

PHẦN
3

ĐẠI SỐ LỚP 11

CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1. Hàm số lượng giác	Câu 1	Câu 7		Câu 19	5
	Câu 2	Câu 8			25%
2. Phương trình lượng giác cơ bản	Câu 3	Câu 9	Câu 15		7
	Câu 4	Câu 10	Câu 16		
		Câu 11			35%
3. Một số phương trình lượng giác thường gặp	Câu 5	Câu 12	Câu 17	Câu 20	8
	Câu 6	Câu 13	Câu 18		
		Câu 14			40%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Hàm số lượng giác	1	NB	Tìm tập xác định của hàm số lượng giác.
	2	NB	Xét tính chẵn lẻ của của hàm số lượng giác.
	7	TH	Nhận dạng đồ thị hàm số lượng giác.
	8	TH	Xét tính đơn điệu của hàm số lượng giác trên một khoảng cho trước.
	19	VDC	Tìm được giá trị lớn nhất của hàm số lượng giác.
	3	NB	Biết giải phương trình dạng $\cos x = m$.
	4	NB	Biết giải phương trình dạng $\tan x + m = 0$.
	9	TH	Biết giải các phương trình quy về dạng: $\sin f(x) = \sin g(x)$ và tìm nghiệm dương nhỏ nhất.

Chủ đề 2. Phương trình lượng giác cơ bản	10	TH	Biết giải các phương trình quy về dạng: $\cos f(x) = \cos g(x)$ và tìm nghiệm âm lớn nhất.
	11	TH	Biết giải các phương trình quy về dạng: $\tan f(x) = m$.
	15	VDT	Biết giải các phương trình có điều kiện quy về PTLG cơ bản và tìm số điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn LG.
	16	VDT	Biết giải các phương trình có điều kiện quy về PTLG cơ bản và tìm số điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn LG.
Chủ đề 3. Một số phương trình lượng giác thường gặp	5	NB	Giải phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
	6	NB	Giải phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác.
	12	TH	Biết giải phương trình quy về phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
	13	TH	Biết giải phương trình quy về phương trình lượng giác cơ bản.
	14	TH	Biết giải phương trình quy về phương trình lượng giác thường gặp và tìm số nghiệm trên khoảng cho trước.
	17	VDT	Giải được phương trình quy về phương trình lượng giác thường gặp.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$.

A $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}.$

C $\mathcal{D} = \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A $y = \tan x.$

B $y = \cos x.$

C $y = \cot x.$

D $y = \sin x.$

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm chẵn vì có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ là tập đối xứng và thỏa mãn tính chất $f(-x) = \cos(-x) = \cos(x) = f(x)$.

Ba hàm số còn lại là các hàm số lẻ vì $f(-x) = -f(x)$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 3. Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ có tất cả các nghiệm là

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}; (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải.

Ta có $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Tập nghiệm S của phương trình $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$ là

(A) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(B) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(D) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

Ta có $3 \tan x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$ là

(A) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = 3. \end{cases}$

- Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$
- Với $\sin x = 3$ phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Phương trình $2 \sin x - 1 = 0$ có tất cả các nghiệm là

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

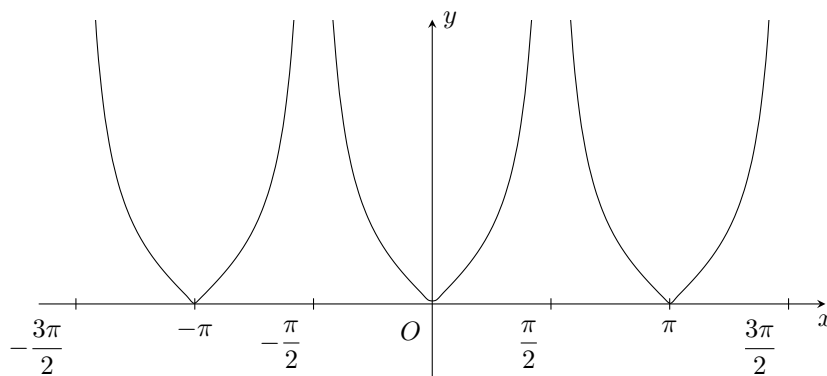
(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải.

Ta có $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án (C) □

Câu 7. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A $y = |\tan x|$.

B $y = \cot x$.

C $y = |\cot x|$.

D $y = \tan x$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số xác định tại các điểm $x = k\pi$ nên loại hàm số $y = \cot x$ và $y = |\cot x|$.

Vì đồ thị hàm số luôn nằm phía trên Ox nên đồ thị trên là của hàm số $y = |\tan x|$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 8. Với $x \in \left(\frac{31\pi}{4}; \frac{33\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến.

B Hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

C Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến.

D Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{31\pi}{4}; \frac{33\pi}{4}\right) = \left(-\frac{\pi}{4} + 8\pi; \frac{\pi}{4} + 8\pi\right)$ thuộc góc phần tư thứ I và II.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 9. Nghiệm dương bé nhất của phương trình $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ là

A $x = \frac{\pi}{6}$.

B $x = \frac{3\pi}{2}$.

C $x = \frac{5\pi}{6}$.

D $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -3 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm dương bé nhất là $x = \frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 10. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos 4x + \frac{1}{2} = 0$ là

A $-\frac{\pi}{6}$.

B $-\frac{\pi}{3}$.

C $-\frac{5\pi}{6}$.

D $-\frac{7\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Xét } \cos 4x + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 11. Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cos x = 3\sin x$.

A $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.

B $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

C $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

D $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{3}\cos x = 3\sin x \Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 2\cos x + 1 = 0$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.
 (B) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.
 (C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.
(D) $x = \pi + k2\pi$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 &\cos 2x + \sin^2 x + 2\cos x + 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow &\cos^2 x + 2\cos x + 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow &\cos x = -1 \\
 \Leftrightarrow &x = \pi + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ là

(A) $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
(B) $x = \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
(D) $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 14. Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 2\sin x + 3 = 0$ là

(A) 2017.
(B) 1009.
(C) 1010.
(D) 2018.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 &\cos 2x - 2\sin x + 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow &1 - 2\sin^2 x - 2\sin x + 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow &\sin^2 x + \sin x - 2 = 0 \\
 \Leftrightarrow &\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow &x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

Theo giả thiết $x \in [0; 2018\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{4035}{4} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 2008\}$.

Vậy phương trình đã cho có 1009 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15. Trên đường tròn lượng giác, số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\frac{\cos x - \sqrt{3}\sin x}{2\sin x - 1} = 0$.

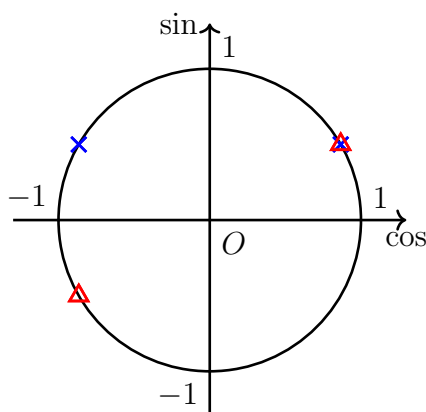
(A) 0.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 3.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 2\sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\begin{aligned} \cos x - \sqrt{3}\sin x &= 0 \\ \Leftrightarrow \cot x &= \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\pi}{6} + m\pi, m \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$



Kết hợp điều kiện suy ra phương trình có nghiệm $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Do đó có 1 điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình đã cho.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 16. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\cot 3x \cdot \tan x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

(A) 2.

(B) 0.

(C) 3.

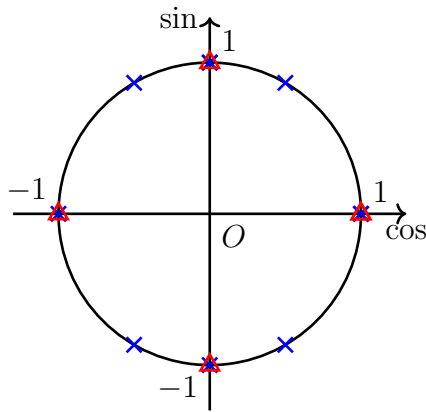
(D) 1.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\frac{\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} \cot 3x \cdot \tan x &= 1 \\ \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x &= \cos x \cdot \sin 3x \\ \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x - \cos x \cdot \sin 3x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin(-2x) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -k\frac{\pi}{2} \text{ (Không thỏa điều kiện)}. \end{aligned}$$



Kết hợp với điều kiện suy ra, phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 17. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$.

(A) $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0 \\ \Leftrightarrow & \cos 3x - 2 \cos 3x \cdot \sin x = 0 \\ \Leftrightarrow & \cos 3x(1 - 2 \sin x) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow & x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18. Tìm m để phương trình $m \sin 2x - \cos 2x = 2m - 1$ vô nghiệm.

(A) $0 < m < \frac{4}{3}.$

(B) $m < 0$ hoặc $m > \frac{4}{3}.$

(C) $0 \leq m \leq \frac{4}{3}.$

(D) $m \leq 0$ hoặc $m \geq \frac{4}{3}.$

Lời giải.

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2 + 1 < (2m - 1)^2 \Leftrightarrow m < 0$ hoặc $m > \frac{4}{3}.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 19. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

(A) $t = 22(h)$.

(B) $t = 15(h)$.

(C) $t = 14(h)$.

(D) $t = 10(h)$.

Lời giải.

Ta có mực nước kênh cao nhất khi $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = -2 + 12k, k \in \mathbb{Z}$.

Thời gian ngắn nhất ứng với $k = 0 \Rightarrow t = 10 (h)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Trên đường tròn lượng giác, số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $2017 \sin^2 x + 2018 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1$ là

(A) 4.

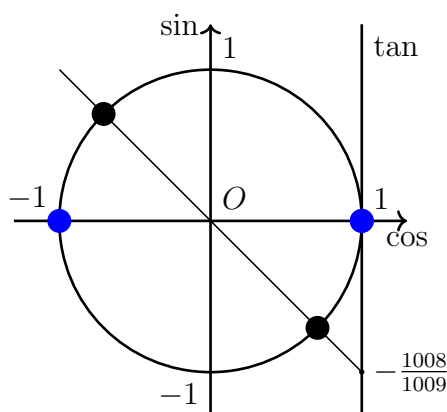
(B) 3.

(C) 2.

(D) 1.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $\sin x(2016 \sin x + 2018 \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \tan x = -\frac{1008}{1009} \end{cases}$.



Phương trình $\sin x = 0$ có hai điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

Phương trình $\tan x = -\frac{1008}{1009}$ có hai điểm biểu diễn.

Vậy có tất cả 4 điểm biểu diễn.

Chọn đáp án (A) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. B	5. C	6. C	7. A	8. B	9. A	10. A
11. B	12. D	13. C	14. B	15. B	16. B	17. B	18. B	19. D	20. A

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - 1}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Gọi $\mathcal{D}$ là tập xác định của hàm số, khi đó $x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow \sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số chẵn?

(A) $y = \cot x$.

(B) $y = \tan x$.

(C) $y = \sin x$.

(D) $y = \cos x$.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x)$ nếu thỏa mãn 2 điều kiện sau: $\begin{cases} \text{Tập xác định là tập đối xứng} \\ f(x) = f(-x) \end{cases}$.

Trong các hàm số đã cho, ta thấy hàm số $y = \cos x = \cos -x$ và có tập xác định là $\mathbb{R}$ là tập đối xứng nên $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 3. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $[0; \pi]$.

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 4.

Lời giải.

Phương trình $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin 60^\circ \Rightarrow x = 60^\circ + 2k\pi$ hoặc $x = 180^\circ - 60^\circ + 2k\pi$ hay $x = 60^\circ + 2k\pi$ hoặc $x = 120^\circ + 2k\pi$. Do $x \in [0; \pi]$ nên có 2 giá trị thỏa mãn là $x = 60^\circ$ hoặc $x = 120^\circ$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x + \sqrt{3} = 0$

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{\pi}{3} + k - 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 5. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$.

(A) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1$. Khi đó phương trình quy về phương trình ẩn $t: t^2 - 3t + 2 = 0$ có hai nghiệm là $t_1 = 1, t_2 = 2$; vì $t_2 = 2 > 1$ (loại). Với $t_1 = 1 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $3\cot(x - 20^\circ) - \sqrt{3} = 0$.

(A) $x = -40^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -40^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = 80^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = 80^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

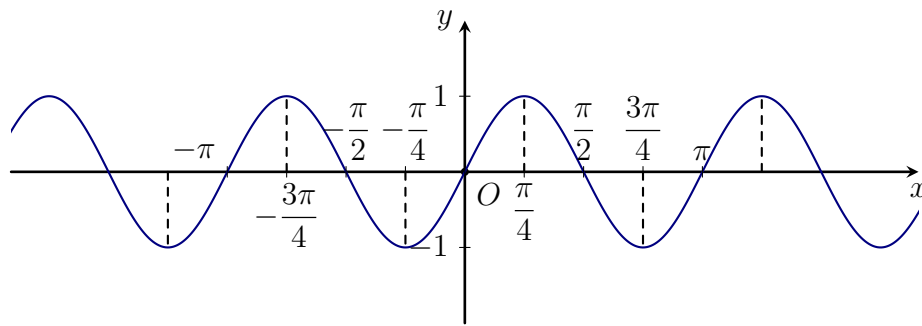
Lời giải.

Ta có $3\cot(x - 20^\circ) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot(x - 20^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x - 20^\circ = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow x = 80^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?



(A) $y = \sin x$.

(B) $y = \cos x$.

(C) $y = \sin 2x$.

(D) $y = \cos 2x$.

Lời giải.

Sử dụng điểm O thuộc đồ thị và chu kỳ của hàm số hoặc sử dụng điểm có tọa độ $(\frac{\pi}{4}; 1)$ thuộc đồ thị.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào?

(A) $(0; \frac{\pi}{2})$.

(B) $(\frac{\pi}{2}; \pi)$.

(C) $(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$.

(D) $(\pi; 2\pi)$.

Lời giải.

Dựa vào đường tròn lượng giác hoặc đồ thị suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin(2x - \frac{\pi}{3}) = -\sin x$.

(A) $x = \frac{\pi}{3}$.

(B) $x = \frac{\pi}{9}$.

(C) $x = \frac{4\pi}{9}$.

(D) $x = \frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin x \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin(-x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = -x + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - (-x) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$

Suy ra nghiệm dương nhỏ nhất là $x = \frac{\pi}{9}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos 3x = \sin x$.

(A) $x = -\frac{\pi}{4}$.

(B) $x = -\frac{3\pi}{8}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{2}$.

(D) $x = -\pi$.

Lời giải.

$$\cos 3x = \sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra nghiệm âm lớn nhất là $x = -\frac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 11. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan(2x + 40^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

(A) $x = -35^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -70^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -35^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = 5^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\tan(2x + 40^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2x + 40^\circ = -30^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = -35^\circ + k90^\circ$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 12. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin^2 x + 4 \cos x - 4 = 0$.

A $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B $x = 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C $x = \pi + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D $x = \pm \arccos(3) + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\cos^2 x - 4 \cos x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = 3 \text{ loại} \end{cases} \Leftrightarrow x = k2\pi$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 13. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x - 5 \sin x = 0$.

A $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B $x = k2\pi; x = \pm \arccos\left(\frac{5}{2}\right) + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D $x = k\pi; x = \pm \arccos\left(-\frac{5}{2}\right) + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\sin 2x - 5 \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(2 \cos x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{5}{2} \text{ loại} \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 14. Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos 3x + \cos x = 0$.

A 1.

B 2.

C 3.

D 4.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \cos 3x + \cos x = 0 &\Leftrightarrow 4 \cos^3 x - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x(2 \cos^2 x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos^2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 15. Các nghiệm của phương trình $\frac{4 \sin^2 2x + 6 \sin^2 x - 9 - 3 \cos 2x}{\cos x} = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác thành các điểm là đỉnh:

A Tam giác.

B Tứ giác.

C Ngũ giác.

D Lục giác.

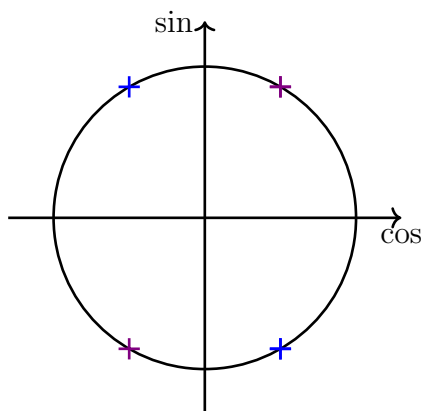
Lời giải.

Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Với $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, phương trình đã cho tương đương với phương trình sau:

$$4 \cos^2 2x + 6 \cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \text{ loại} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

Từ nghiệm của phương trình suy ra các nghiệm được biểu diễn trên đường tròn lượng giác thành 4 điểm phân biệt tạo thành 1 tứ giác.



Chọn đáp án (B)

□

Câu 16. Trên đường tròn lượng giác có bao nhiêu điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình

$$\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$$

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 5.

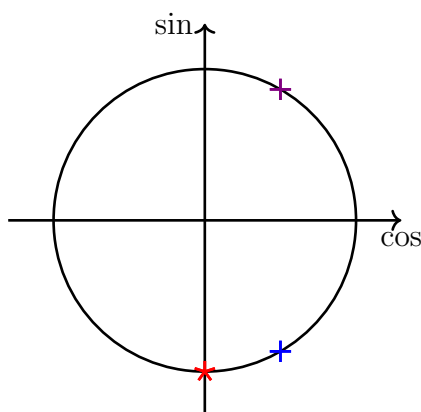
Lời giải.

Điều kiện $\tan x \neq -\sqrt{3} \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Với $x \neq -\frac{\pi}{3} + k\pi$, phương trình đã cho tương đương với phương trình sau:

$$\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2 \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

Từ nghiệm của phương trình suy ra các nghiệm được biểu diễn trên đường tròn lượng giác thành 3 điểm phân biệt.



Chọn đáp án (C)

□

Câu 17. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $2 \sin x \cdot \cos^2 x + 1 - \sin x - 2 \cos^2 x = 0$.

(A) $x = \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$2 \sin x \cdot \cos^2 x + 1 - \sin x - 2 \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x (\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ vô nghiệm.

(A) $-\sqrt{34} < m < \sqrt{34}$.

(B) $-4 < m < 4$.

(C) $\begin{cases} m \leq -\sqrt{34} \\ m \geq \sqrt{34} \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2 + (3)^2 < 25 \Leftrightarrow m^2 < 16 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x$.

(A) $\max y = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{7}{2}$.

(B) $\max y = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{7}{2}$.

(C) $\max y = 10$.

(D) $\max y = \frac{13}{2}$.

Lời giải.

$$y = 2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = \frac{3}{2} (\sin 2x + \cos 2x) + \frac{7}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \sin(2x + \frac{\pi}{4}) + \frac{7}{2} \leq \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{7}{2}.$$

Từ đó suy ra giá trị lớn nhất của y là: $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 20. Trên đường tròn lượng giác có bao nhiêu điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos 2x = \sin^3 x + \cos^3 x$.

(A) 3.

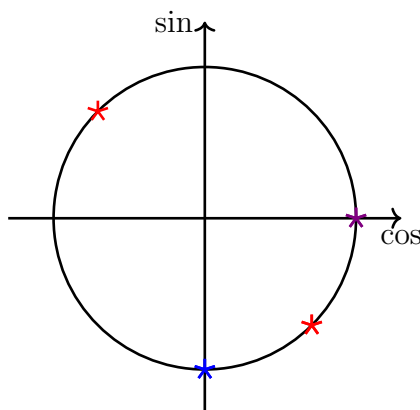
(B) 5.

(C) 4.

(D) 6.

Lời giải.

$$\cos 2x = \sin^3 x + \cos^3 x \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(\cos x - 1)(\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$$



Chọn đáp án **(C)** □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. A	4. B	5. B	6. D	7. C	8. A	9. B	10. A
11. C	12. B	13. C	14. B	15. B	16. C	17. D	18. B	19. A	20. C

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $[-1; 1]$.

Lời giải.

Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- (A) $y = 2x$. (B) $y = \cos x$. (C) $y = x + 4$. (D) $y = x^3$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $-x \in \mathbb{R}$ và $y(-x) = \cos(-x) = \cos x = y(x)$ nên hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Phương trình $\cos x = 0$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Tập nghiệm S của phương trình $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$ là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Ta có $3 \tan x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Tìm nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$.

- (A) $x = -\frac{\pi}{2}$. (B) $x = \pi$. (C) $x = 0$. (D) $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $0 < x < \pi$ nên ta có $x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$.

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

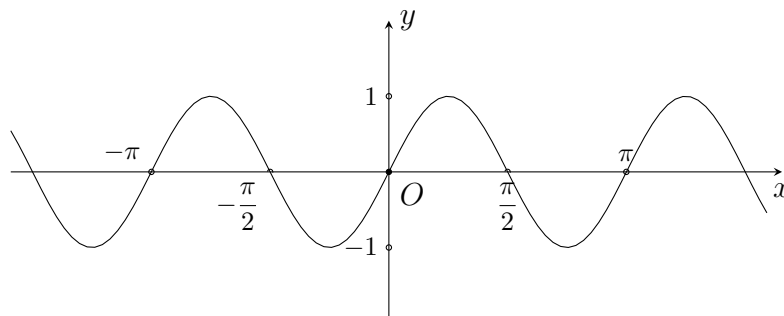
Lời giải.

Ta có $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê trong các phương án A, B, C, D dưới đây?



(A) $y = \cos 2x$.

(B) $y = \sin x$.

(C) $y = \sin 2x$.

(D) $y = \cos x$.

Lời giải.

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = 0$ nên loại hàm số $y = \cos 2x$ và $y = \cos x$.

Mặt khác $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = 0$ loại hàm số $y = \sin x$.

Vậy hàm số có đồ thị như hình vẽ là $y = \sin 2x$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 8. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

(A) $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(B) $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

(C) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

(D) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên các khoảng $(-\pi + k2\pi; k2\pi), k \in \mathbb{Z}$ nên đồng biến trong khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 9. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x + \sin 2x = 0$.

(A) $\frac{\pi}{3}$.

(B) $\frac{2\pi}{3}$.

(C) π .

(D) $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin x + \sin 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin x + 2\sin x \cos x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin x (1 + 2\cos x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Suy ra nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 10. Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos 3x = \cos x$.

(A) $-\frac{\pi}{3}$.

(B) $-\frac{\pi}{2}$.

(C) $-\pi$.

(D) -2π .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos x \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x + k2\pi \\ 3x = -x + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $-\frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Tất cả các nghiệm của phương trình $3 \cot x + \tan x - 2\sqrt{3} = 0$ là

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Điều kiện của phương trình $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có

$$\begin{aligned} 3 \cot x + \tan x - 2\sqrt{3} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{3}{\tan x} + \tan x - 2\sqrt{3} &= 0 \\ \Leftrightarrow \tan^2 x - 2\sqrt{3} \tan x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \tan x &= \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad (\text{thỏa mãn}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Phương trình $\cos 2x + 5 \cos x + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(-\pi; 3\pi)$?

(A) 5.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos 2x + 5 \cos x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 5 \cos x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = 2 \end{cases} & \quad (\text{vô nghiệm}). \end{aligned}$$

Với $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

- Xét $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \in (-\pi; 3\pi)$. Suy ra

$$\begin{aligned} -\pi &< \frac{2\pi}{3} + k2\pi < 3\pi \\ \Leftrightarrow -1 &< \frac{2}{3} + 2k < 3 \\ \Leftrightarrow -\frac{5}{6} &< k < \frac{7}{6}. \end{aligned}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0; 1$. Khi đó $x = \frac{2\pi}{3}; x = \frac{8\pi}{3}$.

- Xét $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \in (-\pi; 3\pi)$. Suy ra

$$\begin{aligned} -\pi &< -\frac{2\pi}{3} + k2\pi < 3\pi \\ \Leftrightarrow -1 &< -\frac{2}{3} + 2k < 3 \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{6} &< k < \frac{11}{6}. \end{aligned}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0; 1$. Khi đó $x = -\frac{2\pi}{3}; x = \frac{4\pi}{3}$.

Vậy phương trình có 5 nghiệm là $x = \pm \frac{2\pi}{3}; x = \frac{4\pi}{3}; x = \frac{8\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 13. Tìm nghiệm của phương trình $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0$.

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

(B) $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$.

(C) $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$.

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Lời giải.

Ta có $\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 14. Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1$ trên khoảng $(0; 25\pi)$.

(A) 25.

(B) 13.

(C) 12.

(D) 20.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{3}\sin x - \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

- Với $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \in (0; 25\pi)$ thì

$$\begin{aligned} 0 &< \frac{\pi}{3} + k2\pi < 25\pi \\ \Leftrightarrow 0 &< \frac{1}{3} + 2k < 25 \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{6} &< k < \frac{37}{6}. \end{aligned}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 12\}$.

- Với $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \in (0; 25\pi)$ thì

$$\begin{aligned} 0 &< \pi + k2\pi < 25\pi \\ \Leftrightarrow 0 &< 1 + 2k < 25 \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{2} &< k < 12. \end{aligned}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 11\}$.

Vậy có 25 nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0; 25\pi)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 15. Tìm số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của tập nghiệm của phương trình $\tan x = \tan 3x$.

A 3.

B 2.

C 1.

D 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ta có } \tan x = \tan 3x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}.$$

Đổi chiếu điều kiện, nghiệm phương trình là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của tập nghiệm phương trình là 2.

Chọn đáp án **B** □

Câu 16. Tìm số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của tập nghiệm của phương trình

$$\frac{\sin 2x}{\cos x - 1} = 0.$$

A 3.

B 2.

C 4.

D 1.

Lời giải.

Điều kiện $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ta có } \frac{\sin 2x}{\cos x - 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pi + k2\pi$.

Vậy số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của tập nghiệm phương trình là 3.

Chọn đáp án **A** □

Câu 17. Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$ là

A $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0 \\
 \Leftrightarrow & (\cos x + \cos 3x) + \cos 2x = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2 \cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$, $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 18. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin 2x + 4(\cos x - \sin x) = m$ có nghiệm.

(A) $-1 - 4\sqrt{2} \leq m < 0$.

(B) $0 < m \leq 1 + 4\sqrt{2}$.

(C) $-1 - 4\sqrt{2} \leq m \leq -1 + 4\sqrt{2}$.

(D) $m > 1 + 4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \sin 2x + 4(\cos x - \sin x) = m \\
 \Leftrightarrow & \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) - 4\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = m \\
 \Leftrightarrow & 1 - 2\sin^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 4\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = m.
 \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = -2t^2 - 4\sqrt{2}t + 1$, với $t \in [-1; 1]$.

Bảng biến thiên của $y = -2t^2 - 4\sqrt{2}t + 1$ trên $[-1; 1]$.

t	-1	1
$f(t)$	$-1 - 4\sqrt{2}$	$-1 + 4\sqrt{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$-1 - 4\sqrt{2} \leq m \leq -1 + 4\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{\sin x - \cos x + \sqrt{2}}{\sin x + \cos x + 2}$. Giả sử hàm số có giá trị lớn nhất là M , giá trị nhỏ nhất là m . Khi đó, giá trị của $2M + m$ là

(A) $4\sqrt{2}$.

(B) $2\sqrt{2}$.

(C) 4.

(D) $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Hàm số

$$y = \frac{\sin x - \cos x + \sqrt{2}}{\sin x + \cos x + 2}$$

$$\Leftrightarrow y(\sin x + \cos x + 2) = \sin x - \cos x + \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (y - 1)\sin x + (y + 1)\cos x + 2y - \sqrt{2} = 0. \quad (1)$$

Phương trình (1) có nghiệm khi $(y - 1)^2 + (y + 1)^2 \geq (2y - \sqrt{2})^2 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \max y = 2\sqrt{2} \\ \min y = 0 \end{cases}. \text{ Suy ra } M = \sqrt{2}, m = 0.$$

Khi đó $2M + m = 4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 20. Tìm số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của tập nghiệm phương trình $\tan x + \tan 2x = -\sin 3x \cdot \cos 2x$.

A 7.

B 6.

C 4.

D 5.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi, \\ x \neq \frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad m, l \in \mathbb{Z}.$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{\sin 3x}{\cos x \cos 2x} = -\sin 3x \cdot \cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 & (1) \\ \cos x \cos^2 2x = -1. & (2) \end{cases}$$

Ta có

$$(1) \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$(2) \Leftrightarrow \cos x(2\cos^2 x - 1)^2 = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ 4\cos^4 x - 4\cos^3 x + 1 = 0. \end{cases}$$

- Phương trình $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + h2\pi, h \in \mathbb{Z}$.
- Phương trình $4\cos^4 x - 4\cos^3 x + 1 = 0$ vô nghiệm, vì

$$4\cos^4 x - 4\cos^3 x + 1 = (2\cos^2 x - \cos x)^2 + \sin^2 x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

và đẳng thức không xảy ra.

Mặt khác, nghiệm $x = \pi + h2\pi, h \in \mathbb{Z}$ chỉ là một trường hợp của nghiệm $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$, ứng với $k = 6h + 3, h \in \mathbb{Z}$.

Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Vậy số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của tập nghiệm phương trình là 6.

Chọn đáp án **B** □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. B	5. D	6. B	7. C	8. B	9. B	10. B
11. D	12. D	13. C	14. A	15. B	16. A	17. C	18. C	19. A	20. B

CHƯƠNG 2. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Quy tắc đếm	Câu 1	Câu 2			2 10%
② Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp	Câu 3	Câu 4 Câu 5	Câu 6	Câu 7	5 25%
③ Nhị thức Niutơn	Câu 8	Câu 9	Câu 10		3 15%
④ Phép thử và biến cố	Câu 11	Câu 12 Câu 13	Câu 14		4 20%
⑤ Xác suất của biến cố	Câu 15 Câu 16	Câu 17 Câu 18	Câu 19	Câu 20	6 30%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Quy tắc đếm	1	NB	Sử dụng quy tắc cộng để làm một bài toán đơn giản.
	2	TH	Sử dụng quy tắc nhân để làm một bài toán liên quan đến số tự nhiên.
Chủ đề 2. Hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp	3	NB	Tìm số hoán vị các phần tử của một tập hợp.
	4	TH	Sử dụng công thức tổ hợp để giải quyết các bài tập đơn giản.
	5	TH	Sử dụng công thức chỉnh hợp để giải quyết các bài tập đơn giản.
	6	VDT	Sử dụng công thức hoán vị chỉnh hợp tổ hợp để giải quyết bài toán tổng hợp.
	7	VDC	Sử dụng công thức hoán vị chỉnh hợp tổ hợp để tìm n .
Chủ đề 3. Nhị thức Niutơn	8	NB	Viết khai triển nhị thức bậc 4.
	9	TH	Xác định hệ số của số hạng chứa x^k trong khai triển.

	10	VDT	Vận dụng công thức nhị thức Niuton để giải quyết các bài toán đơn giản.
Chủ đề 4. Phép thử và biến cố	11	NB	Xác định không gian mẫu của một phép thử ngẫu nhiên.
	12	TH	Xác định số phần tử của không gian mẫu của một phép thử.
	13	TH	Xác định số phần tử của biến cố đối.
	14	VDT	Vận dụng định nghĩa phép thử để giải bài toán liên quan.
Chủ đề 5. Xác suất và biến cố	15	NB	Ghi nhớ được công thức và tính chất xác suất cổ điển.
	16	NB	Tìm mệnh đề sai liên quan đến công thức tính xác suất cổ điển.
	17	TH	Sử dụng công thức tính xác suất để giải quyết các bài toán đơn giản.
	18	TH	Sử dụng công thức tính xác suất để giải quyết các bài toán đơn giản.
	19	VDT	Vận dụng công thức tính xác suất để giải toán thực tế.
	20	VDC	Vận dụng công thức tính xác suất để giải toán thực tế.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Một hộp có 9 bóng đèn màu xanh, 7 bóng đèn màu đỏ. Số cách chọn một bóng đèn bất kỳ trong hộp đó là

- (A) 36. (B) 61. (C) 63. (D) 16.

Lời giải.

Số cách chọn một bóng đèn bất kỳ trong hộp là $9 + 7 = 16$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Có bao nhiêu cách cắm 6 bông hoa khác nhau vào 6 lọ hoa khác nhau?

- (A) 720. (B) 700. (C) 120. (D) 6.

Lời giải.

Mỗi cách cắm 6 bông hoa khác nhau vào 6 lọ hoa khác nhau là một hoán vị của 6 bông hoa đó. Vậy số cách cắm là $6! = 720$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Kết quả của khai triển $(x + 2y)^4$ là

- (A) $x^4 + 8x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$. (B) $x^4 + 8x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + 16y^4$.
(C) $x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 8y^4$. (D) $x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 16y^4$.

Lời giải.

Ta có $(x + 2y)^4 = \sum_{k=0}^4 C_4^k x^{4-k} (2y)^k = x^4 + 8x^3y + 24x^2y^2 + 32xy^3 + 16y^4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Hãy phát biểu biến cố $A = \{(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$ dưới dạng mệnh đề.

(A) A : “Lần đầu xuất hiện mặt 6 chấm”.

(B) A : “Tổng số chấm xuất hiện lớn hơn 6”.

(C) A : “Mặt 6 chấm xuất hiện”.

(D) A : “Tổng số chấm không nhỏ hơn 7”.

Lời giải.

Biến cố A được phát biểu dưới dạng mệnh đề là “Lần đầu xuất hiện mặt 6 chấm”.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 5. A và B là hai biến cố xung khắc. Xác suất của biến cố $P(A \cup B)$ là

(A) $P(A \cup B) = \frac{P(A)}{P(B)}$.

(B) $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

(C) $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

(D) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Lời giải.

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 6. Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử có không gian mẫu là Ω . Chọn mệnh đề sai.

(A) $0 \leq P(A) \leq 1$.

(B) $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

(C) $P(\bar{A}) = P(A) - 1$.

(D) $P(\Omega) = 1$.

Lời giải.

Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Vậy mệnh đề sai là $P(\bar{A}) = P(A) - 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau đôi một?

(A) 5040.

(B) 9000.

(C) 1000.

(D) 4536.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên cần tìm là $x = \overline{abcd}$ với $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, $a \neq 0$ và các số đôi một khác nhau.

- Bước 1: Chọn a có 9 cách chọn.
- Bước 2: Chọn b có 9 cách chọn.
- Bước 3: Chọn c có 8 cách chọn.
- Bước 4: Chọn d có 7 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$ cách chọn số thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Một lớp có 20 nữ và 15 nam. Cần chọn một nhóm 5 học sinh đại diện cho lớp đi dự đại hội đoàn trường. Có bao nhiêu cách chọn để được đúng 3 học sinh nữ và 2 học sinh nam?

(A) 1436400.

(B) 119700.

(C) 718200.

(D) 118245.

Lời giải.

Số cách chọn là $C_{20}^3 \cdot C_{15}^2 = 119700$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Cho sáu điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Từ các điểm điểm trên có thể lập được bao nhiêu véc-tơ khác nhau và khác $\vec{0}$?

(A) 15.

(B) 20.

(C) 25.

(D) 30.

Lời giải.

Số véc-tơ bằng $A_6^2 = 30$ (có quan tâm thứ tự điểm đầu và điểm cuối).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $(x+3)^8$ là

(A) $C_8^6 \cdot x^2 \cdot 3^6$.

(B) $C_8^5 \cdot 3^5$.

(C) $C_8^6 \cdot 3^6$.

(D) $-C_8^5 \cdot x^5 \cdot 3^3$.

Lời giải.

Ta có $(x+3)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 3^{8-k} \cdot x^k$.

Hệ số của x^3 ứng với $k=3$. Hệ số của x^3 là $C_8^3 \cdot 3^5 = C_8^5 \cdot 3^5$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Xét phép thử gieo một đồng xu cân đối và đồng chất ba lần. Số phần tử của không gian mẫu là

(A) 6.

(B) 8.

(C) 12.

(D) 36.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $2^3 = 8$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Một lớp học có 28 học sinh nam và 13 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một nhóm 3 học sinh để trực lớp. Số các kết quả thuận lợi của biến cố: “Trong nhóm 3 học sinh được chọn có ít nhất 1 nam” là

(A) 10374.

(B) 7384.

(C) 10660.

(D) 286.

Lời giải.

- Số cách chọn 3 học sinh bất kỳ trong lớp là C_{41}^3 .
- Số cách chọn 3 học sinh toàn nữ là C_{13}^3 .

Số kết quả thuận lợi của biến cố: “Trong nhóm 3 học sinh được chọn có ít nhất 1 nam” là $C_{41}^3 - C_{13}^3 = 10374$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Bạn Nam muốn gọi điện cho cô chủ nhiệm nhưng quên mất hai chữ số cuối của số điện thoại, bạn chỉ nhớ rằng hai chữ số đó khác nhau. Vì có chuyện gấp nên bạn bấm ngẫu nhiên hai chữ số bất kỳ trong các số từ 0 đến 9. Tính xác suất để bạn gọi đúng số của cô trong lần gọi đầu tiên.

(A) $\frac{1}{90}$.

(B) $\frac{1}{45}$.

(C) $\frac{1}{98}$.

(D) $\frac{1}{49}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 10 \cdot 9 = 90$ (vì hai chữ số khác nhau); suy ra xác suất để bạn Nam gọi đúng số là $\frac{1}{90}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Một hộp đựng 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi (mỗi lần lấy 1 viên), xác suất để lấy được hai viên bi khác màu là

(A) $\frac{2}{15}$.

(B) $\frac{6}{25}$.

(C) $\frac{8}{15}$.

(D) $\frac{4}{15}$.

Lời giải.

Số cách lấy ra lần lượt 2 bi từ hộp là $C_{10}^1 \cdot C_9^1 \Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^1 \cdot C_9^1$.

Số cách lấy ra lần lượt một bi xanh và một bi đỏ và ngược lại là $2 \cdot C_4^1 \cdot C_6^1 \Rightarrow n(A) = 2 \cdot C_4^1 \cdot C_6^1$. Vậy xác suất để lấy được một bi xanh và một bi đỏ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2 \cdot C_4^1 \cdot C_6^1}{C_{10}^1 \cdot C_9^1} = \frac{8}{15}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Cho đa giác đều có 20 cạnh, nối các đỉnh lại để được các tam giác, số tam giác vuông là

(A) 180.

(B) 120.

(C) 200.

(D) 90.

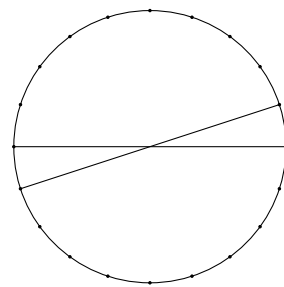
Lời giải.

Ta đếm số hình chữ nhật được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều, khi đó số tam giác vuông nhiều gấp bốn lần số hình chữ nhật.

Với hai đường chéo bất kỳ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác, ta được một hình chữ nhật.

Vì có 10 đường chéo như vậy, số hình chữ nhật tạo thành là $C_{10}^2 = 45$.

Vậy số tam giác vuông tạo thành là $45 \cdot 4 = 180$ tam giác.



Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 16. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+3}^n - C_{n+2}^{n-1} = 7(n+1)$. Hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{1}{x^2} - 2\sqrt[3]{x^7}\right)^n$ là

(A) 924.

(B) 59136.

(C) -924.

(D) 59136.

Lời giải.

Giải phương trình $C_{n+3}^n - C_{n+2}^{n-1} = 7(n+1)$ ta được $n = 12$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^k \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^{12-k} \cdot \left(-2\sqrt[3]{x^7}\right)^k = C_{12}^k \cdot x^{\frac{13k}{3}-24} \cdot (-2)^k$.

Theo đề ta có: $\frac{13k}{3} - 24 = 2 \Leftrightarrow k = 6$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^2 là $C_{12}^6 \cdot (-2)^6 = 59136$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 17. Xét phép thử T: “Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần”. Số phần tử của biến cố T là

(A) 20.

(B) 15.

(C) 18.

(D) 25.

Lời giải.

Xét tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, mỗi tập con của A có 2 phần tử chỉ có thể tạo ra một bộ sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Từ đó ta suy ra số phần tử của biến cố lần gieo sau có số chấm lớn hơn lần gieo trước chính bằng số tập con có 2 phần tử của A và bằng $C_6^2 = 15$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18. Có mười cái ghế (mỗi ghế chỉ ngồi được một người) được sắp trên một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh ngồi vào, mỗi học sinh ngồi đúng một ghế. Tính xác suất sao cho không có hai ghế nào trống kề nhau.

(A) 0,64.

(B) 0,46.

(C) 0,6(4).

(D) 0,4(6).

Lời giải.

Để có một cách xếp chỗ ngồi thỏa mãn, ta cho 7 học sinh, mỗi người ngồi trên một ghế, sau đó xếp ba chiếc ghế còn lại, mỗi ghế vào một vị trí giữa hai học sinh bất kỳ hoặc hai đầu hàng. Vậy có tất cả $7! \cdot C_8^3$ cách xếp học sinh vào hàng thỏa mãn. Số cách xếp 7 học sinh vào hàng là A_{10}^7 .

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7! \cdot C_8^3}{A_{10}^7} = 0,4(6)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 19. Với $n \in N, n \geq 2$ thỏa mãn $\frac{1}{C_2^2} + \frac{1}{C_3^2} + \frac{1}{C_4^2} + \cdots + \frac{1}{C_n^2} = \frac{9}{5}$. Giá trị của biểu thức

$P = \frac{C_n^5 + C_{n+2}^3}{(n-4)!}$ là

(A) $\frac{61}{90}$.

(B) $\frac{59}{90}$.

(C) $\frac{29}{45}$.

(D) $\frac{53}{90}$.

Lời giải.

$$\frac{1}{C_2^2} + \frac{1}{C_3^2} + \frac{1}{C_4^2} + \dots + \frac{1}{C_n^2} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2.1} + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{4.3} + \dots + \frac{1}{n(n-1)} = \frac{9}{10}.$$

Lại có: $\frac{1}{2.1} + \frac{1}{3.2} + \frac{1}{4.3} + \dots + \frac{1}{n(n-1)} = \frac{n-1}{n} = \frac{9}{10} \Leftrightarrow n = 10.$

Vậy $P = \frac{C_{10}^5 + C_{12}^3}{(10-4)!} = \frac{59}{90}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 20. Đề thi THPT môn Toán năm 2019 gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan, mỗi câu có 4 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, điểm tối đa là 10 điểm. Một học sinh có năng lực trung bình đã làm đúng được 25 câu (từ câu 1 đến câu 25), các câu còn lại học sinh đó không biết cách giải nên chọn phương án ngẫu nhiên cả 25 câu còn lại. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của học sinh đó lớn hơn hoặc bằng 6 điểm nhưng không vượt quá 8 điểm (chọn phương án gần đúng nhất)?

(A) 78,622%.

(B) 78,257%.

(C) 77,658%.

(D) 77,898%.

Lời giải.

Xác suất chọn đúng một câu là $P = \frac{1}{4}$, xác suất chọn không đúng một câu là $\bar{P} = \frac{3}{4}.$

Để điểm thi môn Toán của học sinh đó lớn hơn hoặc bằng 6 điểm nhưng không vượt quá 8 điểm thì học sinh đó phải chọn đúng từ 5 câu đến 15 câu trong 25 câu còn lại.

Vậy xác suất phải tìm là $\sum_{k=5}^{15} C_{25}^k P^k \cdot \bar{P}^{25-k} \approx 0,78622 \approx 78,622\%.$

Chọn đáp án **(A)** □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. D	4. A	5. D	6. C	7. D	8. B	9. D	10. B
11. B	12. A	13. A	14. C	15. A	16. D	17. B	18. D	19. B	20. A

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Một lớp có 23 học sinh nữ và 17 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh để nhận một phần quà ngẫu nhiên?

(A) 23.

(B) 17.

(C) 40.

(D) 391.

Lời giải.

Theo quy tắc cộng, có $23 + 17 = 40$ cách chọn một học sinh nhận phần quà.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 2. Số cách chọn 3 người trong 5 người là

(A) $P_5.$

(B) $A_5^3.$

(C) $C_5^3.$

(D) $3^5.$

Lời giải.

Số cách chọn 3 trong 5 người là $C_5^3.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Kết quả của khai triển $(x - y)^4$ là

(A) $x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4.$

(B) $x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4.$

(C) $x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4.$

(D) $x^4 - 4x^3y + 12x^2y^2 - 24xy^3 + 24y^4.$

Lời giải.

Dựa vào tam giác Pat-x-can hoặc công thức khai triển nhị thức Niu-tơn ta có ngay

$$(x - y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 4. Gieo ngẫu nhiên một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần. Kí hiệu mặt ngửa là N và mặt sấp là S . Không gian mẫu của phép thử là

(A) $\Omega = \{S, N\}$.

(B) $\Omega = \{SS, NN\}$.

(C) $\Omega = \{SS, NN, SN, NS\}$.

(D) $\Omega = \{SN, NS\}$.

Lời giải.

Gieo ngẫu nhiên hai lần có 4 kết quả có thể xảy ra, nên tập hợp các phần tử của không gian mẫu là $\Omega = \{SS, NN, SN, NS\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 5. Cho phép thử ngẫu nhiên với không gian mẫu là Ω . Xác suất của biến cố A được tính theo công thức nào sau đây?

(A) $P(A) = \frac{1}{n(A)}$.

(B) $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

(C) $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$.

(D) $P(A) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Lời giải.

Theo công thức tính xác suất cổ điển ta có $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Một câu hỏi trắc nghiệm một lựa chọn có một phương án đúng, ba phương án còn lại là sai. Xác suất để một học sinh chọn ngẫu nhiên được phương án đúng bằng

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{1}{4}$.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Học sinh lựa chọn 1 phương án đúng trong tất cả 4 phương án có thể xảy ra nên xác suất chọn đúng là $\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số?

(A) 16.

(B) 120.

(C) 24.

(D) 256.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, khi đó

- a có 4 cách chọn.
- b có 4 cách chọn.
- c có 4 cách chọn.
- d có 4 cách chọn.

Vậy có $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Tên 15 học sinh được ghi vào 15 tờ giấy để vào trong hộp. Số cách chọn một nhóm gồm 4 học sinh để cho đi du lịch là

(A) $4!$.

(B) $15!$.

(C) 1365.

(D) 32760.

Lời giải.

Chọn 4 trong 15 học sinh (không phân biệt thứ tự) là tổ hợp chập 4 của 15.

Vậy có $C_{15}^4 = 1365$ cách chọn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 9. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

(A) 5040.

(B) 2401.

(C) 840.

(D) $7! \cdot 6! \cdot 5! \cdot 4!$.

Lời giải.

Mỗi số được lập là một chỉnh hợp chập 4 của 7. Vậy số các số khác nhau thỏa yêu cầu bài toán là $A_7^4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển $(2a - b)^5$ theo thứ tự giảm dần số mũ của a là

- (A) -80 . (B) 80 . (C) -10 . (D) 10 .

Lời giải.

Ta có $(2a - b)^5 = C_5^0(2a)^5 - C_5^1(2a)^4b + C_5^2(2a)^3b^2 + \dots$

Do đó hệ số của số hạng thứ 3 bằng $C_5^2 \cdot 8 = 80$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Xét phép thử gieo con súc sắc 6 mặt hai lần. Số phần tử của không gian mẫu là

- (A) 36 . (B) 40 . (C) 38 . (D) 35 .

Lời giải.

Không gian mẫu gồm các bộ $(i; j)$, trong đó $i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

i nhận 6 giá trị, j cũng nhận 6 giá trị nên có $6 \cdot 6 = 36$ bộ $(i; j)$.

Vậy $\Omega = \{(i, j) | i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và $n(\Omega) = 36$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất 5 lần. Số phần tử của biến cố B : “Mặt sấp xuất hiện ít nhất một lần” là

- (A) $n(B) = 31$. (B) $n(B) = 32$. (C) $n(B) = 33$. (D) $n(B) = 34$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^5 = 32$.

Từ bài ra suy ra $\bar{B}$: “Kết quả 5 lần gieo mà không lần nào xuất hiện mặt sấp”, $n(\bar{B}) = 1$.

Vậy $n(B) = 32 - 1 = 31$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Xác suất để hai lần gieo đều xuất hiện mặt lẻ chấm là

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố “ Hai lần gieo đều xuất hiện mặt lẻ chấm ”.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 3 \times 3 = 9$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Một hộp đựng 5 quả cầu xanh và 3 quả cầu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả lấy ra có đúng 1 quả màu vàng là

- (A) $\frac{23}{28}$. (B) $\frac{13}{28}$. (C) $\frac{15}{56}$. (D) $\frac{15}{28}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3 = 56$.

Gọi A là biến cố “ 3 quả lấy ra có đúng 1 quả màu vàng ”.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_3^1 \cdot C_5^2 = 30$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 15. Một người rút ra 6 quân bài từ bộ bài tứ lơ khơ gồm 52 quân bài. Số cách rút được 6 quân bài trong đó có 1 tứ quý và 2 quân bài còn lại có chất khác nhau là

- (A) $C_{15}^1 \cdot C_{48}^1 \cdot C_{36}^1$. (B) $C_{13}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1$. (C) $C_{15}^1 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1$. (D) $C_{13}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1$.

Lời giải.

Bộ bài gồm có 13 tứ quý, do đó số cách chọn 1 tứ quý để người đó rút trúng là C_{13}^1 .

Với 1 tứ quý đã chọn, bộ bài còn lại 48 quân bài chia thành 4 chất, mỗi chất gồm 12 quân bài. Do đó, số cách chọn 2 quân bài còn lại có chất khác nhau để người đó rút trúng là $C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1$.

Vì vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu là $C_{13}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 16. Giả sử có khai triển $(1 - 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$. Biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$, giá trị của a_5 là

(A) -672 .

(B) 672 .

(C) 627 .

(D) -627 .

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$ ($0 \leq k \leq n, n \in \mathbb{N}$) trong khai triển $T_{k+1} = C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-2x)^k = C_n^k \cdot (-2)^k \cdot x^k$.

Ta có

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + a_2 &= 71 \\ \Leftrightarrow C_n^0 - 2 \cdot C_n^1 + (-2)^2 \cdot C_n^2 &= 71 \\ \Leftrightarrow -2 \cdot C_n^1 + 4 \cdot C_n^2 &= 70 \\ \Leftrightarrow -2 \cdot \frac{n!}{(n-1)!} + 4 \cdot \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2} &= 70 \\ \Leftrightarrow -2n + 2(n-1)n &= 70 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 35 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -5 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $n = 7$ nên $a_5 = C_7^5 \cdot (-2)^5 = -672$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 17. Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Số phần tử của không gian mẫu và số phần tử của biến cố A : “lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2” là

(A) $n(\Omega) = 10^5$ và $n(A) = 85330$.

(B) $n(\Omega) = 5!$ và $n(A) = 32768$.

(C) $n(\Omega) = 10^5$ và $n(A) = 32768$.

(D) $n(\Omega) = 5!$ và $n(A) = 85330$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10^5$.

Số vé xổ số mà không có chữ số 1 là 9^5 , số vé xổ số mà không có chữ số 2 là 9^5 , số vé xổ số mà không có cả chữ số 1 và 2 là 8^5 , nên số vé xổ số không có chữ số 1 hoặc chữ số 2 là $n(A) = 2 \cdot 9^5 - 8^5 = 85330$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Người dân Bình Định truyền nhau câu ca dao:

*“Muốn ăn bánh ít lá gai
Lấy chồng Bình Định sợ dài đường đi.”*

Muốn ăn bánh ít lá gai thì bạn phải tìm về với xứ Tuy Phước - Bình Định. Nơi đây nổi tiếng trứ danh với món bánh nghe cái tên khá lạ lẫm “Bánh ít lá gai” và hương vị làm say đắm lòng người. Trong một lô sản phẩm trưng bày bánh ít lá gai ở hội chợ ẩm thực huyện Tuy Phước gồm **40 chiếc bánh**, **25 chiếc bánh** có nhiều hạt mè và **15 chiếc bánh** có ít hạt mè. Một du khách chọn ngẫu nhiên **5 chiếc bánh**, xác suất để du khách đó chọn được **ít nhất 2** chiếc bánh có nhiều hạt mè (các chiếc bánh có khả năng được chọn là như nhau) là

(A) $\frac{1990}{2109}$.

(B) $\frac{1800}{2109}$.

(C) $\frac{1184}{2109}$.

(D) $\frac{1892}{2109}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố có ít nhất 2 chiếc bánh có nhiều mè.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố có 1 chiếc bánh hoặc không có chiếc bánh nào có nhiều mè.

Số cách chọn 4 chiếc ít mè và 1 chiếc bánh nhiều mè là $C_{15}^4 \cdot C_{25}^1$.

Số cách chọn cả 5 chiếc ít mè là C_{15}^5 .

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{15}^4 \cdot C_{25}^1 + C_{15}^5}{C_{40}^5} = \frac{1990}{2109}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 19. Biết $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2 = 2n + \frac{(4^n - 1)(2^{2018} + 1)}{3 \cdot 4^n}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$ là

A C_{1008}^{504} .

B C_{2016}^{1008} .

C $-C_{2016}^{1008}$.

D $-C_{1008}^{504}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} & \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2 \\ &= 4 + 16 + \dots + 4^n + n + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4^n} + n \\ &= 2n + \frac{4(4^n - 1)}{4} + \frac{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{4^n}\right)}{\frac{3}{4}} \\ &= 2n + \frac{(4^n - 1)(2^{2n+2} + 1)}{3 \cdot 4^n}. \end{aligned} \quad (1)$$

Theo giả thiết, từ (1) ta được $n = 1008$.

$$\text{Xét khai triển } \left(x - \frac{1}{x}\right)^{1008} = \sum_{k=0}^{1008} C_{1008}^k (-1)^k x^{1008-2k}. \quad (2)$$

Số hạng không chứa x trong khai triển (2) là C_{1008}^{504} .

Chọn đáp án **A** □

Câu 20. Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình “Hãy chọn giá đúng” của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15, ..., 100 với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau:

- Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100. Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác.

An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này là

A $P = \frac{1}{4}$.

B $P = \frac{7}{16}$.

C $P = \frac{19}{40}$.

D $P = \frac{3}{16}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \frac{100 - 5}{5} + 1 = 20$.

Để Bình thắng ta có ba trường hợp.

Trường hợp 1. Bình quay một lần ra điểm số lớn hơn 75, ta có 5 khả năng thuộc tập hợp $\{80; 85; 90; 95; 100\}$.

Do đó xác suất là $P_1 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Trường hợp 2. Bình quay lần đầu ra điểm số là $a \leq 75$, ta có 15 khả năng.

Do đó xác suất là $P_2 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

Khi đó để thắng Bình cần phải có tổng hai lần quay lớn hơn 75, ta có 5 khả năng thuộc tập hợp $\{80 - a; 85 - a; 90 - a; 95 - a; 100 - a\}$. Do đó xác suất là $P_3 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Vậy xác suất để Bình thắng ngay trong lượt là $P = P_1 + P_2 \cdot P_3 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{16}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. C	5. B	6. B	7. D	8. C	9. C	10. B
11. A	12. A	13. A	14. D	15. D	16. A	17. A	18. A	19. A	20. B

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Giả sử bạn An muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Số cách để bạn An có thể lựa chọn là (về màu áo và cỡ áo)?

(A) 9.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 1.

Lời giải.

- Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.
- Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5 + 4 = 9$ cách chọn mua áo

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 2. Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự giữa các đội trong một giải bóng có 5 đội bóng? (giả sử rằng không có hai đội nào có điểm trùng nhau)

(A) 120.

(B) 100.

(C) 80.

(D) 60.

Lời giải.

Số các khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự giữa các đội trong một giải bóng có 5 đội bóng là một hoán vị của 5 phần tử nên có $5! = 120$ cách.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 3. Kết quả của khai triển nhị thức $(2x + y)^4$ là

(A) $16x^4 + 32x^3y + 64x^2y^2 + 8xy^3 + y^4$.

(B) $16x^4 + 32x^3y + 24x^2y^2 + 16xy^3 + y^4$.

(C) $16x^4 + 32x^3y + 24x^2y^2 + 8xy^3 + y^4$.

(D) $32x^4 + 16x^3y + 24x^2y^2 + 16xy^3 + y^4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}(2x + y)^4 &= C_4^0 \cdot (2x)^4 + C_4^1 \cdot (2x)^3 \cdot y + C_4^2 \cdot (2x)^2 \cdot y^2 + C_4^3 \cdot 2x \cdot y^3 + C_4^4 \cdot (2x)^0 \cdot y^4 \\ &= 16x^4 + 32x^3y + 24x^2y^2 + 8xy^3 + y^4.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 4. Gieo ngẫu nhiên lần lượt 2 đồng tiền cân đối và đồng chất. Số phần tử của không gian mẫu là

(A) 12.

(B) 16.

(C) 4.

(D) 8.

Lời giải.

Mô tả không gian mẫu ta có: $\Omega = \{SS; SN; NS; NN\}$

Chọn đáp án (C)

□

Câu 5. Công thức nào sau đây dùng để tính xác suất của biến cố A

(A) $P(A) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.(B) $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$.(C) $P(A) = \frac{n(A)}{n(B)}$.(D) $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Lời giải.

Dựa vào định nghĩa trong SGK

Chọn đáp án (D)

□

Câu 6. Từ các chữ số 1, 2, 4, 6, 8, 9 lấy ngẫu nhiên một số. Phát biểu nào sau đây sai?

(A) Xác suất để lấy được số chẵn là $\frac{4}{6}$.(B) Xác suất để lấy được số lẻ là $\frac{5}{6}$.(C) Xác suất để lấy được số lẻ là $\frac{3}{6}$.(D) Xác suất để lấy được số chẵn là $\frac{2}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 6$.

- Biến cố số lấy được là số chẵn là $A = \{2, 4, 6, 8\}$ nên $n(A) = 4$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

- Biến cố số lấy được là số lẻ là $A = \{1, 9\}$ nên $n(A) = 2$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 7. Có bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6

(A) 36.

(B) 62.

(C) 54.

(D) 42.

Lời giải.

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số. Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$. Trong đó

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \cdot 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 8. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Số cách sắp xếp các viên bi trên thành một dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau là

(A) 345600.

(B) 725760.

(C) 103680.

(D) 518400.

Lời giải.

Số các hoán vị về màu bi khi xếp thành dãy là $3!$.

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành dãy là $3!$.

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành dãy là $4!$.

Số cách xếp 5 viên bi xanh khác nhau thành dãy là $5!$.

$\Rightarrow$ Số cách xếp các viên bi trên thành một dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau là $3! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! = 103680$ cách.

Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là

- A** 180. **B** 160. **C** 90. **D** 45.

Lời giải.

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác trong hai lượt trận sân nhà và sân khách. Có $10 \cdot 9 = 90$ trận. Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2 \cdot 90 = 180$ trận.

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. Số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$ là

- A** $-C_{13}^4 x^7$. **B** $-C_{13}^3$. **C** $-C_{13}^3 x^7$. **D** $C_{13}^3 x^7$.

Lời giải.

Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13} = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k \cdot x^{13-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{13-2k}.$$

Hệ số của x^7 ứng với $13 - 2k = 7 \Leftrightarrow k = 3$.

Do đó số hạng cần tìm $-C_{13}^3 x^7$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 11. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Số phần tử của biến cố: “Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1” là

- A** 9. **B** 11. **C** 10. **D** 12.

Lời giải.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$$A = \{(1; 2), (2; 1), (3; 2), (2; 3), (3; 4), (4; 3), (4; 5), (5; 4), (5; 6), (6; 5)\}$$

nên $n(A) = 10$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Với A là biến cố “3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt”. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A** $n(\overline{A}) = 135$. **B** $n(\overline{A}) = 110$. **C** $n(\overline{A}) = 120$. **D** $n(\overline{A}) = 145$.

Lời giải.

Với A là biến cố có ít nhất 1 sản phẩm tốt. Khi đó $\overline{A}$ là biến cố 3 sản phẩm không có sản phẩm tốt. Do đó $n(\overline{A}) = C_{10}^3 = 120$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 13. Một túi chứa 6 bi xanh, 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để lấy được cả hai bi đều màu đỏ là

- A** $\frac{4}{15}$. **B** $\frac{2}{15}$. **C** $\frac{8}{15}$. **D** $\frac{7}{45}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là tập tất cả cách lấy hai viên bi từ túi có 10 viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố “lấy được hai viên bi đều màu đỏ”. Số phần tử có lợi cho biến cố A là $n(A) = C_4^2$.
 Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 14. Gieo hai con xúc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt bằng 7 là
(A) $\frac{1}{6}$. **(B)** $\frac{7}{12}$. **(C)** $\frac{1}{2}$. **(D)** $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Giả sử xúc sắc đã cho có 6 mặt. Không gian mẫu khi gieo 2 lần, khi đó $\Omega = 6 \cdot 6 = 36$.

Ta có $7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4$ nên số trường hợp xảy ra thỏa mãn đề là 6.

Xác suất cần tìm là $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15. Số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$ là

(A) $n = 5$ hoặc $n = 6$. **(B)** $n = 5$ hoặc $n = 6$ hoặc $n = 12$.
(C) $n = 6$. **(D)** $n = 5$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^2 - 3C_n^2 &= 15 - 5n \\ \Leftrightarrow n(n-1) - 3\frac{n(n-1)}{2} &= 15 - 5n \\ \Leftrightarrow -n^2 + 11n - 30 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 16. Tổng $C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2019}$ bằng

(A) 2^{2019} . **(B)** $2^{2019} + 1$. **(C)** $2^{2019} - 1$. **(D)** 4^{2019} .

Lời giải.

Xét khai triển $(x+1)^{2019} = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 + \dots + C_{2019}^{2019} x^{2019}$.

Cho $x = 1$ ta có $C_{2019}^0 1^0 + C_{2019}^1 1^1 + \dots + C_{2019}^{2019} 1^{2019} = 2^{2019}$.

$\Rightarrow C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2019} = 2^{2019} - C_{2019}^0 = 2^{2019} - 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 17. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A , số phần tử của biến cố B: “số tự nhiên được chọn chia hết cho 45” là

(A) 12960. **(B)** 33120. **(C)** 37440. **(D)** 17280.

Lời giải.

Gọi B là tập hợp các số a có 8 chữ số khác nhau chia hết cho 45.

Khi đó a chia hết cho 5 và 9 (tổng các chữ số chia hết cho 9 và số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5).

Trường hợp 1: a có hàng đơn vị bằng 0; 7 chữ số còn lại có chữ số 9 và 3 trong 4 bộ số $\{1; 8\}, \{2; 7\}, \{3; 6\}, \{4; 5\}$, có $4 \cdot 7!$ số.

Trường hợp 2: a có hàng đơn vị bằng 5; 7 chữ số còn lại có chữ số 4 và 3 trong 4 bộ số $\{0; 9\}, \{1; 8\}, \{2; 7\}, \{3; 6\}$.

- Không có bộ $\{0; 9\}$, có $7!$ số.
- Có bộ $\{0; 9\}$, có $C_3^2(7! - 6!)$ số.

Vậy $n(B) = 4 \cdot 7! + C_3^2(7! - 6!) = 33120$ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 18. Đội thanh niên xung kích của một trường THPT gồm 15 học sinh, trong đó có 4 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 6 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên ra 6 học sinh đi làm nhiệm vụ. Xác suất để chọn được 6 học sinh có đủ ba khối là

- (A)** $\frac{4248}{5005}$. **(B)** $\frac{757}{5005}$. **(C)** $\frac{850}{1001}$. **(D)** $\frac{151}{1001}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh từ 15 học sinh có C_{15}^6 (cách chọn) hay $n(\Omega) = C_{15}^6 = 5005$.

Gọi A : “Chọn được 6 học sinh có đủ ba khối” $\Rightarrow \bar{A}$: “Chọn được 6 học sinh không đủ ba khối”.

Suy ra $n(\bar{A}) = C_9^6 + C_{10}^6 + C_{11}^6 - C_6^6 = 755$. Do đó $P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{151}{1001}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{850}{1001}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 19. Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Số cách lập đội cờ đỏ là

- (A)** 131444. **(B)** 141666. **(C)** 241561. **(D)** 111300.

Lời giải.

Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam nên số học sinh nữ gồm 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau

✓ chọn 1 nữ và 4 nam.

- Số cách chọn 1 nữ: 5 cách.
- Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 .
- Số cách chọn 2 nam còn lại: C_{13}^2 .

Suy ra có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2$ cách chọn cho trường hợp này.

✓ chọn 2 nữ và 3 nam.

- Số cách chọn 2 nữ: C_5^2 cách.
- Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.
- Số cách chọn 1 còn lại: 13 cách.

Suy ra có $13A_{15}^2 \cdot C_5^2$ cách chọn cho trường hợp này.

✓ Chọn 3 nữ và 2 nam.

- Số cách chọn 3 nữ: C_5^3 cách.
- Số cách chọn 2 làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

Suy ra có $A_{15}^2 \cdot C_5^3$ cách chọn cho trường hợp 3.

Vậy có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2 + 13A_{15}^2 \cdot C_5^2 + A_{15}^2 \cdot C_5^3 = 111300$ cách.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 20. Một nhóm học sinh gồm 6 nam trong đó có Bình và 4 nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ tổng kết năm học. Xác suất để xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

(A) $\frac{1}{5040}$.

(B) $\frac{109}{60480}$.

(C) $\frac{109}{30240}$.

(D) $\frac{1}{280}$.

Lời giải.

Ta có: $|\Omega| = 10!$.

Cách xếp hàng: Ta xếp 4 bạn nữ trước, tạo ra 3 vị trí trống giữa các bạn nữ. Sau đó ta xếp các bạn nam vào 3 vị trí trống đó, sao cho mỗi vị trí trống có đúng hai bạn nam.

Trường hợp 1. Xếp bạn An đứng đầu, hoặc đứng cuối hàng, có 2 cách.

Xếp 3 bạn nữ còn lại, có $3!$ cách.

Xếp chỗ cho Bình, có 5 cách (vì Bình không cạnh An).

Xếp các bạn nam vào 5 vị trí còn lại, có $5!$ cách. Do đó, số cách xếp hàng trong trường hợp này là: $2 \cdot 3! \cdot 5 \cdot 5! = 7200$ cách.

Trường hợp 2. Xếp bạn An ở vị trí nữ 2 hoặc nữ 3, có 2 cách.

Xếp 3 bạn nữ còn lại, có $3!$ cách.

Xếp chỗ cho Bình, có 4 cách (vì Bình không cạnh An).

Xếp các bạn nam vào 5 vị trí còn lại, có $5!$ cách. Do đó, số cách xếp hàng trong trường hợp này là $2 \cdot 3! \cdot 4 \cdot 5! = 5760$ cách.

Suy ra số cách xếp hàng thỏa mãn yêu cầu đề bài là $7200 + 5760 = 12960$.

Vậy xác suất là $P = \frac{12960}{10!} = \frac{1}{280}$.

Chọn đáp án (D)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. C	4. C	5. D	6. D	7. A	8. C	9. A	10. C
11. C	12. C	13. B	14. A	15. A	16. C	17. B	18. C	19. D	20. D

CHƯƠNG 3. DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Phương pháp quy nạp	Câu 1	Câu 2 Câu 3			3 15%
② Dãy số	Câu 4	Câu 5 Câu 6	Câu 7		4 20%
③ Cấp số cộng	Câu 8 Câu 9	Câu 10 Câu 11	Câu 12 Câu 13	Câu 14	7 35%
④ Cấp số nhân	Câu 15 Câu 16	Câu 17 Câu 18	Câu 19	Câu 20	6 30%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Phương pháp quy nạp toán học</i>	1	NB	Biết được các mệnh đề nào thì sử dụng được phương pháp quy nạp toán học.
	2	TH	Xác định được giả thiết quy nạp của bài toán.
	3	TH	Biết cách kết luận bài toán chứng minh bằng phương pháp quy nạp.
<i>Chủ đề 2. Dãy số</i>	4	NB	Tìm được số hạng cụ thể khi biết số hạng tổng quát.
	5	TH	Biết được công thức nào là công thức số hạng tổng quát của dãy số cho trước.
	6	TH	Tìm được vài số hạng đầu của dãy số cho bằng công thức truy hồi.
	7	VDT	Xác định được dãy số tăng (giảm, bị chặn).
<i>Chủ đề 3. Cấp số cộng</i>	8	NB	Tìm được công sai của cấp số cộng cho trước.
	9	NB	Biết được dãy số nào là cấp số cộng.
	10	TH	Tìm số hạng thứ k của cấp số cộng khi biết số hạng đầu và công sai.
	11	TH	Tính được tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng khi biết số hạng đầu và công sai.

Chủ đề 4. Cấp số nhân	12	VDT	Tìm x để 3 số lập thành cấp số cộng.
	13	VDT	Vận dụng các công thức của cấp số cộng: Số hạng tổng quát, tính chất, tổng n số hạng đầu.
	14	VDC	Vận dụng vào bài toán thực tế.
	15	NB	Tìm được công bội của cấp số nhân cho trước.
	16	NB	Biết được dãy số nào là cấp số nhân.
	17	TH	Tìm vị trí của một số hạng cho trước của cấp số nhân khi biết số hạng tổng quát.
	18	TH	Tính được tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân khi biết số hạng đầu và công bội.
	19	VDT	Vận dụng các công thức của cấp số nhân: Số hạng tổng quát, tính chất, tổng n số hạng đầu.
	20	VDC	Vận dụng vào bài toán thực tế.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Cho biểu thức $P_n = 2^n - n$, với n là số nguyên dương tùy ý. Tìm P_{k+1} .

(A) $P_{k+1} = 2^{k+1} - k, k \in \mathbb{Z}_+$.

(B) $P_{k+1} = 2 \cdot 2^k - k - 1, k \in \mathbb{Z}_+$.

(C) $P_{k+1} = 2 \cdot 2^k - k + 1, k \in \mathbb{Z}_+$.

(D) $P_{k+1} = 2^k - k, k \in \mathbb{Z}_+$.

Lời giải.

Thay $n = k + 1$ ta có $P_{k+1} = 2^{k+1} - (k + 1) = 2 \cdot 2^k - k - 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Cho mệnh đề “ $2^n > n + 1, \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ ”. Giả thiết quy nạp khi chứng minh mệnh đề này bằng phương pháp quy nạp là

(A) $2^{k+1} > k + 1, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$.

(B) $2^{k+1} > k + 2, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$.

(C) $2^k > k + 1, \forall k \in \mathbb{N}^*$.

(D) $2^k > k + 1, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Giả thiết quy nạp khi chứng minh mệnh đề này bằng phương pháp quy nạp là $2^k > k + 1, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, cho $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Tính $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 50$.

(A) $S = 50$.

(B) $S = 1275$.

(C) $S = 1150$.

(D) $S = 1325$.

Lời giải.

Ta có $S = \frac{50 \cdot 51}{2} = 1275$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{3n-1}{n+3}$. Số hạng thứ 5 của dãy số đó bằng

(A) $-\frac{7}{4}$.

(B) $\frac{15}{8}$.

(C) $\frac{7}{4}$.

(D) $-\frac{11}{7}$.

Lời giải.

Khi $n = 5$, ta có $u_5 = \frac{3 \cdot 5 - 1}{5 + 3} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A $u_n = -2^{n-1}$.

B $u_n = -\frac{1}{2^{n+1}}$.

C $u_n = \frac{1}{2^n}$.

D $u_n = 2^{n-2}$.

Lời giải.

Ta có $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = 2u_1 = 1, u_3 = 2u_2 = 2, u_4 = 2u_3 = 4, \dots, u_n = 2^{n-2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 6. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_n = 2u_{n-1} + 1$, với mọi $n \geq 2$. Tìm u_3 .

A 3.

B 5.

C 7.

D 9.

Lời giải.

Ta có $u_1 = 1, u_2 = 2u_1 + 1 = 3 \Rightarrow u_3 = 2u_2 + 1 = 7$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 7. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{(1+n)^2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Trong các phát biểu sau, có bao nhiêu phát biểu đúng?

I) (u_n) là dãy số tăng.

II) (u_n) là dãy số bị chặn dưới.

III) (u_n) là dãy số bị chặn trên.

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

Lời giải.

- Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(1+n)^2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n)$ là dãy số tăng.
- Dễ thấy $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy bị chặn dưới.
- Dễ thấy $u_n \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy bị chặn trên.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 8. Cho cấp số cộng có $u_1 = 1, u_2 = 3$. Hãy tìm công sai d của cấp số cộng đó.

A $d = 2$.

B $d = -2$.

C $d = 3$.

D $d = 4$.

Lời giải.

Công sai $d = u_2 - u_1 = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 9. Trong các dãy số (u_n) cho bởi công thức sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A $\begin{cases} u_1 = 2, \\ u_{n+1} = 2u_n + 2. \end{cases}$

B $\begin{cases} u_1 = 2, \\ u_{n+1} = u_n + 2. \end{cases}$

C $\begin{cases} u_1 = 2, \\ u_{n+1} = 2u_n - 1. \end{cases}$

D $u_n = (n+1)^3$.

Lời giải.

1 $\begin{cases} u_1 = 2, \\ u_{n+1} = 2u_n + 2 \end{cases}$, suy ra $u_{n+1} - u_n = u_1 + 2$ thay đổi theo n nên không phải cấp số cộng.

- ② $\begin{cases} u_1 = 2, \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$, suy ra $u_{n+1} - u_n = 2$ không đổi, nên đây là cấp số cộng.
- ③ $\begin{cases} u_1 = 2, \\ u_{n+1} = 2u_n - 1 \end{cases}$, suy ra $u_{n+1} - u_n = u_n - 1$ thay đổi theo n nên không phải cấp số cộng.
- ④ $u_n = (n+1)^3$, suy ra $u_{n+1} = (n+2)^3$ nên $u_{n+1} - u_n = (n+2)^3 - (n+1)^3 = 3n^2 + 9n + 7$, thay đổi theo n nên không phải cấp số cộng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_7 = \frac{19}{5}$ và công sai $d = \frac{2}{5}$. Tính u_{10} .

- (A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{19}{5}$. **(C) 5.** (D) $\frac{27}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } u_7 = u_1 + 6d \Rightarrow u_1 = u_7 - 6d = \frac{19}{5} - 6 \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{5}.$$

$$\text{Suy ra } u_{10} = u_1 + 9d = \frac{7}{5} + 9 \cdot \frac{2}{5} = 5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 36$ và công sai $d = -4$. Tính S_{10} của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng trên.

- (A) $S_{10} = 160$. (B) $S_{10} = 170$. **(C) $S_{10} = 180$.** (D) $S_{10} = 190$.

Lời giải.

Tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy là:

$$S_{10} = 10u_1 + \frac{10 \cdot 9 \cdot d}{2} = 10 \cdot 36 + \frac{10 \cdot 9 \cdot (-4)}{2} = 180.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 12. Tìm n để C_n^1, C_n^2, C_n^3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

- (A) $n = 9$. (B) $n = 6$. (C) $n = 2$. **(D) $n = 7$.**

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$. Ta có

$$\begin{aligned} C_n^1 + C_n^3 &= 2C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 2 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} \\ &\Leftrightarrow 6n + n(n-1)(n-2) = 6n(n-1) \\ &\Leftrightarrow 6 + (n-1)(n-2) = 6(n-1) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 & (\text{nhận}) \\ n = 2 & (\text{loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 13. Đẳng thức nào dưới đây **sai**?

- (A) $1 + 2 + \dots + 100 + 99 + \dots + 2 + 1 = 10000$.
 (B) $100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2 = 5050$.
(C) $3 + 7 + \dots + 87 = 980$.
 (D) $1 + 6 + \dots + 96 = 970$.

Lời giải.

Xét $3 + 7 + \dots + 87 = 980$ là cấp số cộng với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$

Khi đó số hạng tổng quát là $u_n = 3 + (n - 1)4 = 87 \Leftrightarrow n = 22 \Rightarrow S_{22} = 990 \neq 980$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 14. An đi hết một quãng đường dài 54 km trong bao lâu? Biết giờ đầu tiên An đi được 15 km và mỗi giờ sau An đi kém hơn giờ trước 1 km.

A 27.

B 4.

C 3.

D 15.

Lời giải.

Gọi $u_1, u_2, u_3, \dots$ lần lượt là quãng đường An đi được trong giờ thứ nhất, giờ thứ 2, giờ thứ 3,...

Theo đề bài ta có (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 15, d = -1$.

Gọi n là thời gian An đi hết quãng đường, ta có

$$\begin{aligned} 54 = u_1 + u_2 + \dots + u_n &\Leftrightarrow \frac{2u_1 + d(n-1)}{2}n = 54 \\ &\Leftrightarrow n(30 - n + 1) = 108 \\ &\Leftrightarrow n^2 - 31n + 108 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = 27. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $n = 4$ ta có quãng đường An đi được trong giờ thứ 4 là $u_4 = 15 + 3 \cdot (-1) = 12$ km.

Với $n = 27$ ta có quãng đường An đi được trong giờ thứ 27 là $u_{27} = 15 + 26 \cdot (-1) = -11$ km (vô lí).

Chọn đáp án **B**

□

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_7 = -5$ và $u_{10} = 135$. Công bội của cấp số nhân là

A $q = -3$.

B $q = -\frac{1}{3}$.

C $q = 3$.

D $q = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_7 = u_1 \cdot q^6 = -5 \\ u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -\frac{5}{729} \\ q = -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 16. Trong các dãy (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A $u_n = 3^n$.

B $u_n = -3n + 2$.

C $u_n = -n^2 - n + 1$.

D $u_n = n^3$.

Lời giải.

Xét dãy số $u_n = 3^n$. Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{n+1}}{3^n} = 3$. Do đó dãy số (u_n) là một cấp số nhân.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 17. Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Hãy tính u_6 .

A $u_6 = 320$.

B $u_6 = -320$.

C $u_6 = 160$.

D $u_6 = -160$.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_6 = -160$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 18. Tính tổng sau $S = 1 + 2 + 4 + \dots + 128$.

A 255.

B 254.

C 511.

D 256.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = 1 + 2 + 4 + \dots + 128 = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^7 = \frac{1(1 - 2^8)}{1 - 2} = 255.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 19. Một cấp số nhân có n số hạng. Biết số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$ và $u_n = 1792$. Tổng n số hạng của cấp số nhân này bằng

- (A) 5377. (B) 3577. (C) 5737. (D) 3775.

Lời giải.

Ta có $u_n = 7 \cdot 2^{n-1} = 1792 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 256 \Leftrightarrow n = 9$.

Khi đó $S_9 = \frac{7(1-2^9)}{1-2} = 3577$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Chu kỳ bán rã của nguyên tố phóng xạ Poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn lại một nửa). Khối lượng của 20 gam Poloni 210 sau 1380 ngày gần với số nào dưới đây nhất?

- (A) 0,0195 gam. (B) 0,039 gam. (C) 0,39 gam. (D) 0,195 gam.

Lời giải.

Gọi u_n là khối lượng còn lại của 20 gam Poloni sau n chu kỳ bán rã. Ta có 1380 ngày bằng 10 chu kỳ bán rã. Vậy theo yêu cầu bài toán ta cần tính u_{10} .

Từ giả thiết ta có $u_1 = 10$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Từ đó suy ra $u_{10} = 10 \left(\frac{1}{2}\right)^9 \approx 0,0195$ gam.

Chọn đáp án (A) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. B	4. C	5. D	6. C	7. D	8. A	9. B	10. C
11. C	12. D	13. C	14. B	15. A	16. A	17. D	18. A	19. B	20. A

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Mệnh đề nào dưới đây có thể chứng minh bằng phương pháp quy nạp?

- (A) $x^2 + 4x + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (B) $|a - b| \leq |a + b|, \forall a, b \in \mathbb{R}$.
(C) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca, \forall a, b, c \in \mathbb{R}$. (D) $4^n + 15n - 1 \vdots 9, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Phương pháp quy nạp dùng để chứng minh các mệnh đề chứa số tự nhiên.

Do đó mệnh đề “ $4^n + 15n - 1 \vdots 9, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ” có thể chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Cho mệnh đề “ $3^n > 3n + 1, \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ ”. Giả thiết quy nạp khi chứng minh mệnh đề này bằng phương pháp quy nạp là

- (A) $3^{k+1} > 3(k+1) + 1, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$. (B) $3^k + 1 > 3k + 2, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$.
(C) $3^k > 3k + 1, \forall k \in \mathbb{N}^*$. (D) $3^k > 3k + 1, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Giả thiết mệnh đề đúng với $n = k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$, tức là ta luôn có $3^k > 3k + 1, \forall k \geq 2, k \in \mathbb{N}^*$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Xét mệnh đề “ $3^{2n+1} + 40n - 67$ chia hết cho 64 (*), với mọi số nguyên dương n ”. Ta kiểm tra (*) đúng với $n = 1$. Giả sử (*) đúng với $n = k \geq 1$, tức là $3^{2k+1} + 40k - 67$ chia hết cho 64. Để hoàn thành chứng minh mệnh đề trên đúng thì ta cần chứng minh

- (A) $3^{2k+1} + 1 + 40k - 27$ chia hết cho 64. (B) $3^{2k+4} + 40k - 107$ chia hết cho 64.
(C) $3^{2k+3} + 40k - 27$ chia hết cho 64. (D) $3^{2k+3} + 40k - 107$ chia hết cho 64.

Lời giải.

Ta cần chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$ tức là $3^{2(k+1)+1} + 40(k + 1) - 67$ chia hết cho 64.
Chọn đáp án **C** □

Câu 4. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$. Tính u_8 .

A $u_8 = \frac{17}{9}$.

B $u_8 = 1$.

C $u_8 = \frac{5}{3}$.

D $u_8 = \frac{11}{9}$.

Lời giải.

Ta có $u_8 = \frac{2 \cdot 8 - 1}{8 + 1} = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 5. Số hạng tổng quát của dãy số $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$ là

A $u_n = \frac{1}{n}$.

B $u_n = \frac{1}{n+1}$.

C $u_n = \frac{1}{2n}$.

D $u_n = \frac{1}{2n+1}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của dãy số $\frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$ là $u_n = \frac{1}{n}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 6. Tìm bốn số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

A 3; 1; -1; -3.

B 3; 1; -1; 5.

C 3; 2; 1; 0.

D -1; 1; 3; 5.

Lời giải.

Ta có $u_1 = 3, u_2 = \frac{2u_1 - 3}{u_1} = 1, u_3 = \frac{2u_2 - 3}{u_2} = -1, u_4 = \frac{2u_3 - 3}{u_3} = 5$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 7. Trong các dãy số (u_n) sau, hãy chọn dãy số tăng.

A $u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}, n \in \mathbb{N}^*$.

B $u_n = (-1)^{2n}(5^n + 1), n \in \mathbb{N}^*$.

C $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + n}, n \in \mathbb{N}^*$.

D $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}, n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Xét dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^{2n}(5^n + 1)$, ta có

$$u_{n+1} - u_n = (-1)^{2n+2}(5^{n+1} + 1) - (-1)^{2n}(5^n + 1) = 5^{n+1} + 1 - 5^n - 1 = 4 \cdot 5^n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy dãy trên là dãy số tăng.

Xét các dãy số còn lại

- Với $u_n = (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{n}$ ta có $u_1 = 0, u_2 = -1$ hay $u_1 > u_2$. Vậy dãy số này không là dãy số tăng.
- Với $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + n}$ ta có $u_1 = \sqrt{2} - 1, u_2 = 2 - \sqrt{3}$ hay $u_1 > u_2$. Vậy dãy số này không là dãy số tăng.
- Với $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$ ta có $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{2}{5}$ hay $u_1 > u_2$. Vậy dãy số này không là dãy số tăng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 8. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 2n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai d là
 (A) $d = 4$. (B) $d = -2$. (C) $d = 3$. (D) $d = 5$.

Lời giải.

Dãy số (u_n) đã cho là cấp số cộng có $u_1 = 5$, $u_2 = 3$ nên nó có công sai là $d = u_2 - u_1 = -2$.
 Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

- (A) 1; 2; 3; 5; 8. (B) 0; 1; 2; 3; 5.
 (C) 1; -3; -7; -11; -15. (D) $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{3}{2}$; 2; 3.

Lời giải.

- Dãy số 1; -3; -7; -11; -15 là cấp số cộng vì

$$-3 - 1 = -7 - (-3) = -11 - (-7) = -15 - (-11) = -4.$$

- Dãy số 1; 2; 3; 5; 8 không là cấp số cộng vì $2 - 1 = 3 - 2 \neq 5 - 3$.
- Dãy số 0; 1; 2; 3; 5 không là cấp số cộng vì $1 - 0 = 2 - 1 = 3 - 1 \neq 5 - 3$.
- Dãy số $\frac{1}{2}$; 1; $\frac{3}{2}$; 2; 3 không là cấp số cộng vì $1 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - 1 \neq 2 - 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Tính u_{15} .

- (A) $u_{15} = 27$. (B) $u_{15} = 37$. (C) $u_{15} = 47$. (D) $u_{15} = 57$.

Lời giải.

Ta có $u_{15} = u_1 + 14d = -5 + 14 \cdot 3 = 37$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -8$, công sai $d = 2$. Tính tổng của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

- (A) 7680. (B) 9100. (C) 8600. (D) 7440.

Lời giải.

Ta có $S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2}d = 100 \cdot (-8) + 100 \cdot 99 = 9100$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $1 + 3x$, $x^2 - 5$, $1 - x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

- (A) $x = 3$ hoặc $x = -2$. (B) $x = 3$ hoặc $x = 2$.
 (C) $x = -3$ hoặc $x = 2$. (D) $x = -3$ hoặc $x = 2$.

Lời giải.

Vì $1 + 3x$, $x^2 - 5$, $1 - x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên

$$(1 + 3x) + (1 - x) = 2(x^2 - 5) \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3. \end{cases}$$

Vậy $x = -2$, $x = 3$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Chu vi của một đa giác n cạnh là 158, số đo các cạnh của đa giác lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3$. Biết cạnh lớn nhất có độ dài là 44. Tính số cạnh của đa giác.

- (A) 9. (B) 6. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Giả sử các cạnh của đa giác đã cho là $u_1, u_2, \dots, u_n$ với n là số nguyên dương. Khi đó, ta có

$$\begin{cases} S_n = 158 \\ u_n = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(u_1 + 44)n}{2} = 158 \\ u_1 + 3(n-1) = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 47 - 3n \\ -3n^2 + 91n - 316 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 47 - 3n \\ \begin{cases} n = \frac{79}{3} \\ n = 4. \end{cases} \end{cases}$$

Vì n là số nguyên dương nên ta được $n = 4$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 14. Một trò chơi được tổ chức trên truyền hình theo phương thức sau: Nếu người chơi trả lời đúng câu đầu tiên thì được 2,5 triệu đồng. Tiếp theo, nếu mỗi câu trả lời đúng thì được cộng dồn vào số tiền câu hỏi trước là 1,5 triệu đồng (ví dụ trả lời được câu số 2 thì tổng số tiền người chơi được thưởng là 4 triệu đồng). Trò chơi kết thúc khi gặp câu trả lời sai. Hỏi số câu trả lời đúng tối thiểu là bao nhiêu để người tham dự có được số tiền tối thiểu là 20 triệu?

- (A) 13. (B) 12. (C) 11. (D) 10.

Lời giải.

Gọi u_i là số tiền người chơi được thưởng khi trả lời đúng câu hỏi thứ i (với $i \in \mathbb{N}^*$).

Theo như luật chơi, nếu người chơi trả lời đúng đến câu hỏi thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$) thì số tiền người đó được thưởng là một số hạng cấp số cộng có công sai bằng 1,5, tức là $u_n = u_1 + (n-1) \cdot 1,5$.

Để người chơi được thưởng số tiền tối thiểu là 20 triệu thì

$$u_n \geq 20 \Leftrightarrow 2,5 + (n-1) \cdot 1,5 \geq 20 \Leftrightarrow n-1 \geq \frac{20-2,5}{1,5} \Leftrightarrow n \geq \frac{38}{3}.$$

Vì n nguyên dương và nhỏ nhất nên $n = 13$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_7 = -5$ và $u_{10} = 135$. Công bội của cấp số nhân là

- (A) $q = -3$. (B) $q = -\frac{1}{3}$. (C) $q = 3$. (D) $q = 9$.

Lời giải.

Gọi u_1, q lần lượt là số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có $u_7 = u_1 q^6$ và $u_{10} = u_1 q^9$. Từ đó suy ra

$$u_{10} = u_7 q^3 \Leftrightarrow q^3 = \frac{u_{10}}{u_7} \Leftrightarrow q^3 = -27 \Leftrightarrow q = -3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- (A) 1, 2, 4, 6. (B) 1, 3, 12, 60. (C) -1, 4, -16, 64. (D) -1, -5, -25, 125.

Lời giải.

- Dãy số -1, 4, -16, 64 là cấp số nhân vì $\frac{4}{-1} = \frac{-16}{4} = \frac{64}{-16} = -4$.
- Dãy số 1, 2, 4, 6 không là cấp số nhân vì $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} \neq \frac{6}{4}$.
- Dãy số 1, 3, 12, 60 không là cấp số nhân vì $\frac{3}{1} \neq \frac{12}{3}$.

- Dãy số $-1, -5, -25, 125$ không là cấp số nhân vì $\frac{-5}{-1} = \frac{-25}{-5} \neq \frac{125}{-25}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số 3072 là số hạng thứ mấy?

A 12.

B 10.

C 9.

D 11.

Lời giải.

Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -2$ nên (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -2$.

Đặt $u_n = 3072$. Ta có

$$u_n = u_1 q^{n-1} \Leftrightarrow 3 \cdot (-2)^{n-1} = 3072 \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = (-2)^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11.$$

Vậy số 3072 là số hạng thứ 11 của cấp số nhân (u_n) .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 18. Tính tổng 50 số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu tiên là 1 và công bội là $\frac{1}{3}$.

A $\frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{49}}\right)$.

B $\frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{50}}\right)$.

C $\frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{3^{49}}\right)$.

D $\frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{3^{50}}\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$S_{50} = u_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{50}}{1 - \frac{1}{3}} = 1 \cdot \frac{1 - \frac{1}{3^{50}}}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{50}}\right).$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 19. Năm số a, b, c, d, e khác không và theo thứ tự này lập thành một cấp số nhân có tổng là 900. Biết rằng $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 100$. Đặt $S = abcde$. Tính $|S|$.

A 729.

B 243.

C 32.

D 64.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho, ta có $a + b + c + d + e = a \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 900$, suy ra

$$\frac{q^5 - 1}{q - 1} = \frac{900}{a}. \quad (1)$$

Năm số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân với công bội $\frac{1}{q}$ nên

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\frac{1}{q^5} - 1}{\frac{1}{q} - 1} = 100 \Rightarrow \frac{q^5 - 1}{aq^4(q - 1)} = 100 \Rightarrow \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 100aq^4. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $aq^2 = \pm 3$.

Lại có $S = abcde = a^5 q^{10} = (\pm 3)^5$. Vậy $|S| = 243$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 20. Ông Minh có 100 triệu đồng muốn đầu tư vào một dự án và sau 3 năm chắc chắn nó sẽ đem lại 150 triệu đồng. Nhưng một ngân hàng X tư vấn ông nên gửi ngân hàng số tiền đó với lãi suất không đổi 8% năm, biết rằng ông Minh không rút lãi nên số lãi đó sẽ nhập vào vốn ban đầu. Ông Minh quyết định đầu tư dự án. Hỏi dự án đó mang lại khoản lợi nhuận hơn so với gửi ngân hàng bao nhiêu tiền? (Kết quả làm tròn đến hàng triệu).

(A) 22 triệu.

(B) 23 triệu.

(C) 24 triệu.

(D) 25 triệu.

Lời giải.

Số tiền ông Minh có được khi gửi ngân hàng sau năm thứ nhất là

$$100 + 100 \cdot 8\% = 100(1 + 8\%) \text{ (triệu đồng)}.$$

Nếu ông Minh tiếp tục gửi ngân hàng thì số tiền sau năm thứ hai là

$$100(1 + 8\%) + 100(1 + 8\%) \cdot 8\% = 100(1 + 8\%)(1 + 8\%) = 100(1 + 8\%)^2 \text{ (triệu đồng)}.$$

Nếu ông Minh tiếp tục gửi ngân hàng thì số tiền sau năm thứ ba là

$$100(1 + 8\%)^2 + 100(1 + 8\%)^2 \cdot 8\% = 100(1 + 8\%)^2(1 + 8\%) = 100(1 + 8\%)^3 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy dự án mang lại khoản lợi nhuận hơn so với gửi ngân hàng là $150 - T \approx 24$ (triệu đồng).

Chọn đáp án (C)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. C	5. A	6. B	7. B	8. B	9. C	10. B
11. B	12. A	13. D	14. A	15. A	16. C	17. D	18. B	19. B	20. C

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Mệnh đề nào dưới đây có thể chứng minh bằng phương pháp quy nạp?

(A) $x^2 + 4x + 5 \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

(B) $|a + b| \leq |a| + |b|, \forall a, b \in \mathbb{R}$.

(C) $a^2 + b^2 \geq 2|ab|, \forall a, b \in \mathbb{R}$.

(D) $n(2n^2 - 3n + 1) : 6, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Phương pháp quy nạp dùng để chứng minh các mệnh đề chứa số tự nhiên.

Do đó mệnh đề “ $n(2n^2 - 3n + 1) : 6, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ” có thể chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Cho mệnh đề “ $(7 \cdot 2^{2n-2} + 3^{2n-1}) : 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ”. Giả thiết quy nạp khi chứng minh mệnh đề này bằng phương pháp quy nạp là

(A) $(7 \cdot 2^{2k-1} + 3^{2k}) : 5, \forall k \in \mathbb{N}^*$.

(B) $(7 \cdot 2^{2k} + 3^{2k}) : 5, \forall k \in \mathbb{N}^*$.

(C) $(7 \cdot 2^{2k+1} + 3^{2k-1}) : 5, \forall k \in \mathbb{N}^*$.

(D) $(7 \cdot 2^{2k-2} + 3^{2k-1}) : 5, \forall k \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Giả thiết mệnh đề đúng với $n = k \geq 1, k \in \mathbb{N}^*$, tức là ta luôn có

$$(7 \cdot 2^{2k-2} + 3^{2k-1}) : 5, \forall k \geq 1, k \in \mathbb{N}^*.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Xét mệnh đề “ $n^3 + 11n$ chia hết cho 6 (*), với mọi số nguyên dương n ”. Ta kiểm tra (*) đúng với $n = 1$. Giả sử (*) đúng với $n = k \geq 1$, tức là $k^3 + 11k$ chia hết cho 6. Để hoàn thành chứng minh mệnh đề trên đúng thì ta cần chứng minh

(A) $k^3 + 11k$ chia hết cho 6.

(B) $k^3 + 12k$ chia hết cho 6.

(C) $(k + 1)^3 + 11(k + 1)$ chia hết cho 6.

(D) $(k + 1)^3 + 12k$ chia hết cho 6.

Lời giải.

Ta cần chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$, tức là $(k + 1)^3 + 11(k + 1)$ chia hết cho 6.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

(A) $u_5 = \frac{1}{4}$.

(B) $u_5 = \frac{17}{12}$.

(C) $u_5 = \frac{7}{4}$.

(D) $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải.

Ta có $u_5 = \frac{2 \cdot 5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{49}{28} = \frac{7}{4}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 5. Dãy số có các số hạng cho bởi $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$ có số hạng tổng quát là công thức nào dưới đây?

(A) $u_n = \frac{n+1}{n}$.

(B) $u_n = \frac{n}{n+1}$.

(C) $u_n = \frac{n-1}{n}$.

(D) $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Lời giải.

Đặt $u_1 = 0, u_2 = \frac{1}{2}, u_3 = \frac{2}{3}, u_4 = \frac{3}{4}, u_5 = \frac{4}{5}, \dots$

Ta có $u_1 = \frac{1-1}{1}, u_2 = \frac{2-1}{2}, u_3 = \frac{3-1}{3}, u_4 = \frac{4-1}{4}, u_5 = \frac{5-1}{5}, \dots$

Vậy $u_n = \frac{n-1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2}, \forall n \geq 3 \end{cases}$. Số hạng thứ ba và thứ tư của dãy số (u_n) lần lượt là

- (A)** $u_3 = 2, u_4 = 3$. **(B)** $u_3 = 3, u_4 = 2$. **(C)** $u_3 = 2, u_4 = 4$. **(D)** $u_3 = 3, u_4 = 3$.

Lời giải.

Ta có $u_3 = u_1 + u_2 = 2, u_4 = u_2 + u_3 = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 7. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** Dãy số $u_n = \frac{1}{n} - 2$ là dãy tăng. **(B)** Dãy số $u_n = (-1)^n(2^n + 1)$ là dãy giảm.
(C) Dãy số $u_n = \frac{n-1}{n+1}$ là dãy giảm. **(D)** Dãy số $u_n = 2n + \cos \frac{1}{n}$ là dãy tăng.

Lời giải.

Xét $u_n = \frac{1}{n} - 2$ có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} < 0$. Dãy số này là dãy số giảm.

Xét $u_n = (-1)^n(2^n + 1)$ là dãy có dấu thay đổi. Trường hợp này loại.

Xét $u_n = \frac{n-1}{n+1} = 1 - \frac{2}{n+1}$ có $u_{n+1} - u_n = 2\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) > 0$. Dãy số này là dãy số tăng.

Xét $u_n = 2n + \cos \frac{1}{n}$ có $u_{n+1} - u_n = \left(2 - \cos \frac{1}{n}\right) + \cos \frac{1}{n+2} > 0$. Dãy số này là dãy số tăng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ tám là 40. Khi đó công sai d của cấp số cộng đó bằng

- (A)** $d = 4$. **(B)** $d = 5$. **(C)** $d = 6$. **(D)** $d = 7$.

Lời giải.

Gọi u_1, d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) . Ta có

$$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 40 = 5 + 7d \Leftrightarrow d = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- (A)** $1; -3; -7; -11; -15; \dots$ **(B)** $1; -3; -6; -9; -12; \dots$
(C) $1; -2; -4; -6; -8; \dots$ **(D)** $1; -3; -5; -7; -9; \dots$

Lời giải.

Ta lần lượt kiểm tra $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$

Xét dãy số $1; -3; -7; -11; -15; \dots$ có $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$ Trường hợp này thỏa mãn.

Xét dãy số $1; -3; -6; -9; -12; \dots$ có $u_2 - u_1 = -4 \neq -3 = u_3 - u_2$. Trường hợp này không thỏa mãn.

Xét dãy số $1; -2; -4; -6; -8; \dots$ có $u_2 - u_1 = -3 \neq -2 = u_3 - u_2$. Trường hợp này không thỏa mãn.

Xét dãy số $1; -3; -5; -7; -9; \dots$ có $u_2 - u_1 = -4 \neq -2 = u_3 - u_2$. Trường hợp này không thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)** $u_{15} = 34$. **(B)** $u_{15} = 45$. **(C)** $u_{13} = 31$. **(D)** $u_{10} = 35$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng đã cho là $u_n = -5 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 8$. Do đó $u_{10} = 22, u_{13} = 31, u_{15} = 37$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$ và $d = -5$. Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

- (A) $S_{100} = 24350$. (B) $S_{100} = -24350$. (C) $S_{100} = -24600$. (D) $S_{100} = 24600$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2}d = 100 \cdot 4 + 50 \cdot 99 \cdot (-5) = -24350.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Nếu các số $5 + m$, $7 + 2m$, $17 + m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

- (A) $m = 2$. (B) $m = 3$. (C) $m = 4$. (D) $m = 5$.

Lời giải.

Ba số $5 + m$, $7 + 2m$, $17 + m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

$$(5 + m) + (17 + m) = 2(7 + 2m) \Leftrightarrow 2m + 22 = 14 + 4m \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tính tổng của 50 số nguyên dương đầu tiên chia hết cho 3.

- (A) 7650. (B) 7500. (C) 3900. (D) 3825.

Lời giải.

Số nguyên dương chia hết cho 3 có dạng $3n$ với $n \in \mathbb{N}^*$ nên chúng lập thành cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 3$. Khi đó

$$S_{50} = 50u_1 + \frac{50 \cdot 49}{2} \cdot d = 50 \cdot 3 + 25 \cdot 49 \cdot 3 = 3825.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 14. Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ... Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- (A) 73. (B) 75. (C) 77. (D) 79.

Lời giải.

Số cây mỗi hàng (bắt đầu từ hàng thứ nhất) lập thành một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $d = 1$. Giả sử có n (với $n \in \mathbb{N}^*$) hàng cây thì

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n = 3003 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 3003 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 & (\text{nhận}) \\ n = -78 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Vậy có tất cả 77 hàng cây.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Một cấp số nhân (u_n) có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân (u_n) .

- (A) $q = 3$. (B) $q = -3$. (C) $q = 2$. (D) $q = -2$.

Lời giải.

Gọi u_1 , q lần lượt là số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) . Ta có

$$u_6 = u_1 q^5 \Leftrightarrow 486 = 2q^5 \Leftrightarrow q^5 = 243 \Leftrightarrow q = \sqrt[5]{243} \Leftrightarrow q = 3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- (A) $128; -64; 32; -16; 8; \dots$ (B) $\sqrt{2}; 2; 4; 4\sqrt{2}; \dots$
(C) $5; 6; 7; 8; \dots$ (D) $15; 5; 1; \frac{1}{5}; \dots$

Lời giải.

Dãy số (u_n) là cấp số nhân khi $u_{n+1} = u_n q$ với $n \in \mathbb{N}^*$, tức là $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \dots = q$ với $u_n \neq 0, q$ gọi là công bội.

Xét dãy số $128; -64; 32; -16; 8; \dots$ có $\frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{2} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \dots$ Trường hợp này thỏa mãn.

Xét dãy số $\sqrt{2}; 2; 4; 4\sqrt{2}; \dots$ có $\frac{u_2}{u_1} = \sqrt{2} \neq 2 = \frac{u_3}{u_2}$. Trường hợp này không thỏa mãn.

Tương tự, ta cũng loại các phương án còn lại.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$ và $q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

(A) Số hạng thứ 103.

(B) Số hạng thứ 104.

(C) Số hạng thứ 105.

(D) Không thuộc cấp số nhân (u_n) .

Lời giải.

Ta có

$$\frac{1}{10^{103}} = u_n = u_1 q^{n-1} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} n \text{ chẵn} \\ n-1 = 103 \end{cases} \Leftrightarrow n = 104.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) .

(A) $S_{10} = -511$.

(B) $S_{10} = -1025$.

(C) $S_{10} = 1025$.

(D) $S_{10} = 1023$.

Lời giải.

Ta có $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = -3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = 1023$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng của hai số hạng đầu tiên bằng 4, tổng của ba số hạng đầu tiên bằng 13. Tính tổng của năm số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho, biết công bội của cấp số nhân là một số dương.

(A) $S_5 = \frac{181}{16}$.

(B) $S_5 = 141$.

(C) $S_5 = 121$.

(D) $S_5 = \frac{35}{16}$.

Lời giải.

Gọi q ($q > 0$) là công bội của cấp số nhân đã cho. Ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_2 = 4 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q) = 4 \\ u_1(1 + q + q^2) = 13. \end{cases}$$

Từ đó suy ra

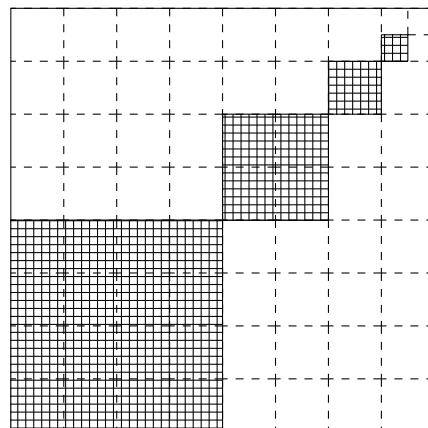
$$4(1 + q + q^2) = 13(1 + q) \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 & (\text{nhận}) \\ q = -\frac{3}{4} & (\text{loại}). \end{cases}$$

Với $q = 3$ ta tìm được $u_1 = 1$. Khi đó $S_5 = u_1 \cdot \frac{1 - q^5}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - 3^5}{1 - 3} = 121$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 20.

Để trang trí cho quán trà sữa sắp mở của mình, bạn Việt quyết định tô màu một mảng tường hình vuông cạnh bằng 1 mét. Phần tô màu dự kiến là các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ (các hình vuông được tô chấm bi), trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó (tham khảo hình vẽ). Giả sử quy trình tô màu của Việt có thể diễn ra nhiều giờ. Hỏi bạn Việt tô màu đến hình vuông thứ mấy thì diện tích của hình vuông được tô bắt đầu nhỏ hơn $\frac{1}{1000} \text{ m}^2$?



- (A) 6. (B) 3. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Cạnh của mỗi hình vuông $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ ứng với một số hạng của cấp số nhân (u_n) với $u_n = \frac{1}{2^n}$, công bội $q = \frac{1}{2}$.

Diện tích của hình vuông được tô nhỏ hơn $\frac{1}{1000} \text{ m}^2$ ứng với cạnh của nó nhỏ hơn $\frac{1}{10\sqrt{10}} \text{ m}$, nghĩa là

$$u_n < \frac{1}{10\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{1}{10\sqrt{10}}.$$

Mà $\frac{1}{2^5} < \frac{1}{10\sqrt{10}} < \frac{1}{2^4}$ nên $n = 5$ thỏa đề bài.

Chọn đáp án (C)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. C	5. C	6. A	7. D	8. B	9. A	10. C
11. B	12. C	13. D	14. C	15. A	16. A	17. B	18. D	19. C	20. C

CHƯƠNG 4. GIỚI HẠN

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Giới hạn của dãy số	Câu 1 Câu 2	Câu 7	Câu 15	Câu 19	5 25%
② Giới hạn của hàm số	Câu 3 Câu 4	Câu 8 Câu 9 Câu 10 Câu 11	Câu 16 Câu 17		8 40%
③ Hàm số liên tục	Câu 5 Câu 6	Câu 12 Câu 13 Câu 14	Câu 18	Câu 20	7 35%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Giới hạn dãy số</i>	1	NB	Dãy số là một hàm số bậc hai theo biến n .
	2	NB	Dãy số là một hàm số hữu tỉ theo biến n .
	7	TH	Dãy số là một hàm số chứa a^n .
	15	VDT	Nhân chia lượng liên hợp.
	19	VDC	Bài toán thực tế về tổng CSN lùi vô hạn.
<i>Chủ đề 2. Giới hạn hàm số</i>	3	NB	Giới hạn hàm số tại một điểm.
	4	NB	Giới hạn của hàm số phân thức hữu tỉ tại vô cực.
	8,9	TH	Dạng vô định $\frac{0}{0}$ (phân tích đa thức). Dạng $\infty \cdot A$ (Chứa biến trong căn).
	10,11	TH	Giới hạn vô cực của hàm số khi $x \rightarrow x_0^-, x \rightarrow x_0^+$.
	16	VDT	Giới hạn tại vô cực (nhân chia liên hợp).
	17	VDT	Giới hạn hàm số chứa biến trong căn (Nhân chia liên hợp, phân tích đa thức).
	5	NB	Xét tính liên tục của hàm số phân thức.

	4	NB	Giới hạn của hàm số phân thức hữu tỉ tại vô cực.
	8,9	TH	Dạng vô định $\frac{0}{0}$ (phân tích đa thức). Dạng $\infty \cdot A$ (Chứa biến trong căn).
	10,11	TH	Giới hạn vô cực của hàm số khi $x \rightarrow x_0^-, x \rightarrow x_0^+$.
	16	VDT	Giới hạn tại vô cực (nhân chia liên hợp).
	17	VDT	Giới hạn hàm số chứa biến trong căn (Nhân chia liên hợp, phân tích đa thức).

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Tính $\lim(n^2 + n + 1)$.

(A) -3 .

(B) $+\infty$.

(C) 2 .

(D) $-\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim(n^2 + n + 1) = \lim \left[n^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) \right] = +\infty.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Tính $\lim \frac{2n-5}{3n+1}$.

(A) 2 .

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) $-\frac{5}{3}$.

(D) -5 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim \frac{2n-5}{3n+1} = \lim \frac{n \left(2 - \frac{5}{n} \right)}{n \left(3 + \frac{1}{n} \right)} = \lim \frac{2 - \frac{5}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x+1}{5x-1}$.

(A) 0 .

(B) $\frac{4}{5}$.

(C) $\frac{5}{4}$.

(D) -1 .

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x+1}{5x-1} = \frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+9x+4x^2-3x^3}{2x^3-x}$.

(A) 0 .

(B) $-\frac{1}{2}$.

(C) $-\frac{3}{2}$.

(D) 1 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+9x+4x^2-3x^3}{2x^3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x^3} + \frac{9}{x^2} + \frac{4}{x} - 3}{2 - \frac{1}{x^2}} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 5. Hàm số nào sau đây liên tục tại điểm $x = 1$?

(A) $y = \frac{x-1}{x}$.

(B) $y = \frac{1}{x^2-1}$.

(C) $y = \frac{1}{x-1}$.

(D) $y = \frac{x}{|x-1|}$.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x) = \frac{x-1}{x}$ xác định khi $x \neq 0$.

Lại có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 = f(1)$.

Vậy hàm số $y = \frac{x-1}{x}$ liên tục tại điểm $x = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$.

(A) $y = \frac{3}{x}$.

(B) $y = \tan 3x$.

(C) $y = \frac{2-x}{x^2+1}$.

(D) $y = \sqrt{x+2}$.

Lời giải.

Vì hàm số $y = \frac{2-x}{x^2+1}$ là hàm sơ cấp có tập xác định $\mathbb{R}$ nên hàm số đó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 7. Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 4^{n+2}}{2 \cdot 3^{n+3} + 6^{n+1}}$.

(A) $L = 0$.

(B) $L = \frac{-1}{6}$.

(C) $L = +\infty$.

(D) $L = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 4^{n+2}}{2 \cdot 3^{n+3} + 6^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 16 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n}{54 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 6} = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Tìm $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$.

(A) 2.

(B) 4.

(C) 5.

(D) $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)} = \lim_{x \rightarrow 4} (\sqrt{x}+2) = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+2} - x)$.

(A) 1.

(B) 2.

(C) $+\infty$.

(D) 0.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+2} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \frac{2}{\sqrt{x^2+2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} + 1} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1}$.

(A) 0.

(B) $-\infty$.

(C) 1.

(D) $+\infty$.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

(A) $I = -\infty$.

(B) $I = +\infty$.

(C) $I = 0$.

(D) $I = 1$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = +\infty.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 12. Phương trình $2x^3 - 6x + 1 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(-2; 2)$?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 6x + 1$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$.

Vì $f(-1,9) \cdot f(-1) < 0$, $f(-1) \cdot f(0,25) < 0$ và $f(0,25) \cdot f(1,75) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 3 nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.

Hơn nữa, phương trình bậc ba có tối đa 3 nghiệm nên phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$

liên tục tại $x = 1$.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $-\frac{1}{2}$.

(C) $-\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{x^2 + x + 1} = -\frac{1}{3}.$$

$$\bullet f(1) = m$$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 3x - 1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 - x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới là đây đúng?

(A) Hàm số liên tục tại $x = 0$, gián đoạn tại $x = 2$.

(B) Hàm số liên tục tại $x = 2$, gián đoạn tại $x = 0$.

(C) Hàm số liên tục tại $x = 0$ và $x = 2$.

(D) Hàm số gián đoạn tại $x = 0$ và $x = 2$.

Lời giải.

Ta có:

$$\bullet \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 + 1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(1 - x) = 1 \text{ nên suy ra hàm số gián đoạn tại } x = 0. \\ f(0) = -1. \end{cases}$$

$$\bullet \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x^2 + 1) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(3x - 1) = 5 \text{ nên suy ra hàm số liên tục tại } x = 2. \\ f(2) = 5. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 15. Tính giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n^2 - n} - n$.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) 0. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) -2.

Lời giải.

$$\lim u_n = \lim (\sqrt{n^2 - n} - n) = \lim \frac{n^2 - n - n^2}{\sqrt{n^2 - n} + n} = \lim \frac{-n}{\sqrt{n^2 - n} + n} = \lim \frac{-1}{\sqrt{1 - \frac{1}{n}} + 1} = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 16. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3x^2 + x + 1} - \sqrt{3x^2 + 2x + 1})$.

- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$. (C) $+\infty$. (D) 0.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{3x^2 + x + 1} - \sqrt{3x^2 + 2x + 1}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{\sqrt{3x^2 + x + 1} + \sqrt{3x^2 + 2x + 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{-\sqrt{3 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - \sqrt{3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}} = \frac{\sqrt{3}}{6}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x(\sqrt{x^2 + 3} - x)]$.

- (A) $\frac{3}{2}$. (B) 0. (C) $+\infty$. (D) 1.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x(\sqrt{x^2 + 3} - x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{1 + \frac{3}{x^2}} + 1} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 2 \\ \frac{\sqrt[3]{3x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } x > 2. \end{cases}$ Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

- (A) $a = 0$. (B) $a = 1$. (C) $a = -1$. (D) $a = -2$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1}{4} + 2a = f(2)$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x - 6}{(x - 2)(4 + 2\sqrt[3]{3x+2} + \sqrt[3]{(3x+2)^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{4 + 2\sqrt[3]{3x+2} + \sqrt[3]{(3x+2)^2}} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Điều kiện cần và đủ để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$ là $2a + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Từ một hình vuông có diện tích là 1m^2 . Gọi A, B, C, D lần lượt là trung điểm bốn cạnh của hình vuông, bạn Hùng dùng bút chì vẽ theo hình vuông $ABCD$ để được hình vuông thứ hai. Bạn Hùng lại tiếp tục vẽ theo bốn trung điểm các cạnh của hình vuông $ABCD$ để được hình vuông thứ ba, và cứ tiếp tục như vậy. Tính tổng diện tích tất cả các hình vuông đã có.

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $a = 1$ là độ dài cạnh hình vuông, $S_1 = 1$ là diện tích hình vuông ban đầu.

Do M, N là trung điểm hai cạnh của hình vuông nên

$$MN = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_2 = MN^2 = \frac{a^2}{2} = \frac{S_1}{2} = \frac{1}{2}.$$

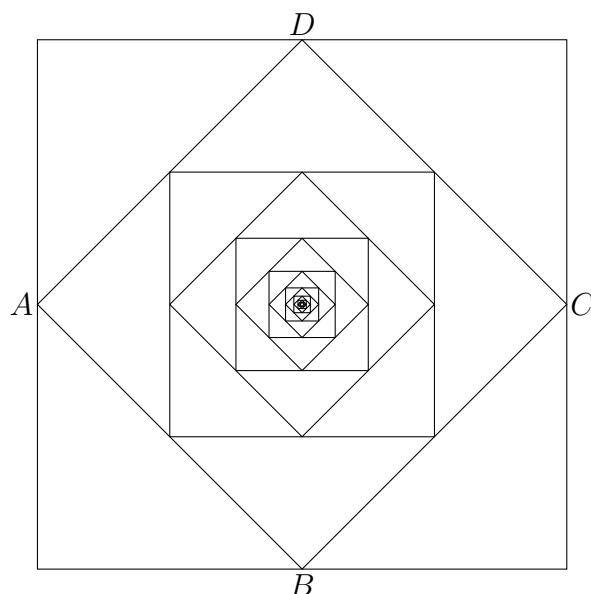
Lại lấy trung điểm các cạnh của hình vuông $MNPQ$ để tiếp tục, khi đó, hình vuông mới sinh ra có diện

$$\text{tích là } S_3 = \left(\frac{MN\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{MN^2}{2} = \frac{S_2}{2} = \frac{S_1}{4} = \frac{1}{4}.$$

Vậy các hình vuông sinh ra có diện tích lần lượt là $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$

Vậy tổng diện tích các hình vuông tạo thành là

$$S = 1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 20. Cho $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1} - \sqrt[4]{1 + 5x}}{x - 3} = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ tối giản. Tìm giá trị của tổng $a^2 + b^2$.

- (A) 4709. (B) 6005. (C) 1145. (D) 449.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1} - \sqrt[4]{1 + 5x}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1} - 2}{x - 3} + \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - \sqrt[4]{1 + 5x}}{x - 3} = \frac{6}{12} - \frac{5}{32} = \frac{11}{32}$$

Chọn đáp án (C)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. C	4. C	5. A	6. C	7. A	8. B	9. A	10. B
11. B	12. D	13. C	14. B	15. C	16. B	17. A	18. A	19. B	20. C

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. $\lim(2n - 3n^2)$ bằng

- (A) -3 . (B) $+\infty$. (C) 2 . (D) $-\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim(2n - 3n^2) = \lim \left[n^2 \left(\frac{2}{n} - 3 \right) \right] = -\infty.$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 2. Tính $\lim \frac{4n^3 - 5n + 3}{3n^3 - n^2}$.

(A) $+\infty$.

(B) $\frac{4}{3}$.

(C) 3.

(D) $-\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim \frac{4n^3 - 5n + 3}{3n^3 - n^2} = \lim \frac{n^3 \left(4 - \frac{5}{n^2} + \frac{3}{n^3}\right)}{n^3 \left(3 - \frac{1}{n}\right)} = \lim \frac{4 - \frac{5}{n^2} + \frac{3}{n^3}}{3 - \frac{1}{n}} = \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 3. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + 1)(x + 2)}{3x^3 + 4x - 1}$.

(A) $I = 2$.

(B) $I = +\infty$.

(C) $I = 3$.

(D) $I = -\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + 1)(x + 2)}{3x^3 + 4x - 1} = \frac{4 \cdot 3}{6} = 2.$$

Chọn đáp án (A)

□

Câu 4. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + 2}{3x + 1}$.

(A) $\frac{5}{3}$.

(B) $+\infty$.

(C) $-\frac{5}{3}$.

(D) $-\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x + 2}{3x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5 + \frac{2}{x}}{3 + \frac{1}{x}} = -\frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án (C)

□

Câu 5. Hàm số nào sau đây liên tục tại điểm $x = 2$?

(A) $y = \frac{x-2}{x}$.

(B) $y = \frac{1}{x^2 - 4}$.

(C) $y = \frac{1}{x-2}$.

(D) $y = \frac{x}{|x-2|}$.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x) = \frac{x-2}{x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Lại có $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0 = f(2)$.

Vậy hàm số $y = \frac{x-2}{x}$ liên tục tại điểm $x = 2$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 6. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$.

(A) $y = \frac{3}{x}$.

(B) $y = \tan 3x$.

(C) $y = \frac{2-x}{x^2+1}$.

(D) $y = \sqrt{x+2}$.

Lời giải.

Vì hàm số $y = \frac{2-x}{x^2+1}$ là hàm sơ cấp có tập xác định $\mathbb{R}$ nên hàm số đó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 7. Giá trị của $\lim \frac{7 \cdot 3^n - 2019}{2^n - 3^{n+1} + 2019}$ bằng

(A) $\frac{7}{2}$.

(B) $-\frac{7}{3}$.

(C) $\frac{3}{2}$.

(D) -1 .

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 3^n - 2019}{2^n - 3^{n+1} + 2019} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 3^n - 2019}{2^n - 3 \cdot 3^n + 2019} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 - \frac{2019}{3^n}}{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 3 + \frac{2019}{3^n}} = -\frac{7}{3}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x - 4}$ là

- (A)** 2. **(B)** 0. **(C)** -1. **(D)** $+\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 9x + 20}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 4)(x - 5)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x - 5) = 4 - 5 = -1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 9. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + \sqrt{x^2 + x}}{2x + 1}$ bằng

- (A)** $-\infty$. **(B)** 0. **(C)** 2. **(D)** -1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + \sqrt{x^2 + x}}{2x + 1} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + |x| \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{x \left(2 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \left(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}\right)}{x \left(2 + \frac{1}{x}\right)} \\ &= - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{2 + \frac{1}{x}} = -1 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{7 - 2x}{x^2 - 5x + 6}.$

- (A)** $-\infty$. **(B)** 1. **(C)** 0. **(D)** $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (7 - 2x) = 3 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 5x + 6) = 0 \end{cases}$ và $x^2 - 5x + 6 < 0$ khi $x \rightarrow 2^+.$

Nên $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{7 - 2x}{x^2 - 5x + 6} = -\infty.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 11. Tính $I = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|5x + 10|}{x + 2}.$

- (A)** $I = 3$. **(B)** $I = 0$. **(C)** Không tồn tại. **(D)** $I = -3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|5x + 10|}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-5x - 10}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-5(x + 2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^-} (-3) = -3. \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{|5x + 10|}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{5x + 10}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{5(x + 2)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} 5 = 5. \end{aligned}$$

Vì $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ nên $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ không tồn tại.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = x^5 + x - 1$. Xét phương trình $f(x) = 0$ (1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A)** Phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $(0; 1)$.
(B) Phương trình (1) không có nghiệm trên khoảng $(0; 1)$.
(C) Phương trình (1) vô nghiệm.
(D) Phương trình (1) không có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải.

Vì $f(x) = x^5 + x - 1$ là hàm số đa thức nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f(-1) = -3$, $f(0) = -1$ và $f(1) = 1$.

Mà $f(0) \cdot f(1) = -1 < 0$ nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2 - x + 2}{x^2 - 4} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$. Hàm số liên tục tại $x = -2$ khi.

(A) $m = \frac{1}{4}$. **(B)** $m = \frac{3}{4}$. **(C)** $m = -\frac{3}{4}$. **(D)** $m = -\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^2 - x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-(x-1)(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-x}{x-2} = -\frac{3}{4} \text{ và } f(-2) = a.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = -2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 14. Giá trị của a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2a+1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$ là

(A) $-\frac{1}{4}$. **(B)** $-\frac{3}{4}$. **(C)** $\frac{3}{4}$. **(D)** $-\frac{3}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{4}; \text{ và } f(2) = 2a+1.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = 2a+1 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

- (A)** $\frac{3}{2}$. **(B)** 2. **(C)** $+\infty$. **(D)** 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2-n-1}{(2n-3)(\sqrt{4n^2+1}+\sqrt{n+2})} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(4 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 - \frac{3}{n} \right) \left(\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}} + \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}} \right)} \end{aligned}$$

$$= \lim \frac{4 - \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}}{\left(2 - \frac{3}{n}\right) \left(\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}} + \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}\right)} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 16. Giới hạn $T = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 5} - x)$ bằng

(A) $T = -\infty$.

(B) $T = 2$.

(C) $T = -2$.

(D) $T = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$T = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 5} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 5}{(\sqrt{x^2 + 4x + 5} + x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{5}{x}}{\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{5}{x^2}} + 1} = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 17. Tính giới hạn $D = \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 5 - \sqrt{9x^2 - 4x - 1})$.

(A) -1 .

(B) $-\frac{26}{3}$.

(C) -3 .

(D) $-\frac{13}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} D &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x - 5)^2 - (9x^2 - 4x - 1)}{3x - 5 + \sqrt{9x^2 - 4x - 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-26x + 26}{3x - 5 + x\sqrt{9 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-26 + \frac{26}{x}}{3 - \frac{5}{x} + \sqrt{9 - \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}}} = -\frac{13}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 18. Gọi m là giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2m + 2 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$. Giá trị

của biểu thức $P = m^2 - m$ là

(A) $P = 2$.

(B) $P = 1$.

(C) $P = -2$.

(D) $P = 0$.

Lời giải.

TXD $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$f(0) = 2m + 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x(\sqrt{x^2 + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} = 0$$

Hàm số liên tục tại $x = 0$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $P = m^2 - m = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 19. Từ một hình vuông có diện tích là $1m^2$. Gọi A, B, C, D lần lượt là trung điểm bốn cạnh của hình vuông, bạn Hùng dùng bút chì vẽ theo hình vuông $ABCD$ để được hình vuông thứ hai. Bạn Hùng lại tiếp tục vẽ theo bốn trung điểm các cạnh của hình vuông $ABCD$ để được hình vuông thứ ba, và cứ tiếp tục như vậy. Tính tổng diện tích tất cả các hình vuông đã có.

(A) 4.

(B) 2.

(C) 3.

(D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $a = 1$ là độ dài cạnh hình vuông, $S_1 = 1$ là diện tích hình vuông ban đầu.

Do M, N là trung điểm hai cạnh của hình vuông nên

$$MN = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_2 = MN^2 = \frac{a^2}{2} = \frac{S_1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Lại lấy trung điểm các cạnh của hình vuông $MNPQ$ để tiếp tục, khi đó, hình vuông mới sinh ra có diện

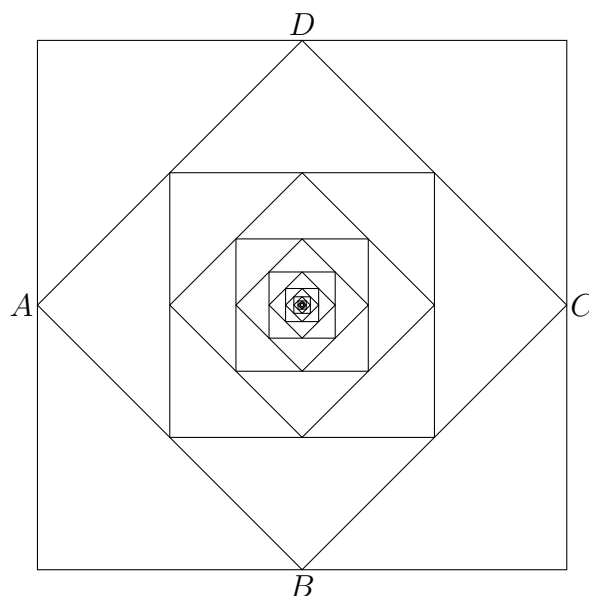
$$tích là $S_3 = \left(\frac{MN\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{MN^2}{2} = \frac{S_1}{4} = \frac{1}{4}.$$$

Vậy các hình vuông sinh ra có diện tích lần lượt là 1,

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$$

Vậy tổng diện tích các hình vuông tạo thành là

$$S = 1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$



Chọn đáp án (B)

□

Câu 20. Giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+8}}{\sqrt{3+x} - 2}$.

(A) $L = 1$.

(B) $L = 0$.

(C) $L = 2$.

(D) $L = +\infty$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{4x+5} - \sqrt{x+8})(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})(\sqrt{3+x} + 2)}{(\sqrt{3+x} - 2)(\sqrt{3+x} + 2)(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x-3)(\sqrt{3+x} + 2)}{(x-1)(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(\sqrt{3+x} + 2)}{(\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8})} = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. A	4. C	5. A	6. C	7. B	8. C	9. D	10. A
11. C	12. A	13. C	14. D	15. D	16. B	17. D	18. A	19. B	20. C

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2018}{2n+1}$.

(A) 2.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) 4.

(D) 2018.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 2018}{2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2018}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 2. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} (-4n^2 + n + 1)$.

(A) 0.

(B) $+\infty$.

(C) $-\infty$.

(D) -4.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} (-4n^2 + n + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(-4 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = -\infty$.

Vì $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-4 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = -4 < 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = +\infty \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 3. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 1)$.

(A) $+\infty$.

(B) $-\infty$.

(C) 9.

(D) 1.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 1) = 9$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 1}$ bằng

(A) $-\infty$.

(B) 1.

(C) $+\infty$.

(D) 0.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?

(A) $(-3; 2)$.

(B) $(-2; +\infty)$.

(C) $(-\infty; 3)$.

(D) $(-3; +\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x^2 + 5x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Do đó hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; -3)$; $(-3; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 6. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

(A) $y = (x + 1)(x^2 + 2)$.

(B) $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

(C) $y = \frac{x}{x - 1}$.

(D) $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ không xác định tại $x_0 = -1$ nên gián đoạn tại $x_0 = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 7. Giá trị của $C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}}$ bằng:

- (A) $+\infty$. (B) $-\infty$. (C) $-\frac{1}{3}$. (D) 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } C = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^n - 3^n}{2^{n+1} + 3^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}{2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3} = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$ bằng

- (A) $\frac{5}{4}$. (B) $-\frac{5}{4}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x - 1)(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x - 1}{x - 2} = \frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^8 - 2x^5}}{2x^3 + 1}$.

- (A) $-\frac{2}{3}$. (B) $-\infty$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $+\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^8 - 2x^5}}{2x^3 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 \sqrt{1 - \frac{2}{x^3}}}{x^3 \left(2 + \frac{1}{x^3}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{x^3}}}{2 + \frac{1}{x^3}} \right) = +\infty.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{2}{x^3}}}{2 + \frac{1}{x^3}} \right) = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3 + 2x}{x + 2}$.

- (A) $-\infty$. (B) 2. (C) $+\infty$. (D) $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Xét $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3 + 2x}{x + 2}$ thấy: $\lim_{x \rightarrow -2^-} (3 + 2x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x + 2) = 0$ và $x + 2 < 0$ với mọi $x < -2$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3 + 2x}{x + 2} = +\infty$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

- (A) 0. (B) -2. (C) 1. (D) Không tồn tại.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) = 1^2 - 3 = -2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

I. $(-1; 0)$. II. $(0; 1)$. III. $(1; 2)$.

(A) Chỉ I.

(B) Chỉ I và II.

(C) Chỉ II.

(D) Chỉ III.

Lời giải.

TXD: .

Hàm số $f(x) = x^3 - 1000x^2 + 0,01$ liên tục trên nên liên tục trên $[-1; 0]$, $[0; 1]$ và $[1; 2]$, (1).

Ta có $f(-1) = -1000,99$; $f(0) = 0,01$ suy ra $f(-1) \cdot f(0) < 0$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-1; 0)$.

Ta có $f(0) = 0,01$; $f(1) = -999,99$ suy ra $f(0) \cdot f(1) < 0$, (3).

Từ (1) và (3) suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(0; 1)$.

Ta có $f(1) = -999,99$; $f(2) = -39991,99$ suy ra $f(1) \cdot f(2) > 0$, (4).

Từ (1) và (4) ta chưa thể kết luận về nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ là

(A) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

(B) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

(C) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

(D) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Lời giải.

Hàm số f xác định trên đoạn $[a; b]$ được gọi là liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$, đồng thời $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ \frac{1}{4} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Hàm số liên tục tại $x = 4$.

(B) Hàm số không xác định tại $x = 4$.

(C) Hàm số không liên tục tại $x = 4$.

(D) Tất cả đều sai.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{4} = f(4)$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 15. Tính $\lim n(\sqrt{4n^2+3} - \sqrt[3]{8n^3+n})$.

(A) $+\infty$.

(B) 1.

(C) $-\infty$.

(D) $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\lim n(\sqrt{4n^2+3} - \sqrt[3]{8n^3+n}) = \lim n[(\sqrt{4n^2+3} - 2n) + (2n - \sqrt[3]{8n^3+n})]$
 $= \lim [n(\sqrt{4n^2+3} - 2n) + n(2n - \sqrt[3]{8n^3+n})]$
 $+ \lim n(\sqrt{4n^2+3} - 2n) = \lim \frac{3n}{(\sqrt{4n^2+3} + 2n)} = \lim \frac{3}{\left(\sqrt{4 + \frac{3}{n^2}} + 2\right)} = \frac{3}{4}.$

$$\begin{aligned}
 + \lim n \left(2n - \sqrt[3]{8n^3 + n} \right) &= \lim \frac{-n^2}{\left(4n^2 + 2n\sqrt[3]{8n^3 + n} + \sqrt[3]{(8n^3 + n)^2} \right)} \\
 &= \lim \frac{-1}{\left(4 + 2\sqrt[3]{8 + \frac{1}{n^2}} + \sqrt[3]{\left(8 + \frac{1}{n^2} \right)^2} \right)} = -\frac{1}{12}.
 \end{aligned}$$

Vậy $\lim n \left(\sqrt{4n^2 + 3} - \sqrt[3]{8n^3 + n} \right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 16. Tìm a để $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$.

(A) $a = 5$.

(B) $a = -10$.

(C) $a = -5$.

(D) $a = 10$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) &= 5 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + ax + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = 5 \\
 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} \right) = 5 \\
 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} \right) = 5 \\
 &\Leftrightarrow \frac{a}{-2} = 5 \Leftrightarrow a = -10.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 17. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

(A) $P = 13$.

(B) $P = 0$.

(C) $P = 5$.

(D) $P = 40$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+1-1}{x(\sqrt{3x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+1} = \frac{3}{2}.$$

Do đó, $a = 3, b = 2$. Vậy $P = a^2 + b^2 = 13$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$?

(A) 1.

(B) 0.

(C) 2.

(D) -1.

Lời giải.

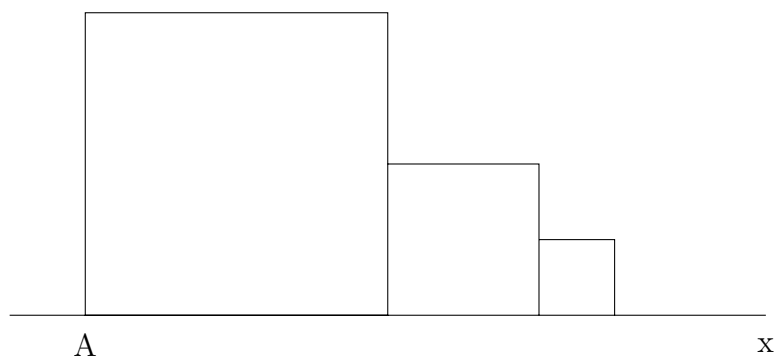
Tập xác định: $\mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2; f(1) = a.$$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow a = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 19. Người ta xếp các hình vuông kề với nhau như trong hình dưới đây, mỗi hình vuông có độ dài cạnh bằng nửa độ dài cạnh của hình vuông trước nó. Nếu hình vuông đầu tiên có cạnh dài 10 cm thì trên tia Ax cần có một đoạn thẳng dài bao nhiêu xentimet để có thể xếp được tất cả các hình vuông đó?



(A) 22.

(B) 15.

(C) 18.

(D) 20.

Lời giải.

Tổng các cạnh nằm trên tia Ax của các hình vuông đó là

$$10 + 5 + \frac{5}{2} + \frac{5}{2^2} + \dots = \frac{10}{1 - \frac{1}{2}} = 20 \text{ cm.}$$

Chọn đáp án (D)

□

Câu 20. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

(A) 0.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Lời giải.

Ta có hàm số luôn liên tục $\forall x \neq 2$.

Tại $x = 2$, ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (1-m)x = (1-m)2$;

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (m^2x^2) = 4m^2; f(2) = 4m^2.$$

Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4m^2 = (1-m)2 \Leftrightarrow 4m^2 + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) luôn có hai nghiệm thực phân biệt. Vậy có hai giá trị của m .

Chọn đáp án (B)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. C	4. D	5. B	6. B	7. C	8. A	9. D	10. C
11. B	12. B	13. A	14. A	15. D	16. B	17. A	18. C	19. D	20. B

CHƯƠNG 5. ĐẠO HÀM

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Tổng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Đạo hàm và ý nghĩa của đạo hàm	Câu 1 Câu 2	Câu 7 Câu 8	Câu 15		5 25%
② Quy tắc tính đạo hàm	Câu 3 Câu 4	Câu 9 Câu 10 Câu 11	Câu 16 Câu 18	Câu 19	8 40%
③ Đạo hàm của hàm số lượng giác	Câu 5	Câu 12 Câu 13	Câu 17	Câu 20	5 25%
④ Vi phân		Câu 14			1 5%
⑤ Đạo hàm cấp hai	Câu 6				1 5%
Cộng	6 40%	8 30%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
<i>Chủ đề 1. Định nghĩa và ý nghĩa của đạo hàm</i>	1	NB	Tính được đạo hàm của hàm số đa thức.
	2	NB	Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại một điểm có hoành độ cho trước.
	7	TH	Tìm hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đa thức khi biết hệ số góc của tiếp tuyến.
	8	TH	Tính vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t khi cho phương trình chuyển động.
	15	VDT	Viết pttt của đồ thị hàm số tại một điểm.
	3	NB	Tính đạo hàm của tổng, hiệu các hàm số.
	4	NB	Tính đạo hàm của tích, thương các hàm số.
	9	TH	Tính đạo hàm của hàm số hợp.
	10	TH	Tính đạo hàm của tổng, hiệu các hàm hợp chứa lũy thừa.

	11	TH	Tính đạo hàm của tích thương các hàm hợp chứa căn thức.
	16	VDT	Viết ptтт song song hoặc vuông góc với đường thẳng cho trước.
	18	VDT	Giải bất phương trình chứa đạo hàm cấp 1 của hàm đa thức.
	19	VDC	Tính quãng đường đi được của vật chuyển động thẳng, biến đổi đều (gia tốc không đổi).
Chủ đề 3. Đạo hàm của hàm số lượng giác	5	NB	Tính được đạo hàm của hàm lượng giác.
	12	TH	Tính giới hạn dạng vô định $\frac{0}{0}$ có áp dụng kết quả $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
	13	TH	Đạo hàm tổng, hiệu, tích, thương của các hàm lượng giác.
	17	VDT	Tính đạo hàm lượng giác (hàm hợp), từ đó chọn đẳng thức chứa đạo hàm đúng.
	20	VDC	Tính đạo hàm cấp n của hàm lượng giác sử dụng đạo hàm hàm hợp.
Chủ đề 4. Vi phân	14	TH	Tính được vi phân của hàm số phân thức đơn giản.
Chủ đề 5. Đạo hàm cấp hai	6	NB	Nhận biết được đạo hàm cấp 2 của hàm số lượng giác.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1; 0)$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

- (A) 1. (B) -1. (C) -3. (D) 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1; 0)$ của đồ thị hàm số đã cho là $y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = -3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 + 2x + 1$.

- (A) $y' = 3x^2 + 2x$. (B) $y' = 3x^2 + 2$. (C) $y' = 3x^2 + 2x + 1$. (D) $y' = x^2 + 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Tìm đạo hàm của hàm số sau $y = x^4 - 3x^2 + 2\sqrt{x} + 2019$.

- (A) $y' = 4x^3 - 6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. (B) $y' = 4x^3 - 6x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.
 (C) $y' = 4x^3 - 3x - \frac{1}{\sqrt{x}}$. (D) $y' = 4x^3 - 6x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Lời giải.

$$y = x^4 - 3x^2 + 2\sqrt{x} + 2019 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x + \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x(1+2x)}{1-x}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

(A) $y' = \frac{1-6x^2}{(1-x)^2}.$

(B) $y' = \frac{4x+1}{(1-x)^2}.$

(C) $y' = \frac{-6x^2+2x+1}{(1-x)^2}.$

(D) $y' = \frac{-2x^2+4x+1}{(1-x)^2}.$

Lời giải.

Ta có $y = \frac{x(1+2x)}{1-x} = \frac{x+2x^2}{1-x}.$

Khi đó

$$y' = \frac{(x+2x^2)'(1-x) - (x+2x^2)(1-x)'}{(1-x)^2} = \frac{(1+4x)(1-x) - (x+2x^2)(-1)}{(1-x)^2} = \frac{-2x^2+4x+1}{(1-x)^2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 3x$ là

(A) $y' = \sin 3x.$

(B) $y' = -3 \sin 3x.$

(C) $y' = 3 \sin 3x.$

(D) $y' = -\sin 3x.$

Lời giải.

Xét hàm số $y = \cos 3x.$

Ta có $y' = (\cos 3x)' = -(3x)' \sin 3x = -3 \sin 3x.$

Vậy $y' = -3 \sin 3x.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 6. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \sin x + \cos x.$

(A) $y'' = 0.$

(B) $y'' = \cos x - \sin x.$

(C) $y'' = -\sin x - \cos x.$

(D) $y'' = -\sin x + \cos x.$

Lời giải.

Ta có $y' = (\sin x + \cos x)' = \cos x - \sin x \Rightarrow y'' = -\sin x - \cos x.$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 7. Tìm hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$, biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = 6$.

(A) $y = -6.$

(B) $y = 6.$

(C) $y = 1.$

(D) $y = -1.$

Lời giải.

Ta có $y' = -4x^3 - 2x$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó

$$k = 6 \Leftrightarrow y'(x_0) = 6 \Leftrightarrow -4x_0^3 - 2x_0 = 6 \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

Vậy hoành độ của tiếp điểm là -1 .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 8. Một chất điểm chuyển động có công thức tính quãng đường $s = 2t^2 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) bằng

(A) 22 (m/s).

(B) 19 (m/s).

(C) 9 (m/s).

(D) 11 (m/s).

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 4t + 3.$

Vận tốc tại thời điểm $t_0 = 2$ là $s'(2) = 4 \cdot 2 + 3 = 11$ (m/s).

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 5}$.

(A) $y' = \frac{6x - 4}{\sqrt{3x^2 - 4x + 5}}$.

(B) $y' = \frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 5}}$.

(C) $y' = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 4x + 5}}$.

(D) $y' = \frac{3x - 2}{\sqrt{3x^2 - 4x + 5}}$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = \frac{(3x^2 - 4x + 5)'}{2\sqrt{3x^2 - 4x + 5}} = \frac{6x - 4}{2\sqrt{3x^2 - 4x + 5}} = \frac{3x - 2}{\sqrt{3x^2 - 4x + 5}}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Cho hàm số $y = (-2x + 1)^{2018}$. Hàm số đã cho có đạo hàm là

(A) $y' = 2018(-2x + 1)^{2017}$.

(B) $y' = 2(-2x + 1)^{2017}$.

(C) $y' = 4036(-2x + 1)^{2017}$.

(D) $y' = -4036(-2x + 1)^{2017}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2018(-2x + 1)^{2017}(-2x + 1)' = -4036(-2x + 1)^{2017}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x + 3}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là

(A) $y' = \frac{1 - 3x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$.

(B) $y' = \frac{1 + 3x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$.

(C) $y' = \frac{1 - 3x}{x^2 + 1}$.

(D) $y' = \frac{2x^2 - x - 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}(x + 3)}{x^2 + 1} = \frac{1 - 3x}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 3x}{x}$ bằng

(A) -1 .

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) -2 .

(D) 0 .

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 2x \cdot \sin(-x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (-2 \cos 2x) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = -2.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Hàm số $y = \cos x \cdot \sin^2 x$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

(A) $\sin x (3 \cos^2 x + 1)$.

(B) $\sin x (\cos^2 x - 1)$.

(C) $\sin x (\cos^2 x + 1)$.

(D) $\sin x (3 \cos^2 x - 1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= -\sin x \cdot \sin^2 x + \cos x \cdot 2 \sin x \cos x \\ &= -\sin^3 x + 2 \sin x \cos^2 x \\ &= \sin x (2 \cos^2 x - \sin^2 x) \\ &= \sin x (3 \cos^2 x - 1). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 14. Tìm vi phân của hàm số $y = \frac{2x-3}{x+5}$.

- A** $dy = \frac{13}{(x+5)^2} dx$. **B** $dy = \frac{13}{x+5} dx$. **C** $dy = \frac{7}{(x+5)^2} dx$. **D** $dy = \frac{-1}{(x+5)^2} dx$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \left(\frac{2x-3}{x+5} \right)' = \frac{(2x-3)'(x+5) - (2x-3)(x+5)'}{(x+5)^2} = \frac{13}{(x+5)^2}.$$

$$\text{Vậy } dy = \frac{13}{(x+5)^2} dx.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 15. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại điểm $C(-2; 3)$ là

- A** $y = 2x + 7$. **B** $y = 2x + 1$. **C** $y = -2x + 7$. **D** $y = -2x - 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2}.$$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $C(-2; 3)$ có hệ số góc là $y'(-2) = 2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $C(-2; 3)$ là $y = 2(x+2) + 3 \Leftrightarrow y = 2x + 7$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 2$

- A** $y = x + 2$. **B** $y = -x - 2$.
C $y = -x$. **D** $y = -x + 2$; $y = -x - 2$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 2$ khi và chỉ khi

$$y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow -\frac{1}{(x_0-1)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2. \end{cases}$$

+) Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = -2$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = -x - 2$.

+) Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = 0$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = -x + 2$ (loại).

Vậy $y = -x - 2$ là phương trình tiếp tuyến cần tìm.

Chọn đáp án **B** □

Câu 17. Cho hàm số $y = \cot^5 x$. Mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A** $y' = -\frac{1}{\sin^{10} x}$. **B** $y' = \frac{5 \cot^4 x}{\sin^2 x}$.
C $y' = 5 \cot^6 x + 5 \cot^4 x$. **D** $y' = -(5 \cot^6 x + 5 \cot^4 x)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Với } y = \cot^5 x, \text{ ta có } y' &= [(\cot x)^5]' = 5(\cot x)^4 \cdot (\cot x)' \\ &= 5 \cot^4 x \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 x} \right) = -5 \cot^4 x \cdot (1 + \cot^2 x). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 18. Bất phương trình $\left(\frac{x-2}{x^2+2x+2} \right)' > 0$ có tập nghiệm là S . Số giá trị nguyên của tập hợp S là

- A** 7. **B** 5. **C** 10. **D** 3.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{x-2}{x^2+2x+2}\right)' = \frac{1 \cdot (x^2+2x+2) - (2x+2)(x-2)}{(x^2+2x+2)^2} = \frac{-x^2+4x+6}{(x^2+2x+2)^2}$

Như vậy $\left(\frac{x-2}{x^2+2x+2}\right)' > 0 \Leftrightarrow -x^2+4x+6 > 0$ (do $x^2+2x+2 = (x+1)^2+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow x \in (2-\sqrt{10}; 2+\sqrt{10}) = S$.

Như vậy S có 7 phần tử nguyên gồm $-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 19. Một đoàn tàu đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 72$ km/h thì hãm phanh chuyển động chậm dần đều, sau 10 giây đạt vận tốc $v_1 = 54$ km/h. Tính quãng đường đoàn tàu đi được từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn.

(A) 300 m.

(B) 375 m.

(C) 400 m.

(D) 450 m.

Lời giải.

Ta có $v_0 = 20$ m/s, $v_1 = 15$ m/s nên gia tốc $a = \frac{v_1 - v_0}{10} = -0.5$ m/s².

Công thức tính quãng đường $s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 20t - \frac{1}{4} t^2$.

Vận tốc chuyển động $v(t) = s'(t) = 20 - \frac{1}{2} t$, suy ra thời gian lúc xe dừng hẳn $t = 40$ s.

Vậy quãng đường đi được lúc xe dừng hẳn là $S = s(40) = 400$ m.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 20. Tính đạo hàm cấp n của hàm số $y = \sin^2 x$.

(A) $2^{n-1} \cos\left(2x + \frac{n\pi}{2}\right)$.

(B) $2^n \cos\left(2x + \frac{n\pi}{2}\right)$.

(C) $-2^n \cos\left(2x + \frac{n\pi}{2}\right)$.

(D) $-2^{n-1} \cos\left(2x + \frac{n\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $y = \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$.

Khi đó ta có $y' = \sin 2x = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$.

Tương tự $y'' = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = -2 \cos(2x + \pi)$.

$y^{(3)} = 2^2 \sin(2x + \pi) = -2^2 \cos\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right)$.

Suy ra đạo hàm cấp n của hàm số đã cho là $y^{(n)} = -2^{n-1} \cos\left(2x + \frac{n\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. B	4. D	5. B	6. C	7. D	8. D	9. D	10. D
11. A	12. C	13. D	14. A	15. A	16. B	17. D	18. A	19. C	20. D

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^3$ tại điểm $x_0 = -2$ bằng

(A) $f'(-2) = -12$.

(B) $f'(-2) = 12$.

(C) $f'(-2) = -6$.

(D) $f'(-2) = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(-2) = 12$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(1; -1)$ bằng

- (A) -1 . (B) 1 . (C) -2 . (D) 2 .

Lời giải.

Ta có $y' = -2x$.

Tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(1; -1)$ có hệ số góc là $y'(-1) = -2$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 3. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3x^3 - x^2 + 5$.

- (A) $y' = 3x^2 - 2x$. (B) $y' = 6x^2 + 2x$. (C) $y' = 9x^2 - 2x$. (D) $y' = 9x^2 + 2x$.

Lời giải.

Ta có $y' = 9x^2 - 2x$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 4. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 2)(2x - 1)$.

- (A) $y' = 4x$. (B) $y' = 6x^2 - 2x - 4$. (C) $y' = 3x^2 - 6x + 2$. (D) $y' = 2x^2 - 2x + 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x(2x - 1) + 2(x^2 - 2) = 6x^2 - 2x - 4$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3 \cos x$.

- (A) $y' = 3 \cos x$. (B) $y' = -3 \cos x$. (C) $y' = 3 \sin x$. (D) $y' = -3 \sin x$.

Lời giải.

$y' = -3 \sin x$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 6. Cho hàm số $y = \tan x$. Giá trị của $y''\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- (A) -1 . (B) 1 . (C) 4 . (D) -4 .

Lời giải.

Ta có $y' = 1 + \tan^2 x$, $y'' = 2 \tan x(1 + \tan^2 x)$ suy ra $y''\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -4$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 7. Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc $k = -8$. Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến d với (C) bằng

- (A) -2 . (B) -1 . (C) 2 . (D) 1 .

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến d . Ta có

$$4x_0^3 + 4x_0 = -8 \Leftrightarrow x_0 = -1$$

Vậy hoành độ tiếp điểm $x_0 = -1$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 8. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 - 2t^2 + t + 4$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t_0 = 2$ giây là

- (A) 4 m/s. (B) 5 m/s. (C) 6 m/s. (D) 21 m/s.

Lời giải.

Ta có $S'(t) = 3t^2 - 4t + 1 \Rightarrow v(2) = S'(2) = 5$ m/s.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)$ là

A $y' = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right).$

B $y' = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right).$

C $y' = -3 \sin\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right).$

D $y' = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right).$

Lời giải.

Áp dụng công thức tính đạo hàm, dùng đạo hàm của hàm hợp dạng $\sin u$.

Ta có $y' = \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right)' = -3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 3x\right).$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 10. Cho hàm số $y = (2x^2 + 1)^3$. Tìm tập hợp tất cả nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$.

A $\mathbb{R}.$

B $(-\infty; 0].$

C $\emptyset.$

D $[0; +\infty).$

Lời giải.

Ta có $y' = 3(2x^2 + 1)^2 \cdot (2x^2 + 1)' = 12x(2x^2 + 1)^2.$

Do đó bất phương trình $y' \geq 0 \Leftrightarrow 12x(2x^2 + 1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0.$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = x\sqrt{x^2 - 2x}.$

A $y' = \frac{2x^2 - 3x}{\sqrt{x^2 - 2x}}.$

B $y' = \frac{2x^2 - 2x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x}}.$

C $y' = \frac{3x^2 - 4x}{\sqrt{x^2 - 2x}}.$

D $y' = \frac{2x - 2}{\sqrt{x^2 - 2x}}.$

Lời giải.

$$y' = \sqrt{x^2 - 2x} + x \cdot \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x}} = \frac{x^2 - 2x + x(x - 1)}{\sqrt{x^2 - 2x}} = \frac{2x^2 - 3x}{\sqrt{x^2 - 2x}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$. Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ bằng

A 0.

B $\frac{1}{2}.$

C 1.

D 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin^2 \frac{x}{2}}{4 \cdot \frac{x^2}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin 3x + \cos 2x.$

A $y' = 2 \cos 3x - \sin 2x.$

B $y' = 2 \cos 3x + \sin 2x.$

C $y' = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x.$

D $y' = -6 \cos 3x + 2 \sin 2x.$

Lời giải.

Ta có $y' = 2(\sin 3x)' + (\cos 2x)' = 2 \cos 3x \cdot (3x)' - \sin 2x \cdot (2x)' = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 14. Tìm vi phân của hàm số $y = -2 \sin 3x.$

A $dy = -6 \cos 3x dx.$ **B** $dy = -2 \cos 3x dx.$ **C** $dy = 6 \cos 3x dx.$ **D** $dy = 2 \cos 3x dx.$

Lời giải.

Ta có $y' = -6 \cos 3x \Rightarrow dy = -6 \cos 3x dx.$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 15. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 2$ tại điểm $M(-2; -18).$

A $y = 20x + 22.$

B $y = 4x - 8.$

C $y = 20x - 22.$

D $y = 20x - 16.$

Lời giải.

Áp dụng công thức tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x$ thế $x_0 = -2$, ta được $f'(-2) = 20$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y + 18 = 20(x + 2) \Leftrightarrow y = 20x + 22$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 16. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + x$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: x + 5y = 0$.

(A) $y = 5x - 2$.

(B) $y = 5x - 3$.

(C) $y = 5x + 3$.

(D) $y = 5x + 2$.

Lời giải.

Tiếp tuyến vuông góc với $d: x + 5y = 0$ nên tiếp tuyến phải có hệ số góc là $k = 5$.

$$k = f'(x_0) = 4x_0^3 + 1 = 5 \Leftrightarrow x_0^3 = 1 \Leftrightarrow x_0 = 1.$$

Tại $x_0 = 1$ thì tiếp tuyến có hệ số góc là 5, suy ra $y_0 = 2$. Phương trình tiếp tuyến tại $(1; 2)$ của đồ thị hàm số $y = x^4 + x$ là $y = 5(x - 1) + 2 \Rightarrow y = 5x - 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 17. Cho hàm số $y = x \tan x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $x^2 y'' = 2(x^2 + y^2)(x + y)$.

(B) $xy'' = 2(x + y)(1 + y)$.

(C) $xy'' = 2(x^2 + y^2)(1 + y)$.

(D) $x^2 y'' = 2(x^2 + y^2)(1 + y)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \tan x + \frac{x}{\cos^2 x}$, $y'' = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\cos x + 2x \sin x}{\cos^3 x} = 2(1 + x \tan x)(1 + \tan^2 x)$.

Mà $2(x^2 + y^2)(1 + y) = 2x^2(1 + \tan^2 x)(1 + x \tan x)$. Từ đó suy ra $x^2 y'' = 2(x^2 + y^2)(1 + y)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (2m + 1)x^2 - mx - 4$. Tìm tất cả các giá trị của m để $y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

(A) $m \in \left(-1; -\frac{1}{4}\right)$.

(B) $m \in \left[-1; -\frac{1}{4}\right]$.

(C) $m \in \left[-1; \frac{1}{4}\right]$.

(D) $m \in (-\infty; -1] \cup \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 2(2m + 1)x - m \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (4m^2 + 4m + 1) + m \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 5m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq -\frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 19. Một đoàn tàu đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 72$ km/h thì hãm phanh chuyển động chậm dần đều, sau 10 giây đạt vận tốc $v_1 = 54$ km/h. Tính quãng đường đoàn tàu đi được từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn.

(A) 300 m.

(B) 375 m.

(C) 400 m.

(D) 450 m.

Lời giải.

Ta có $v_0 = 20$ m/s, $v_1 = 15$ m/s nên gia tốc $a = \frac{v_1 - v_0}{10} = -0.5$ m/s².

Công thức tính quãng đường $s(t) = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 20t - \frac{1}{4}t^2$.

Vận tốc chuyển động $v(t) = s'(t) = 20 - \frac{1}{2}t$, suy ra thời gian lúc xe dừng hẳn $t = 40$ s.

Vậy quãng đường đi được lúc xe dừng hẳn là $S = s(40) = 400$ m.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 20. Tìm đạo hàm cấp $2n$, $n \in \mathbb{N}^*$ của hàm số $y = \cos^2 x$.

(A) $y^{(2n)} = 2^{2n-1} \cdot \cos 2x$.

(B) $y^{(2n)} = (-1)^n \cdot 2^{2n-1} \cdot \cos 2x$.

(C) $y^{(2n)} = (-1)^n \cdot \cos 2x$.

(D) $y^{(2n)} = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2 \cos x \sin x = -\sin 2x$, $y'' = -2 \cos 2x = (-1)^1 \cdot 2^{2 \cdot 1 - 1} \cdot \cos 2x$.

Giả sử $y^{(2k)} = (-1)^k \cdot 2^{2k-1} \cdot \cos 2x$.

Suy ra, $y^{(2(k+1))} = (y^{(2k)})'' = ((-1)^k \cdot 2^{2k-1} \cdot \cos 2x)'' = (-1)^{k+1} \cdot 2^{2(k+1)-1} \cdot \cos 2x$.

Theo nguyên lý quy nạp ta thu được kết quả $y^{(2n)} = (-1)^n \cdot 2^{2n-1} \cdot \cos 2x$.

Chọn đáp án (B)

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. C	4. B	5. D	6. D	7. B	8. B	9. A	10. D
11. A	12. B	13. C	14. A	15. A	16. B	17. D	18. B	19. C	20. B

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Tìm đạo hàm của hàm số sau $y = x^4 - 3x^2 + 2x - 1$.

(A) $y' = 4x^3 - 6x + 3$. (B) $y' = 4x^3 - 3x + 2$. (C) $y' = 4x^3 - 6x + 2$. (D) $y' = 4x^3 - 6x + 2$.

Lời giải.

$y = x^4 - 3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x + 2$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 2. Cho hàm số $y = x^4 - 1$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại điểm với hoành độ bằng 0 có hệ số góc là

(A) 1. (B) 0. (C) 4. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3$, suy ra hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 là $y'(0) = 0$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 3. Tìm đạo hàm của hàm số sau $y = x^3 + \sin x$.

(A) $y' = 3x^2 - \cos x$. (B) $y' = \frac{1}{4}x^4 - \cos x$. (C) $y' = \frac{1}{4}x^4 + \cos x$. (D) $y' = 3x^2 + \cos x$.

Lời giải.

$y = x^4 - 3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + \cos x$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ là

(A) $y' = \frac{4x-1}{(1-x)^2}$. (B) $y' = \frac{-3}{(1-x)^2}$. (C) $y' = \frac{-4x+1}{(1-x)^2}$. (D) $y' = \frac{3}{(1-x)^2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(2x+1)'(1-x) - (1-x)'(2x+1)}{(1-x)^2} \\ &= \frac{2(1-x) - (-1)(2x+1)}{(1-x)^2} \\ &= \frac{2 - 2x + 2x + 1}{(1-x)^2} \\ &= \frac{3}{(1-x)^2}. \end{aligned}$$

Vậy $y' = \frac{3}{(1-x)^2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x - 2 \cos x$ là

- (A)** $y' = \cos x - 2 \sin x$. **(B)** $y' = \sin x - 2 \cos x$. **(C)** $y' = \cos x + 2 \sin x$. **(D)** $y' = \sin x + 2 \cos x$.

Lời giải.

$$y' = (\sin x - 2 \cos x)' = \cos x + 2 \sin x.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 6. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \sin x$ là

- (A)** $y'' = \cos x$. **(B)** $y'' = -\cos x$. **(C)** $y'' = \sin x$. **(D)** $y'' = -\sin x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\sin x)' = \cos x$.

Vậy $y'' = (\cos x)' = -\sin x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là

- (A)** $x = 1$ và $x = -1$. **(B)** $x = 3$ và $x = -3$. **(C)** $x = 1$ và $x = 0$. **(D)** $x = 2$ và $x = -1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 3$.

Tiếp tuyến song song với trục hoành có hệ số góc bằng 0 nên $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 8. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = 2t^2 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) bằng

- (A)** 22 (m/s). **(B)** 11 (m/s). **(C)** 9 (m/s). **(D)** 19 (m/s).

Lời giải.

Vận tốc tại thời điểm $t_0 = 2$ là $s'(2) = 4 \cdot 2 + 3 = 11$ (m/s).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Cho hai hàm số $f(x) = x + 2$ và $g(x) = x^2 - 2x + 3$. Đạo hàm của hàm số $y = g(f(x))$ tại $x = 1$ bằng

- (A)** 3. **(B)** 4. **(C)** 2. **(D)** 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 1$, $g'(x) = 2x - 2$. Suy ra

$$y' = g'(f(x)) \cdot f'(x) \Rightarrow y'(1) = g'(f(1)) \cdot f'(1) = g'(3) = 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 10. Tính đạo hàm của của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$.

- (A)** $f'(x) = 6x^5 - 20x^4 - 16x^3$. **(B)** $f'(x) = 6x^5 - 20x^4 + 4x^3$.
(C) $f'(x) = 6x^5 + 16x^3$. **(D)** $f'(x) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 2(x^3 - 2x^2)'(x^3 - 2x^2) = 2(3x^2 - 4x)(x^3 - 2x^2) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = x\sqrt{x^2 + 2}$.

☐ (A) $y' = \frac{x^2 + 2x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$.
 ☐ (B) $y' = \frac{3x^2 + 2}{2\sqrt{x^2 + 2}}$.
 ☒ (C) $y' = \frac{2x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$.
 ☐ (D) $y' = \frac{2x^2 + x + 4}{2\sqrt{x^2 + 2}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \sqrt{x^2 + 2} + x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 2}} = \frac{2(x^2 + 2) + 2x^2}{2\sqrt{x^2 + 2}} = \frac{2x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 2}}$.

Chọn đáp án ☒ (C) □

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{\tan x}{x}$. Giá trị giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ bằng

☐ (A) 0.
 ☒ (B) 1.
 ☐ (C) $\frac{1}{2}$.
 ☐ (D) -1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x \cdot \cos x} = \frac{1}{\cos 0} = 1$.

Chọn đáp án ☒ (B) □

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

☒ (A) $y' = \frac{-2}{(\sin x - \cos x)^2}$.
 ☐ (B) $y' = \frac{2 - 2 \sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2}$.
 ☐ (C) $y' = \frac{-\sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2}$.
 ☐ (D) $y' = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$.

Lời giải.

Ta có

$$y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{-\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = -\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

Suy ra

$$y' = -\frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{1}{\left(\frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{-2}{(\sin x - \cos x)^2}.$$

Chọn đáp án ☒ (A) □

Câu 14. Tìm vi phân của hàm số $y = 3 \cos 2x$.

☒ (A) $dy = -6 \sin 2x dx$.
 ☐ (B) $dy = 6 \sin 2x dx$.
 ☐ (C) $dy = -3 \sin 2x dx$.
 ☐ (D) $dy = 3 \sin 2x dx$.

Lời giải.

Ta có $dy = -6 \sin 2x dx$.

Chọn đáp án ☒ (A) □

Câu 15. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -2x^4 + x^2 + 3$ tại điểm $M(1; 2)$ là

☐ (A) $y = -6x + 6$.
 ☐ (B) $y = -6x - 6$.
 ☐ (C) $y = -6x - 8$.
 ☒ (D) $y = -6x + 8$.

Lời giải.

Ta có: $y' = -8x^3 + 2x \Rightarrow y'(1) = -6$.

Bởi vậy, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -2x^4 + x^2 + 3$ tại điểm $M(1; 2)$ là

$$y = -6(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = -6x + 8.$$

Chọn đáp án ☒ (D) □

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = -3x$ có phương trình là

A $y = -3x - 1, y = -3x + 11.$

B $y = -3x + 10, y = -3x - 4.$

C $y = -3x + 2, y = -3x - 2.$

D $y = -3x + 5, y = -3x - 5.$

Lời giải.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$.

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -3x$ nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng -3 . Khi đó

$$y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow \frac{1}{(x_0-1)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0-1 \neq 0 \\ (x_0-1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2. \end{cases}$$

• Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = -1$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x - 1$.

• Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = 5$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + 11$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 17. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $2y' + y'' = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right).$

B $4y - y'' = 2.$

C $4y + y'' = 2.$

D $2y' + y' \cdot \tan x = 0.$

Lời giải.

Ta có $y' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x, y'' = 2 \cos 2x$.

Suy ra $4y + y'' = 4 \sin^2 x + 2 \cos 2x = 4 \sin^2 x + 2(1 - 2 \sin^2 x) = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$. Giải bất phương trình $f'(x) > 0$.

A $x < 0.$

B $-1 < x < 0.$

C $x < -1.$

D $x > 0.$

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4x^3 + 4x > 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 19. Một đoàn tàu đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 72$ km/h thì hãm phanh chuyển động chậm dần đều, sau 10 giây đạt vận tốc $v_1 = 54$ km/h. Tính quãng đường đoàn tàu đi được từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn.

A 300 m.

B 375 m.

C 400 m.

D 450 m.

Lời giải.

Ta có $v_0 = 20$ m/s, $v_1 = 15$ m/s nên gia tốc $a = \frac{v_1 - v_0}{10} = -0.5$ m/s².

Công thức tính quãng đường $s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 20t - \frac{1}{4} t^2$.

Vận tốc chuyển động $v(t) = s'(t) = 20 - \frac{1}{2} t$, suy ra thời gian lúc xe dừng hẳn $t = 40$ s.

Vậy quãng đường đi được lúc xe dừng hẳn là $S = s(40) = 400$ m.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x) = \sin ax (a \in \mathbb{R})$. Tính $f^{(n)}(x)$.

A $f^{(n)} = a^n \sin\left(ax + n \cdot \frac{\pi}{2}\right).$

B $f^{(n)}(x) = a^n \sin ax + \frac{\pi}{2}.$

C $f^{(n)}(x) = a^{2n} \sin ax.$

D $f^{(n)}(x) = a^n \cos ax.$

Lời giải.

Ta có $f' = a \cos ax = a \sin \left(ax + \frac{\pi}{2} \right)$.

$f'' = -a^2 \sin ax = a^2 \sin (ax + \pi) = a^2 \sin \left(ax + 2 \cdot \frac{\pi}{2} \right)$.

$f''' = a^3 \cos \left(ax + 2 \cdot \frac{\pi}{2} \right) = a^3 \sin \left(ax + 3 \cdot \frac{\pi}{2} \right)$.

Bằng quy nạp ta chứng minh được $f^{(n)} = a^n \sin \left(ax + n \cdot \frac{\pi}{2} \right), \forall n \in \mathbb{N}$.

Chọn đáp án **A**

□

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. D	4. D	5. C	6. D	7. A	8. B	9. B	10. D
11. C	12. B	13. A	14. A	15. D	16. A	17. C	18. D	19. C	20. A