SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH**
KHÁNH HÒA	**NĂM HỌC 2023 - 2024**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Môn thi: TOÁN**
	Ngày thi: 07/12/2023
	Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (5,00 điểm):

a) Giải phương trình: $\sin 2x + 4\cos 2x = 2 + \sin 4x$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2^{x-1} - 2^{y} = \log_2(y+1) - \log_2 x \\ \sqrt{5x^3-1} + \sqrt[3]{2y+1} + y = 3 \end{cases}$.

Câu 2 (2,50 điểm): Gọi M là tập hợp tất cả các số tự nhiên mà mỗi số có năm chữ số phân biệt và không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau. Tính số phần tử của tập M.

Câu 3 (2,00 điểm): Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x-2)$ và $f(1) = 1$. Xét hàm số $g(x) = f(2x+1) + 4x^2 + 4$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-1;1]$.

Câu 4 (4,50 điểm): Cho hàm số $y = 2x^3 + 3mx^2 + 1$ có đồ thị là (C_m) (m là tham số) và đường tròn tâm I có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \dfrac{1}{16}$.

a) Tìm tất cả các giá trị dương của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

b) Trường hợp (C_m) có cực trị, gọi Δ là đường thẳng đi qua các điểm cực trị của (C_m). Hãy tìm tất cả các giá trị của m để trên Δ có duy nhất một điểm M mà từ đó ta kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn tâm I (với A, B là các tiếp điểm) sao cho $\widehat{AMB} = 60^0$.

Câu 5 (6,00 điểm):

a) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC; mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

b) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của BC và K là trung điểm của AM. Biết $KB = KC = a$, $\widehat{KBC} = 60^0$; góc giữa mặt phẳng (SKC) và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0. Tính theo a khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SKC) và sin của góc giữa đường thẳng BC với mặt phẳng (SKC).

c) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $a\sqrt{2}$, gọi O là trung điểm của $D'B$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua O và cắt các đoạn $D'A, D'B', D'C$ theo thứ tự là M, N, P (M, N, P không trùng với D'). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{1}{D'M.D'P} + \frac{1}{D'P.D'N} + \frac{1}{D'N.D'M}.$$

——— **HẾT** ———