 8x(5 - 2x^2) - \frac{4}{\sqrt{3 - 4x}} = 4x(4x^2 - 3) - \frac{4}{\sqrt{3 - 4x}} < 0 \Rightarrow g(x)$ nghịch biến.

Mặt khác $g\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow (3)$ có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$

Ví dụ 7: Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 20\sqrt{6-x} - 17\sqrt{5-y} - 3x\sqrt{6-x} + 3y\sqrt{5-y} = 0 \\ 2\sqrt{2x+y+5} + 3\sqrt{3x+2y+11} = x^2 + 6x + 13 \end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $x \leq 6$; $y \leq 5$; $2x + y + 5 \geq 0$; $3x + 2y + 11 \geq 0$.

Khi đó: $PT(1) \Leftrightarrow (20 - 3x)\sqrt{6 - x} = (17 - 3y)\sqrt{5 - y}$

$\Leftrightarrow (\sqrt{6 - x})[3(6 - x) + 2] = \sqrt{5 - y}[3(5 - y) + 2]$

Xét hàm $f(t) = t(3t^2 + 2) (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow \sqrt{6 - x} = \sqrt{5 - y} \Leftrightarrow y = x - 1$

Thế vào PT(2) ta có: $2\sqrt{3x + 4} + 3\sqrt{5x + 9} = x^2 + 6x + 13$.

$\Leftrightarrow (x^2 + x) \left(\frac{2}{2\sqrt{3x+4} + 2x + 4} + \frac{3}{3\sqrt{5x+9} + 3x + 9} + 1 \right) = 0$.

Do $x \in \left[-\frac{4}{3}; 6\right] \Rightarrow x = 0; x = -1$.

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(0; -1); (-1; -2)$.

Ví dụ 8: Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^2 + \frac{x}{x+1} = (y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \\ (x^2 - 2x - 2)\sqrt{y+1} = 4(x+1) \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} y \geq -1 \\ x > -1 \end{cases}$. Ta có: $PT(1) \Leftrightarrow \frac{x^2}{\sqrt{x+1}} + \frac{x}{(x+1)\sqrt{x+1}} = (y+2)\sqrt{y+1}$

$$\Leftrightarrow \frac{x^3 + x^2 + x}{(x+1)\sqrt{x+1}} = (y+2)\sqrt{y+1} \Leftrightarrow \left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right)^3 + \frac{x}{\sqrt{x+1}} = (\sqrt{y+1})^3 + \sqrt{y+1}$$

Xét hàm số: $f(t) = t^3 + t (t \in \mathbb{R})$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}\right) = f(\sqrt{y+1}) \Leftrightarrow x = \sqrt{(x+1)(y+1)}$ thế vào PT(2) ta có:

$$\frac{x(x^2 - 2x - 2)}{\sqrt{x+1}} = 4(x+1) \Leftrightarrow x^3 - 2x(x+1) - 4(x+1)\sqrt{x+1} = 0$$

Đặt $z = \sqrt{x+1}$ ta có: $x^3 + 2xz^2 - 4z^3 = 0 \Leftrightarrow x = 2z$

$$\Leftrightarrow x = 2\sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow y = 3.$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2 \pm 2\sqrt{2}; 3)$.

Ví dụ 9: Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2x^2 + 2x + 1 + \sqrt{x+2} = 2y^2 + 3y + \sqrt{2y+1} \\ x^2 + 2y^2 - 2x + y = 2 \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $x \geq -2; y \geq -\frac{1}{2}$. Khi đó ta có: (1) - (2) ta có: $x^2 + 4x + 3 + \sqrt{x+2} = 4y^2 + 4y + \sqrt{2y+1}$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + \sqrt{x+2} = (2y+1)^2 + \sqrt{2y+1}. \text{ Xét hàm số } f(t) = t^2 + \sqrt{t} \text{ đồng biến trên } (0; +\infty).$$

Khi đó ta có: $f(x+2) = f(\sqrt{2y+1}) \Leftrightarrow x+1 = 2y$ thế vào PT(2) ta có:

$$(2y-1)^2 + 2y^2 - 2(2y-1) + y = 2 \Leftrightarrow 6y^2 - 7y + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1; x = 1 \\ y = \frac{1}{6}; x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(1; 1); \left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{6}\right)$.

Ví dụ 10: [Đề thi tham khảo của Bộ GD&ĐT năm 2018] Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\sin x = \sin x$ có nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Đặt } \sqrt[3]{m+3\sin x} = a; \sin x = b \text{ ta có: } \begin{cases} \sqrt[3]{m+3a} = b \\ \sqrt[3]{m+3b} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3a = b^3 \\ m+3b = a^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3(a-b) = b^3 - a^3 = (b-a)(b^2 + ba + a^2) \Leftrightarrow (b-a)(b^2 + ba + a^2 + 3) = 0$$

$$\text{Do } b^2 + ab + a^2 + 3 > 0 \Rightarrow a = b \Rightarrow m + 3\sin x = \sin^3 x \Leftrightarrow m = \sin^3 x - 3\sin x = b^3 - 3b = f(b).$$

$$\text{Xét } f(b) = b^3 - 3b (b \in [-1; 1]) \text{ ta có: } f'(b) = 3b^2 - 3 \leq 0 (\forall b \in [-1; 1]).$$

Do đó hàm số $f(b)$ nghịch biến trên $[-1; 1]$.

$$\text{Vậy } f(b) \in [f(1); f(-1)] = [-2; 2]. \text{ Do đó PT đã cho có nghiệm } \Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn. **Chọn A.**

Ví dụ 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên của hàm số m để phương trình $\sqrt{m+2\sqrt{m+2\sin x}} = \sin x$ có nghiệm thực?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Điều kiện: $\sin x \geq 0$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \sin x \\ v = 2\sqrt{m+2\sin x} \end{cases} (u, v \geq 0) \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{m+2v} = u \\ \sqrt{m+2u} = v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2v = u^2 \\ m+2u = v^2 \end{cases} \Rightarrow 2(v-u) = u^2 - v^2$$

$$\Leftrightarrow 2(v-u) = (u-v)(u+v) \Leftrightarrow (u-v)(u+v+2) = 0 \quad (*)$$

$$\text{Do } u, v \geq 0 \text{ nên } (*) \Leftrightarrow u = v \Rightarrow m = u^2 - 2u \text{ với } u = \sin x (u \in [0; 1]).$$

$$\text{Xét } f(u) = u^2 - 2u (u \in [0; 1]) \text{ ta có } f'(u) = 2u - 2 \leq 0.$$

Suy ra hàm số $f(u)$ nghịch biến trên đoạn $[0; 1]$.

$$\text{Mặt khác } f(0) = 0; f(1) = -1 \Rightarrow \text{Phương trình có nghiệm khi } m \in [-1; 0].$$

$$\text{Kết hợp } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}. \text{ Chọn C.}$$

Ví dụ 12: Cho phương trình $x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} = m(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x})(1)$ (m là tham số thực). Gọi $A = \{m \in \mathbb{Z} | (1) \text{ có nghiệm}\}$. Số phần tử của tập hợp A là?

A. 12.

B. 4.

C. 21.

D. 0.

Lời giải

Điều kiện $0 \leq x \leq 4$. Khi đó $PT \Leftrightarrow m = \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}}{\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x}}$

Xét hàm số $f(x) = g(x).h(x)$ trong đó $g(x) = x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}; h(x) = \frac{1}{\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x}}$

Ta có: $g(x) > 0; h(x) > 0 (\forall x \in [0; 4])$

Mặt khác $g'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x+12}} > 0; h'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{5-x}} + \frac{1}{2\sqrt{4-x}}}{(\sqrt{5-x} + \sqrt{4-x})^2} > 0$

Do đó 2 hàm số $g(x)$ và $h(x)$ luôn dương và đồng biến do đó hàm số $f(x) = g(x).h(x)$ cũng luôn dương và đồng biến trên $[0; 4]$, $f(0) = \frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}}; f(4) = 12 \Rightarrow (1)$ có nghiệm khi và chỉ khi

$m \in \left[\frac{2\sqrt{3}}{2+\sqrt{5}}; 12 \right]$. Do đó $A = \{m \in \mathbb{Z} | (1) \text{ có nghiệm} \}$ có 12 phần tử. **Chọn A.**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Hàm số $y = 2x^4 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(0; +\infty)$ C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = 3x^3 + 3x - 2$ B. $y = 2x^3 - 5x + 1$. C. $y = x^4 + 3x^2$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 6: Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x+1}{x+3}$. B. $y = x^3 + x$. C. $y = \frac{x-1}{x-2}$. D. $y = -x^3 - 3x$.

Câu 8: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 14: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 24$.

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 4)$ và $(-\infty; 0)$.
C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$ và $(4; +\infty)$.

Câu 15: Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 8x^2 + 2$ đồng biến trên các khoảng

- A. $(-\infty; -4)$ và $(-4; 0)$. B. $(-4; 0)$ và $(0; 4)$.
C. $(-4; 0)$ và $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$ và $(-2; 0)$.

Câu 16: Hàm số $y = \sqrt{x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 17: Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 18: Hàm số $y = \frac{-x^2 + x - 1}{x - 1}$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(0; 1) \cup (1; 2)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; 1), (2; +\infty)$.

Câu 19: Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{1 - x}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$ và $(1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$ D. $(0; 1) \cup (1; 2)$.

Câu 20: Hàm số $y = \frac{x^2 + x - 3}{x + 1}$ đồng biến trên các khoảng (các khoảng) nào sau đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-\infty; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{-1\}$.

Câu 21: Trên các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{2 + x}$ có chứa bao nhiêu số nguyên âm?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 22: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(6; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 6)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 23: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 2x - 2$. B. $y = x^{2019} + x^{2021} - 2$.
C. $y = -x^3 + x + 3$. D. $y = x^{2018} + x^{2020} - 2$.

Câu 24: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó.

- A. $y = \frac{x+1}{x+3}$. B. $y = x^4 + 3$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Câu 25: Biết hàm số $y = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$ nghịch biến trên tập K. Hỏi trên tập K có thể chứa bao nhiêu số nguyên.

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 26: Trong các hàm số sau, hàm số nào có khoảng đơn điệu khác so với các hàm số còn lại?

- A. $y = \frac{x+1}{x+2}$. B. $y = \frac{3x+1}{2+x}$. C. $y = \frac{x-5}{x+2}$. D. $y = \frac{2x+5}{2+x}$.

Câu 27: Cho các hàm số sau:

- (1). $y = \frac{\sqrt{201}x - \sqrt{211}}{x+2}$; (2). $y = \frac{2x-3}{x-1222}$; (3). $y = \frac{2x-3}{x-1}$;
(4). $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{\sqrt{2019}x - 1}$; (5). $y = (\sqrt{1119} - \sqrt{1117})x^2 + \sqrt{2023}x$.

Trong các hàm số nói trên có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 28: Cho các hàm số sau:

- (1). $y = \sqrt{x+2}$; (3). $y = x\sqrt{2x^2+2}$; (5). $y = x\sqrt{x-2}$;
 (2). $y = 2016x+1$; (4). $y = \sqrt{x}+x$; (6). $y = x^3+3x$.

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 29: Cho các hàm số sau:

- (1). $y = \sqrt{3x+2}$; (3). $y = x^{2017} + 2018x$; (5). $y = -x + 2020$;
 (2). $y = \sin x + 2x$; (4). $y = \sqrt{x-2010}$; (6). $y = (\sqrt{2}-\sqrt{3})x^3 - x$.

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số luôn đồng biến trên tập xác định của chúng?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 30: Cho các hàm số sau:

- (1). $y = \frac{2x-1}{x+2}$; (2). $y = \frac{2x^2-1}{x+2}$;
 (3). $y = \frac{1}{3}x^3 - 10x^2$; (4). $y = \sqrt{2999}x^4 + 10x^2$.

Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm có khoảng đơn điệu chứa hữu hạn số nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 31: Cho các hàm số sau:

- (1). $y = \frac{x-2}{x-1}$; (2). $y = \frac{x+2}{x+5}$; (3). $y = x^3 + 3x^2$;
 (2). $y = x^3 - 3x^2 - 2$; (5). $y = -x^3 - 2x$; (6). $y = \sqrt{1999}x^4 + \sqrt{2019}x^2$.

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên tập xác định của nó trong các hàm số trên?

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
Y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

X	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
Y	$+\infty$	3	$+\infty$	3	$+\infty$

	-2	-2
--	----	----

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

X	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						
	$-\infty$		3		-2	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			-1		-1			
	$-\infty$			-2			$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

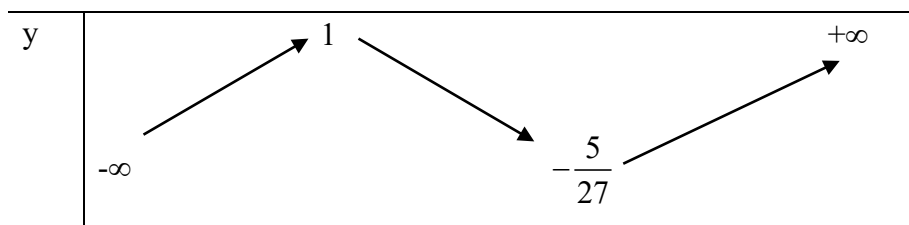
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'	-	0	+	0	-	0
y	$+\infty$	1	4	$-\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 37: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+



Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $\left(-\frac{5}{27}; 1\right)$. C. $\left(0; \frac{4}{3}\right)$. D. $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

Câu 38: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 0\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	4	$+\infty$
y'	+	-	-	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$

Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng (các khoảng) nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$. B. $(-\infty; -1), (4; +\infty)$.
C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

Câu 39: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 40: Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	-	-	
y	-2	$+\infty$	-2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \setminus \{2\}$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	1	4	-4	2	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(1; 4)$, $(-4; 2)$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4; 4)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(1; 4)$, $(-4; 2)$.

Câu 42: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	1	-1	2	5	2	4

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 1)$, $(1; 3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 2)$, $(2; 5)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 1)$, $(4; 5)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.

Câu 43: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 4]$ và có bảng biến thiên sau:

x	2	3	4
y'	+	0	-
y	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (1; 3).

B. (2; 4).

C. (3; 4).

D. (2; 3).

Câu 44: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x) \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f\left(\frac{1}{2}\right) < f(0)$.

C. $f(1) > f(0)$.

D. $f(-1) < f(-2)$.

Câu 45: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$.

C. $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(0; 3)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(x) \geq -2, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f(-2) < f(-1)$.

C. $f(3) < f(4)$.

D. $f\left(-\frac{1}{2}\right) > -2$.

Câu 47: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-3	2	-3	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -3)$ và $(0; 3)$. B. $f(x) \geq -3, \forall x \in \mathbb{R}$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-3; +\infty)$. D. $f(2) - 2 < 0$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$\nearrow \frac{4}{3}$		$\searrow 0$		$\nearrow +\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $[f(2)]^2 < \frac{16}{9}$. B. $f(-3) < f(-2)$. C. $f(4) > 0$. D. $f(2) < f(3)$.

Câu 49: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-		+	0	-	
y	$+\infty$		$\searrow -1$		$\nearrow 3$		$\searrow -\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. B. $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$. D. $f(1) - f(2) > 0$.

Câu 50: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$		$\nearrow -6$		$\searrow -\infty$		$\nearrow +\infty$		$\searrow -2$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-3; -1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ và $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -1) \setminus \{-2\}$.

Câu 51: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-5		-3		-1	$+\infty$	
y'		+	0	-		-	0	+
y								

The graph illustrates the function $y=f(x)$ with a vertical asymptote at $x=-3$. The function has a local maximum at $(-5, -9)$ and a local minimum at $(-1, -1)$. The behavior of the function is as follows:

- As $x \rightarrow -\infty$, $y \rightarrow -\infty$.
- The function increases to a local maximum at $(-5, -9)$.
- The function decreases, passing through the vertical asymptote at $x=-3$, where $y \rightarrow +\infty$.
- The function decreases to a local minimum at $(-1, -1)$.
- The function increases towards $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $f(x) \leq -9, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

B. $f(0) > f(1)$.

C. $f(-2) < f(-1)$.

D. $f(-4) < f(-5)$.

Câu 52: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y						

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

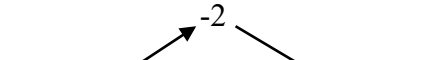
A. Với mọi số thực $a, b \in (0; 2)$ mà $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$.

B. Với mọi số thực $a, b \in (0; 2)$ mà $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$.

C. Với mọi số thực $a, b \in (2; +\infty)$ mà $a > b \Rightarrow f(a) < f(b)$.

D. Với mọi số thực $a, b \in (-\infty; 0)$ mà $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$.

Câu 53: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2			-1	0			$+\infty$
y'	+ 0 -					- 0 +			
y									

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Với mọi số thực $a, b \in (-2; 2) \setminus \{-1\}$ mà $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$.

B. Với mọi số thực $a, b \in (1; 2)$ mà $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$.

C. Với mọi số thực $a, b \in (-\infty; 2) \cup (0; +\infty)$ mà $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$.

D. Với mọi số thực $a, b \in (-2; -1)$ mà $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$.

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Với mọi số thực $x \in (1; 2) \Rightarrow [f(x)]^2 < 1$.

B. Với mọi số thực $x \in (2; 3) \Rightarrow f(x) > -1$.

C. Với mọi số thực $x \in (2; 3) \Rightarrow [f(x)]^2 > 1$.

D. Với mọi số thực $x \in (-3; -2) \Rightarrow f(x) > 1$.

Câu 55: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	$-\frac{5}{27}$	$+\infty$	

Hỏi hàm số $g(x) = f(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0; \frac{4}{3}\right)$

B. $\left(1; \frac{7}{3}\right)$

C. $\left(\frac{7}{3}; +\infty\right)$

D. $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$

Câu 56: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2) + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Câu 57: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-2	0	-2	$+\infty$

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $g(x) = f(x^2 + 1) - 2$?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 58: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ và có bảng biến thiên như sau:

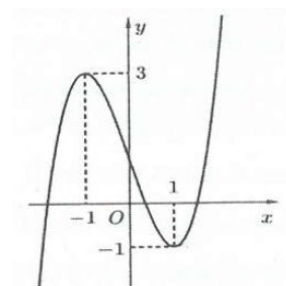
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-1	4	$-\infty$	

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $g(x) = f(|x+1|)$?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-\infty; -4)$.

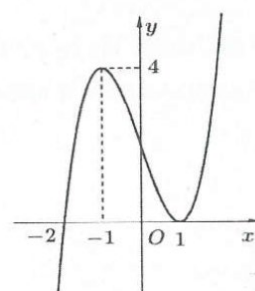
Câu 59: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng (các khoảng) nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$
B. $(-2; +\infty)$
C. $(-\infty; 3), (-1; +\infty)$
D. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$



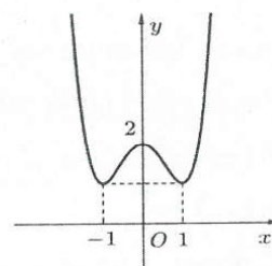
Câu 60: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng (các khoảng) nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$
B. $(-\infty; -1), (2; +\infty)$
C. $(-1; 0) \cup (0; 2)$
D. $(-\infty; -4), (2; +\infty)$



Câu 61: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng (các khoảng) nào dưới đây?

- A. $(-1; 2), (1; +\infty)$
B. $(-\infty; -1)$
C. $(-1; 0), (1; +\infty)$

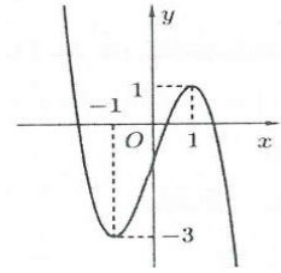


D. $(2; +\infty)$

Câu 62: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

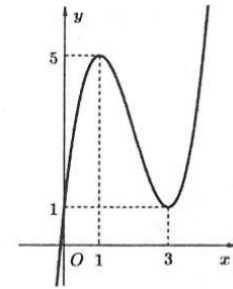
- A. Hàm số đồng biến trên $(-3; 1)$
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1), (1; +\infty)$
- C. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$
- D. Hàm số đồng biến trên $(-3; 1)$



Câu 63: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như vẽ.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

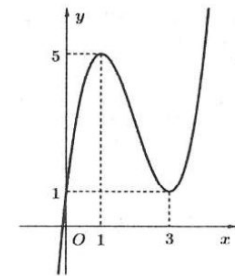
- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$
- B. Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$
- C. Hàm số nghịch biến trên $(1; 3)$
- D. Hàm số đồng biến trên $(1; 5)$



Câu 64: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $g(x) = f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

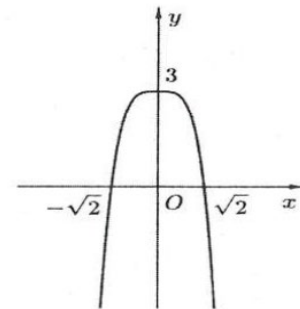
- A. $(0; 2)$
- B. $(2; 4)$
- C. $(-\infty; 0)$
- D. $(2; +\infty)$



Câu 65: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $g(x) = f(-x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

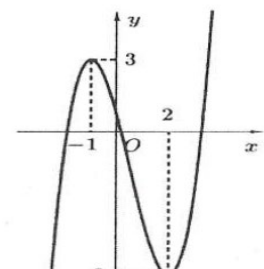
- A. $(-\infty; -\sqrt{2})$
- B. $(-\sqrt{2}; +\infty)$
- C. $(0; +\infty)$
- D. $(-\infty; 0)$



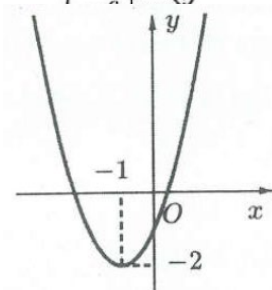
Câu 66: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $g(x) = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$
- B. $(-\infty; 1), (4; +\infty)$
- C. $(1; 4)$
- D. $(-6; -3)$



Câu 67: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.



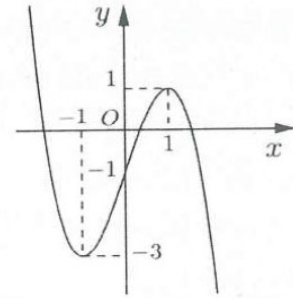
Hàm số $g(x) = f(x^2 - 5)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$
- B. $(0; 2)$
- C. $(-\infty; -2)$
- D. $(-1; +\infty)$

Câu 68: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

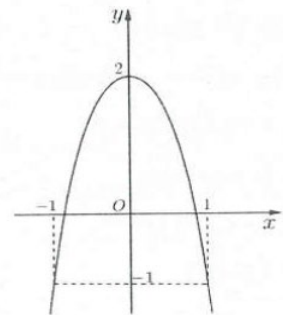
- A. $(-1; -1 + \sqrt{2})$.
- B. $(-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$
- C. $(-1 - \sqrt{2}; +\infty)$
- D. $(-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$



Câu 69: Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** khi nói về tính đơn điệu của hàm số $y = g(x) = f(-2x^2 + 2)$?

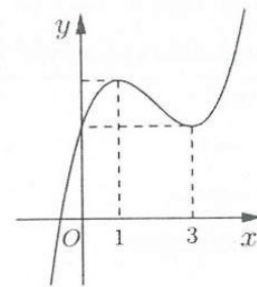
- A. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; 5)$.
- B. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- D. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.



Câu 70: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 4x + 6)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

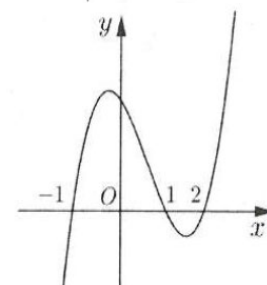
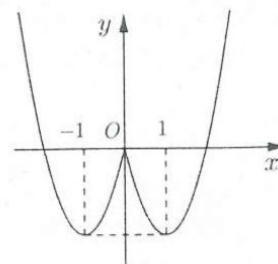
- A. $(0; 1)$
- B. $(1; 3)$
- C. $(3; +\infty)$
- D. $(2; 3)$



Câu 71: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.



Câu 72: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

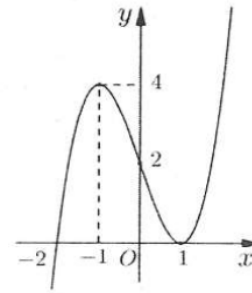
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; +\infty)$
- B. $(-1; 1)$
- C. $(-\infty; -1), (1; 2)$
- D. $(0; 1)$

Câu 73: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

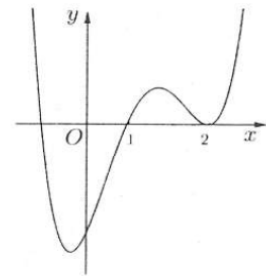
- A. $(-\infty; 4), (1; +\infty)$
- B. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$
- C. $(-2; 4), (1; +\infty)$
- D. $(-2; +\infty)$



Câu 74: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

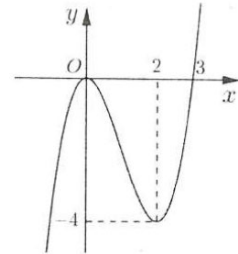
- A. $(-1; 2), (1; +\infty)$
- B. $(-\infty; +\infty)$
- C. $(-1; 2), (1; +\infty)$
- D. $(2; +\infty)$



Câu 75: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

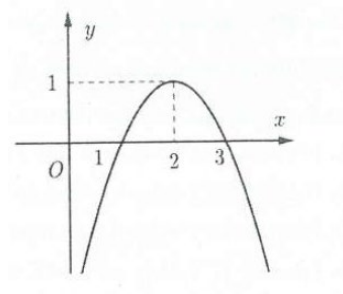
- A. $(0; 2)$
- B. $(-\infty; 3)$
- C. $(-\infty; 0)$
- D. $(-4; 0), (2; 3)$



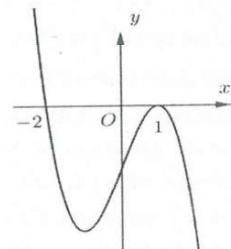
Câu 76: Hàm số bậc hai $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x)$?

- A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$
- B. $(-\infty; 1), (3; +\infty)$
- C. $(1; 3)$
- D. $(-\infty; 2)$



Câu 77: Hàm số bậc ba $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.



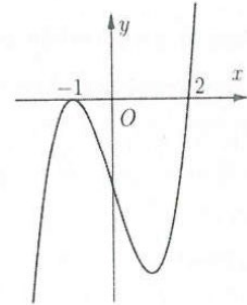
Tìm khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(x+2)$?

- A. $(-\infty; 0)$
- B. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$
- C. $(-\infty; -4)$
- D. $(-\infty; -2)$

Câu 78: Hàm số bậc ba $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

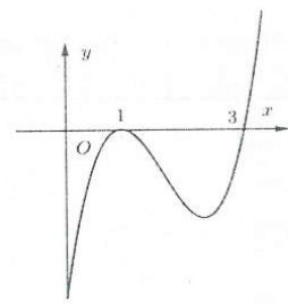
Tìm khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(x-1)$?

- A. $(3; +\infty)$
- B. $(0; 3)$
- C. $(-\infty; 0), (3; +\infty)$
- D. $(2; +\infty)$



Câu 79: Hàm số bậc ba $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(2-x)$?

- A. $(1; +\infty)$
- B. $(-\infty; -1)$
- C. $(-1; 1)$
- D. $(-\infty; 1)$

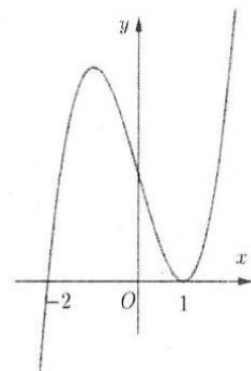


bên

Câu 80: Cho hàm số bậc ba $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh và hàm số $(C): y = f(-3+x^2)$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

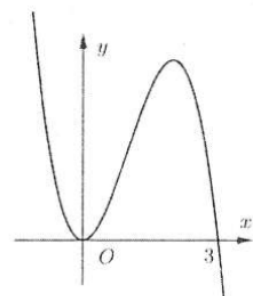
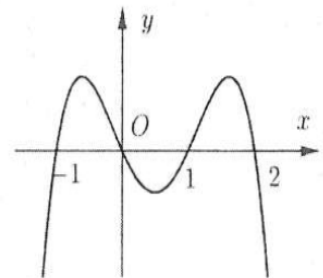
- A. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$
- B. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$
- C. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
- D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$



Câu 81: Cho hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh và hàm số $(C): y = f(x^2+1)$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-1, 0)$
- B. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- C. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(0; 1)$



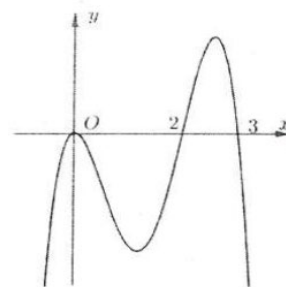
Câu 82: Hàm số bậc ba $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(4 - x^2)$?

- A. $(-\infty; -1), (0; 1)$
- B. $(-\infty; 0), (2; +\infty)$
- C. $(-\infty; -2), (1; 2)$
- D. $(-1; 0), (1; +\infty)$

Câu 83: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hàm số $y = f(x^2 - 2x + 3)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

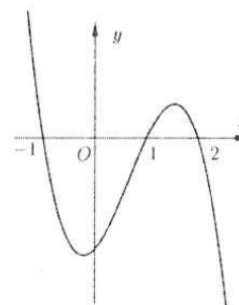
- A. $(-\infty; 0)$
- B. $(2; +\infty)$
- C. $(1; 2)$
- D. $(-\infty; 2)$



Câu 84: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Có bao nhiêu số nguyên dương thuộc khoảng đồng biến của hàm số $y = f(2 - x)$?

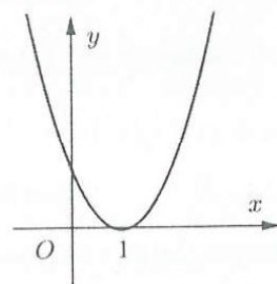
- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 0



Câu 85: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = f(x^2)$?

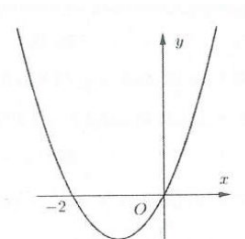
- A. $(-\infty; 1)$
- B. $(-\infty; 0)$
- C. $(-\infty; -1)$
- D. $(0; 1)$



Câu 86: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Có bao nhiêu số nguyên dương thuộc khoảng nghịch biến của $y = f(x^2 - 9)$?

- A. 4
- B. 1
- C. 0
- D. 3



hàm số

Câu 87: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(1; +\infty)$ C. $(-1; 0)$ D. $(0; 1)$

Câu 88: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2019}(x^{2020} - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(-1; 1)$ D. $(1; +\infty)$

Câu 89: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 2)(x^2 - 4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 90: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (3 - x)(x^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 2)$.

Câu 91: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 3)(9 - x^2) - 3x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Đặt $g(x) = f(x) + x^3 - 1$ khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $g(0) < g(1)$. B. $g(3) < g(4)$. C. $g(-2) < g(-3)$. D. $g(-3) < g(3)$.

Câu 92: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 4x + 2019, \forall x \in \mathbb{R}$. Đặt $g(x) = f(x) - 2019x$ khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $g(0) < g(1)$. B. $g(3) > g(4)$. C. $g(4) > g(5)$. D. $g(-3) > g(0)$.

Câu 93: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^3 + 12x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các tham số thực m để hàm số $g(x) = f(x) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

- A. $m \leq -14$. B. $m < -14$. C. $m < -10$. D. $m \leq -10$.

Câu 94: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{4}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) - (m - \sqrt{2})x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$?

- A. $m \geq 4 + \sqrt{2}$ B. $m \geq \sqrt{2}$ C. $m \geq 0$ D. $m \geq -\sqrt{2}$

Câu 95: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{4}{x^2 + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f(x) - mx + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 16. B. 19. C. 17. D. 18.

Câu 96: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \cos^2 x + 2 \sin x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f(x) - m^2 x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 33.

B. 34.

C. 35.

D. 36.

Câu 97: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + \frac{1}{x}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x) = f(x) - (m-1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 98: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f(x) + 2mx + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 18.

B. 19.

C. 16.

D. 17.

Câu 99: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x-1) - 3x + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(2; 4)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

Câu 100: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2) + 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 101: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x+1) - 2x + 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; -2)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 102: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{x^2+3}{x-1}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x) = f(x) - (m-3)x + 3$ đồng biến trên khoảng $[2; 4]$?

A. 9

B. 8

C. 10

D. 11

Câu 103: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + \frac{2}{x}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Tìm các giá trị của m để hàm số $g(x) = f(x) - mx + 3$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $m \leq 3$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq -3$.

D. $-2 \leq m \leq 10$.

Câu 104: Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$, m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. 5

B. 4

C. Vô số

D. 3

Câu 105: Cho hàm số $y = \frac{mx+4m}{x+m}$, m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. 5

B. 4

C. Vô số

D. 3

Câu 106: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -10)$

- A. 2 B. Vô số C. 1 D. 3

Câu 107: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$

- A. 3 B. Vô số C. 4 D. 5

Câu 108: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$

- A. 3 B. Vô số C. 0 D. 6

Câu 109: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$

- A. 2 B. 6 C. Vô số D. 1

Câu 110: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- A. $m < -2 \vee m > 2$. B. $m < -1 \vee m > 1$. C. $-2 < m < 2$. D. $-2 < m < 1$.

Câu 111: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+3x+4}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- A. $m < -4 \vee m > 1$. B. $m < -1 \vee m > 1$. C. $-3 < m < 2$. D. $-4 < m < 6$.

Câu 112: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{m^2x-m-20}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó?

- A. 5 B. 8 C. 10 D. 6

Câu 113: Trong khoảng $(-100; 100)$ chứa bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{m^2x-3m+1}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng xác định của nó?

- A. 197 B. 186 C. 187 D. 198

Câu 114: Biết rằng khoảng $(a; b)$ chứa tất cả các giá trị m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{mx+3}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. Tính giá trị $b - a$

- A. $b - a = \sqrt{2}$. B. $b - a = 2\sqrt{2}$. C. $b - a = 2\sqrt{3}$. D. $b - a = -2\sqrt{3}$.

Câu 115: Đặt $S = \{m \in \mathbb{Z} : -100 < m < 100\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số m được chọn thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{mx+3m-2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

A. $\frac{100}{199}$

B. $\frac{101}{199}$

C. $\frac{102}{199}$

D. $\frac{103}{199}$

Câu 116: Tìm tất cả các tham số m để hàm số $y = \frac{2x-3m-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $m < 0$

B. $m > -5$

C. $m < -4$

D. $m < -2$

Câu 117: Biết rằng tập $[a; b)$ chứa tất cả các tham số m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{x+m^4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Tính giá trị $b - a$

A. $b - a = \frac{1}{2}$.

B. $b - a = \frac{3}{2}$.

C. $b - a = \frac{2}{3}$.

D. $b - a = \frac{1}{3}$.

Câu 118: Đặt S là tập hợp tất cả các số nguyên âm m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{m^3x+16}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn là số lẻ

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{4}$

Câu 119: Tính tổng tất cả các số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{2x-m^2}{8-x}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó

A. 2

B. -2

C. 0

D. -1

Câu 120: Tính tổng tất cả các số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{mx-5}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

A. 3

B. -2

C. 1

D. 0

Câu 121: Tính tổng tất cả các số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$

A. 55

B. 35

C. 40

D. 45

Câu 122: Tính tổng tất cả các số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{2x-m+3}{x-m}$ nghịch biến trên nửa khoảng $[7; +\infty)$

A. 22

B. 18

C. 10

D. 11

Câu 123: Tính tổng tất cả các số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{x+2m-3}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -14)$

A. -5

B. -6

C. -9

D. -10

Câu 124: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{2mx + 3m^2 + 9}{x + 2m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó

- A. 1 B. 4 C. 5 D. 2

Câu 125: Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = \frac{2mx + 3m^2 + 9}{x + 2m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 3

Câu 126: Tìm tất cả các tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- A. $m < 1$ B. $m > 1$ C. $m < -2$ D. $m \geq 1$

Câu 127: Biết rằng khoảng $(a; b)$ chứa tất cả các giá trị m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó. Tính giá trị biểu thức $P = a - b$

- A. $P = -1$ B. $P = -2$ C. $P = 1$ D. $P = -3$

Câu 128: Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó

- A. 5 B. Vô số C. 4 D. 3

Câu 129: Cho hàm số $y = x^4 + 4(2m-1)x^2 + 4m + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. 17 B. 19 C. 21 D. 20

Câu 130: Cho hàm số $y = -x^4 + (m-1)x^2 + 2m + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. 4 B. 29 C. 24 D. 30

Câu 131: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?

- A. 5 B. 7 C. 15 D. 13

Câu 132: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - 4)x^2 + 1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; 6)$?

- A. 10 B. 2 C. 8 D. 14

Câu 133: Tổng các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m^2 + 2m - 3)x$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$ là:

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 134: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - 1$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

- A. 4 B. 2 C. 5 D. 3

Câu 135: Cho hàm số $y = -x^4 + 2(m - 2)x^2 - m^2 + 1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$.

- A. 16 B. 27 C. 2 D. Vô số

Câu 136: Cho hàm số $y = (m^2 - 2m)x^4 + (4m - m^2)x^2 - 4$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 0. B. Vô số. C. 2. D. 3.

Câu 137: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - 1)x^2 + m - 3$ đồng biến trên khoảng $(4; 6)$?

- A. 9 B. 10 C. 7 D. 8

Câu 138: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-6; 6)$ của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + 4m - 3$ đồng biến trên khoảng $(2; 5)$?

- A. 1 B. 0 C. 3 D. 2

Câu 139: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 2(4m - 1)x^2 + 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

- A. $m > \frac{17}{4}$ B. $\frac{1}{2} < m < \frac{17}{4}$ C. $m \geq \frac{17}{4}$ D. $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{17}{4}$

Câu 140: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^4 - 2(m - 1)x^2 + 4m - 3$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.

- A. $m \geq 4$ B. $m \geq 0$ C. $0 < m < 4$ D. $0 \leq m \leq 4$

Câu 141: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{2m + 1 - \cos x}{\cos x - m}$

đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. 11 B. 10 C. 12 D. 13

Câu 142: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $y = \frac{2m + 2 + \cot x}{2 \cot x - m + 1}$

đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. 19 B. 18 C. 5 D. 6

Câu 143: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{\sin x - m + 2}{2 \sin x - m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

- A. 3 B. 6 C. 5 D. 4

Câu 144: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\tan x - m^2}{\tan x + 5m - 6}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. 6 B. 8 C. 5 D. 7

Câu 145: Cho hàm số $y = \frac{m \cos x - 4}{\cos x - m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $m > 2$ B. $m < -2$ C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$

Câu 146: Cho hàm số $y = \frac{(m-1) \sin x - 2}{\sin x - m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $-1 < m < 2$ B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$

Câu 147: Cho hàm số $y = \frac{-2 \sin x - 1}{\sin x - m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $m \geq -\frac{1}{2}$ B. $\begin{cases} -\frac{1}{2} < m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} -\frac{1}{2} < m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$ D. $m > -\frac{1}{2}$

Câu 148: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-5; 5)$ của tham số m để hàm số $y = \frac{\sin x - 2m}{2 \sin x + m - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

- A. 1 B. 0 C. 4 D. 2

Câu 149: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\cos x - m^2}{\cos x - 5m + 4}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

A. 2

B. 4

C. 1

D. 0

Câu 150: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{m \sin^2 x - 16}{\cos^2 x + m - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. 5

B. 8

C. 7

D. 6

Câu 151: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $y = \frac{\cot x - 2m + 1}{\cot x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. 20

B. 19

C. 18

D. 11

Câu 152: Trong khoảng $(-100; 100)$ chứa bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn hàm số $y = \frac{m \cos x - 2}{2 \cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 153: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

A. 3

B. 5

C. 1

D. 2

Câu 154: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{2x-1} + m^2}{\sqrt{2x-1} - 3m + 4}$ đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

A. 6

B. 4

C. 5

D. 3

Câu 155: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{3x+1} - m^2}{\sqrt{3x+1} + 4m - 5}$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.

A. 7

B. 5

C. 6

D. 4

Câu 156: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{m\sqrt{4-x} + 2}{\sqrt{4-x} + m - 1}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

A. 8

B. 1

C. 9

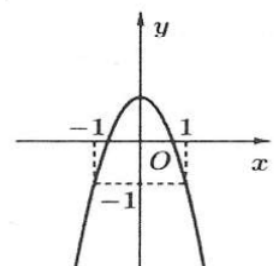
D. 2

Câu 157: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Hỏi hàm số $y = f(x) + x + 2019$ đồng biến trên khoảng (các khoảng) nào sau đây?

A. $(-1; +\infty)$

B. $(-1; 1)$



C. $(-\infty; -1), (1; 2)$

D. $(0; 1)$

Câu 158: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

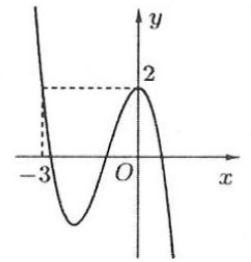
Hàm số $g(x) = f(x) - 2x - 1$ nghịch biến trên khoảng (các khoảng) nào dưới đây?

A. $(-3; +\infty)$

B. $(-\infty; -1), (2; +\infty)$

C. $(-\infty; 3)$

D. $(-2; +\infty)$



Câu 159: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

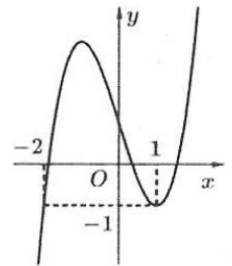
Hàm số $g(x) = f(x) + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; -2)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(-2; +\infty)$



Câu 160: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

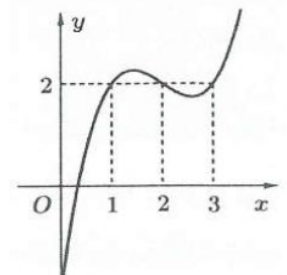
Hàm số $g(x) = 2f(x) - 4x + 7$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 2) \cup (3; +\infty)$

B. $(-\infty; 1), (2; 3)$

C. $(1; 2), (3; +\infty)$

D. $(-\infty; 1) \cup (2; 3)$



Câu 161: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên

Hàm số $g(x) = f(x) + 3x + 24$ nghịch biến trên khoảng (các khoảng)

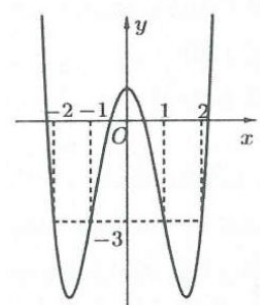
nào dưới đây?

A. $(0; 2)$

B. $(-2; -1), (1; 2)$

C. $(-\infty; 0)$

D. $(-4; 0), (2; 3)$



cạnh.

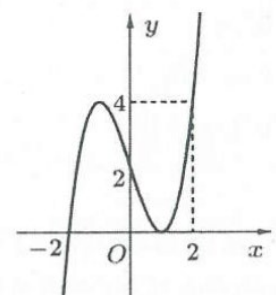
Câu 162: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên

cạnh.

Hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2 - 4x - 2$ nghịch biến trên khoảng (các khoảng)

nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2), (0; 2)$



B. $(-\infty; 0), (2; +\infty)$

C. $(-\infty; -1), (0; 2)$

D. $(-\infty; 0), (1; 2)$

Câu 163: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên

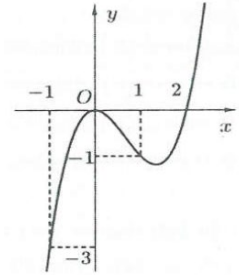
Hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2 + 4x - 2$ đồng biến trên khoảng (các khoảng) nào đây?

A. $(-\infty; -1), (1; 2)$

B. $(-1; 1), (2; +\infty)$

C. $(-1; 2)$

D. $(-\infty; 1), (2; +\infty)$



cạnh.

dưới

Câu 164: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên

cạnh.

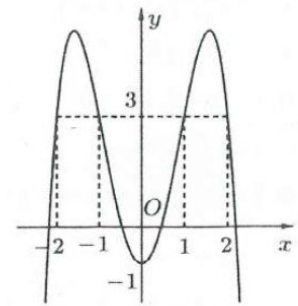
Hàm số $g(x) = 2f(x) - 6x + 3$ đồng biến trên khoảng (các khoảng) nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$

B. $(0; 1)$

C. $(-2; -1), (2; +\infty)$

D. $(1; 2)$



Câu 165: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-4; 4]$ như hình vẽ

bên cạnh. Hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng

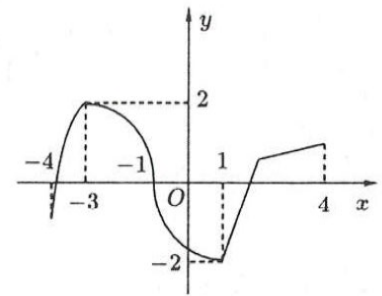
nào sau đây?

A. $(-3; -1)$

B. $(-1; 1)$

C. $(1; 4)$

D. $(-3; -2)$



Câu 166: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên

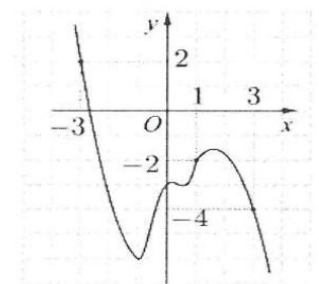
cạnh. Hàm số $y = 2f(x) + x^2 + 2x - 2019$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 1)$

B. $(1; 3)$

C. $(-3; 0)$

D. $(-\infty; -1)$

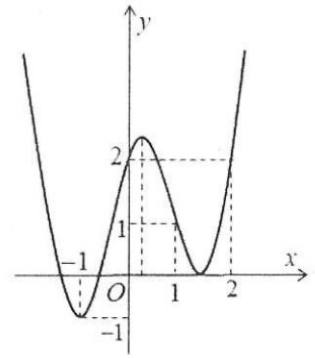


Câu 167: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ

bên cạnh và hàm số $(C): g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} + 2$. Khẳng định nào sau đây là

khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
- B. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
- C. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$
- D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

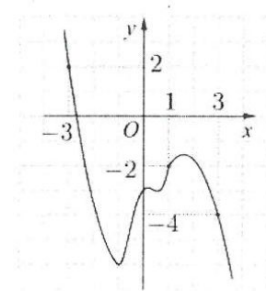


Câu 168: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên

cạnh.

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$.

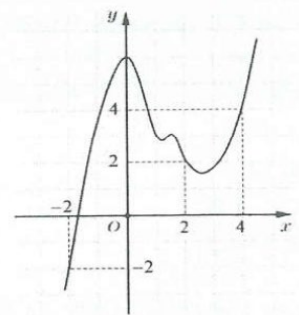
- A. $(-3; 0), (1; 3)$
- B. $(-\infty; -3), (-2; 3)$
- C. $(-1; 2), (3; +\infty)$
- D. $(-3; 1), (3; +\infty)$



Câu 169: (THPT Quốc gia 2017). Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

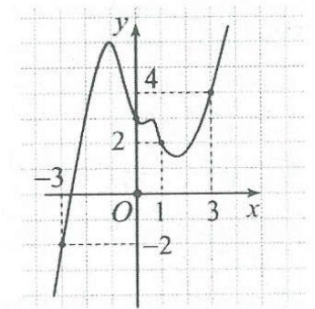
- A. $h(2) > h(4) > h(-2)$.
- B. $h(2) > h(-2) > h(4)$.
- C. $h(4) = h(-2) > h(2)$.
- D. $h(4) = h(-2) < h(2)$.



Câu 170: (THPT Quốc gia 2017). Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

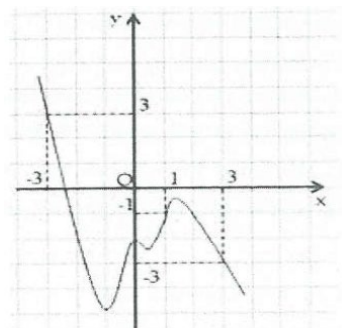
- A. $g(3) > g(-3) > g(1)$.
- B. $g(-3) > g(3) > g(1)$.
- C. $g(1) > g(-3) > g(3)$.
- D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



Câu 171: (THPT Quốc gia 2017). Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $g(3) < g(-3) < g(1)$.

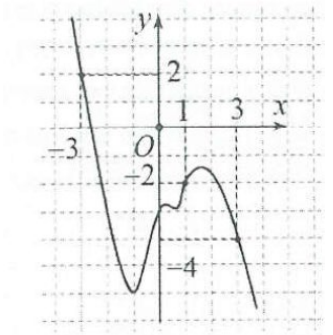


B. $g(1) < g(3) < g(-3)$.

C. $g(1) < g(-3) < g(3)$.

D. $g(-3) < g(3) < g(1)$.

Câu 172: (THPT Quốc gia 2017). Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



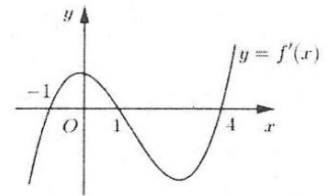
A. $g(1) < g(3) < g(-3)$.

B. $g(1) < g(-3) < g(3)$.

C. $g(3) = g(-3) < g(1)$.

D. $g(3) = g(-3) > g(1)$.

Câu 173: (Bộ GD & ĐT, Đề tham khảo, Lần 1, 2018). Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



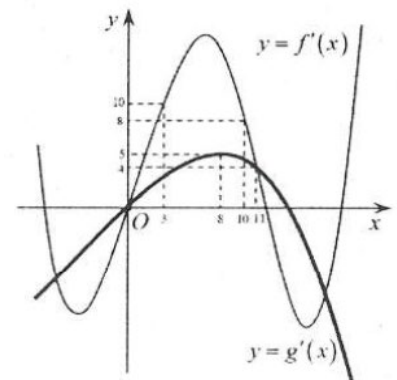
A. $(1; 3)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-2; 1)$

D. $(-\infty; 2)$

Câu 174: (THPT Quốc gia 2018). Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+7) - g\left(2x + \frac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



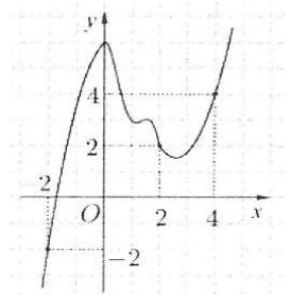
A. $\left(2; \frac{16}{5}\right)$.

B. $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.

C. $\left(\frac{16}{5}; +\infty\right)$.

D. $\left(3; \frac{13}{4}\right)$.

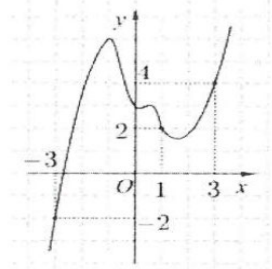
Câu 175: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh và hàm số $(C): y = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?



A. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

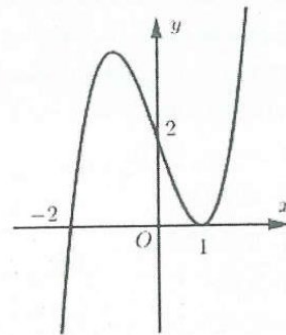
- B.** Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$
C. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$
D. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-4; -3)$

Câu 176: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh và hàm số (C): $y = 2f(x) - (x+1)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



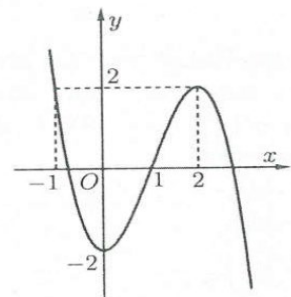
- A.** Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
B. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$
C. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$
D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

Câu 177: Hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình và hàm số (C): $y = f(x) + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



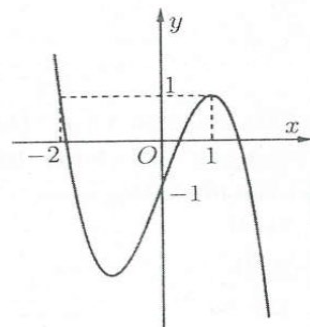
- A.** Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
B. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
C. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$
D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

Câu 178: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh và hàm số (C): $y = \frac{1}{2}f(x) - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?



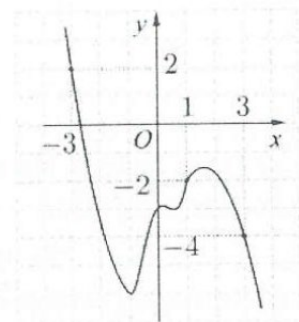
- A.** Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
B. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(2; 3)$
C. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-5; -2)$
D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$

Câu 179: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh và hàm số (C): $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?



- A.** Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
B. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$
C. Hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$
D. Hàm số (C) đồng biến trên khoảng $(0; 1)$

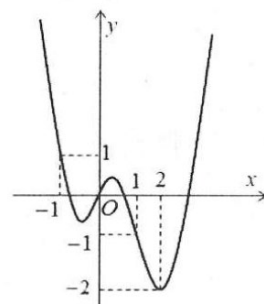
Câu 180: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Trong khoảng $(-1000; 1000)$ có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(x+2) + \frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$?



- A. 997
- B. 994
- C. 996
- D. 995

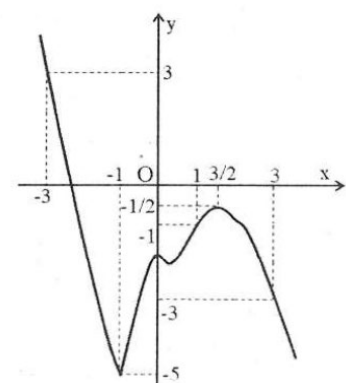
Câu 181: Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh.

Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $g(x) = 2f(x) + x^2 - 2$



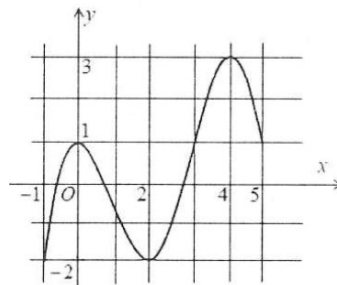
- A. $(-\infty; -1), (0; 2)$
- B. $(-1; 0), (1; 2)$
- C. $(-1; 1), (2; +\infty)$
- D. $(-1; 2)$

Câu 182: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Hỏi hàm số $g(x) = 2f(1-x) + x^2 - 2x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



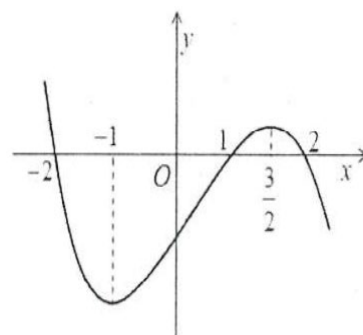
- A. $(-3; 1)$
- B. $(-2; 0)$
- C. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$
- D. $(1; 3)$

Câu 183: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = -2f(2-x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng



- A. $(-3; -2)$
- B. $(-2; -1)$
- C. $(-1; 0)$
- D. $(0; 2)$

Câu 184: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $y = f'(x)$ và đồ thị hàm số $f(2) = f(-2) = 1$ như hình vẽ bên cạnh (đồ



thì hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm $x = -2, x = 1, x = 2$). Hàm số $y = [f(x) - 1]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(1; 2)$.
- B. $(-2; 2)$.
- C. $(2; +\infty)$.
- D. $(-2; -1)$.

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: $y' = 8x^3 < 0 \Leftrightarrow x < 0$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. **Chọn D.**

Câu 2: $y' = 3x^2 - 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 1$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. **Chọn A.**

Câu 3: $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **Chọn B.**

Câu 4: Ta có A đúng vì $y' = 9x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 5: $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 6: $y' = -\frac{2}{(x^2 + 1)^2} \cdot 2x < 0 \Leftrightarrow x > 0$. **Chọn A.**

Câu 7: Ta có B đúng vì $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **Chọn B.**

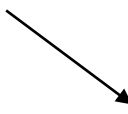
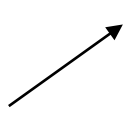
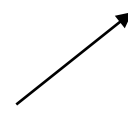
Câu 8: Ta có
$$\begin{cases} y' = 3x^2 - 6x \\ y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \\ y' < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2 \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **Chọn A.**

Câu 9: Ta có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 10: Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								
			-1					-1	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ nên nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **Chọn C.**

Câu 11: Ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2), (2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0), (0; 2)$. **Chọn C.**

Câu 12: $y' = \frac{4x}{2\sqrt{2x^2+1}} > 0 \Leftrightarrow x > 0; y' < 0 \Leftrightarrow x < 0$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **Chọn B.**

Câu 13: $y' = 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$. **Chọn C.**

Câu 14: $y' = x^2 - 4x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < 0 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 15: $y' = x^3 - 16x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ -4 < x < 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 16: $y' = \frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-x^2 > 0 \\ 1-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 17: $y = \frac{(x-1)^2-1}{x-1} = x-1 - \frac{1}{x-1} \Rightarrow y' = 1 + \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$. **Chọn B.**

Câu 18: $y = -x - \frac{1}{x-1} \Rightarrow y' = -1 + \frac{1}{(x-1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x-1)^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 19: $y' = \frac{(2x-4)(1-x) + x^2 - 4x + 4}{(1-x)^2} = \frac{-x^2 + 2x}{(x-1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x \neq 1 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 20: $y = x - \frac{3}{x+1} \Rightarrow y' = 1 + \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. **Chọn C.**

Câu 21: $y' = \frac{(2x-3)(2+x) - (x^2-3x-1)}{(2+x)^2} = \frac{x^2+4x-5}{(2+x)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x^2+4x-5 < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ -5 < x < 1 \end{cases} \Rightarrow x \in \{-4; -3; -1\}$. **Chọn D.**

Câu 22: $y' = 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$. **Chọn C.**

Câu 23: Ta có B đúng vì $y' = 2019x^{2018} + 2021x^{2010} \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **Chọn B.**

Câu 24: Ta có C đúng vì TXĐ $D = \mathbb{R}, y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow y$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 25: $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+3}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ 3-x < x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3 \Rightarrow x \in \{1; 2\}$. **Chọn A.**

Câu 26: Lần lượt tính đạo hàm

$$\frac{1}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2; \frac{5}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2; \frac{7}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2; -\frac{1}{(x+2)^2} < 0, \forall x \neq -2. \text{ Chọn D.}$$

Câu 27: Ta loại ngay (1), (2), (3), (4) vì đây là các hàm phân thức.

$$\text{Hàm (5) có } y' = (\sqrt{1119} - \sqrt{1117}) \cdot 2x + \sqrt{2023} > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{\sqrt{2023}}{2(\sqrt{1119} - \sqrt{1117})}$$

Hàm số có TXĐ là $\mathbb{R}$. **Chọn C.**

Câu 28: Loại (1), (5), (4) vì TXĐ $[-2; +\infty), [2; +\infty), [0; +\infty)$

$$(3) \text{ có } y' = \sqrt{2x^2 + 2} + x \cdot \frac{4x}{2\sqrt{2x^2 + 2}} = \frac{4x^2 + 2}{\sqrt{2x^2 + 2}} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$(2) \text{ có } y' = 2016 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$(6) \text{ có } y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 29: Ta có ngay (1), (4) đúng và (5) sai.

$$(3) \text{ có } y' = 2017x^{2016} + 2018 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$(2) \text{ có } y' = \cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$(6) \text{ có } y' = 3(\sqrt{2} - \sqrt{3})x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 30: Lần lượt tính đạo hàm

$$\frac{5}{(x+2)^2}; \frac{4x(x+2) - 2x^2}{(x+2)^2} = \frac{2x^2 + 8x}{(x+2)^2} = \frac{2x(x+4)}{(x+2)^2}; x^2 - 20x = x(x-20)$$

$$4\sqrt{2999}x^3 + 20x = 4x(5 + x^2\sqrt{2999})$$

Do đó (1), (4) không thỏa mãn còn (2), (3) thỏa mãn.

$$\text{Hàm (2) nghịch biến} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow x \in \{-3; -1\}$$

$$\text{Hàm (3) nghịch biến} \Leftrightarrow 0 < x < 20 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; \dots; 19\}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 31: Ta loại (1), (2) vì đây là hàm phân thức.

Loại (6) vì đây là hàm trùng phương.

$$\text{Lần lượt tính đạo hàm các hàm số còn lại} \begin{cases} 3x^2 + 6x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -2 \end{cases} \\ 3x^2 - 6x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases} \\ -3x^2 - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} . \text{ Chọn A.}$$

Câu 32: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$. **Chọn A.**

Câu 33: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. **Chọn A.**

Câu 34: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 35: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. **Chọn D.**

Câu 36: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$. **Chọn B.**

Câu 37: Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{4}{3}\right)$. **Chọn C.**

Câu 38: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(4; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 39: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 40: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 41: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(2; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 42: Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 43: Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$. **Chọn D.**

Câu 44: Ta có $f(1) < f(0)$ nên đáp án C sai. **Chọn C.**

Câu 45: **Chọn D.**

Câu 46: **Chọn A.**

Câu 47: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng

- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(0; 3)$
- Tập giá trị của hàm số $f(x): T = [-3; +\infty)$
- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2) \Rightarrow f(0) > f(2) \Rightarrow f(2) < 2$

Chọn C.

Câu 48: Điền các điểm x ở đáp án vào bảng biến thiên, ta được $f(2) > f(3)$. **Chọn D.**

Câu 49: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
- Tập giá trị của hàm số $f(x): T = (-\infty; +\infty)$
- Hàm số bị gián đoạn trên $(-1; 3)$ nên không đồng biến trên $(-1; 3)$
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2) \Rightarrow f(1) < f(2) \Rightarrow f(1) - f(2) < 0$

Chọn A.

Câu 50: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$

- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$

Chọn C.

Câu 51: Điền các điểm x ở đáp án vào bảng biến thiên, ta được $f(-4) < f(-5)$. **Chọn D.**

Câu 52: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng

- Với $a, b \in (0, 2)$ mà hàm số nghịch biến trên $(0, 2)$ nên $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$.
- Với $a, b \in (2; +\infty)$ mà hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ nên $a > b \Rightarrow f(a) > f(b)$.
- Với $a, b \in (-\infty; 0)$ mà hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ nên $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$.

Chọn A.

Câu 53: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng

- Với $a, b \in (-2, -1) \cup (-1; 2)$ mà $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$ hoặc $f(a) < f(b)$.
- Với $a, b \in (1, 2)$ mà hàm số đồng biến trên $(1, 2)$ nên $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$.
- Với $a, b \in (-\infty, -2) \cup (0; +\infty)$ mà $a < b$ nên nếu $\begin{cases} a \in (-\infty; -2) \\ b \in (0; +\infty) \end{cases}$ thì không so sánh được hai

giá trị $f(a), f(b)$.

- Với $a, b \in (-2, -1)$ mà hàm số nghịch biến trên $(-2, -1)$ nên $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$.

Chọn B.

Câu 54: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy rằng

- $f^2(x) < 1 \Leftrightarrow -1 < f(x) < 1$ suy ra $0 < x < 2 \longrightarrow \mathbf{A đúng}$
- $x > 2 \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow f(x) > f(2) = -1 \longrightarrow \mathbf{B đúng}$
- $f^2(x) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 1 \\ f(x) < -1 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x > x_1 > 2 \\ x < x_2 < 0 \end{cases} \longrightarrow \mathbf{C đúng}$
- $-3 < x < -2 \Rightarrow f(x) < 1 \longrightarrow \mathbf{D sai}$

Chọn D

Câu 55: Dựa vào hình vẽ, ta có $f'(x) = x(3x - 4) \Rightarrow f'(x - 1) = (x - 1)(3x - 7)$

$$\text{Do đó } g'(x) = f'(x - 1) = (x - 1)(3x - 7); \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

Vẽ bảng biến thiên hàm số $g(x)$ trên các nghiệm $x = 1; x = \frac{7}{3}$

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1; \frac{7}{3}\right)$. **Chọn B.**

Câu 56: Dựa vào hình vẽ, ta có $f'(x) = x(x-2) \Rightarrow f'(x^2) = x^2(x^2-2)$

$$\text{Do đó } g'(x) = 2x \cdot f'(x^2) = 2x^3(x^2-2); g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Vẽ bảng biến thiên hàm số $g(x)$ trên các nghiệm $x = 0; x = \pm\sqrt{2}$

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$. **Chọn A.**

Câu 57: Dựa vào hình vẽ, ta có $f'(x) = x(x-1)(x+1) = x(x^2-1)$

$$\Rightarrow f'(x^2+1) = (x^2+1) \left[(x^2+1)^2 - 1 \right] = (x^2+1)(x^4+2x^2)$$

$$\text{Do đó } g'(x) = 2x \cdot f'(x^2+1) = 2x(x^2+1)(x^4+2x^2) = 2x^2(x^2+1)(x^2+2)$$

Phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. **Chọn D.**

Câu 58: Dựa vào hình vẽ, ta có $f'(x) = -(x+1)(x-3)$

$$\Rightarrow f'(|x+1|) = -(|x+1|+1)(|x+1|-3) = (|x+1|+1)(3-|x+1|)$$

$$\text{Do đó } g'(x) = |x+1|' \cdot f'(|x+1|) = \frac{x+1}{|x+1|} \cdot (|x+1|+1)(3-|x+1|)$$

$$\text{Suy ra } g'(x) < 0 \Leftrightarrow (x+1) \cdot (3-|x+1|) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -4 < x < -1 \end{cases}$$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và $(-4; -1)$. **Chọn A.**

Câu 59: Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 60: Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 61: Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 62: Hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$, nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 63: Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên $(1; 3)$. **Chọn D.**

Câu 64: Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi $1 < x+1 < 3 \Rightarrow 0 < x < 2$. **Chọn A.**

Câu 65: Ta có $g'(x) = -f'(-x) \leq 0 \Rightarrow f'(-x) \geq 0 \Rightarrow -x < 0 \Rightarrow x > 0$. Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. **Chọn C.**

$$\text{Câu 66: Hàm số } g(x) \text{ đồng biến khi } \begin{cases} 3-x < -1 \\ 3-x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < 1 \end{cases} \text{ . Chọn B.}$$

$$\text{Câu 67: Hàm số } g(x) \text{ đồng biến khi } x^2 - 5 > -1 \Leftrightarrow x^2 > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \text{ Chọn C}$$

Câu 68: Hàm số $g(x)$ đồng biến khi $-1 < x^2 + 2x < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x + 1 > 0 \\ x^2 + 2x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 - \sqrt{2} < x < -1 + \sqrt{2}$.

Chọn B.

Câu 69: Hàm số $g(x)$ đồng biến khi $-2x^2 + 2 < 0 \Leftrightarrow x^2 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến khi $-1 < x < 1$ nên đáp án B sai. **Chọn B.**

Câu 70: Hàm số $g(x)$ đồng biến khi $\begin{cases} x^2 - 4x + 6 < 1 \\ x^2 - 4x + 6 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 5 < 0 \\ x^2 - 4x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 71: Ta có hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$, $(-\infty; -1)$. **Chọn B.**

Câu 72: Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 73: Ta có $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$. **Chọn D.**

Câu 74: Ta có trên $(2; +\infty)$ thì $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 75: Ta có $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$. **Chọn B.**

Câu 76: Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 77: Ta có $g'(x) = f'(x+2) > 0 \Leftrightarrow x+2 < -2 \Leftrightarrow x < -4$. **Chọn C.**

Câu 78: Ta có $g'(x) = f'(x-1) > 0 \Leftrightarrow x-1 > 2 \Leftrightarrow x > 3$. **Chọn A.**

Câu 79: Ta có $y' = -f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow 2-x > 3 \Leftrightarrow x < -1$. **Chọn B.**

Câu 80: Ta có $y' = 2x.f'(x^2-3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2-3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2-3 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$

Khi đó $y' = 2x.f'(x^2-3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2-3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2-3 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -1 \end{cases}$

Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$, $(-1; 0)$ và nghịch biến trên $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$. **Chọn B.**

Câu 81: Ta có $y' = 2x.f'(x^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2 + 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \begin{cases} -1 < x^2 + 1 < 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$

Khi đó $y' = 2x.f'(x^2 + 1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ f'(x^2 + 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} -1 < x^2 + 1 < 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 0$

Hàm số đồng biến trên $(0;1)$ và nghịch biến trên $(-1;0)$. **Chọn D.**

Câu 82: $y' = -2x.f'(4 - x^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(4 - x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 4 - x^2 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 83: $y' = (2x - 2).f'(x^2 - 2x + 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ f'(x^2 - 2x + 3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \begin{cases} x^2 - 2x + 3 < 0 \\ 0 < x^2 - 2x + 3 < 2 \\ x^2 - 2x + 3 > 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 0 < x < 1 \end{cases}$

Chọn B.

Câu 84: $y' = -f'(2 - x) > 0 \Leftrightarrow f'(2 - x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 2 - x < 1 \\ 2 - x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow x = 2$. **Chọn A.**

Câu 85: $y' = 2x.f'(x^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} x^2 > 1 \\ x^2 < 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ -1 < x < 0 \end{cases}$. **Chọn C.**

$$\text{Câu 86: } y' = 2x.f'(x^2 - 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(x^2 - 9) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -2 < x^2 - 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \sqrt{7} < x < 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ f'(x^2 - 9) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^2 - 9 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x < -3 \\ -\sqrt{7} < x < 0 \end{cases}$$

Do đó không có giá trị x thỏa mãn bài toán. **Chọn C.**

$$\text{Câu 87: } f'(x) > 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và $(-\infty; -1)$. **Chọn B.**

$$\text{Câu 88: } f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^{2019}(x^{2020} - 1) < 0$$

TH1: Với $x > 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^{2020} - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$. Ta được $0 < x < 1$.

TH2: Với $x < 0 \Rightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x^{2020} - 1 > 0 \Rightarrow x^{2020} > 1 \Rightarrow x < -1$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ và $(-\infty; -1)$.

Cách 2: Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$. Lập bảng xét dấu cho $f'(x)$ ta có:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ và $(-\infty; -1)$. **Chọn A.**

$$\text{Câu 89: } g'(x) = f'(x) < 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2(x + 2) < 0 \Leftrightarrow x < -2.$$

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **Chọn C.**

$$\text{Câu 90: } g'(x) = [f(x) - x^2 - 1]' = f'(x) - 2x = (3 - x)(x^2 - 1) + 2x - 2x = (3 - x)(x - 1)(x + 1)$$

Lập bảng xét dấu cho $g'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$ nên nó đồng biến trên khoảng $(1; 2)$. **Chọn D.**

Câu 91: Tính chất:

■ Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $D = [a; b]$ thì với $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 > x_2$ ta có $f(x_1) > f(x_2)$.

■ Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $D = [a; b]$ thì với $x_1, x_2 \in D$ và $x_1 > x_2$ ta có $f(x_1) < f(x_2)$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = f'(x) + 3x^2 = (x + 3)(9 - x^2) = (x + 3)^2(3 - x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $(-\infty; 3]$ và nghịch biến trên nửa khoảng $[3; +\infty)$.

Suy ra $g(0) < g(1)$, $g(3) > g(4)$, $g(-2) > g(-3)$. **Chọn A.**

Câu 92: $g'(x) = f'(x) - 2019 = x^2 - 4x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 0 \end{cases}$

Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $(-\infty; 0]$ và $[4; +\infty)$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên đoạn $[0; 4]$.

Vậy $g(3) > g(4)$. **Chọn B.**

Câu 93: $g'(x) = f'(x) - m = -x^3 + 12x + 2 - m$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 4) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0 (\forall x \in [1; 4])$ (mở rộng ra đoạn do hàm số $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$)

$$\Leftrightarrow -x^3 + 12x + 2 - m \geq 0 (\forall x \in [1; 4]) \Leftrightarrow -x^3 + 12x + 2 \geq m (\forall x \in [1; 4]) (*)$$

Xét hàm số $h(x) = -x^3 + 12x + 2$ trên khoảng $[1; 4]$ ta có:

$$h'(x) = -3x^2 + 12 = 0 \xrightarrow{x \in (1; 4)} x = 2$$

$$\text{Mặt khác } h(1) = 13, h(2) = 18, h(4) = -14$$

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow \min_{[1; 4]} h(x) \geq m \Leftrightarrow -14 \geq m \Leftrightarrow m \leq -14. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 94: $g'(x) = f'(x) - m + \sqrt{2} = \frac{4}{x^2 + 1} - m + \sqrt{2}$

$$\text{Hàm số } g(x) \text{ nghịch biến trên khoảng } (-1; 2) \Leftrightarrow \frac{4}{x^2 + 1} - m + \sqrt{2} \leq 0 (\forall x \in [-1; 2])$$

$$(\text{Do hàm số liên tục nên ta mở rộng ra đoạn}) \Leftrightarrow m - \sqrt{2} \geq \frac{4}{x^2 + 1} (\forall x \in [-1; 2]) (*)$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = f'(x) = \frac{4}{x^2 + 1} \text{ trên đoạn } [-1; 2] \Rightarrow h'(x) = \frac{-8x}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{Mặt khác } h(-1) = 2, h(0) = 4, h(2) = \frac{4}{5} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow m - \sqrt{2} \geq \max_{[-1; 2]} h(x) \Leftrightarrow m - \sqrt{2} \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 4 + \sqrt{2}.$$

Chọn A.

Câu 95: : Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow g'(x) = f'(x) - m \leq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow m \geq f'(x) (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow m \geq \max_{\mathbb{R}} f'(x)$$

$$\text{Mặt khác } f'(x) = \frac{4}{x^2 + 1} \leq \frac{4}{0^2 + 1} = 4 \Rightarrow \max_{\mathbb{R}} f'(x) = 4.$$

Do đó $m \geq 4$ là giá trị cần tìm.

Kết hợp $\begin{cases} m \in (-20; 20) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ có 16 giá trị của tham số m . **Chọn A.**

Câu 96: $g'(x) = f'(x) - m^2 = \cos^2 x + 2 \sin x + 2 - m^2$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow g'(x) \leq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x + 2 \sin x + 2 - m^2 \leq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow m^2 \geq \cos^2 x + 2 \sin x + 2 = 3 - \sin^2 x + 2 \sin x (\forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow m^2 \geq 4 - (\sin x - 1)^2 (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow m^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in (-20; 20) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ có 36 giá trị của tham số m . **Chọn D.**

Câu 97: Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow g'(x) = f'(x) - (m-1) \geq 0 (\forall x \in [2; +\infty))$

$$\Leftrightarrow f'(x) \geq m-1 \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq m-1 (\forall x \in [2; +\infty)) (*)$$

Xét hàm số $h(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[2; +\infty)$ ta có: $h'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2} > 0 (\forall x \in [2; +\infty))$

Do đó hàm số $h(x)$ đồng biến trên nửa khoảng $[2; +\infty) \Rightarrow \min_{[2; +\infty)} h(x) = h(2) = \frac{5}{2}$

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow \min_{[2; +\infty)} h(x) \geq m-1 \Leftrightarrow h(2) \geq m-1 \Leftrightarrow \frac{5}{2} \geq m-1 \Leftrightarrow m \leq \frac{7}{2}$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m = \{1; 2; 3\}$. **Chọn C.**

Câu 98: Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow g'(x) = f'(x) + 2m \leq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow -2m \geq \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}} (\forall x \in \mathbb{R}) (*)$$

Xét hàm số $h(x) = f'(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ trên $\mathbb{R}$ ta có:

$$h'(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x(x+3)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1-3x}{\sqrt{(x^2+1)^3}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Lại có: $h\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{10}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 1 \Rightarrow \max_{\mathbb{R}} h(x) = \sqrt{10}$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow -2m \geq \max_{\mathbb{R}} h(x) \Leftrightarrow -2m \geq \sqrt{10} \Leftrightarrow m \leq \frac{-\sqrt{10}}{2}$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in (-20; 20) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ có 18 giá trị của tham số m . **Chọn A.**

Câu 99: $g'(x) = [f(x-1)]' - 3 = f'(x-1) - 3 = (x-1)^2 + 2(x-1) - 3 = x^2 - 4$

Do đó $g'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và $(-\infty; -2)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 4)$. **Chọn B.**

Câu 100: $g'(x) = [f(x^2)]' = 2x \cdot f'(x^2) = 2x \cdot x^4 (x^2 + 1) < 0 \Leftrightarrow x < 0$

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$. **Chọn B.**

Câu 101: $g'(x) = [f(x+1)]' - 2 = (x+1)^2 + 1 - 2 = x^2 + 2x$

Khi đó $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0 \Rightarrow g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$. **Chọn B.**

Câu 102: Hàm số $g(x)$ đồng biến trên đoạn $[2; 4] \Leftrightarrow g'(x) = f'(x) - (m-3) \geq 0 (\forall x \in [2; 4])$

$\Leftrightarrow f'(x) \geq (m-3) (\forall x \in [2; 4]) (*)$

Xét $h(x) = f'(x) = \frac{x^2 + 3}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$ ta có: $h'(x) = \frac{2x(x-1) - x^2 - 3}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$

Với $x \in [2; 4] \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Lại có: $h(2) = 7, h(3) = 6, h(4) = \frac{19}{4} \Rightarrow \min_{[2; 4]} h(x) = 6$.

Ta có: $(*) \Leftrightarrow \min_{[2; 4]} h(x) \geq m-3 \Leftrightarrow 6 \geq m-3 \Leftrightarrow m \leq 9$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow$ có 9 giá trị của tham số m . **Chọn A.**

Câu 103: Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow g'(x) = f'(x) - m \geq 0 (\forall x \in (0; +\infty))$

$\Leftrightarrow f'(x) \geq m (\forall x \in (0; +\infty)) (*)$

Xét $h(x) = f'(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có: $h'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = +\infty, h(1) = 3, \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty \Rightarrow \min_{(0; +\infty)} h(x) = h(1) = 3$

Hoặc áp dụng BĐT AM - GM ta có: $h(x) = x^2 + \frac{2}{x} = x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \geq 3 \sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}} = 3$.

Suy ra $\min_{(0; +\infty)} h(x) = 3$. Do đó $(*) \Leftrightarrow 3 \geq m$. **Chọn A.**

Câu 104: $y' = \frac{m \cdot (-m) - 1 \cdot (-2m - 3)}{(x - m)^2} = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2}; \forall x \neq m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 2m + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{0; 1; 3\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn D.**

Câu 105: $y' = \frac{m \cdot m - 1 \cdot 4m}{(x + m)^2} = \frac{m^2 - 4m}{(x + m)^2}; \forall x \neq -m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{1; 2; 3\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn D.**

Câu 106: $y' = \frac{1.5m - 1.2}{(x + 5m)^2} = \frac{5m - 2}{(x + 5m)^2}; \forall x \neq -5m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0; \forall x \in (-\infty; -10) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 2 > 0 \\ x = -5m \notin (-\infty; -10) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{1; 2\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 107: $y' = \frac{1.5m - 1.6}{(x + 5m)^2} = \frac{5m - 6}{(x + 5m)^2}; \forall x \neq -5m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0; \forall x \in (10; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 6 < 0 \\ x = -5m \notin (10; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{6}{5}$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{-2; -1; 0; 1\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 108: $y' = \frac{1.3m - 1.1}{(x + 3m)^2} = \frac{3m - 1}{(x + 3m)^2}; \forall x \neq -3m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0; \forall x \in (6; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 1 < 0 \\ x = -3m \notin (6; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \frac{1}{3}$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{-2; -1; 0\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 109: $y' = \frac{1.3m - 1.1}{(x + 3m)^2} = \frac{3m - 1}{(x + 3m)^2}; \forall x \neq -3m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0; \forall x \in (-\infty; -6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 1 > 0 \\ x = -3m \notin (-\infty; -6) \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < m \leq 2$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{1; 2\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 110: $y' = \frac{m \cdot m - 1 \cdot 1}{(x + m)^2} = \frac{m^2 - 1}{(x + m)^2}; \forall x \neq -m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 111: $y' = \frac{m \cdot (m+3) - 1 \cdot 4}{(x+m)^2} = \frac{m^2 + 3m - 4}{(x+m)^2}; \forall x \neq -m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -4 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 112: $y' = \frac{m^2 \cdot (-1) - 1 \cdot (-m - 20)}{(x-1)^2} = \frac{-m^2 + m + 20}{(x-1)^2}; \forall x \neq 1$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow -m^2 + m + 20 > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 5$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow$ có 8 giá trị nguyên m cần tìm. **Chọn B.**

Câu 113: $y' = \frac{m^2 \cdot (-2) - 1 \cdot (-3m + 1)}{(x-2)^2} = \frac{-2m^2 + 3m - 1}{(x-2)^2}; \forall x \neq 2$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 3m - 1 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \xrightarrow{-100 < m < 100} \longrightarrow$ có $98 + 100 = 198$ giá trị nguyên m cần tìm. **Chọn D.**

Câu 114: $y' = \frac{m \cdot m - 1 \cdot 3}{(x+m)^2} = \frac{m^2 - 3}{(x+m)^2}; \forall x \neq -m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0; \forall x \in (-\infty; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3 < 0 \\ x = -m \notin (-\infty; -2) \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$

Vậy $m \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$ là giá trị cần tìm $\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\sqrt{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow b - a = 2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 115: $y' = \frac{(m+3) \cdot m - 1 \cdot (-2)}{(x+m)^2} = \frac{m^2 + 3m + 2}{(x+m)^2}; \forall x \neq -m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0; \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m + 2 > 0 \\ x = -m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \Leftrightarrow m > -1 \\ m \geq -2 \end{cases}$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \xrightarrow{-100 < m < 100} \longrightarrow$ có 100 giá trị nguyên m cần tìm.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{100}{199}$. **Chọn A.**

Câu 116: $y' = \frac{2 \cdot (-m) - 1 \cdot (-3m - 2)}{(x-m)^2} = \frac{m + 2}{(x-m)^2}; \forall x \neq m$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y' < 0; \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 < 0 \\ x = m \notin (1; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m < -2. \text{ Chọn D.}$$

$$\text{Câu 117: } y' = \frac{1.m - 1.m^4}{(x+m)^2} = \frac{m-m^4}{(x+m)^2}; \forall x \neq -m$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y' > 0; \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m-m^4 > 0 \\ x = -m \notin \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1$$

$$\text{Vậy } m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right) \text{ là giá trị cần tìm} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}; b = 1 \Rightarrow b - a = \frac{3}{2}. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 118: } y' = \frac{m^3.m - 1.16}{(x+m)^2} = \frac{m^4 - 16}{(x+m)^2} = \frac{(m^2-4)(m^2+4)}{(x+m)^2}; \forall x \neq -m$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y' > 0; \forall x \in (5; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ x = -m \notin (5; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases} \\ m \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ -5 \leq m < -2 \end{cases}$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}^- \longrightarrow m = \{-5; -4; -3\}$ là các giá trị cần tìm.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là } P = \frac{2}{3}. \text{ Chọn C.}$$

$$\text{Câu 119: } y' = \frac{2.8 - (-1).(-m^2)}{(x-8)^2} = \frac{16-m^2}{(x-8)^2}; \forall x \neq 8$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow 16 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ là các giá trị cần tìm.

$$\text{Vậy } \sum m = 0. \text{ Chọn C.}$$

$$\text{Câu 120: } y' = \frac{m.m - (-2).(-5)}{(-2x+m)^2} = \frac{m^2-10}{(2x-m)^2}; \forall x \neq \frac{m}{2}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y' < 0; \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10 < 0 \\ x = \frac{m}{2} \notin (-\infty; -1) \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < \sqrt{10}$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ là các giá trị cần tìm.

$$\text{Vậy } \sum m = 3. \text{ Chọn A.}$$

Câu 121: Với $m = 0$, ta được $y = 5 \longrightarrow m = 0$ loại.

Với $m \neq 0$. Ta có $y' = \frac{m^2 \cdot 1 - 2m \cdot 5}{(2mx+1)^2} = \frac{m^2 - 10m}{(2mx+1)^2}; \forall x \neq -\frac{1}{2m}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0; \forall x \in (3; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m < 0 \\ x = -\frac{1}{2m} \notin (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 10$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{1; 2; 3; \dots; 9\}$ là các giá trị cần tìm.

Vậy $\sum m = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$. **Chọn D.**

Câu 122: $y' = \frac{2 \cdot (-m) - 1 \cdot (-m+3)}{(x-m)^2} = \frac{-m-3}{(x-m)^2}; \forall x \neq m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0; \forall x \in [7; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m-3 < 0 \\ x = m \notin [7; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m < 7 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 7$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{-2; -1; 0; \dots; 6\}$ là các giá trị cần tìm.

Vậy $\sum m = 18$. **Chọn B.**

Câu 123: $y' = \frac{1 \cdot (-3m+2) - 1 \cdot (2m-3)}{(x-3m+2)^2} = \frac{-5m+5}{(x-3m+2)^2}; \forall x \neq 3m-2$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0; \forall x \in (-\infty; -14) \Leftrightarrow \begin{cases} -5m+5 > 0 \\ x = 3m-2 \notin (-\infty; -14) \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m < 1$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{-4; -3; -2; -1; 0\}$ là các giá trị cần tìm.

Vậy $\sum m = -10$. **Chọn D.**

Câu 124: $y' = \frac{2m \cdot 2m - 1 \cdot (3m^2 + 9)}{(x+2m)^2} = \frac{m^2 - 9}{(x+2m)^2}; \forall x \neq -2m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 125: $y' = \frac{2m \cdot 2m - 1 \cdot (3m^2 + 9)}{(x+2m)^2} = \frac{m^2 - 9}{(x+2m)^2}; \forall x \neq -2m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}^+ \longrightarrow m = \{1; 2\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 126: $y' = \frac{1 \cdot m - 1 \cdot 1}{(x+m)^2} = \frac{m-1}{(x+m)^2}; \forall x \neq m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$. **Chọn B.**

Câu 127: $y' = \frac{m \cdot (m-3) - 1 \cdot (-2)}{(x+m-3)^2} = \frac{m^2 - 3m + 2}{(x+m-3)^2}; \forall x \neq 3-m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Do đó $a = 1; b = 2 \longrightarrow P = a - b = -1$. **Chọn A.**

Câu 128: $y' = \frac{m \cdot (-m) - 1 \cdot (-9)}{(x-m)^2} = \frac{9 - m^2}{(x-m)^2}; \forall x \neq m$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow 9 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow$ có 5 giá trị nguyên m cần tìm. **Chọn A.**

Câu 129: $y' = 4x^3 + 8(2m-1)x$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 (\forall x \in [1; +\infty))$

$$\Leftrightarrow 4x^3 + 8(2m-1)x \geq 0 (\forall x \in [1; +\infty)) \Leftrightarrow x^2 + 2(2m-1) \geq 0 (\forall x \in [1; +\infty))$$

$$\Leftrightarrow \min_{[1; +\infty)} [x^2 + 2(2m-1)] \geq 0 \Leftrightarrow 1 + 4m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 20 giá trị của tham số m . **Chọn D.**

Câu 130: $y' = -4x^3 + 2(m-1)x$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow$ nó nghịch biến trên đoạn $[1; 2]$

$$\Leftrightarrow y' \leq 0 (\forall x \in [1; 2]) \Leftrightarrow -4x^3 + 2(m-1)x \leq 0 (\forall x \in [1; 2]) \Leftrightarrow -4x^2 + 2(m-1) \leq 0 (\forall x \in [1; 2])$$

$$\Leftrightarrow \max_{[1; 2]} [-4x^2 + 2(m-1)] \leq 0 \Leftrightarrow -4 + 2(m-1) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 3$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 24 giá trị của tham số m . **Chọn C.**

Câu 131: $y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x[x^2 - (m-1)]; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m-1 \end{cases}$

TH1. Nếu $m-1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 1 \longrightarrow y' = 0$ có một nghiệm $x = 0$ và y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua điểm $x = 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, tức là đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

TH2. Nếu $m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1 \longrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m-1} \\ x = \sqrt{m-1} \end{cases}$

Dựa vào BBT, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \sqrt{m-1} \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 2$. Do đó $1 < m \leq 2$.

Kết hợp 2 trường hợp. ta được $m \leq 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Mà $m \in [-10; 10]$ và $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow$ có 13 giá trị nguyên m cần tìm. **Chọn D.**

Câu 132: $y' = 4x^3 - 4(m^2 - 4)x = 4x[x^2 - (m^2 - 4)]; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 - 4 \end{cases}$

TH1. Nếu $m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2 \longrightarrow y' = 0$ có một nghiệm $x = 0$ và y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua điểm $x = 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ tức là không nghịch biến trên khoảng $(2; 6)$.

TH2. Nếu $m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases} \longrightarrow y' \leq 0; \forall x \in (2; 6) \Leftrightarrow x^2 - m^2 + 4 \leq 0; \forall x \in (2; 6)$

$$\Leftrightarrow m^2 \geq x^2 + 4; \forall x \in (2; 6) \Leftrightarrow m^2 \geq 6^2 + 4 = 40 \Leftrightarrow m^2 - 40 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2\sqrt{10} \\ m \leq -2\sqrt{10} \end{cases}$$

Kết hợp 2 trường hợp, ta được $\begin{cases} m \geq 2\sqrt{10} \\ m \leq -2\sqrt{10} \end{cases}$ là giá trị cần tìm.

Mà $m \in [-10; 10]$ và $m \in \mathbb{Z} \longrightarrow$ có $4 + 4 = 8$ giá trị nguyên m cần tìm. **Chọn C.**

Câu 133: $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3(m-1)(m+3)$

$$= 3[x - (m-1)][x - (m+3)] < 0 \Leftrightarrow m-1 < x < m+3$$

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(m-1; m+3)$

$$\text{Để hàm số nghịch biến trên khoảng } (1; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 \geq 2 \\ m-1 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1; 2\} \Rightarrow \sum m = 3$. **Chọn A.**

Câu 134: $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m-1 \\ x = m+1 \end{cases}$

Dễ thấy $m-1 \neq m+1; \forall m \in \mathbb{R} \longrightarrow$ Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Vì hệ số $a > 0$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; m-1)$ và $(m+1; +\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (3; +\infty) \subset (m+1; +\infty) \longrightarrow m+1 \leq 3 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}^+ \longrightarrow m = \{1; 2\}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 135: $y' = -4x^3 + 4(m-2)x = 4x(-x^2 + m-2); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m-2 \end{cases}$

TH1. Nếu $m-2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2 \longrightarrow y' = 0$ có một nghiệm $x = 0$ và y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua điểm $x = 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$, tức là đồng biến trên khoảng $(-\infty; -5)$.

TH2. Nếu $m - 2 > 0 \Leftrightarrow m > 2 \longrightarrow y' \geq 0; \forall x \in (-\infty; -5) \Leftrightarrow 4x(-x^2 + m - 2) \geq 0; \forall x \in (-\infty; -5)$

$$\Leftrightarrow -x^2 + m - 2 \leq 0; \forall x \in (-\infty; -5) \Leftrightarrow m \leq x^2 + 2; \forall x \in (-\infty; -5) \Leftrightarrow m \leq \min_{(-\infty; -5)} \{x^2 + 2\} - 27$$

Kết hợp 2 trường hợp, ta được $m \leq 27$ là giá trị cần tìm.

Mà $m \in \mathbb{Z}^+ \longrightarrow$ có 27 giá trị nguyên m cần tìm. **Chọn B.**

Câu 136: Ta xét hai trường hợp sau:

• Hệ số $a = m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \longrightarrow y = -4 \\ m = 2 \longrightarrow y = 4x^2 - 4 \end{cases}$. Hàm số $y = 4x^2 - 4$ có đồ thị là một parabol nghịch

biến trên khoảng $(-\infty; 0)$, đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \longrightarrow m = 2$ thỏa mãn bài toán.

• Hệ số $a = m^2 - 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \{0; 2\}$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ ab \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m > 0 \\ 4m - m^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 4$$

Kết hợp 2 trường hợp, ta được $2 \leq m \leq 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = \{2; 3; 4\}$. **Chọn D.**

Câu 137: $y' = 4x^3 - 4(m^2 - 1)x \geq 0, \forall x \in (4; 6) \Leftrightarrow x^2 \geq m^2 - 1, \forall x \in (4; 6)$

Với $x \in (4; 6) \Rightarrow x^2 \in (16; 36) \longrightarrow m^2 - 1 \leq 16 \Leftrightarrow -\sqrt{17} \leq m \leq \sqrt{17} \Rightarrow m \in \{\pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$

Chọn A.

Câu 138: $y' = 4x^3 - 4(m^2 + 1)x \leq 0, \forall x \in (2; 5) \Leftrightarrow x^2 \leq m^2 + 1, \forall x \in (2; 5)$

Với $x \in (2; 5) \Rightarrow x^2 \in (4; 25) \longrightarrow m^2 + 1 \geq 25 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2\sqrt{6} \\ m \leq -2\sqrt{6} \end{cases} \longrightarrow m = \pm 5$. **Chọn D.**

Câu 139: $y' = -4x^3 + 4(4m - 1)x \geq 0, \forall x \in (1; 4) \Leftrightarrow 4m - 1 \geq x^2, \forall x \in (1; 4)$

Với $x \in (1; 4) \Rightarrow x^2 \in (1; 16) \longrightarrow 4m - 1 \geq 16 \Leftrightarrow m \geq \frac{17}{4}$. **Chọn C.**

Câu 140: $y' = -4x^3 - 4(m - 1)x \leq 0, \forall x \in (1; 5) \Leftrightarrow 1 - m \leq x^2, \forall x \in (1; 5)$

Với $x \in (1; 5) \Rightarrow x^2 \in (1; 25) \longrightarrow 1 - m \leq 1 \Leftrightarrow m \geq 0$. **Chọn B.**

Câu 141: $y = \frac{-\cos x + 2m + 1}{\cos x - m} \Rightarrow y' = \frac{m - 2m - 1}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{m + 1}{(\cos x - m)^2} \cdot \sin x$

Do $\sin x > 0 \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ -1 < m \leq 0 \end{cases}$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-10; 10] \end{cases} \Rightarrow$ có 11 giá trị của tham số m . **Chọn A.**

Câu 142: $y = \frac{\cot x + 2m + 2}{2 \cot x - m + 1} \Rightarrow y' = \frac{-m + 1 - 4m - 4}{(2 \cot x - m + 1)^2} \cdot \frac{-1}{\sin^2 x} = \frac{5m + 3}{(2 \cot x - m + 1)^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 x}$

Hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m + 3 > 0 \\ \cot x \notin \frac{m-1}{2} \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ \frac{m-1}{2} \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ \frac{m-1}{2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m \leq 3$

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 5 giá trị của tham số m . **Chọn C.**

Câu 143: $y' = \frac{-m-1+2m-4}{(2 \sin x - m - 1)^2} \cdot \cos x = \frac{m-5}{(2 \sin x - m - 1)^2} \cdot \cos x$

Hàm số nghịch biến trên khoảng

$\left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m-5 < 0 \\ \frac{m-1}{2} \notin \left(0; \frac{1}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ \left[\frac{m-1}{2} \geq \frac{1}{2} \right] \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m < 5 \\ m \leq 1 \end{cases} \\ \left[\frac{m-1}{2} \leq 0 \right] \end{cases}$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m = \{1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ có 4 giá trị của tham số m . **Chọn D.**

Câu 144: $y' = \frac{5m-6+m^2}{(\tan x + 5m - 6)^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \frac{m^2 + 5m - 6}{(\tan x + 5m - 6)^2} < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \tan x \in (0; 1) \longrightarrow \begin{cases} m^2 + 5m - 6 < 0 \\ 6 - 5m \geq 1 \\ 6 - 5m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < m < 1 \\ m \leq 1 \\ m \geq \frac{6}{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow -6 < m < 1 \Rightarrow m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0\}$. **Chọn A.**

Câu 145: Đặt $t = \cos x$ do $x \in \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. Khi đó hàm số trở thành $y = \frac{mt - 4}{t - m}$

Ta có $y' = \frac{4 - m^2}{(t - m)^2}$. Để hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ thì $\begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

Chọn C.

Câu 146: Đặt $t = \sin x$ do $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$. Khi đó hàm số trở thành $y = \frac{(m-1)t-2}{t-m}$

$$\text{Ta có } y' = \frac{-m^2+m+2}{(t-2)^2}. \text{ Để hàm số đồng biến trên } (0;1) \text{ thì } \begin{cases} -m^2+m+2 < 0 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 147: Đặt $t = \sin x$ do $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$. Khi đó hàm số trở thành $y = \frac{-2t-1}{t-m}$

$$\text{Ta có } y' = \frac{2m+1}{(t-m)^2}. \text{ Để hàm số đồng biến trên } (0;1) \text{ thì } \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$$

Chọn C.

Câu 148: $y' = \frac{m-1+4m}{(2\sin x+m-1)^2} \cdot \cos x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \frac{5m-1}{(2\sin x+m-1)^2} > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right)$

$$\text{Với } x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \sin x \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \longrightarrow \begin{cases} 5m-1 > 0 \\ \frac{1-m}{2} \geq \frac{1}{2} \\ \frac{1-m}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{5} \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}$$

Chọn C.

Câu 149: $y' = \frac{-5m+4+m^2}{(\cos x-5m+4)^2} \cdot (-\sin x) > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{m^2-5m+4}{(\cos x-5m+4)^2} < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$

$$\text{Với } x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \longrightarrow \begin{cases} m^2-5m+4 < 0 \\ 5m-4 \geq 1 \\ 5m-4 \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 4 \\ m \geq 1 \\ m \leq \frac{9}{10} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 4 \Rightarrow m \in \{2; 3\}$$

Chọn A.

Câu 150: $y = \frac{m \sin^2 x - 16}{\cos^2 x + m - 1} = \frac{m \sin^2 x - 16}{-\sin^2 x + m}$ (Do $\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$)

$$\text{Khi đó } y' = \frac{m^2-16}{(-\sin^2 x+m)^2} \cdot (\sin^2 x)' = \frac{m^2-16}{(-\sin^2 x+m)^2} \cdot 2 \sin x \cos x$$

Do $2 \sin x \cos x > 0 \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right)$ do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 16 < 0 \\ \sin^2 x \neq m \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ m \notin (0; 1) \end{cases}$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 7 giá trị của m . **Chọn C.**

Câu 151: $y' = \frac{-m+2m-1}{(\cot x - m)^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{-(m-1)}{(\cot x - m)^2} \cdot \frac{1}{\sin^2 x}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \cot x \neq m \left(\forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 0$

Kết hợp $\begin{cases} m \in (-20; 20) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ có 20 giá trị của tham số m . **Chọn A.**

Câu 152: $y' = \frac{-m^2+4}{(2\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{m^2-4}{(2\cos x - m)^2} \cdot \sin x$

Do $\sin x > 0 \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right)$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \cos x \neq \frac{m}{2} \left(\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \frac{m}{2} \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0$$

Kết hợp $\begin{cases} m \in (-100; 100) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m = \{0; -1\}$ có 2 giá trị của tham số m . **Chọn C.**

Câu 153: $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1); y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + m(m+1) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 = x - m \Leftrightarrow (x - m)^2 = x - m \Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 0 \\ x - m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 1 \end{cases}$$

Vì hệ số $a > 0$ suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(m; m+1)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \leq -1 < 0 \leq m+1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$. **Chọn C.**

Câu 154: $y' = \frac{-3m+4-m^2}{(\sqrt{2x-1}-3m+4)^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2x-1}} > 0, \forall x \in (1; 5) \Leftrightarrow \frac{m^2+3m-4}{(\sqrt{2x-1}-3m+4)^2} < 0, \forall x \in (1; 5)$

Với $x \in (1; 5) \Rightarrow \sqrt{2x-1} \in (1; 3) \longrightarrow \begin{cases} m^2+3m-4 < 0 \\ 3m-4 \geq 3 \\ 3m-4 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < 1 \\ m \geq \frac{7}{3} \\ m \leq \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < 1$. **Chọn B.**

Câu 155: $y' = \frac{4m-5+m^2}{(\sqrt{3x+1}+4m-5)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{3x+1}} < 0, \forall x \in (1;5) \Leftrightarrow \frac{m^2+4m-5}{(\sqrt{3x+1}+4m-5)^2} < 0, \forall x \in (1;5)$

Với $x \in (1;5) \Rightarrow \sqrt{3x+1} \in (2;4) \longrightarrow \begin{cases} m^2+4m-5 < 0 \\ 5-4m \geq 4 \\ 5-4m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 1 \\ m \leq \frac{1}{4} \\ m \geq \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m \leq \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \leq m < 1 \end{cases} . \text{Chọn B.}$

Câu 156: Đặt $t = \sqrt{4-x} \Rightarrow t' = \frac{-1}{2\sqrt{4-x}} < 0 (\forall x \in (-\infty;4))$

Với $x \in (-\infty;4) \Rightarrow t \in (0;+\infty)$

Khi đó bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t) = \frac{mt+2}{t+m-1}$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Ta có: $y' = \frac{m^2-m-2}{(t+m-1)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2 < 0 \\ (1-m) \notin (0;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ 1-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{1\}$ suy ra có 1 giá trị. **Chọn B.**

Câu 157: Đặt $y = g(x) = f(x) + x + 2019 \Rightarrow y' = f'(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Khi $x \rightarrow +\infty$ ta thấy $y = f'(x) < -1$ từ đó ta có bảng xét dấu cho $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$

Do đó hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **Chọn B.**

Câu 158: Ta có $g'(x) = f'(x) - 2 \leq 0 \Leftrightarrow f'(x) \leq 2$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $x > -3 \Rightarrow f'(x) \leq 2$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại điểm $x = 0$).

Do đó hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 159: Ta có $g'(x) = f'(x) + 1 \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) \geq -1$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $x > -2 \Rightarrow f'(x) \geq -1$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại điểm $x = 1$).

Do đó hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$. **Chọn D.**

Câu 160: Đặt $g'(x) = 2f'(x) - 4 = 2[f'(x) - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > 2 \Rightarrow g'(x) > 0$ từ đó ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	1		2		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+

Suy ra hàm số $g'(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ và $(3; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 161: Ta có $g'(x) = f'(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > -3 \Rightarrow g'(x) > 0$ từ đó ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(1; 2)$. **Chọn B.**

Câu 162: $g'(x) = 2f'(x) - 2x - 4 = 2[f'(x) - (x + 2)]$

Dựa vào sự tương giao của hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và

đường thẳng $y = x + 2$ ta thấy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > x + 2 \Rightarrow g'(x) > 0$ nên ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$. **Chọn A.**

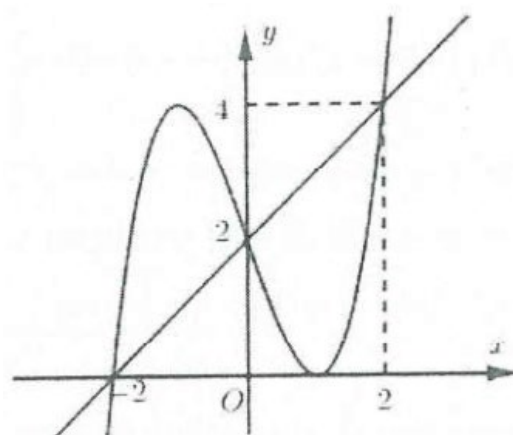
Câu 163: Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2x + 4 = 2[f'(x) - (x - 2)]$

Dựa vào sự tương giao của hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x - 2$ (Đường thẳng này đi qua

các điểm $(-1; -3), (1; -1), (2; 0)$ trên hình vẽ) ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > x - 2 \Rightarrow g'(x) > 0$ (Vì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm trên đường thẳng $y = x - 2$).

Ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:



x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(2;+\infty)$. **Chọn B.**

Câu 164: Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 6 = 2[f'(x) - 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) < -3 \Rightarrow g'(x) < 0$ từ đó ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;-1)$ và $(1;2)$. **Chọn C.**

Câu 165: Ta có $g'(x) = f'(x) + x + 1 = f'(x) - (-x - 1)$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x - 1$ (Đường thẳng này đi qua

các điểm $(-3;2), (-1;0), (1;-2)$ trên hình vẽ) ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (-x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > -x - 1 \Rightarrow g'(x) > 0$ (Vì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm trên đường thẳng $y = -x - 1$).

Ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;1)$. **Chọn B.**

Câu 166: Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 2(x+1) = 2[f'(x) - (-x-1)]$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x - 1$ (Đường thẳng này đi qua

các điểm $(-3;2), (1;-2), (3;-4)$ trên hình vẽ) ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (-x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) < -x - 1 \Rightarrow g'(x) < 0$ (Vì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y = -x - 1$).

Ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; 3)$. **Chọn B.**

Câu 167: Ta có $g'(x) = f'(x) - x$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$ (Đường thẳng này đi qua các

điểm $(-1; -1), (1; 1), (2; 2)$ trên hình vẽ) ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > x \Rightarrow g'(x) > 0$ (Vì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm trên đường thẳng $y = x$). Ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		+	0	+	0	-	0	+	

Chú ý qua điểm $x = -1$ thì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ vẫn nằm trên đường thẳng $y = x$ (quan sát đồ thị) điều đó chứng tỏ $x = -1$ là nghiệm kép của phương trình $g'(x) = 0$ hay $y = x$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tại điểm $x = -1$.

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$. **Chọn A.**

Câu 168: Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 2(x+1) = 2[f'(x) - (-x-1)]$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x-1$ (Đường thẳng này đi qua

các điểm $(-3; 2), (1; -2), (3; -4)$ trên hình vẽ) ta có: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (-x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) < -x-1 \Rightarrow g'(x) < 0$ (Vì đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y = -x-1$).

Ta có bảng xét dấu cho $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	

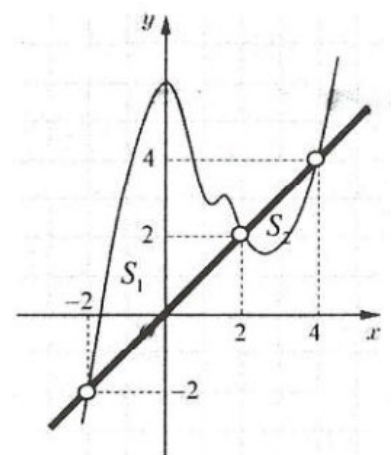
Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; 1)$ và $(3; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 169: Ta có $h'(x) = 2f'(x) - 2x; h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x$. Nghiệm

phương trình $h'(x) = 0$ chính là nghiệm của $f'(x) = x$, cũng là hoành độ

giao điểm của hai đồ thị $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$

Dựa vào hình vẽ, ta được $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 2; x = 4$



Gọi S_1, S_2 là diện tích hai phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$ như hình vẽ

$$\bullet 2S_1 = \int_{-2}^2 2[f'(x) - x] dx = \int_{-2}^2 h'(x) dx = h(2) - h(-2) > 0$$

$$\bullet 2S_2 = \int_2^4 2[x - f'(x)] dx = -\int_2^4 h'(x) dx = h(2) - h(4) > 0$$

$$\text{Từ đồ thị } 2S_1 > 2S_2 \Rightarrow h(2) - h(-2) > h(2) - h(4) \Rightarrow h(-2) < h(4)$$

Vậy $h(2) > h(4) > h(-2)$. **Chọn A.**

Câu 170: Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2(x+1); g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$. Nghiệm phương trình $g'(x) = 0$

chính là nghiệm của $f'(x) = x+1$, cũng là hoành độ giao điểm của

hai đồ thị $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x+1$. Dựa vào hình vẽ, ta

$$\text{được } g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = 1; x = 3$$

Gọi S_1, S_2 là diện tích hai phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm

số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x+1$ như hình vẽ

$$\bullet 2S_1 = \int_{-3}^1 2[f'(x) - (x+1)] dx = \int_{-3}^1 g'(x) dx = g(1) - g(-3) > 0$$

$$\bullet 2S_2 = \int_1^3 2[(x+1) - f'(x)] dx = -\int_1^3 g'(x) dx = g(1) - g(3) > 0$$

$$\text{Từ đồ thị } 2S_1 > 2S_2 \Rightarrow g(1) - g(-3) > g(1) - g(3) \Rightarrow g(-3) < g(3)$$

Vậy $g(1) > g(3) > g(-3)$. **Chọn D.**

Câu 171: Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 2x; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x$. Nghiệm phương trình $g'(x) = 0$ chính là

nghiệm của $f'(x) = -x$, cũng là hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x$. Dựa

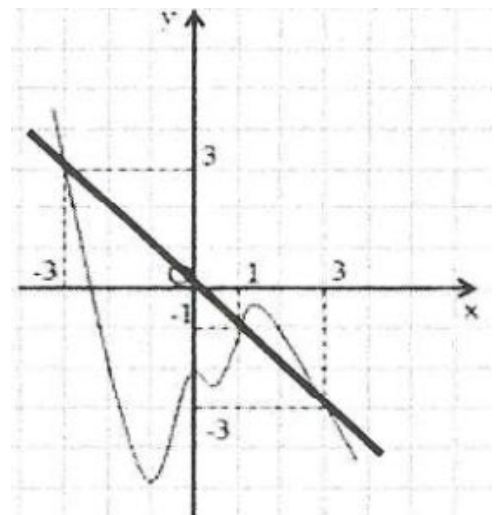
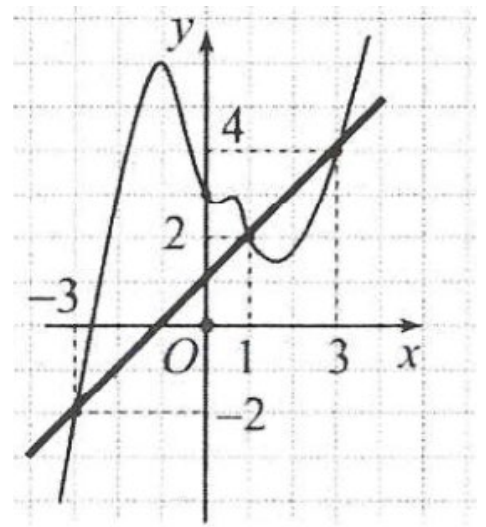
vào hình vẽ, ta được $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = 1; x = 3$

Gọi S_1, S_2 là diện tích hai phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm

số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x$ như hình vẽ

$$\bullet 2S_1 = \int_{-3}^1 2[-x - f'(x)] dx = -\int_{-3}^1 g'(x) dx = g(-3) - g(1) > 0$$

$$\bullet 2S_2 = \int_1^3 2[f'(x) - (-x)] dx = \int_1^3 g'(x) dx = g(3) - g(1) > 0$$



Từ đồ thị $2S_1 > 2S_2 \Rightarrow g(-3) - g(1) > g(3) - g(1) \Rightarrow g(-3) > g(3)$

Vậy $g(-3) > g(3) > g(1)$. **Chọn B.**

Câu 172: Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 2x + 2$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x - 1$. Nghiệm phương trình $g'(x) = 0$ chính là nghiệm của $f'(x) = -x - 1$, cũng là hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x - 1$. Dựa vào hình vẽ, ta được $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = 1; x = 3$

Gọi S_1, S_2 là diện tích hai phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x - 1$ như hình vẽ

$$\bullet 2S_1 = \int_{-3}^1 2[-x-1-f'(x)]dx = -\int_{-3}^1 g'(x)dx = g(-3) - g(1) > 0$$

$$\bullet 2S_2 = \int_1^3 2[f'(x)-(-x-1)]dx = \int_1^3 g'(x)dx = g(3) - g(1) > 0$$

Từ đồ thị $2S_1 > 2S_2 \Rightarrow g(-3) - g(1) > g(3) - g(1) \Rightarrow g(-3) > g(3)$

Vậy $g(-3) > g(3) > g(1)$. **Chọn A.**

Câu 173: Dựa vào hình vẽ, ta thấy rằng $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-4)$

Ta có $y' = -f'(2-x) = -(3-x)(1-x)(-2-x) = (x+2)(x-1)(x-3)$

Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 1; x = 3$. Lập bảng biến thiên $y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$. **Chọn C.**

Câu 174: Ta có $h'(x) = f'(x+7) - 2g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) > 0$

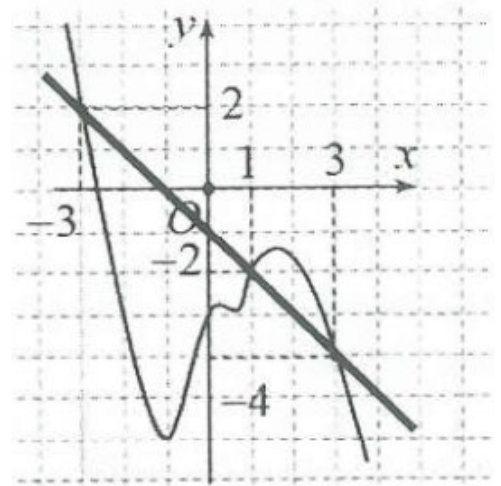
Trên đoạn $[3; 8]$, ta được $\min_{[3; 8]} f'(x) = f(3) = 10$; $\max_{[3; 8]} g'(x) = g(8) = 5$

Do đó $f'(x) - 2g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 2g'(x); \forall x \in (3; 8)$

Nếu $\begin{cases} 3 < x+7 < 8 \\ 3 < 2x + \frac{9}{2} < 8 \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{4} < x < 1$ thì $f'(x+7) > 2g'\left(2x + \frac{9}{2}\right) \Rightarrow h'(x) > 0$ trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 1\right)$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$. **Chọn B.**

Câu 175: Ta có $y = f(x) - \frac{1}{2}x^2 - 1 \Rightarrow y' = f'(x) - x$



Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$ (đường thẳng này đi qua các

điểm $(-2; -2), (2; 2), (4; 4)$ trên hình vẽ) ta có: $f'(x) - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > x$ (Do đồ thị $f'(x)$ nằm phía trên đường thẳng $y = x$) ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	4	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 2)$ và $(4; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; 4)$. Khẳng định sai là **B. Chọn B.**

Câu 176: Ta có $y = 2f(x) - (x+1)^2 \Rightarrow y' = 2f'(x) - 2(x+1) = 2[f'(x) - (x+1)]$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x+1$ (đường thẳng này đi qua các

điểm $(-3; -2), (1; 2), (3; 4)$ trên hình vẽ) ta có: $f'(x) - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

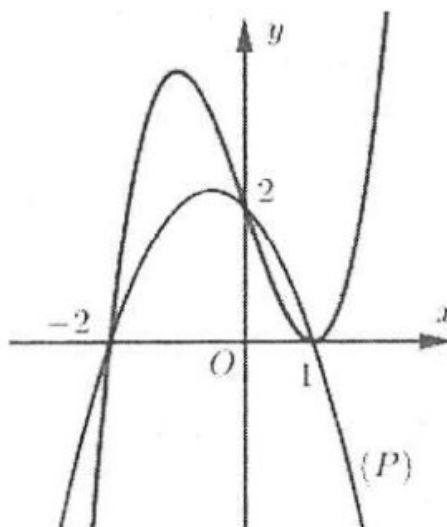
Mặt khác $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > x+1$ (Do đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm phía trên đường thẳng $y = x+1$) ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3; 1)$ và $(3; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; 3)$.

Khẳng định sai là **B. Chọn B.**

Câu 177: $y' = f'(x) + x^2 + x - 2 = f'(x) - (-x^2 - x + 2)$



Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Parabol: $y = -x^2 - x + 2$ (hình vẽ) ta có:

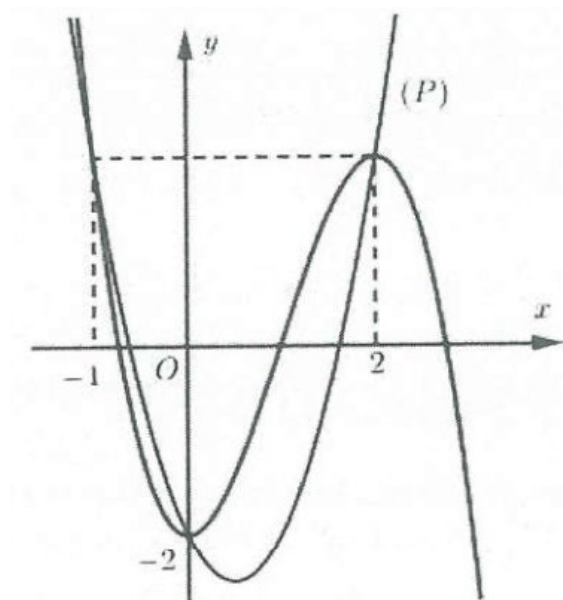
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Mặt khác khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > -x^2 - x + 2$ (Do đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm phía trên Parabol (P) nên $y' > 0$ ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 1)$. Khẳng định **sai** là **A. Chọn A.**

Câu 178: $y' = \frac{f'(x)}{2} - x^2 + x + 1 = \frac{1}{2} [f'(x) - (2x^2 - 2x - 2)]$



Dựa vào sự tương giao giữa đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Parabol: $y = 2x^2 - 2x - 2$ (hình vẽ) ta có:

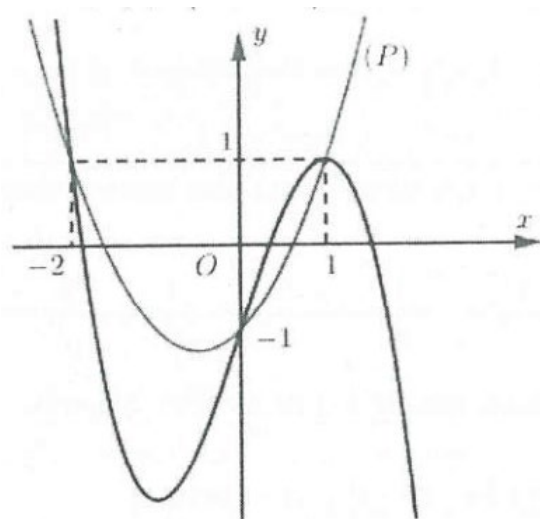
$$y' = \frac{1}{2} [f'(x) - (2x^2 - 2x - 2)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Mặt khác khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) < 2x^2 - 2x - 2$ nên $y' < 0$ ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 2)$, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(2; +\infty)$. **Chọn A.**

Câu 179: $y' = f'(x) - x^2 - x + 1 = f'(x) - (x^2 + x - 1)$



Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và Parabol: $y = x^2 + x - 1$ (hình vẽ) ta có:

$$f'(x) - (x^2 + x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Mặt khác khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) < x^2 + x - 1$ nên $y' < 0$ ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 1)$, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(1; +\infty)$. **Chọn D.**

Câu 180: $y' = f'(x+2) + x + 3$. Đặt $t = x + 2 \Rightarrow y' = f'(t) - (-t - 1)$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và đường thẳng $y = -t - 1$ (đường thẳng này đi qua các

điểm $(-3; 2), (1; -2), (3; -4)$ trên hình vẽ) ta có: $f'(t) - (-t - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = -3 \\ x+2 = 1 \\ x+2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Mặt khác $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) < -x - 1$ (Do đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm phía dưới đường thẳng $y = -x - 1$) ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-5	-1	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-1; 1) \Rightarrow$ Có 995 số nguyên thuộc khoảng đồng biến của hàm số. **Chọn D.**

Câu 181: $g'(x) = 2f'(x) + 2x = 2[f'(x) - (-x)]$.

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x$ (đường thẳng này đi qua các

điểm $(-1; 1), (0; 0), (1; -1), (2; -2)$ trên hình vẽ) ta có: $f'(x) - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi $x \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(x) > -x$ (Do đồ thị $f'(x)$ nằm phía trên đường thẳng $y = -x$) ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
y'		+	0	-	0	+

Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; 2)$. **Chọn D.**

Câu 182: $g'(x) = -2f'(1-x) + 2x - 2 = -2[f'(1-x) + 1 - x]$. Đặt $t = 1 - x \Rightarrow g'(x) = -2[f'(t) - (-t)]$

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và đường thẳng $y = -t$ (đường thẳng này đi qua các

điểm $(-3; 3), (1; -1), (3; -3)$ trên hình vẽ) ta có: $f'(t) - (-t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases}$

Khi $t \rightarrow +\infty \Rightarrow f'(t) < -t \Rightarrow g'(x) > 0$ ta có bảng xét dấu:

t	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	

Do đó $g'(t) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -3 \\ 1 < t < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x < -3 \\ 1 < 1 - x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ -2 < x < 0 \end{cases}$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$. **Chọn B.**

Câu 183: $y = -2f(2-x) + x^2 \Rightarrow y' = 2f'(2-x) + 2x$

Đặt $t = 2 - x \Rightarrow y' = 2f'(t) + 2(2-t) = 2[f'(t) - (t-2)] < 0 \Leftrightarrow t-2 > f'(t)$

Vẽ đường thẳng $y = t - 2$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(t)$

Dựa vào hình vẽ ta thấy $t - 2 > f'(t)$ khi $\begin{cases} 2 < t < 3 \\ t > 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 < 2 - x < 3 \\ 2 - x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x < -3 \end{cases}$

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. **Chọn C.**

Câu 184: Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y			1				1		

Do đó $f(x) \leq 1 \Rightarrow f(x) - 1 \leq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$

Đặt $y = g(x) = [f(x) - 1]^2 \Rightarrow g'(x) = 2[f(x) - 1] \cdot f'(x)$

Do $f(x) - 1 \leq 0 (\forall x \in \mathbb{R})$ nên hàm số $y = [f(x) - 1]^2$ nghịch biến khi $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$

Chọn A.