

A. MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích vật thể tròn xoay có được khi (H) quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi^2}{4}$. B. 2π . C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, ($a < b$) được tính theo công thức

- A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 3. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2, y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

- A. $\int_0^2 (2x - x^2) dx$. B. $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$. C. $\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$. D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Câu 4. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 5. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{4}, y = 0, x = 1, x = 4$. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình (D) quanh trục Ox .

- A. $\frac{15}{16}$. B. $\frac{15\pi}{8}$. C. $\frac{21\pi}{16}$. D. $\frac{21}{16}$.

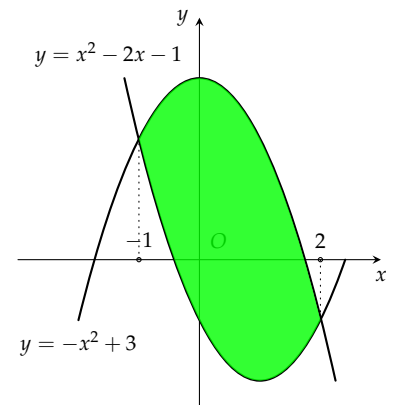
Câu 6. Với hàm số $f(x)$ tùy ý liên tục trên $\mathbb{R}, a < b$, diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ được xác định theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \left| \pi \int_a^b f(x) dx \right|$.

Câu 7.

Diện tích hình phẳng bôi đậm trong hình vẽ dưới đây được xác định theo công thức

- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.



Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C.$
 C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln x + C.$

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C.$
 D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b], a < b$. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 10. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b, (a \leq b)$ có diện tích S là

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 11. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $\int_a^b |f(x)| dx.$

B. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

C. $\int_a^b |f(x)| dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx.$

Câu 12. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với $a < b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx.$

D. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 13. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể bị giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a, x = b (a < b)$, có diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (a \leq x \leq b)$ là $S(x)$.

A. $V = \int_a^b S(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$

D. $V = \int_a^b S(x) dx.$

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức

A. $S_H = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx.$

B. $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S_H = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

D. $S_H = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Câu 15. Cho hình phẳng $\mathcal{D}$ giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{e^2 - 1}{2}.$

B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}.$

C. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}.$

D. $V = \frac{\pi e^2}{2}.$

Câu 16. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức nào?

- A. $\int_a^b f(x) dx$. B. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng D được tính bởi công thức

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 18. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox .

- A. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $\int_a^b f^2(x) dx$. C. $\pi \int_a^b f(x) dx$. D. $2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được xác định bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 20. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ có diện tích là

- A. $S = \int_1^3 f(x) dx$. B. $S = \int_1^3 |f(x)| dx$. C. $S = \int_3^1 f(x) dx$. D. $S = \int_3^1 |f(x)| dx$.

Câu 21. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$.

- A. 19. B. $\frac{2186}{7}\pi$. C. 20. D. 18.

Câu 22. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ ($a < b$) và có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$. Khi đó công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1), (C_2)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

- A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

Câu 24. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là

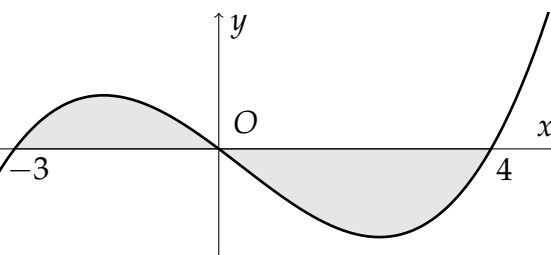
A. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx.$

B. $S = \int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx.$

<https://www.facebook.com>



Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b, (a < b)$ được tính theo công thức.

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $S = - \int_a^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y - 2z + 3 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}.$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $\int_a^b f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx.$

C. $\int_a^b |f(x)| dx.$

D. $- \int_a^b f(x) dx.$

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x, y = 0, x = -1, x = 2$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{5}.$

B. $\frac{17\pi}{5}.$

C. $\frac{18\pi}{5}.$

D. $\frac{5\pi}{18}.$

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $S = \int_a^b |f^2(x)| dx.$

D. $S = \pi \int_a^b |f^2(x)| dx.$

Câu 31. Vật thể B giới hạn bởi mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng $x, (0 \leq x \leq 2)$ ta được thiết diện có diện

tích bằng $x^2(2-x)$. Thể tích của vật thể B là

A. $V = \frac{2}{3}\pi$.

B. $V = \frac{2}{3}$.

C. $V = \frac{4}{3}$.

D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 32. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi xoay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}, y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox .

A. $V = 3$.

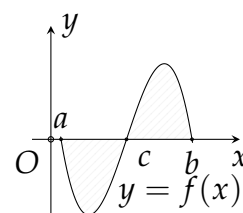
B. $V = \pi$.

C. $V = 1$.

D. $V = 3\pi$.

Câu 33.

Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



A. $S = \left| \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \right|$.

B. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

C. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

D. $S = \int_a^b f(x)dx$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ và trục Ox được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_a^b f(x)dx \right|$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 35. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox .

A. 0.

B. 2π .

C. $\frac{\pi^2}{2}$.

D. 2.

Câu 36. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và hàm số $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

D. $S = \int_a^b (f(x) + g(x)) dx$.

Câu 37. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

A. $V = \pi \int_1^2 (e^x - 4x) dx$.

B. $V = \int_1^2 (e^x - 4x) dx$.

C. $V = \int_1^2 (4x - e^x) dx$.

D. $V = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx$.

Câu 38. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$. Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1), (C_2)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) \, dx - \int_a^b g(x) \, dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx.$$

$$\text{D. } S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx \right|.$$

Câu 39. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$) quay quanh Ox được tính bởi công thức nào dưới đây?

$$\text{A. } V = \int_a^b (f(x))^2 \, dx.$$

$$\text{B. } V = \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_a^b (f(x))^2 \, dx.$$

$$\text{D. } V = \pi \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(t)$ là diện tích thiết diện của vật khi cắt bởi mặt phẳng $x = t$ ($a \leq t \leq b$). Giả sử $S(t)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Thể tích V của vật thể B tính theo công thức nào dưới đây?

$$\text{A. } V = \int_a^b S(x) \, dx.$$

$$\text{B. } V = \pi \int_a^b (S(x))^2 \, dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_a^b S(x) \, dx.$$

$$\text{D. } V = \int_a^b (S(x))^2 \, dx.$$

Câu 41. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

$$\text{A. } V = \pi^2 \int_a^b f(x) \, dx. \quad \text{B. } V = \int_a^b f^2(x) \, dx. \quad \text{C. } V = \pi \int_a^b |f(x)| \, dx. \quad \text{D. } V = \pi \int_a^b f^2(x) \, dx.$$

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không đổi dấu trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ với $a < b$.

$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) \, dx. \quad \text{B. } S = \pi \int_a^b |f(x)| \, dx. \quad \text{C. } S = \int_a^b f^2(x) \, dx. \quad \text{D. } S = \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

$$\text{A. } - \int_a^b f(x) \, dx. \quad \text{B. } \int_b^a f(x) \, dx. \quad \text{C. } \left| \int_a^b f(x) \, dx \right|. \quad \text{D. } \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

Câu 44. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

$$\text{A. } V = \int_0^1 e^{2x} \, dx. \quad \text{B. } V = \pi \int_0^1 e^{x^2} \, dx. \quad \text{C. } V = \int_0^1 e^{x^2} \, dx. \quad \text{D. } V = \pi \int_0^1 e^{2x} \, dx.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng D được xác định bởi công thức

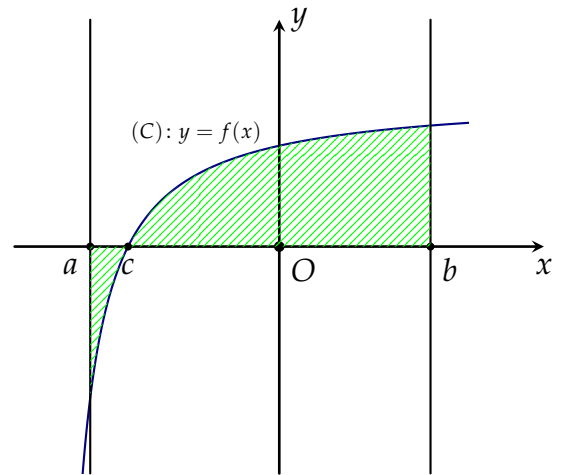
A. $S = \int_a^b f(x) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$ B. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$ C. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ D. $S = - \int_b^a f(x) dx.$

Câu 47. Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$
 B. $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$
 C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$
 D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$



Câu 48. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng $\mathcal{D}$ được tính theo công thức là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ B. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$
 C. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

Câu 49. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$
 C. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|.$ D. $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$

Câu 50. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{496\pi}{15}.$ B. $\frac{32\pi}{15}.$ C. $\frac{4\pi}{3}.$ D. $\frac{16\pi}{15}.$

Câu 51. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 0, x = 1, x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox .

A. $2\pi \ln 2$.

B. $\frac{3\pi}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $2 \ln 2$.

Câu 52. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ (với $a < b$) cho bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 53. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

Câu 54. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 3$.

A. $S = \frac{64}{3}$.

B. $S = \frac{56}{3}$.

C. $S = \frac{37}{3}$.

D. $S = \frac{68}{3}$.

Câu 55.

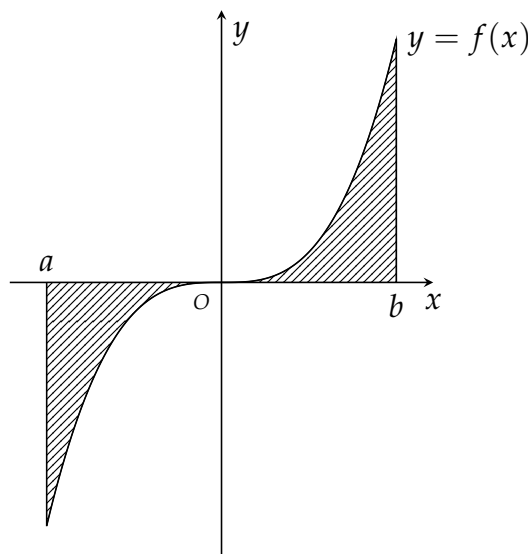
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D . Chọn công thức đúng trong các phương án A, B, C, D dưới đây?

A. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

B. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

C. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

D. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.



Câu 56. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x + 2)^2, y = 0, x = 1, x = 3$ là

A. 30.

B. 18.

C. $\frac{98}{3}$.

D. 21.

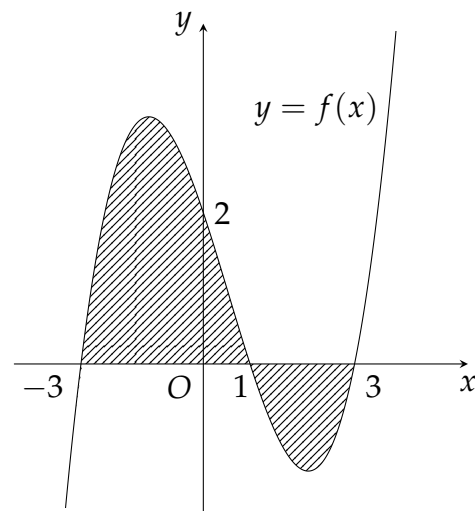
Câu 57. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_b^a f(x) dx$.

Câu 58.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.

Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox (phần gạch sọc) được tính bởi công thức



A. $S = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|.$

B. $S = \int_{-3}^3 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

Câu 59. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích hình D được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b f|x| dx.$

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Câu 60. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, gọi S là diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$. Khi đó:

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$

C. $S = \int_b^a f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x) > 0, \forall x \in [a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay D quanh Ox được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

C. $S = \int_a^b f(x^2) dx.$

D. $S = \pi \int_a^b f(x^2) dx.$

Câu 62. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, ($a < b$) có diện tích S là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 63. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

D. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 64. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là

A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 65. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0, x = 1, y = 0$ và $y = \sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$.
C. $V = \int_0^1 (2x+1) dx$. D. $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

Câu 66. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

A. $S = \int_0^\pi \cos x dx$. B. $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$. C. $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$. D. $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$.

Câu 67. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.
C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) - g(x) dx \right|$.

Câu 68. Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1, x = 1$ và thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình tròn có diện tích bằng 3π . Thể tích của vật thể là

A. $3\pi^2$. B. 6π . C. 6. D. 2π .

Câu 69. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. $S = 8$. B. $S = 12$. C. $S = 10$. D. $S = 9$.

Câu 70. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, xác định trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = - \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Câu 71. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [|f(x)| - |g(x)|] dx$. B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 72. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 2$ là

A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = 7$.

D. $S = 8$.

Câu 73. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định bởi công thức

A. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ với $a < b$. Diện tích của D được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 75. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và nhận giá trị bất kỳ. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $\left| S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và điểm

$A(1; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua A và song song với đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (3; -4; 7)$.

B. $\vec{u} = (3; -4; -7)$.

C. $\vec{u} = (-3; -4; -7)$.

D. $\vec{u} = (-3; -4; 7)$.

Câu 77. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

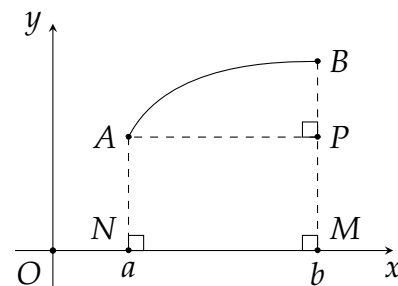
B. $V = \pi \int_0^1 x e^x dx$.

C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

D. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$.

Câu 78.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $\int_a^b f'(x) dx$ là diện tích hình thang cong $ABMN$.
- B. $\int_a^b f'(x) dx$ là độ dài đoạn BP .
- C. $\int_a^b f'(x) dx$ là độ dài đoạn NM .
- D. $\int_a^b f'(x) dx$ là độ dài đoạn cong AB .

Câu 79. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 0, x = 1, x = 4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) quay xung quanh trục Ox .

- A. $2\pi \ln 2$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $2 \ln 2$.

Câu 80. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích S của hình D được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f|x| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 81. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 82. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 83. Cho hai hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = f_1(x), y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được xác định bởi công thức nào sau đây?

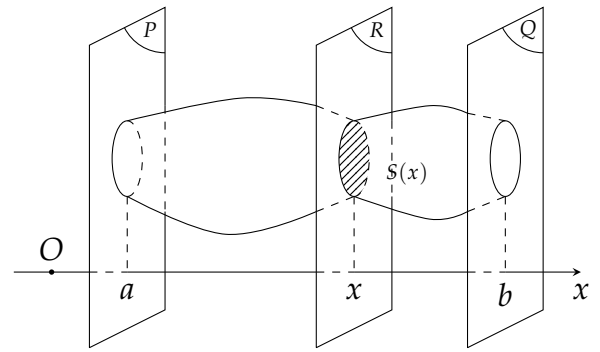
- A. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$. B. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$.
- C. $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|$. D. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

Câu 84. Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln(2x+1)}, y = 0, x = 0, x = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục Ox .

- A. $\frac{3}{2} \ln 3 - 1$. B. $\frac{\pi}{2} \ln 3 - \pi$. C. $\left(\pi + \frac{1}{2} \right) \ln 3 - 1$. D. $\frac{3\pi}{2} \ln 3 - \pi$.

Câu 85.

Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a, x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng (R) tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x , ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$, với $y = S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của vật thể đó được tính theo công thức



- A. $V = \int_a^b S^2(x) dx.$ B. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$
 C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$ D. $V = \int_a^b S(x) dx.$

Câu 86. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ (với $a < b$). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ có công thức là

- A. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ B. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$
 C. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$ D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Câu 87. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0, x = \pi, y = 0$ và $y = -\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

- A. $V = \pi \int_0^\pi |\sin x| dx.$ B. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx.$
 C. $V = \int_0^\pi \sin^2 x dx.$ D. $V = \pi \left| \int_0^\pi (-\sin x) dx \right|.$

Câu 88. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx.$ B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx.$
 C. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$ D. $S = \left| \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \right|.$

Câu 89. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích của D được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$
 C. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$ D. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 90. Gọi D là phần mặt phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1, y = 0, y = x^3$. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{2\pi}{7}$. B. $\frac{\pi}{8}$. C. $\frac{\pi}{7}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 91. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ quay quanh trục hoành là

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \pi \int_b^u f^2(x) dx$.

Câu 92. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$. B. $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|$.
C. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$. D. $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$.

Câu 93. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Quay ($\mathcal{H}$) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

- A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$. B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx$.
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$. D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

Câu 94. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ có diện tích là

- A. $S = \int_2^1 f(x) dx$. B. $S = \int_1^2 |f(x)| dx$. C. $S = \int_2^1 |f(x)| dx$. D. $S = \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 95. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox .

- A. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $\int_a^b f^2(x) dx$. C. $\pi \int_a^b f(x) dx$. D. $2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 96. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Câu 97. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích S của hình D được tính theo công thức:

- A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 98. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b, (a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$ C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích S của hình D được tính theo công thức:

A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$ B. $S = \int_a^b f(x) dx.$ C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Câu 100. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$ C. $S = \int_a^b f(x) dx.$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. B	4. A	5. C	6. A	7. C	8. D	9. D	10. D
11. C	12. A	13. D	14. B	15. C	16. C	17. C	18. A	19. D	20. B
21. C	22. C	23. C	24. D	25. B	26. C	27. B	28. C	29. C	30. A
31. C	32. D	33. C	34. B	35. C	36. A	37. D	38. C	39. C	40. A
41. D	42. D	43. D	44. D	45. B	46. C	47. B	48. A	49. B	50. D
51. B	52. A	53. C	54. A	55. C	56. C	57. C	58. C	59. A	60. A
61. B	62. A	63. A	64. B	65. B	66. C	67. A	68. B	69. C	70. A
71. D	72. A	73. D	74. A	75. C	76. A	77. C	78. A	79. B	80. A
81. B	82. B	83. D	84. D	85. D	86. A	87. B	88. C	89. B	90. C
91. A	92. A	93. C	94. B	95. A	96. A	97. D	98. A	99. D	100. A

B. MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. Diện tích hình phẳng H được giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ được tính theo công thức

A. $S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx.$

B. $S = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx.$

C. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx.$

D. $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx.$

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ là 2 cm.

A. $\frac{15}{4} \text{ cm}^2.$

B. $\frac{17}{4} \text{ cm}^2.$

C. $17 \text{ cm}^2.$

D. $15 \text{ cm}^2.$

Câu 3.

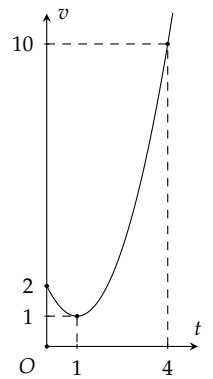
Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1; 1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

A. $s = \frac{40}{3}(\text{km}).$

B. $s = 8(\text{km}).$

C. $s = \frac{46}{3}(\text{km}).$

D. $s = 6(\text{km}).$



Câu 4.

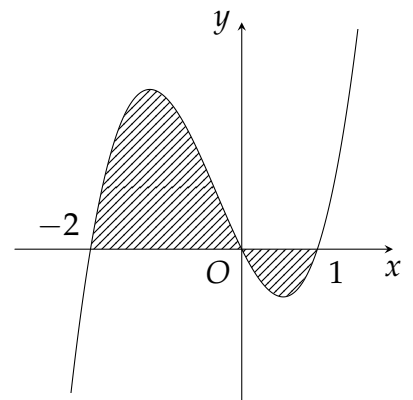
Đồ thị trong hình bên là của hàm số $y = f(x)$, S là diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình). Chọn khẳng định đúng.

A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$



Câu 5. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 2.$

B. $t = 1.$

C. $t = 4.$

D. $t = 3.$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

A. $\frac{16}{3}.$

B. $\frac{20}{3}.$

C. 10.

D. 9.

Câu 7. Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ là

A. $S = \frac{397}{4}.$

B. $S = \frac{937}{12}.$

C. $S = \frac{3943}{12}.$

D. $S = \frac{793}{4}.$

Câu 8. Cho $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây sai?

$$\text{A. } S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx.$$

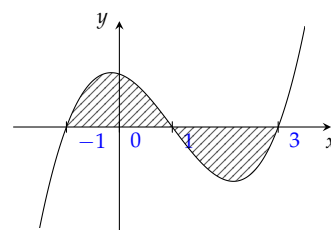
$$\text{B. } S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|.$$

$$\text{C. } S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$$

Câu 9.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

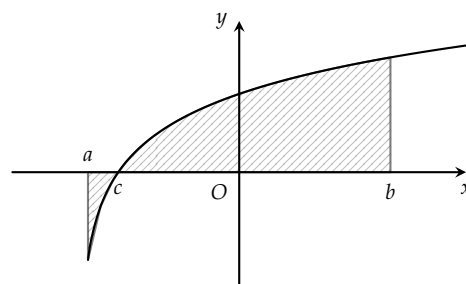


$$\text{A. } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx. \quad \text{B. } S = 2 \int_{-1}^3 f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = 2 \int_{-1}^1 f(x) dx. \quad \text{D. } S = \int_{-1}^3 |f(x)| dx.$$

Câu 10.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính theo công thức nào dưới đây?



$$\text{A. } S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

$$\text{C. } S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

Câu 11.

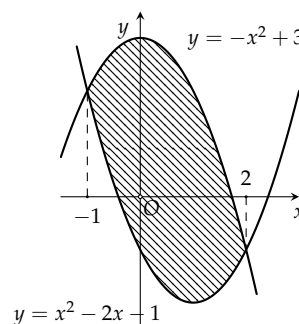
Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

$$\text{A. } \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$$

$$\text{B. } \int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$$

$$\text{C. } \int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$$

$$\text{D. } \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$



Câu 12. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$. Biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục bằng 2cm.

$$\text{A. } 15 \text{ cm}^2. \quad \text{B. } \frac{15}{4} \text{ cm}^2. \quad \text{C. } \frac{17}{4} \text{ cm}^2. \quad \text{D. } 17 \text{ cm}^2.$$

Câu 13. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quay quanh trục hoành.

$$\text{A. } \frac{81\pi}{10}. \quad \text{B. } \frac{85\pi}{10}. \quad \text{C. } \frac{41\pi}{7}. \quad \text{D. } \frac{8\pi}{7}.$$

Câu 14. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ m/s, trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 38 m. B. 37,2 m. C. 37,5 m. D. 37 m.

Câu 15. Cho $0 < a < 1$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\log_a x < 1$ khi $0 < x < a$.
 B. Đồ thị của hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
 C. Nếu $0 < x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 < \log_a x_2$.
 D. $\log_a x > 0$ khi $x > 1$.

Câu 16. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = x^3 + 1$ quay quanh Ox .

- A. $V = \frac{47}{210}$. B. $V = \frac{47\pi}{210}$. C. $V = \frac{2}{35}$. D. $V = \frac{2\pi}{35}$.

Câu 17. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 2x$, $y = -x^2 + x$.

- A. $\frac{9\pi}{8}$. B. $\frac{27}{8}$. C. $\frac{9}{8}$. D. $\frac{27\pi}{8}$.

Câu 18. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của các hàm số $y = x^2$ và $y = x$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{1}{6}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 19. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2 + 2x$ và $d: y = x + 2$ là

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{11}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 20. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = 3x^4 - 4x^2 + 5$, Ox , $x = 1$, $x = 2$ là

- A. $\frac{214}{15}$. B. $\frac{213}{15}$. C. $\frac{43}{3}$. D. $\frac{212}{15}$.

Câu 21. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = \sin x$, $y = \cos x$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $-2\sqrt{2}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0) < 0 < f(-1)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$. Xét các mệnh đề sau

$$1) S = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx \quad 2) S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx \quad 3) S = \int_{-1}^1 f(x) dx \quad 4) S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|$$

Số mệnh đề đúng là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 23. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

- A. $S = 8$. B. $S = 4$. C. $S = 12$. D. $S = 16$.

Câu 24. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa elip nằm trên trục hoành và trục hoành. Quay hình (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay, tính thể tích khối tròn xoay đó.

- A. $V = 60\pi$. B. 30π . C. $\frac{1188}{25}\pi$. D. $\frac{1416}{25}\pi$.

Câu 25. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ.

- A. $S = 3 \ln \frac{3}{2} - 1$. B. $S = 5 \ln \frac{3}{2} - 1$. C. $S = 3 \ln \frac{5}{2} - 1$. D. $S = 2 \ln \frac{3}{2} - 1$.

Câu 26. Tính thể tích V của vật thể sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}e^x$, đường thẳng $x = 1$ và trục hoành.

A. $V = \frac{\pi}{4}(e^2 + 1)$. B. $V = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$. C. $V = \frac{\pi}{4}(e^4 - 1)$. D. $V = \frac{1}{4}(e^4 - 1)$.

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x$ và $x + y = -2$ là

A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 4$, $x = -1$, $x = 2$ là

A. 4. B. $\frac{32}{3}$. C. 9. D. $\frac{17}{4}$.

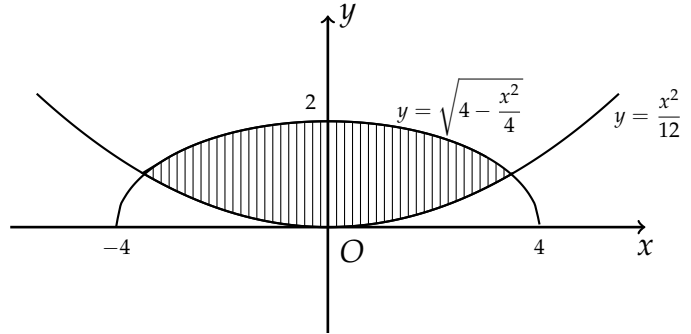
Câu 29.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi Parabol $y = \frac{x^2}{12}$

và đường cong có phương trình $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$

(hình vẽ). Diện tích của hình phẳng (H) bằng

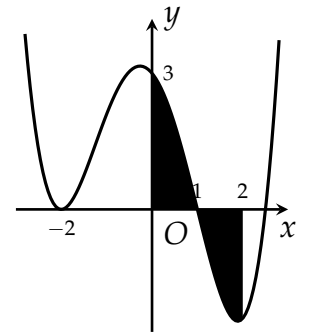
A. $\frac{(4\pi + \sqrt{3})}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3} + \pi}{6}$.
C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}$.



Câu 30.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ (phần tô đen) là

A. $\int_0^2 f(x) dx$. B. $-\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
C. $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. D. $\left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.



Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$ là $S = a\sqrt{2} + b$. Khi đó tính giá trị $a^2 + b^2$?

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{20}{9}$. D. 2.

Câu 32. Tính diện tích S_D của hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y = \left| \frac{\ln x}{x} \right|$, trục hoành, đường thẳng $x = \frac{1}{e}$; $x = 2$.

A. $S_D = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$. B. $S_D = \frac{1}{2}(1 + \ln^2 2)$. C. $S_D = \frac{1}{2}\ln^2 x - \frac{1}{2}$. D. $S_D = \frac{1}{2}(1 - \ln^2 2)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, ($a, b \in \mathbb{R}, a < b$). Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; trục hoành Ox ; $x = a$; $x = b$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $|S| = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = \frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là

A. $V = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. B. $V = \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$. C. $V = \pi\sqrt{3} + \frac{\pi^2}{3}$. D. $V = \pi\sqrt{3} - \frac{\pi^2}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 2$. Công thức tính diện tích S của (D) là công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_1^2 f(x) dx$. B. $S = \int_1^2 f^2(x) dx$. C. $S = \int_1^2 |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Câu 36. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t(\text{m/s})$. Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35(\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường của ô tô đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. 87.5 mét. B. 96.5 mét. C. 102.5 mét. D. 105 mét.

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + x$.

- A. 6. B. 12. C. $\frac{9}{8}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 38. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Kí hiệu H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Tính diện tích S của hình phẳng H .

- A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$. B. $S = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$.
C. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 39. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức

- A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$. B. $S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x) dx \right|$.
C. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$. D. $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$.

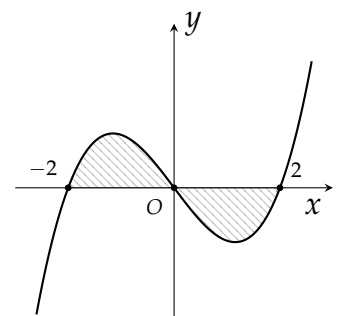
Câu 40. Thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \cdot e^x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ khi quay quanh Ox là

- A. $\frac{\pi}{4} (e^2 + 1)$. B. $\frac{\pi}{4} (e^2 - 1)$. C. $\frac{\pi}{2} (e^2 - 1)$. D. $\frac{\pi}{2} (e^2 + 1)$.

Câu 41.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong Hình 1) được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $\int_{-2}^2 f(x) dx$. B. $\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.
C. $\int_2^0 f(x) dx + \int_{-2}^0 f(x) dx$. D. $\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.



Hình 1

Câu 42. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x - 1}$, trục hoành, $x = 2$, $x = 5$ quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_2^5 \sqrt{x - 1} dx$. B. $\pi \int_2^5 (x - 1) dx$. C. $\pi \int_2^5 (y^2 + 1)^2 dx$. D. $\int_2^5 (x - 1) dx$.

Câu 43. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \sin 2x$, $y = 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$.

A. $\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{4}$.

B. $\pi^2 - \pi$.

C. $\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi^2}{4} - 4$.

Câu 44. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$, $y = -x^2 - 2x + 6$.

A. 3π .

B. $\pi - 1$.

C. π .

D. 2π .

Câu 45. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2 + 1}$; $x = 1$ và trục Ox .

A. $\frac{3\sqrt{2} - 1}{5}$.

B. $\frac{5 - \sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{2} - 1}{3}$.

D. $\frac{5 - 2\sqrt{2} - 1}{3}$.

Câu 46. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$; $y = 2x^2 - 4x + 1$.

A. 8.

B. 4.

C. 10.

D. 5.

Câu 47. Một ô-tô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô-tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 20 m.

B. 25 m.

C. 60 m.

D. 15 m.

Câu 48. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = x$.

A. $S = \frac{1}{6}$.

B. $S = \frac{5}{6}$.

C. $S = \frac{1}{3}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 49. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ (liên tục trên đoạn $[a; b]$) và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích S của hình ($\mathcal{H}$) được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$.

C. $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|$.

D. $S = \left| \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] dx \right|$.

Câu 50.

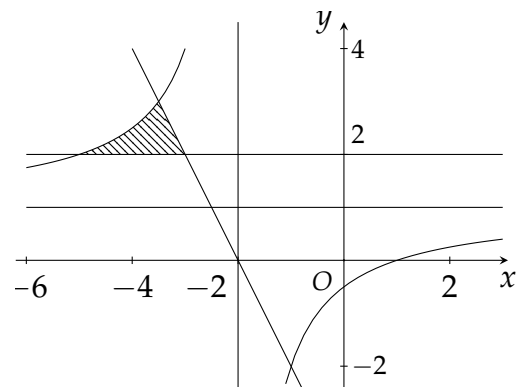
Tính diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và các đường thẳng $y = 2$, $y = -2x - 4$ (như hình vẽ bên).

A. $\frac{1}{4}$.

B. $3\ln 3 - 2$.

C. $-\frac{5}{4} + 3\ln 2$.

D. $\frac{1}{4} + 3\ln 2$.



Câu 51. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^2$ và $y = 5x - 2$.

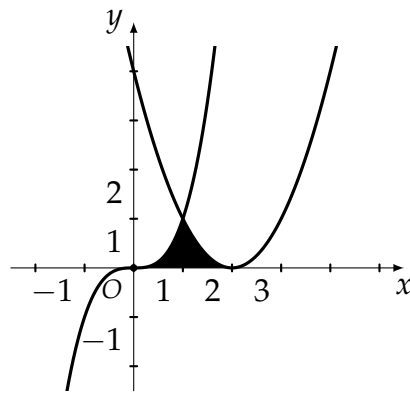
A. $S = \frac{5}{4}$.

B. $S = \frac{5}{8}$.

C. $S = \frac{9}{8}$.

D. $S = \frac{9}{4}$.

Câu 52. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình (H).



- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{7}{12}$. C. $S = \frac{20}{3}$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 53. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^3 - 2x$ và đường thẳng $y = x$.

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{11}{6}$. C. $\frac{27}{6}$. D. $\frac{17}{6}$.

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích của D được cho bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a f(x) dx$.

Câu 55. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - ax$ với trục hoành ($a \neq 0$). Quay hình (H) xung quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích $V = \frac{16\pi}{15}$. Tìm a .

- A. $a = -3$. B. $a = -2$. C. $a = 2$. D. $a = \pm 2$.

Câu 56. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x; y = 0; x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích vật thể tròn xoay có được khi quay (H) quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{\pi^2}{4}$. B. 2π . C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 57. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$ và $y = \frac{x-4}{2-x}$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $0,28$. C. $\frac{5}{3} - 2\ln 2$. D. $3 - \ln 4$.

Câu 58. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox , các đường thẳng $x = 1, x = 2$ là

- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $S = 7$. D. 8 .

Câu 59. Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (P) . Các tiếp tuyến với đồ thị tại $O(0;0)$ và tại $A(3;3)$ cắt nhau tại B . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi cung OA của (P) và hai tiếp tuyến BO, BA ?

- A. $\frac{9}{5}(\text{dvdt})$. B. $\frac{9}{4}(\text{dvdt})$. C. $\frac{9}{8}(\text{dvdt})$. D. $\frac{9}{3}(\text{dvdt})$.

Câu 60. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0, x = 3$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là hình chữ nhật có kích thước là x và $2\sqrt{9 - x^2}$.

- A. $36(\text{đvtt})$. B. $9(\text{đvtt})$. C. $18(\text{đvtt})$. D. $54(\text{đvtt})$.

Câu 61. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 2, x = 0, x = 1$.

- A. $S = 4\ln 2 + e - 5$. B. $S = 4\ln 2 + e - 6$. C. $S = e^2 - 7$. D. $S = e - 3$.

Câu 62. Hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): x^2 - x - 6$ và trục Ox có diện tích bằng

- A. $\frac{95}{6}$. B. $-\frac{95}{6}$. C. $-\frac{125}{6}$. D. $\frac{125}{6}$.

Câu 63. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 + |x|$; $y = x^2 + 1$ được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $\int_{-1}^0 (-x - 1) dx + \int_0^1 (x - 1) dx.$

B. $\left| \int_{-1}^0 (-x - 1) dx \right| + \left| \int_0^1 (x - 1) dx \right|.$

C. $\int_{-1}^1 (|x| - 1) dx.$

D. $\int_{-1}^0 (x - 1) dx + \int_0^1 (-x - 1) dx.$

Câu 64. Hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) : $y = \ln x$, hai đường thẳng $x = \frac{1}{e}$, $x = 1$ và trục Ox có diện tích bằng

A. $\frac{2}{7}.$

B. $\frac{e + 1}{14}.$

C. $\frac{e - 2}{e}.$

D. $\frac{2 - e}{e}.$

Câu 65. Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi trục hoành và hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng

A. $\pi e^2.$

B. $\pi(e^2 - 1).$

C. $\pi(e - 1).$

D. $e^2 - 1.$

Câu 66.

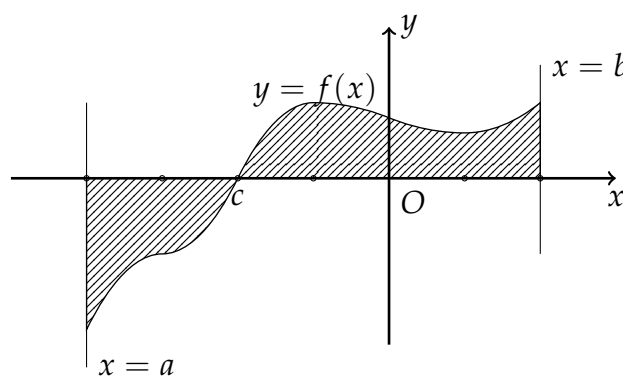
Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức

A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

D. $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$



Câu 67. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = - \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $S = \int_a^b f(x) dx.$

D. $S = - \int_a^b f(x) dx.$

Câu 68. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y = (4x - 1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x = e$. Khi hình phẳng D quay quanh trục hoành được vật thể tròn xoay có thể tích V được tính theo công thức

A. $V = \int_{\frac{1}{4}}^e (4x - 1)^2 \ln x dx.$

B. $V = \int_1^e (4x - 1)^2 \ln x dx.$

C. $V = \pi \int_1^e (4x - 1)^2 \ln x dx.$

D. $V = \pi \int_{\frac{1}{4}}^e (4x - 1)^2 \ln x dx.$

Câu 69. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $x = 9$. Khi (H) quay quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. 18. B. $\frac{81}{2}$. C. 18π . D. $\frac{81\pi}{2}$.

Câu 70. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = -3x$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$. Công thức nào sau đây tính diện tích hình phẳng (H) ?

- A. $S = \pi \int_0^2 3x \, dx$. B. $S = \int_0^2 3x \, dx$. C. $S = - \int_0^2 3x \, dx$. D. $S = \pi \int_0^2 9x^2 \, dx$.

Câu 71. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x$, $y = x$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

- A. $V = \frac{2\pi}{3}$. B. $V = \frac{8\pi}{3}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \pi$.

Câu 72. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 3x^2$, $y = 2x + 5$, $x = -1$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{256}{27}$. B. $S = \frac{269}{27}$. C. $S = 9$. D. $S = 27$.

Câu 73. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. B. $V = \frac{1}{2} (2 - \sqrt{3})$.
C. $V = \frac{\pi}{2} (2 - \sqrt{3})$. D. $V = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Câu 74. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2^x - 2$, $y = 0$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{2 + 2\ln 2}{\ln 2}$. B. $S = \frac{3 - 4\ln 2}{\ln 2}$. C. $S = \frac{3 + 4\ln 2}{\ln 2}$. D. $S = \frac{2 - 2\ln 2}{\ln 2}$.

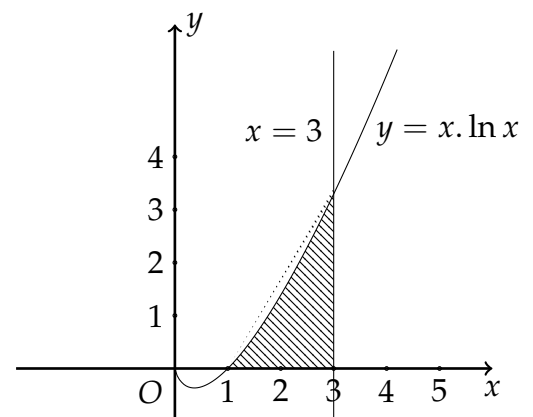
Câu 75. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường parabol $(P) : y = x^2 - x + 2$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm có tọa độ $(1; 2)$. Diện tích của hình (H) là

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 76.

Cho hình phẳng (H) như hình vẽ (phần tô đậm). Diện tích hình phẳng (H) là

- A. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$. B. 1.
C. $\frac{9}{2} \ln 3 - 4$. D. $\frac{9}{2} \ln 3 - 2$.



Câu 77. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -3$, $x = 1$, $y = 0$, $y = x^2 - x$ có diện tích được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_{-3}^1 (x^2 - x) dx.$$

$$\text{C. } S = \int_{-3}^0 (x^2 - x) dx + \int_0^1 (x^2 - x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-3}^0 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_0^1 |x^2 - x| dx.$$

Câu 78. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3$ và $y = \sqrt{x}$. Khối tròn xoay tạo ra khi (H) quay quanh trục Ox có thể tích là

$$\text{A. } V = \pi \int_0^1 (x^6 - x) dx.$$

$$\text{B. } V = \pi \int_0^1 (x^3 - \sqrt{x}) dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x^3) dx.$$

$$\text{D. } V = \pi \int_0^1 (x - x^6) dx.$$

Câu 79. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C) : y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d : y = x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay quanh trục hoành.

$$\text{A. } V = \frac{81\pi}{10}.$$

$$\text{B. } V = \frac{81\pi}{5}.$$

$$\text{C. } V = \frac{108\pi}{5}.$$

$$\text{D. } V = \frac{108\pi}{10}.$$

Câu 80. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1) : y = x^2 + 2x$ và $(C_2) : y = x^3$.

$$\text{A. } S = \frac{83}{12}.$$

$$\text{B. } S = \frac{15}{4}.$$

$$\text{C. } S = \frac{37}{12}.$$

$$\text{D. } S = \frac{9}{12}.$$

Câu 81. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (S) giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2, y = 0$ quanh trục Ox có kết quả có dạng $\frac{\pi a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị của $a - 30b$ bằng

$$\text{A. } 62.$$

$$\text{B. } 26.$$

$$\text{C. } 82.$$

$$\text{D. } 28.$$

Câu 82. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 3$ là

$$\text{A. } \frac{1}{3}.$$

$$\text{B. } \frac{28}{3}.$$

$$\text{C. } \frac{8}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{28}{9}.$$

Câu 83. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

$$\text{A. } S = \frac{7}{2}.$$

$$\text{B. } S = 4.$$

$$\text{C. } S = \frac{3}{2}.$$

$$\text{D. } S = \frac{5}{2}.$$

Câu 84.

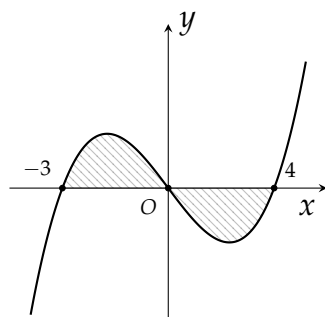
Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng thuộc phần tô đậm trong hình vẽ bên là

$$\text{A. } S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = \int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_{-3}^4 f(x) dx.$$



Câu 85. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x-1}$, $y = 1$ và đường thẳng $x = 2$ là

$$\text{A. } S = 1 + \ln 3.$$

$$\text{B. } S = 1 - \frac{1}{2} \ln 3.$$

$$\text{C. } S = \frac{1}{2} \ln 3.$$

$$\text{D. } S = \frac{1}{2} + \ln 3.$$

Câu 86. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = 1 - x^2$ và trục Ox . Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{16\pi}{15}$. B. $V = \frac{16}{15}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}$.

Câu 87. Thể tích V của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ khi quay quanh trục Ox là

A. $V = \frac{9}{15}$. B. $V = \frac{8\pi}{15}$. C. $V = \frac{8}{15}$. D. $V = \frac{9\pi}{15}$.

Câu 88. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = x + 2$.

A. $S = \frac{125}{6}$. B. $S = 10\sqrt{3}$. C. $S = -\frac{125}{6}$. D. $S = \frac{25}{6}$.

Câu 89. Một học sinh đang điều khiển xe đạp điện chuyển động thẳng đều với vận tốc a m/s. Khi phát hiện có chướng ngại vật phía trước học sinh đó thực hiện phanh xe. Sau khi phanh, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = a - 2t$ m/s. Tìm giá trị lớn nhất của a để quãng đường xe đạp điện đi được sau khi phanh không vượt quá 9 m.

A. $a = 7$. B. $a = 4$. C. $a = 5$. D. $a = 6$.

Câu 90. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + 4x$ là

A. 34. B. 18. C. 17. D. 9.

Câu 91. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 3$ là

A. 3. B. $\frac{23}{3}$. C. $\frac{25}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

Câu 92. Xét (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x + 1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$). Giá trị của a sao cho thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng 57π là

A. $a = 3$. B. $a = 5$. C. $a = 4$. D. $a = 2$.

Câu 93. Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1 - x^2}$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $\frac{16\pi}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. π . D. $\frac{8}{3}$.

Câu 94. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - x$ và trục hoành quanh trục hoành là

A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{30}$. D. $\frac{\pi}{15}$.

Câu 95. Đặt S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $y = x - 1$ và các đường thẳng $x = m, x = 2m$ ($m > 1$). Giá trị của m sao cho $S = \ln 3$ là

A. $m = 5$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 96. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 2x + 1$ và các đường thẳng $y = 0, x = -1, x = 1$. Tính diện tích S của hình phẳng (H) .

A. $S = 5$. B. $S = 0$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

Câu 97. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x+1}$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{2}{3}$. B. $V = \ln 3$. C. $V = \pi \ln 3$. D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 98. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = \pi$. Tính diện tích S của hình phẳng (H) .

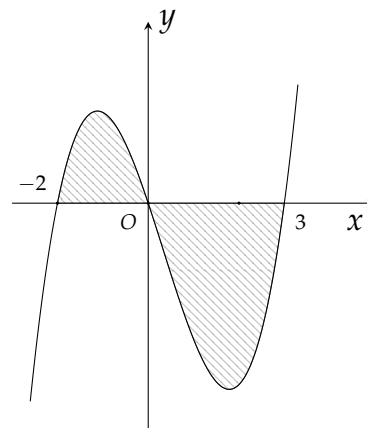
A. $S = 2$. B. $S = 1$. C. $S = 0$. D. $S = \frac{\pi^2}{2}$.

Câu 99.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ và $\int_{-2}^3 f(x) dx = a$,

$\int_0^3 f(x) dx = b$. Tính diện tích của phần được gạch chéo theo a, b .

- A. $\frac{a+b}{2}$. B. $a-b$. C. $b-a$. D. $a+b$.



Câu 100. Một ô tô đang đi với vận tốc lớn hơn 72 km/h, phía trước là đoạn đường chỉ cho phép chạy với tốc độ tối đa là 72 km/h, vì thế người lái xe đạp phanh để ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 30 - 2t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc bắt đầu đạp phanh đến lúc đạt tốc độ 72 km/h, ô tô đã di chuyển quãng đường là bao nhiêu mét?

- A. 100 m. B. 150 m. C. 175 m. D. 125 m.

Câu 101. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$. B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$.
C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$. D. $\pi \int_0^1 (x^2 - x) dx$.

Câu 102. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi(\pi + 1)$. B. $V = \pi - 1$. C. $V = \pi + 1$. D. $V = \pi(\pi - 1)$.

Câu 103. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = e$.

- A. 1. B. 0. C. e. D. $\frac{1}{e}$.

Câu 104. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = 1$.

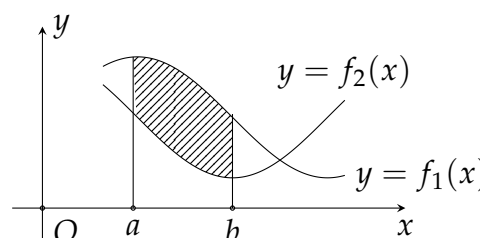
- A. $S = \frac{5}{4}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = \frac{7}{4}$. D. $S = \frac{3}{4}$.

Câu 105. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 106.

Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng $x = a; x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi S quay quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$

Câu 107. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 0.2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

Câu 108. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 6\sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 9$. Tính S .

- A. $S = 234$. B. $S = 104$. C. $S = 208$. D. $S = 52$.

Câu 109. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 12\pi$.

A. $V = \pi \int_0^{12\pi} (\sin x)^2 dx.$

B. $V = \pi^2 \int_0^{12\pi} (\sin x)^2 dx.$

C. $V = \pi^2 \int_0^{12\pi} \sin x dx.$

D. $V = \pi \int_0^{12\pi} \sin x dx.$

Câu 110. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = 6x^2$ và $y = 6x$.

- A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \frac{1}{3}$.

Câu 111. Tính thể tích vật thể tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox , biết (H) được giới hạn bởi các đường $y = 4x^2 - 1$, $y = 0$.

- A. $\frac{8\pi}{15}$. B. $\frac{16\pi}{15}$. C. $\frac{4\pi}{15}$. D. $\frac{2\pi}{15}$.

Câu 112. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $\frac{9}{4}$. B. 13. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{81}{12}$.

Câu 113.

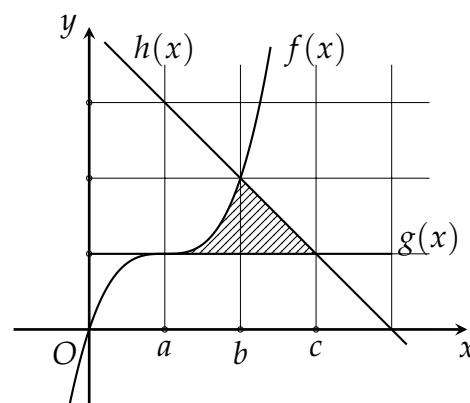
Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo) giới hạn bởi đồ thị 3 hàm số $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ như hình bên, bằng kết quả nào sau đây.

A. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |g(x) - h(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

C. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

D. $S = \int_a^c [f(x) + h(x) - g(x)] dx.$



Câu 114. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx.$ B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx.$
C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx.$ D. $\pi \int_0^1 |x^2 - x| dx.$

Câu 115. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và trục Ox .

- A. $\frac{4}{3}\pi.$ B. $\frac{4}{3}.$ C. $\frac{2}{3}.$ D. $-\frac{4}{3}.$

Câu 116. Hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x, y = x^2$ có diện tích bằng

- A. $\frac{1}{2}.$ B. $\frac{1}{6}.$ C. $\frac{1}{3}.$ D. 1.

Câu 117. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 - 3x + 2, y = x - 1, x = 0, x = 2$ bằng

- A. 2. B. $\frac{2}{3}.$ C. $\frac{4}{3}.$ D. $\frac{8}{3}.$

Câu 118. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{1 - x^2}$ quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{4\pi}{3}.$ B. $\frac{3\pi}{4}.$ C. $\frac{3\pi}{2}.$ D. $\frac{2\pi}{3}.$

Câu 119. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ.

- A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1.$ B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1.$ C. $3 \ln \frac{5}{2} - 1.$ D. $3 \ln \frac{3}{2} - 1.$

Câu 120. Gọi $\mathcal{H}$ là hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\frac{x}{4-x^2}}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$.

Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình $\mathcal{H}$ xung quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}.$ B. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{3}{4}.$ C. $V = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}.$ D. $V = \pi \ln \frac{4}{3}.$

Câu 121. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sin x; y = 0; x = 0$ và $x = 2\pi$ là

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 122. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị các hàm số $y = x^4 - x + 2$ và $y = x^2 - x + 2$ là.

- A. $-\frac{4}{15}.$ B. $\frac{2}{15}.$ C. 0. D. $\frac{4}{15}.$

Câu 123. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sin x; y = 0; x = 0; x = 2\pi$ xoay quanh trục Ox là

- A. $\pi^2.$ B. $\frac{\pi}{2}.$ C. $\frac{\pi}{4}.$ D. $\frac{\pi^2}{2}.$

Câu 124. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x}; y = 0; x = 0; x = 1$ xoay quanh trục Ox là

- A. $\frac{1}{4}.$ B. $\frac{\pi}{4}.$ C. $\frac{2\pi}{5}.$ D. $\frac{\pi}{2}.$

Câu 125. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x; Ox; x = 0; x = \frac{\pi}{4}$. Quay (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\pi - \frac{\pi^2}{4}.$ B. $1 - \frac{\pi}{4}.$ C. $\pi^2.$ D. $\frac{\pi^2}{4} - \pi.$

Câu 126. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0; x = \pi$ và đồ thị $y = \sin x; y = \cos x$ được tính bởi biểu thức

A. $S = \int_0^{\pi} \sin x dx.$

B. $S = \left| \int_0^{\pi} (\sin x - \cos x) dx \right|.$

C. $S = \int_0^{\pi} |\cos x| dx.$

D. $S = \int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx.$

Câu 127. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x, Ox, x = -3, x = 4$.

A. 36.

B. 44.

C. $\frac{201}{4}.$

D. $\frac{119}{4}.$

Câu 128. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sin x; Ox; x = 0; x = \pi$. Quay (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\pi^2.$

B. $2\pi.$

C. $\frac{\pi}{2}.$

D. $\frac{\pi^2}{2}.$

Câu 129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; -1)$ đến mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 5 = 0$ là

A. $\frac{\sqrt{11}}{3}.$

B. 1.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}.$

Câu 130. Với giá trị nào của $m > 0$ thì diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2$ và $y = mx$ bằng $\frac{4}{3}$?

A. $m = 1.$

B. $m = 4.$

C. $m = 2.$

D. $m = 3.$

Câu 131. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 + 5x + 6, Ox, x = 0, x = 2$ là

A. $\frac{56}{3}.$

B. $\frac{52}{3}.$

C. $\frac{55}{3}.$

D. $\frac{58}{3}.$

Câu 132. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và thỏa mãn $0 < g(x) < f(x), \forall x \in [a; b]$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường: $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$. Khi đó V được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

C. $V = \left(\pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right)^2.$

D. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

Câu 133. Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi (C): $y = 3x^4 - 4x^2 + 5; Ox; x = 1; x = 2$ là

A. $\frac{212}{15}.$

B. $\frac{214}{15}.$

C. $\frac{213}{15}.$

D. $\frac{43}{3}.$

Câu 134. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = -2x^3 + x^2 + x + 5$ và đồ thị (C') của hàm số $y = x^2 - x + 5$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 135. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$.

A. 1.

B. $\frac{1}{6}.$

C. $\frac{1}{4}.$

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $f(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Biết hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, khi đó thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức

A. $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx.$

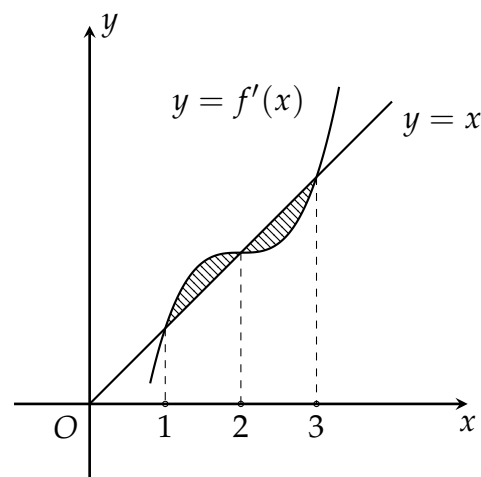
B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

C. $V = \int_a^b f(x) dx.$

D. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 137.

Cho hàm $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$ (phần gạch chéo trong hình vẽ bên). Diện tích hình (H) bằng



- A. $2f(2) - f(1) - f(3) + 1$. B. $f(3) - f(1) - 4$.
C. $2f(3) - f(2) - f(1) + 1$. D. $f(1) - f(3) + 4$.

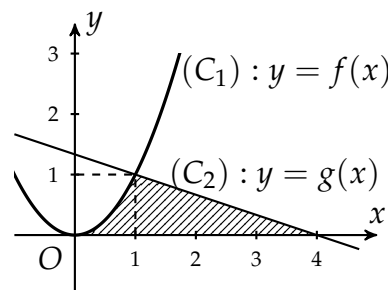
Câu 138. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ m/s. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 20 m. B. 2 m. C. 0,2 m. D. 10 m.

Câu 139. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường như hình vẽ (phần gạch sọc).

Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức

- A. $S = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 g(x) dx$. B. $S = \int_0^4 [f(x) - g(x)] dx$.
C. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx$. D. $S = \int_0^4 |f(x) - g(x)| dx$.



Câu 140. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\sqrt{x+1}$ và trục hoành.

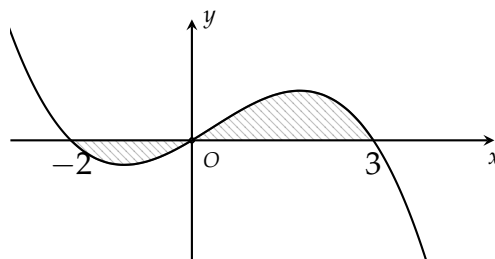
- A. $S = \frac{2}{15}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = 1$.

Câu 141. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ quay quanh trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.

- A. $V = \frac{3\pi}{5}$. B. $V = \frac{\pi}{6}$. C. $V = \pi$. D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 142. Cho hàm số $y = f(x)$ (1) xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (1) và trục Ox (phần tô đen trong hình dưới). Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx$.
B. $S = -\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx$.
D. $S = \left| \int_{-2}^3 f(x) dx \right|$.



Câu 143. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x$ và $y = x^2$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $S = \int_0^1 (x - x^2) dx.$

B. $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx.$

C. $S = \pi \int_0^1 [(x^2)^2 - (x)^2] dx.$

D. $S = \int_0^1 (x \cdot x^2) dx.$

Câu 144. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x, y = 0, x = 1$ và $x = 4$.

A. $S = 7.$

B. $S = 17.$

C. $S = 15.$

D. $S = 8.$

Câu 145. Tính thể tích V khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{9 - x^2}, y = 0, x = 0$ và $x = 3$ quay quanh trục Ox .

A. $V = 22\pi.$

B. $V = 20\pi.$

C. $V = 18\pi.$

D. $V = 3\pi.$

Câu 146. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{x}, y = 0$ và $x = 4$ quay quanh trục Ox .

A. $V = 4\pi.$

B. $V = 16\pi.$

C. $V = \pi^2.$

D. $V = 8\pi.$

Câu 147. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

A. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

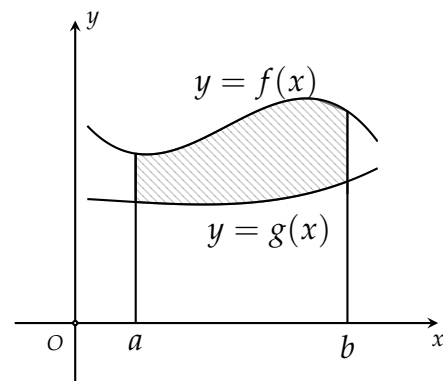
Câu 148. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$ (có đồ thị như hình vẽ). Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây

A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

D. $V = \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$



Câu 149. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}; y = 0; x = 1$ và $x = 2$.

A. $\pi \ln 2.$

B. $\frac{\pi}{2}.$

C. $\frac{1}{2}.$

D. $\frac{\pi}{4}.$

Câu 150. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x + 1; y = 0; x = 0$ và $x = 1$.

A. $\frac{7\pi}{3}.$

B. $\frac{3}{2}.$

C. $\frac{3\pi}{2}.$

D. $\frac{7}{3}.$

Câu 151. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x; y = x; x = 0$ và $x = 3$.

A. $\frac{9}{2}.$

B. $\frac{27}{2}.$

C. $\frac{8}{3}.$

D. $\frac{29}{6}.$

Câu 152. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x - 1 + \frac{\ln x}{x}, y = x - 1$ và $x = e$.

A. $\frac{\pi}{2}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $\frac{\pi(e^2 - 2e + 1)}{2}.$

D. $\frac{e^2 - 2e + 1}{2}.$

Câu 153. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$ và $y = 2x^2 + 3x - 1$.

- A. $\frac{105}{2}$. B. $\frac{195}{2}$. C. $\frac{125}{3}$. D. $\frac{125}{6}$.

Câu 154. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và các đường $y = \sqrt{x+1}$; $y = -2x + 8$.

- A. $\frac{17}{3}$. B. $\frac{19}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{37 + 10\sqrt{5}}{3}$.

Câu 155. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan^2 x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \frac{\pi}{4}$.

- A. $S = \pi - \frac{\pi^2}{4}$. B. $S = 1 - \frac{\pi}{4}$. C. $S = 1 + \frac{\pi}{4}$. D. $S = \pi + \frac{\pi^2}{4}$.

Câu 156. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox .

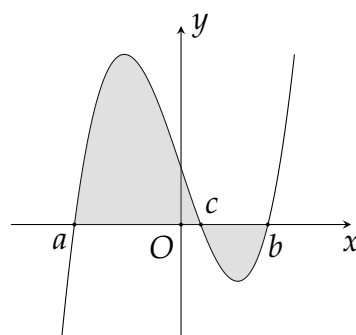
- A. $V = \frac{1}{8}\pi^2 + \frac{1}{4}\pi$. B. $V = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 157.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ a , b , c với $c \in (a; b)$ như hình bên. Đặt $m =$

$\int_a^c f(x) dx$, $n = \int_c^b f(x) dx$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành (phần tô đậm) bằng bao nhiêu?

- A. $m + n$. B. $-m - n$. C. $m - n$. D. $n - m$.



Câu 158. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và trục Ox .

- A. $S = \frac{9}{4}$. B. $S = \frac{9}{8}$. C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = \frac{11}{4}$.

Câu 159. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, đường thẳng $x = 4$, trục Ox quay quanh trục Ox .

- A. $V = 8\pi$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 8\pi^2$.

Câu 160. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A. 500 (m). B. 2000 (m). C. $\frac{4000}{3}$ (m). D. $\frac{2500}{3}$ (m).

Câu 161. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = x^2 - 2x$, trục Ox , 2 đường thẳng $x = 0$, $x = 2$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 162. Một người lái xe ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào ngăn đường ở phía trước cách 45 m (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào) vì vậy, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách hàng rào ngăn cách bao nhiêu mét (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào)?

- A. 5 m. B. 6 m. C. 4 m. D. 3 m.

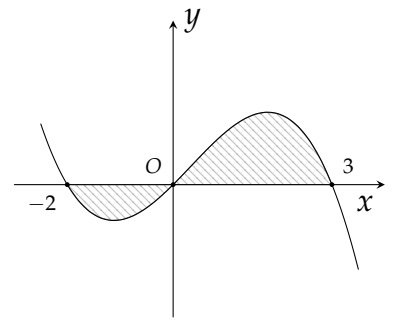
Câu 163. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $x = e$, $x = \frac{1}{e}$ và trục hoành.

- A. $S = 1 - \frac{1}{e}$ (đvdt). B. $S = 2 - \frac{2}{e}$ (đvdt). C. $S = 2 + \frac{2}{e}$ (đvdt). D. $S = 1 + \frac{1}{e}$ (đvdt).

Câu 164.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ (như hình vẽ). Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là

- A. $S = \int_0^{-2} f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx.$ B. $S = \int_{-2}^3 f(x)dx.$
 C. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_3^0 f(x)dx.$ D. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx.$



Câu 165. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x + 2$ bằng bao nhiêu?

- A. 12. B. 0. C. 8. D. 6.

Câu 166. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 3x$, $y = 0$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

- A. $\frac{81\pi}{10}.$ B. $\frac{85\pi}{10}.$ C. $\frac{81}{10}.$ D. $\frac{41\pi}{10}.$

Câu 167. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng

- A. $2\ln\frac{3}{2} - 1.$ B. $5\ln\frac{3}{2} - 1.$ C. $3\ln\frac{3}{2} - 1.$ D. $3\ln\frac{5}{2} - 1.$

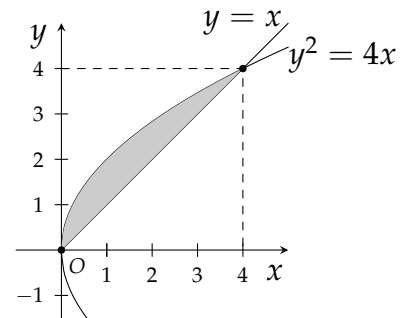
Câu 168. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

- A. $S = \frac{5}{2}.$ B. $S = \frac{3}{2}.$ C. $S = \frac{7}{2}.$ D. $S = 4.$

Câu 169.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và $y = x$ (với $0 \leq x \leq 4$) được minh họa bằng hình vẽ bên (phần tô đậm). Cho (H) quay quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- A. $11\pi.$ B. $\frac{32}{3}\pi.$ C. $\frac{15}{7}\pi.$ D. $10\pi.$



Câu 170. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

- A. $3 - \ln 2.$ B. $3 - 2\ln 2.$ C. $3 + 2\ln 2.$ D. $3 + \ln 2.$

Câu 171. Tính diện tích của S của hình phẳng giới hạn bởi elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.

- A. $S = \pi\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)^2.$ B. $S = \pi(a+b)^2.$ C. $S = \pi ab.$ D. $S = \frac{\pi a^2 b^2}{a+b}.$

Câu 172. Một xe buýt bắt đầu đi từ một nhà chờ xe buýt A với vận tốc $v(t) = 10 + 3t^2$ (m/s) (khi bắt đầu chuyển động từ A thì $t = 0$) đến nhà chờ xe buýt B cách đó 175 m. Hỏi thời gian xe đi từ A đến B là bao nhiêu giây?

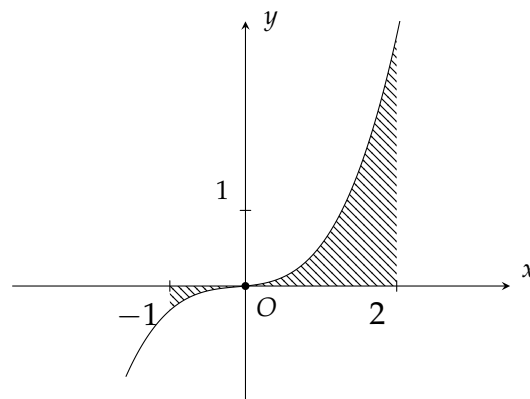
- A. 7. B. 8. C. 9. D. 5.

Câu 173.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$,

mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = b - a$.
B. $S = b + a$.
C. $S = -b + a$.
D. $S = -b - a$.



Câu 174. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (H) : $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

- A. $S = \ln 2 - 1$ (đvdt).
B. $S = 2 \ln 2 - 1$ (đvdt).
C. $S = 2 \ln 2 - 1$ (đvdt).
D. $S = \ln 2 + 1$ (đvdt).

Câu 175. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x$ và $y = x^2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là

- A. $\frac{2\pi}{15}$.
B. $\frac{3\pi}{25}$.
C. $\frac{\pi}{30}$.
D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 176. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$; $y = 2x - 2$ và trục hoành. Tính diện tích của (H).

- A. $\frac{5}{3}$.
B. $\frac{16}{3}$.
C. $\frac{10}{3}$.
D. $\frac{8}{3}$.

Câu 177. Tính diện tích S của phần hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và $y = x^2 + x - 4$.

- A. $S = \frac{253}{12}$.
B. $S = \frac{125}{12}$.
C. $S = \frac{16}{3}$.
D. $S = \frac{63}{4}$.

Câu 178. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox của hình giới hạn bởi đường thẳng $y = 1 - x^2$ và Ox .

- A. $\frac{16}{15}$.
B. $\frac{16\pi}{15}$.
C. $\frac{4}{3}$.
D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 179. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường cong $y = x^2 - 2x$ và $y = 2x^2 - x - 2$ là

- A. $\frac{9}{2}$.
B. 9.
C. 5.
D. 4.

Câu 180. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-1)e^{2x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 2$.

- A. $\frac{e^4}{4} - \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}$.
B. $\frac{e^4}{4} - \frac{e^2}{2} + \frac{3}{4}$.
C. $\frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} + \frac{3}{4}$.
D. $\frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}$.

Câu 181. Một khối cầu có bán kính 5 dm, người ta cắt bỏ 2 phần bằng 2 mặt phẳng song song và vuông góc với bán kính, hai mặt phẳng đó đều cách tâm của khối cầu 3 dm để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích nước mà chiếc lu chứa được (coi độ dày của bề mặt không đáng kể).

- A. $132\pi \text{ dm}^3$.
B. $41\pi \text{ dm}^3$.
C. $\frac{100}{3}\pi \text{ dm}^3$.
D. $43\pi \text{ dm}^3$.

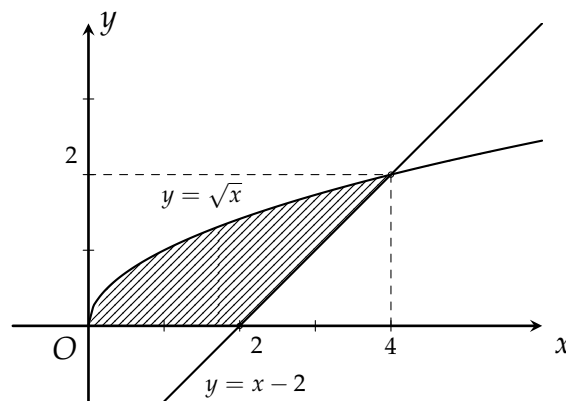
Câu 182. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3}x - 2}{x + 3} = a$ là một số thực. Khi đó giá trị của a^2 bằng

- A. 9.
B. 3.
C. 4.
D. 1.

Câu 183.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Quay (H) xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành.

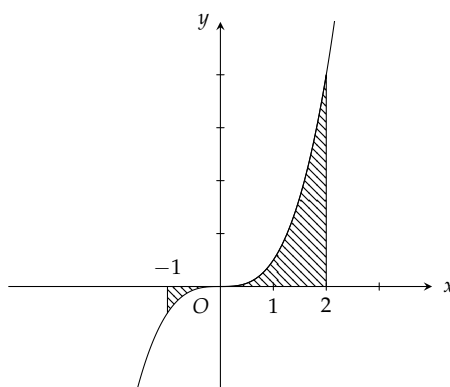
- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. $\frac{16\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{3}$.



Câu 184. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$. B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$.
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$. D. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$.

Câu 185. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên dưới). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $S = b - a$. B. $S = b + a$. C. $S = -b + a$. D. $S = -b - a$.

Câu 186. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$ là $V = \pi(a + be)$. Tính $a + b$.

- A. 3. B. -1. C. 0. D. 2.

Câu 187. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

- A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{16\pi}{15}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 188. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2x$.

- A. $S = \frac{5}{3}$ (đvdt). B. $S = \frac{14}{3}$ (đvdt). C. $S = \frac{20}{3}$ (đvdt). D. $S = \frac{4}{3}$ (đvdt).

Câu 189. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) : $y = x^2 - 4x + 5$ và các tiếp tuyến với (P) tại $A(1;2)$ và $B(4;5)$.

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{9}{8}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 190. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{32\pi}{15}$. B. $\frac{64\pi}{15}$. C. $\frac{21\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 191. Gọi M là hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0, x = 1, y = 0, y = 5x^4 + 3x^2 + 3$. Diện tích hình M bằng

- A. 5. B. 10. C. 6. D. 12.

Câu 192. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2$ và $y = |x - 2|$ bằng

- A. $\frac{13}{2}$. B. $\frac{21}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

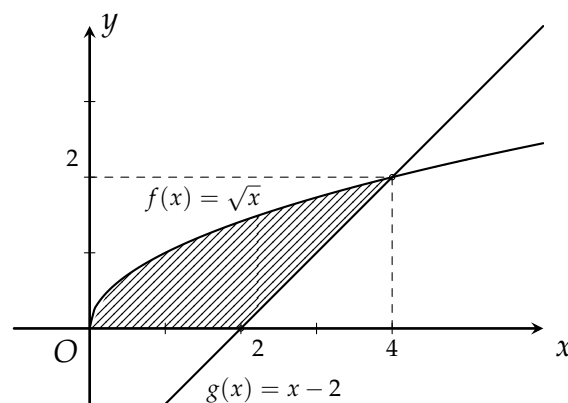
Câu 193. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng

- A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1$. B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1$. C. $3 \ln \frac{3}{2} - 1$. D. $3 \ln \frac{5}{2} - 1$.

Câu 194.

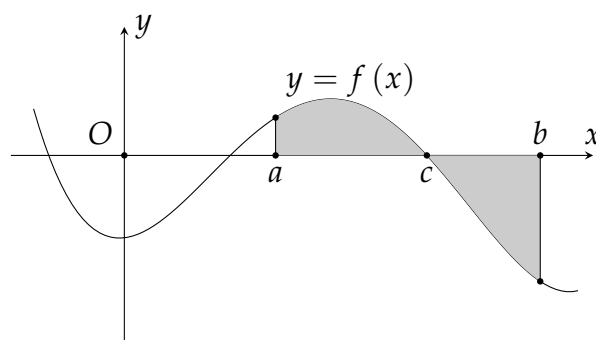
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}, y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.



Câu 195.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0, x = a, x = b$ (phần tô đậm như ở hình bên). Mệnh đề nào sau đây sai?



- A. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$.
 B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.
 C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.
 D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 196. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x = e$.

Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $S = \frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{\pi}{3}$. C. $S = \frac{\pi}{6}$. D. $S = \pi$.

Câu 197. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x) \geq g(x), \forall x \in [a; b]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx.$

C. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] \, dx.$

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x) - g(x) \, dx \right|.$

Câu 198. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành.

A. $\frac{11}{6}.$

B. $\frac{61}{3}.$

C. $\frac{343}{162}.$

D. $\frac{39}{2}.$

Câu 199.

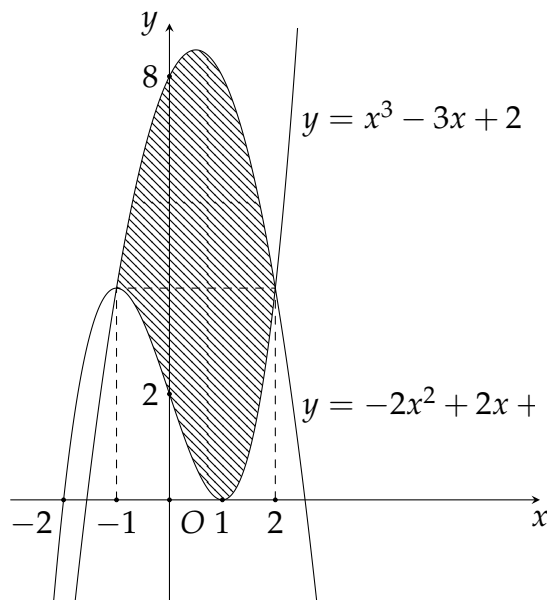
Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) \, dx.$

B. $S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 10) \, dx.$

C. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) \, dx.$

D. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - x - 10) \, dx.$



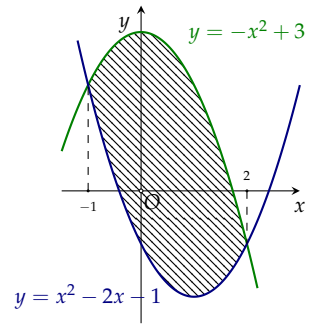
ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. C	3. A	4. D	5. A	6. C	7. B	8. D	9. B	10. A
11. D	12. D	13. A	14. C	15. B	16. B	17. C	18. A	19. B	20. A
21. C	22. B	23. A	24. A	25. A	26. A	27. C	28. C	29. D	30. C
31. C	32. B	33. D	34. D	35. C	36. D	37. C	38. D	39. A	40. A
41. C	42. B	43. C	44. A	45. C	46. B	47. A	48. A	49. A	50. C
51. C	52. B	53. A	54. D	55. D	56. A	57. D	58. A	59. B	60. C
61. A	62. D	63. B	64. C	65. B	66. D	67. D	68. C	69. D	70. B
71. D	72. B	73. A	74. D	75. B	76. D	77. B	78. D	79. C	80. C
81. A	82. B	83. D	84. A	85. B	86. A	87. B	88. A	89. D	90. D
91. B	92. A	93. B	94. C	95. C	96. D	97. D	98. A	99. B	100. D
101. A	102. A	103. A	104. A	105. C	106. A	107. C	108. B	109. A	110. A
111. A	112. C	113. C	114. A	115. B	116. B	117. A	118. A	119. D	120. A
121. C	122. D	123. A	124. B	125. B	126. D	127. C	128. D	129. B	130. C
131. D	132. B	133. B	134. C	135. B	136. C	137. A	138. D	139. A	140. B
141. B	142. A	143. A	144. C	145. C	146. D	147. B	148. D	149. B	150. A
151. A	152. B	153. D	154. B	155. B	156. A	157. C	158. C	159. A	160. D
161. B	162. A	163. B	164. A	165. C	166. A	167. C	168. A	169. B	170. B
171. C	172. D	173. A	174. C	175. A	176. A	177. A	178. B	179. A	180. D
181. A	182. B	183. B	184. C	185. A	186. B	187. C	188. D	189. A	190. B
191. A	192. C	193. C	194. A	195. D	196. B	197. C	198. A	199. A	

C. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP

Câu 1.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

Câu 2. Gọi d là đường thẳng tùy ý đi qua điểm $M(1;1)$ và có hệ số góc âm. Giả sử d cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A , B . Quay tam giác OAB quanh trục Oy thu được một khối tròn xoay có thể tích là V . Giá trị nhỏ nhất của V bằng

A. $3\pi.$

B. $\frac{9\pi}{4}.$

C. $2\pi.$

D. $\frac{5\pi}{2}.$

Câu 3. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi Elip $(E) : \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ quay quanh trục Ox .

A. $\frac{64\pi}{9}.$

B. $\frac{10\pi}{3}.$

C. $\frac{8\pi}{3}.$

D. $\frac{8\pi^2}{3}.$

Câu 4. Một bình cắm hoa dạng khối tròn xoay, biết đáy bình và miệng bình có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Mặt xung quanh của bình là một phần của mặt tròn xoay có đường sinh là đồ thị hàm số $y = \sqrt{x-1}$. Tính thể tích bình cắm hoa đó.

A. $8\pi \text{ dm}^2.$

B. $\frac{15\pi}{2} \text{ dm}^2.$

C. $\frac{14\pi}{3} \text{ dm}^3.$

D. $\frac{15\pi}{2} \text{ dm}^3.$

Câu 5. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành.

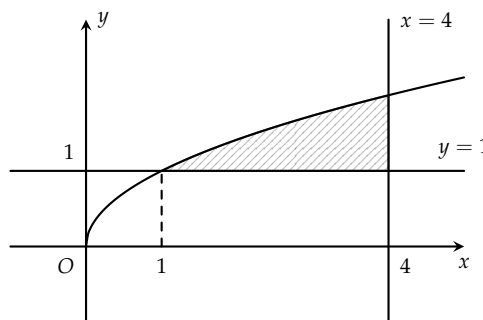
A. $\frac{31\pi}{3}.$

B. $\frac{32\pi}{3}.$

C. $\frac{34\pi}{3}.$

D. $\frac{35\pi}{3}.$

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số sau $y = \sqrt{x}, y = 1$ đường thẳng $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh đường thẳng $y = 1$ bằng



A. $\frac{9}{2}\pi.$

B. $\frac{119}{6}\pi.$

C. $\frac{7}{6}\pi.$

D. $\frac{21}{2}\pi.$

Câu 7. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 < x < 4$) thì được thiết diện là nửa hình tròn có bán kính $R = x\sqrt{4-x}$.

A. $V = \frac{64}{3}.$

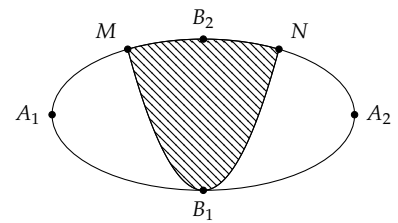
B. $V = \frac{32}{3}.$

C. $V = \frac{64\pi}{3}.$

D. $V = \frac{32\pi}{3}.$

Câu 8.

Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Người ta chia elip bởi Parabol có đỉnh B_1 , trục đối xứng B_1B_2 và đi qua các điểm M, N . Sau đó sơn phần tô đậm với giá 200.000 đồng/m² và trang trí đèn led phần còn lại với giá 500.000 đồng/m². Hỏi kinh phí sử dụng gần nhất với giá trị nào dưới đây? Biết rằng $A_1A_2 = 4m, B_1B_2 = 2m, MN = 2m$.



- A. 2.431.000 đồng. B. 2.057.000 đồng. C. 2.760.000 đồng. D. 1.664.000 đồng.

Câu 9. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi hai đường $y = 2(x^2 - 1); y = 1 - x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do D quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{64\pi}{15}$. B. $\frac{32}{15}$. C. $\frac{32\pi}{15}$. D. $\frac{64}{15}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) . Xét các điểm A, B thuộc (P) sao cho tiếp tuyến tại A và B của (P) vuông góc với nhau, diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB bằng $\frac{9}{4}$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B . Giá trị của $(x_1 + x_2)^2$ bằng

- A. 7. B. 5. C. 13. D. 11.

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 6, AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quay quanh cạnh AB là

- A. 86π . B. 106π . C. 96π . D. 98π .

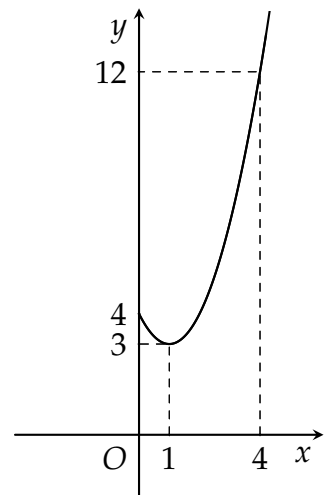
Câu 12. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

- A. $V = \frac{16}{15}\pi$. B. $V = \frac{16}{15}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 13.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;3)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

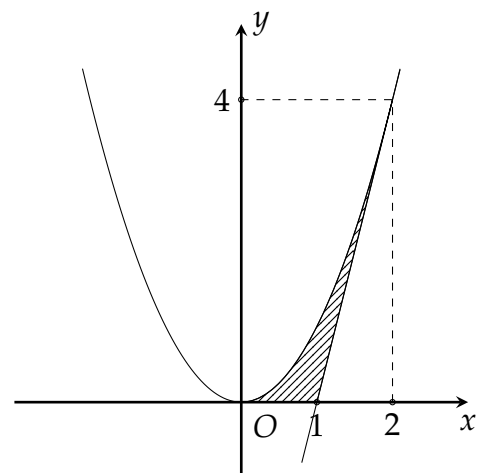
- A. $s = \frac{50}{3}$ (km). B. $s = 10$ (km). C. $s = 20$ (km). D. $s = \frac{64}{3}$ (km).



Câu 14.

Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một parabol và một đường thẳng tiếp xúc với parabol đó tại điểm $A(2;4)$ như hình vẽ bên dưới. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{22\pi}{5}$.



Câu 15. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều và sau đúng 4 giây thì ô tô bắt đầu dừng hẳn. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 20. B. 50. C. 40. D. 30.

Câu 16. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 8$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 8$) chia hình (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 . Tìm k để $S_1 = S_2$.

- A. $k = \ln \frac{9}{2}$. B. $k = \ln 4$. C. $k = \frac{2}{3} \ln 4$. D. $k = \ln 5$.

Câu 17. Biết rằng

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\cos x)^2 - 5 \cos x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b,$$

trong đó a, b, c là các số hữu tỉ và $c > 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 3$. C. $S = 0$. D. $S = 4$.

Câu 18. Cho phần vật thể $(\mathfrak{S})$ giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt phần vật thể $(\mathfrak{S})$ bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể $(\mathfrak{S})$.

- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $V = 4\sqrt{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 19. Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = x$ và $y = 2$ có diện tích là $S = a + b\pi$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > 1$ và $b > 1$. B. $a + b < 1$. C. $a + 2b = 3$. D. $a^2 + 4b^2 \geq 5$.

Câu 20. Tính thể tích V của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$ quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{9\pi}{10}$. B. $V = \frac{3\pi}{10}$. C. $V = \frac{\pi}{10}$. D. $V = \frac{7\pi}{10}$.

Câu 21. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 3$ và trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D quanh trục hoành là

- A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{16\pi}{15}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

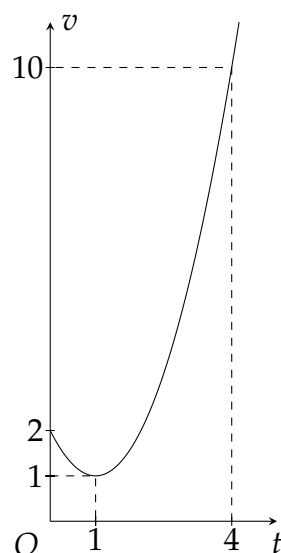
Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

- A. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. B. $H(1;1;1)$. C. $H\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $H(0;0;0)$.

Câu 23.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

- A. $s = 6$ km. B. $s = 8$ km. C. $s = \frac{46}{3}$ km. D. $s = \frac{40}{3}$ km.



Câu 24. Cho hình D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$. Khi đó diện tích của hình D là

- A. $\frac{13}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{7\pi}{3}$. D. $\frac{13\pi}{3}$.

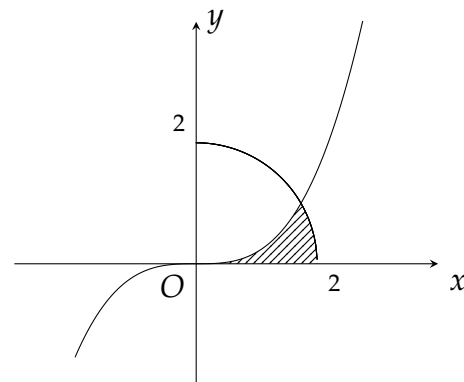
Câu 25. Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AB .

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 26.

Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$, trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $P = a + b + c + d$.

- A. $P = 52$. B. $P = 40$. C. $P = 46$. D. $P = 34$.



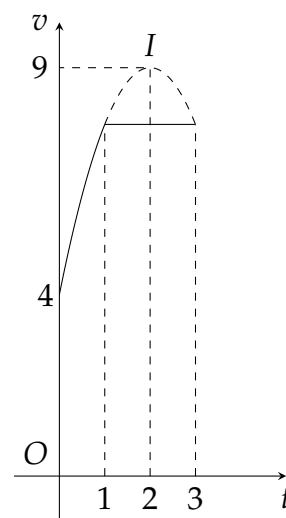
Câu 27. Diện tích nhỏ nhất giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. 1. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 28.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song với trục hoành. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $S = 15,50$ (km). B. $S = 21,58$ (km).
C. $S = 23,25$ (km). D. $S = 13,83$ (km).



Câu 29. Một mảnh vườn hình elip có trục lớn bằng 100 m, trục nhỏ bằng 80 m được chia thành 2 phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây con và phần lớn hơn trồng rau. Biết lợi nhuận thu được là 2000 mỗi m^2 trồng cây con và 4000 mỗi m^2 trồng rau. Hỏi thu nhập từ cả mảnh vườn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 31904000. B. 23991000. C. 10566000. D. 17635000.

Câu 30. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = e^x$, trục tung và đường thẳng $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_0^1 |e^x - 1| dx$. B. $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$. C. $S = \int_0^1 (x - e^x) dx$. D. $S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx$.

Câu 31. Một chuyến máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ m/s với t là thời gian được tính bằng giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 m/s thì nó rời đường băng. Tính quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng.

A. $\frac{2500}{3}$ m.

B. 2000 m.

C. 500 m.

D. $\frac{4000}{3}$ m.

Câu 32.

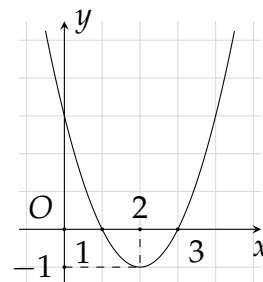
Cho parabol (P) có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục hoành.

A. 4.

B. 2.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.



Câu 33. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{y}$, $y = -x + 2$, $x = 0$ quay quanh trục Ox có giá trị là kết quả nào sau đây?

A. $V = \frac{1}{3}\pi$.

B. $V = \frac{3}{2}\pi$.

C. $V = \frac{32}{15}\pi$.

D. $V = \frac{11}{6}\pi$.

Câu 34.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và các biểu thức E, F, G ,

$$H \text{ xác định bởi } E = \int_0^3 f(x) dx, F = \int_3^5 f(x) dx, G = \int_2^4 f(x) dx,$$

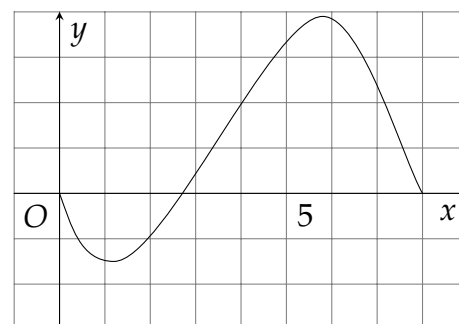
$H = f'(1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F < E < G < H$.

B. $H < E < F < G$.

C. $E < H < G < F$.

D. $G < H < E < F$.

**Câu 35.**

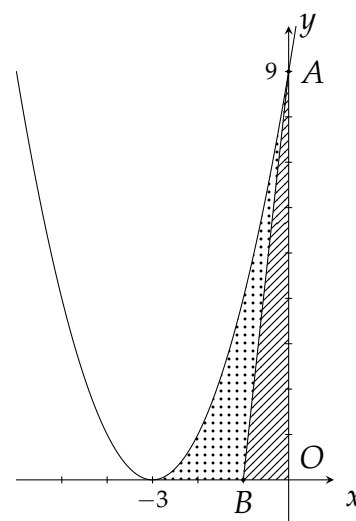
Xét hình phẳng $(\mathcal{H})$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x + 3)^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 0$. Gọi $A(0; 9)$, $B(b; 0)$ ($-3 < b < 0$). Tính giá trị của tham số b để đoạn thẳng AB chia $(\mathcal{H})$ thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $b = -\frac{1}{2}$.

B. $b = -2$.

C. $b = -\frac{3}{2}$.

D. $b = -1$.



Câu 36. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $S = 96,25$ (m).

B. $S = 87,5$ (m).

C. $S = 94$ (m).

D. $S = 95,7$ (m).

Câu 37. Gọi (H) là hình được giới hạn bởi nhánh của parabol $y = 2x^2$, $x \geq 0$, đường thẳng $y = -x + 3$ và trục hoành. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng (H) khi quay trục Ox .

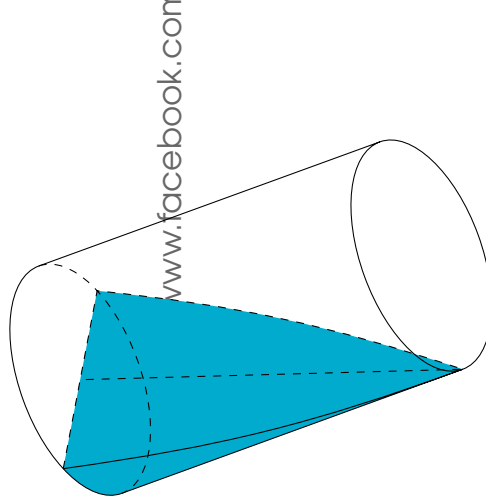
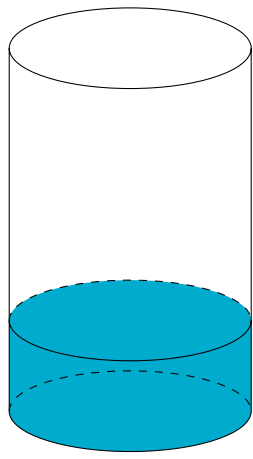
A. $V = \frac{52\pi}{15}$.

B. $V = \frac{17\pi}{5}$.

C. $V = \frac{51\pi}{17}$.

D. $V = \frac{53\pi}{17}$.

Câu 38. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



A. 240 cm^3 .

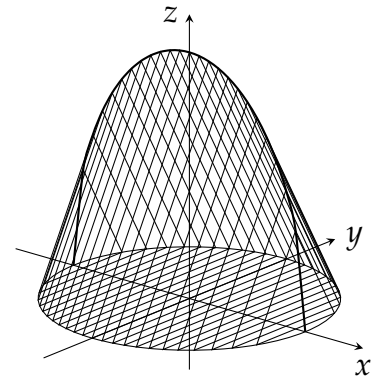
B. $240\pi \text{ cm}^3$.

C. 120 cm^3 .

D. $120\pi \text{ cm}^3$.

Câu 39.

Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích V của vật thể đó.



A. $V = \sqrt{3}$.

B. $V = 3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \pi$.

Câu 40. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V = 3$.

B. $V = 3\pi$.

C. $V = 2\pi\sqrt{3}$.

D. $V = 2\sqrt{3}$.

Câu 41.

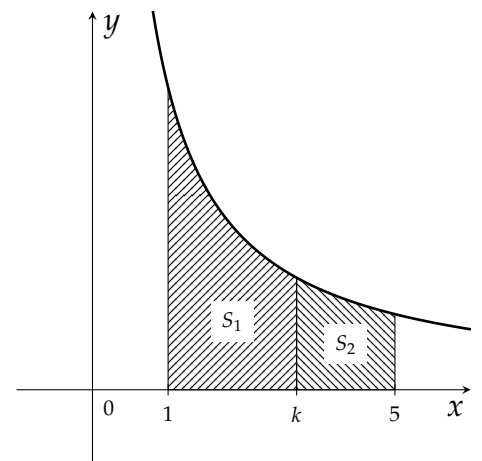
Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$. Đường thẳng $x = k$, $1 < k < 5$ chia (H) thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 (hình vẽ bên). Giá trị k để $S_1 = 2S_2$ là

A. $k = 5$.

B. $k = \ln 5$.

C. $k = \sqrt[3]{5}$.

D. $k = \sqrt[3]{25}$.



Câu 42. Thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$, $x = 2$ và có thiết diện tại x ($1 < x < 2$) là hình chữ nhật có cạnh là 2 và $\sqrt{2x+1}$ và được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \pi \int_1^2 (8x + 4) dx$.

B. $V = \pi \int_1^2 2\sqrt{2x+1} dx$.

C. $V = \int_1^2 (8x + 4) dx.$

D. $V = \int_1^2 2\sqrt{2x+1} dx.$

Câu 43. Cho hình phẳng D giới hạn bởi Parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành

A. $V = \frac{4\pi}{3}.$

B. $V = \frac{16\pi}{15}.$

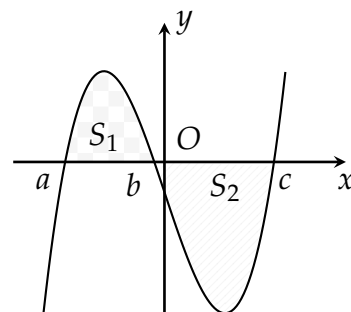
C. $V = \frac{8\pi}{5}.$

D. $V = \frac{12\pi}{5}.$

Câu 44.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị (C) cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là a, b, c ($a < b < c$). Biết phần hình phẳng nằm phía trên trục Ox giới hạn bởi đồ thị (C) và trục Ox có diện tích là $S_1 = \frac{7}{10}$, phần hình phẳng nằm phía dưới trục Ox giới hạn bởi đồ thị (C) và trục

Ox có diện tích là $S_2 = 2$ (như hình vẽ). Tính $I = \int_a^c f(x) dx.$



A. $I = -\frac{13}{10}.$

B. $I = \frac{13}{10}.$

C. $I = \frac{27}{10}.$

D. $I = -\frac{27}{10}.$

Câu 45. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chương ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s²). Tính quãng đường s (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $s = 168$ m.

B. $s = 166$ m.

C. $s = 144$ m.

D. $s = 152$ m.

Câu 46. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = |x|$ và $y = x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{6}.$

B. $\frac{\pi}{3}.$

C. $\frac{2\pi}{15}.$

D. $\frac{4\pi}{15}.$

Câu 47. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x - 1|$ và nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}.$

B. $\frac{\pi - 1}{2}.$

C. $\frac{\pi}{2} - 1.$

D. $\frac{\pi}{4} - 1.$

Câu 48. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = |x|$ và $y = x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{6}.$

B. $\frac{\pi}{3}.$

C. $\frac{2\pi}{15}.$

D. $\frac{4\pi}{15}.$

Câu 49.

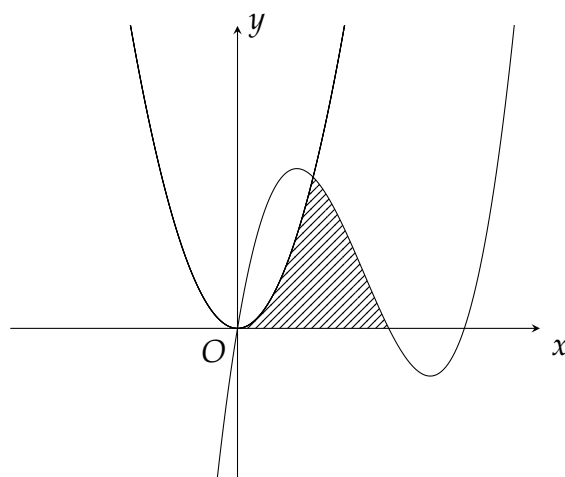
Cho $(\mathcal{H})$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 5x^2 + 6x$, $y = 2x^2$, trục Ox (phần gạch sọc). Tính diện tích hình phẳng $(\mathcal{H})$.

A. $\frac{4}{3}.$

B. $\frac{7}{4}.$

C. $\frac{11}{12}.$

D. $\frac{8}{3}.$



Câu 50. Một ô-tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chương ngại vật và phanh gấp, ô-tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với

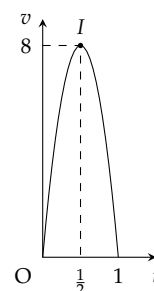
gia tốc $a = -70 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường $S \text{ (m)}$ đi được của ô-tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 87,50 \text{ (m)}$. B. $S = 94,00 \text{ (m)}$. C. $S = 95,70 \text{ (m)}$. D. $S = 96,25 \text{ (m)}$.

Câu 51.

Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc $v \text{ (km/h)}$ phụ thuộc thời gian $t \text{ (h)}$ có đồ thị làm một phần của đường parabol với đỉnh $I \left(\frac{1}{2}; 8 \right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.

- A. $S = 5,3 \text{ km}$. B. $S = 4,5 \text{ km}$. C. $S = 4 \text{ km}$. D. $S = 2,3 \text{ km}$.



Câu 52. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{28\pi}{5}$. B. $V = \frac{12\pi}{5}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{36\pi}{35}$.

Câu 53. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = k$ ($k > 1$). Ký hiệu V_k là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox . Biết rằng $V_k = \pi$, hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

- A. $4 < k < 5$. B. $1 < k < 2$. C. $2 < k < 3$. D. $3 < k < 4$.

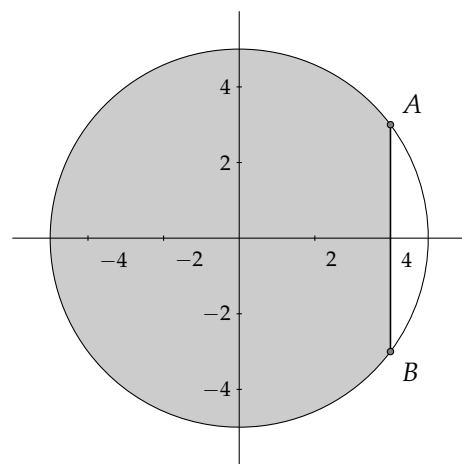
Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với $A(-2;3)$, $B(3;6)$, $C(3;0)$, $D(-2;0)$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng bao nhiêu?

- A. 72π . B. 74π . C. 76π . D. 105π .

Câu 55.

Một người có mảnh đất hình tròn có bán kính 5 m. Người này tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên, cần có khoảng trống để dựng chòi và đồ dùng nên người này căng sợi dây 6 m vào hai đầu mút dây nằm trên đường tròn xung quanh mảnh đất. Hỏi người này thu hoạch được bao nhiêu tiền? (Tính theo đơn vị nghìn đồng và bỏ số thập phân).

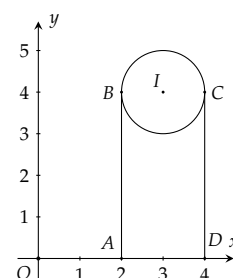
- A. 3722. B. 7445. C. 7446. D. 3723.



Câu 56.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn (C) quanh trục hoành.

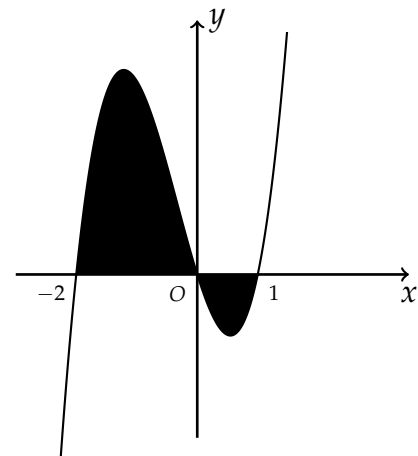
- A. $5\pi^2$. B. $9\pi^2$. C. $8\pi^2$. D. $6\pi^2$.



Câu 57.

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là

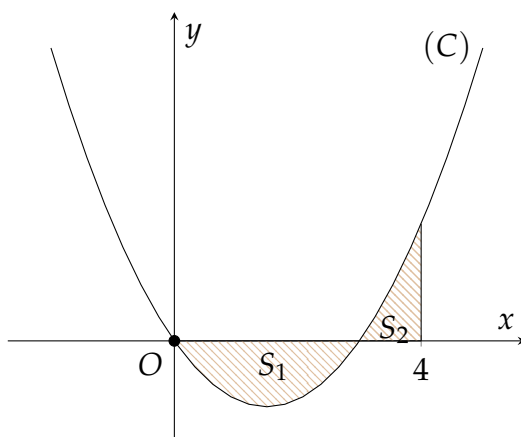
- A. $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$. B. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.
C. $\int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$. D. $\left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right|$.



Câu 58. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = m (m > 1)$ bằng $\frac{20}{3}$. Giá trị của m bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. 2. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.

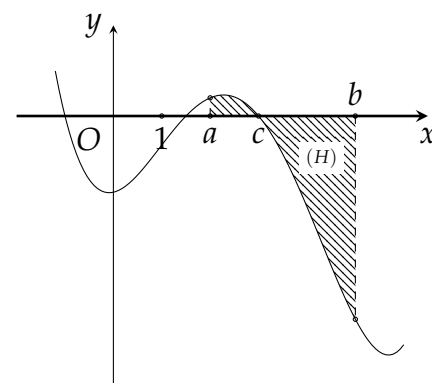
Câu 59. Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C). Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là



- A. $m = 3$. B. $m = \frac{10}{3}$. C. $m = 2$. D. $m = \frac{8}{3}$.

Câu 60.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0, x = a, x = b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
B. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.
D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.

Câu 61. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 1)^3(x - 2)$ và trục hoành. Tính diện tích S của hình phẳng (H).

- A. $S = 0,05$. B. $S = -\frac{1}{20}$. C. $S = -\frac{1}{5}$. D. $S = 0,5$.

Câu 62. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x} \cos \frac{x}{2}$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

- A. $V = \frac{\pi}{6}(3\pi^2 + 4\pi - 8)$. B. $V = \frac{\pi}{16}(3\pi^2 - 4\pi - 8)$.
C. $V = \frac{\pi}{8}(3\pi^2 + 4\pi - 8)$. D. $V = \frac{1}{16}(3\pi^2 - 4\pi - 8)$.

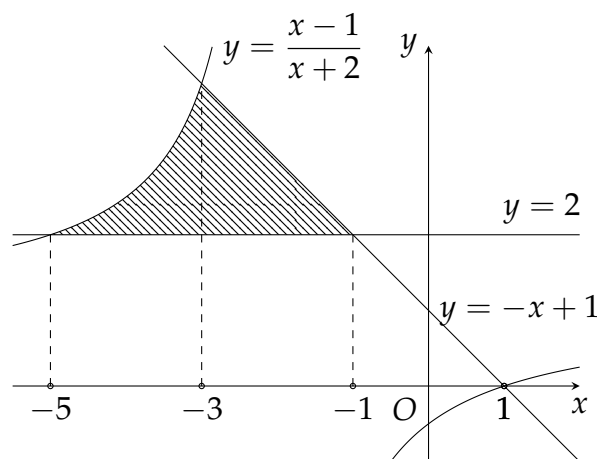
Câu 63. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = mx$ với $m \neq 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để diện tích hình phẳng (H) là số nhỏ hơn 20?

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

Câu 64.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y = 2$, $y = -x + 1$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình phẳng (H).

- A. $S = 8 + 3 \ln 3$. B. $S = 8 - 3 \ln 3$.
C. $S = 3 \ln 3$. D. $S = -4 + 3 \ln 3$.



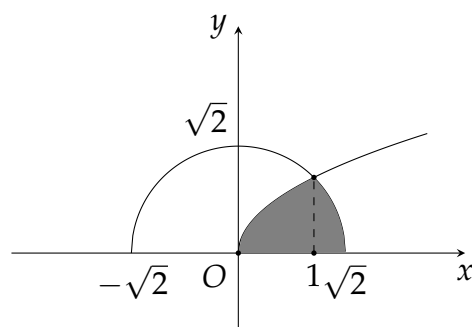
Câu 65. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

- A. $V = \frac{9\pi}{70}$. B. $V = \frac{3}{10}$. C. $V = \frac{9}{70}$. D. $V = \frac{3\pi}{10}$.

Câu 66.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong có phương trình $y = \sqrt{x}$, nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2-x^2}$ (với $0 \leq x \leq \sqrt{2}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{3\pi+2}{12}$. B. $\frac{4\pi+2}{12}$. C. $\frac{3\pi+1}{12}$. D. $\frac{4\pi+1}{6}$.



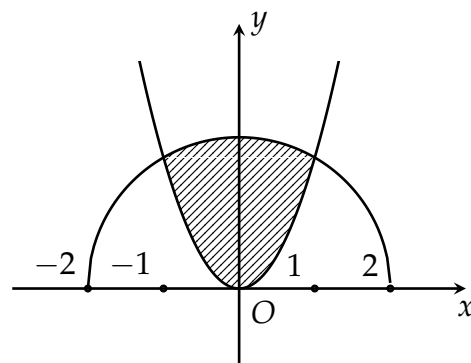
Câu 67. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|$ và $y = x^2 - 2$.

- A. $S = \frac{20}{3}$. B. $S = \frac{11}{2}$. C. $S = 3$. D. $S = \frac{13}{3}$.

Câu 68.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ với $-2 \leq x \leq 2$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

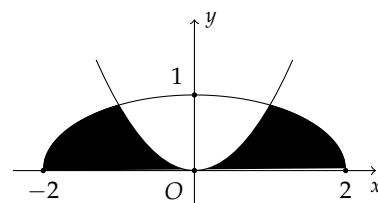
- A. $\frac{2\pi + 5\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi + 5\sqrt{3}}{3}$.
C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{3}$.



Câu 69.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}$ (với $-2 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 9$. B. $P = 12$. C. $P = 15$. D. $P = 17$.



Câu 70. Một ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

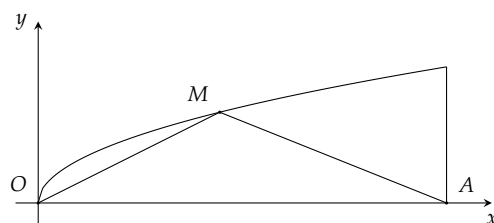
- A. 150 m. B. 250 m. C. 246 m. D. 540 m.

Câu 71. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{4}{3}\pi$. C. $V = \frac{16}{15}\pi$. D. $V = \frac{16}{15}$.

Câu 72.

Cho đồ thị $(C) : y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9$, Ox . Cho điểm M thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh Ox . Biết $V_1 = 2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi (C) , OM (hình vẽ không thể hiện chính xác điểm M).

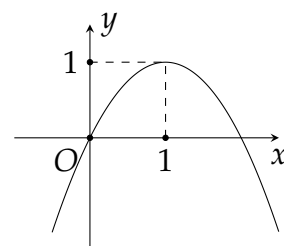


- A. $S = 3$. B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$. C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{4}{3}$.

Câu 73.

Cho hàm bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox quanh trục Ox .

- A. $\frac{4\pi}{3}$. B. $\frac{4\pi}{5}$. C. $\frac{16\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{5}$.



Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho khối cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$, mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z + 5 = 0$ cắt khối cầu (S) thành 2 phần. Tính thể tích của phần không chứa tâm của mặt cầu (S) .

- A. $\frac{25\pi}{3}$. B. $\frac{25\pi}{6}$. C. $\frac{14\pi}{3}$. D. $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 75. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 - x$; $y = 3x$ bằng

- A. 0. B. 8. C. 16. D. 24.

Câu 76. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với $A(-1;2)$, $B(5;5)$, $C(5;0)$, $D(-1;0)$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng bao nhiêu?

- A. 78. B. 18π . C. 78π . D. 74π .

Câu 77. Cho hình phẳng (S) được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $(P_1): y = x^2$, $(P_2): y = \frac{x^2}{4}$, $(H_1): y = \frac{2}{x}$, $(H_2): y = \frac{8}{x}$. Diện tích hình phẳng (S) bằng

- A. $8 \ln 2$. B. $12 \ln 2$. C. $6 \ln 2$. D. $4 \ln 2$.

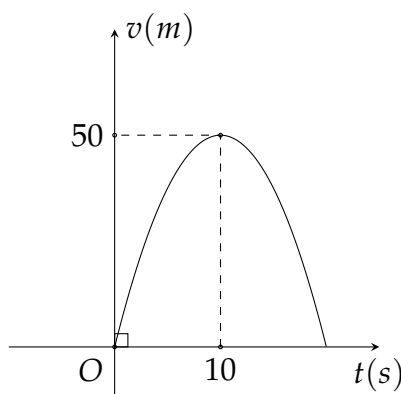
Câu 78. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 - 2x + 2$, tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(3;5)$ và trục Oy bằng

- A. 9. B. 27. C. 12. D. 4.

Câu 79. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = -x$ và $x = 4$. Quay hình phẳng (S) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{43\pi}{2}$. B. $\frac{38\pi}{3}$. C. $\frac{40\pi}{3}$. D. $\frac{41\pi}{3}$.

Câu 80. Một vật chuyển động vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol có hình bên dưới.



Biết rằng sau 10 s thì vật đó đạt đến vận tốc cao nhất 50 m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì vật đó đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?

- A. $\frac{1000}{3}$ m. B. $\frac{1100}{3}$ m. C. $\frac{1400}{3}$ m. D. 300 m.

Câu 81. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$.

- A. $\frac{11}{3}$. B. $\frac{13}{3}$. C. 3. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 82. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{34\pi}{3}$. B. $\frac{31\pi}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{35\pi}{3}$.

Câu 83. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 3$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $-\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 84. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{2x+3}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.

- A. $S = 2 \ln 7$. B. $S = \frac{1}{2} \ln 7$. C. $S = \frac{\pi}{6} \ln 7$. D. $S = \frac{\sqrt{2}}{3} \ln 7$.

Câu 85. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng

A. $\frac{64\pi}{15}$.

B. $\frac{32\pi}{15}$.

C. $\frac{16\pi}{15}$.

D. $\frac{21\pi}{15}$.

Câu 86. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 3$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = 4$.

A. 4.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 87. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$.

A. $\frac{\pi}{5}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{3\pi}{10}$.

Câu 88. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị của các hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ và trục tung. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh Ox .

A. $V = \frac{5}{6}$.

B. $V = \frac{11}{6}\pi$.

C. $V = \frac{11}{6}$.

D. $V = \frac{5}{6}\pi$.

Câu 89. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = -x^2 - 2x$.

A. $S = 9$.

B. $S = -99$.

C. $S = 3$.

D. $S = 9\pi$.

Câu 90. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V = 2\sqrt{3}$.

B. $V = 2\sqrt{3}\pi$.

C. $V = \frac{3}{2}\pi$.

D. $V = \frac{3}{2}\pi^2$.

Câu 91.

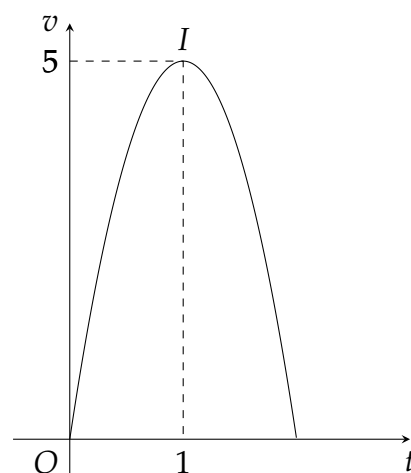
Một người chạy bộ trong 2 giờ, với vận tốc $v = v(t)$ (t tính theo giờ, v tính theo km/h). Biết rằng đồ thị của $v = v(t)$ là một parabol có trục đối xứng song song với trục tung và có đỉnh là điểm $I(1;5)$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính quãng đường người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút đầu tiên kể từ lúc chạy (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 2,11 km.

B. 6,67 km.

C. 5,63 km.

D. 3,33 km.



Câu 92. Một vật bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 (m/s), sau 6 giây chuyển động thì phát hiện có chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a$ (m/s) cho đến lúc dừng hẳn. Tìm v_0 , biết trong toàn bộ quá trình, vật di chuyển được 80 m.

A. $v_0 = 10$ m/s.

B. $v_0 = 5$ m/s.

C. $v_0 = 12$ m/s.

D. $v_0 = 8$ m/s.

Câu 93. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2$ và tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 .

A. $S = \frac{5}{4}$.

B. $S = \frac{81}{4}$.

C. $S = 108$.

D. $S = \frac{43}{2}$.

Câu 94. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \pi(e - 2)$.

B. $V = e - 2$.

C. $V = \frac{9\pi}{4}$.

D. $V = \pi^2 e$.

Câu 95. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ xung quanh trục Ox là

A. $V = 2\pi$.

B. $V = 2\pi^2$.

C. $V = \frac{\pi}{2}$.

D. $V = \frac{\pi^2}{2}$.

Câu 96. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 1$, đường thẳng $x = 2$, trục tung và trục hoành là

- A. $S = \frac{9}{2}$. B. $S = 4$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{7}{2}$.

Câu 97. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$ là

- A. $S = \frac{9}{4}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = \frac{7}{3}$. D. $S = \frac{37}{12}$.

Câu 98. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 4$ là

- A. $S = 22$. B. $S = 36$. C. $S = 44$. D. $S = 8$.

Câu 99. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 1$, $y = 0$ và $x = 4$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- A. $V = \frac{2\pi}{3}$. B. $V = \frac{7\pi}{6}$. C. $V = \frac{5\pi}{6}$. D. $V = \frac{7}{6}$.

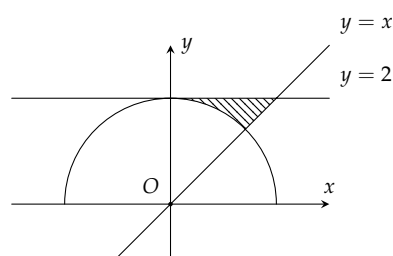
Câu 100. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $S = 2 \int_0^1 |1 - x^2| dx$. B. $S = 2 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$.
C. $S = 2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx$. D. $S = 2 \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx$.

Câu 101.

Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = 2$, $y = x$ có diện tích là $S = a + b \cdot \pi$ (tham khảo hình vẽ bên). Kết quả nào sau đây là đúng?

- A. $a + b < 1$. B. $a + 2b = 3$.
C. $a^2 + 4b^2 \geq 5$. D. $a > 1, b > 1$.



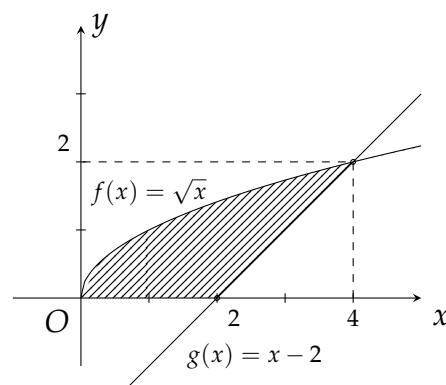
Câu 102. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x(2017 + \sqrt{2019 - x^2})$ trên tập xác định của nó. Tính $M - m$.

- A. $\sqrt{2019} + \sqrt{2017}$. B. $2019\sqrt{2019} + 2017\sqrt{2017}$.
C. 4036. D. $4036\sqrt{2018}$.

Câu 103.

Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau.

- A. $S = \frac{8}{3}$. B. $S = \frac{11}{3}$. C. $S = \frac{10}{3}$. D. $S = \frac{7}{3}$.



Câu 104. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là phân số tối giản. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 66. B. 33. C. 67. D. 62.

Câu 105. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $x = y^2$ và đường thẳng $x = a$ với $a > 0$. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của vật thể trong xoay được sinh ra khi quay hình (H) quanh

trục hoành và trục tung. Kí hiệu ΔV là giá trị lớn nhất của $V_1 - \frac{V_2}{8}$ đạt được khi $a = a_0 > 0$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $5\Delta V = 2\pi a_0$.

B. $5\Delta V = 4\pi a_0$.

C. $4\Delta V = 5\pi a_0$.

D. $2\Delta V = 5\pi a_0$.

Câu 106.

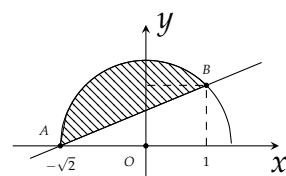
Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn $y = \sqrt{2 - x^2}$, đường thẳng AB biết $A(-\sqrt{2}; 0)$, $B(1; 1)$ (phần tô đậm như hình vẽ).

A. $\frac{\pi + \sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{3\pi + 2\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{\pi - 2\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{3\pi - 2\sqrt{2}}{4}$.



Câu 107.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ với

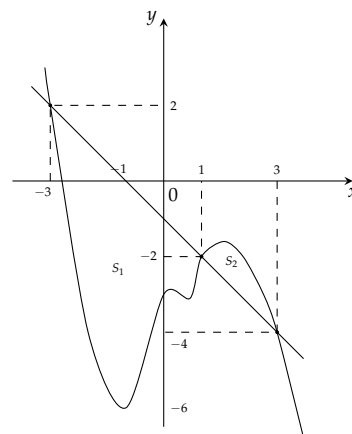
đường thẳng $y = -x - 1$ lần lượt là M, m . Tính tích phân $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

A. $6 + m - M$.

B. $6 - m - M$.

C. $M - m + 6$.

D. $m - M - 6$.



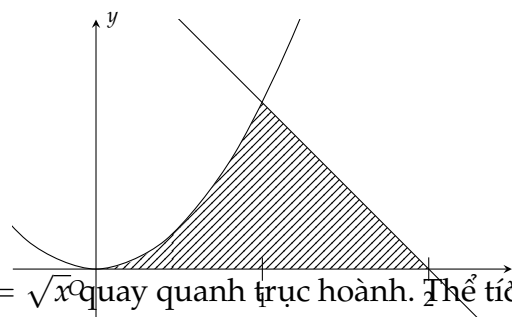
Câu 108. Tính diện tích hình phẳng tạo thành bởi parabol $y = x^2$, đường thẳng $y = -x + 2$ và trục hoành trên đoạn $[0; 2]$ (phần gạch sọc trong hình vẽ).

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{6}{7}$.



Câu 109. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$ và $y = \sqrt{x}$ quay quanh trục hoành. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $V = \frac{\pi}{6}$.

B. $V = \frac{\pi}{2}$.

C. $V = \pi$.

D. $V = 0$.

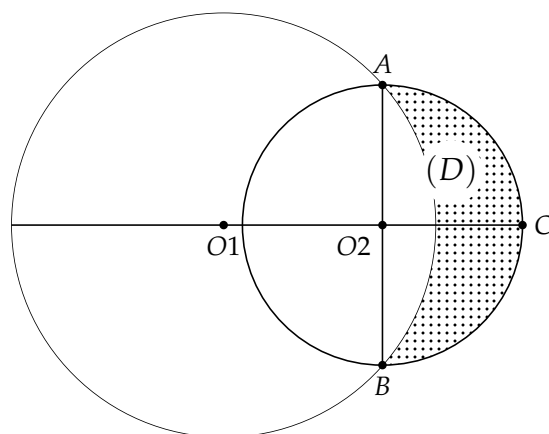
Câu 110. Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = 36\pi$.

B. $V = \frac{68\pi}{3}$.

C. $V = \frac{14\pi}{3}$.

D. $V = \frac{40\pi}{3}$.



Câu 111. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của 2 hàm số $y = |x^2 - 4|$ và $y = \frac{x^2}{2} + 4$ là

A. $S = \frac{32}{3}$.

B. $S = 16$.

C. $S = \frac{64}{3}$.

D. $S = 8$.

Câu 112. Một vật chuyển động thẳng có vận tốc và gia tốc tại thời điểm t lần lượt là $v(t)$ m/s và $a(t)$ m/s². Biết rằng 1 giây sau khi chuyển động, vận tốc của vật là 1 m/s đồng thời $a(t) + v^2(t) \cdot (2t - 1) = 0$. Tính vận tốc của vật sau 3 giây.

A. $v(3) = \frac{1}{13} \text{ m/s.}$

B. $v(3) = \frac{1}{7} \text{ m/s.}$

C. $v(3) = \frac{1}{12} \text{ m/s.}$

D. $v(3) = \frac{1}{6} \text{ m/s.}$

Câu 113. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m$ có đồ thị (C). Biết $m = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $(a; b) = 1$ và $m \in \left(0; \frac{5}{6}\right)$ sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và các đường thẳng $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ có diện tích bằng 4. Tính $P = 2a^2 + b^2$.

A. 18.

B. 8.

C. 6.

D. 12.

Câu 114.

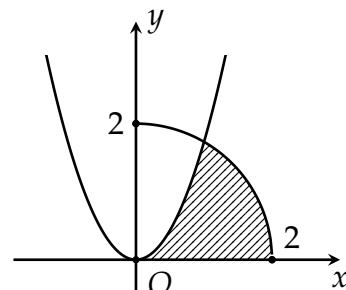
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng $S = \frac{a\pi - \sqrt{b}}{c}$, $(a, b, c \in \mathbb{Z})$. Tính $T = a + b + c$.

A. 7.

B. 13.

C. 11.

D. 12.



Câu 115.

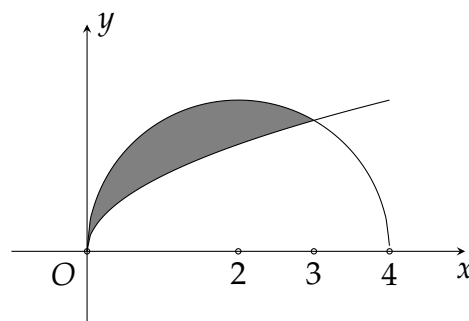
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4x - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 4$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{4\pi + 15\sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{10\pi - 9\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{10\pi - 15\sqrt{3}}{6}$.



Câu 116. Một ô tô đang chạy với vận tốc $v_0 \text{ m/s}$ thì gặp chướng ngại vật nên người lái xe đã đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a(t) = -8t \text{ m/s}^2$ trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được 12 m. Tính v_0 .

A. $\sqrt[3]{1269} \text{ m/s.}$

B. $\sqrt[3]{36} \text{ m/s.}$

C. 12 m/s.

D. 16 m/s.

Câu 117. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.

B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.

C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$.

D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Câu 118. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y = 2 - x$ với $x \geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V = \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$.

B. $V = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}$.

C. $V = \frac{1}{2} + \frac{e - 1}{e}\pi$.

D. $V = \frac{1}{2} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$.

Câu 119. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ (P) và các tiếp tuyến kẻ từ điểm $A\left(\frac{3}{2}; -3\right)$ đến đồ thị (P). Tính giá trị của S .

A. $S = 9$.

B. $S = \frac{9}{8}$.

C. $S = \frac{9}{4}$.

D. $S = \frac{9}{2}$.

Câu 120. Một ô tô chuyển động thẳng với vận tốc ban đầu bằng 10 m/s và gia tốc $a(t) = -2t + 8 \text{ m/s}^2$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc chuyển động đến lúc có vận tốc lớn

nhất thì xe đi được quãng đường bao nhiêu?

- A. $\frac{128}{3}$ m. B. $\frac{248}{3}$ m. C. 70 m. D. 80 m.

Câu 121. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\ln x}$, $y = 0$ và $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $V = 2\pi \ln 2$. B. $V = 2\pi (\ln 2 - 1)$. C. $V = \pi(2 \ln 2 - 1)$. D. $V = \pi(\ln 2 + 1)$.

Câu 122. Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là

- A. 33750000 đồng. B. 3750000 đồng. C. 12750000 đồng. D. 6750000 đồng.

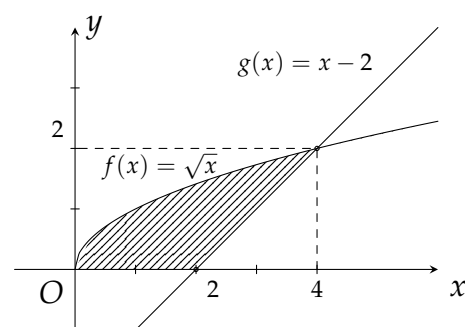
Câu 123. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\frac{x}{4-x^2}}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình H xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \ln \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$. C. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{3}{4}$.

Câu 124.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.



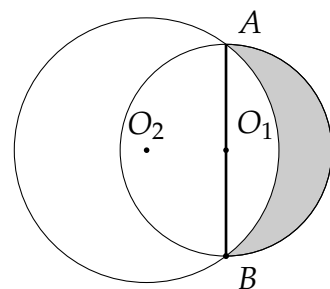
Câu 125. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 550. B. 400. C. 670. D. 335.

Câu 126.

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) có bán kính lần lượt bằng 8 và 10. Hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (phần được tô đậm như hình bên). Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục O_1O_2 .

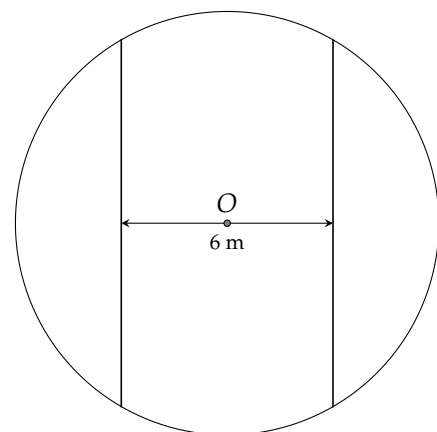
- A. $\frac{824\pi}{3}$. B. $\frac{97\pi}{3}$. C. $\frac{608\pi}{3}$. D. $\frac{145\pi}{3}$.



Câu 127.

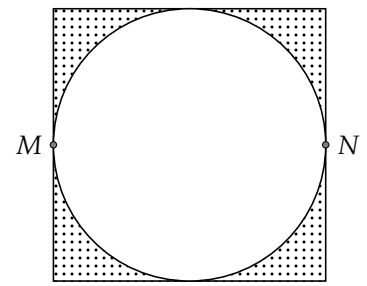
Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6 m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6 m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 4821232 đồng. B. 8412322 đồng.
C. 8142232 đồng. D. 4821322 đồng.



Câu 128.

Cho đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh $3a$ (như hình vẽ bên). Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và hình vuông (phần nằm bên ngoài đường tròn và bên trong hình vuông). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục MN .



- A. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{9\pi a^3}{4}$. C. $V = 9\pi a^3$. D. $V = 27\pi a^3$.

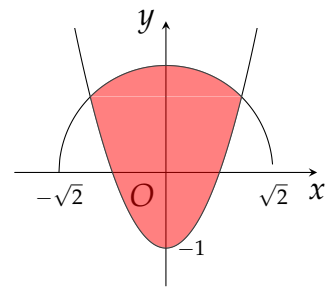
Câu 129. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi parabol $(P) : y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ, bán kính $R = \sqrt{2}$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$. B. $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$. C. $\frac{\pi}{2} + 1$. D. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{6}$.

Câu 130.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ (với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

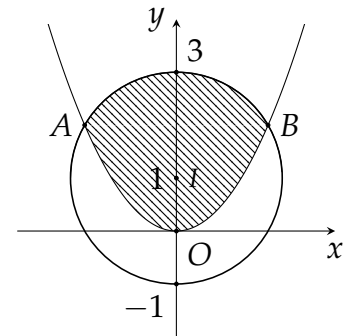
- A. $\frac{3\pi - 2}{6}$. B. $\frac{3\pi + 10}{3}$. C. $\frac{3\pi + 2}{6}$. D. $\frac{3\pi + 10}{6}$.



Câu 131.

Cho đường tròn (C) có tâm $I(0;1)$ và bán kính bằng $R = 2$, parabol $(P) : y = m \cdot x^2$ cắt (C) tại hai điểm A, B có tung độ bằng 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần gạch sọc ở hình vẽ) có kết quả gần đúng bằng số nào sau đây?

- A. 7,0755. B. 7,0756. C. 5,4908. D. 11,6943.



Câu 132. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.

Câu 133. Gọi V_x và V_y lần lượt là thể tích khối tròn xoay tạo nên bởi phép quay hình elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ ($a < b$) xung quanh trục Ox, Oy . Hỏi khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $V_x < V_y$. B. $V_x > V_y$. C. $V_x = V_y$. D. $V_x \leq V_y$.

Câu 134. Diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = -x + 3$ và $y = 1$ là

- A. $S = \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{2}$. B. $S = \frac{1}{\ln 2} + 3$. C. $S = \frac{1}{\ln 2} + 1$. D. $S = \frac{47}{50}$.

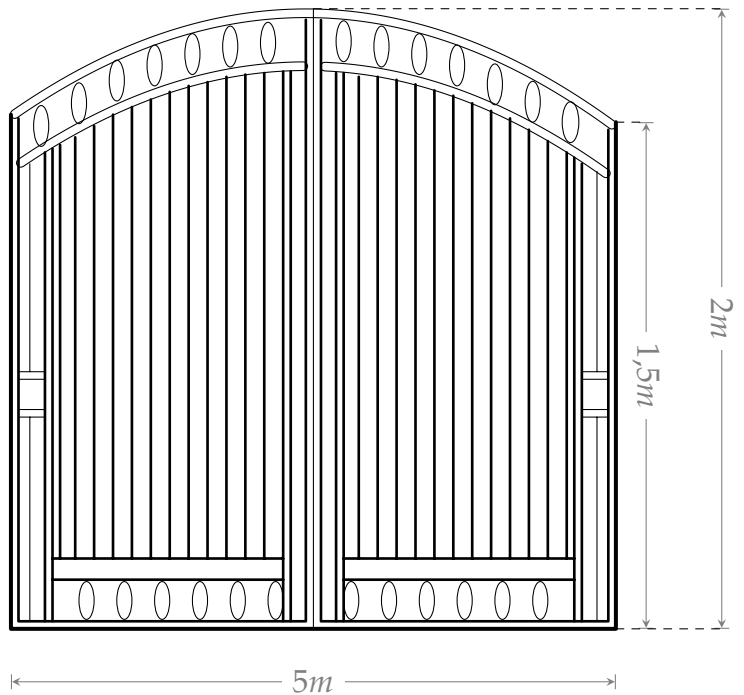
Câu 135. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - x$; $y = 2x$ và các đường $x = 1$; $x = -1$ được xác định bởi công thức

- A. $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$. B. $S = \int_{-1}^0 (3x - x^3) dx + \int_0^1 (x^3 - 3x) dx$.
C. $S = \left| \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx \right|$. D. $S = \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx$.

Câu 136.

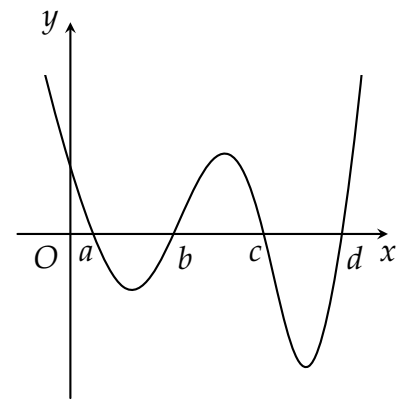
Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1m^2$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 6.620.000 đồng. B. 6.320.000 đồng.
C. 6.520.000 đồng. D. 6.417.000 đồng.

**Câu 137.**

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (hình sau). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$. B. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.
C. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$. D. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.



Câu 138. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$, $y = 1-x$ và trục Ox . Diện tích S của hình (H) bằng bao nhiêu?

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = \frac{7}{6}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = \frac{5}{4}$.

Câu 139. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị của hai hàm số $y = x^2$ và $y = x+2$. Tính diện tích S của hình (H) .

- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = -\frac{9}{2}$. C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = \frac{7}{6}$.

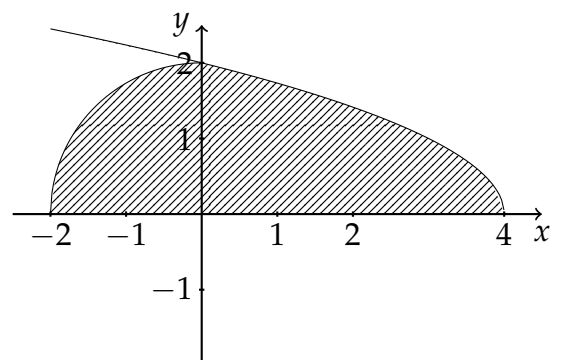
Câu 140. Cho parabol $(P) : y = x^2 + 2$ và hai tiếp tuyến của (P) tại các điểm $M(-1;3)$ và $N(2;6)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và hai tiếp tuyến đó bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{13}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{21}{4}$.

Câu 141.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

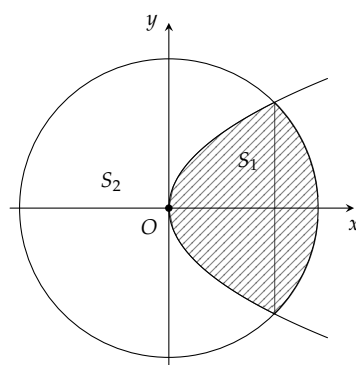
- A. $V = \frac{40\pi}{3}$. B. $V = \frac{53\pi}{6}$.
C. $V = \frac{67\pi}{6}$. D. $V = \frac{77\pi}{6}$.



Câu 142.

Biết rằng đường parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (hình vẽ bên). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 13$. B. $S = 14$. C. $S = 15$. D. $S = 16$.



Câu 143. Tìm a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $d: y = x - 1$ và $x = a, x = 2a$ ($a > 1$) bằng $\ln 3$.

- A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = 3$. D. $a = 2$.

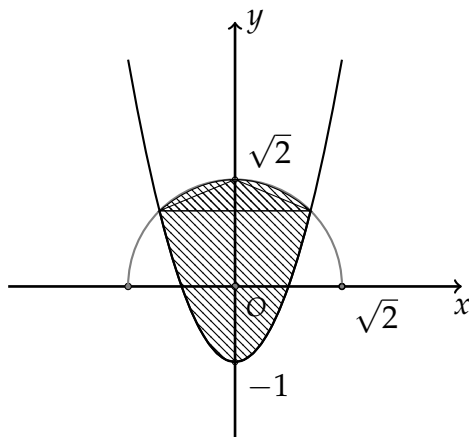
Câu 144. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $x + y - 2 = 0; y = \sqrt{x}; y = 0$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{6\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 145. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x, y = \cos x, x = 0, x = a$, với $a \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}]$ là $\frac{1}{2}(-3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{3})$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(\frac{7}{10}; 1)$. B. $(\frac{51}{50}; \frac{11}{10})$. C. $(\frac{11}{10}; \frac{3}{2})$. D. $(1; \frac{51}{50})$.

Câu 146. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ với $(-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2})$ (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{3\pi + 2}{6}$. B. $\frac{3\pi + 10}{3}$. C. $\frac{3\pi + 10}{6}$. D. $\frac{3\pi - 2}{6}$.

Câu 147. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^{\frac{1}{2}}e^{\frac{x}{2}}, y = 0, x = 1, x = 2$ quanh trục Ox .

- A. $V = \pi(e^2 - e)$. B. $V = \pi e^2$. C. $V = \pi(e^2 + e)$. D. $V = \pi e$.

Câu 148. Cho một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng là 2 m, chiều dài gấp ba chiều rộng. Người ta chia mảnh vườn bằng cách dùng hai đường parabol, mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua hai mút của cạnh dài đối diện. Tính tỉ số k diện tích phần mảnh vườn nằm ở miền trong hai parabol với diện tích phần đất còn lại?

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2 + 3\sqrt{2}}{7}$.

Câu 149. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ được tính theo công thức.

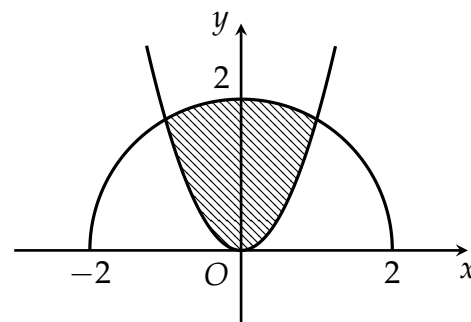
- A. $\int_b^a |f(x)| dx$. B. $\pi \int_a^b f(x) dx$. C. $\pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 150. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4; 2)$ và trục hoành là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 151.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ với $-2 \leq x \leq 2$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



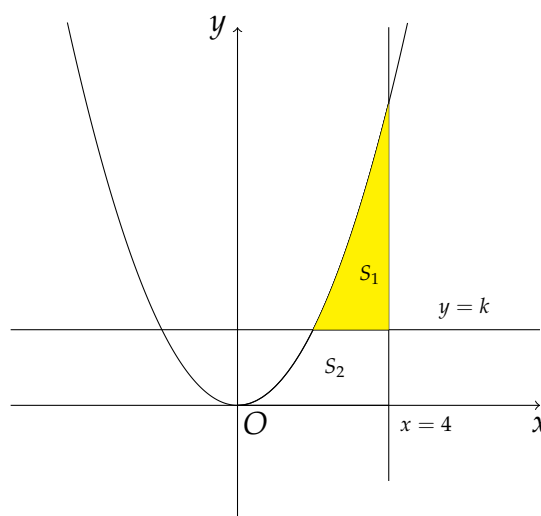
- A. $\frac{2\pi + 5\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi + 5\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{3}$.

Câu 152. Gọi $F(t)$ là số lượng vi khuẩn phát triển sau t giờ. Biết $F(t)$ thỏa mãn $F'(t) = \frac{10000}{1 + 2t}$ với $t \geq 0$ và ban đầu có 1000 con vi khuẩn. Hỏi sau 2 giờ số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

- A. 17094. B. 9047. C. 32118. D. 8047.

Câu 153.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 0, x = 4$. Đường thẳng $y = k (0 < k < 16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1 = S_2$.



- A. $k = 8$. B. $k = 3$. C. $k = 5$. D. $k = 4$.

Câu 154. Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C): x^2 + (y - 3)^2 = 1$ xung quanh trục hoành là

- A. $V = 6\pi$. B. $V = 6\pi^3$. C. $V = 3\pi^2$. D. $V = 6\pi^2$.

Câu 155. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1 - x^2}, y = 2 - x^2$ và trục hoành bằng

- A. $\frac{8\sqrt{2}}{3} - \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{8\sqrt{2}}{3} - \pi$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\pi}{2}$. D. $\frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{\pi}{2}$.

Câu 156. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{64\pi}{15}$. B. $V = \frac{16\pi}{15}$. C. $V = \frac{20\pi}{3}$. D. $V = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 157. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$ (m/s²). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu?

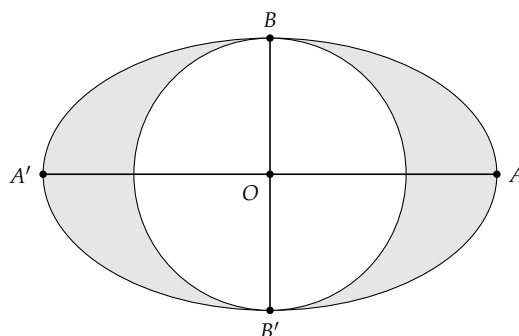
- A. $\frac{2200}{3}$ m. B. $\frac{4000}{4}$ m. C. $\frac{1900}{3}$ m. D. $\frac{4300}{3}$ m.

Câu 158. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 10 m. B. 5 m. C. 20 m. D. 8 m.

Câu 159.

Trong mặt phẳng, cho đường elip (E) có độ dài trục lớn là $AA' = 10$, độ dài trục nhỏ là $BB' = 6$, đường tròn tâm O có đường kính là BB' (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích V của khối tròn xoay có được bằng cách cho miền hình hình phẳng giới hạn bởi đường elip và đường tròn (được tô đậm trên hình vẽ) quay xung quanh trục AA' .



- A. $V = 36\pi$. B. $V = \frac{60\pi}{3}$.
C. $V = 24\pi$. D. $V = \frac{20\pi}{3}$.

Câu 160. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$ m/s². Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?

- A. $\frac{43}{3}$ m. B. $\frac{430}{3}$ m. C. $\frac{4300}{3}$ m. D. $\frac{43000}{3}$ m.

Câu 161. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $y = 4$. Khi quay (D) quanh trục tung ta được khối tròn xoay có thể tích bằng bao nhiêu?

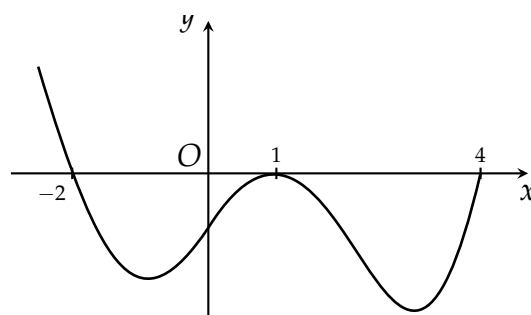
- A. 6π . B. 10π . C. 8π . D. 12π .

Câu 162. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bằng công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để hai ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn thì khi dừng lại ô tô A phải hãm phanh cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

- A. 33 m. B. 12 m. C. 31 m. D. 32 m.

Câu 163.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ và $[1; 4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho $f(1) = 3$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(4)$ bằng

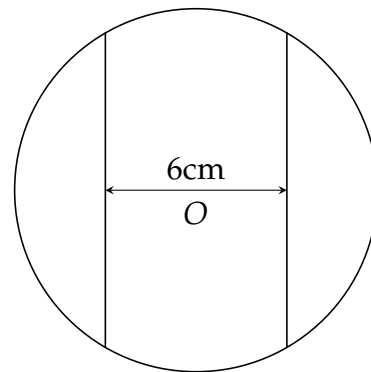


- A. 21. B. 9. C. 3. D. 2.

Câu 164.

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 8142232 đồng. B. 4821232 đồng.
C. 4821322 đồng. D. 8412322 đồng.



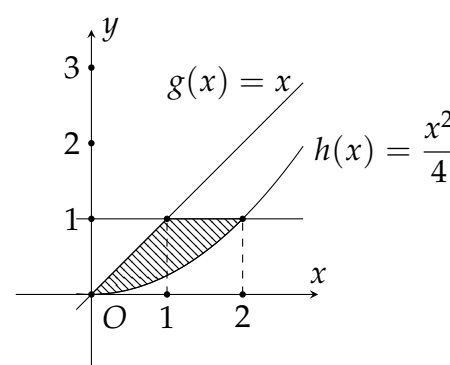
Câu 165. Cho một vật thể (T) , gọi B là phần của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Cắt vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x (với $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) thiết diện thu được là một nửa hình tròn có bán kính bằng $\sin x$. Tính thể tích V của vật thể B .

- A. $V = \frac{\pi^2}{8}$. B. $V = \frac{\pi}{8}$. C. $V = \frac{\pi}{4}$. D. $V = \frac{\pi^2}{4}$.

Câu 166.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1, y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó $b - a$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.



Câu 167. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và các tiếp tuyến kẻ từ điểm $A\left(\frac{3}{2}; -3\right)$ đến đồ thị (P) . Giá trị của S bằng

- A. 9. B. $\frac{9}{8}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{9}{2}$.

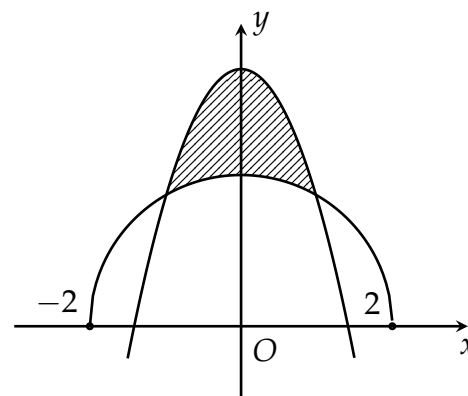
Câu 168. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \sqrt{x}, y = x - 2$.

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. $\frac{16\pi}{3}$. C. 10π . D. 8π .

Câu 169.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = -\sqrt{3}(x^2 - 2)$, và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $-2 \leq x \leq 2$) (phần tô đậm như hình vẽ). Diện tích của hình (H) bằng

- A. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{6}$. B. $\frac{7\sqrt{3} - 2\pi}{6}$.
C. $\frac{7\sqrt{3} - 2\pi}{3}$. D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.



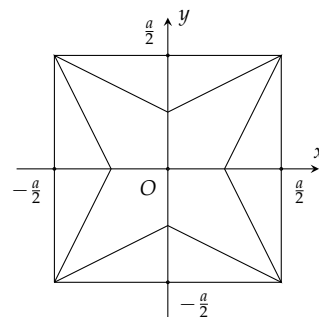
Câu 170. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x, y = x^2, y = 1$ trên miền $x \geq 0, y \leq 1$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 171.

Bên trong hình vuông cạnh a , dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox .

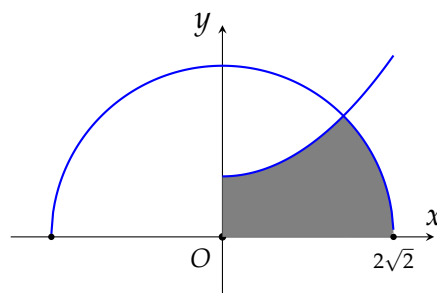
- A. $V = \frac{5\pi a^3}{24}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{48}$. C. $V = \frac{5\pi a^3}{96}$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{24}$.



Câu 172.

Cho $(\mathcal{H})$ là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ (với $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$), nửa đường tròn $y = \sqrt{8 - x^2}$ và trục hoành, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của hình $(\mathcal{H})$ bằng

- A. $\frac{3\pi + 4}{6}$. B. $\frac{2\pi + 2}{3}$. C. $\frac{3\pi + 2}{3}$. D. $\frac{3\pi + 14}{6}$.

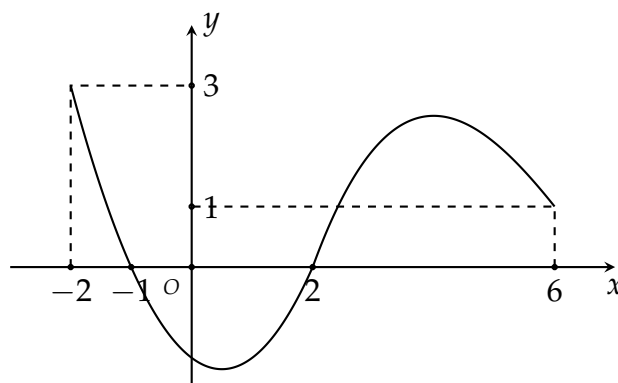


Câu 173.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình bên dưới.

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$.
 B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.
 C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$.
 D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

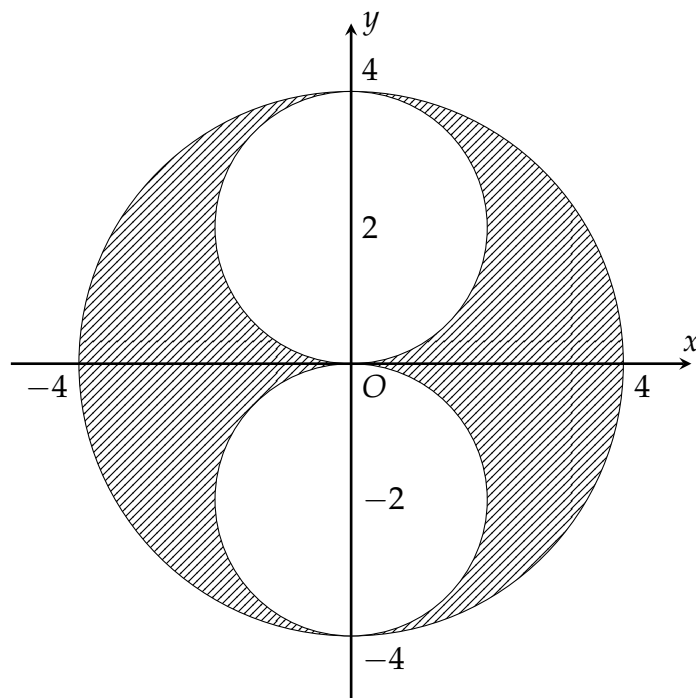
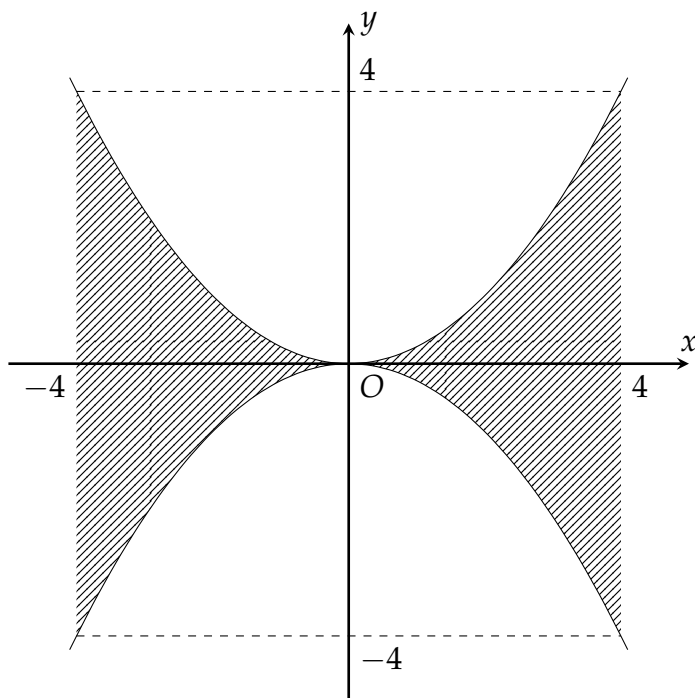


Câu 174. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $(\mathcal{H}_1)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường:

$$y = \frac{x^2}{4}, \quad y = \frac{-x^2}{4}, \quad x = -4, \quad x = 4$$

và $(\mathcal{H}_2)$ là hình gồm tất cả các điểm $(x; y)$ thỏa:

$$x^2 + y^2 \leq 16, \quad x^2 + (y - 2)^2 \geq 4, \quad x^2 + (y + 2)^2 \geq 4.$$



Cho $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ quay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $V_1 = \frac{1}{2}V_2$.

B. $V_1 = \frac{2}{3}V_2$.

C. $V_1 = V_2$.

D. $V_1 = 2V_2$.

Câu 175. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = \pi$ bằng

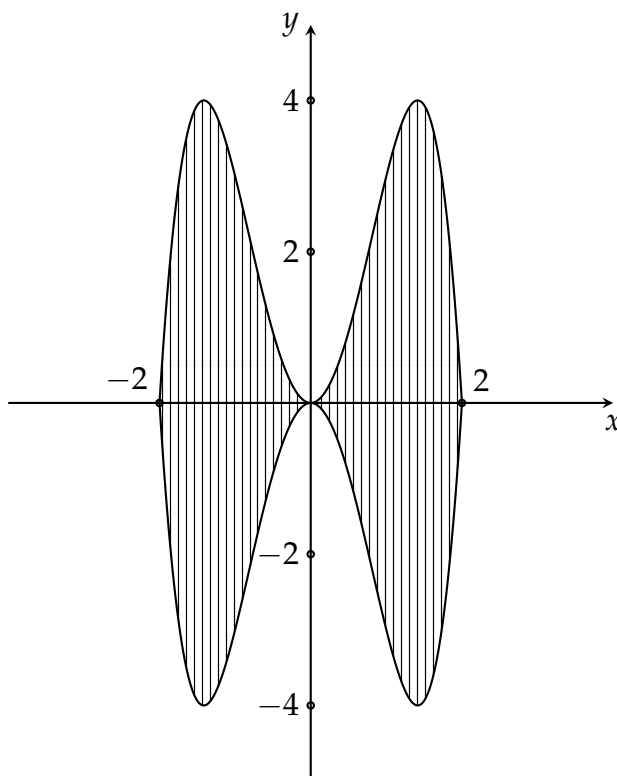
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 176. Ông Rich muốn gắn những viên kim cương nhỏ vào một mô hình như cánh bướm theo hình vẽ bên dưới. Để tính diện tích đó ông đưa vào một hệ trục tọa độ như hình vẽ thì nhận thấy rằng diện tích mô hình đó là phần giao (tô) giữa hai hàm số trùng phương $y = f(x), y = g(x)$ đối xứng nhau qua trục hoành. Hỏi ông Rich đã gắn bao nhiêu viên kim cương trên mô hình đó biết rằng mỗi đơn vị vuông trên mô hình đó mất 15 viên kim cương?



A. 256.

B. 128.

C. 64.

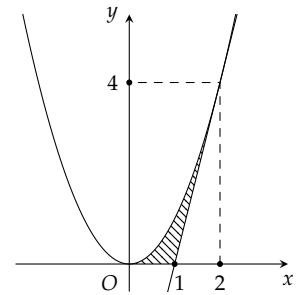
D. 265.

Câu 177. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P) : y = 2x^2$, tiếp tuyến của (P) tại $M(1;2)$ và trục Oy là

A. $S = 1$.B. $S = \frac{2}{3}$.C. $S = \frac{1}{3}$.D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 178.

Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc với Parabol đó tại điểm $A(2;4)$, như hình vẽ bên. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$.B. $\frac{32\pi}{5}$.C. $\frac{2\pi}{3}$.D. $\frac{22\pi}{5}$.

Câu 179. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

A. $S = \frac{343}{12}$.B. $S = \frac{793}{4}$.C. $S = \frac{397}{4}$.D. $S = \frac{937}{12}$.

Câu 180. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 6x + 12$ và các tiếp tuyến tại các điểm $A(1;7)$ và $B(-1;19)$.

A. $\frac{1}{3}$.B. $\frac{2}{3}$.C. $\frac{4}{3}$.

D. 2.

Câu 181. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

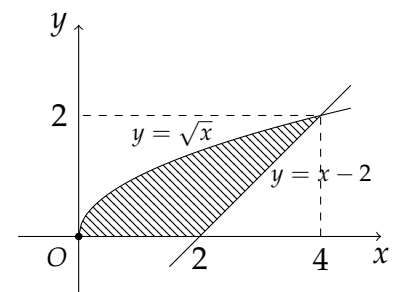
A. $6 < n < 9$.B. $9 < n < 12$.C. $n < 6$.D. Không tồn tại n .

Câu 182. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $(P): y = |x^2 - 4x + 3|$, $d: y = x + 3$.

A. $\frac{109}{3}$.B. $\frac{109}{6}$.C. $\frac{125}{6}$.D. $\frac{125}{3}$.

Câu 183.

Diện tích hình phẳng được tô đậm ở hình bên bằng

A. $\frac{8}{3}$.B. $\frac{11}{3}$.C. $\frac{7}{3}$.D. $\frac{10}{3}$.

Câu 184. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{với } x \leq 1 \\ 4 - x & \text{với } x > 1 \end{cases}$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay

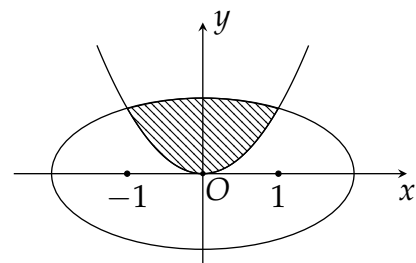
hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục hoành bằng

A. $\frac{29}{4}$.B. $\frac{29\pi}{4}$.C. $\frac{122}{15}$.D. $\frac{122\pi}{15}$.

Câu 185.

Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và đường elip có phương trình $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi + \sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3\pi}{4}$.

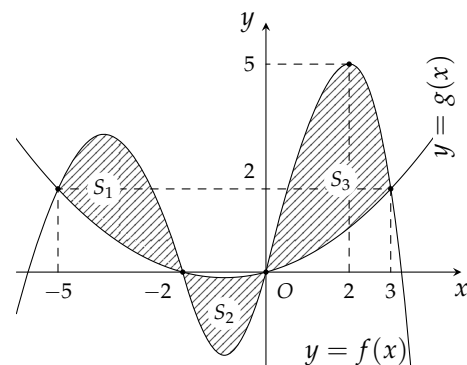


Câu 186. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$.

Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và parabol $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ lần lượt là

m, n, p . Tích phân $\int_{-5}^3 f(x) dx$ bằng

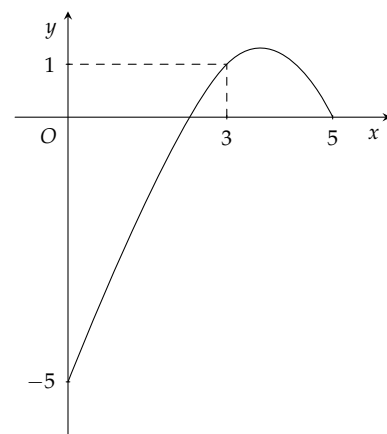
- A. $-m + n - p - \frac{208}{45}$. B. $m - n + p + \frac{208}{45}$.
C. $m - n + p - \frac{208}{45}$. D. $-m + n - p + \frac{208}{45}$.



Câu 187.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ được cho như hình bên. Tìm mệnh đề đúng

- A. $f(0) = f(5) < f(3)$. B. $f(3) < f(0) = f(5)$.
C. $f(3) < f(0) < f(5)$. D. $f(3) < f(5) < f(0)$.



Câu 188. Người ta thay nước mới cho một bể bơi dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu $h_1 = 280$ cm. Giả sử $h(t)$ cm là chiều cao của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3}$. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

- A. 7545,2 s. B. 7234,8 s. C. 7200,7 s. D. 7560,5 s.

Câu 189. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $6 < n < 9$. B. $9 < n < 12$. C. $n < 6$. D. Không tồn tại n .

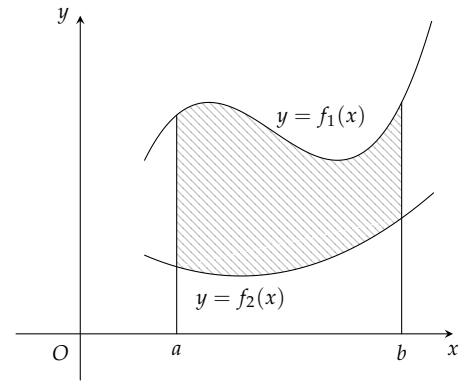
Câu 190. Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị các hàm số $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ như hình vẽ bên quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành được tính bằng công thức nào trong các công thức sau

A. $V = \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx.$

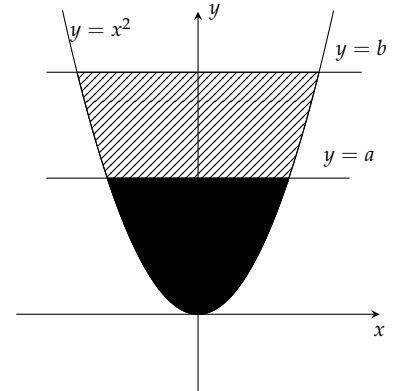
D. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$



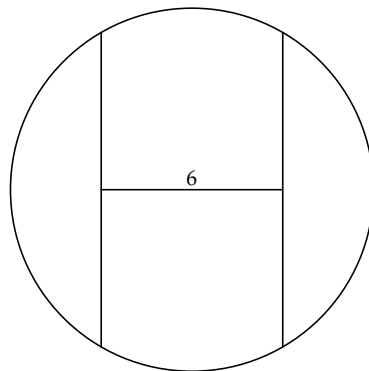
Câu 191.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a, y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ bên). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào của a và b thì $S_1 = S_2$?

- A. $b = \sqrt[3]{4a}.$ B. $b = \sqrt[3]{2a}.$ C. $b = \sqrt[3]{3a}.$ D. $b = \sqrt[3]{6a}.$



Câu 192. Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính bằng 6 m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6 m nhận O làm tâm đối xứng (hình bên), biết rằng kinh phí trồng cây là 70000 đồng / m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó? (Số tiền làm tròn đến hàng đơn vị)

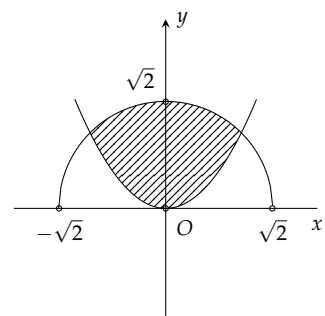


- A. 8412322. B. 4821322. C. 8142232. D. 4821232.

Câu 193.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 2$. Tính thể tích V của khối trong xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $\frac{5\pi}{3}.$ B. $\frac{44\pi}{15}.$ C. $\frac{\pi}{5}.$ D. $\frac{22\pi}{15}.$



Câu 194. Một chất điểm chuyển động thẳng với gia tốc $a(t) = 3t^2 + t$ m/s (với t là thời gian tính bằng giây). Biết vận tốc ban đầu của chất điểm là 2 m/s. Tính vận tốc của chất điểm sau 2 s.

A. 12 m/s.

B. 10 m/s.

C. 8 m/s.

D. 16 m/s.

Câu 195. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

A. $\frac{937}{12}$.

B. $\frac{343}{12}$.

C. $\frac{793}{4}$.

D. $\frac{397}{4}$.

Câu 196.

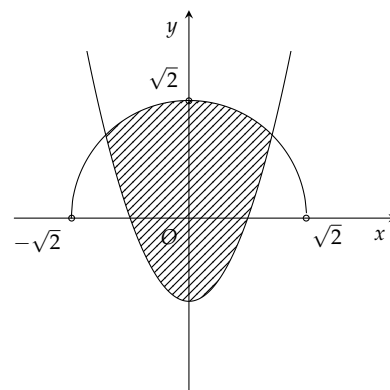
Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu (phần được gạch chéo trên hình vẽ). Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}$ (m). Tính số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.

A. $\frac{3\pi - 2}{6} \times 250000$.

B. $\frac{3\pi + 10}{6} \times 250000$.

C. $\frac{3\pi + 10}{3} \times 250000$.

D. $\frac{3\pi + 2}{6} \times 250000$.



Câu 197. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{2}; 0)$ và độ dài trục lớn bằng 6. Đường thẳng $d: y = \frac{x}{3} - 1$ chia elip (E) thành hai phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 ($S_1 < S_2$). Giá trị của S_2 làm tròn đến hàng phần trăm bằng

A. 8,57.

B. 8,56.

C. 7,57.

D. 7,56.

Câu 198. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$.

B. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$.

C. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$.

D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Câu 199.

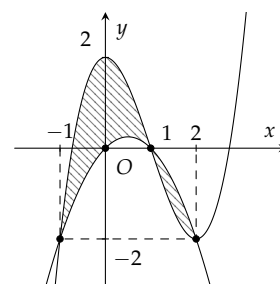
Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.



ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. C	3. A	4. D	5. A	6. C	7. B	8. D	9. B	10. A
11. D	12. D	13. A	14. C	15. B	16. B	17. C	18. A	19. B	20. A
21. C	22. B	23. A	24. A	25. A	26. A	27. C	28. C	29. D	30. C
31. C	32. B	33. D	34. D	35. C	36. D	37. C	38. D	39. A	40. A
41. C	42. B	43. C	44. A	45. C	46. B	47. A	48. A	49. A	50. C
51. C	52. B	53. A	54. D	55. D	56. A	57. D	58. A	59. B	60. C
61. A	62. D	63. B	64. C	65. B	66. D	67. D	68. C	69. D	70. B
71. D	72. B	73. A	74. D	75. B	76. D	77. B	78. D	79. C	80. C
81. A	82. B	83. D	84. A	85. B	86. A	87. B	88. A	89. D	90. D
91. B	92. A	93. B	94. C	95. C	96. D	97. D	98. A	99. B	100. D
101. A	102. A	103. A	104. A	105. C	106. A	107. C	108. B	109. A	110. A
111. A	112. C	113. C	114. A	115. B	116. B	117. A	118. A	119. D	120. A
121. C	122. D	123. A	124. B	125. B	126. D	127. C	128. D	129. B	130. C
131. D	132. B	133. B	134. C	135. B	136. C	137. A	138. D	139. A	140. B
141. B	142. A	143. A	144. C	145. C	146. D	147. B	148. D	149. B	150. A
151. A	152. B	153. D	154. B	155. B	156. A	157. C	158. C	159. A	160. D
161. B	162. A	163. B	164. A	165. C	166. A	167. C	168. A	169. B	170. B
171. C	172. D	173. A	174. C	175. A	176. A	177. A	178. B	179. A	180. D
181. A	182. B	183. B	184. C	185. A	186. B	187. C	188. D	189. A	190. B
191. A	192. C	193. C	194. A	195. D	196. B	197. C	198. A	199. A	

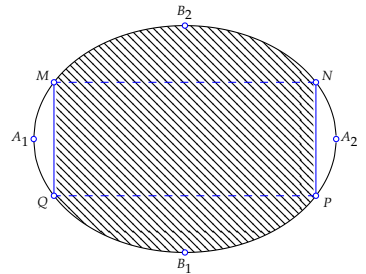
D. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Cho hai quả bóng A, B di chuyển ngược chiều nhau và chạm với nhau. Sau va chạm mỗi quả bóng nảy ngược lại một đoạn thì dừng hẳn. Biết sau khi va chạm, quả bóng A nảy ngược lại với vận tốc $v_A(t) = 8 - 2t$ (m/s) và quả bóng B nảy ngược lại với vận tốc $v_B(t) = 12 - 4t$ (m/s). Tính khoảng cách giữa hai quả bóng sau khi đã dừng hẳn (Giả sử hai quả bóng đều chuyển động thẳng).

- A. 36 mét. B. 32 mét. C. 34 mét. D. 30 mét.

Câu 2.

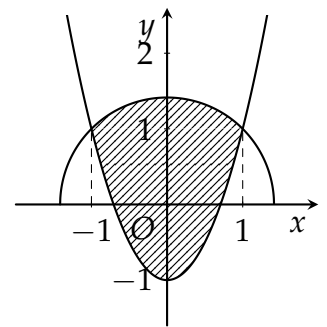
Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8m$, $B_1B_2 = 6m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$?



- A. 7.322.000 đồng. B. 7.213.000 đồng.
C. 5.526.000 đồng. D. 5.782.000 đồng.

Câu 3.

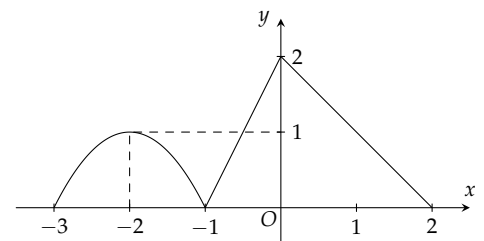
Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu theo hình giới hạn bởi một đường Parabol và nửa đường tròn có bán kính $\sqrt{2}$ mét (phần tô trong hình vẽ). Biết rằng: để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng, số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu gần bằng



- A. 893000 đồng. B. 476000 đồng. C. 809000 đồng. D. 559000 đồng.

Câu 4.

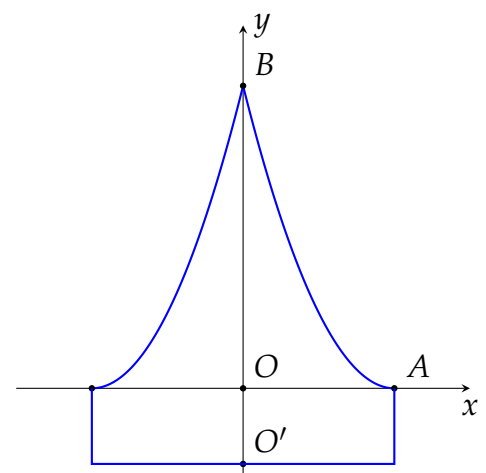
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ trên $[-3; 2]$ như hình bên (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết $f(-3) = 0$, giá trị của $f(-1) + f(1)$ bằng



- A. $\frac{23}{6}$. B. $\frac{31}{6}$. C. $\frac{35}{3}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 5.

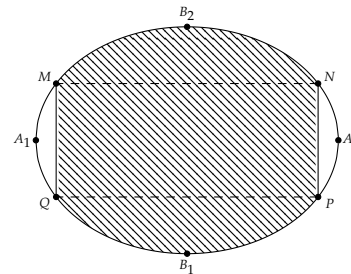
Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng



- A. $\frac{2750\pi}{3}$ (cm^3). B. $\frac{2500\pi}{3}$ (cm^3).
C. $\frac{2050\pi}{3}$ (cm^3). D. $\frac{2250\pi}{3}$ (cm^3).

Câu 6. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên.

Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m² và phần còn lại là 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



- A. 7.322.000 đồng. B. 7.213.000 đồng. C. 5.526.000 đồng. D. 5.782.000 đồng.

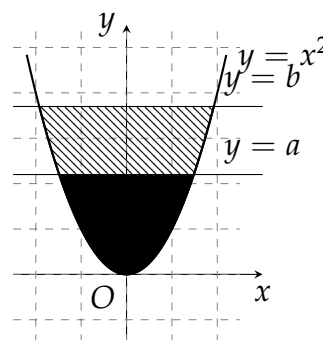
Câu 7. Cho hai chất điểm A và B cùng bắt đầu chuyển động trên trục Ox từ thời điểm $t = 0$. Tại thời điểm t , vị trí của chất điểm A được cho bởi $x = f(t) = -6 + 2t - \frac{1}{2}t^2$ và vị trí của chất điểm B được cho bởi $x = g(t) = 4 \sin t$. Gọi t_1 là thời điểm đầu tiên và t_2 là thời điểm thứ hai mà hai chất điểm có vận tốc bằng nhau. Tính theo t_1, t_2 độ dài quãng đường mà chất điểm A đã di chuyển từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 .

- A. $4 - 2(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2)$. B. $4 + 2(t_1 + t_2) - \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2)$.
C. $2(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}(t_2^2 - t_1^2)$. D. $2(t_1 - t_2) - \frac{1}{2}(t_1^2 - t_2^2)$.

Câu 8.

Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a, y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol P và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = S_2$?

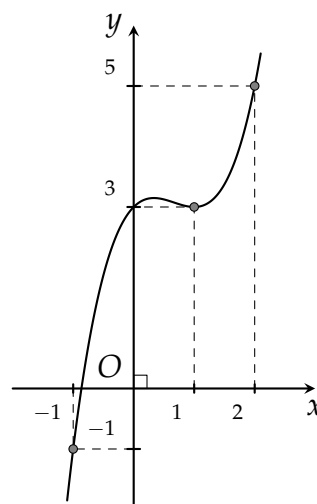
- A. $b = \sqrt[3]{4a}$. B. $b = \sqrt[3]{2a}$. C. $b = \sqrt[3]{3a}$. D. $b = \sqrt[3]{6a}$.



Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Lập hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

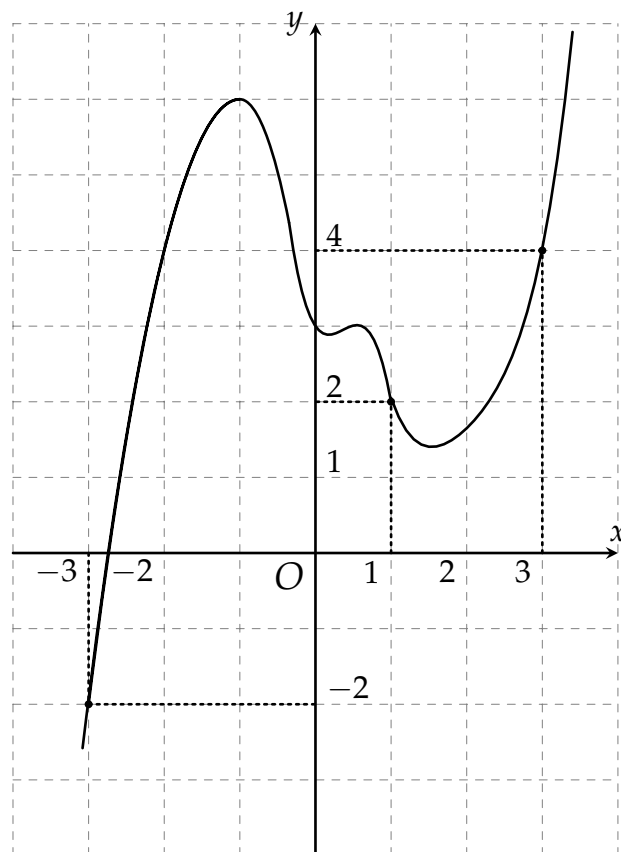
- A. $g(-1) > g(1)$.
B. $g(-1) = g(1)$.
C. $g(1) = g(2)$.
D. $g(1) > g(2)$.



Câu 10.

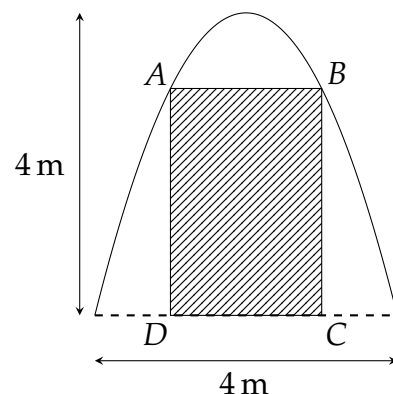
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- B. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- C. Phương trình $g(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- D. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3; 3]$.



Câu 11.

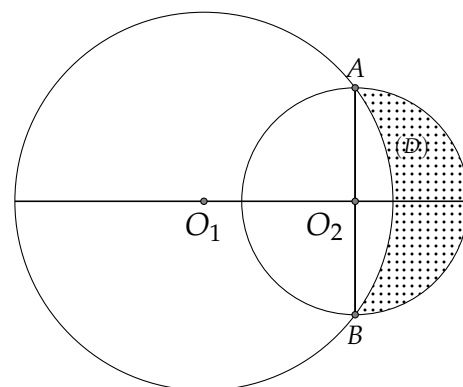
Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một 2 m bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?



- A. 900.000 (đồng).
- B. 1.232.000 (đồng).
- C. 902.000 (đồng).
- D. 1.230.000 (đồng).

Câu 12.

Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



- A. $V = 36\pi$.
- B. $V = \frac{68\pi}{3}$.
- C. $V = \frac{14\pi}{3}$.
- D. $V = \frac{40\pi}{3}$.

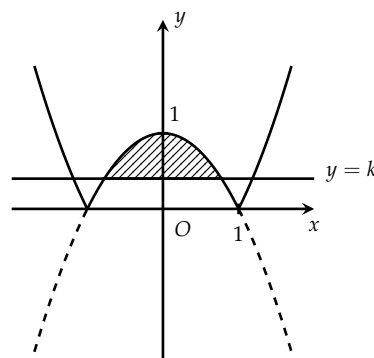
Câu 13. Một vật thể có hai đáy trong đó có đáy lớn là một elip có độ dài trục lớn bằng 8, trục bé là 4 và đáy bé có độ dài trục lớn là 4 và trục bé là 2. Thiết diện vuông góc với đường thẳng nối hai tâm của hai đáy luôn là một elip, biết chiều cao của vật thể là 4. Tính thể tích của vật thể này.

- A. $\frac{55\pi}{3}$.
- B. $\frac{56\pi}{3}$.
- C. $\frac{57\pi}{3}$.
- D. $\frac{58\pi}{3}$.

Câu 14.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 1|$ và $y = k$, với $0 < k < 1$. Tìm k để diện tích hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc ở hình vẽ bên.

- A. $k = \sqrt[3]{4} - 1$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \sqrt[3]{4}$. D. $k = \sqrt[3]{2} - 1$.



Câu 15. Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB có giá trị lớn nhất bằng:

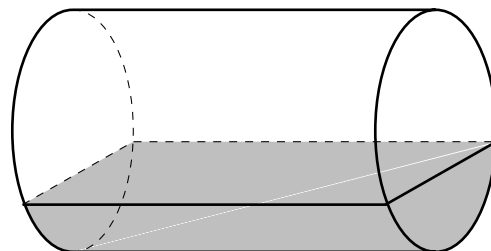
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 16. Tính tổng $S = \frac{2^2}{2}C_{2018}^1 + \frac{2^3}{3}C_{2018}^2 + \frac{2^4}{4}C_{2018}^3 + \dots + \frac{2^{2019}}{2019}C_{2018}^{2018}$.

- A. $S = \frac{3^{2019} + 4039}{2019}$. B. $S = \frac{3^{2018} + 4039}{2019}$. C. $S = \frac{3^{2018} - 4039}{2019}$. D. $S = \frac{3^{2019} - 4039}{2019}$.

Câu 17.

Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1 m, trục bé bằng 0,8 m, chiều dài (nằm trong của thùng) bằng 3 m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình vẽ bên). Biết chiều cao của dầu trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6 m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (kết quả được làm tròn đến phần trăm).

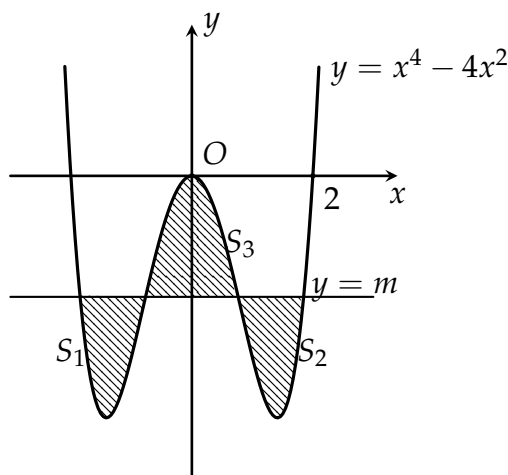


- A. $V = 1,42 \text{ m}^3$. B. $V = 1,31 \text{ m}^3$.
C. $V = 1,27 \text{ m}^3$. D. $V = 1,52 \text{ m}^3$.

Câu 18.

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2$ cắt đường thẳng $d: y = m$ tại 4 điểm phân biệt và tạo ra các hình phẳng có diện tích S_1, S_2, S_3 thỏa mãn $S_1 + S_2 = S_3$ (như hình vẽ). Giá trị m là số hữu tỷ tối giản có dạng $m = -\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Giá trị của $T = a - b$ bằng:

- A. 29. B. 3. C. 11. D. 25.



Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và dương trên $\mathbb{R}$, hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = g(x) = (x - 1)f(x^2 - 2x + 1)$, trục hoành, $x = 1; x = 2$ có diện tích bằng 5. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

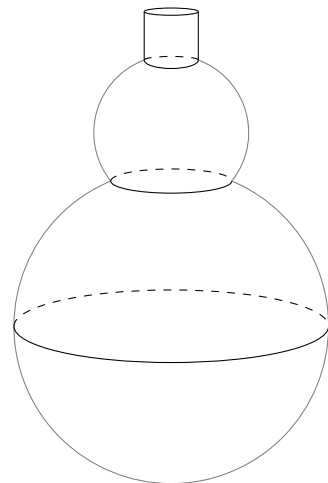
$$\int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $I = 10$. B. $I = 20$. C. $I = 5$. D. $I = 9$.

Câu 20.

Người ta cắt hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R = 13$ cm và $r = \sqrt{41}$ cm để làm hồ lô đựng rượu như hình vẽ bên. Biết đường tròn giao của hình cầu có bán kính $r' = 5$ cm và nút đựng rượu là một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{5}$ cm, chiều cao bằng 4 cm. Giả sử độ dày vỏ hồ lô không đáng kể. Hỏi hồ lô đựng được bao nhiêu lít rượu? (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

- A. 9,5 lít. B. 8,2 lít. C. 10,2 lít. D. 11,4 lít.



Câu 21. Người ta làm một chiếc phao bơi như hình vẽ (với bề mặt có được bằng cách quay đường

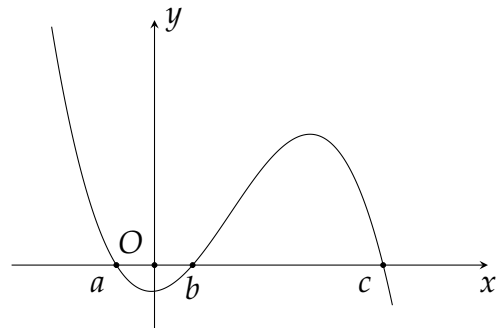
tròn ($\mathcal{C}$) quanh trục d). Biết rằng $OI = 30$ cm, $R = 5$ cm. Tính thể tích V của chiếc phao.

- A. $V = 1500\pi^2 \text{ cm}^3$. B. $V = 9000\pi^2 \text{ cm}^3$. C. $V = 1500\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 9000\pi \text{ cm}^3$.

Câu 22.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $f(c) > f(b) > f(a)$. B. $f(b) > f(a) > f(c)$.
C. $f(a) > f(c) > f(b)$. D. $f(c) > f(a) > f(b)$.



Câu 23. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{1 + \sqrt{4 - 3x}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V , biết $V = \frac{\pi}{a} \left(b \ln \frac{c}{2} - 1 \right)$, với $a, b, c \in \mathbb{N}$. Tính giá trị của biểu thức $P = ab - 2c$.

- A. $P = -48$. B. $P = 24$. C. $P = 30$. D. $P = 48$.

Câu 24. Cho hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ có diện tích là $S = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $I = a - b$.

- A. $I = 66$. B. $I = 60$. C. $I = 59$. D. $I = 67$.

Câu 25. Một xe chuyển động với vận tốc thay đổi là $v(t) = 3at^2 + bt$. Gọi $S(t)$ là quãng đường đi được sau t giây. Biết rằng sau 5 giây thì quãng đường đi được là 150 m, sau 10 giây thì quãng đường đi được là 1100 m. Tính quãng đường xe đi được sau 20 giây.

- A. 8400 m. B. 600 m. C. 4200 m. D. 2200 m.

Câu 26. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2$ bằng

A. $s = \frac{16}{3}$.

B. $s = \frac{10}{3}$.

C. $s = 2$.

D. $s = \frac{17}{2}$.

Câu 27.

Một ô tô bắt đầu chuyển động với vận tốc $v(t) = at^2 + bt$ với t tính bằng giây và v tính bằng mét/giây (m/s). Sau 10 giây thì ô tô đạt vận tốc cao nhất $v = 50 \text{ m/s}$ và giữ nguyên vận tốc đó, có đồ thị vận tốc như hình bên.

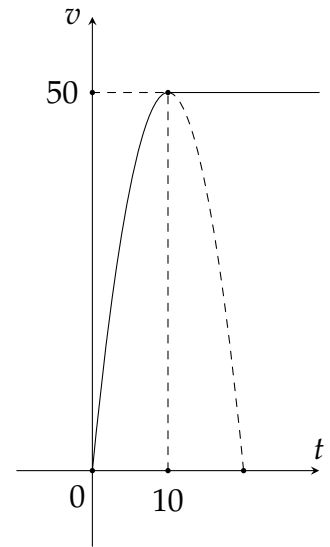
Tính quãng đường s ô tô đi được trong 20 giây đầu.

A. $s = \frac{2500}{3} \text{ m}$.

B. $s = \frac{2600}{3} \text{ m}$.

C. $s = 800 \text{ m}$.

D. $s = \frac{2000}{3} \text{ m}$.



Câu 28.

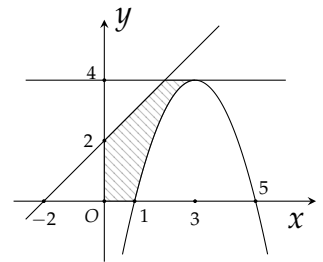
Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô màu đen trong hình bên) quanh trục Ox .

A. $\frac{61\pi}{15}$.

B. $\frac{88\pi}{5}$.

C. $\frac{8\pi}{5}$.

D. $\frac{424\pi}{15}$.



Câu 29.

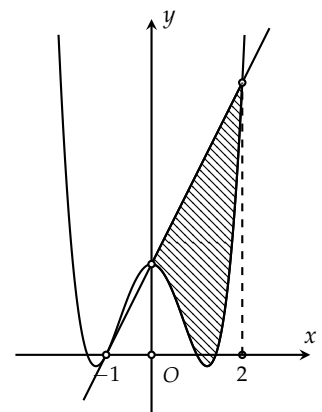
Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính diện tích giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = -1, x = 0$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{4}$.

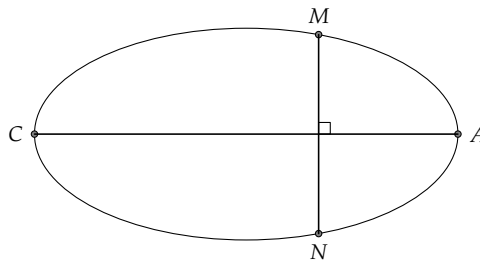
C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{5}$.



Câu 30. Sân vận động Sports Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức ở Singapore năm 2015. Nền sân là một Elip (E) có trục lớn dài 150 m, trục bé dài 90 m (Hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt Elip (E) ở M, N (Hình a) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong Hình b) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí cho sân vận động thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu làm mái không

đáng kể. Hỏi thể tích đó xấp xỉ bao nhiêu?



Hình a

- A. 57793 m³. B. 115586 m³. C. 32162 m³. D. 101793 m³.

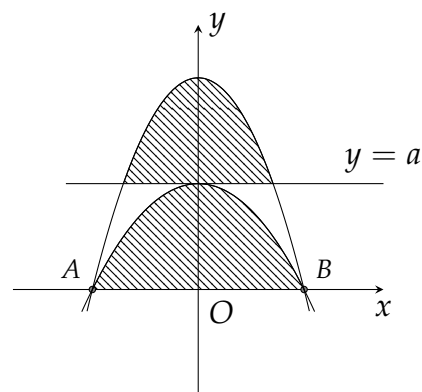
Câu 31. Tại một thời điểm t trước lúc đỗ xe ở điểm dừng xe, một chiếc xe đang chuyển động đều với vận tốc là 60 km/h. Chiếc xe di chuyển trong trạng thái đó 5 phút rồi bắt đầu đạp phanh và chuyển động chậm dần đều thêm 8 phút nữa rồi mới dừng hẳn ở điểm đỗ xe. Tính quãng đường mà xe đi được từ thời điểm t nói trên đến khi dừng hẳn.

- A. 4 km. B. 5 km. C. 9 km. D. 6 km.

Câu 32.

Cho parabol $(P_1) : y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d : y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d , S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

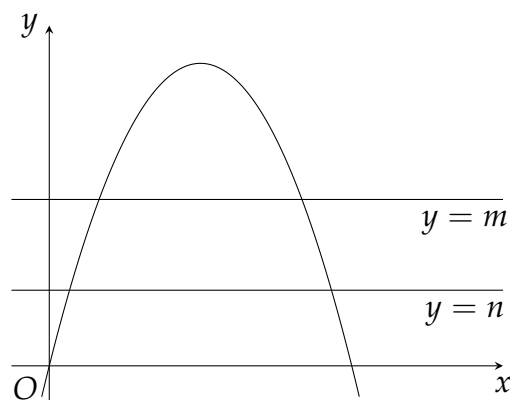
- A. $T = 32$. B. $T = 64$. C. $T = 72$. D. $T = 99$.



Câu 33.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m, y = n$ chia hình (H) thành 3 phần có diện tích bằng nhau (ta có thể tham khảo hình vẽ). Tính giá trị biểu thức $T = (4 - m)^3 + (4 - n)^3$.

- A. $T = \frac{320}{9}$. B. $T = \frac{75}{2}$.
C. $T = \frac{512}{15}$. D. $T = 405$.



Câu 34. Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + bx^{2017} + 2018$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(\log(\log e)) = 2019$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$.

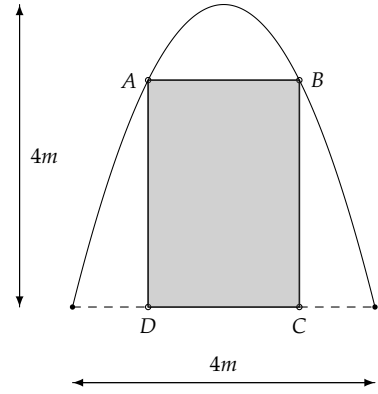
- A. 2019. B. 2020. C. 2018. D. 2017.

Câu 35. Trong đợt hội trại được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m² bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 900.000 (đồng).
C. 902.000 (đồng).

- B. 1.232.000 (đồng).
D. 1.230.000 (đồng).

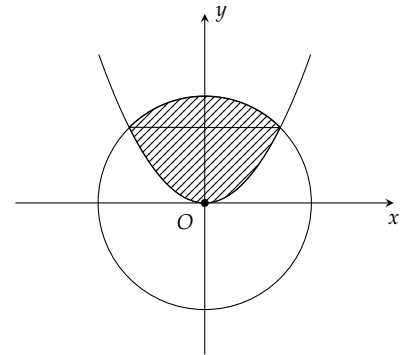
<https://www.facebook.com>



Câu 36.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 2$ (phần tô đậm trong hình bên). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{44\pi}{15}$. B. $V = \frac{22\pi}{15}$. C. $V = \frac{5\pi}{3}$. D. $V = \frac{\pi}{5}$.



Câu 37. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành. Biết rằng $S_1 = S_2$. Giá trị của m bằng

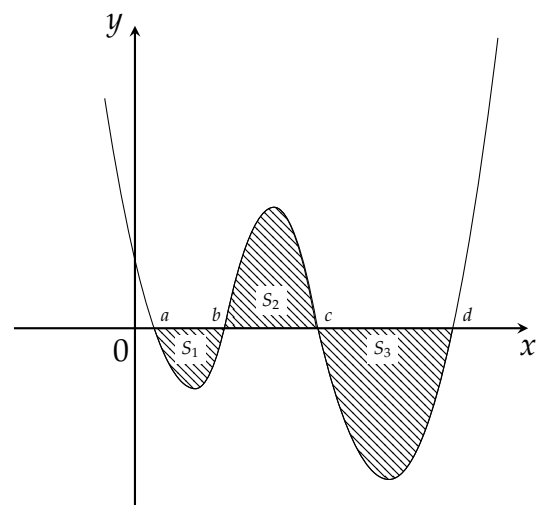
- A. 1. B. 2. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 38.

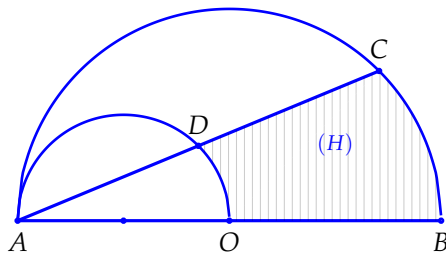
Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (hình bên).

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$.
B. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.
C. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$.
D. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.



Câu 39. Cho hai nửa đường tròn như hình vẽ bên dưới, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần gạch sọc trong hình vẽ) xung quanh đường thẳng AB .



A. 279π .

B. $\frac{620\pi}{3}$.

C. $\frac{784\pi}{3}$.

D. $\frac{325\pi}{3}$.

Câu 40. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 = 5$, và đường thẳng d có phương trình $y = 1$. Biết d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi d và cung nhỏ AB của (C). Quay hình (H) xung quanh đường thẳng d ta được một khối tròn xoay có thể tích V. Giá trị của V gần nhất với số nào sau đây?

A. 46,1.

B. 12,4.

C. 11,3.

D. 33,5.

Câu 41.

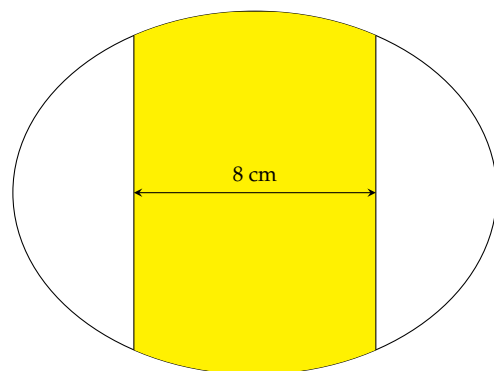
Ông Nam có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ 1 m^2 . Hỏi ông Nam cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 7.862.000 đồng.

B. 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng.

D. 7.826.000 đồng.



Câu 42.

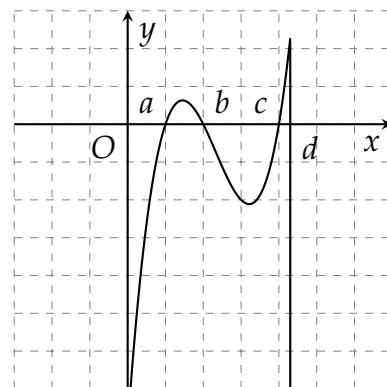
Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < c < d$ và hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; d]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $M + m = f(0) + f(c)$.

B. $M + m = f(d) + f(c)$.

C. $M + m = f(b) + f(a)$.

D. $M + m = f(0) + f(a)$.



Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Xét 4 mệnh đề sau:

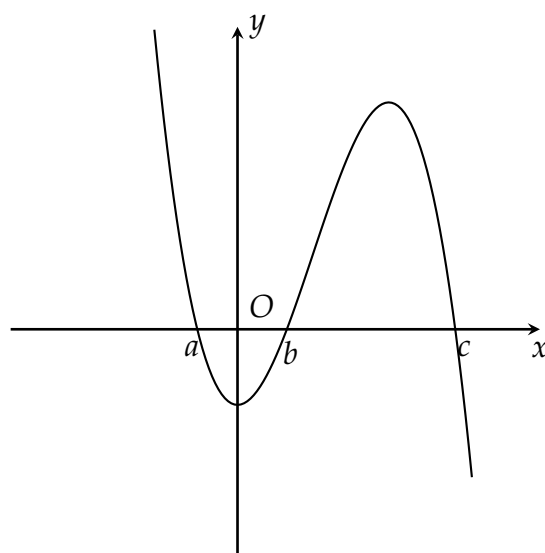
(1): $f(c) < f(a) < f(b)$.

(2): $f(c) > f(b) > f(a)$.

(3): $f(a) > f(b) > f(c)$.

(4): $f(a) > f(b)$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?



A. 4.

B. 1.

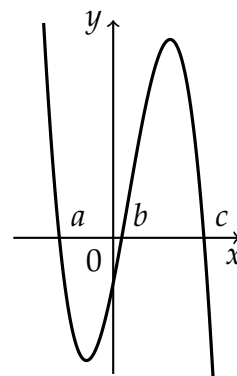
C. 2.

D. 3.

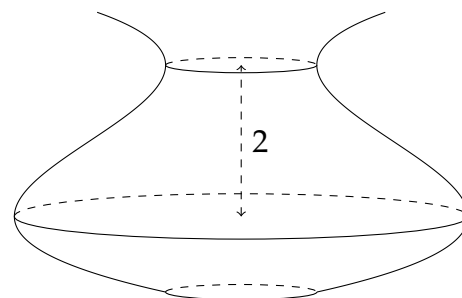
Câu 44.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $f(a) > f(b) > f(c)$.
- B. $f(c) > f(a) > f(b)$.
- C. $f(b) > f(a) > f(c)$.
- D. $f(c) > f(b) > f(a)$.

**Câu 45.**

Một con quạ khát nước, nó tìm thấy một cái lọ có nước nhưng cổ lọ lại cao nó không thò mỏ uống được nên đã gấp từng viên bi (hình cầu) bỏ vào trong lọ để nước dâng lên. Hỏi con quạ cần bỏ vào lọ ít nhất bao nhiêu viên bi để có thể uống nước? Biết rằng viên bi có bán kính là $\frac{3}{4}$ (đvdd) và không thấm nước, cái lọ có hình dáng là một khối tròn xoay với đường sinh là



đồ thị của một hàm bậc 3, mực nước ban đầu trong lọ ở vị trí mà mặt thoáng tạo thành hình tròn có bán kính lớn nhất $R = 3$, mực nước mà quạ có thể uống được là vị trí mà hình tròn có bán kính nhỏ nhất $r = 1$ và khoảng cách giữa hai mặt này bằng 2, được minh họa ở hình vẽ trên.

- A. 15.
- B. 16.
- C. 17.
- D. 18.

Câu 46. Một ô tô đang chạy với vận tốc 200 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 200 + at$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh và a (m/s²) là gia tốc. Biết rằng khi đi được 1500 m thì xe dừng hẳn, hỏi gia tốc của xe bằng bao nhiêu?

- A. $a = -\frac{200}{13}$ m/s².
- B. $a = -\frac{100}{13}$ m/s².
- C. $a = \frac{40}{3}$ m/s².
- D. $a = -\frac{40}{3}$ m/s².

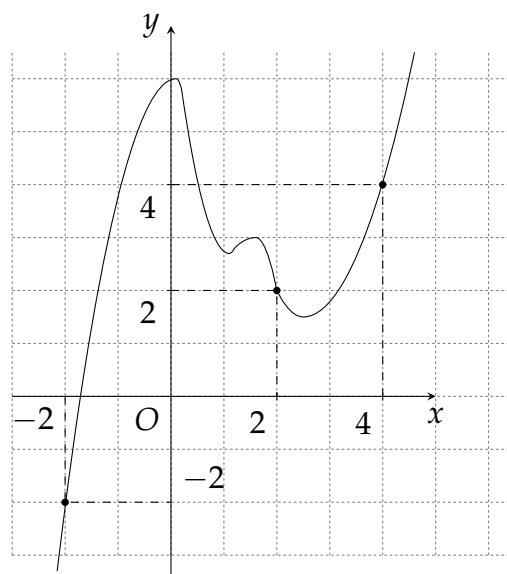
Câu 47. Xác định m để đồ thị hàm số (C): $y = 5x^4 - 8x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành có phần trên và phần dưới bằng nhau.

- A. $\frac{9}{16}$.
- B. $\frac{16}{9}$.
- C. 9.
- D. $\frac{25}{16}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.
- B. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.
- D. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.



Câu 49. Cho số dương a thỏa mãn hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y = ax^2 - 2$ và $y = 4 - 2ax^2$ có diện tích bằng 16. Tìm giá trị của a .

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{4}$.

D. 2.

Câu 50. Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng $1m$, trục bé bằng $0,8m$, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng $3m$. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là $0,6m$. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).

A. $V = 1,52m^3$.B. $V = 1,31m^3$.C. $V = 1,27m^3$.D. $V = 1,19m^3$.

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$ có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một nửa đường tròn đường kính là $\sqrt{5}x^2$. Tính thể tích V của vật thể đã cho.

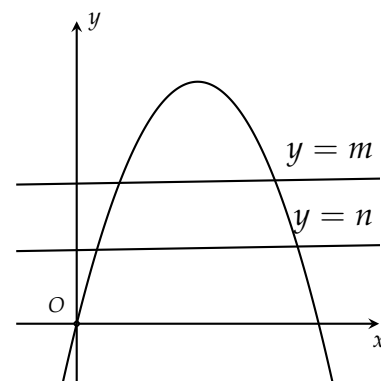
A. $V = 2\pi$.B. $V = 5\pi$.C. $V = 4\pi$.D. $V = 3\pi$.

Câu 52. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1 \cdot 2} + \frac{C_n^1}{2 \cdot 3} + \frac{C_n^2}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$.

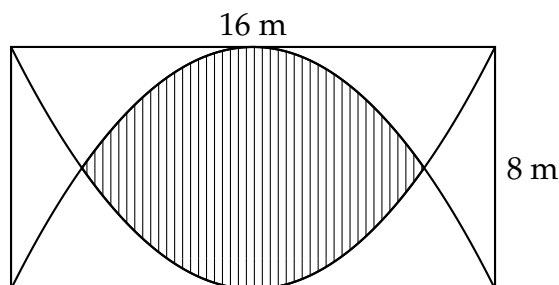
A. $n = 99$.B. $n = 100$.C. $n = 98$.D. $n = 101$.

Câu 53.

Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m$ và $y = n$ chia (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Giá trị của biểu thức $T = (4 - m)^3 + (4 - n)^3$ bằng

A. $T = \frac{320}{9}$.B. $T = \frac{75}{2}$.C. $T = \frac{512}{15}$.D. $T = 405$.

Câu 54. Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là $16m$ và chiều rộng là $8m$. Các nhà toán học dùng hai đường parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua 2 điểm đầu của cạnh đối diện, phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa) được trồng hoa hồng. Biết chi phí để trồng hoa hồng là 45000 đồng/ m^2 . Hỏi các nhà toán học phải chi bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?



A. 3322000 đồng.

B. 3476000 đồng.

C. 2715000 đồng.

D. 2159000 đồng.

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2}{x + 1}$ (với m là tham số khác 0) có đồ thị là (C) . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai trục tọa độ. Có bao nhiêu giá trị thực của m thỏa mãn $S = 1$?

A. Không.

B. Một.

C. Hai.

D. Ba.

Câu 56. Xét (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = a \sin x + b \cos x$ (với a, b là các hằng số thực dương), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \pi$. Nếu vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox có thể tích bằng $\frac{5\pi^2}{2}$ và $f'(0) = 2$ thì $2a + 5b$ bằng

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Câu 57. Tập hợp nào dưới đây có chứa số thực m để diện tích giới hạn bởi đường cong $(C): y = x^3 - 3x$ và đường thẳng $(d): y = mx$ có diện tích bằng $8(\text{đvdt})$?

A. $(-8; 0)$.B. $(-8; 3)$.C. $(1; 7)$.D. $(-3; 0)$.

Câu 58. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 - (m - 1)x + m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số và hai trục Ox, Oy có diện tích không lớn hơn 1 (đvdt)?

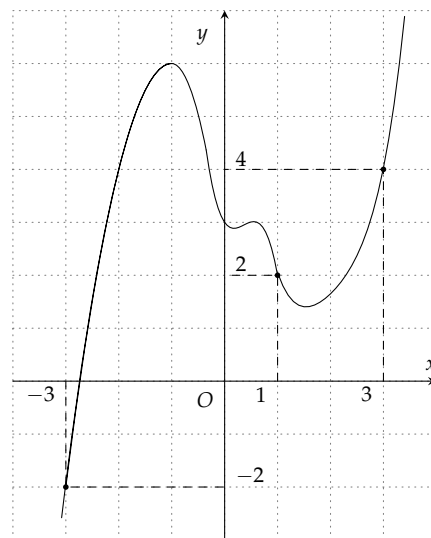
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 59.

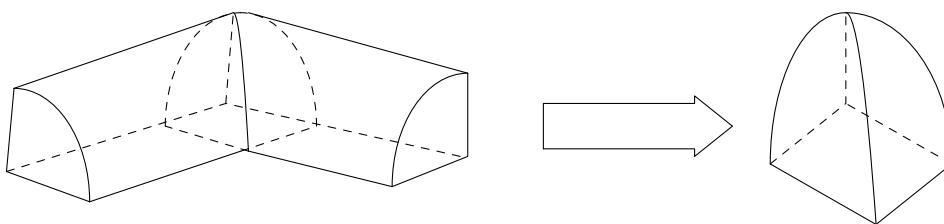
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình sau.

Đặt $g(x) = 2f(x) - (x + 1)^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $g(-1) > g(-3) > g(3)$. B. $g(-3) > g(3) > g(1)$.
C. $g(3) > g(-3) > g(1)$. D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



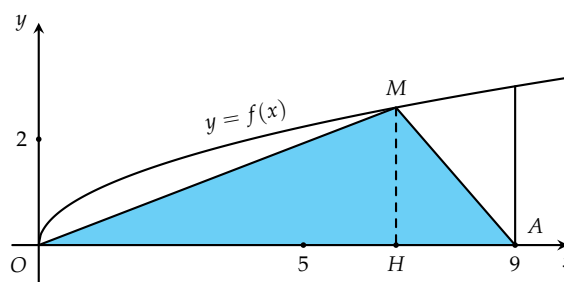
Câu 60. Gọi (H) là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ đều có bán kính $R = a$, biết hai trục hình trụ vuông góc với nhau (hình vẽ dưới). Tính thể tích V của khối (H) .



- A. $V_{(H)} = \frac{2a^3}{3}$. B. $V_{(H)} = \frac{3a^3}{4}$. C. $V_{(H)} = \frac{a^3}{2}$. D. $V_{(H)} = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 61.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = \sqrt{x}$, trục Ox và đường thẳng $x = 9$. Cho điểm M thuộc đồ thị (C) và điểm $A(9; 0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi tam giác OMA quay quanh trục Ox . Biết rằng $V_1 = 2V_2$.

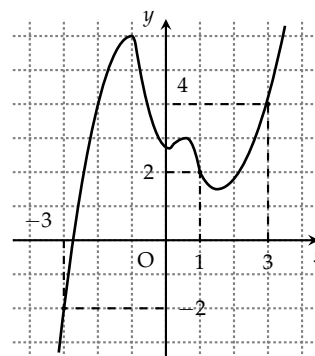


Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM .

- A. $S = 3$. B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$. C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{4}{3}$.

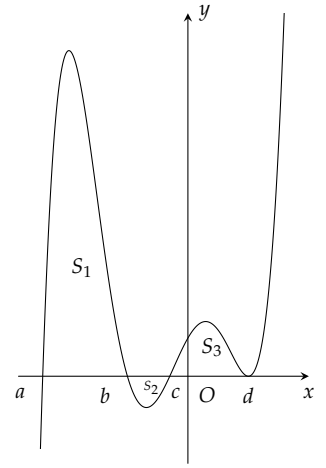
Câu 62. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x - 1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$. B. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.
C. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$. D. Không tồn tại $\min_{[-3;3]} g(x)$.



Câu 63.

Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là a, b, c và tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ d . Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành, biết $S_1 > S_3 > S_2$ (hình vẽ). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$.



- A. $\min f(x) = f(a)$. B. $\min f(x) = f(b)$. C. $\min f(x) = f(c)$. D. $\min f(x) = f(d)$.

Câu 64. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $6 < n < 9$. B. $9 < n < 12$. C. $n < 6$. D. Không tồn tại n .

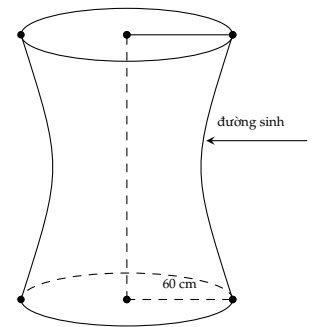
Câu 65. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $6 < n < 9$. B. $9 < n < 12$. C. $n < 6$. D. Không tồn tại n .

Câu 66.

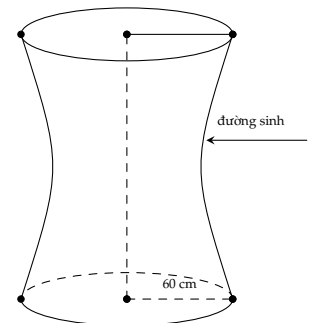
Cho một chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. $V = 344.963 \text{ cm}^3$. B. $V = 344.964 \text{ cm}^3$.
C. $V = 20.8347 \text{ cm}^3$. D. $V = 20.8346 \text{ cm}^3$.

**Câu 67.**

Cho một chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. $V = 344.963 (\text{cm}^3)$. B. $V = 344.964 (\text{cm}^3)$.
C. $V = 20.8347 (\text{cm}^3)$. D. $V = 20.8346 (\text{cm}^3)$.



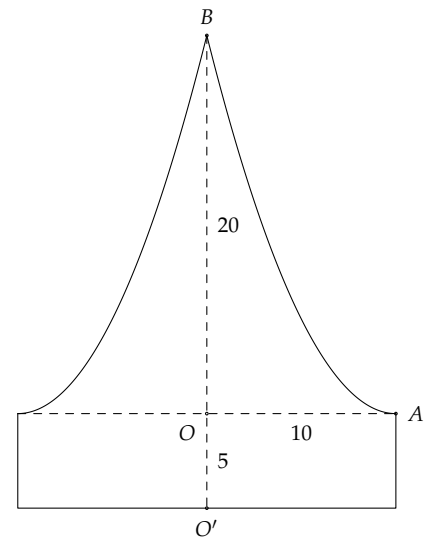
Câu 68. Tìm số thực a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ có diện tích lớn nhất.

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. B. 1. C. 2. D. $\sqrt[3]{3}$.

Câu 69.

Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có hình dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ dưới đây. Biết rằng $OO' = 5$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A . Tính thể tích chiếc mũ (đơn vị cm^3).

- A. $\frac{2750\pi}{3}$. B. $\frac{2050\pi}{3}$. C. $\frac{2500\pi}{3}$. D. $\frac{2250\pi}{3}$.



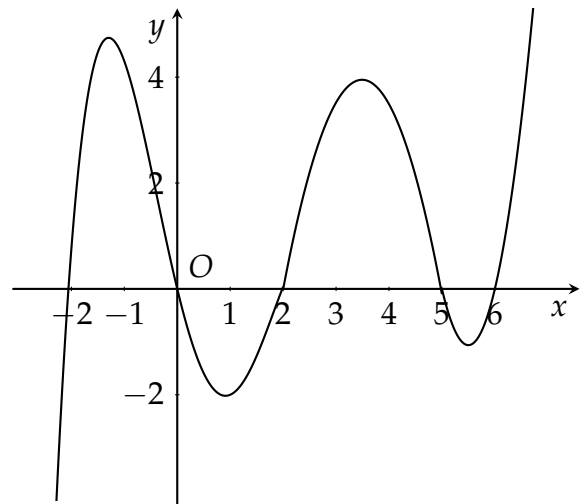
Câu 70. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = x - \pi$, $y = \sin x$ và $x = 0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V = p\pi^4$, $(p \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $24p$ bằng

- A. 8. B. 4. C. 24. D. 12.

Câu 71.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(0)$ thuộc đoạn $[-1; 5]$ là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.



Câu 72. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$. Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị với trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng diện tích phần phía dưới trục hoành. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + 2b$.

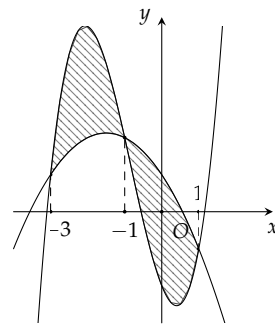
- A. 29. B. 0. C. 37. D. 38.

Câu 73. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) tại điểm A có hoành độ $x_A = a$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) và (C) bằng $\frac{27}{4}$, các giá trị của a thỏa mãn đẳng thức nào?

- A. $2a^2 - 2a - 1 = 0$. B. $a^2 - 2a = 0$. C. $a^2 - a - 2 = 0$. D. $a^2 + 2a - 3 = 0$.

Câu 74. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3, -1, 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho (miền gạch chéo) có diện tích bằng

- A. $\frac{9}{2}$.
B. 4.
C. 5.
D. 8.



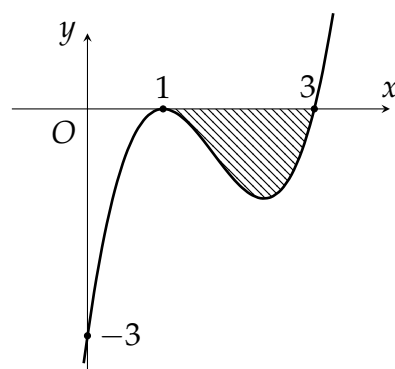
Câu 75. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình (H_1) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = -\sqrt{2x}$, $x = 4$; hình (H_2) là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn các điều kiện: $x^2 + y^2 \leq 16$, $(x - 2)^2 + y^2 \geq 4$, $(x + 2)^2 + y^2 \geq 4$. Khi quay (H_1) , (H_2) quanh Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1 , V_2 . Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V_2 = 2V_1$. B. $V_1 = V_2$. C. $V_1 + V_2 = 48\pi$. D. $V_2 = 4V_1$.

Câu 76.

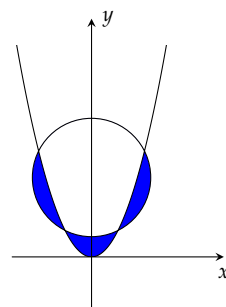
Tính diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ (phần được tô như hình vẽ), thì ta được

- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = \frac{5}{3}$. C. $S = \frac{4}{3}$. D. $S = \frac{6}{3}$.



Câu 77. Cho Parabol (P) : $y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm $A(0; 3)$, bán kính $\sqrt{5}$ như hình vẽ. Diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) gần với số nào nhất dưới đây?

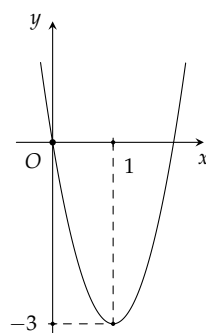
- A. 3,44.
B. 1,51.
C. 3,54.
D. 1,77.



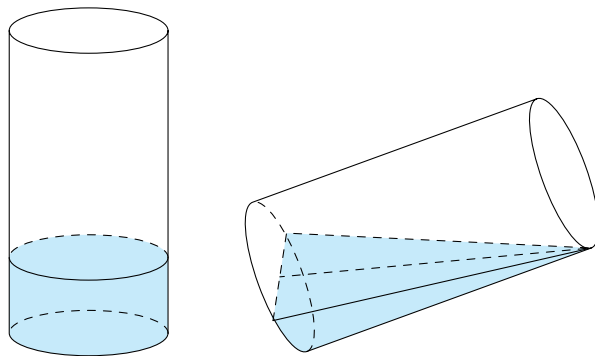
Câu 78.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) . Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng đường thẳng $d: y = x$ cắt (C) tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau. Tổng $a + b + c + d$ bằng

- A. 1.
B. 0.
C. 2.
D. 3.



Câu 79. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 4 cm, chiều cao trong lòng cốc là 12 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết rằng khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc, mực nước trùng với đường kính đáy.

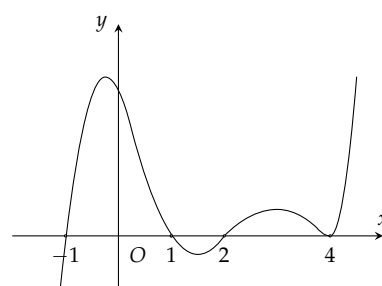


- A. $128\pi \text{ cm}^3$. B. 128 cm^3 . C. 256 cm^3 . D. $256\pi \text{ cm}^3$.

Câu 80.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thuộc đoạn $[-1; 4]$ của phương trình $f(x) = f(0)$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.



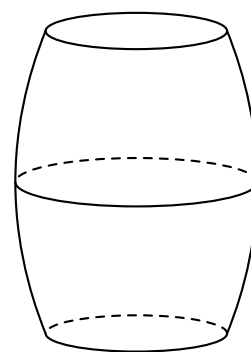
Câu 81. Trên một cánh đồng cỏ có 2 con bò được cột vào 2 cái cọc khác nhau. Biết khoảng cách giữa 2 cọc là 4 mét còn 2 sợi dây cột 2 con bò dài 3 mét và 2 mét. Tính diện tích mặt cỏ lớn nhất mà 2 con bò có thể ăn chung (lấy giá trị gần đúng nhất).

- A. $1,989 \text{ m}^2$. B. $1,034 \text{ m}^2$. C. $1,574 \text{ m}^2$. D. $2,824 \text{ m}^2$.

Câu 82.

Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có là đường tròn bán kính là 40 cm, chiều cao thùng rượu là 1 m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol, hỏi thể tích thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?

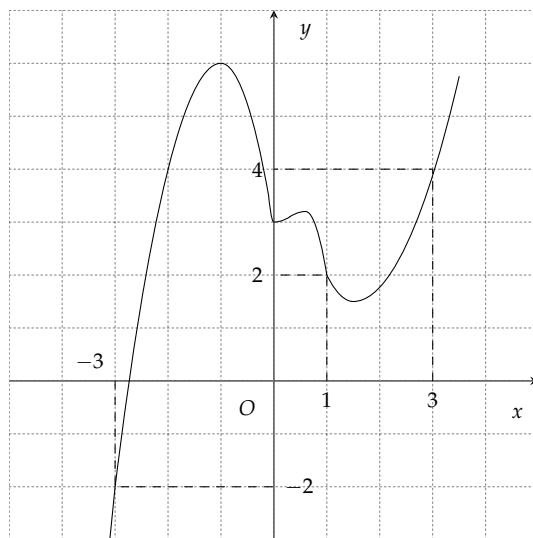
- A. 425162 lít. B. 212581 lít. C. 212,6 lít. D. 425,2 lít.



Câu 83. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có phần phía trên trục hoành và phần phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên, $b > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $S = a + b$ là

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 84. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- B. Phương trình $g(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- C. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- D. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

Câu 85.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 9]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 30; 3 và 4. Tích phân

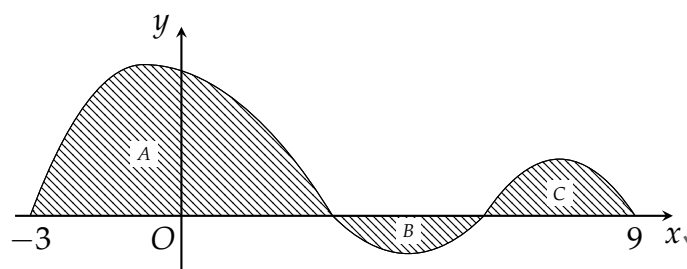
$$\int_{-1}^2 [f(4x+1) + x] dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{45}{2}$.

B. 41.

C. 37.

D. $\frac{37}{4}$.



Câu 86.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 1]$ như hình vẽ. Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là 8, $\frac{3}{5}$ và $\frac{4}{5}$. Tính

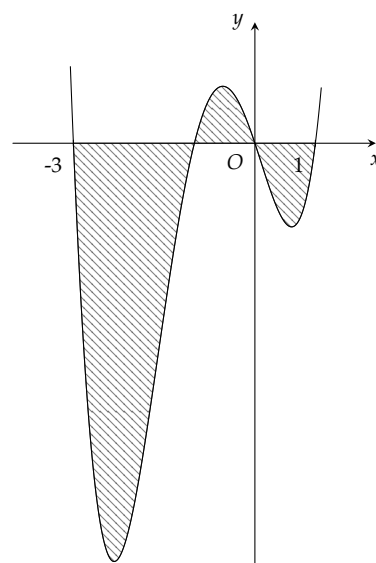
tích phân $\int_{-2}^0 (f(2x+1) + 3) dx$.

A. $-\frac{41}{5}$.

B. $-\frac{42}{5}$.

C. $-\frac{21}{5}$.

D. $-\frac{82}{5}$.

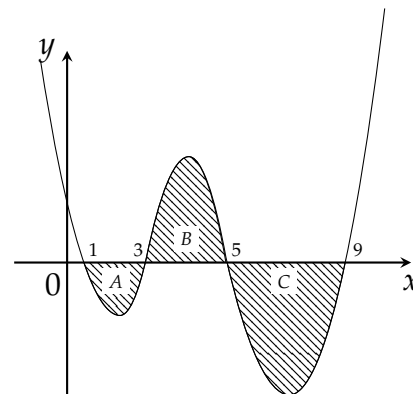


Câu 87.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[1;9]$ như hình bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 2, 4, 7. Tính tích phân

$$\int_{-1}^3 (f(2x+3) + 1) dx.$$

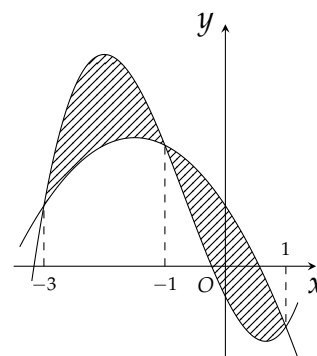
- A. $\frac{11}{2}$. B. 3. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.



Câu 88.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

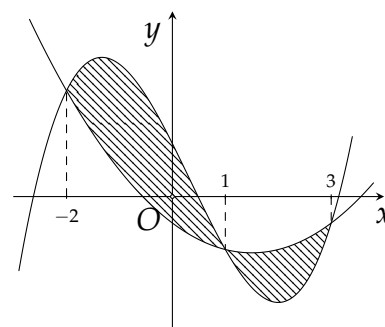
- A. $\frac{9}{2}$. B. 8. C. 4. D. 5.



Câu 89.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

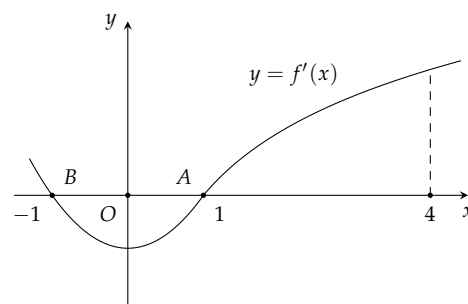
- A. $\frac{253}{48}$. B. $\frac{125}{24}$.
C. $\frac{125}{48}$. D. $\frac{253}{24}$.



Câu 90.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng các điểm $A(1;0)$, $B(-1;0)$ thuộc đồ thị. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$ lần lượt là

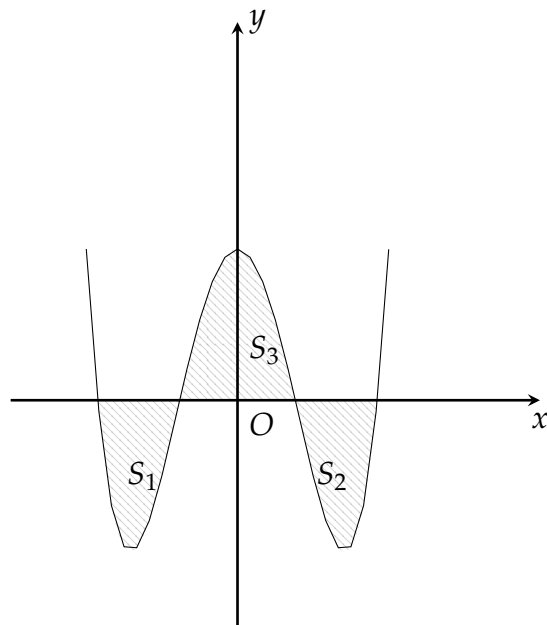
- A. $f(1); f(-1)$. B. $f(0); f(2)$.
C. $f(1); f(4)$. D. $f(-1); f(4)$.



Câu 91.

Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ có dáng đồ thị như hình vẽ. Gọi S_3 là miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Khi quay S_3 quay trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V . Tính V .

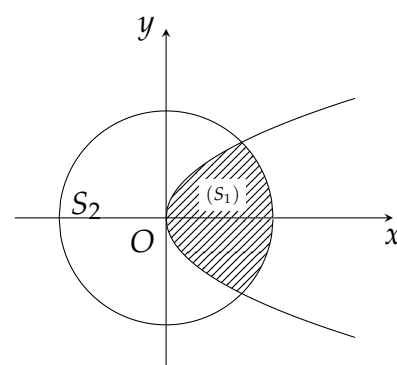
- A. $V = \frac{2008}{315} \pi$. B. $V = \frac{584}{315} \pi$.
C. $V = \frac{1168}{315} \pi$. D. $V = \frac{4016}{315} \pi$.



Câu 92.

Biết rằng đường parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 . Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$, với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 13$. B. $S = 16$. C. $S = 15$. D. $S = 14$.



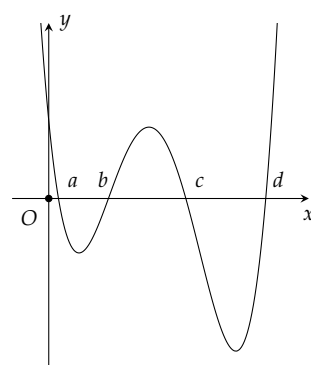
Câu 93. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}, y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của hình (H) bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 94.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm có hoành độ theo thứ tự từ trái sang phải trên trục hoành là a, b, c, d ($a < b < c < d$) như hình vẽ bên. Chọn khẳng định đúng.

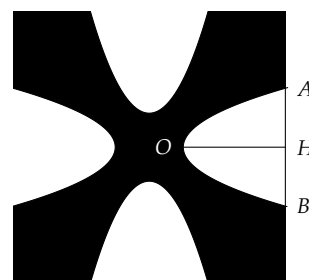
- A. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$. B. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.
C. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$. D. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.



Câu 95.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình vẽ bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích của bề mặt hoa văn đó.

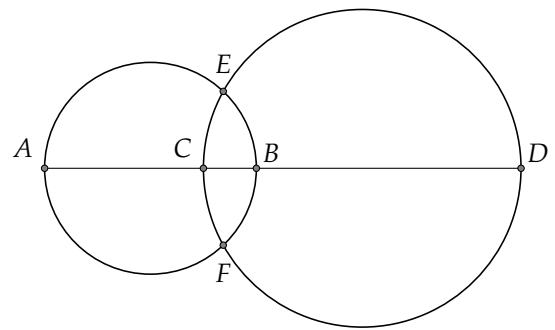
- A. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$. B. 50 cm^2 . C. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. D. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$.



Câu 96.

Cho đường tròn đường kính $AB = 4$ và đường tròn đường kính $CD = 4\sqrt{3}$ cắt nhau theo dây cung $EF = 2\sqrt{3}$ (xem hình vẽ bên). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay cung AE, ED xung quanh trục AD .

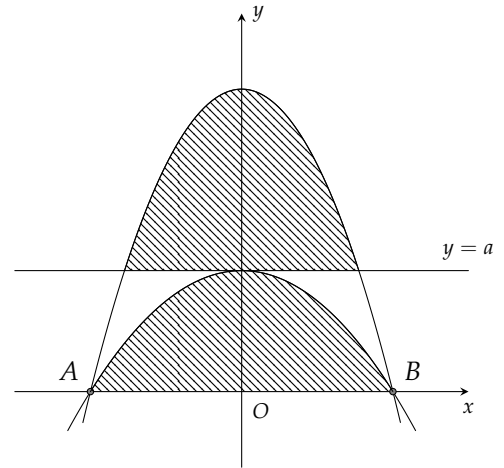
- A. $(64 - 16\sqrt{2})\pi$. B. $(36 + 16\sqrt{2})\pi$.
C. $(36 + 16\sqrt{3})\pi$. D. $(64 - 16\sqrt{3})\pi$.



Câu 97.

Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d , S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

- A. $T = 99$. B. $T = 64$. C. $T = 32$. D. $T = 72$.



Câu 98. Xác định m để đồ thị hàm số $(C): y = 5x^4 - 8x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành có phần trên và phần dưới bằng nhau.

- A. $\frac{9}{16}$. B. $\frac{16}{9}$. C. 9. D. $\frac{25}{16}$.

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$ có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một nửa đường tròn đường kính là $\sqrt{5}x^2$. Tính thể tích V của vật thể đã cho.

- A. $V = 2\pi$. B. $V = 5\pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 3\pi$.

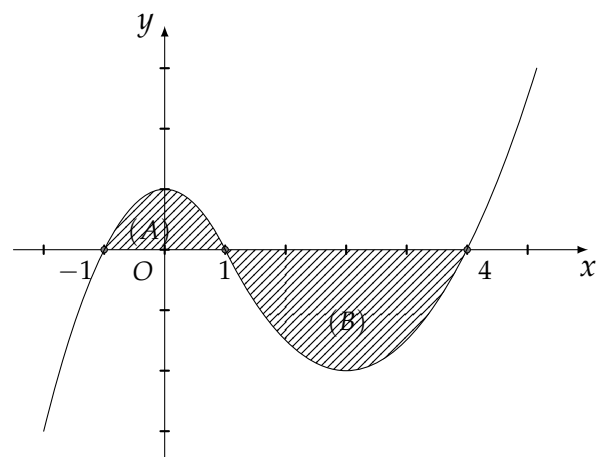
Câu 100.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các hình $(A), (B)$ lần

lượt bằng 3 và 7. Tích tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x -$

1) dx bằng

- A. $I = -\frac{4}{5}$. B. $I = 2$. C. $I = \frac{4}{5}$. D. $I = -2$.



ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. A	3. C	4. B	5. B	6. A	7. A	8. A	9. D	10. B
11. C	12. D	13. B	14. A	15. C	16. D	17. D	18. C	19. A	20. C
21. A	22. D	23. D	24. C	25. A	26. B	27. A	28. B	29. D	30. B
31. C	32. B	33. A	34. D	35. C	36. A	37. D	38. A	39. C	40. C
41. B	42. A	43. C	44. B	45. B	46. D	47. B	48. C	49. B	50. A
51. C	52. C	53. A	54. C	55. C	56. B	57. B	58. B	59. D	60. A
61. B	62. B	63. A	64. D	65. D	66. B	67. B	68. B	69. C	70. A
71. D	72. D	73. B	74. B	75. D	76. C	77. C	78. A	79. B	80. D
81. A	82. D	83. B	84. C	85. D	86. B	87. D	88. C	89. A	90. C
91. C	92. C	93. D	94. A	95. C	96. C	97. B	98. B	99. C	100. A

E. BÀI TOÁN THỰC TẾ

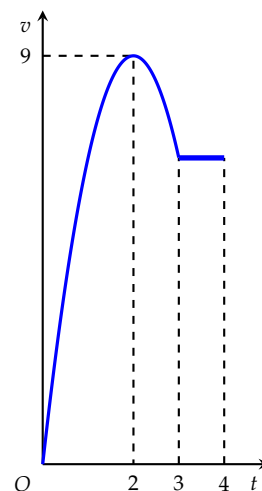
Câu 1. Hai người A và B ở cách nhau 180(m) trên đoạn đường thẳng và cùng chuyển động theo một hướng với vận tốc biến thiên theo thời gian, A chuyển động với vận tốc $v_1(t) = 6t + 5(\text{m/s})$, B chuyển động với vận tốc $v_2(t) = 2at - 3(\text{m/s})$ (a là hằng số), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A và B bắt đầu chuyển động. Biết rằng lúc A đuổi theo B và sau 10(giây) thì đuổi kịp. Hỏi sau 20(giây), A cách B bao nhiêu mét?

- A. 320(m). B. 720(m). C. 360(m). D. 380(m).

Câu 2.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.

- A. 28,5 (km). B. 27 (km). C. 26,5 (km). D. 24 (km).

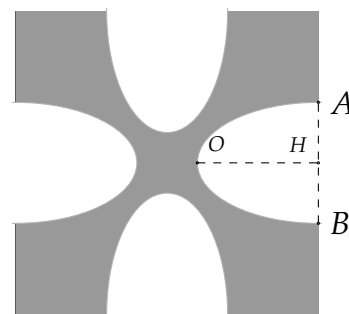


Câu 3. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t(\text{m/s})$ với t là thời gian tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200(m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A. $\frac{2500}{3}$ (m). B. 2000 (m). C. 500 (m). D. $\frac{4000}{3}$ (m).

Câu 4.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



- A. $\frac{160}{3} \text{ cm}^3$. B. $\frac{140}{3} \text{ cm}^3$. C. $\frac{14}{3} \text{ cm}^3$. D. 50 cm^3 .

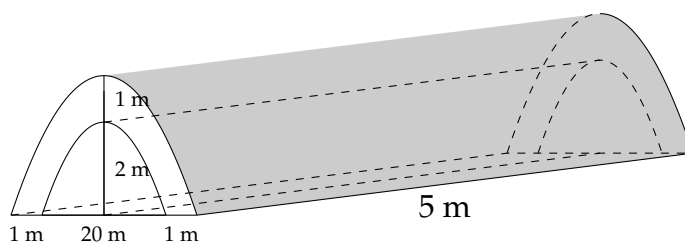
Câu 5. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc.

- A. $\frac{45}{2}$ m. B. $\frac{201}{4}$ m. C. $\frac{81}{4}$ m. D. $\frac{65}{2}$ m.

Câu 6.

Một nhóm từ thiện ở Hà Nội khởi công dự án xây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình là các đường parabol). Tính thể tích khối bê tông đủ để đổ cho cây cầu gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 84 m^3 . B. 88 m^3 . C. 85 m^3 . D. 90 m^3 .



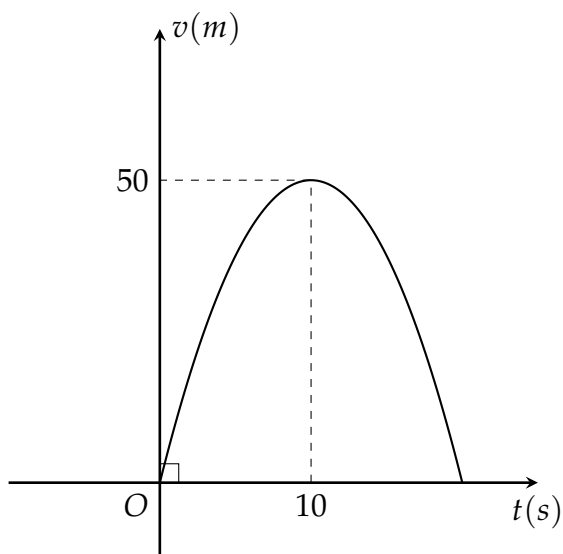
Câu 7. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 25 m. B. $\frac{44}{5}$ m. C. $\frac{25}{2}$ m. D. $\frac{45}{4}$ m.

Câu 8. Một ô tô đang chạy với vận tốc 9 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 9$ m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 13,5 (m). B. 12,5 (m). C. 11,5 (m). D. 10,5 (m).

Câu 9. Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol có hình bên dưới.

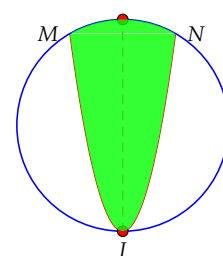


Biết rằng sau 10 s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 50 m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?

- A. $\frac{1000}{3}$ m. B. $\frac{1100}{3}$ m. C. $\frac{1400}{3}$ m. D. 300 m.

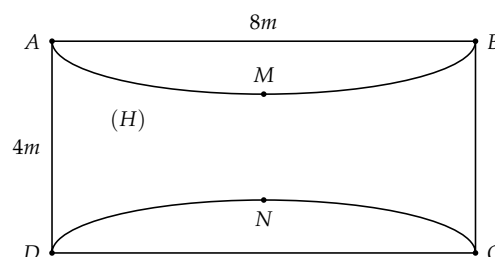
Câu 10.

Một tấm biển quảng cáo có hình dạng là một hình tròn bán kính là $2m$. Biết chi phí để sơn phần tô đậm mỗi mét vuông là 200.000 đồng và phần còn lại chi phí để sơn mỗi mét vuông là 100.000 đồng. Hỏi chi phí cần để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu? Biết rằng phần tô đậm được giới hạn bằng một Parabol có trục đi qua tâm của đường tròn và đi qua hai điểm MN và $MN = 2$. (tham khảo hình vẽ).



- A. 5693551.000 đồng. B. 2693551.000 đồng.
C. 3693551.000 đồng. D. 4693551.000 đồng.

Câu 11. Một sân vườn hình chữ nhật (hình vẽ) có chiều dài $AB = 8$ m, chiều rộng $AD = 4$ m. Anh Thông chia sân vườn đó thành một phần lối đi (H) ở chính giữa sân (phần tô đậm) và phần còn lại để trồng hoa. Biết phần đất để trồng hoa là hai nửa của một hình Elíp (E), khoảng cách ngắn nhất của hai điểm M, N trên hai viền của Elíp là $MN = 2$ m. Tính diện tích phần lối đi (H).



- A. $(32 - 4\pi)$ m². B. $(16 - 4\pi)$ m².
C. $(32 - 8\pi)$ m². D. $(16 - 8\pi)$ m².

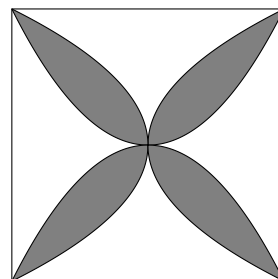
Câu 12. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 28cm, trục nhỏ 25cm. Biết cứ 1000cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20.000đ. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

- A. 183.000đ. B. 180.000đ. C. 185.000đ. D. 190.000đ.

Câu 13.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

- A. 800 cm^2 . B. $\frac{800}{3}\text{ cm}^2$. C. $\frac{400}{3}\text{ cm}^2$. D. 250 cm^2 .



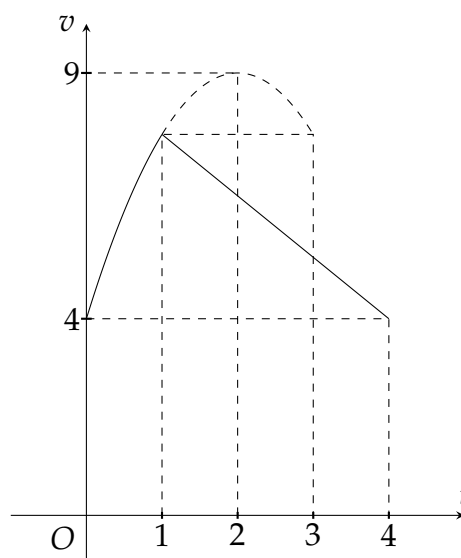
Câu 14. Một quả đào có dạng hình cầu đường kính 6 cm. Hạt của nó là khối tròn xoay sinh ra bởi hình Ê-líp khi quay quanh đường thẳng nối hai tiêu điểm F_1, F_2 . Biết tâm của Ê-líp trùng với tâm của khối cầu và độ dài trục lớn, trục nhỏ lần lượt là 4 cm và 2 cm. Thể tích phần cùi (phần ăn được) của quả đào bằng $\frac{a}{b}\pi\text{ (cm}^3\text{)}$ với a, b là các số thực và $\frac{a}{b}$ (tối giản), khi đó $a - b$ bằng

- A. 97. B. 36. C. 5. D. 103.

Câu 15.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại vật chuyển động chậm dần đều. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $S = 23,71\text{ km}$. B. $S = 23,58\text{ km}$.
C. $S = 23,56\text{ km}$. D. $S = 23,72\text{ km}$.

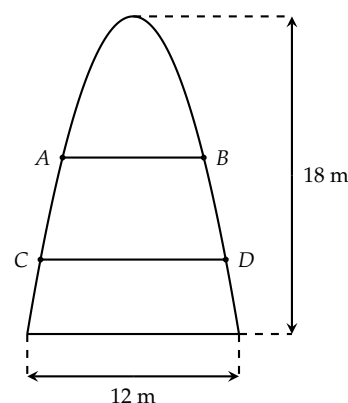


Câu 16.

Một cổng chào có dạng hình parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên).

Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng

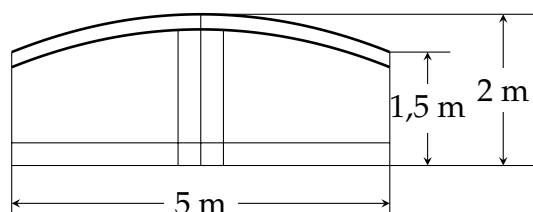
- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.



Câu 17.

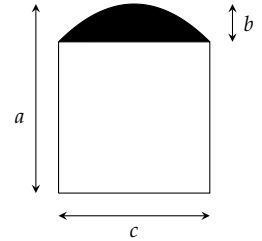
Ba Tí muốn làm cửa sắt được thiết kế như hình bên. Vòm cổng có hình dạng một parabol. Giá 1m^2 cửa sắt là 660000 đồng. Cửa sắt có giá (nghìn đồng) là

- A. 6500. B. $\frac{55}{6} \cdot 10^3$. C. 5600. D. 6050.



Câu 18.

Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a = 2,5$ m, $b = 0,5$ m, $c = 2$ m. Biết số tiền để làm 1 m^2 cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để làm cửa là



- A. $\frac{14}{3}$ triệu đồng. B. $\frac{13}{3}$ triệu đồng.
C. $\frac{63}{17}$ triệu đồng. D. $\frac{17}{3}$ triệu đồng.

Câu 19. Một chiếc ô tô đang chuyển động với vận tốc $v(t) = 2 + \frac{t^2 - 4}{t + 4}$ (m/s). Quãng đường ô tô đi được từ thời điểm $t = 5$ s đến thời điểm $t = 10$ s là

- A. 12,23 m. B. 32,8 m. C. 45,03 m. D. 10,24 m.

Câu 20. Một vật chuyển động có phương trình $v(t) = t^3 - 3t + 1$ m/s. Quãng đường vật đi được kể từ khi bắt đầu chuyển động đến khi gia tốc bằng 24 m/s^2 là

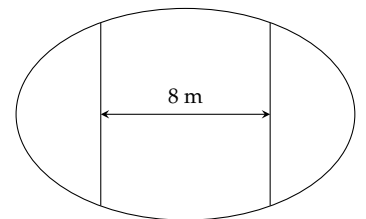
- A. $\frac{15}{4}$ m. B. 20 m. C. 19 m. D. $\frac{39}{4}$ m.

Câu 21. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 0,2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

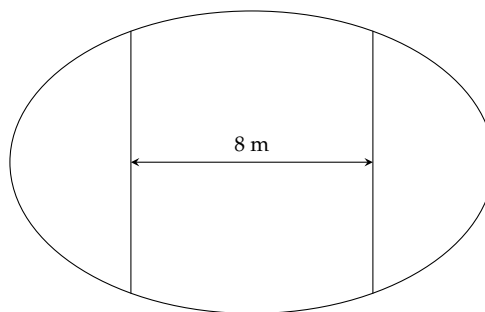
Câu 22.

Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ. Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 7.862.000 đồng. B. 7.653.000 đồng.
C. 7.128.000 đồng. D. 7.826.000 đồng.

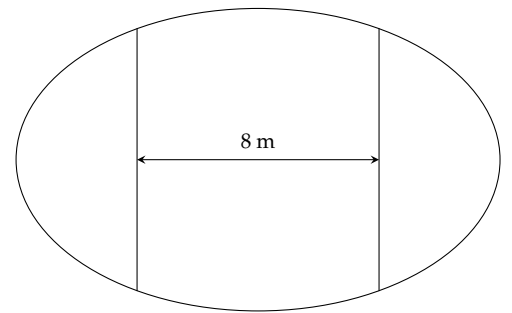
Câu 23. Ông An có một mảnh vườn hình e-lip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của e-lip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 7.862.000 đồng. B. 7.653.000 đồng. C. 7.128.000 đồng. D. 7.826.000 đồng.

Câu 24.

Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của Elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 7.862.000 đồng. B. 7.653.000 đồng. C. 7.128.000 đồng. D. 7.826.000 đồng.

Câu 25. Một quả trứng có hình dạng khối tròn xoay, thiết diện qua trục của nó là hình elip có độ dài trục lớn bằng 6, độ dài trục bé bằng 4. Tính thể tích quả trứng đó.

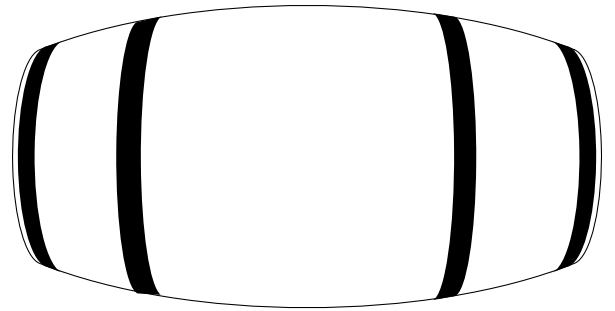
- A. 12π . B. 18π . C. 14π . D. 16π .

Câu 26. Trong trung tâm công viên có một khuôn viên hình elip có độ dài trục lớn bằng 20 m, độ dài trục bé bằng 12 m. Giữa khuôn viên là một đài phun nước hình tròn có đường kính 10 m, phần còn lại của khuôn viên người ta thả cá. Tính diện tích phần thả cá.

- A. $35\pi \text{ m}^2$. B. $25\pi \text{ m}^2$. C. $85\pi \text{ m}^2$. D. $60\pi \text{ m}^2$.

Câu 27.

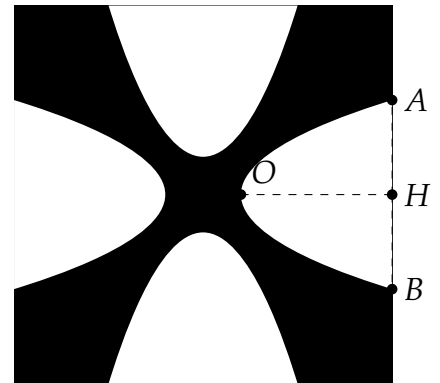
Một thùng đựng rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay (tham khảo hình bên). Bán kính các đáy là 30 cm, khoảng cách giữa hai đáy là 1 m, thiết diện qua trục vuông góc với trục và cách đều hai đáy có chu vi là 80π cm. Biết rằng mặt phẳng qua trục cắt mặt xung quanh của bình là các đường parabol. Thể tích của thùng gần với số nào sau đây?



- A. 425,2 (lít). B. 284 (lít). C. 212,6 (lít). D. 142,2 (lít).

Câu 28.

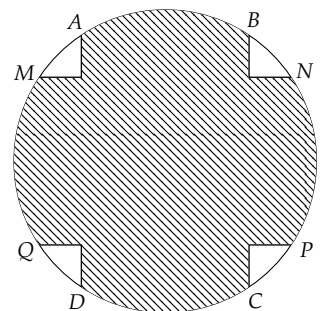
Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



- A. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. B. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$. C. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$. D. 50 cm^2 .

Câu 29.

Một vườn hoa có dạng hình tròn, bán kính bằng 5 m. Phần đất trồng hoa là phần tô trong hình vẽ bên. Kinh phí để trồng hoa là 50.000 đồng/m². Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) cần để trồng hoa trên diện tích phần đất đó là bao nhiêu? Biết hai hình chữ nhật ABCD và MNPQ có $AB = MQ = 5$ m.

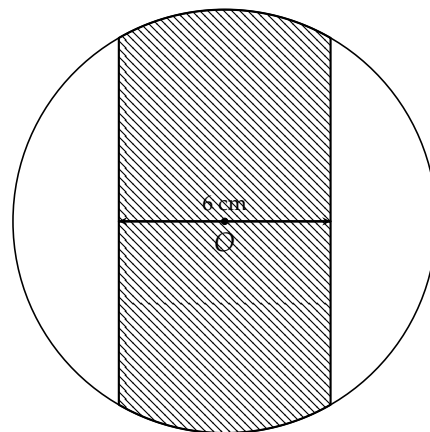


- A. 3.533.057 đồng. B. 3.641.528 đồng.
C. 3.641.529 đồng. D. 3.533.058 đồng.

Câu 30.

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6 m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6 m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/ m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó?

- A. 8412322 đồng. B. 4821322 đồng.
C. 3142232 đồng. D. 4821232 đồng.



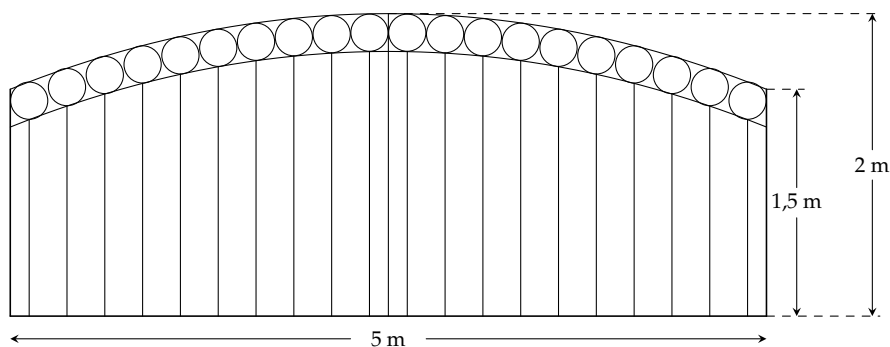
Câu 31. Trên đoạn thẳng AB dài 200 m có hai chất điểm X, Y . Chất điểm X xuất phát từ A , chuyển động thẳng hướng đến B với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{3}t$ m/s, trong đó t giây là khoảng thời gian tính từ lúc X bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, chất điểm Y xuất phát từ B và xuất phát chậm hơn 10 giây so với X ; Y chuyển động thẳng theo chiều ngược lại với X và có gia tốc bằng a m/s² (a là hằng số). Biết rằng hai chất điểm X, Y gặp nhau tại đúng trung điểm đoạn thẳng AB . Gia tốc của chất điểm Y bằng

- A. 2 m/s². B. 1,5 m/s². C. 2,5 m/s². D. 1 m/s².

Câu 32. Một ô-tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 20 - 4t$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc hãm phanh. Quãng đường xe ô-tô di chuyển trong giây cuối cùng trước khi dừng lại là

- A. 0,5 (m). B. 1 (m). C. 2 (m). D. 2,5 (m).

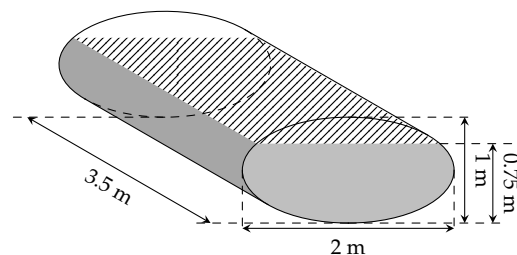
Câu 33. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một đường parabol. Giá 1 mét vuông cửa rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn)?



- A. 6.620.000 đồng. B. 6.320.000 đồng. C. 6.520.000 đồng. D. 6.417.000 đồng.

Câu 34.

Một thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có độ dài trục lớn bằng 2 m, độ dài trục bé bằng 1 m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3,5 m. Thùng được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ điểm thấp nhất của đáy thùng đến mặt dầu) là 0,75 m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

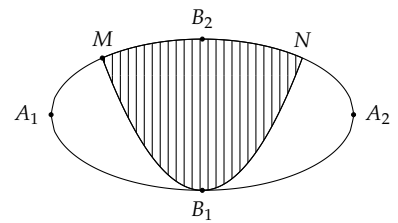


- A. $V = 4,42 \text{ m}^3$. B. $V = 3,25 \text{ m}^3$. C. $V = 1,26 \text{ m}^3$. D. $V = 7,08 \text{ m}^3$.

Câu 35.

Một biển quảng cáo có dạng hình elíp với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Người ta chia elíp bởi parabol có đỉnh B_1 , trục đối xứng B_1B_2 và đi qua các điểm M, N . Sau đó sơn phần gạch chéo với giá 200.000 đồng/m² và trang trí đèn led phần còn lại với giá 500.000 đồng/m². Hỏi kinh phí sử dụng gần nhất với giá trị nào dưới đây? Biết rằng $A_1A_2 = 4$ m, $B_1B_2 = 2$ m, $MN = 2$ m.

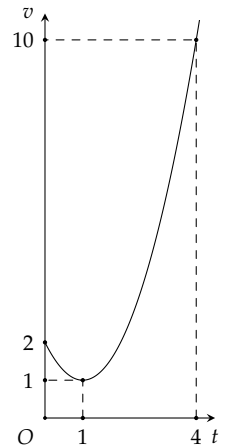
- A. 2.341.000 đồng. B. 2.057.000 đồng. C. 2.760.000 đồng. D. 1.664.000 đồng.



Câu 36.

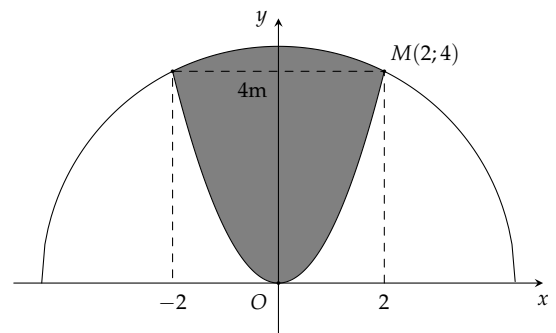
Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/giờ) phụ thuộc thời gian t (giờ) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

- A. $s = \frac{40}{3}$ km. B. $s = 8$ km. C. $s = \frac{46}{3}$ km. D. $s = 6$ km.



Câu 37.

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản.

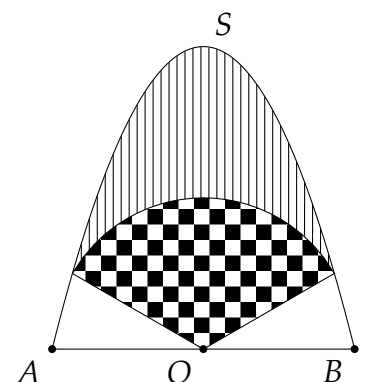


Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150 000 đồng/m² và 100 000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 3 738 574 đồng. B. 1 948 000 đồng. C. 3 926 990 đồng. D. 4 115 408 đồng.

Câu 38.

Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh S như hình vẽ, biết $OS = AB = 4$ cm, O là trung điểm AB . Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức chi phí: phần trên là phần kẻ sọc 140 000 đồng/m², phần giữa là hình quạt tâm O , bán kính 2 m được tô đậm 150 000 đồng/m², phần còn lại 160 000 đồng/m². Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất với số nào sau đây?



- A. 1,597.000 đồng. B. 1,625.000 đồng. C. 1,575.000 đồng. D. 1,600.000 đồng.

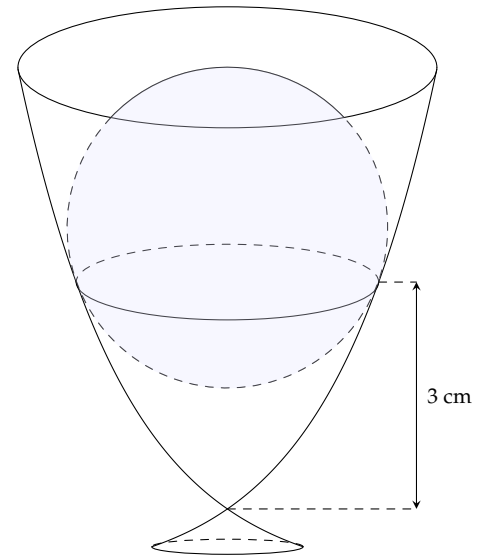
Câu 39. Một bác thợ làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{x+1}$ và trục Ox , khi quay quanh trục Ox . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Khi đó thể tích của lọ là

- A. 8π dm³. B. $\frac{15}{2}\pi$ dm³. C. $\frac{14}{3}\pi$ dm³. D. $\frac{15}{2}$ dm³.

Câu 40.

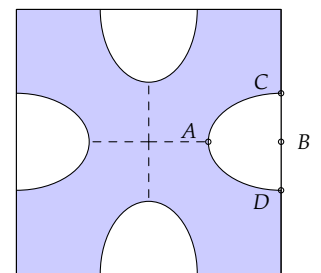
Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay một phần đồ thị hàm số $y = 2^x$ xung quanh trục Oy . Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly 3 cm (như hình vẽ). Thể tích nước có trong ly gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

- A. 30 cm^2 . B. 40 cm^2 . C. 50 cm^2 . D. 60 cm^2 .



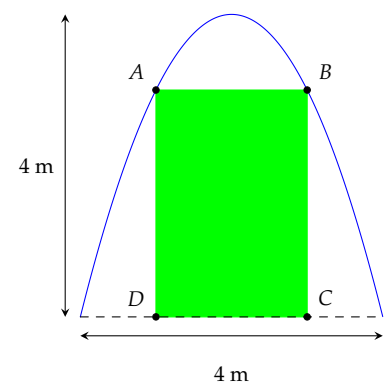
Câu 41. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh 20 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng một nửa e-líp như hình vẽ. Biết nửa trục lớn $AB = 6 \text{ cm}$, trục bé $CD = 8 \text{ cm}$. Diện tích bề mặt của một hoa văn đó bằng

- A. $400 - 48\pi \text{ cm}^2$.
 B. $400 - 96\pi \text{ cm}^2$.
 C. $400 - 24\pi \text{ cm}^2$.
 D. $400 - 36\pi \text{ cm}^2$.

**Câu 42.**

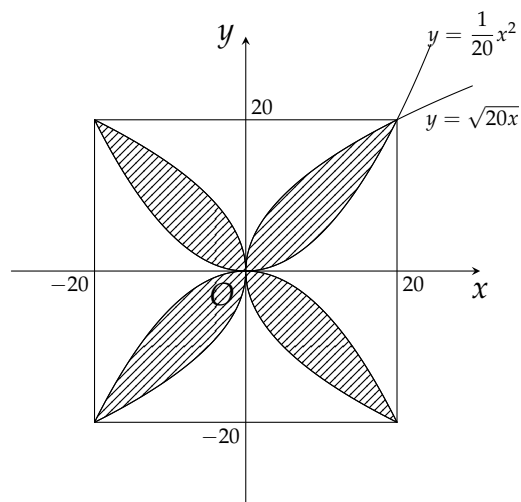
Đợt thi đua 26 tháng 3 Đoàn trường THPT Nho Quan A có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ bên. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 150.000 đồng trên 1 m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (kết quả làm tròn lấy phần nguyên)?

- A. 575.034 đồng . B. 676.239 đồng .
 C. 536.272 đồng . D. 423.215 đồng .

**Câu 43.**

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Diện tích mỗi cánh hoa bằng

- A. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$. B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$. C. 250 cm^2 . D. 800 cm^2 .



Câu 44. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 168$ m. B. $S = 166$ m. C. $S = 144$ m. D. $S = 152$ m.

Câu 45. Thời gian và vận tốc của một vật khi nó đang trượt trên mặt phẳng nghiêng có mối liên hệ theo công thức $t = \int \frac{2}{20 - 3v} dv$ (giây). Chọn gốc thời gian là lúc vật bắt đầu chuyển động, hãy tìm phương trình vận tốc của vật.

- A. $v = \frac{20}{3} + \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$. B. $v = \frac{20}{3} - \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$.
C. $v = \frac{20}{3} - \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$ hoặc $v = \frac{20}{3} + \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}$. D. $v = \frac{20}{5} - \frac{20}{5\sqrt{e^{3t}}}$.

Câu 46. Vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày ngày thứ t với số lượng là $F(t)$, nếu biết phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết tốc độ phát triển của vi khuẩn ngày thứ t là $F'(t) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày?

- A. 5434. B. 1499. C. 283. D. 3717.

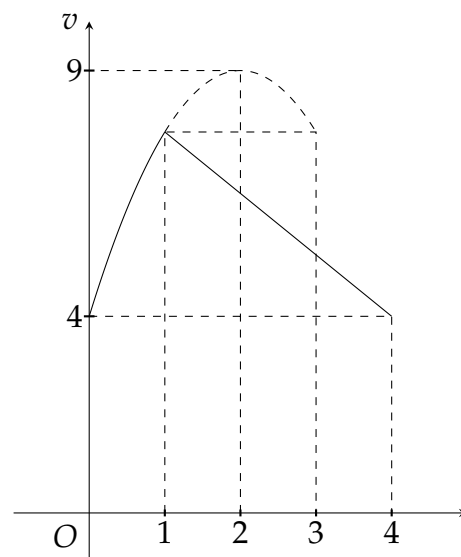
Câu 47. Một ô tô chạy với vận tốc 20 (m/s) thì người lái đạp phanh (còn nói là thắng). Sau khi đạp phanh, ô tô di chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 20 (m). B. 15 (m). C. 5 (m). D. 10 (m).

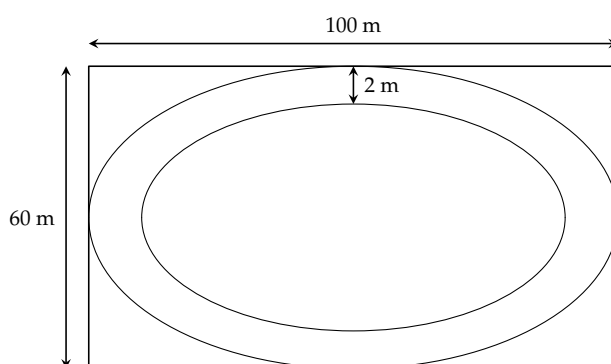
Câu 48.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại vật chuyển động chậm dần đều. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $S = 23,71$ km. B. $S = 23,58$ km.
C. $S = 23,56$ km. D. $S = 23,72$ km.



Câu 49. Sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 m và chiều rộng là 60 m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ).



Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2 m. Kinh phí của mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 293.904.000. B. 283.904.000. C. 293.804.000. D. 294.053.072.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. B	3. A	4. B	5. B	6. B	7. A	8. A	9. A	10. C
11. A	12. A	13. C	14. A	15. A	16. C	17. D	18. A	19. B	20. D
21. C	22. B	23. B	24. B	25. D	26. A	27. A	28. A	29. A	30. B
31. A	32. C	33. D	34. A	35. A	36. A	37. A	38. D	39. B	40. A
41. A	42. B	43. A	44. A	45. B	46. D	47. C	48. A	49. D	

A. MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích vật thể tròn xoay có được khi (H) quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi^2}{4}$.

B. 2π .

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải.

Gọi V là thể tích khối tròn xoay cần tính. Ta có

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \pi \left(\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4}.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải.

Theo lý thuyết về tính diện tích hình phẳng ta có diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, ($a < b$) được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 3. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2, y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\int_0^2 (2x - x^2) dx$.

B. $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$.

C. $\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$.

D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Theo công thức thể tích giới hạn bởi các đường ta có

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 4. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$.

B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$.

C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$.

D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Lời giải.

Ta có $S = \int_0^2 |3^x| dx = \int_0^2 3^x dx$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 5. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{4}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình (D) quanh trục Ox .

- A. $\frac{15}{16}$. B. $\frac{15\pi}{8}$. C. $\frac{21\pi}{16}$. D. $\frac{21}{16}$.

Lời giải.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình (D) quanh trục Ox là

$$V = \pi \cdot \int_1^4 \left(\frac{x}{4}\right)^2 dx = \frac{\pi x^3}{48} \Big|_1^4 = \frac{21\pi}{16}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 6. Với hàm số $f(x)$ tùy ý liên tục trên $\mathbb{R}$, $a < b$, diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \left| \pi \int_a^b f(x) dx \right|$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $y = 0$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$) và

đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

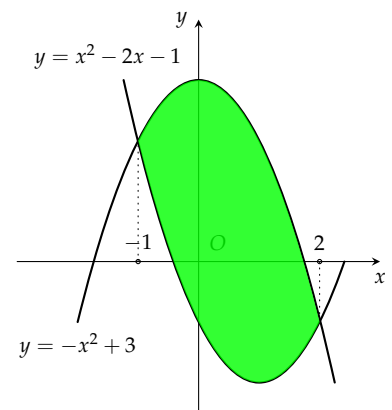
Chọn phương án **A**

□

Câu 7.

Diện tích hình phẳng bôi đậm trong hình vẽ dưới đây được xác định theo công thức

- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy công thức tính diện tích hình phẳng cần tính là

$$\int_{-1}^2 (-x^2 + 3 - x^2 + 2x + 1) dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln x + C$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Lời giải.

$$I = \int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$$

Chú ý khi giải: Dùng dấu giá trị tuyệt đối khi có $\ln|x|$, học sinh có thể chọn nhầm đáp án C.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, $a < b$. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Lời giải.

Công thức diện tích hình phẳng SGK.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 10. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, ($a \leq b$) có diện tích S là

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Lời giải.

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, ($a \leq b$) có $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 11. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $\int_b^a |f(x)| dx.$

B. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

C. $\int_a^b |f(x)| dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx.$

Lời giải.

Theo SGK.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 12. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ với $a < b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x))^2 dx.$

D. $S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải.

Theo lý thuyết giáo khoa ta có hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1) : y = f(x) \\ (C_2) : y = g(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases}$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 13. Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể bị giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a, x = b$ ($a < b$), có diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.

A. $V = \int_a^b S(x) dx.$ B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$ C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$ D. $V = \int_a^b S(x) dx.$

Lời giải.

Thể tích của vật thể đã cho là $V = \int_a^b S(x) dx.$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức

A. $S_H = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx.$ B. $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$
C. $S_H = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$ D. $S_H = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Lời giải.

Ta có diện tích hình (H) được tính bằng công thức $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 15. Cho hình phẳng $\mathcal{D}$ giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathcal{D}$ quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{e^2 - 1}{2}.$ B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}.$ C. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}.$ D. $V = \frac{\pi e^2}{2}.$

Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}.$

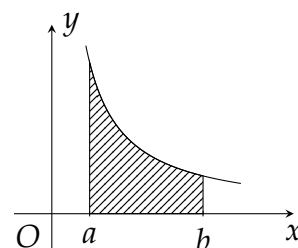
Chọn phương án **(C)** □

Câu 16. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức nào?

A. $\int_a^b f(x) dx.$ B. $\pi \int_a^b f^2(x) dx.$ C. $\int_a^b |f(x)| dx.$ D. $\int_a^b f^2(x) dx.$

Lời giải.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_a^b |f(x)| dx.$



Chọn phương án **(C)** □

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng D được tính bởi công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bởi công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **C** □

Câu 18. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox .

A. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $\int_a^b f^2(x) dx$. C. $\pi \int_a^b f(x) dx$. D. $2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Chọn phương án **A** □

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải.

Công thức đúng là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **D** □

Câu 20. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ có diện tích là

A. $S = \int_1^3 f(x) dx$. B. $S = \int_1^3 |f(x)| dx$. C. $S = \int_3^1 f(x) dx$. D. $S = \int_3^1 |f(x)| dx$.

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết về diện tích hình phẳng.

Chọn phương án **B** □

Câu 21. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$.

A. 19. B. $\frac{2186}{7}\pi$. C. 20. D. 18.

Lời giải.

$$S = \int_1^3 |x^3| dx = \left| \int_1^3 x^3 dx \right| = 20.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 22. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Theo lý thuyết $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ ($a < b$) và có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2)$. Khi đó công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1), (C_2)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

Lời giải.

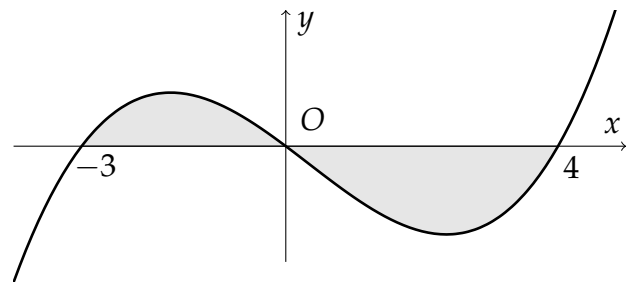
Do giả thiết diện tích hình phẳng bằng $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 24. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là

A. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx$.
B. $S = \int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.
D. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta được $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$, ($a < b$) được tính theo công thức.

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$ B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = - \int_a^b f(x) dx.$ D. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$

Lời giải.

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + y - 2z + 3 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng $x + y - 2z + 3 = 0$ nên nhận $\vec{u} = (1; 1; -2)$ làm một véc-tơ chỉ phương.

Đường thẳng đi qua $M(1; -2; 3)$, nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 2t. \end{cases}$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$ B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ C. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $\int_b^a f(x) dx.$ B. $\int_a^b f(x) dx.$ C. $\int_a^b |f(x)| dx.$ D. $-\int_a^b f(x) dx.$

Lời giải.

Theo kiến thức giáo khoa, ta có diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $\int_a^b |f(x)| dx.$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x, y = 0, x = -1, x = 2$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{5}.$ B. $\frac{17\pi}{5}.$ C. $\frac{18\pi}{5}.$ D. $\frac{5\pi}{18}.$

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay đã cho bằng

$$V = \pi \int_{-1}^2 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_{-1}^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{18\pi}{5}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $S = \int_a^b |f^2(x)| dx.$

D. $S = \pi \int_a^b |f^2(x)| dx.$

Lời giải.

$$S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 31. Vật thể B giới hạn bởi mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2 - x)$. Thể tích của vật thể B là

A. $V = \frac{2}{3}\pi.$

B. $V = \frac{2}{3}.$

C. $V = \frac{4}{3}.$

D. $V = \frac{4}{3}\pi.$

Lời giải.

Thể tích của vật thể B là $V = \int_0^2 x^2(2 - x) dx = \int_0^2 (2x^2 - x^3) dx = \frac{4}{3}.$

Chọn phương án **C**

□

Câu 32. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi xoay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}, y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox .

A. $V = 3.$

B. $V = \pi.$

C. $V = 1.$

D. $V = 3\pi.$

Lời giải.

Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi xoay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}, y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox là

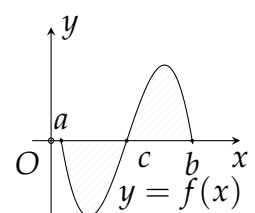
$$V = \pi \int_1^2 (\sqrt{2x})^2 dx = \pi \int_1^2 x^2 dx = \pi \cdot x^2 \Big|_1^2 = 3\pi.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 33.

Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



A. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|.$

B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

$$\text{C. } S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

Lời giải.

Dựa vào hình biểu diễn hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng

$$x = a, x = b, \text{ ta có } S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ và trục Ox được tính bởi công thức

$$\text{A. } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|. \quad \text{B. } S = \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{C. } S = \int_a^b f(x) dx. \quad \text{D. } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi } y = f(x), x = a, x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **B** □

Câu 35. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox .

$$\text{A. } 0. \quad \text{B. } 2\pi. \quad \text{C. } \frac{\pi^2}{2}. \quad \text{D. } 2.$$

Lời giải.

Thể tích vật thể bằng

$$V = \pi \int_0^\pi \cos^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi (1 + \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^\pi = \frac{\pi^2}{2}.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 36. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và hàm số $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a; x = b$ là

$$\begin{aligned} \text{A. } S &= \int_a^b |f(x) - g(x)| dx. & \text{B. } S &= \pi \int_a^b (f(x) - g(x)) dx. \\ \text{C. } S &= \int_a^b (f(x) - g(x)) dx. & \text{D. } S &= \int_a^b (f(x) + g(x)) dx. \end{aligned}$$

Lời giải.

$$\text{Theo lý thuyết ta có } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 37. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây.

$$\text{A. } V = \pi \int_1^2 (e^x - 4x) dx. \quad \text{B. } V = \int_1^2 (e^x - 4x) dx.$$

$$\text{C. } V = \int_1^2 (4x - e^x) dx.$$

$$\text{D. } V = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx.$$

Lời giải.

Áp dụng công thức thể tích khối tròn xoay $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$, ta được $V = \pi \int_1^2 (\sqrt{-e^x + 4x})^2 dx =$

$$\pi \int_1^2 (4x - e^x) dx.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 38. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị lần lượt là (C_1) , (C_2) . Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1) , (C_2) và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$$

Lời giải.

Dựa vào lí thuyết ta chọn $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 39. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$) quay quanh Ox được tính bởi công thức nào dưới đây?

$$\text{A. } V = \int_a^b (f(x))^2 dx.$$

$$\text{B. } V = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx.$$

$$\text{D. } V = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$$

Lời giải.

Rõ ràng $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(t)$ là diện tích thiết diện của vật khi cắt bởi mặt phẳng $x = t$ ($a \leq t \leq b$). Giả sử $S(t)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Thể tích V của vật thể B tính theo công thức nào dưới đây?

$$\text{A. } V = \int_a^b S(x) dx.$$

$$\text{B. } V = \pi \int_a^b (S(x))^2 dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_a^b S(x) dx.$$

$$\text{D. } V = \int_a^b (S(x))^2 dx.$$

Lời giải.

Rõ ràng $V = \int_a^b S(x) dx$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 41. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không đổi dấu trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ với $a < b$.

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải.

Ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $-\int_a^b f(x) dx$. B. $\int_b^a f(x) dx$. C. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $\int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải.

Theo định nghĩa ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 44. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 e^{x^2} dx$. C. $V = \int_0^1 e^{x^2} dx$. D. $V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

Lời giải.

Thể tích cần tính là $V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng D được xác định bởi công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{C. } S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b f^2(x) dx.$$

Lời giải.

Diện tích miền D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$

$$(a < b) \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = \int_b^a |f(x)| dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

$$\text{D. } S = - \int_b^a f(x) dx.$$

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ được tính theo công thức } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **(C)** □

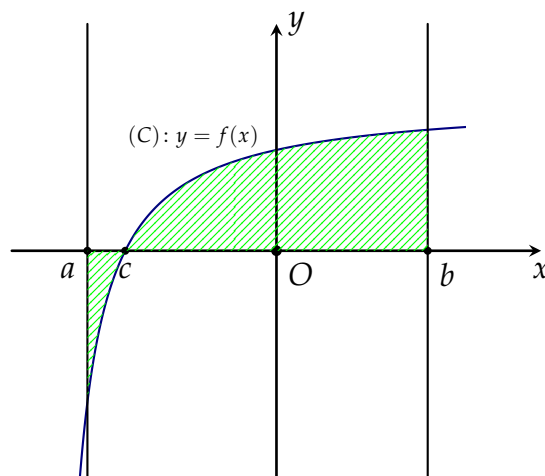
Câu 47. Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b f(x) dx.$$

$$\text{B. } S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$$\text{C. } S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$$

$$\text{D. } S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$



Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c [0 - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - 0] dx = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 48. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $\mathcal{D}$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng $\mathcal{D}$ được tính theo công thức là

$$\text{A. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$$\text{B. } S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$$

$$\text{C. } S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx.$$

$$\text{D. } S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] \, dx \right|.$$

Lời giải.

Theo lý thuyết $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 49. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx.$$

$$\text{C. } S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx \right|.$$

$$\text{D. } S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx.$$

Lời giải.

Công thức đúng là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 50. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

$$\text{A. } \frac{496\pi}{15}.$$

$$\text{B. } \frac{32\pi}{15}.$$

$$\text{C. } \frac{4\pi}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{16\pi}{15}.$$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và Ox : $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và $x = 2$.

$$\text{Khi đó } V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 \, dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) \, dx = \frac{16\pi}{15}.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 51. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox .

$$\text{A. } 2\pi \ln 2.$$

$$\text{B. } \frac{3\pi}{4}.$$

$$\text{C. } \frac{3}{4}.$$

$$\text{D. } 2 \ln 2.$$

Lời giải.

Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_1^4 \left(\frac{1}{x}\right)^2 \, dx = \pi \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_1^4 = \pi \left(-\frac{1}{4} + 1\right) = \frac{3\pi}{4}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 52. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (với $a < b$) cho bởi công thức nào sau đây?

$$\text{A. } S = \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

$$\text{B. } S = \pi \int_a^b |f(x)| \, dx.$$

$$\text{C. } S = \pi \int_a^b f^2(x) \, dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b f(x) \, dx.$$

Lời giải.

Theo định nghĩa diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ (với $a < b$) được cho bởi công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **A** ☐

Câu 53. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

Lời giải.

Theo lý thuyết thì $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 54. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1; x = 3$.

A. $S = \frac{64}{3}$.

B. $S = \frac{56}{3}$.

C. $S = \frac{37}{3}$.

D. $S = \frac{68}{3}$.

Lời giải.

Diện tích cần tính bằng $S = \int_{-1}^3 (x^2 + 2x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right) \Big|_{-1}^3 = \frac{64}{3}$.

Chọn phương án **A** ☐

Câu 55.

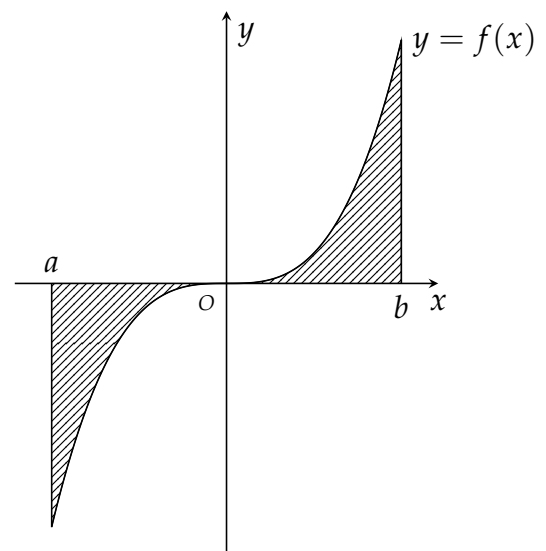
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (như hình vẽ bên). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D . Chọn công thức đúng trong các phương án A, B, C, D dưới đây?

A. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

B. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

C. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

D. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.



Lời giải.

Dựa trên đồ thị ta thấy:

- Đồ thị cắt trục hoành tại $O(0;0)$.

- Trên đoạn $[a; 0]$, đồ thị ở phía dưới trục hoành nên $|f(x)| = -f(x)$.

- Trên đoạn $[0; b]$, đồ thị ở phía trên trục hoành nên $|f(x)| = f(x)$.

$$\text{Do đó } S_D = \int_a^b |f(x)| dx = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 56. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x + 2)^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$ là

A. 30.

B. 18.

C. $\frac{98}{3}$.

D. 21.

Lời giải.

Gọi S là diện tích hình phẳng cần tìm. Khi đó $S = \int_1^3 (x + 2)^2 dx = \frac{1}{3}(x + 2)^3 \Big|_1^3 = \frac{98}{3}$.

Chọn phương án **C** □

Câu 57. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

D. $S = \int_b^a f(x) dx$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **C** □

Câu 58.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.

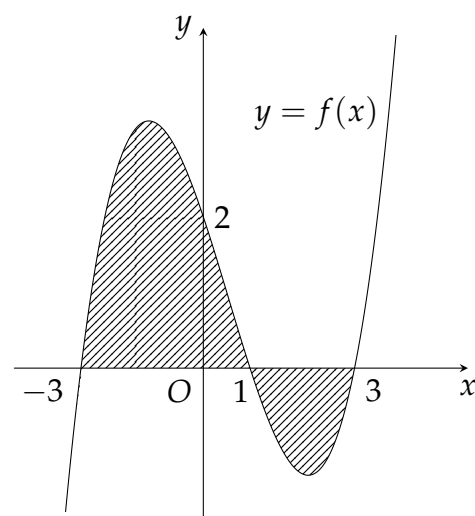
Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox (phần gạch sọc) được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_{-3}^3 f(x) dx \right|$.

B. $S = \int_{-3}^3 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f(x) \geq 0$ với $x \in [-3; 1]$, $f(x) \leq 0$ với $x \in [1; 3]$.

$$\text{Do đó } S = \int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 59. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích hình D được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f|x| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 60. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, gọi S là diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$. Khi đó:

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. C. $S = \int_b^a f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng bằng tích phân $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x) > 0, \forall x \in [a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay D quanh Ox được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
C. $S = \int_a^b f(x^2) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f(x^2) dx$.

Lời giải.

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay D quanh Ox được tính theo công thức $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Chọn phương án **(B)** ☐

Câu 62. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, ($a < b$) có diện tích S là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 63. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$. D. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 64. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là

A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải.

Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$ và đường thẳng $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 65. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0, x = 1, y = 0$ và $y = \sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$.
C. $V = \int_0^1 (2x+1) dx$. D. $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{2x+1})^2 dx = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 66. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$, đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục Ox là

A. $S = \int_0^\pi \cos x dx$. B. $S = \int_0^\pi \cos^2 x dx$. C. $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$. D. $S = \pi \int_0^\pi |\cos x| dx$.

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng bằng tích phân ta có $S = \int_0^\pi |\cos x| dx$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 67. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.
C. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) - g(x) dx \right|$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 68. Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1, x = 1$ và thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình tròn có diện tích

bằng 3π . Thể tích của vật thể là

A. $3\pi^2$.

B. 6π .

C. 6.

D. 2π .

Lời giải.

$$\text{Có } V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 3\pi dx = 6\pi.$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 69. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. $S = 8$.

B. $S = 12$.

C. $S = 10$.

D. $S = 9$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = \int_0^2 |3x^2 + 1| dx = \int_0^2 (3x^2 + 1) dx = (x^3 + x) \Big|_0^2 = 10.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 70. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, xác định trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = - \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết.

Chọn phương án **A**

□

Câu 71. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [|f(x)| - |g(x)|] dx$.

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Lời giải.

$$\text{Công thức diện tích } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 72. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 2$ là

A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = 7$.

D. $S = 8$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = \int_1^2 |x^2| dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_1^2 = \frac{7}{3}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 73. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được xác định bởi công thức

$$\text{A. } S = \pi \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$$

$$\text{B. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$$

$$\text{D. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Lời giải.

Diện tích cần tìm được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với $a < b$. Diện tích của D được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{B. } S = \pi \int_a^b |f(x)| dx. \quad \text{C. } S = \int_a^b f(x) dx. \quad \text{D. } S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Lời giải.

Diện tích của D được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 75. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và nhận giá trị bất kỳ. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

$$\text{A. } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx. \quad \text{B. } S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$$

$$\text{C. } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx. \quad \text{D. } \left| S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$$

Lời giải.

Ta có: diện tích hình phẳng theo yêu cầu bài toán được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 76. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm

$A(1; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua A và song song với đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

$$\text{A. } \vec{u} = (3; -4; 7). \quad \text{B. } \vec{u} = (3; -4; -7). \quad \text{C. } \vec{u} = (-3; -4; -7). \quad \text{D. } \vec{u} = (-3; -4; 7).$$

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{v} = (3; -4; 7)$.

Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên đường thẳng Δ nhận $\vec{v} = (3; -4; 7)$ làm một véc-tơ chỉ phương.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 77. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x, y = 0, x = 0, x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 x e^x dx$. C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$. D. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$.

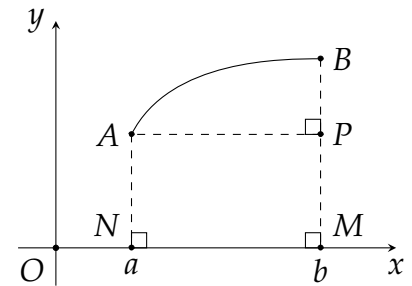
Lời giải.

Ta có: $V = \pi \int_0^1 (x e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

Chọn phương án **C** □

Câu 78.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $\int_a^b f'(x) dx$ là diện tích hình thang cong ABMN.
 B. $\int_a^b f'(x) dx$ là độ dài đoạn BP.
 C. $\int_a^b f'(x) dx$ là độ dài đoạn NM.
 D. $\int_a^b f'(x) dx$ là độ dài đoạn cong AB.

Lời giải.

Theo ý nghĩa hình học của tích phân thì $\int_a^b f'(x) dx$ là diện tích hình thang cong ABMN.

Chọn phương án **A** □

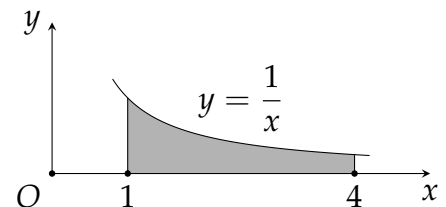
Câu 79. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) quay xung quanh trục Ox .

- A. $2\pi \ln 2$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $2 \ln 2$.

Lời giải.

Hình phẳng ($\mathcal{H}$) là phần tô đậm trong hình vẽ bên. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay ($\mathcal{H}$) quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_1^4 \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \Big|_1^4 = \frac{3\pi}{4}.$$



Chọn phương án **B** □

Câu 80. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích S của hình D được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f|x| dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Diện tích $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(A)** ☐

Câu 81. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Lời giải.

Theo giáo khoa, ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(B)** ☐

Câu 82. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Chọn phương án **(B)** ☐

Câu 83. Cho hai hàm số $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$. B. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx$.
C. $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|$. D. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường cong $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được xác định bởi công thức $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

Chọn phương án **(D)** ☐

Câu 84. Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln(2x+1)}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục Ox .

A. $\frac{3}{2} \ln 3 - 1$. B. $\frac{\pi}{2} \ln 3 - \pi$. C. $\left(\pi + \frac{1}{2}\right) \ln 3 - 1$. D. $\frac{3\pi}{2} \ln 3 - \pi$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay là $V = \int_0^1 \pi \ln(2x+1) dx$.

Đổi biến $2x+1 = t$ thì $dt = 2dx$. Khi $x = 0$ thì $t = 1$, $x = 1$ thì $t = 3$.

Do đó ta có $V = \int_1^3 \frac{\pi}{2} \ln t dt = \frac{\pi}{2} \int_1^3 \ln t dt$.

Đặt $\begin{cases} \ln t = u \\ dt = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dt}{t} \\ v = t. \end{cases}$

Sử dụng tích phân từng phần ta có

$$\int_1^3 \ln t dt = t \ln t \Big|_1^3 - \int_1^3 dt = (t \ln t - t) \Big|_1^3 = 3 \ln 3 - 2.$$

Vậy $V = \frac{(3 \ln 3 - 2)\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \ln 3 - \pi$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 85.

Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a, x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng (R) tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x , ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$, với $y = S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của vật thể đó được tính theo công thức

- A. $V = \int_a^b S^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$.
C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. D. $V = \int_a^b S(x) dx$.

Lời giải.

Theo định nghĩa tích phân, thể tích V của vật thể đó được tính theo công thức $V = \int_a^b S(x) dx$.

Chọn phương án **D**

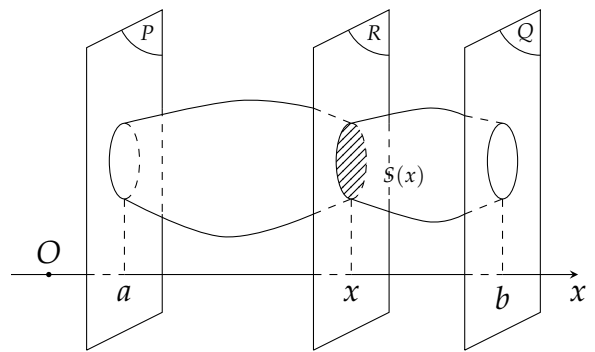
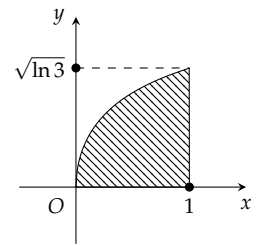
□

Câu 86. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ (với $a < b$). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ có công thức là

- A. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. B. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.
C. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường



thẳng $x = a, x = b$ (với $a < b$) là $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Chọn phương án (A) □

Câu 87. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0, x = \pi, y = 0$ và $y = -\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_0^\pi |\sin x| dx$.

B. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$.

C. $V = \int_0^\pi \sin^2 x dx$.

D. $V = \pi \left| \int_0^\pi (-\sin x) dx \right|$.

Lời giải.

Ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$.

Chọn phương án (B) □

Câu 88. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx$.

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

D. $S = \left| \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx \right|$.

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn phương án (C) □

Câu 89. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích của D được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

D. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.

Lời giải.

Diện tích của D được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Chọn phương án (B) □

Câu 90. Gọi D là phần mặt phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1, y = 0, y = x^3$. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\frac{2\pi}{7}$.

B. $\frac{\pi}{8}$.

C. $\frac{\pi}{7}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có $x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$, nên thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_{-1}^0 x^6 dx = \frac{\pi x^7}{7} \Big|_{-1}^0 = \frac{\pi}{7}.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 91. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ quay quanh trục hoành là

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ B. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$ C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$ D. $V = \pi \int_b^u f^2(x) dx.$

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng quay quanh trục là $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Chọn phương án **A** □

Câu 92. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$ B. $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|.$
C. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx.$ D. $S = \int_a^b f_1(x) dx - \int_a^b f_2(x) dx.$

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

Chọn phương án **A** □

Câu 93. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Quay ($\mathcal{H}$) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx.$ B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx.$
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx.$ D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx.$

Lời giải.

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

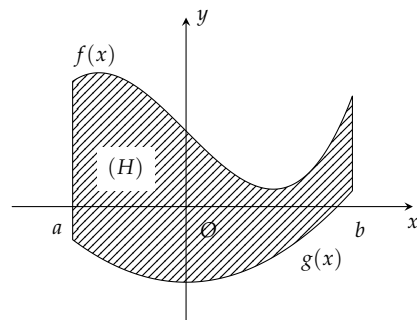
Chọn phương án **C** □

Câu 94. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ có diện tích là

A. $S = \int_2^1 f(x) dx.$ B. $S = \int_1^2 |f(x)| dx.$ C. $S = \int_2^1 |f(x)| dx.$ D. $S = \int_1^2 f(x) dx.$

Lời giải.

Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích của (H) được xác định bởi công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.



Chọn phương án **(B)** □

Câu 95. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ xung quanh trục Ox .

- A. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $\int_a^b f^2(x) dx$. C. $\pi \int_a^b f(x) dx$. D. $2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải.

Công thức thể tích khối tròn xoay $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 96. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng được tính theo công thức sau $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 97. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích S của hình D được tính theo công thức:

- A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải.

Dựa vào công thức tính diện tích thì $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 98. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức $V =$

$$\pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Chọn phương án **A** ☐

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích S của hình D được tính theo công thức:

A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$ B. $S = \int_a^b f(x) dx.$ C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ D. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

Lời giải.

Diện tích hình D được tính theo công thức $\int_a^b |f(x)| dx.$

Chọn phương án **D** ☐

Câu 100. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$ C. $S = \int_a^b f(x) dx.$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

Lời giải.

Theo lý thuyết.

Chọn phương án **A** ☐

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. D	3. B	4. A	5. C	6. A	7. C	8. D	9. D	10. D
11. C	12. A	13. D	14. B	15. C	16. C	17. C	18. A	19. D	20. B
21. C	22. C	23. C	24. D	25. B	26. C	27. B	28. C	29. C	30. A
31. C	32. D	33. C	34. B	35. C	36. A	37. D	38. C	39. C	40. A
41. D	42. D	43. D	44. D	45. B	46. C	47. B	48. A	49. B	50. D
51. B	52. A	53. C	54. A	55. C	56. C	57. C	58. C	59. A	60. A
61. B	62. A	63. A	64. B	65. B	66. C	67. A	68. B	69. C	70. A
71. D	72. A	73. D	74. A	75. C	76. A	77. C	78. A	79. B	80. A
81. B	82. B	83. D	84. D	85. D	86. A	87. B	88. C	89. B	90. C
91. A	92. A	93. C	94. B	95. A	96. A	97. D	98. A	99. D	100. A

B. MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. Diện tích hình phẳng H được giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ được tính theo công thức

A. $S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx.$

B. $S = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx.$

C. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx.$

D. $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ là

$$x^3 - 2x - 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy diện tích hình phẳng H được giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^3 - 2x - 1$ và $y = 2x - 1$ được tính theo công thức $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx.$

Chọn phương án **D** □

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục tọa độ là 2 cm.

A. $\frac{15}{4} \text{ cm}^2.$

B. $\frac{17}{4} \text{ cm}^2.$

C. $17 \text{ cm}^2.$

D. $15 \text{ cm}^2.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^2 |x^3| dx = \int_{-1}^0 |x^3| dx + \int_0^2 |x^3| dx = -\int_{-1}^0 x^3 dx + \int_0^2 x^3 dx = -\frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 + \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{17}{4}.$$

Do mỗi đơn vị trên trục là 2 cm nên $S = \frac{17}{4} \cdot 2^2 \text{ cm}^2 = 17 \text{ cm}^2.$

Chọn phương án **C** □

Câu 3.

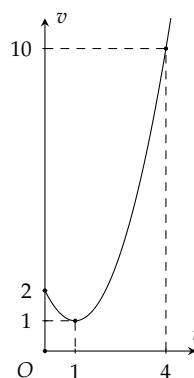
Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

A. $s = \frac{40}{3}(\text{km}).$

B. $s = 8(\text{km}).$

C. $s = \frac{46}{3}(\text{km}).$

D. $s = 6(\text{km}).$



Lời giải.

Vì đồ thị của hàm số $v(t)$ có dạng là một phần của parabol nên $v(t) = at^2 + bt + c$ ($a \neq 0, t \geq 0$). Đồ thị hàm số $v(t)$ đi qua các điểm $(0;2), (1;1), (4;10)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 2 \\ a + b + c = 1 \\ 16a + 4b + c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2. \end{cases}$$

Do đó $v(t) = t^2 - 2t + 2$.

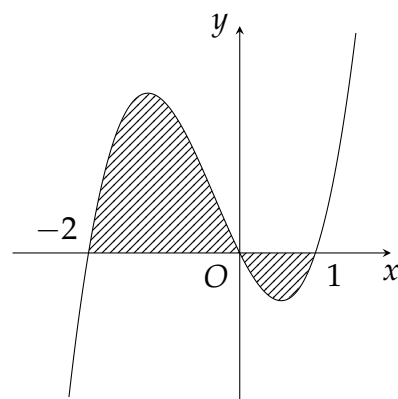
Vậy quãng đường mà vật đi được là $s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{40}{3}(\text{km})$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 4.

Đồ thị trong hình bên là của hàm số $y = f(x)$, S là diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình). Chọn khẳng định đúng.

A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$. B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$.
C. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$. D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$.



Lời giải.

Từ đồ thị ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in [-2; 0]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [0; 1]$.

$$\text{Do đó } S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 5. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

- A. $t = 2$. B. $t = 1$. C. $t = 4$. D. $t = 3$.

Lời giải.

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t = 12 - 3(t - 2)^2 \leq 12$.

Vậy tại thời điểm $t = 2$ tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{20}{3}$. C. 10. D. 9.

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) và các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Cách giải:

Xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$$\bullet 4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\bullet 7 - 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2} \notin [0; 1].$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow S &= \int_0^1 |7 - 4x^2| dx + \int_1^2 |4 - x^2| dx + \int_2^3 |4 - x^2| dx \\ &= \int_0^1 (7 - 4x^2) dx + \int_1^2 (7 - 4x^2) dx + \int_2^3 (7 - 4x^2) dx \\ &= 7 - 1 + \frac{16}{3} - \frac{11}{3} - 3 + \frac{16}{3} = 10.\end{aligned}$$

Chọn phương án **C** □

Câu 7. Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ là

A. $S = \frac{397}{4}$. B. $S = \frac{937}{12}$. C. $S = \frac{3943}{12}$. D. $S = \frac{793}{4}$.

Lời giải.

Phương pháp: Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ trục hoành

và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Cách giải: Giải phương trình $-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -3. \end{cases}$

Diện tích S của hình phẳng (H) là

$$\begin{aligned}S &= \int_{-3}^4 |(-x^3 + 12x) - (-x^2)| dx = \int_{-3}^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx \\ &= \int_{-3}^0 |-x^3 + 12x + x^2| dx + \int_0^4 |-x^3 + 12x + x^2| dx \\ &= \int_{-3}^0 (-x^3 + 12x + x^2) dx + \int_0^4 (-x^3 + 12x + x^2) dx \\ &= \left(\frac{1}{4}x^4 - 6x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_{-3}^0 + \left(\frac{1}{4}x^4 - 6x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^4 \\ &= 0 - \left(\frac{1}{4} \cdot 3^4 - 6 \cdot 3^2 + \frac{1}{3} \cdot 3^3 \right) + \left(-\frac{1}{4} \cdot 4^4 + 6 \cdot 4^2 + \frac{1}{3} \cdot 4^3 \right) - 0 = \frac{937}{12}.\end{aligned}$$

Chọn phương án **B** □

Câu 8. Cho $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$. B. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$.
C. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$. D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ và trục hoành

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx \quad (1)$$

$$= 2 \int_0^2 |f(x)| dx \quad (2) \text{ (do } f(x) \text{ là hàm số chẵn)}$$

$$= 2 \int_0^1 |f(x)| dx + 2 \int_1^2 |f(x)| dx$$

$$= 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right| \quad (3) \text{ (do trong các khoảng } (0;1), (1;2) \text{ phương trình } f(x) = 0 \text{ vô nghiệm)}$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra các đáp án A, B, C là đúng, đáp án D là sai.

Máy tính: Bấm máy kiểm tra, ba kết quả đều bằng nhau nên đáp án là đáp án D.

Chọn phương án **D**

Câu 9.

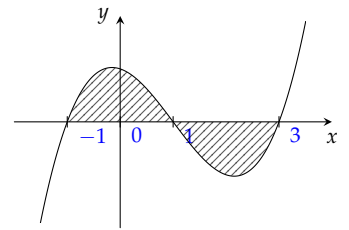
Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ và trục hoành như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

B. $S = 2 \int_{-1}^3 f(x) dx.$

C. $S = 2 \int_{-1}^1 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-1}^3 |f(x)| dx.$



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành:

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{1}{3}x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$$

Từ hình vẽ ta thấy $f(x) > 0, \forall x \in (-1;1)$ và $f(x) < 0, \forall x \in (1;3)$.

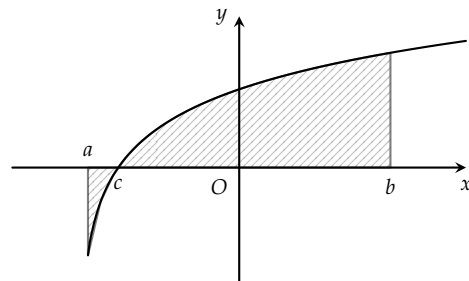
$$\text{Do đó } S = \int_{-1}^3 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx = 2 \int_{-1}^1 f(x) dx.$$

Suy ra các phương án A, C, D đúng.

Chọn phương án **B**

Câu 10.

Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx.$

Lời giải.

Ta có: $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Chọn phương án **A** ☐

Câu 11.

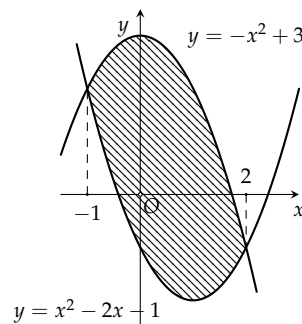
Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$



Lời giải.

$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

Chọn phương án **D** ☐

Câu 12. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -1, x = 2$. Biết rằng mỗi đơn vị dài trên các trục bằng 2cm.

A. $15 \text{ cm}^2.$ B. $\frac{15}{4} \text{ cm}^2.$ C. $\frac{17}{4} \text{ cm}^2.$ D. $17 \text{ cm}^2.$

Lời giải.

Ta có: $\int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |x^3| dx + \int_0^2 |x^3| dx = - \int_{-1}^0 x^3 dx + \int_0^2 x^3 dx = \left(\frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{-1} + \left(\frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 = \frac{17}{4}.$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = 4 \cdot \frac{17}{4} = 17 \text{ cm}^2$

Chọn phương án **D** ☐

Câu 13. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quay quanh trục hoành.

A. $\frac{81\pi}{10}.$ B. $\frac{85\pi}{10}.$ C. $\frac{41\pi}{7}.$ D. $\frac{8\pi}{7}.$

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Thể tích vật thể cần tìm được cho bởi công thức:

$$V = \pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^3 [3x - x^2]^2 dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{2} + 3x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{81\pi}{10} (\text{đvtt}).$$

Chọn phương án (A) □

Câu 14. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ m/s, trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 38 m. B. 37,2 m. C. 37,5 m. D. 37 m.

Lời giải.

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0$ hay là $-3t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = 5$.

Khi đó, quãng đường s xe đi được tính từ lúc bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là

$$\int_0^5 (-3t + 15) dt = \left(-\frac{3t^2}{2} + 15t \right) \Big|_0^5 = 37,5.$$

Chọn phương án (C) □

Câu 15. Cho $0 < a < 1$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $\log_a x < 1$ khi $0 < x < a$.
B. Đồ thị của hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
C. Nếu $0 < x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 < \log_a x_2$.
D. $\log_a x > 0$ khi $x > 1$.

Lời giải.

Đồ thị của hàm số $y = \log_a x$ nhận trục Oy làm tiệm cận đứng theo tính chất của đồ thị hàm số $y = \log_a x$.

Chọn phương án (B) □

Câu 16. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = x^3 + 1$ quay quanh Ox .

- A. $V = \frac{47}{210}$. B. $V = \frac{47\pi}{210}$. C. $V = \frac{2}{35}$. D. $V = \frac{2\pi}{35}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $y = x^2 + 1$ và $y = x^3 + 1$.

$$x^2 + 1 = x^3 + 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tính là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 \left| (x^2 + 1)^2 - (x^3 + 1)^2 \right| dx \\ &= \pi \left| \int_0^1 \left[(x^2 + 1)^2 - (x^3 + 1)^2 \right] dx \right| \\ &= \pi \left| \int_0^1 (-x^6 + x^4 - 2x^3 + 2x^2) dx \right| \\ &= \pi \left| \left(-\frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 \right) \right|_0^1 \\ &= \frac{47\pi}{210}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 17. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 2x$, $y = -x^2 + x$.

A. $\frac{9\pi}{8}$.

B. $\frac{27}{8}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. $\frac{27\pi}{8}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x = -x^2 + x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$.

$$S_{\text{hph}} = \int_0^{\frac{3}{2}} |2x^2 - 3x| dx = \left| \int_0^{\frac{3}{2}} (2x^2 - 3x) dx \right| = \left| \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right) \right|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{8}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 18. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của các hàm số $y = x^2$ và $y = x$ là

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $-\frac{1}{6}$.

D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị các hàm số đã cho là $x^2 = x$. Phương trình này có hai nghiệm là 0 và 1. Do đó, diện tích cần tính là

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{6}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 19. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2 + 2x$ và $d: y = x + 2$ là

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

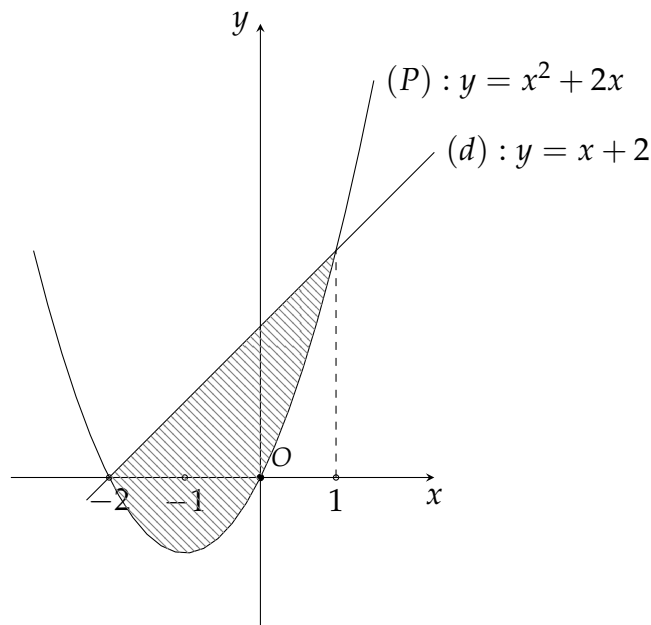
Lời giải.

Tọa độ giao điểm của (P): $y = x^2 + 2x$ và
 $d: y = x + 2$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = x + 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Suy ra diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P) và

$$\begin{aligned} d \text{ bằng } S &= \int_{-2}^1 |(x^2 + 2x) - (x + 2)| dx \\ &= \int_{-2}^1 |x^2 + x - 2| dx = \int_{-2}^1 (-x^2 - x + 2) dx \end{aligned}$$



$$= \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}x^2 + 2x \right) \Big|_{-2}^1 = \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 \right) - \left(\frac{8}{3} - 2 - 4 \right) = \frac{9}{2}.$$

Chọn phương án (B)

Câu 20. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = 3x^4 - 4x^2 + 5$, Ox , $x = 1$, $x = 2$ là

- A. $\frac{214}{15}$. B. $\frac{213}{15}$. C. $\frac{43}{3}$. D. $\frac{212}{15}$.

Lời giải.

Do $3x^4 - 4x^2 + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có:

$$S = \int_1^2 (3x^4 - 4x^2 + 5) dx = \left(\frac{3}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + 5x \right) \Big|_1^2 = \left(\frac{96}{5} - \frac{32}{3} + 10 \right) - \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{5} + 5 \right) = \frac{214}{5}.$$

Chọn phương án (A)

Câu 21. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = \sin x$, $y = \cos x$ và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $-2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Với $x \in [0; \pi]$, khi đó $\sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx.$$

$$\text{Ta được } S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\sin x - \cos x) dx.$$

$$\text{Vậy } S = [\sin x + \cos x] \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + [-\cos x - \sin x] \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} = (\sqrt{2} - 1) + (1 + \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}.$$

Chọn phương án (C)

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0) < 0 < f(-1)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$. Xét các mệnh đề sau

$$1) S = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx \quad 2) S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx \quad 3) S = \int_{-1}^1 f(x) dx \quad 4) S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|$$

Số mệnh đề đúng là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ta có $f(0) < 0 < f(-1) \Rightarrow f(x) = 0$ có nghiệm $x \in (-1; 0)$.

Do vậy chỉ có 1 mệnh đề $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$ đúng.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 23. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ và $g(x) = x + 2$.

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

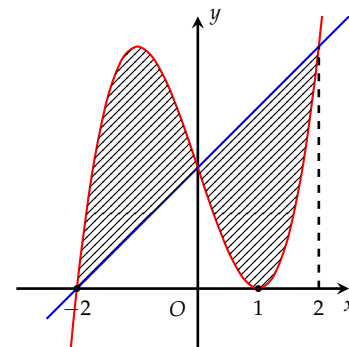
C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Lời giải.

- Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là nghiệm phương trình

$$x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$



- Diện tích cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 24. Trong hệ trục tọa độ Oxy cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa elip nằm trên trục hoành và trục hoành. Quay hình (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay, tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. $V = 60\pi$.

B. 30π .

C. $\frac{1188}{25}\pi$.

D. $\frac{1416}{25}\pi$.

Lời giải.

Ta có $\frac{y^2}{9} = 1 - \frac{x^2}{25} \Leftrightarrow y = \sqrt{9 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right)}$ với $(-5 \leq x \leq 5)$.

Gọi V là thể tích cần tìm, ta có: $V = \pi \int_{-5}^5 \left(9 - \frac{9x^2}{25} \right) dx = 60\pi$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 25. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ.

A. $S = 3 \ln \frac{3}{2} - 1$.

B. $S = 5 \ln \frac{3}{2} - 1$.

C. $S = 3 \ln \frac{5}{2} - 1$.

D. $S = 2 \ln \frac{3}{2} - 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho cắt hai trục Ox tại điểm $A(-1; 0)$ và cắt trục Oy tại điểm $B\left(0; -\frac{1}{2}\right)$, do đó diện tích cần tìm là

$$S = \int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx = \left| \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx \right| = \left| (x + 3 \ln |x-2|) \Big|_{-1}^0 \right| = 3 \ln \frac{3}{2} - 1.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 26. Tính thể tích V của vật thể sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}e^x$, đường thẳng $x = 1$ và trục hoành.

- A. $V = \frac{\pi}{4}(e^2 + 1)$. B. $V = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$. C. $V = \frac{\pi}{4}(e^4 - 1)$. D. $V = \frac{1}{4}(e^4 - 1)$.

Lời giải.

Thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x}e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{\pi}{2} \int_0^1 x d(e^{2x}) = \frac{\pi}{2} \left(xe^{2x} \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx \right) = \frac{\pi}{4}(e^2 + 1).$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x$ và $x + y = -2$ là

- A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $x + y = -2 \Leftrightarrow y = -x - 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = x^2 - 4x$ và $x + y = -2$ là:

$$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng đã cho là:

$$\begin{aligned} S &= \int_1^2 \left| (x^2 - 4x) - (-x - 2) \right| dx \\ &= \int_1^2 \left| x^2 - 3x + 2 \right| dx \\ &= - \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \\ &= - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 4$, $x = -1$, $x = 2$ là

- A. 4. B. $\frac{32}{3}$. C. 9. D. $\frac{17}{4}$.

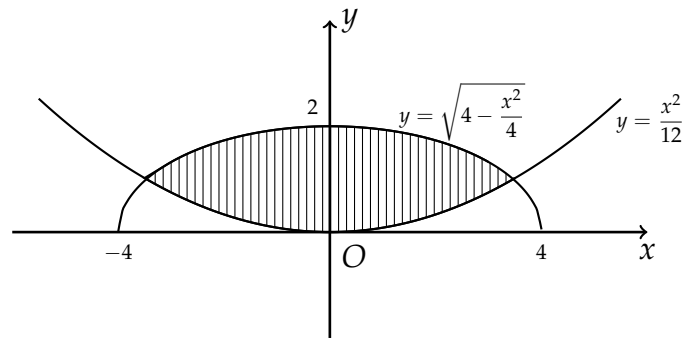
Lời giải.

Diện tích cần tìm là $S = \int_{-1}^2 |x^2 - 4| dx = \left| \int_{-1}^2 (x^2 - 4) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - 4x \right) \Big|_{-1}^2 \right| = 9.$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 29.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi Parabol $y = \frac{x^2}{12}$ và đường cong có phương trình $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ (hình vẽ). Diện tích của hình phẳng (H) bằng



- A. $\frac{(4\pi + \sqrt{3})}{3}$. B. $\frac{4\sqrt{3} + \pi}{6}$.
C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của Parabol $y = \frac{x^2}{12}$ và đường cong $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ là nghiệm của PT:

$$\frac{x^2}{12} = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{3}.$$

Diện tích hình phẳng (H) bằng

$$S = 2 \int_0^{2\sqrt{3}} \left[\sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} - \frac{x^2}{12} \right] dx = 2 \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx - \frac{1}{6} \int_0^{2\sqrt{3}} x^2 dx = 2 \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx + \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Đặt } x = 4 \sin t \Rightarrow \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 16 \cos^2 t dt = \frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3}.$$

$$\Rightarrow S = \frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}.$$

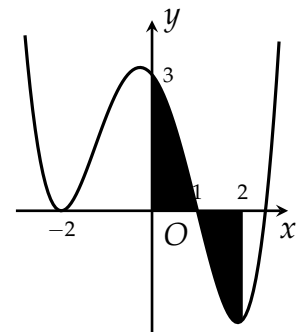
Chọn phương án **(D)**

□

Câu 30.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ (phần tô đen) là

- A. $\int_0^2 f(x) dx$. B. $-\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
C. $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$. D. $\left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta nhận thấy: khi $x \in (0; 1)$ thì $f(x) > 0$, khi $x \in (1; 2)$ thì $f(x) < 0$.

$$\text{Vậy } S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x}, y = 0, x = 1, x = e$ là $S = a\sqrt{2} + b$. Khi đó tính giá trị $a^2 + b^2$?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{20}{9}$. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm: } S = \int_1^e \left| \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} \right| dx = \int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx, \text{ đặt } t = \sqrt{1 + \ln x} \Leftrightarrow t^2 =$$

$$1 + \ln x \Leftrightarrow 2t \, dt = \frac{dx}{x}.$$

Đổi cận: với $x = 1$ thì $t = 1$, với $x = e$ thì $t = \sqrt{2}$. Khi đó $S = \int_1^{\sqrt{2}} 2t^2 \, dt = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{2} - \frac{2}{3}$ hay $a = \frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$.

Khi đó $a^2 + b^2 = \frac{20}{9}$.

Chọn phương án **C** □

Câu 32. Tính diện tích S_D của hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y = \left| \frac{\ln x}{x} \right|$, trục hoành, đường thẳng $x = \frac{1}{e}; x = 2$.

A. $S_D = \frac{1}{2}(1 + \ln 2)$. B. $S_D = \frac{1}{2}(1 + \ln^2 2)$. C. $S_D = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{2}$. D. $S_D = \frac{1}{2}(1 - \ln^2 2)$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S_D &= \int_{\frac{1}{e}}^2 \left| \frac{\ln x}{x} \right| dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 \left| \frac{\ln x}{x} \right| dx + \int_1^2 \left| \frac{\ln x}{x} \right| dx \\ &= - \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{\ln x}{x} dx + \int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = - \frac{(\ln x)^2}{2} \Big|_{\frac{1}{e}}^1 + \frac{(\ln x)^2}{2} \Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{(\ln 2)^2}{2} = \frac{1}{2}(1 + \ln^2 2). \end{aligned}$$

Chọn phương án **B** □

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, ($a, b \in \mathbb{R}, a < b$). Gọi S là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; trục hoành Ox ; $x = a$; $x = b$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $S = \int_a^b f(x) \, dx$. B. $|S| = \int_a^b f(x) \, dx$. C. $S = \int_b^a |f(x)| \, dx$. D. $S = \int_a^b |f(x)| \, dx$.

Lời giải.

Ta có diện tích hình phẳng $\int_a^b |f(x)| \, dx$.

Chọn phương án **D** □

Câu 34. Thể tích của khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = \frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là

A. $V = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. B. $V = \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$. C. $V = \pi\sqrt{3} + \frac{\pi^2}{3}$. D. $V = \pi\sqrt{3} - \frac{\pi^2}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay là $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x \, dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \pi (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \pi\sqrt{3} - \frac{\pi^2}{3}$.

Chọn phương án **D** □

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 2$. Công thức tính diện tích S của (D) là công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_1^2 f(x) dx$. B. $S = \int_1^2 f^2(x) dx$. C. $S = \int_1^2 |f(x)| dx$. D. $S = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$.

Lời giải.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng ta có $S = \int_1^2 |f(x)| dx$.

Chọn phương án **C** □

Câu 36. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t(\text{m/s})$. Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35(\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường của ô tô đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. 87.5 mét. B. 96.5 mét. C. 102.5 mét. D. 105 mét.

Lời giải.

Quãng đường ô tô đi được trong 5(s) đầu là

$$s_1 = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 7t dt = \frac{7}{2} t^2 \Big|_0^5 = \frac{175}{2} (\text{m}).$$

Phương trình vận tốc khi ô tô phanh là $v(t) = 35 - 35t$, do đó quãng đường ô tô đi được từ khi phanh đến khi dừng hẳn là

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = 35 \left(t - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{35}{2} (\text{m}).$$

Vậy quãng đường cần tính là $s = s_1 + s_2 = 105(\text{m})$.

Chọn phương án **D** □

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + x$.

- A. 6. B. 12. C. $\frac{9}{8}$. D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

$$x^2 - 2x = -x^2 + x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm có giá trị bằng $\int_0^{\frac{3}{2}} |2x^2 - 3x| dx = \frac{9}{8}$.

Chọn phương án **C** □

Câu 38. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Kí hiệu H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Tính diện tích S của hình phẳng H .

- A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$. B. $S = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$.
C. $S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \ (a < b) \text{ là } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| \, dx.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 39. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ liên tục và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức

A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| \, dx.$

B. $S = \left| \int_a^b f_1(x) - f_2(x) \, dx \right|.$

C. $S = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] \, dx.$

D. $S = \int_a^b f_1(x) \, dx - \int_a^b f_2(x) \, dx.$

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số liên tục $y = f_1(x), y = f_2(x)$ và hai

đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bởi công thức $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| \, dx.$

Chọn phương án **A**

□

Câu 40. Thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \cdot e^x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ khi quay quanh Ox là

A. $\frac{\pi}{4} (e^2 + 1).$

B. $\frac{\pi}{4} (e^2 - 1).$

C. $\frac{\pi}{2} (e^2 - 1).$

D. $\frac{\pi}{2} (e^2 + 1).$

Lời giải.

Gọi V là thể tích vật thể cần tính, khi đó:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 x e^{2x} \, dx. \\ &= \frac{\pi}{2} \int_0^1 x d(e^{2x}). \\ &= \frac{\pi}{2} (x \cdot e^{2x}) \Big|_0^1 - \frac{\pi}{2} \int_0^1 e^{2x} \, dx \\ &= \frac{\pi e^2}{2} - \frac{\pi}{4} \cdot e^{2x} \Big|_0^1 \\ &= \frac{\pi}{4} (e^2 + 1). \end{aligned}$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 41.

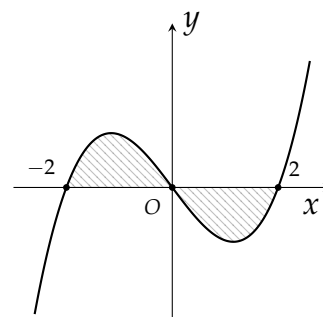
Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong Hình 1) được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

B. $\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.

C. $\int_2^0 f(x) dx + \int_{-2}^0 f(x) dx$.

D. $\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.



Hình 1

Lời giải.

Ta có $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx = \int_2^0 f(x) dx + \int_{-2}^0 f(x) dx$.

Chọn phương án **C** □

Câu 42. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$, $x = 5$ quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_2^5 \sqrt{x-1} dx$.

B. $\pi \int_2^5 (x-1) dx$.

C. $\pi \int_2^5 (y^2+1)^2 dx$.

D. $\int_2^5 (x-1) dx$.

Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_2^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \pi \int_2^5 (x-1) dx$.

Chọn phương án **B** □

Câu 43. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \sin 2x$, $y = 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$.

A. $\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{4}$.

B. $\pi^2 - \pi$.

C. $\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi^2}{4} - 4$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x \sin 2x = 2x \Leftrightarrow x(\sin 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sin 2x = 2 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases}$

Diện tích hình phẳng là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x \sin 2x - 2x| dx = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x \sin 2x - 2x) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{2} x \cos 2x - x^2 \right) \right|_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C** □

Câu 44. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$, $y = -x^2 - 2x + 6$.

A. 3π .

B. $\pi - 1$.

C. π .

D. 2π .

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 4x + 6 = -x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 6$; $y = -x^2 - 2x + 6$; $x = 0$; $x = 1$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh Ox là

$$\begin{aligned} V &= \left| \pi \int_0^1 [(x^2 - 4x + 6)^2 - (-x^2 - 2x + 6)^2] dx \right| \\ &= \left| \pi \int_0^1 (2x^2 - 2x)(12 - 6x) dx \right| \\ &= \left| \pi \int_0^1 (-12x^3 + 36x^2 - 24x) dx \right| \\ &= \left| \pi (-3x^4 + 12x^3 - 12x^2) \right|_0^1 \\ &= |-3\pi| = 3\pi \end{aligned}$$

Chọn phương án (A)

Câu 45. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2 + 1}$; $x = 1$ và trục Ox.

- A. $\frac{3\sqrt{2} - 1}{5}$. B. $\frac{5 - \sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{2\sqrt{2} - 1}{3}$. D. $\frac{5 - 2\sqrt{2} - 1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x\sqrt{x^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Khi đó diện tích hình phẳng theo yêu cầu bài toán là

$$\int_0^1 x\sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \sqrt{x^2 + 1} d(x^2 + 1) = \frac{1}{2} (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2\sqrt{2} - 1}{3}.$$

Chọn phương án (C)

Câu 46. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$; $y = 2x^2 - 4x + 1$.

- A. 8. B. 4. C. 10. D. 5.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong là $-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\text{Diện tích hình phẳng là } S = \int_0^2 |2x^2 - 4x + 1 - (-x^2 + 2x + 1)| dx = \int_0^2 |3x^2 - 6x| dx$$

$$\text{Do } 3x^2 - 6x \leq 0, \forall x \in [0; 2] \text{ nên } S = \int_0^2 (6x - 3x^2) dx = (3x^2 - x^3) \Big|_0^2 = 4.$$

Chọn phương án (B)

Câu 47. Một ô-tô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô-tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 20 m. B. 25 m. C. 60 m. D. 15 m.

Lời giải.

Khi ô-tô dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Vậy đoạn đường ô-tô di chuyển được là $S = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (20 - 10t) dt = (20t - 5t^2) \Big|_0^2 = 20 \text{ m}$.

Chọn phương án **A** □

Câu 48. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = x$.

- A. $S = \frac{1}{6}$. B. $S = \frac{5}{6}$. C. $S = \frac{1}{3}$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2, y = x$ là

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (-x^2 + x) dx = \left(-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x\right) \Big|_0^1 = \frac{1}{6}.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 49. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f_1(x), y = f_2(x)$ (liên tục trên đoạn $[a; b]$) và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích S của hình ($\mathcal{H}$) được xác định bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$. B. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$.
C. $S = \left| \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx \right|$. D. $S = \left| \int_a^b [f_2(x) - f_1(x)] dx \right|$.

Lời giải.

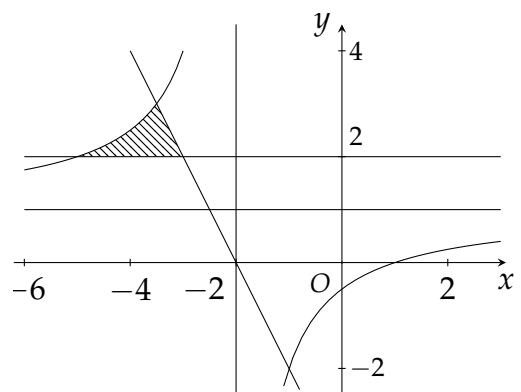
Ta có $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

Chọn phương án **A** □

Câu 50.

Tính diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và các đường thẳng $y = 2, y = -2x - 4$ (như hình vẽ bên).

- A. $\frac{1}{4}$. B. $3 \ln 3 - 2$.
C. $-\frac{5}{4} + 3 \ln 2$. D. $\frac{1}{4} + 3 \ln 2$.



Lời giải.

$$\text{Xét } \frac{x-1}{x+2} = -2x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\text{Xét } -2x-4 = 2 \Leftrightarrow x = -3.$$

$$\text{Xét } \frac{x-1}{x+2} = 2 \Leftrightarrow x = -5.$$

$$\text{Diện tích hình phẳng là } S = \int_{-5}^{-\frac{7}{2}} \left(\frac{x-1}{x+2} - 2 \right) dx + \int_{-\frac{7}{2}}^{-1} (-2x-4-2) dx = -\frac{5}{4} + 3 \ln 2.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 51. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = 2x^2$ và $y = 5x - 2$.

A. $S = \frac{5}{4}$.

B. $S = \frac{5}{8}$.

C. $S = \frac{9}{8}$.

D. $S = \frac{9}{4}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là:

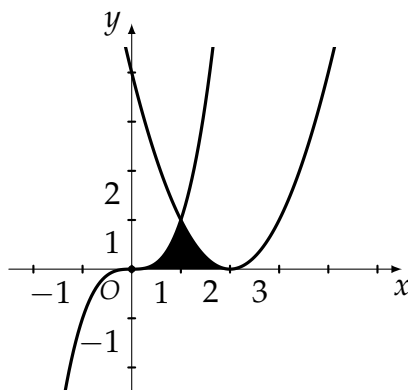
$$2x^2 = 5x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } S = \int_{\frac{1}{2}}^2 |2x^2 - (5x - 2)| dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 (-2x^2 + 5x - 2) dx = \left(-\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = \frac{9}{8}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 52. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình (H) .



A. $S = \frac{11}{2}$.

B. $S = \frac{7}{12}$.

C. $S = \frac{20}{3}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $x^3 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow (x - 1)(x^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Diện tích của hình (H) là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx \\ &= \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x - 2)^2 d(x - 2) \\ &= \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 + \frac{(x - 2)^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{7}{12}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 53. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^3 - 2x$ và đường thẳng $y = x$.

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{11}{6}$.

C. $\frac{27}{6}$.

D. $\frac{17}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - 2x = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S = \left| \int_{-\sqrt{3}}^0 (x^3 - 3x) dx \right| + \left| \int_0^{\sqrt{3}} (x^3 - 3x) dx \right| = \frac{9}{2}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Diện tích của D được cho bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$ B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx.$ C. $S = \int_a^b f(x) dx.$ D. $S = \int_b^a f(x) dx.$

Lời giải.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ (với $a < b$) là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = - \int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 55. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - ax$ với trục hoành ($a \neq 0$). Quay hình (H) xung quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích $V = \frac{16\pi}{15}$. Tìm a .

A. $a = -3.$ B. $a = -2.$ C. $a = 2.$ D. $a = \pm 2.$

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là nghiệm của $x^2 - ax = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}.$

• TH1: Với $a > 0$ thì thể tích của khối tròn xoay

$$V = \pi \int_0^a (x^2 - ax)^2 dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{ax^4}{2} + \frac{a^2x^3}{3} \right) \Big|_0^a = \frac{a^5\pi}{30}. \text{ Suy ra } \frac{a^5\pi}{30} = \frac{16\pi}{15} \Leftrightarrow a = 2.$$

• TH2: Với $a < 0$ thì thể tích của khối tròn xoay

$$V = \pi \int_a^0 (x^2 - ax)^2 dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - \frac{ax^4}{2} + \frac{a^2x^3}{3} \right) \Big|_a^0 = -\frac{a^5\pi}{30}. \text{ Suy ra } -\frac{a^5\pi}{30} = \frac{16\pi}{15} \Leftrightarrow a = -2.$$

Vậy $a = \pm 2$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 56. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x; y = 0; x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích vật thể tròn xoay có được khi quay (H) quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi^2}{4}.$ B. $2\pi.$ C. $\frac{\pi}{4}.$ D. $\frac{\pi^2}{2}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có: } V_H = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{4}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 57. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$ và $y = \frac{x-4}{2-x}.$

A. $\frac{4}{3}$.

B. 0,28.

C. $\frac{5}{3} - 2\ln 2$.

D. $3 - \ln 4$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của đồ thị (P): $y = x^2 - 2x - 2$ và (H): $y = \frac{x-4}{2-x}$ là nghiệm của phương trình

$$x^2 - 2x - 2 = \frac{x-4}{2-x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ (x^2 - 2x - 2)(2-x) = x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x(x^2 - 4x + 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Suy ra diện tích hình phẳng bằng

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 \left| x^2 - 2x - 2 - \frac{x-4}{2-x} \right| dx + \int_1^3 \left| x^2 - 2x - 2 - \frac{x-4}{2-x} \right| dx \\ &= \left| \int_0^1 \left(x^2 - 2x - 1 - \frac{2}{x-2} \right) dx \right| + \left| \int_1^3 \left(x^2 - 2x - 1 - \frac{2}{x-2} \right) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - x - 2\ln|x-2| \right) \right|_0^1 + \left| \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - x - 2\ln|x-2| \right) \right|_1^3 \\ &= \frac{5}{3} - 2\ln 2 + \frac{4}{3} = 3 - \ln 4. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 58. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox , các đường thẳng $x = 1, x = 2$ là

A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = \frac{8}{3}$.

C. $S = 7$.

D. 8.

Lời giải.

Do giả thiết ta có $S = \int_1^2 |x^2| dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$. Vậy $S = \frac{7}{3}$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 59. Cho hàm số $y = x^2 - 2x$ có đồ thị (P). Các tiếp tuyến với đồ thị tại $O(0;0)$ và tại $A(3;3)$ cắt nhau tại B. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi cung OA của (P) và hai tiếp tuyến BO, BA ?

A. $\frac{9}{5}$ (dvdt).

B. $\frac{9}{4}$ (dvdt).

C. $\frac{9}{8}$ (dvdt).

D. $\frac{9}{3}$ (dvdt).

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 2x - 2.$$

Tiếp tuyến tại $O(0;0)$ là $OB: y = y'(0) \cdot (x-0) + 0 \Leftrightarrow y = -2x$.

Tiếp tuyến tại $A(3;3)$ là $AB: y = y'(3)(x-3) + 3 \Leftrightarrow y = 4x - 9$.

Suy ra $OB \cap AB = B\left(\frac{3}{2}; -3\right)$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^{\frac{3}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 (x^2 - 6x + 9) dx = \frac{9}{8} + \frac{9}{8} = \frac{9}{4} \text{ (dvdt)}$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 60. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0, x = 3$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là hình chữ nhật có kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. 36(đvtt).

B. 9 (đvtt).

C. 18 (đvtt).

D. 54 (đvtt).

Lời giải.

Thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x , ($0 \leq x \leq 3$) là hình chữ nhật có kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

Diện tích thiết diện được xác định theo hàm là $S(x) = 2x\sqrt{9-x^2}$.

$$\Rightarrow \text{Thể tích vật thể tròn xoay: } V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx = 18 \text{ (đvtt)}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 61. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 2$, $x = 0$, $x = 1$.

A. $S = 4 \ln 2 + e - 5$.B. $S = 4 \ln 2 + e - 6$.C. $S = e^2 - 7$.D. $S = e - 3$.**Lời giải.**

Phương trình $e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2 \in (0; 1)$. Do đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 2$, $x = 0$, $x = 1$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 |e^x - 2| dx = - \int_0^{\ln 2} (e^x - 2) dx + \int_{\ln 2}^1 (e^x - 2) dx \\ &= - (e^x - 2x) \Big|_0^{\ln 2} + (e^x - 2x) \Big|_{\ln 2}^1 \\ &= -(2 - 2 \ln 2 - 1) + (e - 2 - 2 + 2 \ln 2) = 4 \ln 2 + e - 5. \end{aligned}$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 62. Hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P) : x^2 - x - 6$ và trục Ox có diện tích bằng

A. $\frac{95}{6}$.B. $\frac{-95}{6}$.C. $\frac{-125}{6}$.D. $\frac{125}{6}$.**Lời giải.**

Ta có $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = 3$.

$$\text{Với } x \in [-2; 3] \text{ thì } x^2 - x - 6 < 0, \text{ ta có } S = \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_{-2}^3 = \frac{125}{6}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 63. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 + |x|$; $y = x^2 + 1$ được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $\int_{-1}^0 (-x - 1) dx + \int_0^1 (x - 1) dx.$

B. $\left| \int_{-1}^0 (-x - 1) dx \right| + \left| \int_0^1 (x - 1) dx \right|.$

C. $\int_{-1}^1 (|x| - 1) dx.$

D. $\int_{-1}^0 (x - 1) dx + \int_0^1 (-x - 1) dx.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = x^2 + |x| = \begin{cases} x^2 + x & \text{nếu } x \geq 0 \\ x^2 - x & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}.$$

Do đó:

+ Với $x \geq 0$ thì $x^2 + x = x^2 + 1 \Leftrightarrow x = 1$.

+ Với $x \leq 0$ thì $x^2 - x = x^2 + 1 \Leftrightarrow x = -1$.

$$\text{Ta có } S = \left| \int_{-1}^0 (-x - 1) dx \right| + \left| \int_0^1 (x - 1) dx \right|.$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 64. Hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C) : y = \ln x$, hai đường thẳng $x = \frac{1}{e}$, $x = 1$ và trục

Ox có diện tích bằng

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{e+1}{14}$.

C. $\frac{e-2}{e}$.

D. $\frac{2-e}{e}$.

Lời giải.

Phương trình $\ln x = 0$ vô nghiệm trong đoạn $\left(\frac{1}{e}; 1\right)$ nên diện tích cần tìm là

$$S = \int_{\frac{1}{e}}^1 |\ln x| dx = \left| \int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx \right|. \text{ Ta dùng phương pháp từng phần để tính tích phân này:}$$

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } S = \left| (x \ln x) \Big|_{\frac{1}{e}}^1 - \int_{\frac{1}{e}}^1 dx \right| = \left| \frac{1}{e} - x \Big|_{\frac{1}{e}}^1 \right| = \left| \frac{1}{e} - \left(1 - \frac{1}{e}\right) \right| = \frac{e-2}{e}.$$

Chọn phương án **C**

Câu 65. Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi trục hoành và hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng

A. πe^2 .

B. $\pi(e^2 - 1)$.

C. $\pi(e - 1)$.

D. $e^2 - 1$.

Lời giải.

Gọi thể tích cần tìm là V , ta có $V = \pi \int_0^2 \left(e^{\frac{x}{2}}\right)^2 dx = \pi e^x \Big|_0^2 = \pi(e^2 - 1)$.

Chọn phương án **B**

Câu 66.

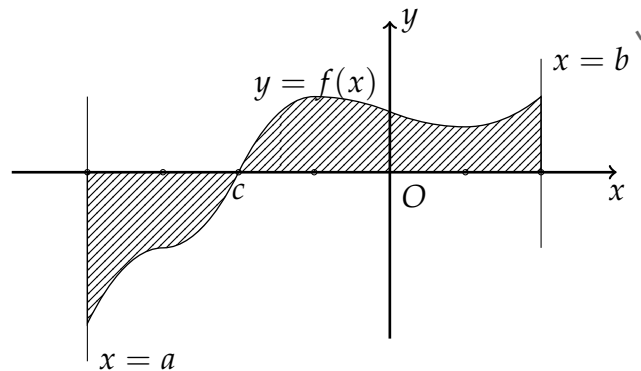
Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ) tính theo công thức

A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.



Lời giải.

Diện tích phần tô đậm được tính bởi biểu thức $S = \int_a^b |f(x)| dx = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Chọn phương án **D**

Câu 67. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công

thức

A. $S = - \int_a^b f^2(x) dx$. B. $S = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = - \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx = - \int_a^b f(x) dx$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 68. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y = (4x - 1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x = e$. Khi hình phẳng D quay quanh trục hoành được vật thể tròn xoay có thể tích V được tính theo công thức

A. $V = \int_{\frac{1}{4}}^e (4x - 1)^2 \ln x dx$. B. $V = \int_1^e (4x - 1)^2 \ln x dx$.
C. $V = \pi \int_1^e (4x - 1)^2 \ln x dx$. D. $V = \pi \int_{\frac{1}{4}}^e (4x - 1)^2 \ln x dx$.

Lời giải.

Điều kiện $\ln x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Xét phương trình $(4x - 1)\sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \text{ (loại)} \\ x = 1 \end{cases}$. Do đó $V = \pi \int_1^e (4x - 1)^2 \ln x dx$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 69. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $x = 9$. Khi (H) quay quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. 18. B. $\frac{81}{2}$. C. 18π . D. $\frac{81\pi}{2}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x = 0$.

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành là $V = \pi \int_0^9 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^9 = \frac{81\pi}{2}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 70. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = -3x, y = 0$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$. Công thức nào sau đây tính diện tích hình phẳng (H) ?

A. $S = \pi \int_0^2 3x dx$. B. $S = \int_0^2 3x dx$. C. $S = - \int_0^2 3x dx$. D. $S = \pi \int_0^2 9x^2 dx$.

Lời giải.

Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_0^2 |-3x| dx = \int_0^2 3x dx$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 71. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x, y = x, x = 0, x = 1$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $V = \frac{2\pi}{3}$. B. $V = \frac{8\pi}{3}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \pi$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là $V = \pi \cdot \int_0^1 \left| (2x)^2 - x^2 \right| dx = \pi$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 72. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 3x^2$, $y = 2x + 5$, $x = -1$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{256}{27}$. B. $S = \frac{269}{27}$. C. $S = 9$. D. $S = 27$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $3x^2 = 2x + 5 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 = 0$. Phương trình có hai nghiệm $x = -1$, $x = \frac{5}{3}$.

Diện tích của hình phẳng cần tìm là $S = \int_{-1}^2 |(3x^2 - 2x - 5)| dx = \left| \int_{-1}^{\frac{5}{3}} (3x^2 - 2x - 5) dx \right| + \left| \int_{\frac{5}{3}}^2 (3x^2 - 2x - 5) dx \right| = \left| \left(x^3 - x^2 - 5x \right) \Big|_{-1}^{\frac{5}{3}} \right| + \left| \left(x^3 - x^2 - 5x \right) \Big|_{\frac{5}{3}}^2 \right| = \left| -\frac{175}{27} - 3 \right| + \left| -6 + \frac{175}{27} \right| = \frac{269}{27}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 73. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. B. $V = \frac{1}{2} (2 - \sqrt{3})$.
C. $V = \frac{\pi}{2} (2 - \sqrt{3})$. D. $V = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Lời giải.

$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 - \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{4} (2x - \sin 2x) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 74. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2^x - 2$, $y = 0$ và $x = 2$.

- A. $S = \frac{2 + 2 \ln 2}{\ln 2}$. B. $S = \frac{3 - 4 \ln 2}{\ln 2}$. C. $S = \frac{3 + 4 \ln 2}{\ln 2}$. D. $S = \frac{2 - 2 \ln 2}{\ln 2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^x - 2$ và trục hoành: $2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_1^2 |2^x - 2| dx = \int_1^2 (2^x - 2) dx = \left(\frac{2^x}{\ln 2} - 2x \right) \Big|_1^2 = \frac{2 - 2 \ln 2}{\ln 2}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 75. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường parabol $(P) : y = x^2 - x + 2$ và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm có tọa độ $(1; 2)$. Diện tích của hình (H) là

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^2 + 1$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $y' = 2x$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại điểm $(1; 2)$ của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ là

$$y = y'(1)(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = 2x.$$

Gọi Δ là đường thẳng có phương trình $y = 2x$. Xét phương trình tương giao của (P) và Δ

$$x^2 - x + 2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) khi đó

$$S = \int_1^2 |(x^2 - x + 2) - 2x| dx = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$$

Do $x^2 - 3x + 2 \leq 0, \forall x \in [1; 2]$ nên

$$S = - \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx = - \left(\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_1^2 = - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6} \right) = \frac{1}{6}$$

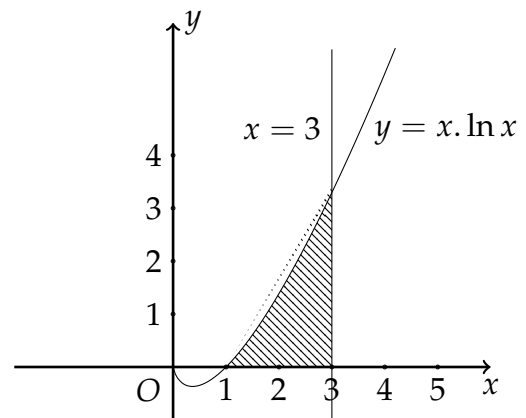
Chọn phương án **(B)** □

Câu 76.

Cho hình phẳng (H) như hình vẽ (phần tô đậm). Diện tích hình phẳng (H) là

A. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$.
C. $\frac{9}{2} \ln 3 - 4$.

B. 1.
D. $\frac{9}{2} \ln 3 - 2$.



Lời giải.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) theo hình vẽ suy ra $S = \int_1^3 x \ln x dx$.

Theo công thức tích phân từng phần

$$S = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x \Big|_1^3 + \int_1^3 \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{2} \cdot \ln x \Big|_1^3 - \frac{x^2}{4} \Big|_1^3 = \frac{9}{4} \ln 3 - 2.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 77. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -3, x = 1, y = 0, y = x^2 - x$ có diện tích được tính theo công thức

A. $S = \int_{-3}^1 (x^2 - x) dx$.

B. $S = \int_{-3}^0 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx$.

C. $S = \int_{-3}^0 (x^2 - x) dx + \int_0^1 (x^2 - x) dx$.

D. $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

$$\text{Vậy } S = \int_{-3}^0 |x^2 - x| dx + \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_{-3}^0 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 78. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3$ và $y = \sqrt{x}$. Khối tròn xoay tạo ra khi (H) quay quanh trục Ox có thể tích là

A. $V = \pi \int_0^1 (x^6 - x) dx.$

B. $V = \pi \int_0^1 (x^3 - \sqrt{x}) dx.$

C. $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x^3) dx.$

D. $V = \pi \int_0^1 (x - x^6) dx.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

$$\text{Vậy } V = \pi \int_0^1 |x^6 - x| dx = \pi \int_0^1 (x - x^6) dx.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 79. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C) : y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d : y = x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay quanh trục hoành.

A. $V = \frac{81\pi}{10}.$

B. $V = \frac{81\pi}{5}.$

C. $V = \frac{108\pi}{5}.$

D. $V = \frac{108\pi}{10}.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^2 + 4x = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

$$\text{Thể tích cần tính } V = \pi \int_0^3 ((4x - x^2)^2 - x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - 2x^4 + 5x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{108\pi}{5}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 80. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1) : y = x^2 + 2x$ và $(C_2) : y = x^3$.

A. $S = \frac{83}{12}.$

B. $S = \frac{15}{4}.$

C. $S = \frac{37}{12}.$

D. $S = \frac{9}{12}.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 2x = x^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\text{Diện tích cần tính } S = \int_{-1}^0 (x^3 - x^2 - 2x) dx + \int_0^2 (x^2 + 2x - x^3) dx = \frac{37}{12}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 81. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (S) giới hạn bởi các đường $y = 4 - x^2, y = 0$ quanh trục Ox có kết quả có dạng $\frac{\pi a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó giá trị của $a - 30b$ bằng

A. 62.

B. 26.

C. 82.

D. 28.

Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } 4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích cần tính } V = \pi \int_{-2}^2 (4 - x^2)^2 dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{8x^3}{3} - 16x \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{512\pi}{15}.$$

Suy ra $a = 512$ và $b = 15$. Vậy $a - 30b = 62$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 82. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 3$ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{28}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{28}{9}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của $y = x^2$ và trục hoành là nghiệm phương trình $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_{-1}^3 |x^2 - 0| dx = \int_{-1}^0 x^2 dx + \int_0^3 x^2 dx = \frac{28}{3}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 83. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

A. $S = \frac{7}{2}$.

B. $S = 4$.

C. $S = \frac{3}{2}$.

D. $S = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow (1 - x)(x^2 - 2x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Khi đó

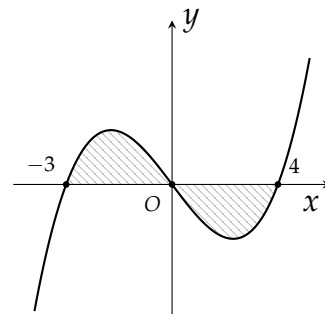
$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx \\ &= \int_0^1 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx + \int_1^2 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx \\ &= \left| \int_0^1 (-x^3 + 3x^2 - 2) dx \right| + \left| \int_1^2 (-x^3 + 3x^2 - 2) dx \right| \\ &= \left| \left(-\frac{x^4}{4} + x^3 - 2x \right) \Big|_0^1 \right| + \left| \left(-\frac{x^4}{4} + x^3 - 2x \right) \Big|_1^2 \right| \\ &= \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 84.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng thuộc phần tô đậm trong hình vẽ bên là

A. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx.$ B. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx.$
 C. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx.$ D. $S = \int_{-3}^4 f(x)dx.$



Lời giải.

Dựa trên đồ thị hàm số, ta có

$$S = \int_{-3}^0 |f(x)| dx + \int_0^4 |f(x)| dx = \int_{-3}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 85. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x-1}$, $y = 1$ và đường thẳng $x = 2$ là

A. $S = 1 + \ln 3.$ B. $S = 1 - \frac{1}{2} \ln 3.$ C. $S = \frac{1}{2} \ln 3.$ D. $S = \frac{1}{2} + \ln 3.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{1}{2x-1} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ 2x-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Khi đó

$$S = \int_1^2 \left| \frac{1}{2x-1} - 1 \right| dx = \left| \int_1^2 \left(\frac{1}{2x-1} - 1 \right) dx \right| = \left| \left(\frac{\ln|2x-1|}{2} - x \right) \Big|_1^2 \right| = \left| \frac{1}{2} \ln 3 - 1 \right| = 1 - \frac{1}{2} \ln 3.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 86. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = 1 - x^2$ và trục Ox . Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{16\pi}{15}.$ B. $V = \frac{16}{15}.$ C. $V = \frac{4\pi}{3}.$ D. $V = \frac{4}{3}.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường $y = 1 - x^2$ và trục hoành là

$$1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Khi đó, thể tích V của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 - x^2$, trục hoành khi quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \cdot \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \pi \cdot \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - 2\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{16\pi}{15}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 87. Thể tích V của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ khi quay quanh trục Ox là

A. $V = \frac{9}{15}$.

B. $V = \frac{8\pi}{15}$.

C. $V = \frac{8}{15}$.

D. $V = \frac{9\pi}{15}$.

Lời giải.Phương trình hoành độ giao điểm của đường $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ và trục hoành là

$$x\sqrt{x^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Khi đó, thể tích V của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ khi quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \cdot \int_0^1 (x\sqrt{x^2 + 1})^2 dx = \pi \cdot \int_0^1 (x^4 + x^2) dx = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{15}.$$

Chọn phương án **(B)** □**Câu 88.** Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = x + 2$.

A. $S = \frac{125}{6}$.

B. $S = 10\sqrt{3}$.

C. $S = -\frac{125}{6}$.

D. $S = \frac{25}{6}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$$x^2 - 4 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3. \end{cases}$$

$$S = \int_{-2}^3 |x^2 - x - 6| dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_{-2}^3 = \frac{125}{6}.$$

Chọn phương án **(A)** □**Câu 89.** Một học sinh đang điều khiển xe đạp điện chuyển động thẳng đều với vận tốc a m/s. Khi phát hiện có chướng ngại vật phía trước học sinh đó thực hiện phanh xe. Sau khi phanh, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = a - 2t$ m/s. Tìm giá trị lớn nhất của a để quãng đường xe đạp điện đi được sau khi phanh không vượt quá 9 m.

A. $a = 7$.

B. $a = 4$.

C. $a = 5$.

D. $a = 6$.

Lời giải.Khi $v = 0 \Rightarrow t = \frac{a}{2}$. Quãng đường xe đi được kể từ lúc phanh cho đến khi dừng lại là $S =$

$$\int_0^{\frac{a}{2}} (a - 2t) dt = (at - t^2) \Big|_0^{\frac{a}{2}} = \frac{a^2}{4}. \text{ Để quãng đường đi được sau khi phanh không vượt quá 9 m thì } \frac{a^2}{4} \leq 9 \Rightarrow a \leq 6.$$

Chọn phương án **(D)** □**Câu 90.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + 4x$ là

A. 34.

B. 18.

C. 17.

D. 9.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số là

$$x^2 - 2x = -x^2 + 4x \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số là } \int_0^3 |2x^2 - 6x| dx = \int_0^3 (6x - 2x^2) dx = 9.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 91. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 3$ là

- A. 3. B. $\frac{23}{3}$. C. $\frac{25}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } \int_0^3 |-x^2 + 4| dx = \int_0^2 (-x^2 + 4) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx = \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 92. Xét (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x + 1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$ ($a > 0$). Giá trị của a sao cho thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng 57π là

- A. $a = 3$. B. $a = 5$. C. $a = 4$. D. $a = 2$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^a (2x + 1)^2 dx = \pi \cdot \frac{(2x + 1)^3}{6} \Big|_0^a = \pi \left(\frac{(2a + 1)^3}{6} - \frac{1}{6} \right).$$

$$\text{Mà } V = 57\pi \Leftrightarrow \pi \left(\frac{(2a + 1)^3}{6} - \frac{1}{6} \right) = 57\pi \Leftrightarrow (2a + 1)^3 = 343 \Leftrightarrow a = 3.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 93. Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1 - x^2}$. Thể tích vật thể (T) bằng

- A. $\frac{16\pi}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. π . D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

Diện tích thiết diện là $S(x) = 4(1 - x^2)$.

$$\text{Suy ra thể tích vật thể } (T) \text{ là } V = \int_{-1}^1 4(1 - x^2) dx = \left(4x - \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{16}{3}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 94. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - x$ và trục hoành quanh trục hoành là

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{30}$. D. $\frac{\pi}{15}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } y = x^2 - x \text{ và } y = 0 \text{ là } x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

$$\text{Vậy thể tích của khối tròn xoay thỏa yêu cầu đề bài là } V = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{30}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 95. Đặt S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $y = x - 1$ và các đường thẳng $x = m, x = 2m$ ($m > 1$). Giá trị của m sao cho $S = \ln 3$ là

- A. $m = 5$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Diện tích cần tìm chính là tích phân

$$S = \int_m^{2m} \left| \frac{x^2 - 2x}{x - 1} - (x - 1) \right| dx.$$

Ta có

$$\begin{aligned} S &= \int_m^{2m} \left| \frac{x^2 - 2x}{x - 1} - (x - 1) \right| dx = \int_m^{2m} \left| \frac{-1}{x - 1} \right| dx \\ &= \int_m^{2m} \frac{1}{|x - 1|} dx = \int_m^{2m} \frac{1}{x - 1} dx \quad (\text{do } m > 1) \\ &= (\ln |x - 1|) \Big|_m^{2m} = \ln \frac{2m - 1}{m - 1}. \end{aligned}$$

Do đó, $S = \ln 3 \Leftrightarrow \ln \frac{2m - 1}{m - 1} = \ln 3 \Leftrightarrow \frac{2m - 1}{m - 1} = 3 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn phương án **C** □

Câu 96. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 2x + 1$ và các đường thẳng $y = 0, x = -1, x = 1$. Tính diện tích S của hình phẳng (H).

A. $S = 5$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Lời giải.

$$S = \int_{-1}^1 |3x^2 + 2x + 1| dx = \int_{-1}^1 (3x^2 + 2x + 1) dx = (x^3 + x^2 + x) \Big|_{-1}^1 = 3 - (-1) = 4.$$

Chọn phương án **D** □

Câu 97. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x + 1}$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{2}{3}$.

B. $V = \ln 3$.

C. $V = \pi \ln 3$.

D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

$$V = \pi \int_0^2 \left(\frac{1}{x + 1} \right)^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{1}{(x + 1)^2} d(x + 1) = \pi \left(-\frac{1}{x + 1} \right) \Big|_0^2 = \pi \left(\frac{-1}{3} + 1 \right) = \frac{2\pi}{3}.$$

Chọn phương án **D** □

Câu 98. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$ và các đường thẳng $y = 0, x = 0, x = \pi$. Tính diện tích S của hình phẳng (H).

A. $S = 2$.

B. $S = 1$.

C. $S = 0$.

D. $S = \frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S = \int_0^\pi |\sin x| dx = (-\cos x) \Big|_0^\pi = -\cos \pi + \cos 0 = 2$.

Chọn phương án **A** □

Câu 99.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ và $\int_{-2}^0 f(x) dx = a$,

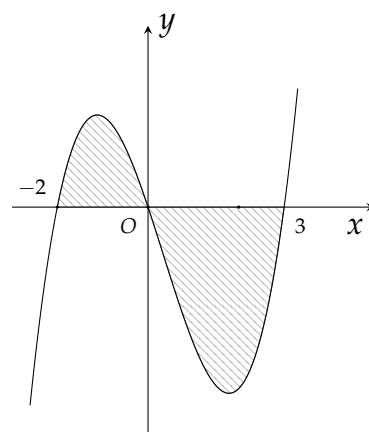
$\int_0^3 f(x) dx = b$. Tính diện tích của phần được gạch chéo theo a, b .

A. $\frac{a+b}{2}$.

B. $a - b$.

C. $b - a$.

D. $a + b$.



Lời giải.

Từ đồ thị suy ra $f(x) \geq 0, \forall x \in [-2; 0]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [0; 3]$. Do đó, diện tích phần gạch chéo là

$$S = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^3 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx = a - b.$$

Chọn phương án **B**

Câu 100. Một ô tô đang đi với vận tốc lớn hơn 72 km/h, phía trước là đoạn đường chỉ cho phép chạy với tốc độ tối đa là 72 km/h, vì thế người lái xe đạp phanh để ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 30 - 2t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc bắt đầu đạp phanh đến lúc đạt tốc độ 72 km/h, ô tô đã di chuyển quãng đường là bao nhiêu mét?

A. 100 m.

B. 150 m.

C. 175 m.

D. 125 m.

Lời giải.

Thời điểm t ô tô đạt tốc độ 72 km/h (tức 20 m/s) là nghiệm của $30 - 2t = 20 \Leftrightarrow t = 5$ (s).

Quãng đường đi được trong khoảng thời gian 5 s là

$$S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (30 - 2t) dt = \left(30t - t^2 \right) \Big|_0^5 = 30 \cdot 5 - 5^2 = 125 \text{ m.}$$

Chọn phương án **D**

Câu 101. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx$.

C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx$.

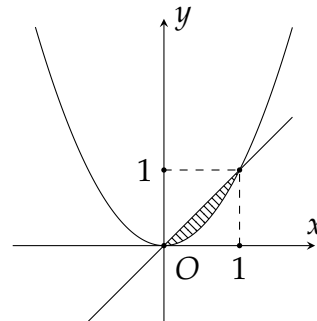
D. $\pi \int_0^1 (x^2 - x) dx$.

Lời giải.

Ta có (P) và d cắt nhau tại hai điểm $(0;0)$, $(1;1)$ và $x > x^2, \forall x \in (0;1)$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay đã cho T bằng thể tích khối tròn xoay T_1 trừ đi thể tích khối tròn xoay T_2 . Trong đó

- T_1 được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường d , trục Ox , $x = 0, x = 1$.
- T_2 được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường (P) , trục Ox , $x = 0, x = 1$.



Vậy thể tích khối tròn xoay đã cho bằng $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx$.

Chọn phương án **A** □

Câu 102. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi(\pi + 1)$. B. $V = \pi - 1$. C. $V = \pi + 1$. D. $V = \pi(\pi - 1)$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi(2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

Chọn phương án **A** □

Câu 103. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = e$.

- A. 1. B. 0. C. e. D. $\frac{1}{e}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích hình phẳng là } S = \int_1^e \left| \frac{1}{x} \right| dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln |x| \Big|_1^e = 1.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 104. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = 1$.

- A. $S = \frac{5}{4}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = \frac{7}{4}$. D. $S = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích ta được

$$S = \int_0^1 |x^3 + 1| dx = \int_0^1 (x^3 + 1) dx = \left(\frac{x^4}{4} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{4}.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 105. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa $y = x^2 - x$ và $y = x$ là:

$$x^2 - x = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và $y = x$ bằng

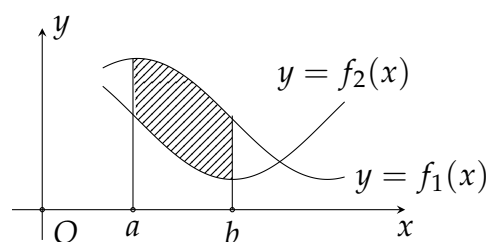
$$\int_0^2 |x^2 - x - x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx = - \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 106.

Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng $x = a; x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi S quay quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây?



A. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$

Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

Chọn phương án **A**

□

Câu 107. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 0.2 m.

B. 2 m.

C. 10 m.

D. 20 m.

Lời giải.

Khi dừng hẳn thì vận tốc lúc đó bằng không nên thời gian ô tô chạy được từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là

$$0 = -5t + 10 \text{ hay } t = 2.$$

Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là

$$S = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5t^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^2 = 10 \text{ m.}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 108. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 6\sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 9$. Tính S .

A. $S = 234.$

B. $S = 104.$

C. $S = 208.$

D. $S = 52.$

Lời giải.

Diện tích cần tìm là $S = 6 \int_1^9 \sqrt{x} dx = 4\sqrt{x^3} \Big|_1^9 = 104.$

Chọn phương án **B**

□

Câu 109. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 12\pi$.

$$\text{A. } V = \pi \int_0^{12\pi} (\sin x)^2 dx.$$

$$\text{B. } V = \pi^2 \int_0^{12\pi} (\sin x)^2 dx.$$

$$\text{C. } V = \pi^2 \int_0^{12\pi} \sin x dx.$$

$$\text{D. } V = \pi \int_0^{12\pi} \sin x dx.$$

Lời giải.

Áp dụng công thức SGK, ta có $V = \pi \int_0^{12\pi} (\sin x)^2 dx$.

Chọn phương án **A** □

Câu 110. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = 6x^2$ và $y = 6x$.

- A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số là $6x^2 = 6x \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$. Diện tích cần tìm là

$$S = \int_0^1 |6x^2 - 6x| dx = 6 \left| \int_0^1 (x^2 - x) dx \right| = \left| (2x^3 - 3x^2) \Big|_0^1 \right| = 1.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 111. Tính thể tích vật thể tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox , biết (H) được giới hạn bởi các đường $y = 4x^2 - 1$, $y = 0$.

- A. $\frac{8\pi}{15}$. B. $\frac{16\pi}{15}$. C. $\frac{4\pi}{15}$. D. $\frac{2\pi}{15}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $4x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } V = \pi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (4x^2 - 1)^2 dx = \pi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (16x^4 - 8x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{16}{5}x^5 - \frac{8}{3}x^3 + x \right) \Big|_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{8\pi}{15}.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 112. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $\frac{9}{4}$. B. 13. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{81}{12}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$

$$\text{Khi đó ta có } S = \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx.$$

$$\text{Ta có } \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| = \frac{8}{3}.$$

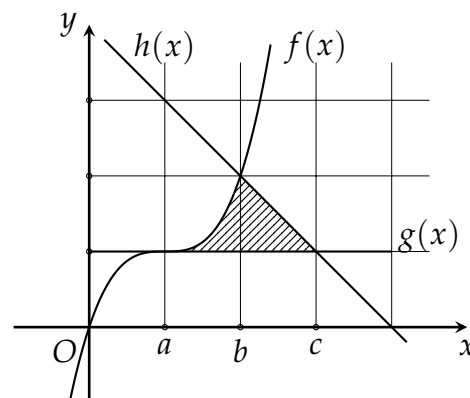
$$\text{Và } \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 \right| = \frac{5}{12}.$$

$$\text{Suy ra } S = \frac{37}{12}.$$

Chọn phương án **C**

Câu 113.

Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo) giới hạn bởi đồ thị 3 hàm số $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ như hình bên, bằng kết quả nào sau đây.



A. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |g(x) - h(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

C. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

D. $S = \int_a^c [f(x) + h(x) - g(x)] dx.$

Lời giải.

Diện tích miền tích phân được chia thành hai phần. Phần 1 với x nằm trong khoảng a đến b và phần 2 với x nằm trong khoảng b đến c .

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |h(x) - g(x)| dx \\ &= \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [h(x) - g(x)] dx \\ &= \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

Câu 114. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ xoay quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx.$

B. $\pi \int_0^1 x^2 dx + \pi \int_0^1 x^4 dx.$

C. $\pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx.$

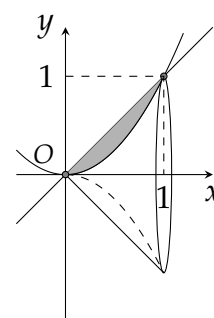
D. $\pi \int_0^1 |x^2 - x| dx.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là $x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Từ đồ thị ta suy ra thể tích khối tròn xoay tạo thành là

$$V = \pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 x^2 dx - \pi \int_0^1 x^4 dx.$$



Chọn phương án **A**

Câu 115. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P): $y = x^2 - 4x + 3$ và trục Ox .

A. $\frac{4}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Ox là $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $\int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx = \frac{4}{3}$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 116. Hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x$, $y = x^2$ có diện tích bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

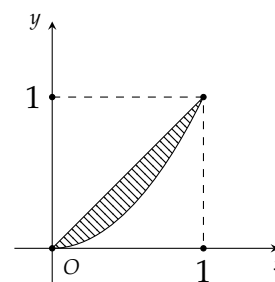
Lời giải.

Giao điểm của đồ thị hàm số $y = x$ và $y = x^2$ là các điểm có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} y = x \\ y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x = 1 \\ y = x = 0. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x$, $y = x^2$ bằng

$$\int_0^1 |x - x^2| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6}.$$



Chọn phương án **(B)**

□

Câu 117. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 - 3x + 2$, $y = x - 1$, $x = 0$, $x = 2$ bằng

A. 2.

B. $\frac{2}{3}$.

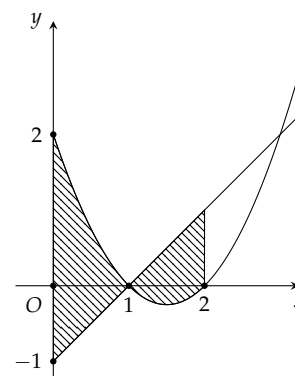
C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 - 3x + 2$, $y = x - 1$, $x = 0$, $x = 2$ bằng

$$\begin{aligned} & \int_0^2 |(x^2 - 3x + 2) - (x - 1)| dx \\ &= \int_0^2 |x^2 - 4x + 3| dx \\ &= \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_1^2 (-x^2 + 4x - 3) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 + \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right) \Big|_1^2 = 2. \end{aligned}$$



Chọn phương án **(A)**

□

Câu 118. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{1 - x^2}$ quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. $\frac{3\pi}{4}$.

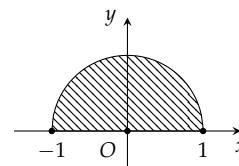
C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{1-x^2}$ quanh trục Ox ta được khối tròn xoay là hình cầu tâm O và bán kính $R = 1$.

Do đó thể tích của khối tròn xoay là $\frac{4\pi}{3}$.



Chọn phương án **(A)** □

Câu 119. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ.

A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1$.

B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1$.

C. $3 \ln \frac{5}{2} - 1$.

D. $3 \ln \frac{3}{2} - 1$.

Lời giải.

Xét $x = 0 \Rightarrow y = -2$.

Xét $y = 0 \Rightarrow x = -1$.

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ là

$$S = \int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx.$$

Vì biểu thức $\frac{x+1}{x-2}$ không đổi dấu trên miền $[-1; 0]$ nên

$$S = \left| \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x-2} dx \right| = \left| \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx \right| = (x + 3 \ln |x-2|) \Big|_{-1}^0 = |1 + 3(\ln 2 - \ln 3)| = 3 \ln \frac{3}{2} - 1.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 120. Gọi $\mathcal{H}$ là hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\frac{x}{4-x^2}}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$.

Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình $\mathcal{H}$ xung quanh trục Ox .

A. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}$.

B. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{3}{4}$.

C. $V = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$.

D. $V = \pi \ln \frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{\frac{x}{4-x^2}} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow V = \pi \int_0^1 \frac{x}{4-x^2} dx = -\frac{\pi}{2} \ln |4-x^2| \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 121. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sin x; y = 0; x = 0$ và $x = 2\pi$ là

A. 0.

B. 2.

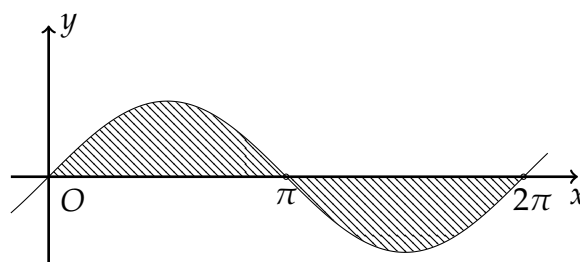
C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng được tính bởi

$$I = 2 \int_0^\pi (\sin x - 0) dx = 2 (-\cos x) \Big|_0^\pi = 4.$$



Chọn phương án **(C)** □

Câu 122. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị các hàm số $y = x^4 - x + 2$ và $y = x^2 - x + 2$ là.

A. $-\frac{4}{15}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. 0.

D. $\frac{4}{15}$.

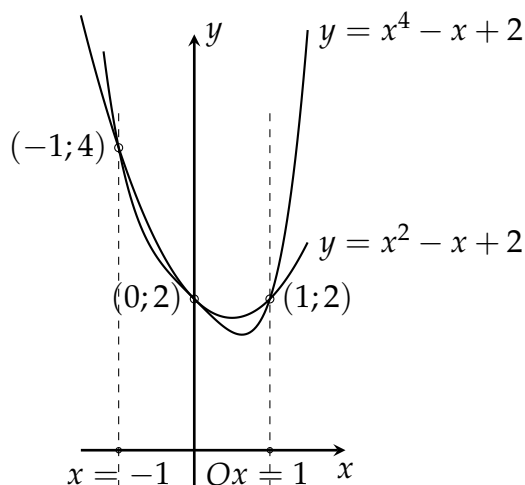
Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x^4 - x + 2 = x^2 - x + 2 \Leftrightarrow x^4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 1.$$

Diện tích phẳng giới hạn bởi hai đường là

$$I = \int_{-1}^0 [(x^2 - x + 2) - (x^4 - x + 2)] dx + \int_0^1 [(x^2 - x + 2) - (x^4 - x + 2)] dx = \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15}.$$



Chọn phương án **(D)**

□

Câu 123. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sin x$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 2\pi$ xoay quanh trục Ox là

A. π^2 .

B. $\frac{\pi}{2}$.

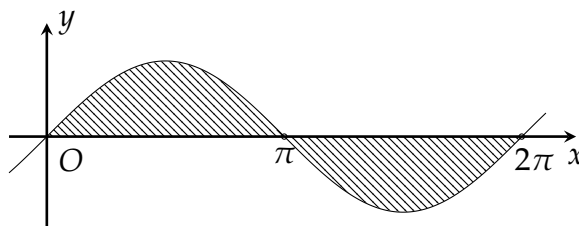
C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải.

Thể tích là

$$V = 2\pi \int_0^\pi \sin^2 x dx = 2\pi \int_0^\pi \frac{1 - \cos 2x}{2} dx$$
$$\Leftrightarrow V = 2\pi \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \right) \Big|_0^\pi = \pi^2.$$



Chọn phương án **(A)**

□

Câu 124. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 1$ xoay quanh trục Ox là

A. $\frac{1}{4}$.

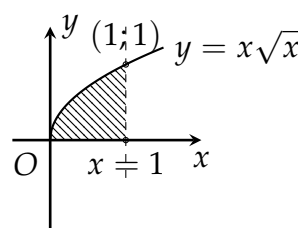
B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{2\pi}{5}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích là } V = \pi \int_0^1 (x\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^1 (x)^3 dx = \pi \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{4}.$$



Chọn phương án **(B)**

□

Câu 125. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$; Ox ; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$. Quay (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\pi - \frac{\pi^2}{4}$.

B. $1 - \frac{\pi}{4}$.

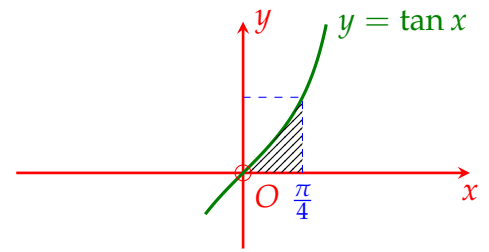
C. π^2 .

D. $\frac{\pi^2}{4} - \pi$.

Lời giải.

Ta có thể tích của khối tròn xoay khi quay (H) quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = \pi \left(\tan x - x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right) = \pi - \frac{\pi^2}{4}.$$



Chọn phương án **(B)** □

Câu 126. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0; x = \pi$ và đồ thị $y = \sin x; y = \cos x$ được tính bởi biểu thức

A. $S = \int_0^{\pi} \sin x dx.$

B. $S = \left| \int_0^{\pi} (\sin x - \cos x) dx \right|.$

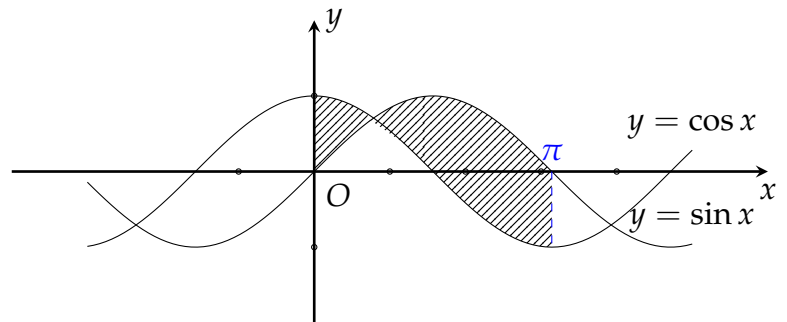
C. $S = \int_0^{\pi} |\cos x| dx.$

D. $S = \int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx.$

Lời giải.

Sử dụng công thức của tích phân về diện

tích ta có $S = \int_0^{\pi} |\sin x - \cos x| dx.$



Chọn phương án **(D)** □

Câu 127. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x, Ox, x = -3, x = 4.$

A. 36.

B. 44.

C. $\frac{201}{4}.$

D. $\frac{119}{4}.$

Lời giải.

Diện tích hình phẳng (H) được tính bởi tích phân $I = \int_{-3}^4 |x^3 - 4x| dx = \int_{-3}^4 |x(x-2)(x+2)| dx = -\int_{-3}^{-2} (x^3 - 4x) dx + \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx + \int_2^4 (x^3 - 4x) dx = \frac{201}{4}.$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 128. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sin x; Ox; x = 0; x = \pi.$ Quay (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\pi^2.$

B. $2\pi.$

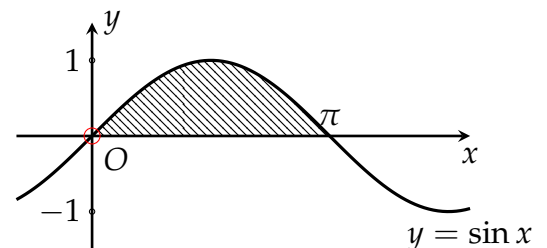
C. $\frac{\pi}{2}.$

D. $\frac{\pi^2}{2}.$

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay khi ta quay hình (H) quanh trục Ox được tính bởi biểu thức

$$V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \frac{\pi^2}{2}.$$



Chọn phương án **(D)** □

Câu 129. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; -1)$ đến mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 5 = 0$ là

A. $\frac{\sqrt{11}}{3}.$

B. 1.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}.$

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm $A(1; -2; -1)$ đến mặt phẳng (P) là $d(A, P) = \frac{|2 \cdot 1 - (-2) + 2 \cdot (-1) - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 1$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 130. Với giá trị nào của $m > 0$ thì diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2$ và $y = mx$ bằng $\frac{4}{3}$?

A. $m = 1$.

B. $m = 4$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = mx \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = m$. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên được tính bởi $\int_0^m |x^2 - mx| dx = \int_0^m (mx - x^2) dx = \frac{m^3}{6} = \frac{4}{3}$. Từ đó ta tìm được $m = 2$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 131. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 + 5x + 6$, Ox , $x = 0$, $x = 2$ là

A. $\frac{56}{3}$.

B. $\frac{52}{3}$.

C. $\frac{55}{3}$.

D. $\frac{58}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của hình giới hạn bởi các đường đã cho được tính bởi biểu thức $\int_0^2 |-x^2 + 5x + 6| dx = \int_0^2 |(x+1)(x-6)| dx = -\int_0^2 (x+1)(x-6) dx = \frac{58}{3}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 132. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và thỏa mãn $0 < g(x) < f(x), \forall x \in [a; b]$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường: $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$. Khi đó V được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

C. $V = \left(\pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right)^2$.

D. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

Lời giải.

Ta cần nhớ lại công thức sau: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó thể tích của vật thể tròn xoay giới hạn bởi $y = f(x), y = g(x)$ (với $0 < g(x) < f(x)$) và hai đường thẳng $x = a; x = b$ khi quay quanh trục Ox là $\pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)) dx$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 133. Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi $(C) : y = 3x^4 - 4x^2 + 5; Ox; x = 1; x = 2$ là

A. $\frac{212}{15}$.

B. $\frac{214}{15}$.

C. $\frac{213}{15}$.

D. $\frac{43}{3}$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng (H) được tính bởi biểu thức $\int_1^2 |3x^4 - 4x^2 + 5| dx = \frac{214}{15}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 134. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = -2x^3 + x^2 + x + 5$ và đồ thị (C') của hàm số $y = x^2 - x + 5$.

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị (C')

$$-2x^3 + x^2 + x + 5 = x^2 - x + 5 \Leftrightarrow -2x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = \pm 1.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_{-1}^1 |2x^3 - 2x| dx = \left| \int_{-1}^0 (2x^3 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (2x^3 - 2x) dx \right| = 1.$

Chọn phương án **C**

□

Câu 135. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$.

- A. 1. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 + 2 = 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_1^2 |(x^2 + 2) - 3x| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \right| = \frac{1}{6}.$

Chọn phương án **B**

□

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $f(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Biết hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, khi đó thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức

- A. $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx.$ B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$
C. $V = \int_a^b f(x) dx.$ D. $V = \int_a^b f^2(x) dx.$

Lời giải.

Chú ý rằng $f(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$, ta có $V = \int_a^b f(x) dx$, không phải $V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$.

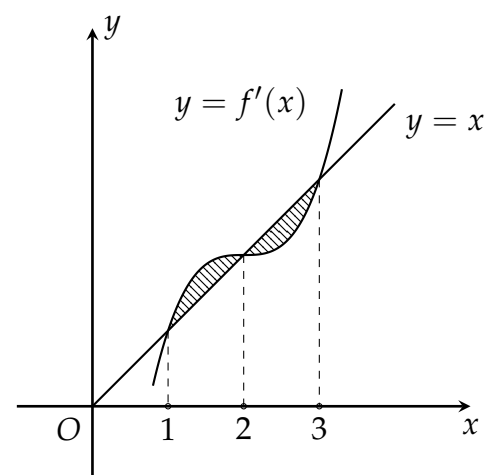
Chọn phương án **C**

□

Câu 137.

Cho hàm $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 3]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$ (phần gạch chéo trong hình vẽ bên). Diện tích hình (H) bằng

- A. $2f(2) - f(1) - f(3) + 1.$ B. $f(3) - f(1) - 4.$
C. $2f(3) - f(2) - f(1) + 1.$ D. $f(1) - f(3) + 4.$



Lời giải.

Diện tích phần gạch chéo

$$S = \int_1^2 [f'(x) - x] dx - \int_2^3 [f'(x) - x] dx = \left[f(x) - \frac{x^2}{2} \right]_1^2 - \left[f(x) - \frac{x^2}{2} \right]_2^3 = 2f(2) - f(1) - f(3) + 1.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 138. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ m/s. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 20 m.

B. 2 m.

C. 0,2 m.

D. 10 m.

Lời giải.

Chọn gốc thời gian lúc người lái đạp phanh. Thời điểm ô tô dừng hẳn là: $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$ s. Vậy

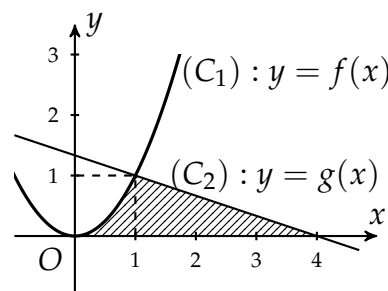
quãng đường di chuyển được là $s = \int_0^2 v(t) dt = 0,2$ m.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 139. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường như hình vẽ (phần gạch sọc).

Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức

A. $S = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 g(x) dx$. B. $S = \int_0^4 [f(x) - g(x)] dx$.
C. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx$. D. $S = \int_0^4 |f(x) - g(x)| dx$.



Lời giải.

Ta có $S = \int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |g(x)| dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 g(x) dx$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 140. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\sqrt{x+1}$ và trục hoành.

A. $S = \frac{2}{15}$.

B. $\frac{4}{15}$.

C. $S = \frac{1}{2}$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

Xét phương trình $x\sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -1$. Khi đó:

$$S = \int_{-1}^0 |x\sqrt{x+1}| dx = - \int_{-1}^0 x\sqrt{x+1} dx.$$

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow 2t dt = dx$.

Đổi cận

x	-1	0
t	0	1

$$S = - \int_0^1 (t^2 - 1) t \cdot 2t dt = - \int_0^1 (2t^4 - 2t^2) dt = - \left(\frac{2t^5}{5} - \frac{2t^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{4}{15}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 141. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ quay quanh trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.

A. $V = \frac{3\pi}{5}$.

B. $V = \frac{\pi}{6}$.

C. $V = \pi$.

D. $V = \frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $\sqrt{x} = x \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$.

$$\text{Thể tích khối tròn xoay } V = \pi \int_0^1 |(\sqrt{x})^2 - x^2| dx = \pi \int_0^1 |x - x^2| dx = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{\pi}{6}.$$

Chọn phương án **(B)**

□

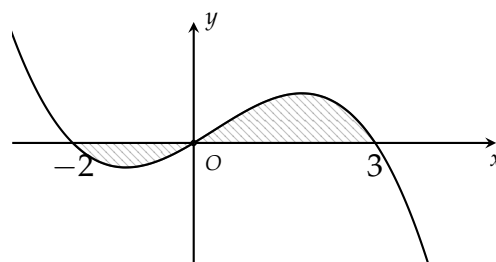
Câu 142. Cho hàm số $y = f(x)$ (1) xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (1) và trục Ox (phần tô đen trong hình dưới). Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx.$

B. $S = -\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx.$

D. $S = \left| \int_{-2}^3 f(x) dx \right|.$



Lời giải.

Để thấy phần tô đen được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ trục Ox hai đường thẳng $x = -2$ và $x = 3$ nên có diện tích là $S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx.$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 143. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x$ và $y = x^2$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $S = \int_0^1 (x - x^2) dx.$

B. $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx.$

C. $S = \pi \int_0^1 [(x^2)^2 - (x)^2] dx.$

D. $S = \int_0^1 (x \cdot x^2) dx.$

Lời giải.

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình $x = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$

Vì $x > x^2$ với $0 < x < 1 \Rightarrow S = \int_0^1 (x - x^2) dx.$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 144. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 4$.

A. $S = 7.$

B. $S = 17.$

C. $S = 15.$

D. $S = 8.$

Lời giải.

Diện tích $S = \int_1^4 |2x| dx = \int_1^4 2x dx = x^2 \Big|_1^4 = 15.$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 145. Tính thể tích V khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{9 - x^2}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$ quay quanh trục Ox .

A. $V = 22\pi.$

B. $V = 20\pi.$

C. $V = 18\pi.$

D. $V = 3\pi.$

Lời giải.

$$\text{Thể tích } V = \pi \int_0^3 (9 - x^2) dx = \pi \left(9x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = 18\pi.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 146. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quay quanh trục Ox .

A. $V = 4\pi$.

B. $V = 16\pi$.

C. $V = \pi^2$.

D. $V = 8\pi$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

$$\text{Thể tích } V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 147. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Viết công thức tính diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$.

A. $S = \int_a^b f^2(x) dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Lời giải.

Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$,

$$x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Chọn phương án **B**

□

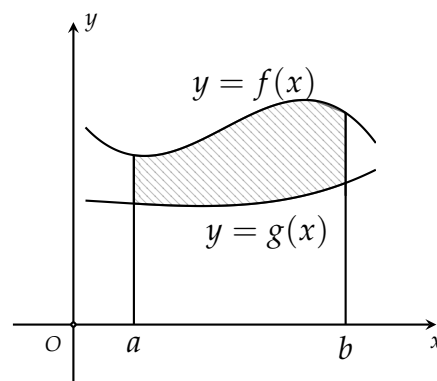
Câu 148. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$ (có đồ thị như hình vẽ). Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây

A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

D. $V = \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.



Lời giải.

$$\text{Thể tích } V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 149. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = 2$.

A. $\pi \ln 2$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Thể tích cần tìm là $V = \pi \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \pi \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^2 = \pi \left(-\frac{1}{2} + 1 \right) = \frac{\pi}{2}$.

Chọn phương án (B) □

Câu 150. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x + 1; y = 0; x = 0$ và $x = 1$.

- A. $\frac{7\pi}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải.

Thể tích $V = \pi \int_0^1 (x+1)^2 dx = \pi \int_0^1 (x+1)^2 d(x+1) = \frac{1}{3} \pi (x+1)^3 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{3} (2^3 - 1) = \frac{7\pi}{3}$.

Chọn phương án (A) □

Câu 151. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x; y = x; x = 0$ và $x = 3$.

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{27}{2}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{29}{6}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 - 2x = x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Diện tích cần tìm là $S = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx = \int_0^3 (3x - x^2) dx = \left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{2}$.

Chọn phương án (A) □

Câu 152. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x - 1 + \frac{\ln x}{x}, y = x - 1$ và $x = e$.

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\pi(e^2 - 2e + 1)}{2}$. D. $\frac{e^2 - 2e + 1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $x - 1 + \frac{\ln x}{x} = x - 1 \Leftrightarrow x = 1$. Do đó diện tích hình phẳng là

$$\begin{aligned} S &= \int_1^e \left| \left(x - 1 + \frac{\ln x}{x} \right) - (x - 1) \right| dx \\ &= \int_1^e \left| \frac{\ln x}{x} \right| dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x d(\ln x) = \frac{(\ln x)^2}{2} \Big|_1^e = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án (B) □

Câu 153. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$ và $y = 2x^2 + 3x - 1$.

- A. $\frac{105}{2}$. B. $\frac{195}{2}$. C. $\frac{125}{3}$. D. $\frac{125}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 3 = 2x^2 + 3x - 1 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -4$.

Diện tích cần tính là $S = \int_{-4}^1 \left| (2x^2 + 3x - 1) - (x^2 + 3) \right| dx = \int_{-4}^1 (-x^2 - 3x + 4) dx = \frac{125}{6}$.

Chọn phương án (D) □

Câu 154. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và các đường $y = \sqrt{x+1}; y = -2x + 8$.

- A. $\frac{17}{3}$. B. $\frac{19}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{37 + 10\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x = y^2 - 1$ ($y \geq 0$) và $y = -2x + 8 \Leftrightarrow x = -\frac{y}{2} + 4$, trục $Ox : y = 0$.

Phương trình tung độ giao điểm: $y^2 - 1 = -\frac{y}{2} + 4 \Rightarrow y = 2$ (≥ 0).

$$\text{Diện tích cần tính là } S = \int_0^2 \left| (y^2 - 1) - \left(-\frac{y}{2} + 4\right) \right| dy = \int_0^2 \left(-y^2 - \frac{y}{2} + 5\right) dy = \frac{19}{3}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 155. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan^2 x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \frac{\pi}{4}$.

- A. $S = \pi - \frac{\pi^2}{4}$. B. $S = 1 - \frac{\pi}{4}$. C. $S = 1 + \frac{\pi}{4}$. D. $S = \pi + \frac{\pi^2}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Diện tích } S \text{ được tính theo công thức } S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \, dx = (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\pi}{4}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 156. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{1}{8}\pi^2 + \frac{1}{4}\pi$. B. $V = \frac{\pi\sqrt{2}}{2}$. C. $V = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Thể tích cần tính là } V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x)^2 \, dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 2x}{2} \, dx = \pi \left(\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{8}\pi^2 + \frac{1}{4}\pi.$$

Chọn phương án **(A)** □

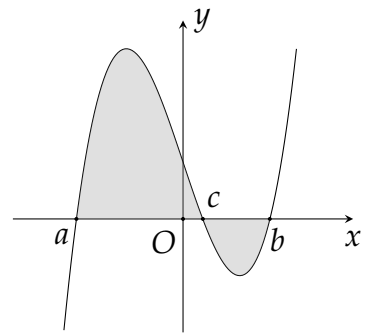
Câu 157.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ a, b, c với $c \in (a; b)$ như hình bên. Đặt $m =$

$$\int_a^c f(x) \, dx, \quad n = \int_c^b f(x) \, dx. \text{ Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ}$$

thị (C) và trục hoành (phần tô đậm) bằng bao nhiêu?

- A. $m + n$. B. $-m - n$. C. $m - n$. D. $n - m$.



Lời giải.

Ta có diện tích phần tô đậm bằng

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b |f(x)| \, dx \\ &= \int_a^c |f(x)| \, dx + \int_c^b |f(x)| \, dx \\ &= \int_a^c f(x) \, dx - \int_c^b f(x) \, dx \\ &= m - n. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

Câu 158. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và trục Ox .

A. $S = \frac{9}{4}$.

B. $S = \frac{9}{8}$.

C. $S = \frac{9}{2}$.

D. $S = \frac{11}{4}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3}. \end{cases}$$

Vậy

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx = \int_{-\sqrt{3}}^0 |x^3 - 3x| dx + \int_0^{\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx \\ &= \int_{-\sqrt{3}}^0 (x^3 - 3x) dx - \int_0^{\sqrt{3}} (x^3 - 3x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_{-\sqrt{3}}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} \right) \Big|_0^{\sqrt{3}} \\ &= \frac{9}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

Câu 159. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, đường thẳng $x = 4$, trục Ox quay quanh trục Ox .

A. $V = 8\pi$.

B. $V = 4\pi$.

C. $V = 16\pi$.

D. $V = 8\pi^2$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ cắt trục Ox tại hoành độ $x = 0$. Vậy

$$V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi.$$

Chọn phương án **A**

Câu 160. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

A. 500 (m).

B. 2000 (m).

C. $\frac{4000}{3}$ (m).

D. $\frac{2500}{3}$ (m).

Lời giải.

$$\text{Ta có } v(t) = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 & (\text{thỏa mãn}) \\ t = -20 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Như vậy khi máy bay chuyển động được 10 giây thì cất cánh.

$$\text{Quãng đường máy bay di chuyển được tính theo công thức } S(t) = \int (t^2 + 10t) dt = \frac{t^3}{3} + 5t^2.$$

$$\text{Quãng đường máy bay di chuyển trên đường băng là } S = \frac{10^3}{3} + 5 \times 10^2 = \frac{2500}{3} \text{ (m).}$$

Chọn phương án **D**

Câu 161. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = x^2 - 2x$, trục Ox , 2 đường thẳng $x = 0, x = 2$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng được tính theo công thức

$$S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Chọn phương án **B** □

Câu 162. Một người lái xe ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào ngăn đường ở phía trước cách 45 m (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào) vì vậy, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách hàng rào ngăn cách bao nhiêu mét (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào)?

A. 5 m.

B. 6 m.

C. 4 m.

D. 3 m.

Lời giải.

Khi xe dừng hẳn thì

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4.$$

Quãng đường xe đi được kể từ khi đạp phanh đến lúc dừng lại là

$$S = \int_0^4 (-5t + 20) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 20t \right) \Big|_0^4 = 40.$$

Vậy từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách hàng rào ngăn $45 - 40 = 5$ m.

Chọn phương án **A** □

Câu 163. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \ln x, x = e, x = \frac{1}{e}$ và trục hoành.

A. $S = 1 - \frac{1}{e}$ (đvdt).

B. $S = 2 - \frac{2}{e}$ (đvdt).

C. $S = 2 + \frac{2}{e}$ (đvdt).

D. $S = 1 + \frac{1}{e}$ (đvdt).

Lời giải.

Diện tích cần tính bằng

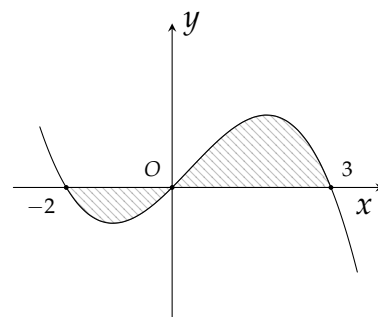
$$\begin{aligned} S &= \int_{\frac{1}{e}}^e |\ln x| dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 |\ln x| dx + \int_1^e |\ln x| dx \\ &= -\int_{\frac{1}{e}}^1 \ln x dx + \int_1^e \ln x dx = -(x \ln x - x) \Big|_{\frac{1}{e}}^1 + (x \ln x - x) \Big|_1^e \\ &= 1 - \frac{2}{e} + 1 + e - e + 1 = 2 - \frac{2}{e}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **B** □

Câu 164.

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ (như hình vẽ). Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là

A. $S = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$ B. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx.$
 C. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx.$ D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$



Lời giải.

Trên đoạn $[-2; 0]$ thì $f(x) \leq 0$ và trên đoạn $[0; 3]$ thì $f(x) \geq 0$ nên

$$S = - \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 165. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x + 2$ bằng bao nhiêu?

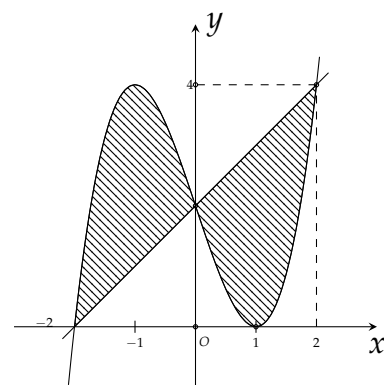
- A. 12. B. 0. C. 8. D. 6.

Lời giải.

Ta có $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx \\ &= \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx \\ &= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx = 8. \end{aligned}$$



Chọn phương án **(C)** □

Câu 166. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 3x$, $y = 0$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

- A. $\frac{81\pi}{10}.$ B. $\frac{85\pi}{10}.$ C. $\frac{81}{10}.$ D. $\frac{41\pi}{10}.$

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$

Thể tích khối (H) cho bởi công thức $V = \pi \int_0^3 (x^2 - 3x)^2 dx = \left(\frac{x^5}{5} - \frac{6x^4}{4} + 3x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{81\pi}{10}.$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 167. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng

- A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1.$ B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1.$ C. $3 \ln \frac{3}{2} - 1.$ D. $3 \ln \frac{5}{2} - 1.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và trục hoành: $\frac{x+1}{x-2} = 0 \ (x \neq 2) \Leftrightarrow x = -1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng:

$$\int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx = \left| \int_{-1}^0 \frac{x-1}{x-2} dx \right| = \left| \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx \right| = \left| (x + 3 \ln |x-2|) \Big|_{-1}^0 \right| = \left| 1 + 3 \ln \frac{2}{3} \right| = -1 - 3 \ln \frac{2}{3} = 3 \ln \frac{3}{2} - 1.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 168. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. $S = \frac{5}{2}$.

B. $S = \frac{3}{2}$.

C. $S = \frac{7}{2}$.

D. $S = 4$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành $-x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$

Diện tích cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx \\ &= \int_0^1 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx + \int_1^2 |-x^3 + 3x^2 - 2| dx \\ &= \left| \left(-\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 2x \right) \Big|_0^1 \right| + \left| \left(-\frac{1}{4}x^4 + x^3 - 2x \right) \Big|_1^2 \right| \\ &= \left| -\frac{5}{4} \right| + \left| \frac{5}{4} \right| = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **A** □

Câu 169.

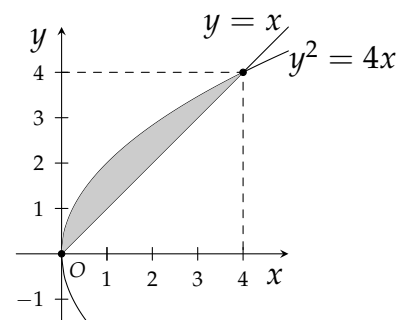
Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2 = 4x$ và $y = x$ (với $0 \leq x \leq 4$) được minh họa bằng hình vẽ bên (phần tô đậm). Cho (H) quay quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

A. 11π .

B. $\frac{32}{3}\pi$.

C. $\frac{15}{7}\pi$.

D. 10π .



Lời giải.

$y^2 = 4x \Rightarrow y = 2\sqrt{x}$ (xét $y \geq 0$).

Thể tích khối tròn xoay cần tính là

$$V = \pi \int_0^4 (2\sqrt{x})^2 dx - \pi \int_0^4 x^2 dx = 2\pi x^2 \Big|_0^4 - \frac{\pi}{3} x^3 \Big|_0^4 = \frac{32}{3}\pi.$$

Chọn phương án **B** □

Câu 170. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

A. $3 - \ln 2$.

B. $3 - 2 \ln 2$.

C. $3 + 2 \ln 2$.

D. $3 + \ln 2$.

Lời giải.

Cho $\frac{x+1}{x+2} = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-1}^2 \left| \frac{x+1}{x+2} \right| dx = \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2} \right) dx = (x - \ln|x+2|) \Big|_{-1}^2 = 3 - 2 \ln 2.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 171. Tính diện tích của S của hình phẳng giới hạn bởi elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.

A. $S = \pi \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)^2$.

B. $S = \pi(a+b)^2$.

C. $S = \pi ab$.

D. $S = \frac{\pi a^2 b^2}{a+b}$.

Lời giải.

$$S = \frac{4b}{a} \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = \pi ab.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 172. Một xe buýt bắt đầu đi từ một nhà chờ xe buýt A với vận tốc $v(t) = 10 + 3t^2$ (m/s) (khi bắt đầu chuyển động từ A thì $t = 0$) đến nhà chờ xe buýt B cách đó 175 m. Hỏi thời gian xe đi từ A đến B là bao nhiêu giây?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^b v(t) dt &= 175 \\ \Leftrightarrow \int_0^b (10 + 3t^2) dt &= 175 \\ \Leftrightarrow (10t + t^3) \Big|_0^b &= 175 \\ \Leftrightarrow 10b + b^3 &= 175 \\ \Leftrightarrow b &= 5. \end{aligned}$$

Vậy xe đi từ A đến B mất 5 giây.

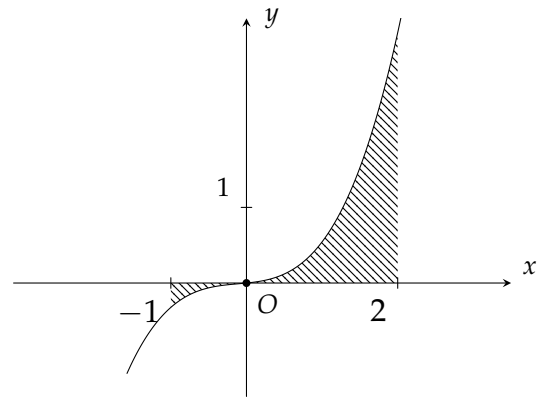
Chọn phương án **(D)** □

Câu 173.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$,

mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = b - a$.
B. $S = b + a$.
C. $S = -b + a$.
D. $S = -b - a$.



Lời giải.

Ta có diện tích hình phẳng

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = - \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b.$$

Chọn phương án **A** ☐

Câu 174. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H) : y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

- A. $S = \ln 2 - 1$ (đvdt).
B. $S = 2 \ln 2 - 1$ (đvdt).
C. $S = 2 \ln 2 - 1$ (đvdt).
D. $S = \ln 2 + 1$ (đvdt).

Lời giải.

Ta có hoành độ giao điểm của (H) với Ox là $x = 1$.

Trục Oy có phương trình $x = 0$.

$$\text{Vậy } S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx \right| = \left| x - 2 \ln(x+1) \right| \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - 1.$$

Chọn phương án **C** ☐

Câu 175. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x$ và $y = x^2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là

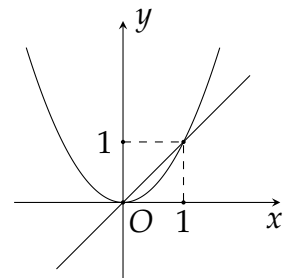
- A. $\frac{2\pi}{15}$.
B. $\frac{3\pi}{25}$.
C. $\frac{\pi}{30}$.
D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình } x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - x^4) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{2\pi}{15}.$$



Chọn phương án **A** ☐

Câu 176. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$; $y = 2x - 2$ và trục hoành. Tính diện tích của (H) .

- A. $\frac{5}{3}$.
B. $\frac{16}{3}$.
C. $\frac{10}{3}$.
D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

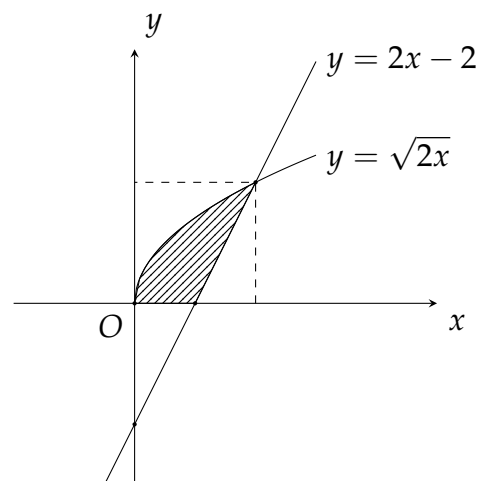
Hoành độ giao điểm của đường cong $y = \sqrt{2x}$ và đường thẳng $y = 2x - 2$ là

$$\sqrt{2x} = 2x - 2 \Leftrightarrow x = 2.$$

Đồ thị hàm số $y = 2x - 2$ cắt Ox tại điểm $(1; 0)$.

Diện tích hình phẳng là

$$S = \int_0^1 \sqrt{2x} dx + \int_1^2 (\sqrt{2x} - 2x + 2) dx = \frac{5}{3}.$$



Chọn phương án **(A)** □

Câu 177. Tính diện tích S của phần hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và $y = x^2 + x - 4$.

A. $S = \frac{253}{12}$.

B. $S = \frac{125}{12}$.

C. $S = \frac{16}{3}$.

D. $S = \frac{63}{4}$.

Lời giải.

Ta thấy $x^3 - 3x^2 = x^2 + x - 4 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 - x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4. \end{cases}$

Khi đó $S = \left| \int_{-1}^1 (x^3 - 4x^2 - x + 4) dx \right| + \left| \int_1^4 (x^3 - 4x^2 - x + 4) dx \right| = \frac{16}{3} + \frac{63}{4} = \frac{253}{12}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 178. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox của hình giới hạn bởi đường thẳng $y = 1 - x^2$ và Ox .

A. $\frac{16}{15}$.

B. $\frac{16\pi}{15}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay $V = \pi \int_{-1}^1 (1 - x^2)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 179. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường cong $y = x^2 - 2x$ và $y = 2x^2 - x - 2$ là

A. $\frac{9}{2}$.

B. 9.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x = 2x^2 - x - 2 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2$.

Vậy $S = \int_{-2}^1 |(x^2 - 2x) - (2x^2 - x - 2)| dx = \frac{9}{2}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 180. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 1)e^{2x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$.

A. $\frac{e^4}{4} - \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}$.

B. $\frac{e^4}{4} - \frac{e^2}{2} + \frac{3}{4}$.

C. $\frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} + \frac{3}{4}$.

D. $\frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x - 1)e^{2x}$ và trục hoành là nghiệm của phương trình

$$(x - 1)e^{2x} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường là

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^2 |(x-1)e^{2x}| dx \\
 &= \int_0^1 (1-x)e^{2x} dx + \int_1^2 (x-1)e^{2x} dx \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^1 (1-x) d(e^{2x}) + \frac{1}{2} \int_0^1 (x-1) d(e^{2x}) \\
 &= \frac{1}{2} (1-x)e^{2x} \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx + \frac{1}{2} (x-1)e^{2x} \Big|_1^2 - \frac{1}{2} \int_1^2 e^{2x} dx \\
 &= \frac{e^4}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_1^2 \\
 &= \frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}.
 \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 181. Một khối cầu có bán kính 5 dm, người ta cắt bỏ 2 phần bằng 2 mặt phẳng song song và vuông góc với bán kính, hai mặt phẳng đó đều cách tâm của khối cầu 3 dm để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích nước mà chiếc lu chứa được (coi độ dày của bề mặt không đáng kể).

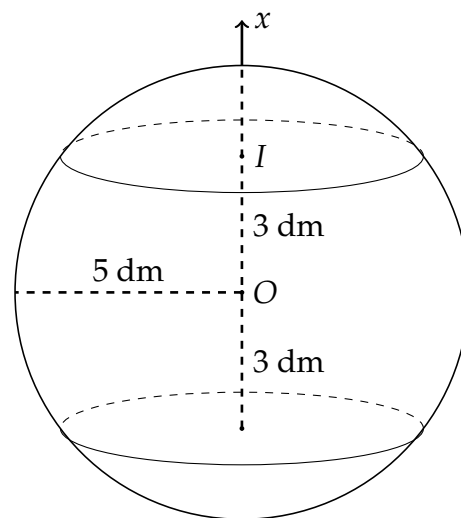
- A. $132\pi \text{ dm}^3$. B. $41\pi \text{ dm}^3$. C. $\frac{100}{3}\pi \text{ dm}^3$. D. $43\pi \text{ dm}^3$.

Lời giải.

Đặt trục tọa độ như hình vẽ. Thể tích cái được tính bằng cách cho đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow y^2 = 25 - x^2$ quay quanh trục Ox .

Thể tích cái lu bằng

$$V = \pi \int_{-3}^3 (25 - x^2) dx = \pi \left(25x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-3}^3 = 132\pi \text{ dm}^3.$$



Chọn phương án **(A)** □

Câu 182. Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3}x - 2}{x + 3} = a$ là một số thực. Khi đó giá trị của a^2 bằng

- A. 9. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

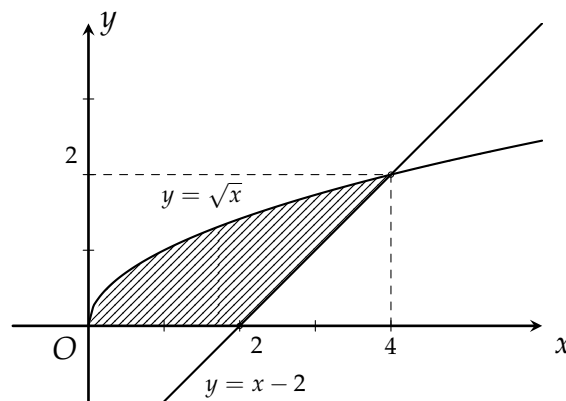
$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3}x - 2}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3} - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 3.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 183.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Quay (H) xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành.

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. $\frac{16\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi}{3}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta có

$$V_{(H)} = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx - \pi \int_2^4 (x-2)^2 dx = \frac{16\pi}{3}.$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 184. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx.$

B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$

C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$

D. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx.$

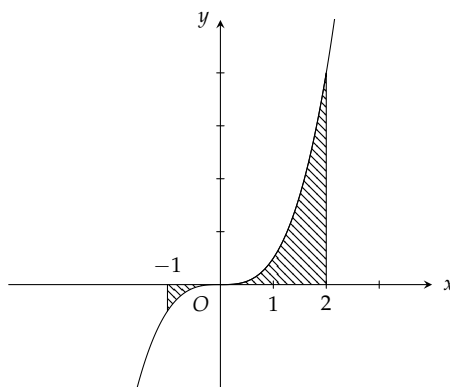
Lời giải.

Ta có $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 185. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên dưới). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S = b - a.$

B. $S = b + a.$

C. $S = -b + a.$

D. $S = -b - a.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = -\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 186. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$ là $V = \pi(a + be)$. Tính $a + b$.

A. 3.

B. -1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$$\text{Ta có } V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{x} \ln x dx \\ v = x \end{cases}$$

$$V = \pi \left[x \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \cdot \frac{2}{x} \cdot \ln x dx \right] = \pi \left(e - 2 \int_1^e \ln x dx \right)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = \ln x \\ dv_1 = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = \frac{1}{x} dx \\ v_1 = x \end{cases}$$

$$V = \pi \left[e - 2 \left(x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx \right) \right] = \pi [e - 2(e - e + 1)] = \pi(e - 2)$$

Vậy $a = -2$; $b = 1$ nên $a + b = -1$.

Chọn phương án **B** □

Câu 187. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16}{15}$.

B. $\frac{4\pi}{3}$.

C. $\frac{16\pi}{15}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay bằng

$$V = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^2 dx = \pi \int_1^3 (x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9) dx = \frac{16\pi}{15}.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 188. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2x$.

A. $S = \frac{5}{3}$ (đvdt).

B. $S = \frac{14}{3}$ (đvdt).

C. $S = \frac{20}{3}$ (đvdt).

D. $S = \frac{4}{3}$ (đvdt).

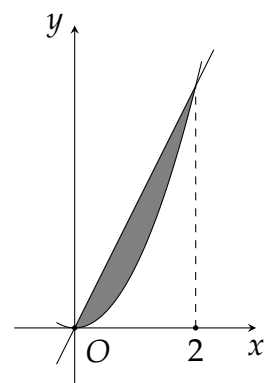
Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \frac{4}{3}.$$



Chọn phương án **(D)**

Câu 189. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(P): y = x^2 - 4x + 5$ và các tiếp tuyến với (P) tại $A(1;2)$ và $B(4;5)$.

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$y' = 2x - 4 \Rightarrow y'(1) = -2 \text{ và } y'(4) = 4.$$

Tiếp tuyến của (P) tại điểm A và B lần lượt là $d: y = -2x + 4$ và $d': y = 4x - 11$.

d và d' cắt nhau tại điểm $M\left(\frac{5}{2}; -1\right)$. Khi đó

$$\begin{aligned} S &= \int_1^{\frac{5}{2}} |x^2 - 4x + 5 - (-2x + 4)| dx + \int_{\frac{5}{2}}^4 |x^2 - 4x + 5 - (4x - 11)| dx \\ &= \int_1^{\frac{5}{2}} (x^2 - 2x + 1) dx + \int_{\frac{5}{2}}^4 (x^2 - 8x + 16) dx = \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 190. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng

A. $\frac{32\pi}{15}$.

B. $\frac{64\pi}{15}$.

C. $\frac{21\pi}{15}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và $x = 2$.

$$\text{Thể tích khối tròn xoay là } V = \pi \int_0^2 \left| (x^2)^2 - (2x)^2 \right| dx = \frac{64\pi}{15}.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 191. Gọi M là hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0, x = 1, y = 0, y = 5x^4 + 3x^2 + 3$. Diện tích hình M bằng

A. 5.

B. 10.

C. 6.

D. 12.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng M là:

$$S_M = \int_0^1 (5x^4 + 3x^2 + 3) dx = (x^5 + x^3 + 3x) \Big|_0^1 = 5.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 192. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2$ và $y = |x - 2|$ bằng

A. $\frac{13}{2}$.

B. $\frac{21}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = |x - 2| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x - 2 \\ x^2 = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$ Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và $|x - 2|$ là

$$S = \int_{-2}^1 |x^2 - |x - 2|| dx = \left| \int_{-2}^1 (x^2 - |x - 2|) dx \right| = \left| \int_{-2}^1 [x^2 - (-x + 2)] dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-2}^1 \right| = \frac{9}{2}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 193. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ bằng

A. $2 \ln \frac{3}{2} - 1$.

B. $5 \ln \frac{3}{2} - 1$.

C. $3 \ln \frac{3}{2} - 1$.

D. $3 \ln \frac{5}{2} - 1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và trục hoành

$$\frac{x+1}{x-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^0 \left| \frac{x+1}{x-2} \right| dx = - \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x-2} dx = - \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx = - \left(x + 3 \ln |x-2| \right) \Big|_{-1}^0 \\ &= -1 - 3 \ln \frac{2}{3} = 3 \ln \frac{3}{2} - 1. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 194.

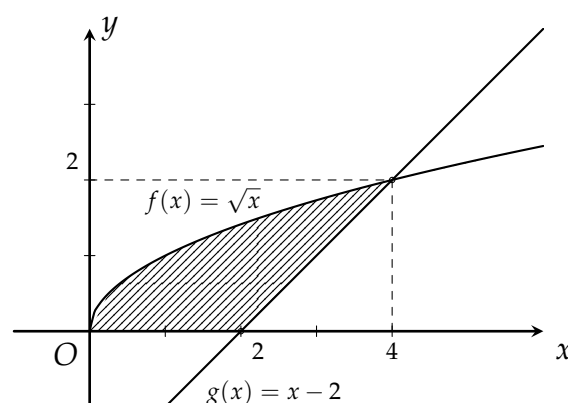
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta có

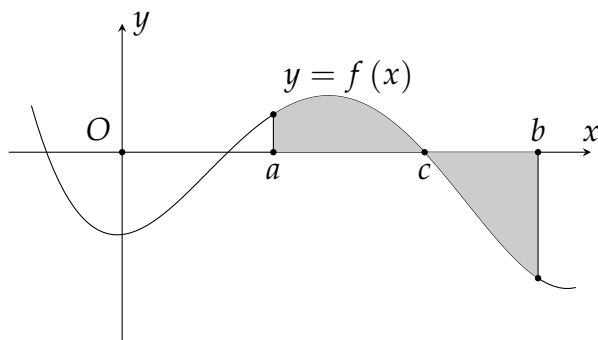
$$S_{(H)} = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 |\sqrt{x} - (x-2)| dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^2 + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - 2x \right) \Big|_2^4 = \frac{10}{3}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 195.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0, x = a, x = b$ (phần tô đậm như ở hình bên). Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx.$

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Lời giải.

Ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in [a; c]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [c; b]$ nên diện tích hình phẳng là

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Suy ra các phương án A, B, C đúng. Phương án còn lại sai.

Chọn phương án **(D)**

Câu 196. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x = e$.

Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $S = \frac{\pi}{2}.$

B. $S = \frac{\pi}{3}.$

C. $S = \frac{\pi}{6}.$

D. $S = \pi.$

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của (H) với trục Ox là nghiệm phương trình $\frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Khi đó thể tích $V = \pi \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \pi \int_1^e \ln^2 x d(\ln x) = \pi \cdot \frac{\ln^3 x}{3} \Big|_1^e = \frac{\pi}{3}.$

Chọn phương án **(B)**

Câu 197. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x) \geq g(x), \forall x \in [a; b]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a, x = b$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

C. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

D. $S = \left| \int_a^b f(x) - g(x) dx \right|.$

Lời giải.

Vì $f(x) \geq g(x), \forall x \in [a; b]$ nên $f(x) - g(x) \geq 0, \forall x \in [a; b]$.

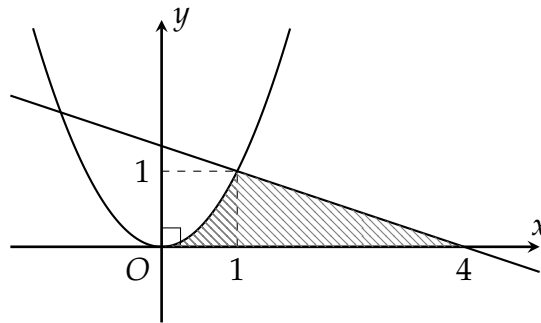
Vậy $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) - g(x) dx \right| = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

Chọn phương án **C**

Câu 198. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành.

- A. $\frac{11}{6}$. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{343}{162}$. D. $\frac{39}{2}$.

Lời giải.



Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ là

$$x^2 = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ với trục hoành là $x = 4$.

Hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2$ với trục hoành là $x = 0$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^4 \left(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \left(-\frac{1}{6}x^2 + \frac{4}{3}x\right) \Big|_1^4 = \frac{11}{6}.$$

Chọn phương án **A**

Câu 199.

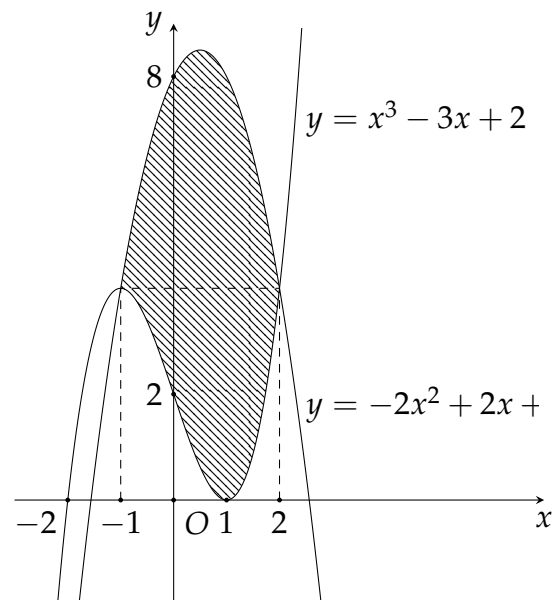
Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx.$

B. $S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 10) dx.$

C. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) dx.$

D. $S = \int_{-1}^2 (x^3 + 2x^2 - x - 10) dx.$



Lời giải.

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_{-1}^2 [-2x^2 + 2x + 8 - (x^3 - 3x + 2)] dx = \int_{-1}^2 (-x^3 - 2x^2 + 5x + 6) dx.$$

Chọn phương án **A**

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. C	3. A	4. D	5. A	6. C	7. B	8. D	9. B	10. A
11. D	12. D	13. A	14. C	15. B	16. B	17. C	18. A	19. B	20. A
21. C	22. B	23. A	24. A	25. A	26. A	27. C	28. C	29. D	30. C
31. C	32. B	33. D	34. D	35. C	36. D	37. C	38. D	39. A	40. A
41. C	42. B	43. C	44. A	45. C	46. B	47. A	48. A	49. A	50. C
51. C	52. B	53. A	54. D	55. D	56. A	57. D	58. A	59. B	60. C
61. A	62. D	63. B	64. C	65. B	66. D	67. D	68. C	69. D	70. B
71. D	72. B	73. A	74. D	75. B	76. D	77. B	78. D	79. C	80. C
81. A	82. B	83. D	84. A	85. B	86. A	87. B	88. A	89. D	90. D
91. B	92. A	93. B	94. C	95. C	96. D	97. D	98. A	99. B	100. D
101. A	102. A	103. A	104. A	105. C	106. A	107. C	108. B	109. A	110. A
111. A	112. C	113. C	114. A	115. B	116. B	117. A	118. A	119. D	120. A
121. C	122. D	123. A	124. B	125. B	126. D	127. C	128. D	129. B	130. C
131. D	132. B	133. B	134. C	135. B	136. C	137. A	138. D	139. A	140. B
141. B	142. A	143. A	144. C	145. C	146. D	147. B	148. D	149. B	150. A
151. A	152. B	153. D	154. B	155. B	156. A	157. C	158. C	159. A	160. D
161. B	162. A	163. B	164. A	165. C	166. A	167. C	168. A	169. B	170. B
171. C	172. D	173. A	174. C	175. A	176. A	177. A	178. B	179. A	180. D
181. A	182. B	183. B	184. C	185. A	186. B	187. C	188. D	189. A	190. B
191. A	192. C	193. C	194. A	195. D	196. B	197. C	198. A	199. A	

C. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG THẤP

Câu 1.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

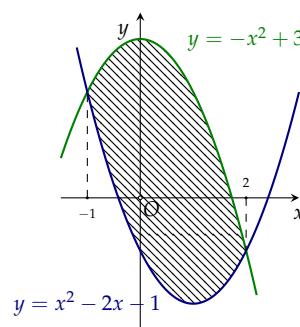
C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

Lời giải.

$$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$$

Chọn phương án **(D)**



Câu 2. Gọi d là đường thẳng tùy ý đi qua điểm $M(1;1)$ và có hệ số góc âm. Giả sử d cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A , B . Quay tam giác OAB quanh trục Oy thu được một khối tròn xoay có thể tích là V . Giá trị nhỏ nhất của V bằng

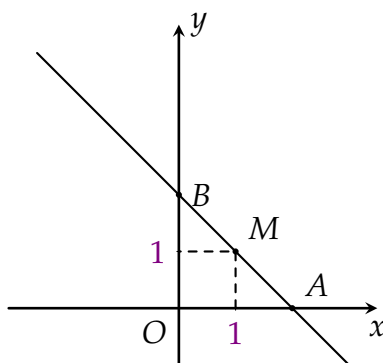
A. $3\pi.$

B. $\frac{9\pi}{4}.$

C. $2\pi.$

D. $\frac{5\pi}{2}.$

Lời giải.



Giả sử $A(a;0), B(0;b)$. Phương trình đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow d: y = -\frac{b}{a}x + b(1)$.

Mà $M(1;1) \in d$ nên $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow a + b = ab(2)$.

Từ (1) suy ra d có hệ số góc là $k = -\frac{b}{a}$, theo giả thiết ta có $-\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow ab > 0$.

Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ thì $a + b < 0$ mâu thuẫn với (2). Suy ra $a > 0, b > 0$. Mặt khác từ (2) suy ra $b = \frac{a}{a-1}$

kết hợp với $a > 0, b > 0$ suy ra $a > 1$.

Khi quay ΔOAB quanh trục Oy , ta được hình nón có chiều cao $h = b$ và bán kính đường tròn đáy $r = a$.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot b = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^3}{a-1}$.

Suy ra V đạt giá trị nhỏ nhất khi $\frac{a^3}{a-1}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3}{x-1} = x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

$$f'(x) = 2x + 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{x^2(2x-3)}{(x-1)^2}; f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{27}{4}$	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của V bằng $\frac{1}{3}\pi \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9\pi}{4}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 3. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ quay quanh trục Ox .

A. $\frac{64\pi}{9}$.

B. $\frac{10\pi}{3}$.

C. $\frac{8\pi}{3}$.

D. $\frac{8\pi^2}{3}$.

Lời giải.

(E) có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$. Do đó hai đỉnh thuộc trục lớn có tọa độ $A'(-2;0)$ và $(2;0)$.

Vì $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - \frac{x^2}{4}$.

Do đó thể tích khối tròn xoay là $V_{Ox} = \pi \int_{-2}^2 y^2 dx = \pi \int_{-2}^2 \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) dx = \frac{8\pi}{3}$.

Vậy $V_{Ox} = \frac{8\pi}{3}$ (đvtt).

Chọn phương án **(C)** □

Câu 4. Một bình cắm hoa dạng khối tròn xoay, biết đáy bình và miệng bình có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Mặt xung quanh của bình là một phần của mặt tròn xoay có đường sinh là đồ thị hàm số $y = \sqrt{x-1}$. Tính thể tích bình cắm hoa đó.

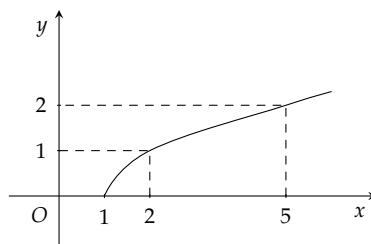
A. $8\pi \text{ dm}^2$.

B. $\frac{15\pi}{2} \text{ dm}^2$.

C. $\frac{14\pi}{3} \text{ dm}^3$.

D. $\frac{15\pi}{2} \text{ dm}^3$.

Lời giải.



Vì đáy bình và miệng bình có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm nên đáy và miệng có bán kính lần lượt là 1 dm và 2 dm.

Ta có $\sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 2$ và $\sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy thể tích bình hoa là $S = \pi \int_2^5 (\sqrt{x-1})^2 dx = \frac{15\pi}{2} \text{ dm}^3$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 5. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.

A. $\frac{31\pi}{3}$.

B. $\frac{32\pi}{3}$.

C. $\frac{34\pi}{3}$.

D. $\frac{35\pi}{3}$.

Lời giải.

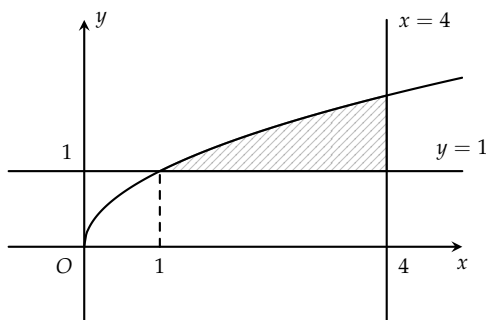
Ta có $\sqrt{4x - x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$

Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{4x - x^2})^2 dx = \pi \int_0^4 (4x - x^2) dx = \pi \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{32\pi}{3} \text{ đvtt.}$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số sau $y = \sqrt{x}, y = 1$ đường thẳng $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh đường thẳng $y = 1$ bằng



A. $\frac{9}{2}\pi$.

B. $\frac{119}{6}\pi$.

C. $\frac{7}{6}\pi$.

D. $\frac{21}{2}\pi$.

Lời giải.

Phương pháp: Gắn hệ trục tọa độ mới. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi hai đồ thị số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ khi quay quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

Cách giải: Đặt $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 1 \end{cases}$. Ta được hệ trục tọa độ OXY như

hình vẽ:

$$\text{Ta có: } y = \sqrt{x} \Leftrightarrow Y + 1 = \sqrt{X + 1} \Leftrightarrow Y = \sqrt{X + 1} - 1.$$

Thể tích cần tìm là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 (\sqrt{X + 1} - 1)^2 dX = \pi \int_0^3 (X + 2 - 2\sqrt{X + 1}) dX \\ &= \pi \left(\frac{1}{2}X^2 + 2X - \frac{4}{3}(X + 1)\sqrt{X + 1} \right) \Big|_0^3 = \pi \left[\left(\frac{9}{2} + 6 - \frac{32}{3} \right) - \left(-\frac{4}{3} \right) \right] = \frac{7\pi}{6}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 7. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 < x < 4$) thì được thiết diện là nửa hình tròn có bán kính $R = x\sqrt{4 - x}$.

A. $V = \frac{64}{3}$.

B. $V = \frac{32}{3}$.

C. $V = \frac{64\pi}{3}$.

D. $V = \frac{32\pi}{3}$.

Lời giải.

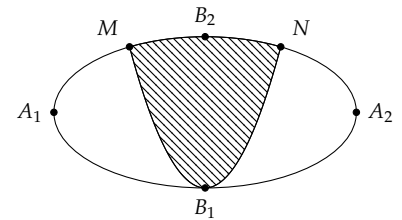
$$\text{Ta có diện tích thiết diện là } S(x) = \frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi x^2(4 - x) = \frac{1}{2}\pi (4x^2 - x^3).$$

$$\text{Thể tích của vật thể cần tìm là: } V = \int_0^4 S(x) dx = \frac{1}{2}\pi \int_0^4 (4x^2 - x^3) dx = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right) \Big|_0^4 = \frac{32\pi}{3}.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 8.

Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Người ta chia elip bởi Parabol có đỉnh B_1 , trục đối xứng B_1B_2 và đi qua các điểm M, N . Sau đó sơn phần tô đậm với giá 200.000 đồng/m² và trang trí đèn led phần còn lại với giá 500.000 đồng/m². Hỏi kinh phí sử dụng gần nhất với giá trị nào dưới đây? Biết rằng $A_1A_2 = 4\text{m}$, $B_1B_2 = 2\text{m}$, $MN = 2\text{m}$.



- A. 2.431.000 đồng. B. 2.057.000 đồng. C. 2.760.000 đồng. D. 1.664.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của A_1A_2 .

Tọa độ các đỉnh $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$, $B_1(0;-1)$, $B_2(0;1)$.

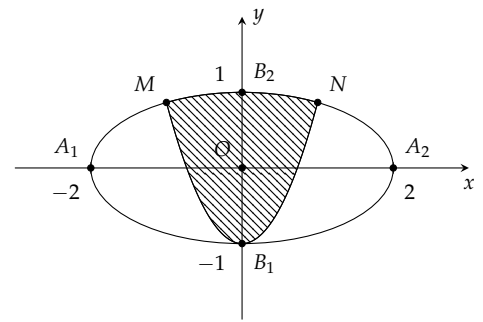
Phương trình đường Elip (E) : $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$.

Ta có $M\left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $N\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \in (E)$.

Parabol (P) có đỉnh $B_1(0;-1)$ và trục đối xứng là Ox nên (P) có phương trình $y = ax^2 - 1$, $(a > 0)$, đi qua M, N .

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \Rightarrow (P) \text{ có phương trình } y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)x^2 - 1.$$

Diện tích phần tô đậm



$$S_1 = 2 \int_0^1 \left[\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)x^2 + 1 \right] dx = \int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx - \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) + 2.$$

Đặt $x = 2 \sin t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$.

$$\Rightarrow S_1 = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt - \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right) + 2 = 4 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{4}{3}$$

$$= 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{4}{3} = (2t + \sin 2t) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} - \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{4}{3} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{4}{3}.$$

Diện tích hình Elip là $S = \pi ab = 2\pi$.

$$\Rightarrow \text{Diện tích phần còn lại } S_2 = S - S_1 = \frac{5\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{4}{3}.$$

Kinh phí sử dụng là $200000S_1 + 500000S_2 \approx 2341000$ (đồng).

Chọn phương án **A**

□

Câu 9. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi hai đường $y = 2(x^2 - 1)$; $y = 1 - x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do D quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{64\pi}{15}$. B. $\frac{32}{15}$. C. $\frac{32\pi}{15}$. D. $\frac{64}{15}$.

Lời giải.

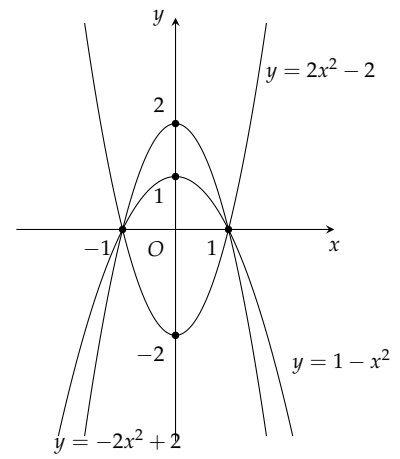
Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ và $y = 1 - x^2$ là

$$2(x^2 - 1) = 1 - x^2 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y = 2(1 - x^2)$.

Ta có $2(1 - x^2) \geq 1 - x^2, \forall x \in [-1; 1]$.

Khi đó trên đoạn $[-1; 1]$ phần thể tích của hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ chứa cả phần thể tích của hàm số $y = 1 - x^2$.



Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_{-1}^1 [2(x^2 - 1)]^2 dx = \frac{64\pi}{15}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị (P) . Xét các điểm A, B thuộc (P) sao cho tiếp tuyến tại A và B của (P) vuông góc với nhau, diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB bằng $\frac{9}{4}$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B . Giá trị của $(x_1 + x_2)^2$ bằng

A. 7.

B. 5.

C. 13.

D. 11.

Lời giải.

$$(P) : y = \frac{1}{2}x^2$$

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x$

Giả sử $A\left(x_1; \frac{1}{2}x_1^2\right); B\left(x_2; \frac{1}{2}x_2^2\right) \in (P) (x_1 \neq x_2)$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A của (P) là $y = x_1(x - x_1) + \frac{1}{2}x_1^2 \Leftrightarrow$

$$y = x_1x - \frac{1}{2}x_1^2(d_1).$$

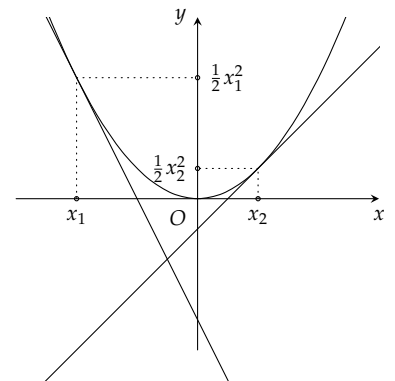
Phương trình tiếp tuyến tại điểm B của (P) là $y = x_2(x - x_2) + \frac{1}{2}x_2^2 \Leftrightarrow$

$$y = x_2x - \frac{1}{2}x_2^2(d_2).$$

Do $(d_1) \perp (d_2)$ nên ta có $x_1x_2 = -1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{-1}{x_1}$.

Phương trình đường thẳng AB :

$$\begin{aligned} \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} &= \frac{y - \frac{1}{2}x_1^2}{\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1^2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x - x_1)(x_2^2 - x_1^2) &= \left(y - \frac{1}{2}x_1^2\right)(x_2 - x_1) \\ \Leftrightarrow (x - x_1)(x_2 + x_1) &= 2y - x_1^2 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)x - 2y - x_1x_2 &= 0 \\ \Leftrightarrow y &= \frac{1}{2}[(x_1 + x_2)x - x_1x_2] = \frac{1}{2}[(x_1 + x_2)x + 1] \end{aligned}$$



Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi $AB, (P)$ là:

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} ((x_1 + x_2)x + 1 - x^2) dx \\
 \Leftrightarrow \frac{9}{4} &= \frac{1}{2} \left((x_1 + x_2) \frac{x^2}{2} + x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\
 \Leftrightarrow \frac{9}{4} &= \frac{1}{2} \left[(x_1 + x_2) \left(\frac{x_2^2}{2} - \frac{x_1^2}{2} \right) + (x_2 - x_1) - \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} \right] \\
 \Leftrightarrow \frac{9}{4} &= \frac{1}{2} (x_1 + x_2) (x_2^2 - x_1^2) + (x_2 - x_1) - \frac{x_2^3 - x_1^3}{3} \\
 \Leftrightarrow 27 &= 3(x_1x_2^2 - x_1^3 + x_2^3 - x_1^2x_2) + 6(x_2 - x_1) - 2x_2^3 + 2x_1^3 \\
 \Leftrightarrow 27 &= 3x_1x_2^2 - 3x_1x_2^2 + x_2^3 - x_1^3 + 6(x_2 - x_1) \\
 \Leftrightarrow 27 &= -3(x_2 - x_1) + (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 - 1) + 6(x_2 - x_1) \\
 \Leftrightarrow 27 &= 3(x_2 - x_1) + (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 - 1) \\
 \Leftrightarrow 27 &= (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 + 2) \\
 \Leftrightarrow 27 &= (x_2 - x_1)(x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2) \\
 \Leftrightarrow 27 &= (x_2 - x_1)(x_2 - x_1)^2 = (x_2 - x_1)^3 \\
 \Leftrightarrow x_2 - x_1 &= 3
 \end{aligned}$$

Thay $x_2 = \frac{-1}{x_1}$ ta có:

$$\begin{aligned}
 \frac{-1}{x_1} - x_1 &= 3 \\
 \Leftrightarrow -1 - x_1^2 - 3x_1 &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3 + \sqrt{5}} \\ x_1 = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{-2}{-3 + \sqrt{5}} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 &= 5.
 \end{aligned}$$

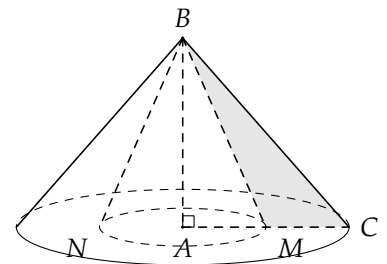
Chọn phương án **(B)**

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 6, AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quanh cạnh AB là

- A. 86π . B. 106π . C. 96π . D. 98π .

Lời giải.

Khi quay tam giác BMC quanh cạnh AB tạo ra 2 khối tròn xoay có thể tích là: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot AC^2 \cdot AB - \frac{1}{3}\pi \cdot AM^2 \cdot AB = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 - \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 96\pi$.



Chọn phương án **(C)**

Câu 12. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

A. $V = \frac{16}{15}\pi$.

B. $V = \frac{16}{15}$.

C. $V = \frac{4}{3}$.

D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$

$$\text{Thể tích } V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(4\frac{x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi.$$

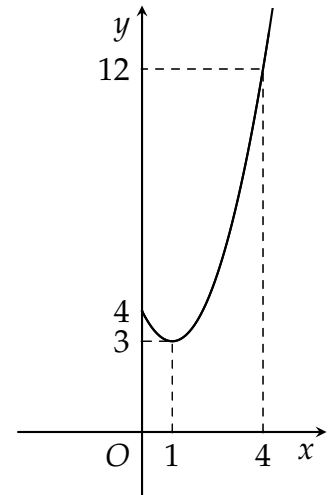
Chọn phương án **A**

□

Câu 13.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;3)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

A. $s = \frac{50}{3}$ (km). B. $s = 10$ (km). C. $s = 20$ (km). D. $s = \frac{64}{3}$ (km).



Lời giải.

Ta có $v(t) = at^2 + bt + c$ có dạng parabol đỉnh $I(1;3)$, đi qua điểm $A(0;4)$ và $B(4;12)$.

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 3 \\ v(0) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 3 \\ 0 + 0 + c = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + b = -1 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + (-2a) = -1 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 1 \\ c = 4. \end{cases}$$

Do đó $v(t) = t^2 - 2t + 4$.

Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát được tính như sau

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (t^2 - 2t + 4) dt = \left(\frac{t^3}{3} - t^2 + 4t \right) \Big|_0^4 = \left(\frac{4^3}{3} - 4^2 + 4 \cdot 4 \right) - 0 = \frac{64}{3} \text{ (km)}.$$

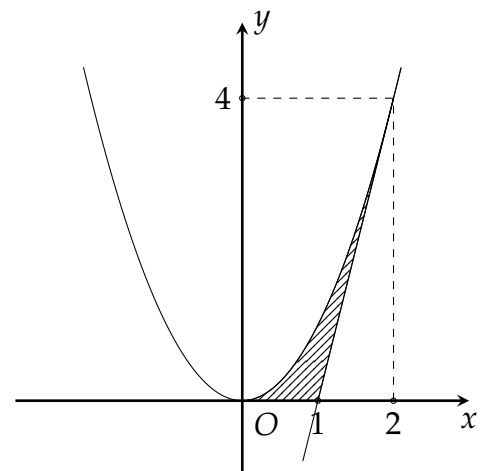
Chọn phương án **D**

□

Câu 14.

Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một parabol và một đường thẳng tiếp xúc với parabol đó tại điểm $A(2;4)$ như hình vẽ bên dưới. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{22\pi}{5}$.



Lời giải.

Ta có phương trình Parabol là $y = x^2$

Phương trình tiếp tuyến với Parabol tại A là $y = 4x - 4$

$$V_H = \pi \left[\int_0^1 x^4 dx + \int_1^2 (x^4 - (4x - 4)^2) dx \right] = \frac{16\pi}{15}$$

Chọn phương án (A) □

Câu 15. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều và sau đúng 4 giây thì ô tô bắt đầu dừng hẳn. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 20.

B. 50.

C. 40.

D. 30.

Lời giải.

Từ khi người lái đạp phanh ô tô chuyển động chậm dần đều ta có $v = 20 + at$ với a là gia tốc của ô tô.

Sau 4 giây thì ô tô dừng hẳn nên $20 + a \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow a = -5$.

$$\text{Quãng đường xe đi được là } S = \int_0^4 (20 - 5t) dt = \left(20t - \frac{5}{2}t^2 \right) \Big|_0^4 = 40.$$

Chọn phương án (C) □

Câu 16. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 8$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 8$) chia hình (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 . Tìm k để $S_1 = S_2$.

A. $k = \ln \frac{9}{2}$.

B. $k = \ln 4$.

C. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

D. $k = \ln 5$.

Lời giải.

$$S_1 = \int_0^k e^x dx = e^k - 1, S_2 = \int_k^{\ln 8} e^x dx = 8 - e^k. \text{ Từ đó, } e^k - 1 = 8 - e^k \Leftrightarrow k = \ln \frac{9}{2}.$$

Chọn phương án (A) □

Câu 17. Biết rằng

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\cos x)^2 - 5 \cos x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b,$$

trong đó a, b, c là các số hữu tỉ và $c > 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 1$.

B. $S = 3$.

C. $S = 0$.

D. $S = 4$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{1}{(\cos x)^2 - 5 \cos x + 6} = \frac{1}{(2 - \cos x)(3 - \cos x)} = \frac{1}{2 - \cos x} - \frac{1}{3 - \cos x}.$$

Do đó,

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\cos x)^2 - 5 \cos x + 6} dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{2 - \cos x} dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{3 - \cos x} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(2 - \cos x)}{2 - \cos x} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(3 - \cos x)}{3 - \cos x} = \ln \frac{2 - \cos x}{3 - \cos x} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{2} = \ln \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 1, b = 0, c = 3$. Vậy, $S = 4$.

Chọn phương án (D) □

Câu 18. Cho phần vật thể ($\mathfrak{S}$) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt phần vật thể ($\mathfrak{S}$) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích V của phần vật thể ($\mathfrak{S}$).

A. $V = \frac{4}{3}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = 4\sqrt{3}$.

D. $V = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Diện tích thiết diện là $S_{\Delta} = \frac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4}$.

$$V_{\mathfrak{S}} = \int_0^2 \frac{x^2(2-x)\sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 x^2(2-x) dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right) \Big|_0^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 19. Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = x$ và $y = 2$ có diện tích là $S = a + b\pi$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

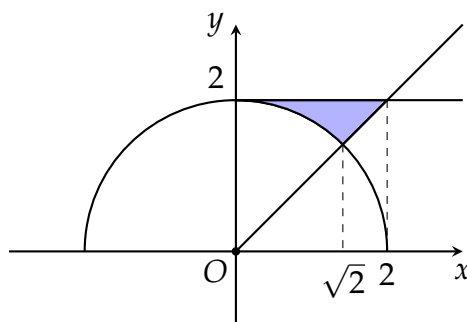
A. $a > 1$ và $b > 1$.

B. $a + b < 1$.

C. $a + 2b = 3$.

D. $a^2 + 4b^2 \geq 5$.

Lời giải.



Ta có $S = \int_0^{\sqrt{2}} (2 - \sqrt{4-x^2}) dx + \int_{\sqrt{2}}^2 (2-x) dx = 2 - \frac{\pi}{2}$ suy ra $a = 2, b = -\frac{1}{2}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 20. Tính thể tích V của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$ quanh trục Ox .

A. $V = \frac{9\pi}{10}$.

B. $V = \frac{3\pi}{10}$.

C. $V = \frac{\pi}{10}$.

D. $V = \frac{7\pi}{10}$.

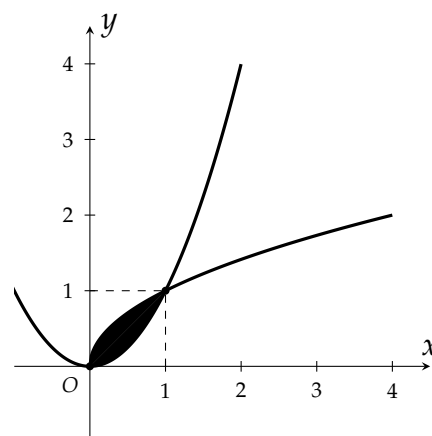
Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$ là

$$x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

Từ đồ thị, ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là

$$V = \pi \left(\int_0^1 (x - x^4) dx \right) = \frac{3\pi}{10}.$$



Chọn phương án **(B)** □

Câu 21. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 3$ và trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D quanh trục hoành là

A. $\frac{16}{15}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{16\pi}{15}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = 1$ và $x = 3$. Thể tích của

khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D quanh trục hoành là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^2 dx \\ &= \pi \int_1^3 (x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9) dx \\ &= \pi \left(\frac{x^5}{5} - 2x^4 + \frac{22x^3}{3} - 12x^2 + 9x \right) \Big|_1^3 = \frac{16\pi}{15}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

- A. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. B. $H(1;1;1)$. C. $H\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $H(0;0;0)$.

Lời giải.

Ta thấy tứ diện $OABC$ có các cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc tại O , do đó trực tâm H của tam giác ABC là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (ABC) .

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$ hay $x + y + z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng

đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là: $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Tọa độ điểm H ứng với t là nghiệm phương trình:

$$t + t + t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

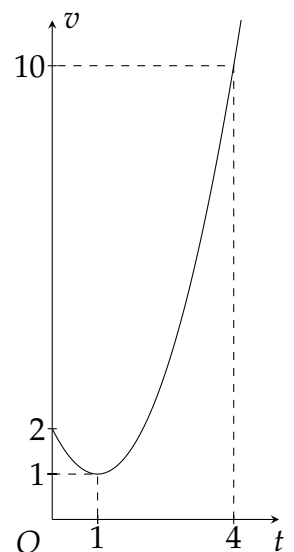
Vậy $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Chọn phương án **A**

Câu 23.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.

- A. $s = 6$ km. B. $s = 8$ km. C. $s = \frac{46}{3}$ km. D. $s = \frac{40}{3}$ km.



Lời giải.

Hàm số biểu diễn vận tốc của vật là $v(t) = t^2 - 2t + 2$. Do đó, hàm số biểu diễn quãng đường di chuyển được của vật là $s(t) = \int v(t) dt = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 2t + C$. Do khi bắt đầu chuyển động thì quãng

□

đường đi được bằng 0 nên $C = 0$. Vậy quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát là $s(4) = \frac{40}{3}$ km.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 24. Cho hình D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$. Khi đó diện tích của hình D là

A. $\frac{13}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{7\pi}{3}$.

D. $\frac{13\pi}{3}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 - 2 = -|x| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = x & \text{nếu } x < 0 \\ x^2 - 2 = -x & \text{nếu } x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \text{ và } x = 1.$

Do đó ta có $S = \int_{-1}^0 (x + 2 - x^2) dx + \int_0^1 (-x - x^2 + 2) dx = \frac{7}{3}.$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 25. Cho parabol $(P) : y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AB .

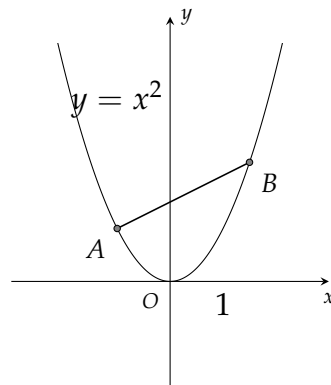
A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.



Gọi $A(a; a^2)$ và $B(b; b^2)$ là hai điểm thuộc (P) sao cho $AB = 2$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a < b$.

Theo giả thiết ta có $AB = 2$ nên $(b - a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 4 \Leftrightarrow (b - a)^2[(b + a)^2 + 1] = 4$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B là $y = (b + a)x - ab$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AB ta có

$$S = \int_a^b [(a + b)x - ab - x^2] dx = \left[(a + b) \frac{x^2}{2} - abx - \frac{x^3}{3} \right] \Big|_a^b = \frac{(b - a)^3}{6}.$$

Mặt khác $(b - a)^2[(b + a)^2 + 1] = 4$ nên $|b - a| \leq 2$ do $(b + a)^2 + 1 \geq 1$.

Suy ra $S = \frac{(b - a)^3}{6} \leq \frac{2^3}{6}.$

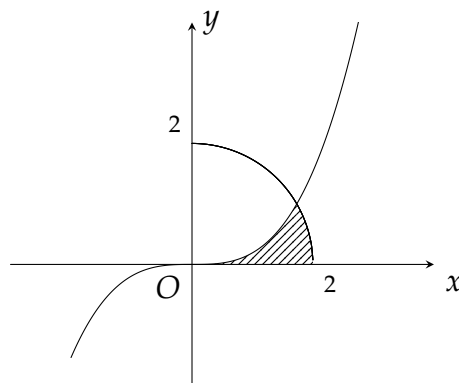
Vậy $S_{\max} = \frac{4}{3}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = -b = \pm 1$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 26.

Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$, trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $P = a + b + c + d$.

- A. $P = 52$. B. $P = 40$. C. $P = 46$. D. $P = 34$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{\sqrt{3}}{9}x^3 = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } V &= \pi \left[\int_0^{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{9}x^3 \right)^2 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx \right] \\ &= \pi \left[\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{27}x^6 dx + \int_{\sqrt{3}}^2 (4-x^2) dx \right] = \left(-\frac{20\sqrt{3}}{7} + \frac{16}{3} \right) \pi. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 20, b = 7, c = 16, d = 3 \Rightarrow P = 46$.

Chọn phương án **C**

Câu 27. Diện tích nhỏ nhất giới hạn bởi parabol (P): $y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. 1. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + 1 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0$.

Vì $\Delta = m^2 + 4 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt là

$$x_1 = \frac{m - \sqrt{m^2 + 4}}{2} \text{ và } x_2 = \frac{m + \sqrt{m^2 + 4}}{2} \text{ với } x_1 < x_2.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \\ x_2 - x_1 = \sqrt{m^2 + 4}. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) là

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} |x^2 - mx - 1| dx = \left| \int_{x_1}^{x_2} (x^2 - mx - 1) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - x \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \right| \\ &= \left| \frac{1}{3}(x_2^3 - x_1^3) - \frac{m}{2}(x_2^2 - x_1^2) - (x_2 - x_1) \right| \\ &= (x_2 - x_1) \left| \frac{1}{3}(x_2^2 + x_2 x_1 + x_1^2) - \frac{m}{2}(x_2 + x_1) - 1 \right| \\ &= (x_2 - x_1) \left| \frac{1}{3}(x_2 + x_1)^2 - x_2 x_1 - \frac{m}{2}(x_2 + x_1) - 1 \right| \\ &= \sqrt{m^2 + 4} \left| \frac{m^2 + 1}{3} - \frac{m^2}{2} - 1 \right| = \sqrt{m^2 + 4} \left| -\frac{m^2}{6} - \frac{2}{3} \right| \\ &= \sqrt{m^2 + 4} \cdot \frac{m^2 + 4}{6} \geq \frac{4}{3}, \forall m \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Vận diện tích S nhỏ nhất bằng $\frac{4}{3}$ khi $m = 0$.

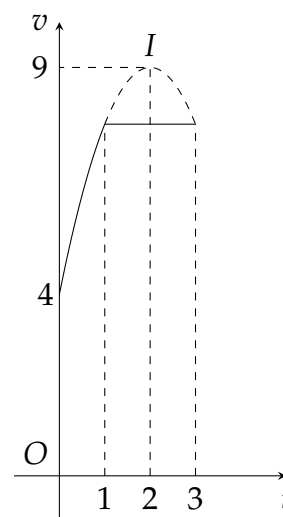
Chọn phương án **C**

□

Câu 28.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song với trục hoành. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $S = 15,50$ (km). B. $S = 21,58$ (km).
C. $S = 23,25$ (km). D. $S = 13,83$ (km).



Lời giải.

Gọi phương trình chuyển động của vật trong 1 giờ đầu là $v(t) = at^2 + bt + c$.

$$\text{Từ đồ thị ta có } \begin{cases} v(0) = 4 \\ v(2) = 9 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4.$$

$$\text{Quãng đường đi được trong giờ đầu là } S_1 = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4 \right) dt = \frac{73}{12} \text{ (km).}$$

$$\text{Tại thời điểm } t = 1, \text{ vận tốc của vật là } v(1) = \frac{31}{4}.$$

$$\text{Quãng đường vật đi được trong 2 giờ tiếp theo là } S_2 = \frac{31}{4} \times 2 = \frac{31}{2} \text{ (km).}$$

$$\text{Vậy quãng đường vật di chuyển được trong 3 giờ là } S = S_1 + S_2 = \frac{259}{12} \approx 21,58 \text{ (km).}$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 29. Một mảnh vườn hình elip có trục lớn bằng 100 m, trục nhỏ bằng 80 m được chia thành 2 phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây con và phần lớn hơn trồng rau. Biết lợi nhuận thu được là 2000 mỗi m^2 trồng cây con và 4000 mỗi m^2 trồng rau. Hỏi thu nhập từ cả mảnh vườn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 31904000. B. 23991000. C. 10566000. D. 17635000.

Lời giải.

Theo giả thiết phương trình của Ellip là

$$\frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{1600} = 1 \Leftrightarrow y = \frac{4}{5}\sqrt{2500 - x^2} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích của cả khu vườn là

$$S = 4 \int_0^{50} \frac{4}{5} \sqrt{2500 - x^2} dx = 2000\pi.$$

Diện tích phần trồng cây con là

$$S_1 = \int_0^{50} \frac{4}{5} \sqrt{2500 - x^2} dx - S_{OAB} = 500\pi - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 50 = 500\pi - 1000 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích phần trồng rau là

$$S_2 = S - S_1 = 3 \cdot 500\pi + 1000 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Tổng thu nhập của cả mảnh vườn là

$$T = 2000 \cdot (500\pi - 1000) + 4000 \cdot (3 \cdot 500\pi + 1000) \approx 23991000.$$

Chọn phương án (B)

□

Câu 30. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = e^x$, trục tung và đường thẳng $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_0^1 |e^x - 1| dx$. B. $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$. C. $S = \int_0^1 (x - e^x) dx$. D. $S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx$.

Lời giải.

Ta có $S = \int_0^1 |e^x - x| dx$.

Xét hàm số $f(x) = e^x - x$, hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$.

Ta có $f'(x) = e^x - 1 > 0, \forall x \in (0; 1)$.

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 1]$.

Do đó, với $0 \leq x \leq 1$ ta có

$$f(0) \leq f(x) \Leftrightarrow 0 \leq e^x - x \Leftrightarrow e^x \geq x.$$

Vậy $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$.

Chọn phương án (B)

□

Câu 31. Một chuyến máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ m/s với t là thời gian được tính bằng giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 m/s thì nó rời đường băng. Tính quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng.

A. $\frac{2500}{3}$ m. B. 2000 m. C. 500 m. D. $\frac{4000}{3}$ m.

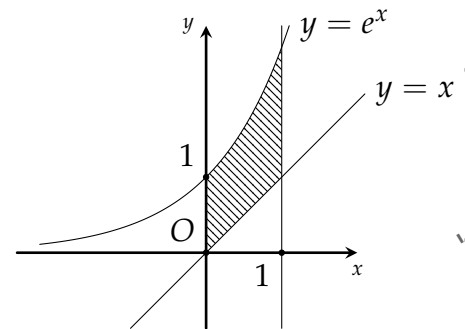
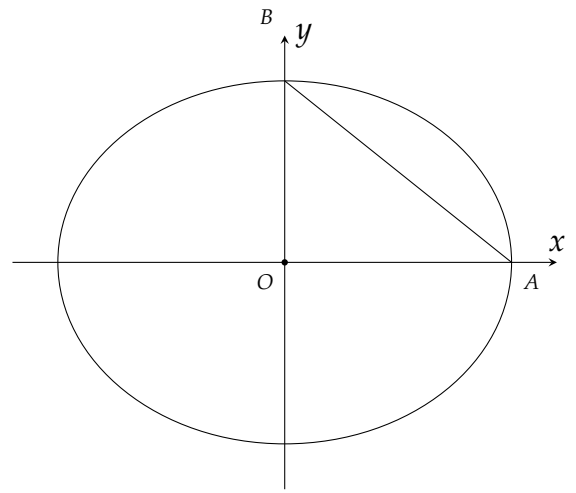
Lời giải.

Khi $v = 200$, ta có

$$t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -20 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Máy bay di chuyển trên đường băng từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm $t = 10$, do đó quãng đường đi được trên đường băng là

$$s = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + 5t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{2500}{3} \text{ m}.$$



Chọn phương án **A**

□

Câu 32.

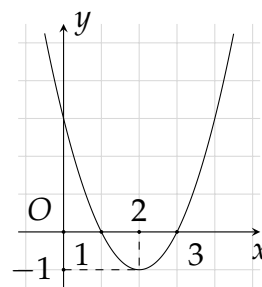
Cho parabol (P) có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục hoành.

A. 4.

B. 2.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.



Lời giải.

Parabol đã cho có dạng $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Vì (P) cắt trục hoành tại các điểm $(1; 0)$, $(3; 0)$ và đi qua điểm $(2; -1)$ nên ta có

$$\begin{cases} f(1) = f(3) = 0 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3. \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị của (P) , ta có diện tích hình phẳng cần tìm là

$$-\int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 = \frac{4}{3}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 33. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{y}$, $y = -x + 2$, $x = 0$ quay quanh trục Ox có giá trị là kết quả nào sau đây?

A. $V = \frac{1}{3}\pi$.

B. $V = \frac{3}{2}\pi$.

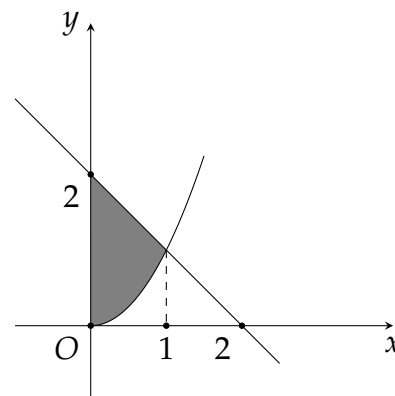
C. $V = \frac{32}{15}\pi$.

D. $V = \frac{11}{6}\pi$.

Lời giải.

Ta có $x = \sqrt{y} \Leftrightarrow y = x^2, x \geq 0$. Do đó hình phẳng giới hạn bởi các đường đã cho là phần tô đậm trên hình vẽ. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay quanh hình phẳng này quay trục Ox là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (-x + 2)^2 dx - \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx \\ &= \pi \left[\frac{(x-2)^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right] \Big|_0^1 = \frac{32}{15}\pi. \end{aligned}$$



Chọn phương án **C**

□

Câu 34.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và các biểu thức E, F, G ,

H xác định bởi $E = \int_0^3 f(x) dx$, $F = \int_3^5 f(x) dx$, $G = \int_2^4 f(x) dx$,

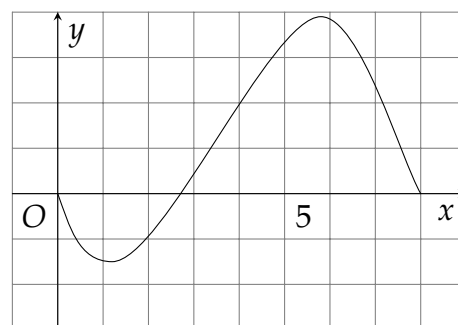
$H = f'(1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F < E < G < H$.

B. $H < E < F < G$.

C. $E < H < G < F$.

D. $G < H < E < F$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ và diện tích hình phẳng, ta có

$$E = \int_0^3 f(x) dx = - \int_0^3 |f(x)| dx < -2.$$

$$F = \int_3^5 f(x) dx > 3.$$

$$0 < G = \int_2^4 f(x) dx < 2.$$

$$-1 < H = f'(1) < 0. \text{ (hệ số góc của tiếp tuyến tại } x = 1)$$

Như vậy $E < H < G < F$.

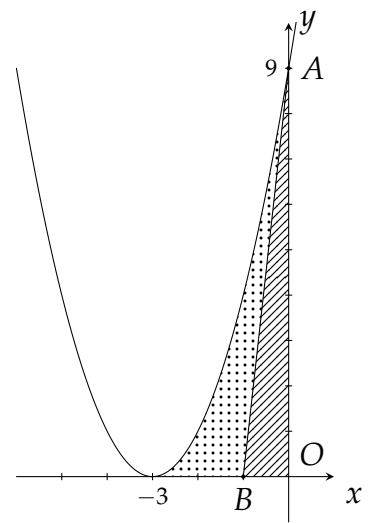
Chọn phương án **C**

□

Câu 35.

Xét hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x + 3)^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 0$. Gọi $A(0; 9)$, $B(b; 0)$ ($-3 < b < 0$). Tính giá trị của tham số b để đoạn thẳng AB chia ($\mathcal{H}$) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

- A. $b = -\frac{1}{2}$. B. $b = -2$. C. $b = -\frac{3}{2}$. D. $b = -1$.



Lời giải.

Ta có đồ thị hàm số $y = (x + 3)^2$ tiếp xúc với trục hoành tại $x = -3$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x + 3)^2$, trục hoành và đường thẳng $x = -3$, $x = 0$.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x + 3)^2$, đoạn thẳng AB và trục hoành.

Gọi S_2 là diện tích của tam giác OAB .

$$\text{Vì } S_1 = S_2 \text{ nên } S = 2S_2 \Leftrightarrow \int_{-3}^0 (x + 3)^2 dx = 2 \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OB \Leftrightarrow -9b = 9 \Leftrightarrow b = -1.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 36. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 96,25$ (m). B. $S = 87,5$ (m). C. $S = 94$ (m). D. $S = 95,7$ (m).

Lời giải.

$$\text{Ta có } v_1(t) = 7t \Rightarrow S_1(t) = \frac{7}{2}t^2.$$

$$\text{Quãng đường xe đi được sau 5s là } S_1 = \frac{7}{2} \times 5^2 = 87,5 \text{ (m).}$$

Vận tốc của xe sau 5s là $v_0 = 35$ (m/s).

Xe chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²) nên $v_2(t) = v_0 + at = 35 - 70t$ (m/s).

Suy ra quãng đường xe chuyển động được tính theo công thức $S_2(t) = 35t - 35t^2$ (m).

Xe dừng hẳn thì $v_2 = 0 \Leftrightarrow 35 - 70t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$ (s).

Quãng đường xe đi thêm cho tới khi dừng hẳn là $S_2 = 35 \times \frac{1}{2} - 35 \times \frac{1}{4} = 8,75$ (m).

Vậy tổng quãng đường xe đi là $S_1 + S_2 = 96,25$ (m).

Chọn phương án **A**

□

Câu 37. Gọi (H) là hình được giới hạn bởi nhánh của parabol $y = 2x^2, x \geq 0$, đường thẳng $y = -x + 3$ và trục hoành. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng (H) khi quay trục Ox .

A. $V = \frac{52\pi}{15}$.

B. $V = \frac{17\pi}{5}$.

C. $V = \frac{51\pi}{17}$.

D. $V = \frac{53\pi}{17}$.

Lời giải.

Các phương trình hoành độ giao điểm

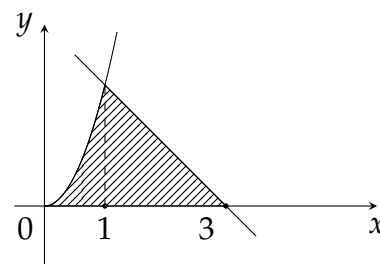
$$2x^2 = -x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-3}{2} \Rightarrow x = 1. \end{cases}$$

$$-x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

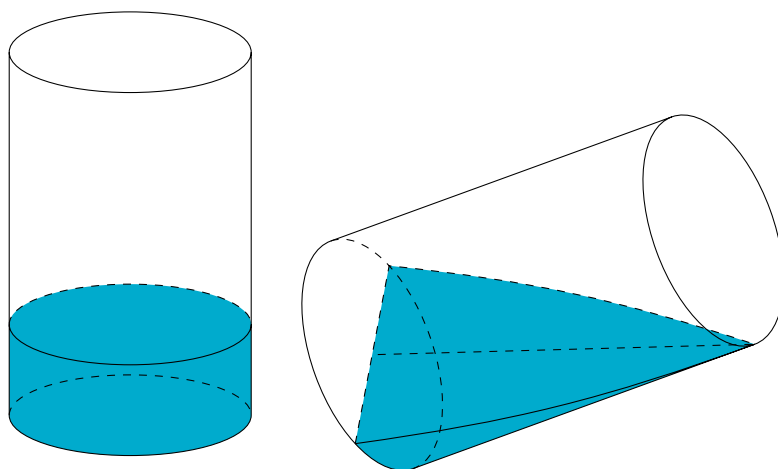
$$V = \pi \int_0^1 (2x^2)^2 dx + \pi \int_1^3 (-x + 3)^2 dx = \frac{52\pi}{15}.$$



Chọn phương án **A**

□

Câu 38. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



A. 240 cm^3 .

B. $240\pi \text{ cm}^3$.

C. 120 cm^3 .

D. $120\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Đặt trục tọa độ Ox như hình vẽ. Mặt phẳng (P) vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x cắt phần nước khi nghiêng cốc theo thiết diện là một tam giác MNK vuông tại N .

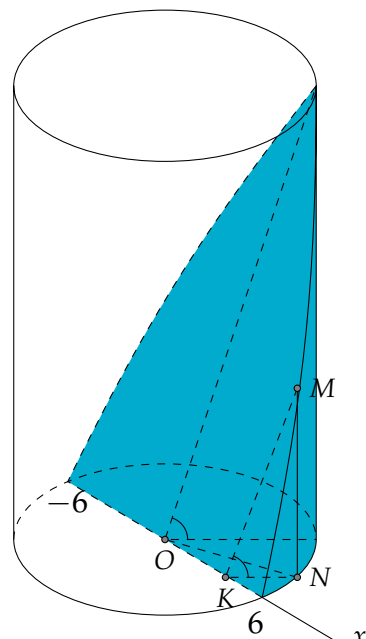
Từ giả thiết suy ra $\tan \widehat{MKN} = \frac{MN}{NK} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$, nên $MN = \frac{5}{3}NK$.

Mặt khác: $NK^2 = ON^2 - OK^2 = 36 - x^2$.

Nên $S_{MNK} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot NK = \frac{5}{6}NK^2 = \frac{5}{6}(36 - x^2)$.

Thể tích lượng nước trong cốc là:

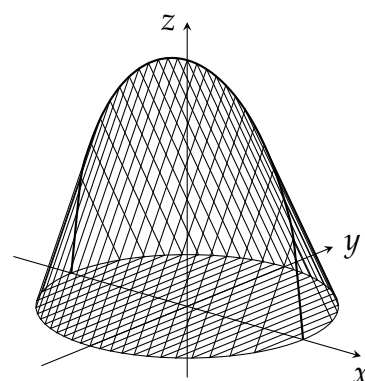
$$V = \int_{-6}^6 \frac{5}{6}(36 - x^2) dx = \left(30x - \frac{5}{18}x^3 \right) \Big|_{-6}^6 = 240 \text{ cm}^3.$$



Chọn phương án **A**

Câu 39.

Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích V của vật thể đó.



A. $V = \sqrt{3}$.

B. $V = 3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \pi$.

Lời giải.

Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều có cạnh bằng $2\sqrt{1-x^2}$.

Do đó, diện tích của thiết diện là $S(x) = \frac{(2\sqrt{1-x^2})^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(1-x^2)$.

Vậy, thể tích V của vật thể là

$$V = \int_{-1}^1 \sqrt{3}(1-x^2) dx = \sqrt{3} \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn phương án **C**

Câu 40. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V = 3$.

B. $V = 3\pi$.

C. $V = 2\pi\sqrt{3}$.

D. $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Diện tích tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$ là $S(x) = \frac{\sqrt{3}(2\sqrt{\sin x})^2}{4} = \sqrt{3} \sin x$.

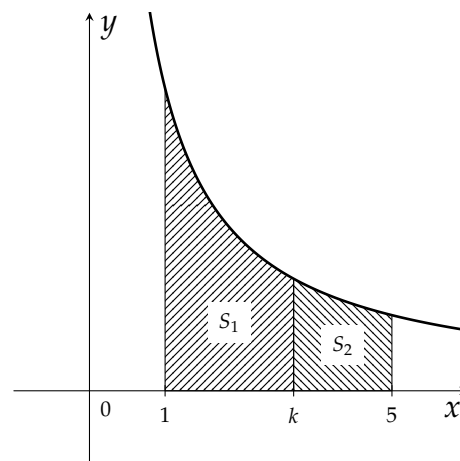
Vậy thể tích $V = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \sin x dx = 2\sqrt{3}$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 41.

Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$. Đường thẳng $x = k$, $1 < k < 5$ chia (H) thành hai phần có diện tích S_1 và S_2 (hình vẽ bên). Giá trị k để $S_1 = 2S_2$ là



- A. $k = 5$. B. $k = \ln 5$. C. $k = \sqrt[3]{5}$. D. $k = \sqrt[3]{25}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{x} > 0$ với $x > 1$, do đó ta được

$$S_1 = \int_1^k \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^k = \ln k.$$

$$S_2 = \int_k^5 \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_k^5 = \ln 5 - \ln k.$$

$$S_1 = 2S_2 \Rightarrow \ln k = 2(\ln 5 - \ln k) \Rightarrow k = \sqrt[3]{25}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 42. Thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$, $x = 2$ và có thiết diện tại x ($1 < x < 2$) là hình chữ nhật có cạnh là 2 và $\sqrt{2x+1}$ và được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \pi \int_1^2 (8x+4) dx.$

B. $V = \pi \int_1^2 2\sqrt{2x+1} dx.$

C. $V = \int_1^2 (8x+4) dx.$

D. $V = \int_1^2 2\sqrt{2x+1} dx.$

Lời giải.

Diện tích thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc trục Ox tại điểm x ($1 < x < 2$) là $S(x) = 2 \cdot \sqrt{2x+1}$.

Khi đó thể tích cần tìm là $V = \int_1^2 2\sqrt{2x+1} dx.$

Chọn phương án **D**

□

Câu 43. Cho hình phẳng D giới hạn bởi Parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành

A. $V = \frac{4\pi}{3}.$

B. $V = \frac{16\pi}{15}.$

C. $V = \frac{8\pi}{5}.$

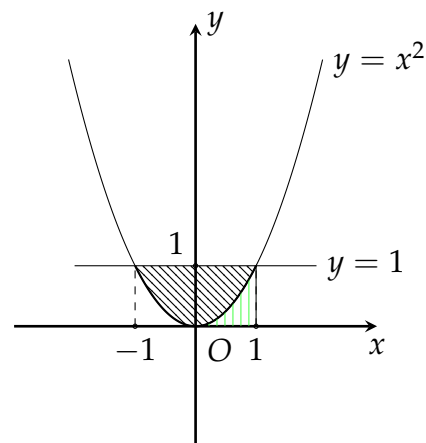
D. $V = \frac{12\pi}{5}.$

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Thể tích của khối tròn xoay khi quay D quanh trục Ox là

$$V = 2 \cdot \pi \cdot \int_0^1 (1 - x^4) dx = 2\pi \cdot \left(x - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{8\pi}{5}.$$

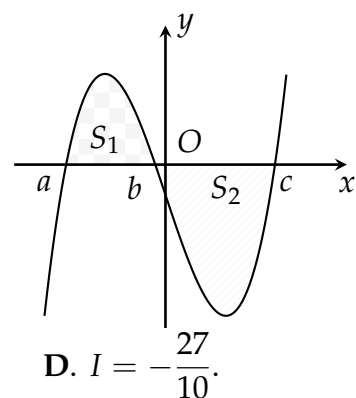


Chọn phương án **C**

Câu 44.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị (C) cắt trục Ox tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là a, b, c ($a < b < c$). Biết phần hình phẳng nằm phía trên trục Ox giới hạn bởi đồ thị (C) và trục Ox có diện tích là $S_1 = \frac{7}{10}$, phần hình phẳng nằm phía dưới trục Ox giới hạn bởi đồ thị (C) và trục

Ox có diện tích là $S_2 = 2$ (như hình vẽ). Tính $I = \int_a^c f(x) dx$.



A. $I = -\frac{13}{10}$.

B. $I = \frac{13}{10}$.

C. $I = \frac{27}{10}$.

D. $I = -\frac{27}{10}$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta có
$$\begin{cases} S_1 = \int_a^b f(x) dx = \frac{7}{10} \\ S_2 = -\int_b^c f(x) dx = 2 \Rightarrow \int_b^c f(x) dx = -2. \end{cases}$$

Mà $I = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \frac{7}{10} - 2 = -\frac{13}{10}$.

Chọn phương án **A**

Câu 45. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chuông ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s²). Tính quãng đường s (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $s = 168$ m.

B. $s = 166$ m.

C. $s = 144$ m.

D. $s = 152$ m.

Lời giải.

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh

$$s_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = 144 \text{ (m)}.$$

Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thỏa mãn

$$v_2(t) \int (-12) dt = -12t + C, v_2(12) = v_1(12) = 24 \Rightarrow C = 168 \Rightarrow v_2(t) = -12t + 168 \text{ (m/s)}.$$

Thời điểm xe dừng hẳn tương ứng với t thỏa mãn $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 14$ (s).

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe được phanh đến khi dừng hẳn

$$s_2 = \int_{12}^{14} v_2(t) dt = \int_{12}^{14} (-12t + 168) dt = 24 \text{ (m)}.$$

Quãng đường cần tính $s = s_1 + s_2 = 144 + 24 = 168$ (m).

Chọn phương án **A** □

Câu 46. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = |x|$ và $y = x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

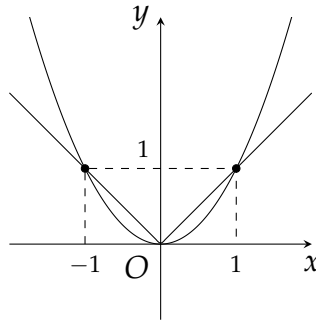
A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{15}$.

D. $\frac{4\pi}{15}$.

Lời giải.



Ta có $V = \pi \int_0^1 [(\sqrt{y})^2 - y^2] dy = \frac{\pi}{6}$.

Chọn phương án **A** □

Câu 47. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = |x - 1|$ và nửa trên của đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi - 1}{2}$.

C. $\frac{\pi}{2} - 1$.

D. $\frac{\pi}{4} - 1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = |x - 1|$ cắt đường tròn $x^2 + y^2 = 1$ tại $A(1;0), B(0;1)$. Diện tích cần tìm bằng diện tích của một phần tư đường tròn trừ đi diện tích tam giác OAB , suy ra diện tích cần tìm bằng $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

Chọn phương án **A** □

Câu 48. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = |x|$ và $y = x^2$ quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

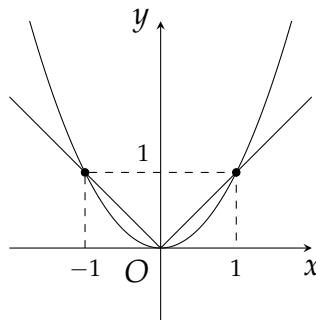
A. $\frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{15}$.

D. $\frac{4\pi}{15}$.

Lời giải.



Ta có $V = \pi \int_0^1 [(\sqrt{y})^2 - y^2] dy = \frac{\pi}{6}$.

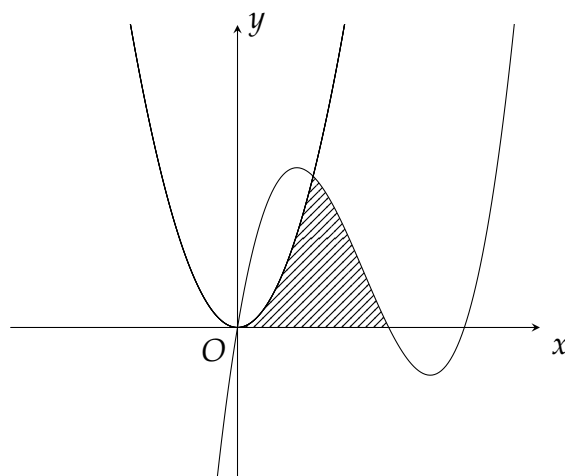
Chọn phương án **(A)**

□

Câu 49.

Cho $(\mathcal{H})$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 5x^2 + 6x$, $y = 2x^2$, trục Ox (phần gạch sọc). Tính diện tích hình phẳng $(\mathcal{H})$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{7}{4}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{8}{3}$.



Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $x^3 - 5x^2 + 6x = 2x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \\ x = 3 \end{cases}$

Mặt khác hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 6x$ với trục Ox là nghiệm phương trình $x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \\ x = 3 \end{cases}$

$$\text{Suy ra diện tích } S = \int_0^1 2x^2 dx + \int_1^2 (x^3 - 5x^2 + 6x) dx = \left. \frac{2x^3}{3} \right|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + 3x^2 \right) \Big|_1^2 = \frac{7}{4}.$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 50. Một ô-tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô-tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô-tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 87,50$ (m). B. $S = 94,00$ (m). C. $S = 95,70$ (m). D. $S = 96,25$ (m).

Lời giải.

Trong 5 giây đầu tiên xe đi được quãng đường $S_2 = \int_0^5 7t dt = \left. \frac{7}{2}t^2 \right|_0^5 = 87,5$ m.

Kể từ khi phanh $v_2 = \int (-70) dt = -70t + C$.

Lúc xe bắt đầu phanh $t = 0$ thì $v_2 = 35$ (m/s) suy ra $35 = -70 \cdot 0 + C \Rightarrow C = 35$.

Khi xe dừng hẳn $v_2 = 0 \Rightarrow -70t + 35 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

Quãng đường xe đi được kể từ lúc đạp phanh $S_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} (35 - 70t) dt = \frac{35}{4}$ m.

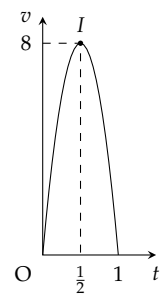
Quãng đường đi được của ô-tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là $S = S_1 + S_2 = 96,25$ (m).

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 51.

Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



- A. $S = 5,3$ km. B. $S = 4,5$ km. C. $S = 4$ km. D. $S = 2,3$ km.

Lời giải.

Từ giả thiết công thức biểu thị vận tốc theo thời gian có dạng $v(t) = at^2 + bt + c$.

Dựa vào hình vẽ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 0 \\ a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + c = 8 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -32 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}. \text{ Vậy hàm vận tốc là } v(t) = -32t^2 + 32t.$$

Do đó quãng đường người đó đi được sau 45 phút là $S = \int_0^{\frac{3}{4}} (-32t^2 + 32t) dt = 4,5$ km.

Chọn phương án **(B)** □

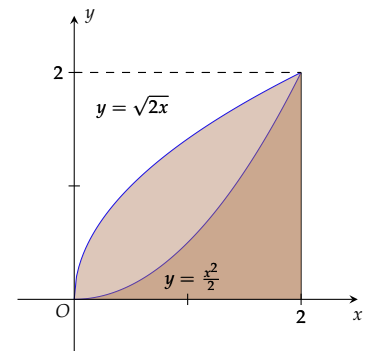
Câu 52. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{28\pi}{5}$. B. $V = \frac{12\pi}{5}$. C. $V = \frac{4\pi}{3}$. D. $V = \frac{36\pi}{35}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x^2}{2} = \sqrt{2x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^4 = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành là $V = \pi \cdot \int_0^2 \left[(\sqrt{2x})^2 - \left(\frac{x^2}{2}\right)^2 \right] dx = \pi \cdot \int_0^2 \left(2x - \frac{x^4}{4} \right) dx = \pi \cdot \left(x^2 - \frac{x^5}{20} \right) \Big|_0^2 = \frac{12\pi}{5}$.



Chọn phương án **(B)** □

Câu 53. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\ln x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = k$ ($k > 1$). Ký hiệu V_k là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox . Biết rằng $V_k = \pi$, hãy chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

- A. $4 < k < 5$. B. $1 < k < 2$. C. $2 < k < 3$. D. $3 < k < 4$.

Lời giải.

Do giả thiết ta có $V_k = \pi \int_1^k \ln x dx$. Khi đó theo công thức tích phân từng phần ta có

$$V_k = \pi \left(x \cdot \ln x \Big|_1^k - \int_1^k dx \right) = \pi \left(x \cdot \ln x \Big|_1^k - x \Big|_1^k \right) = \pi (k \ln k - k + 1)$$

Do $V_k = \pi$ suy ra

$$\pi (k \ln k - k + 1) = \pi \Leftrightarrow k \ln k - k + 1 = 1 \Leftrightarrow k (\ln k - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \ln k - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k = e \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra $k = e$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với $A(-2;3), B(3;6), C(3;0), D(-2;0)$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng bao nhiêu?

A. 72π .

B. 74π .

C. 76π .

D. 105π .

Lời giải.

Phương trình các cạnh của hình thang là

$$AD: x = -2, CD: y = 0, BC: x = 3, AB: 3x - 5y + 21 = 0.$$

Ta thấy $ABCD$ là hình thang vuông có $CD: y = 0$ nên khối tròn xoay cần tính là

$$V = \pi \int_{-2}^3 \frac{(3x + 21)^2}{25} dx = 105\pi.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 55.

Một người có mảnh đất hình tròn có bán kính 5 m. Người này tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên, cần có khoảng trống để dựng chòi và đồ dùng nên người này căng sợi dây 6 m vào hai đầu mút dây nằm trên đường tròn xung quanh mảnh đất. Hỏi người này thu hoạch được bao nhiêu tiền? (Tính theo đơn vị nghìn đồng và bỏ số thập phân).

A. 3722.

B. 7445.

C. 7446.

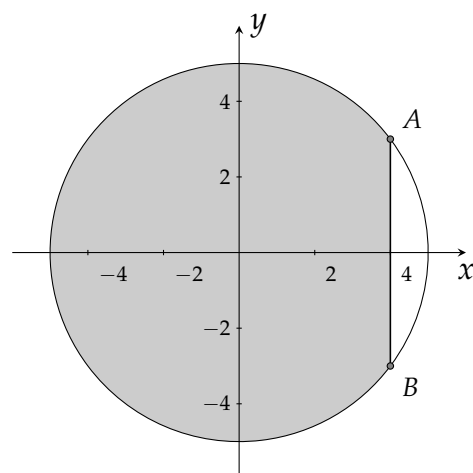
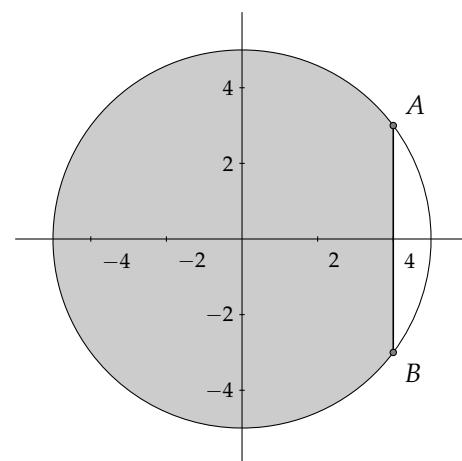
D. 3723.

Lời giải.

Đưa vào hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

$$\text{Diện tích trồng cây là } S = 2 \int_{-5}^4 \sqrt{25 - x^2} dx \approx 7445.$$

Do đó, số tiền thu được là 7445 nghìn đồng.



Chọn phương án **B**

□

Câu 56.

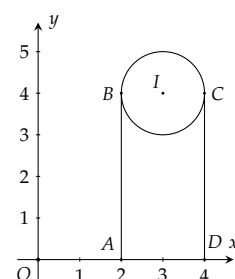
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 1$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn (C) quanh trục hoành.

A. $5\pi^2$.

B. $9\pi^2$.

C. $8\pi^2$.

D. $6\pi^2$.

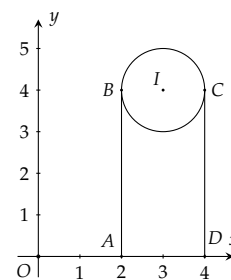


Lời giải.

$$\text{Từ } (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1 \Rightarrow y = 4 \pm \sqrt{1 - (x-3)^2}.$$

Thể tích khối tròn xoay là

$$\begin{aligned} V &= \pi \cdot \int_2^4 \left[\left(4 + \sqrt{1 - (x-3)^2} \right)^2 - \left(4 - \sqrt{1 - (x-3)^2} \right)^2 \right] dx \\ &= 16\pi \cdot \int_2^4 \sqrt{1 - (x-3)^2} dx. \end{aligned}$$



$$\text{Đặt } x-3 = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt.$$

$$1 - (3-x)^2 = 1 - \sin^2 t = \cos^2 t.$$

$$\text{Khi } x=2 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x=4 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$V = 16\pi \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 8\pi \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = 8\pi \left(t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \right) = 8\pi.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 57.

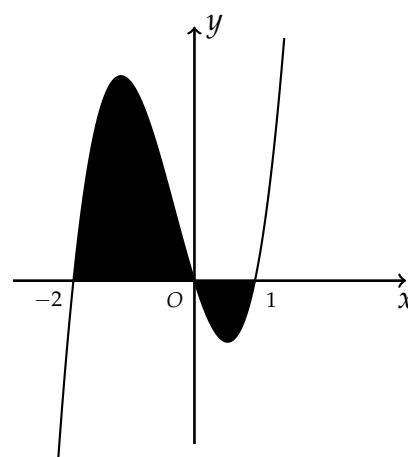
Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là

A. $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$

B. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$

C. $\int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx.$

D. $\left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right|.$



Lời giải.

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 58. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x + 3$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = m (m > 1)$ bằng $\frac{20}{3}$. Giá trị của m bằng

A. $\frac{5}{2}.$

B. 2.

C. 3.

D. $\frac{3}{2}.$

Lời giải.

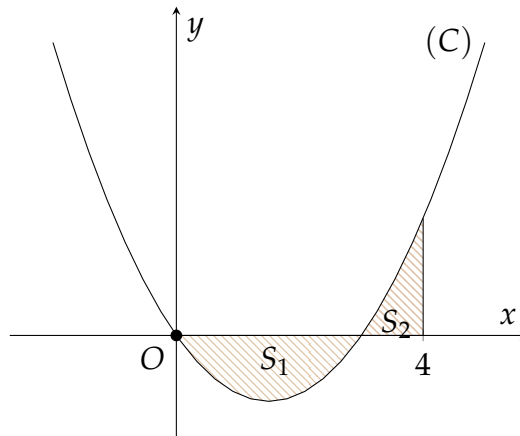
Ta có

$$\begin{aligned} & \int_1^m |x^2 - 2x + 3| dx = \frac{20}{3} \\ \Leftrightarrow & \int_1^m (x^2 - 2x + 3) dx = \frac{20}{3} \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x \right) \Big|_1^m = \frac{20}{3} \\ \Leftrightarrow & \frac{m^3}{3} - m^2 + 3m - 9 = 0 \\ \Leftrightarrow & m = 3. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 59. Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C). Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là



A. $m = 3$.

B. $m = \frac{10}{3}$.

C. $m = 2$.

D. $m = \frac{8}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là

$$x^2 - mx = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = m.$$

Khi đó ta có

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_0^m (-x^2 + mx) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{mx^2}{2} \right) \Big|_0^m = \frac{m^3}{6}. \\ S_2 &= \int_m^4 (x^2 - mx) dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} \right) \Big|_m^4 = \frac{m^3}{6} - 8m + \frac{64}{3}. \end{aligned}$$

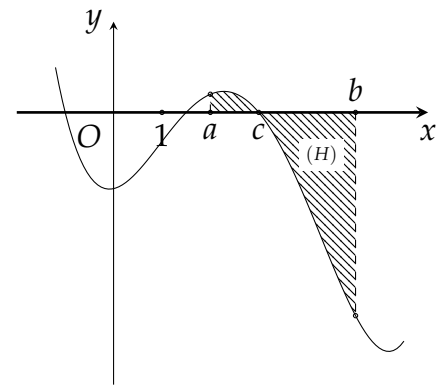
$$\text{Xét } S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{m^3}{6} = \frac{m^3}{6} - 8m + \frac{64}{3} \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 60.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0, x = a, x = b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$
- B. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx.$
- C. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$
- D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx.$$

Từ đồ thị hàm số ta có $f(x) \geq 0, \forall x \in [a; c]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [c; b]$.

$$\text{Suy ra } S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 61. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x - 1)^3(x - 2)$ và trục hoành. Tính diện tích S của hình phẳng (H) .

- A. $S = 0,05.$ B. $S = -\frac{1}{20}.$ C. $S = -\frac{1}{5}.$ D. $S = 0,5.$

Lời giải.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } (x - 1)^3(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_1^2 |(x - 1)^3(x - 2)| dx \\ &= - \int_1^2 (x - 1)^3(x - 2) dx \\ &= - \int_0^1 t^3(t - 1) dt \\ &= - \int_0^1 (t^4 - t^3) dt \\ &= - \left(\frac{t^5}{5} - \frac{t^4}{4} \right) \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{20} = 0,05. \end{aligned}$$

Chọn phương án (A)

Câu 62. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x} \cos \frac{x}{2}$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \pi$.

Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{\pi}{6}(3\pi^2 + 4\pi - 8)$.

B. $V = \frac{\pi}{16}(3\pi^2 - 4\pi - 8)$.

C. $V = \frac{\pi}{8}(3\pi^2 + 4\pi - 8)$.

D. $V = \frac{1}{16}(3\pi^2 - 4\pi - 8)$.

Lời giải.

Ta có thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\sqrt{x} \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx \\ &= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \cos^2 \frac{x}{2} dx \\ &= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \cdot \frac{\cos x + 1}{2} dx \\ &= \frac{\pi}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x \cos x dx + \frac{\pi}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} x dx \\ &= \frac{\pi}{2} I_1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \\ &= \frac{\pi}{2} I_1 + \frac{3\pi^3}{16}. \end{aligned}$$

* Tính I_1

Chọn $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$.

$$\Rightarrow I_1 = x \sin x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx = -\frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -\frac{\pi}{2} - 1.$$

$$\text{Vậy } V = -\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi^3}{16} = \frac{\pi}{16}(3\pi^2 - 4\pi - 8).$$

Chọn phương án (B)

Câu 63. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = mx$ với $m \neq 0$.

Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để diện tích hình phẳng (H) là số nhỏ hơn 20?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = mx \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m \end{cases}$.

$$\text{Ta có } m > 0 \text{ nên } S = \int_0^m |x^2 - mx| dx = \int_0^m (mx - x^2) dx = \left(\frac{mx^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^m = \frac{m^3}{6}.$$

$$\text{Theo đề } S < 20 \text{ nên } \frac{m^3}{6} < 20 \Leftrightarrow m < \sqrt[3]{120}.$$

Vì m nguyên dương nên m nhận các giá trị 1, 2, 3, 4.

Chọn phương án **A**

□

Câu 64.

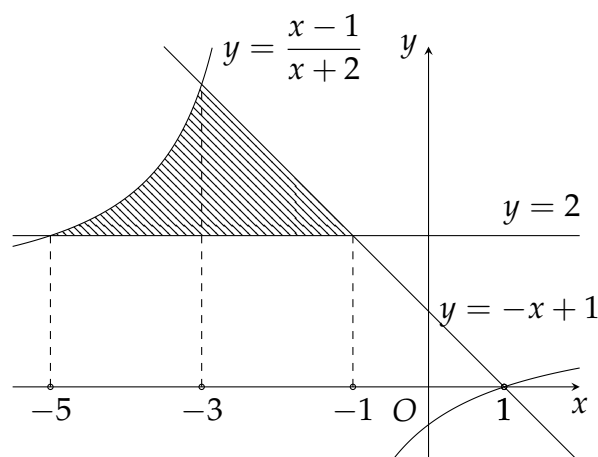
Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y = 2$, $y = -x + 1$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình phẳng (H).

A. $S = 8 + 3 \ln 3$.

B. $S = 8 - 3 \ln 3$.

C. $S = 3 \ln 3$.

D. $S = -4 + 3 \ln 3$.



Lời giải.

Theo hình vẽ ta thấy

$$\begin{aligned} S &= \int_{-5}^{-3} \left(\frac{x-1}{x+2} - 2 \right) dx + \int_{-3}^{-1} (-x + 1 - 2) dx \\ &= (-x - 3 \ln |x+2|) \Big|_{-5}^{-3} + 2 \\ &= (3 - 3 \ln 1) - (5 - 3 \ln 3) + 2 = 3 \ln 3. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 65. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{9\pi}{70}$.

B. $V = \frac{3}{10}$.

C. $V = \frac{9}{70}$.

D. $V = \frac{3\pi}{10}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Với mọi $x \in [0; 1]$ thì $0 \leq x^2 \leq \sqrt{x}$.

Do đó $V = \pi \int_0^1 ((\sqrt{x})^2 - (x^2)^2) dx = \pi \int_0^1 (x - x^4) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{3\pi}{10}$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 66.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong có phương trình $y = \sqrt{x}$, nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq \sqrt{2}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).

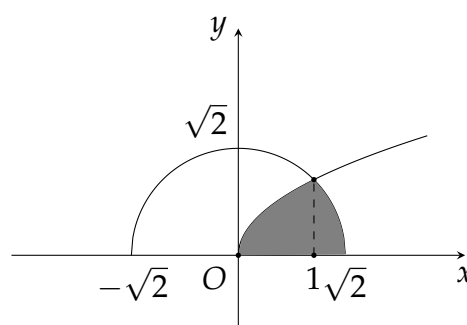
Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{3\pi + 2}{12}$.

B. $\frac{4\pi + 2}{12}$.

C. $\frac{3\pi + 1}{12}$.

D. $\frac{4\pi + 1}{6}$.



Lời giải.

Gọi S là diện tích của (H) . Khi đó, ta có:

$$S = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx = I + J$$

$$I = \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}, J = \int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$$

Đặt $x = \sqrt{2} \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \sqrt{2} \cos t dt$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}; x = \sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

Suy ra

$$J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 t dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t\right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\pi-2}{4}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{2}{3} + \frac{\pi-2}{4} = \frac{3\pi+2}{12}.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 67. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|$ và $y = x^2 - 2$.

A. $S = \frac{20}{3}$.

B. $S = \frac{11}{2}$.

C. $S = 3$.

D. $S = \frac{13}{3}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$|x| = x^2 - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \geq 0 \\ \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2. \end{cases}$$

Suy ra

$$S = \int_{-2}^2 \left| |x| - x^2 + 2 \right| dx = \left| \int_{-2}^2 (|x| - x^2 + 2) dx \right| = \left| \int_{-2}^0 (-x^2 - x + 2) dx + \int_0^2 (-x^2 + x + 2) dx \right|$$

$$= \left| \left(-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-2}^0 + \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^2 \right| = \frac{20}{3}.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 68.

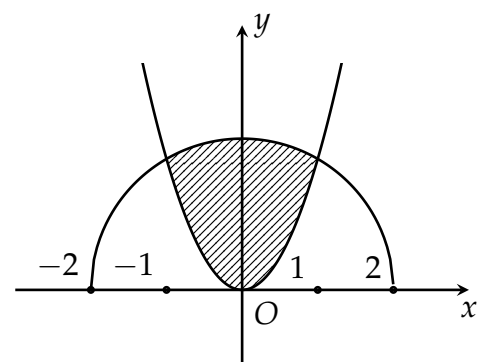
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ với $-2 \leq x \leq 2$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{2\pi + 5\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4\pi + 5\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

Hoành độ giao điểm của parabol với nửa đường tròn là nghiệm của phương trình

$$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{3x^2} \Leftrightarrow 4-x^2 = 3x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$

Diện tích của (H) được tính theo công thức

$$S = \int_{-1}^1 |\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}| dx = \int_{-1}^1 (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3x^2}) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx - \int_{-1}^1 \sqrt{3x^2} dx.$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_{-1}^1 \sqrt{3x^2} dx = \left. \frac{\sqrt{3}x^3}{3} \right|_{-1}^1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Tính

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx = 2 \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx \\ &= 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \sqrt{4-(2\cos^2 t)} d(2\cos t) = -8 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} |\sin t| \sin t dt \\ &= 8 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \sin^2 t dt = 8 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} \frac{1-\cos 2t}{2} dt \\ &= 4 \left(t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{3}} = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi + \sqrt{3}}{3}.$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 69.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $-2 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần

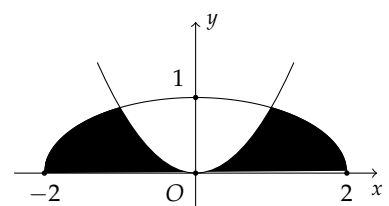
tô đậm trong hình vẽ). Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 9$.

B. $P = 12$.

C. $P = 15$.

D. $P = 17$.



Lời giải.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Do tính chất đối xứng của đồ thị nên

$$S = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^1 x^2 dx + \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx \right) = 2(S_1 + S_2).$$

$$S_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \int_0^1 x^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx. \text{ Đặt } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}, x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Với } t \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \cos t \geq 0 \Rightarrow \sqrt{4 - x^2} = 2\sqrt{\cos^2 t} = 2 \cos t.$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t \, dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 t \, dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) \, dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t\right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6} \Rightarrow a = 4, b = -1, c = 6.$$

$$\Rightarrow P = a + b + c = 9.$$

Chọn phương án (A) □

Câu 70. Một ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

A. 150 m.

B. 250 m.

C. 246 m.

D. 540 m.

Lời giải.

Ta có 54 km/h = 15 m/s.

$$\text{Vận tốc của ô tô có phương trình } v(t) = \int (3t - 8) \, dt = \frac{3}{2}t^2 - 8t + C.$$

$$\text{Vì } v(0) = 15 \text{ nên } v(t) = \frac{3}{2}t^2 - 8t + 15.$$

Quãng đường đi được của ô tô có phương trình

$$s(t) = \int \left(\frac{3}{2}t^2 - 8t + 15\right) \, dt = \frac{1}{2}t^3 - 4t^2 + 15t + C.$$

$$\text{Vì } s(0) = 0 \text{ nên } C = 0.$$

Vậy quãng đường đi được của ô tô sau 10 s là 250 m.

Chọn phương án (B) □

Câu 71. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

A. $V = \frac{4}{3}.$

B. $V = \frac{4}{3}\pi.$

C. $V = \frac{16}{15}\pi.$

D. $V = \frac{16}{15}.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành là

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

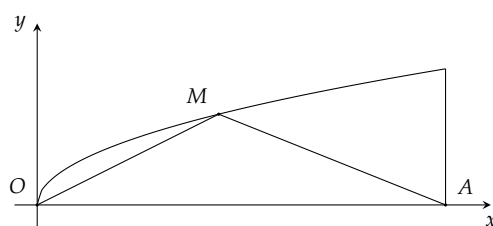
Khi đó thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox là

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 \, dx = \pi \int_0^2 (4x^2 + x^4 - 4x^3) \, dx = \pi \left(\frac{4x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - x^4\right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi.$$

Chọn phương án (C) □

Câu 72.

Cho đồ thị $(C) : y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9$, Ox . Cho điểm M thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh Ox . Biết $V_1 = 2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi (C) , OM (hình vẽ không thể hiện chính xác điểm M).



A. $S = 3.$

B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}.$

C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$

D. $S = \frac{4}{3}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_1 = \pi \int_0^9 (\sqrt{x})^2 dx = \frac{81\pi}{2}.$$

$$V_2 = \frac{81\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi (y_M)^2 OA = \frac{81\pi}{4} \Leftrightarrow y_M^2 = \frac{27}{4} \text{ hay } M\left(\frac{27}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$\text{Gọi } S_1 \text{ là diện tích giới hạn bởi } (C), Ox, (d) : x = \frac{27}{4}. \text{ Suy ra } S_1 = \int_0^{\frac{27}{4}} (\sqrt{x}) dx = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$$

$$\Leftrightarrow S = S_1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{27}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{16}.$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 73.

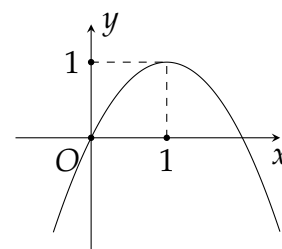
Cho hàm bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox quanh trục Ox .

A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. $\frac{4\pi}{5}$.

C. $\frac{16\pi}{15}$.

D. $\frac{16\pi}{5}$.



Lời giải.

Parabol có đỉnh $I(1;1)$ và đi qua gốc tọa độ O nên có phương trình $(P): y = -x^2 + 2x$.

Giao điểm còn lại của (P) với trục hoành là $(2;0)$.

$$\text{Khi đó ta có } V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 74. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho khối cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$, mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z + 5 = 0$ cắt khối cầu (S) thành 2 phần. Tính thể tích của phần không chứa tâm của mặt cầu (S) .

A. $\frac{25\pi}{3}$.

B. $\frac{25\pi}{6}$.

C. $\frac{14\pi}{3}$.

D. $\frac{16\pi}{3}$.

Lời giải.

Tính thể tích chỏm cầu (giới hạn từ điểm K đến điểm A).

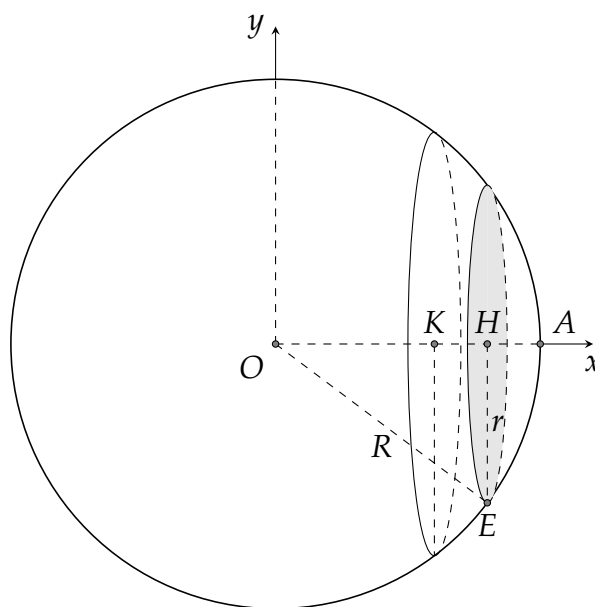
Xét một hệ trục tọa độ như hình vẽ bên.

Đặt $OK = h$, $OH = x$, $HE = r$, $OE = R$. Lúc đó diện tích phần thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại H có diện tích $S(x)$.

$$\text{Ta có } r^2 = R^2 - x^2 \Rightarrow S(x) = \pi(R^2 - x^2).$$

Thể tích chỏm cầu:

$$\begin{aligned} V &= \int_h^R S(x) dx = \pi \int_h^R (R^2 - x^2) dx \\ &= \frac{\pi}{3} (R-h)^2 (2R+h) \end{aligned}$$



Quay lại bài toán ban đầu. Mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = 5$.

$$\text{Khoảng cách từ tâm } I \text{ đến mặt phẳng } (P) \text{ là } h = \frac{|1 + 4 + 2 + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 4.$$

Áp dụng công thức trên ta có $V = \frac{14\pi}{3}$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 75. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 - x$; $y = 3x$ bằng

A. 0.

B. 8.

C. 16.

D. 24.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$x^3 - x = 3x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \\ x = 2 \end{cases}$$

Diện tích phần giới hạn bởi hai đồ thị bằng

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| \, dx \\ &= \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| \, dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| \, dx \\ &= \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) \, dx + \int_0^2 (4x - x^3) \, dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 + \left(2x^2 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^2 \\ &= 8. \end{aligned}$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 76. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ với $A(-1;2)$, $B(5;5)$, $C(5;0)$, $D(-1;0)$.

Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng bao nhiêu?

A. 78.

B. 18π .

C. 78π .

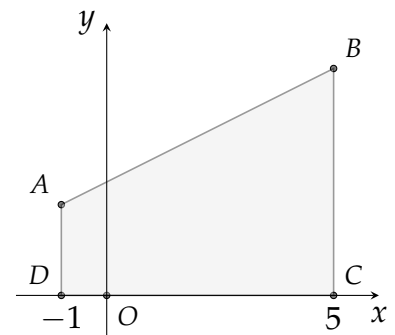
D. 74π .

Lời giải.

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A và B là $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_{-1}^5 \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \right)^2 \, dx = 78\pi.$$



Chọn phương án **C**

□

Câu 77. Cho hình phẳng (S) được giới hạn bởi đồ thị các hàm số $(P_1): y = x^2$, $(P_2): y = \frac{x^2}{4}$,

$(H_1): y = \frac{2}{x}$, $(H_2): y = \frac{8}{x}$. Diện tích hình phẳng (S) bằng

A. $8 \ln 2$.

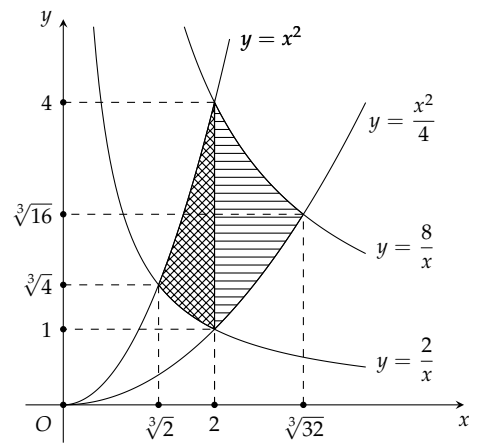
B. $12 \ln 2$.

C. $6 \ln 2$.

D. $4 \ln 2$.

Lời giải.

Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = \frac{2}{x}$ là $(\sqrt[3]{2}; \sqrt[3]{4})$.
 Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = \frac{8}{x}$ là $(2; 4)$.
 Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = \frac{2}{x}$ là $(2; 1)$.
 Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ và $y = \frac{8}{x}$ là $(\sqrt[3]{32}; \sqrt[3]{16})$.



Khi đó diện tích hình phẳng (S) bằng tổng diện tích của hai hình phẳng được chia trong hình vẽ trên (hình kẻ sọc ngang và hình kẻ sọc lưới).

Do đó diện tích hình phẳng (S) được tính bằng công thức

$$\int_{\sqrt[3]{2}}^2 \left(x^2 - \frac{2}{x} \right) dx + \int_2^{\sqrt[3]{32}} \left(\frac{8}{x} - \frac{x^2}{4} \right) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2 \ln x \right) \Big|_{\sqrt[3]{2}}^2 + \left(8 \ln x - \frac{x^3}{12} \right) \Big|_2^{\sqrt[3]{32}} = 4 \ln 2.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 78. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 - 2x + 2$, tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(3; 5)$ và trục Oy bằng

A. 9.

B. 27.

C. 12.

D. 4.

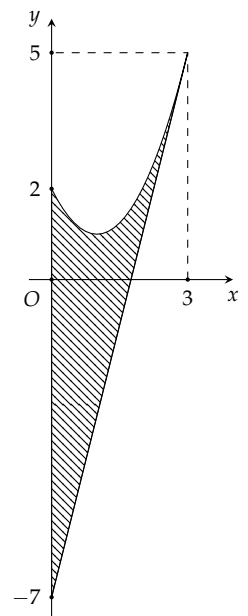
Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại điểm $M(3; 5)$ là $y = 4x - 7$.

Giao điểm của tiếp tuyến trên với đồ thị (P) là điểm $M(3; 5)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 - 2x + 2$, đường thẳng $y = 4x - 7$ và trục Oy là

$$\begin{aligned} \int_0^3 \left| (x^2 - 2x + 2) - (4x - 7) \right| dx &= \int_0^3 \left| x^2 - 6x + 9 \right| dx \\ &= \int_0^3 (x^2 - 6x + 9) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x \right) \Big|_0^3 \\ &= 9. \end{aligned}$$



Chọn phương án **A**

□

Câu 79. Cho hình phẳng (S) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = -x$ và $x = 4$. Quay hình phẳng (S) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{43\pi}{2}$.

B. $\frac{38\pi}{3}$.

C. $\frac{40\pi}{3}$.

D. $\frac{41\pi}{3}$.

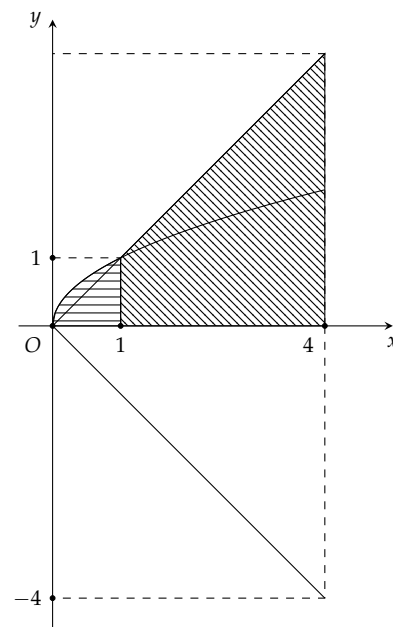
Lời giải.

Giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = x$ có tọa độ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ \sqrt{x} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, x = 1 \\ y = 0, x = 0. \end{cases}$$

Thể tích khối tròn xoay nhận được khi quay hình phẳng (S) quanh trục Ox bằng thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng ở bên quanh trục Ox .

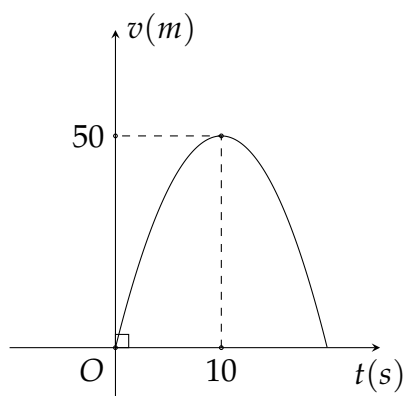
Hơn thế nữa, ta có thể chia hình phẳng đó thành hai hình phẳng riêng biệt (miền kẻ ngang và miền kẻ chéo). Do đó thể tích khối tròn xoay được tính bằng công thức



$$\begin{aligned} \int_0^1 \pi (\sqrt{x})^2 dx + \int_1^4 \pi (x)^2 dx &= \int_0^1 \pi x dx + \int_1^4 \pi x^2 dx \\ &= \left. \frac{\pi x^2}{2} \right|_0^1 + \left. \frac{\pi x^3}{3} \right|_1^4 \\ &= \frac{43\pi}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **A**

Câu 80. Một vật chuyển động vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol có hình bên dưới.



Biết rằng sau 10 s thì vật đó đạt đến vận tốc cao nhất 50 m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì vật đó đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?

- A. $\frac{1000}{3}$ m. B. $\frac{1100}{3}$ m. C. $\frac{1400}{3}$ m. D. 300 m.

Lời giải.

Phương trình vận tốc của vật theo thời gian có dạng (P) : $v(t) = at^2 + bt + c$. Do (P) qua gốc tọa độ nên $c = 0$.

$$\text{Đỉnh (P) là } I(10; 50) \text{ nên } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 10 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -20a \\ b^2 = -200a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 10 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow v(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 10t.$$

Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất là

$$L = \int_0^{10} \left(-\frac{1}{2}t^2 + 10t \right) dt = \left(-\frac{t^3}{6} + 5t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{1000}{3}.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 81. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$.

A. $\frac{11}{3}$.

B. $\frac{13}{3}$.

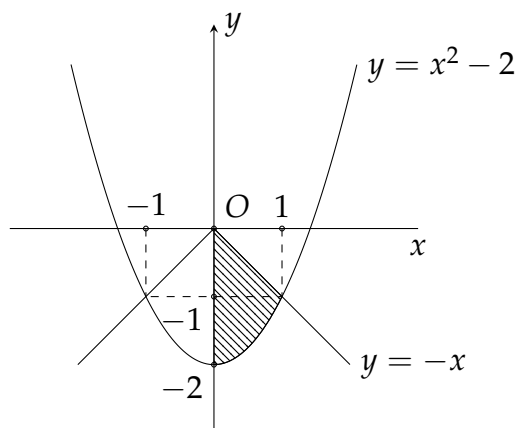
C. 3.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải.

Do các hàm số $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$ là các hàm số chẵn nên hình phẳng tạo thành nhận trục Oy làm trục đối xứng. Với $x \geq 0$, ta có đồ thị $y = x^2 - 2$ cắt đồ thị $y = -x$ tại điểm $(1; -1)$. Do đó diện tích hình phẳng tạo thành là

$$S = 2 \int_0^1 (-x - (x^2 - 2)) dx = \frac{7}{3}.$$



Chọn phương án **D** □

Câu 82. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{34\pi}{3}$.

B. $\frac{31\pi}{3}$.

C. $\frac{32\pi}{3}$.

D. $\frac{35\pi}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{4x - x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Khi đó thể tích cần tính là $V = \pi \int_0^4 (4x - x^2) dx = \frac{32\pi}{3}$.

Chọn phương án **C** □

Câu 83. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 3$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $-\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Khi đó diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \right| = \frac{1}{6}$.

Chọn phương án **D** □

Câu 84. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{2x+3}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.

A. $S = 2 \ln 7$.

B. $S = \frac{1}{2} \ln 7$.

C. $S = \frac{\pi}{6} \ln 7$.

D. $S = \frac{\sqrt{2}}{3} \ln 7$.

Lời giải.

Trên đoạn $[-1; 2]$ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2x+3}$ luôn nằm phía trên trục Ox .

$$S = \int_{-1}^2 \frac{1}{2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln |2x+3| \Big|_{-1}^2 = \frac{1}{2} \ln 7.$$

Chọn phương án (B) □

Câu 85. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{64\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{15}$. C. $\frac{16\pi}{15}$. D. $\frac{21\pi}{15}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\text{Vậy thể tích cần tìm là } V_{(H)} = \pi \int_0^2 |x^4 - 4x^2| dx = \left| \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^2) dx \right| = \frac{64\pi}{15}.$$

Chọn phương án (A) □

Câu 86. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 3$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = 4$.

- A. 4. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$. Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^4 |x^2 - 4x + 3| dx = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx + \int_3^4 (x^2 - 4x + 3) dx \\ &= \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 + \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right) \Big|_3^4 = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = 4. \end{aligned}$$

Chọn phương án (A) □

Câu 87. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$.

- A. $\frac{\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{3\pi}{10}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = 0, x = 1$.

$$\text{Thể tích cần tính là } V = \pi \int_0^1 |x^4 - x| dx = \pi \int_0^1 (x - x^4) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1 = \frac{3\pi}{10}.$$

Chọn phương án (D) □

Câu 88. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị của các hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ và trục tung. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh Ox .

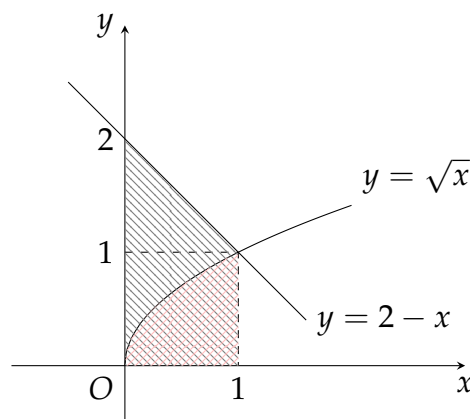
- A. $V = \frac{5}{6}$. B. $V = \frac{11}{6}\pi$. C. $V = \frac{11}{6}$. D. $V = \frac{5}{6}\pi$.

Lời giải.

Gọi (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2 - x$, Oy , Ox và $x = 1$; (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, Oy , Ox và $x = 1$. Gọi V_1, V_2 tương ứng là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $(H_1), (H_2)$ quanh Ox . Khi đó, dễ thấy, $V = V_1 - V_2$.

Ta tính được $V_1 = \pi \int_0^1 (2-x)^2 dx = \frac{7}{3}\pi$, $V_2 = \pi \int_0^1 x dx = \frac{1}{2}\pi$.

Vậy, $V = V_1 - V_2 = \frac{11}{6}\pi$.



Chọn phương án **B** □

Câu 89. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = -x^2 - 2x$.

A. $S = 9$.

B. $S = -99$.

C. $S = 3$.

D. $S = 9\pi$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x^2 - 4 = -x^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$. Phương trình này có hai nghiệm là 1 và -2. Do đó, diện tích cần tính là

$$S = \int_{-2}^1 |x^2 - 4 - (-x^2 - 2x)| dx = \left| \int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx \right| = \left| \left(\frac{2}{3}x^3 + x^2 - 4x \right) \Big|_{-2}^1 \right| = 9.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 90. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V = 2\sqrt{3}$.

B. $V = 2\sqrt{3}\pi$.

C. $V = \frac{3}{2}\pi$.

D. $V = \frac{3}{2}\pi^2$.

Lời giải.

Thể tích V được tính theo công thức $V = \int_0^\pi \frac{\sqrt{3}}{4} (2\sqrt{\sin x})^2 dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}$.

Chọn phương án **A** □

Câu 91.

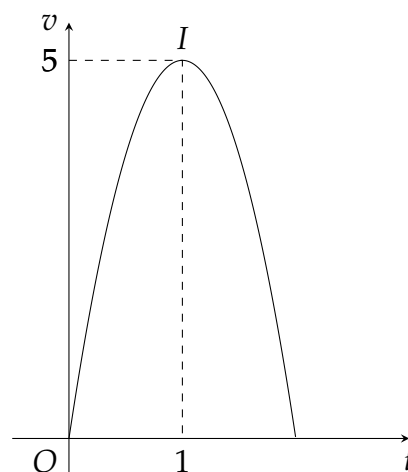
Một người chạy bộ trong 2 giờ, với vận tốc $v = v(t)$ (t tính theo giờ, v tính theo km/h). Biết rằng đồ thị của $v = v(t)$ là một parabol có trục đối xứng song song với trục tung và có đỉnh là điểm $I(1;5)$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính quãng đường người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút đầu tiên kể từ lúc chạy (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 2,11 km.

B. 6,67 km.

C. 5,63 km.

D. 3,33 km.



Lời giải.

Ta có $v(0) = 0$, cùng với giả thiết về đồ thị của $v(t)$, ta suy ra phương trình của $v(t)$ theo t là

$v(t) = -5(t-1)^2 + 5$. Do đó, $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$ hoặc $t = 2$. Quãng đường người đó chạy được là

$$s = \int_0^{15} v(t) dt = \int_0^{15} (-5(t-1)^2 + 5) dt = 5,625 \text{ km.}$$

Chọn phương án **C** □

Câu 92. Một vật bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 (m/s), sau 6 giây chuyển động thì phát hiện có chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{2}t + a$ (m/s) cho đến lúc dừng hẳn. Tìm v_0 , biết trong toàn bộ quá trình, vật di chuyển được 80 m.

- A. $v_0 = 10$ m/s. B. $v_0 = 5$ m/s. C. $v_0 = 12$ m/s. D. $v_0 = 8$ m/s.

Lời giải.

Do $v(6) = v_0$ nên $a = v_0 + 15$. Suy ra $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2a}{5} = \frac{2v_0 + 30}{5}$. Quãng đường vật di chuyển được trong toàn bộ quá trình là

$$S = 6v_0 + \int_6^{\frac{2v_0+30}{5}} v(t) dt = 6v_0 + \int_6^{\frac{2v_0+30}{5}} \left(-\frac{5}{2}t + v_0 + 15\right) dt = 6v_0 + \frac{v_0^2}{5}.$$

Giải phương trình $6v_0 + \frac{v_0^2}{5} = 80$, ta suy ra $v_0 = 10$ m/s ($v_0 > 0$).

Chọn phương án **A** □

Câu 93. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2$ và tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 .

- A. $S = \frac{5}{4}$. B. $S = \frac{81}{4}$. C. $S = 108$. D. $S = \frac{43}{2}$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 6x$, $y'(-1) = 9$. Suy ra các tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là $d: y = 9x + 5$. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là $x^3 - 3x^2 = 9x + 5 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-5) =$

$0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 5$. Diện tích cần tính là $S = \int_{-1}^5 |x^3 - 3x^2 - 9x - 5| dx = 108$.

Chọn phương án **C** □

Câu 94. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^{\frac{x}{2}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

- A. $V = \pi(e-2)$. B. $V = e-2$. C. $V = \frac{9\pi}{4}$. D. $V = \pi^2 e$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay cần tìm là $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$. Ta có

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 x^2 e^x dx = \pi \int_0^1 x^2 d(e^x) = \pi x^2 e^x \Big|_0^1 - \pi \int_0^1 2xe^x dx \\ &= \pi e - 2\pi \int_0^1 x d(e^x) = \pi e - 2\pi x e^x \Big|_0^1 + 2\pi \int_0^1 e^x dx \\ &= \pi e - 2\pi e + 2\pi e^x \Big|_0^1 = -\pi e + 2\pi e - 2\pi = \pi e - 2\pi. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 95. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ xung quanh trục Ox là

- A. $V = 2\pi$. B. $V = 2\pi^2$. C. $V = \frac{\pi}{2}$. D. $V = \frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ cần tìm là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx = \pi \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} \, dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2x) \, dx \\ &= \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 96. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 1$, đường thẳng $x = 2$, trục tung và trục hoành là

- A. $S = \frac{9}{2}$. B. $S = 4$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{7}{2}$.

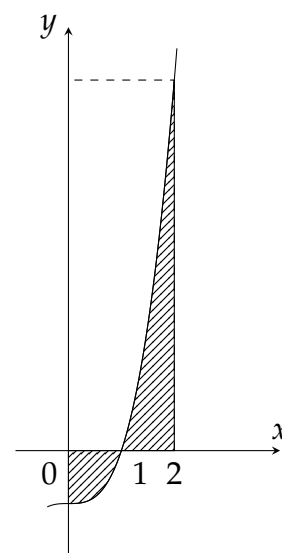
Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị (C): $y = x^3 - 1$ và trục hoành

$$x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 |x^3 - 1| \, dx + \int_1^2 |x^3 - 1| \, dx \\ &= \int_0^1 (1 - x^3) \, dx + \int_1^2 (x^3 - 1) \, dx \\ &= \left(x - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^4}{4} - x \right) \Big|_1^2 \\ &= \frac{3}{4} + \frac{11}{4} = \frac{7}{2}. \end{aligned}$$



Chọn phương án **(D)**

□

Câu 97. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$ là

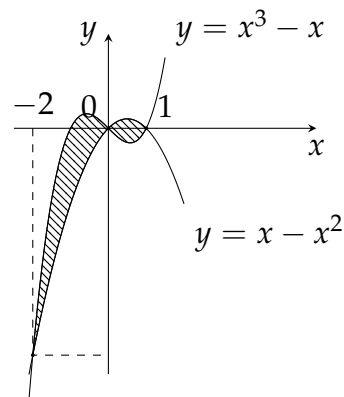
- A. $S = \frac{9}{4}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = \frac{7}{3}$. D. $S = \frac{37}{12}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$$x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 [(x^3 - x) - (x - x^2)] dx + \int_0^1 [(x - x^2) - (x^3 - x)] dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 + \left(-\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 \right) \Big|_0^1 = \frac{37}{12}. \end{aligned}$$



Chọn phương án **(D)**

Câu 98. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 4$ là

A. $S = 22$.

B. $S = 36$.

C. $S = 44$.

D. $S = 8$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị $y = x^3 - 4x$ và trục hoành

$$x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Vậy

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx + \int_2^4 |x^3 - 4x| dx \\ &= \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_2^4 (x^3 - 4x) dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_2^4 \right| = 44. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 99. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 1$, $y = 0$ và $x = 4$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $V = \frac{2\pi}{3}$.

B. $V = \frac{7\pi}{6}$.

C. $V = \frac{5\pi}{6}$.

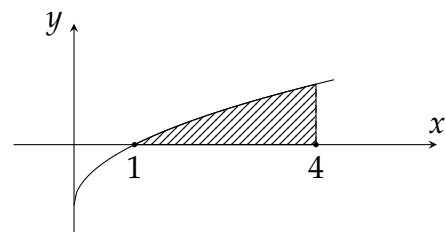
D. $V = \frac{7}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị (C): $y = \sqrt{x} - 1$ và trục hoành: $\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích cần tìm

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^4 (\sqrt{x} - 1)^2 dx = \pi \int_1^4 (x + 1 - 2\sqrt{x}) dx \\ &= \pi \left(\frac{x^2}{2} + x - \frac{4}{3}x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_1^4 = \frac{7\pi}{6}. \end{aligned}$$



Chọn phương án **(B)**

Câu 100. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

$$\text{A. } S = 2 \int_0^1 |1 - x^2| dx.$$

$$\text{B. } S = 2 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx.$$

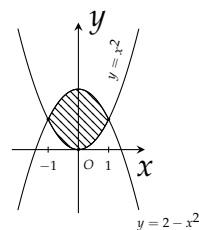
$$\text{C. } S = 2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx.$$

$$\text{D. } S = 2 \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx.$$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$ là

$$x^2 = 2 - x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1. \end{cases}$$



Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-1}^1 |2 - x^2 - x^2| dx = 2 \int_{-1}^1 |1 - x^2| dx = 2 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx.$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 101.

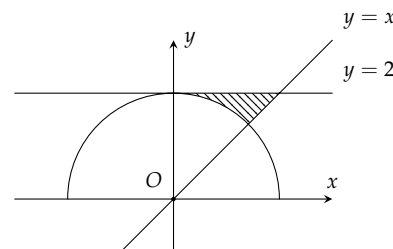
Cho hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = 2$, $y = x$ có diện tích là $S = a + b \cdot \pi$ (tham khảo hình vẽ bên). Kết quả nào sau đây là đúng?

$$\text{A. } a + b < 1.$$

$$\text{B. } a + 2b = 3.$$

$$\text{C. } a^2 + 4b^2 \geq 5.$$

$$\text{D. } a > 1, b > 1.$$



Lời giải.

Các phương trình hoành độ giao điểm là

$$\bullet \sqrt{4 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

$$\bullet \sqrt{4 - x^2} = 2 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\bullet x = 2.$$

Diện tích cần tính là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\sqrt{2}} (2 - \sqrt{4 - x^2}) dx + \int_{\sqrt{2}}^2 (2 - x) dx = \int_0^{\sqrt{2}} 2 dx + \int_{\sqrt{2}}^2 (2 - x) dx - \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4 - x^2} dx \\ &= (2x) \Big|_0^{\sqrt{2}} + \left(2x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_{\sqrt{2}}^2 - \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4 - x^2} dx \\ &= 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} - \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4 - x^2} dx = 3 - \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4 - x^2} dx. \end{aligned}$$

Đặt $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

$$\text{Ta có } \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4 - x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{4 - 4 \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 4 \cos^2 t dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2(1 + \cos 2t) dt$$

$$= 2 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2} + 1.$$

$$\text{Vậy } S = 3 - \frac{\pi}{2} - 1 = 2 - \frac{1}{2} \cdot \pi.$$

Theo kí hiệu của bài toán ta suy ra $a = 2, b = -\frac{1}{2}$. Do đó mệnh đề đúng là $a^2 + 4b^2 \geq 5$.

Chọn phương án **C** □

Câu 102. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x(2017 + \sqrt{2019 - x^2})$ trên tập xác định của nó. Tính $M - m$.

A. $\sqrt{2019} + \sqrt{2017}$.

B. $2019\sqrt{2019} + 2017\sqrt{2017}$.

C. 4036.

D. $4036\sqrt{2018}$.

Lời giải.

Tập xác định là $\mathcal{D} = [-\sqrt{2019}; \sqrt{2019}]$.

Ta có

$$\begin{aligned} y' &= 2017 + \sqrt{2019 - x^2} - \frac{x}{\sqrt{2019 - x^2}} \cdot x \\ &= 2017 + \frac{2019 - 2x^2}{\sqrt{2019 - x^2}} \\ &= \frac{2017 \cdot \sqrt{2019 - x^2} + 2019 - 2x^2}{\sqrt{2019 - x^2}}. \end{aligned}$$

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 2017 \cdot \sqrt{2019 - x^2} + 2019 - 2x^2 = 0$.

Đặt $t = \sqrt{2019 - x^2} > 0$. Khi đó $2017t + 2t^2 - 2019 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (\text{thỏa mãn}) \\ t = -\frac{2019}{2} & (\text{loại}) \end{cases}$.

Với $t = 1 \Rightarrow \sqrt{2019 - x^2} = 1 \Leftrightarrow 2019 - x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2018}$ (thỏa mãn).

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{2019}$	$-\sqrt{2018}$	$\sqrt{2018}$	$\sqrt{2019}$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-2017\sqrt{2019}$			$2018\sqrt{2018}$			
			$-2018\sqrt{2018}$			$2017\sqrt{2019}$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $M = 2018\sqrt{2018}, m = -2018\sqrt{2018} \Rightarrow M - m = 4036\sqrt{2018}$.

Chọn phương án **D** □

Câu 103.

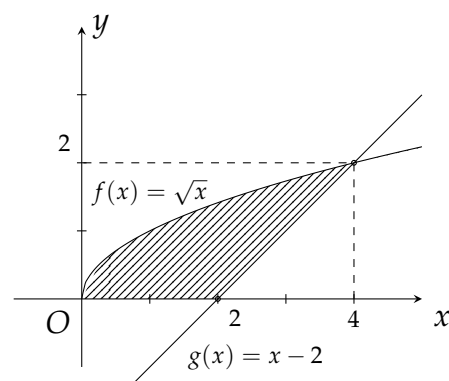
Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau.

A. $S = \frac{8}{3}$.

B. $S = \frac{11}{3}$.

C. $S = \frac{10}{3}$.

D. $S = \frac{7}{3}$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ, ta có

$$S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^2 + \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_2^4 = \frac{10}{3}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 104. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là phân số tối giản. Khi đó $a + b$ bằng

A. 66.

B. 33.

C. 67.

D. 62.

Lời giải.

• Ta có $8x = x \Leftrightarrow x = 0$.

• $8x = x^3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\sqrt{2}. \end{cases}$

• $x^3 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 |8x - x| dx + \int_1^{2\sqrt{2}} |8x - x^3| dx \\ &= \int_0^1 (8x - x) dx + \int_1^{2\sqrt{2}} (8x - x^3) dx \\ &= \frac{7}{2} x^2 \Big|_0^1 + \left(4x^2 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_1^{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{63}{4}. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 63$ và $b = 4$ nên $a + b = 67$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 105. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $x = y^2$ và đường thẳng $x = a$ với $a > 0$. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của vật thể trong xoay được sinh ra khi quay hình (H) quanh trục hoành và trục tung. Kí hiệu ΔV là giá trị lớn nhất của $V_1 - \frac{V_2}{8}$ đạt được khi $a = a_0 > 0$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $5\Delta V = 2\pi a_0$.

B. $5\Delta V = 4\pi a_0$.

C. $4\Delta V = 5\pi a_0$.

D. $2\Delta V = 5\pi a_0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_1 = \pi \int_0^a x dx = \frac{\pi a^2}{2}; V_2 = 2\pi \int_0^{\sqrt{a}} (a^2 - y^4) dy = \frac{8\pi a^2 \sqrt{a}}{5}; V_1 - \frac{V_2}{8} = \frac{\pi}{10} a^2 (5 - 2\sqrt{a}).$$

Do đó $\Delta V \leq \frac{\pi}{20} \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a} + \sqrt{a} + 10 - 4\sqrt{a}}{5} \right)^5 = \frac{32\pi}{20} = \frac{8\pi}{5}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = a_0 = 4 \Rightarrow 5\Delta V = 2\pi a_0$.

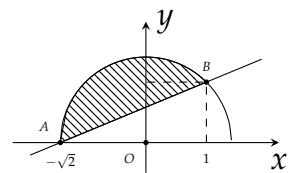
Chọn phương án **A**

□

Câu 106.

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn $y = \sqrt{2-x^2}$, đường thẳng AB biết $A(-\sqrt{2}; 0)$, $B(1; 1)$ (phần tô đậm như hình vẽ).

- A. $\frac{\pi + \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{3\pi + 2\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\pi - 2\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{3\pi - 2\sqrt{2}}{4}$.



Lời giải.

Phương trình đường thẳng $d: \frac{x + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{y}{1} \Rightarrow d: y = \frac{1}{1 + \sqrt{2}}(x + \sqrt{2})$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{2}}^1 \left[\sqrt{2-x^2} - \frac{1}{1+\sqrt{2}}(x + \sqrt{2}) \right] dx \\ &= \int_{-\sqrt{2}}^1 \sqrt{2-x^2} dx - \frac{1}{1+\sqrt{2}} \left(\frac{x^2}{2} + \sqrt{2}x \right) \Big|_{-\sqrt{2}}^1 \\ &= I - \frac{1+\sqrt{2}}{2}. \text{ Trong đó } I = \int_{-\sqrt{2}}^1 \sqrt{2-x^2} dx. \end{aligned}$$

Tính $I = \int_{-\sqrt{2}}^1 \sqrt{2-x^2} dx$.

Đặt $x = \sqrt{2} \sin t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \sqrt{2} \cos t dt$.

Đổi cận $x = -\sqrt{2} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}$, $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

Do đó $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} 2|\cos t| \cdot \cos t dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{3\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

Do đó, $S = \frac{3\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

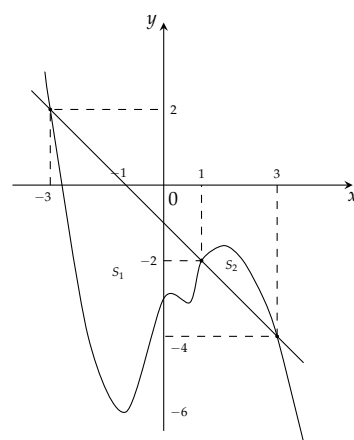
Chọn phương án **D**.

Câu 107.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ với

đường thẳng $y = -x - 1$ lần lượt là M, m . Tính tích phân $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

- A. $6 + m - M$. B. $6 - m - M$. C. $M - m + 6$. D. $m - M - 6$.



Lời giải.

Tính diện tích S_1 . Ta có

$$S_1 = \int_{-3}^1 [-x - 1 - f(x)] dx = M \Leftrightarrow \int_{-3}^1 f(x) dx = -M - \int_{-3}^1 (x + 1) dx.$$

Tính diện tích S_2 . Ta có

$$S_2 = \int_1^3 [f(x) + x + 1] dx = m \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = m - \int_1^3 (x + 1) dx.$$

Do đó

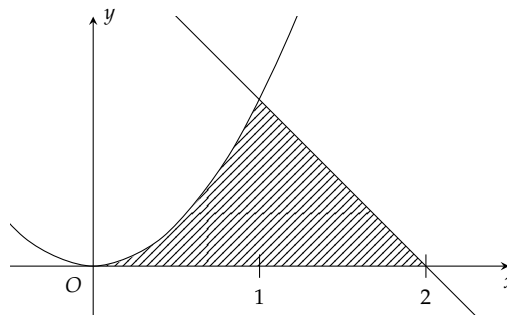
$$\int_{-3}^3 f(x) dx = m - M - \int_{-3}^3 (x + 1) dx = m - M - 6.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 108. Tính diện tích hình phẳng tạo thành bởi parabol $y = x^2$, đường thẳng $y = -x + 2$ và trục hoành trên đoạn $[0; 2]$ (phần gạch sọc trong hình vẽ).

A. $\frac{3}{5}$.
C. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.
D. $\frac{7}{6}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có:

Parabol $y = x^2$ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ 0.

Parabol $y = x^2$ cắt đường thẳng $y = -x + 2$ tại điểm có hoành độ 1.

Đường thẳng $y = -x + 2$ cắt trục Ox tại điểm có hoành độ 2.

Diện tích hình phẳng đã cho là $S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (-x + 2) dx = \frac{5}{6}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 109. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$ và $y = \sqrt{x}$ quay quanh trục hoành. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $V = \frac{\pi}{6}$.

B. $V = \frac{\pi}{2}$.

C. $V = \pi$.

D. $V = 0$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay là

$$V = \pi \int_0^1 |x^2 - x| dx = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{\pi}{6}.$$

Chọn phương án **(A)** □

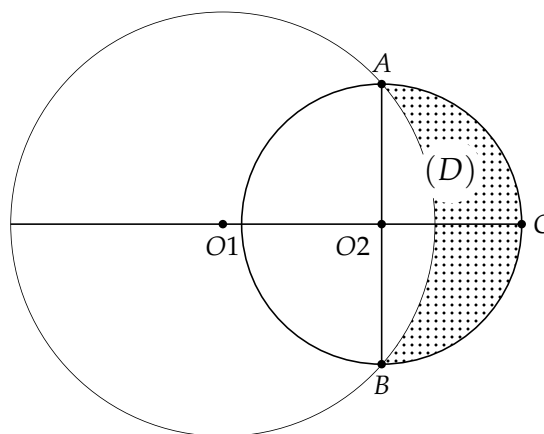
Câu 110. Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = 36\pi$.

B. $V = \frac{68\pi}{3}$.

C. $V = \frac{14\pi}{3}$.

D. $V = \frac{40\pi}{3}$.



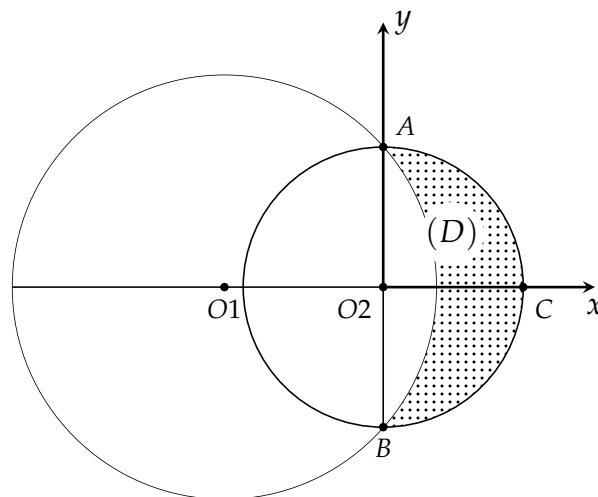
Lời giải.

Chọn hệ tọa độ Oxy với $O_2 \equiv O$, $O_2C \equiv Ox$, $O_2A \equiv Oy$.

$$\text{Cạnh } O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow$$

$$(O_1): (x+4)^2 + y^2 = 25.$$

$$\text{Phương trình đường tròn } (O_2): x^2 + y^2 = 9.$$



Kí hiệu (H_1) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{25 - (x+4)^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 1$.

Kí hiệu (H_2) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục Ox , $x = 0$, $x = 3$.

Khi đó thể tích V cần tính chính bằng thể tích V_2 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_2) xung quanh trục Ox trừ đi thể tích V_1 của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H_1) xung quanh trục Ox .

$$\text{Ta có } V_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 3^3 = 18\pi.$$

$$\text{Lại có } V_1 = \pi \int_0^1 y^2 dx = \pi \int_0^1 [25 - (x+4)^2] dx = \pi \left[25x - \frac{(x+4)^3}{3} \right] \Big|_0^1 = \frac{14\pi}{3}.$$

$$\text{Do đó } V = V_2 - V_1 = 18\pi - \frac{14\pi}{3} = \frac{40\pi}{3}.$$

Chọn phương án **D**

Câu 111. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của 2 hàm số $y = |x^2 - 4|$ và $y = \frac{x^2}{2} + 4$ là

A. $S = \frac{32}{3}$.

B. $S = 16$.

C. $S = \frac{64}{3}$.

D. $S = 8$.

Lời giải.

$$|x^2 - 4| = \frac{x^2}{2} + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 - 4 = \frac{x^2}{2} + 4 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ -(x^2 - 4) = \frac{x^2}{2} + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ x^2 = 16 \end{cases} \vee \begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ 3x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \\ x = 0. \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-4}^0 \left| x^2 - 4 - \left(\frac{x^2}{2} + 4 \right) \right| dx + \int_0^4 \left| x^2 - 4 - \left(\frac{x^2}{2} + 4 \right) \right| dx \\
 &= \left| \int_{-4}^{-2} \left(\frac{x^2}{2} - 8 \right) dx \right| + \left| \int_{-2}^0 \frac{-3x^2}{2} dx \right| + \left| \int_0^2 \frac{-3x^2}{2} dx \right| + \left| \int_2^4 \left(\frac{x^2}{2} - 8 \right) dx \right| \\
 &= \left| \left(\frac{x^3}{6} - 8x \right) \Big|_{-4}^{-2} \right| + \left| \frac{-x^3}{2} \Big|_{-2}^0 \right| + \left| \frac{-x^3}{2} \Big|_0^2 \right| + \left| \left(\frac{x^3}{6} - 8x \right) \Big|_2^4 \right| \\
 &= \frac{20}{3} + 4 + 4 + \frac{20}{3} \\
 &= \frac{64}{3}.
 \end{aligned}$$

Chọn phương án **C** □

Câu 112. Một vật chuyển động thẳng có vận tốc và gia tốc tại thời điểm t lần lượt là $v(t)$ m/s và $a(t)$ m/s². Biết rằng 1 giây sau khi chuyển động, vận tốc của vật là 1 m/s đồng thời $a(t) + v^2(t) \cdot (2t - 1) = 0$. Tính vận tốc của vật sau 3 giây.

- A. $v(3) = \frac{1}{13}$ m/s. B. $v(3) = \frac{1}{7}$ m/s. C. $v(3) = \frac{1}{12}$ m/s. D. $v(3) = \frac{1}{6}$ m/s.

Lời giải.

Ta có $a(t) + v^2(t)(2t - 1) = 0 \Leftrightarrow \frac{a(t)}{v^2(t)} = 1 - 2t \Leftrightarrow \left(\frac{1}{v(t)} \right)' = 2t - 1$.

$\Rightarrow \frac{1}{v(t)} = t^2 - t + C$.

Mà $v(1) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow v(t) = \frac{1}{t^2 - t + 1} \Rightarrow v(3) = \frac{1}{7}$ (m/s).

Chọn phương án **B** □

Câu 113. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m - \frac{1}{3}$ có đồ thị (C). Biết $m = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $(a; b) = 1$ và $m \in \left(0; \frac{5}{6}\right)$ sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và các đường thẳng $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ có diện tích bằng 4. Tính $P = 2a^2 + b^2$.

- A. 18. B. 8. C. 6. D. 12.

Lời giải.

Xét phương trình $\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m - \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\frac{1}{3}x^3 - 2x - \frac{1}{3}}{2 - x^2}$ (do $x = \pm\sqrt{2}$ không phải là nghiệm của phương trình).

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x - \frac{1}{3}$.

$f'(x) = x^2 - 2 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$. Ta có bảng biến thiên sau

x	0	$\sqrt{2}$	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{4\sqrt{2}+1}{3}$	$-\frac{5}{3}$

Để thấy với $x > \sqrt{2}$ thì $2 - x^2 < 0$ mà $\frac{1}{3}x^3 - 2x - \frac{1}{3} < 0$ nên $\frac{\frac{1}{3}x^3 - 2x - \frac{1}{3}}{2 - x^2} < 0$ nên phương trình vô nghiệm.

Với $x > \sqrt{2}$ thì $m = \frac{\frac{1}{3}x^3 - 2x - \frac{1}{3}}{2 - x^2} > \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x - \frac{1}{3} \right) \geq \frac{5}{6}$.

Như vậy phương trình $m = \frac{\frac{1}{3}x^3 - 2x - \frac{1}{3}}{2 - x^2}$ vô nghiệm với $m \in \left(0; \frac{5}{6}\right)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và các đường thẳng $x = 0, x = 2, y = 0$ là

$$\begin{aligned} V &= \int_0^2 \left(-\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 2x + 2m + \frac{1}{3} \right) dx \\ &= \left(-\frac{1}{12}x^4 - \frac{mx^3}{3} + x^2 + 2mx + \frac{1}{3}x \right) \Big|_0^2 \\ &= \frac{10}{3} + \frac{4m}{3} = 4 \\ \Rightarrow m &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

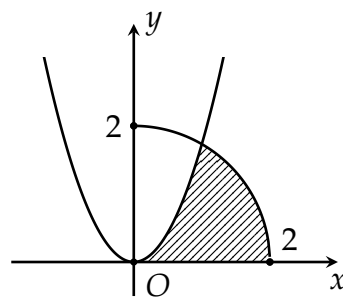
Nên $a = 1, b = 2$ và $P = 2a^2 + b^2 = 6$.

Chọn phương án **C**

Câu 114.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng $S = \frac{a\pi - \sqrt{b}}{c}$, ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + b + c$.

- A. 7. B. 13. C. 11. D. 12.



Lời giải.

- Ta có $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow 3x^4 = 4 - x^2 \Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -4 \end{cases} \Rightarrow x = 1 \in [0; 2]$.

- Diện tích của (H) được tính theo công thức

$$S = \int_0^2 |\sqrt{3}x^2| dx + \int_1^2 |\sqrt{4 - x^2}| dx = \int_0^1 \sqrt{3}x dx + \int_1^2 \sqrt{4 - x^2} dx.$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx = \frac{\sqrt{3}x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Tính

$$\begin{aligned}
 I_2 &= \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx \\
 &= \int_{\frac{\pi}{3}}^0 \sqrt{4-(2\cos t)^2} d(2\cos t) = -4 \int_{\frac{\pi}{3}}^0 |\sin t| \sin t dt \\
 &= 4 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1-\cos 2t}{2} dt \\
 &= 2 \left(t - \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}.
 \end{aligned}$$

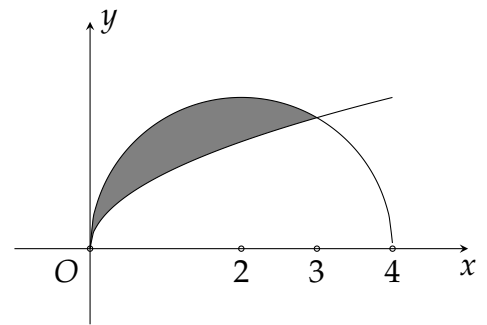
$$\text{Vậy } S = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6} \Rightarrow a = 4, b = 3, c = 6 \Rightarrow a + b + c = 13.$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 115.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x}$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4x - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 4$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



- A. $\frac{4\pi + 15\sqrt{3}}{24}$.
 B. $\frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{6}$.
 C. $\frac{10\pi - 9\sqrt{3}}{6}$.
 D. $\frac{10\pi - 15\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Với } 0 \leq x \leq 4 \text{ thì } \sqrt{4x - x^2} = \sqrt{x} \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy diện tích cần tính là

$$S = \int_0^3 (\sqrt{4x - x^2} - \sqrt{x}) dx = \int_0^3 \sqrt{4x - x^2} dx - \int_0^3 \sqrt{x} dx = \int_0^3 \sqrt{4x - x^2} dx - 2\sqrt{3}.$$

Đặt $x - 2 = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$, suy ra

$$\int_0^3 \sqrt{4x - x^2} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} 2\sqrt{1 - \sin^2 t} \cos t dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} 2(1 + \cos 2t) dt = (2t + \sin 2t) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{6} - 2\sqrt{3} = \frac{8\pi - 9\sqrt{3}}{6}.$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 116. Một ô tô đang chạy với vận tốc v_0 m/s thì gặp chướng ngại vật nên người lái xe đã đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a(t) = -8t$ m/s² trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được 12 m. Tính v_0 .

- A. $\sqrt[3]{1269}$ m/s. B. $\sqrt[3]{36}$ m/s. C. 12 m/s. D. 16 m/s.

Lời giải.

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = -4t^2 + C.$$

• Tại thời điểm $t = 0$, ta có $v_0 = C$.

• Tại thời điểm ô tô dừng hẳn $t = t_1$ ta có $v(t_1) = 0 \Leftrightarrow -4t_1^2 + C = 0 \Leftrightarrow t_1 = \frac{\sqrt{C}}{2}$.

Kể từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được 12 m, do đó

$$\begin{aligned} \int_0^{t_1} v(t) dt &= 12 \Leftrightarrow \left(-\frac{4}{3}t^3 + Ct \right) \Big|_0^{t_1} = 12 \\ \Leftrightarrow -\frac{4}{3}t_1^3 + Ct_1 &= 12 \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \cdot \frac{C\sqrt{C}}{8} + \frac{C\sqrt{C}}{2} = 12 \\ \Leftrightarrow C\sqrt{C} &= 36 \Leftrightarrow C = \sqrt[3]{1296}. \end{aligned}$$

Vậy $v_0 = \sqrt[3]{1296}$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 117. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx.$

B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$

C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx.$

D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx.$

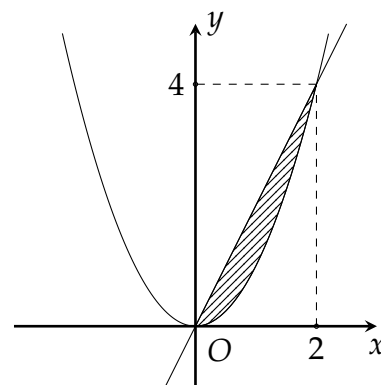
Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ là

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$$



Chọn phương án **(B)**

Câu 118. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y = 2 - x$ với $x \geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V = \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}.$

B. $V = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}.$

C. $V = \frac{1}{2} + \frac{e-1}{e}\pi.$

D. $V = \frac{1}{2} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}.$

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $e^{x-1} = 2 - x \Leftrightarrow e^{x-1} + x - 2 = 0$ (1)

Hàm số $f(x) = e^{x-1} + x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và (1) có nghiệm $x = 1$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Đường thẳng $y = 2 - x$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (e^{x-1})^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx \\ &= \pi \int_0^1 e^{2x-2} dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx \\ &= \frac{1}{2}\pi e^{2x-2} \Big|_0^1 - \frac{1}{3}\pi (2-x)^3 \Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{2}\pi \left(1 - \frac{1}{e^2}\right) + \frac{1}{3}\pi = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 119. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ (P) và các tiếp tuyến kẻ từ điểm $A\left(\frac{3}{2}; -3\right)$ đến đồ thị (P). Tính giá trị của S .

A. $S = 9$.

B. $S = \frac{9}{8}$.

C. $S = \frac{9}{4}$.

D. $S = \frac{9}{2}$.

Lời giải.

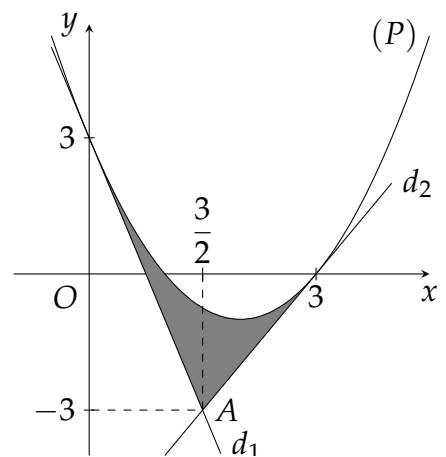
Ta có $y' = f'(x) = 2x - 4$.

Giả sử đường thẳng d tiếp xúc với đồ thị (P) tại điểm $M(x_0; y_0)$, suy ra đường thẳng d có dạng

$$d: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0.$$

Đường thẳng d đi qua điểm A , nên ta có

$$\begin{aligned} (2x_0 - 4) \left(\frac{3}{2} - x_0\right) + x_0^2 - 4x_0 + 3 &= -3 \\ \Leftrightarrow 3x_0 - 6 - 2x_0^2 + 4x_0 + x_0^2 - 4x_0 + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow -x_0^2 + 3x_0 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3. \end{cases} \end{aligned}$$



- Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 3$, suy ra phương trình tiếp tuyến d_1 tại điểm $M_1(0; 3)$ là $y = -4x + 3$.
- Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 0$, suy ra phương trình tiếp tuyến d_2 tại điểm $M_2(3; 0)$ là $y = 2x - 6$.

Từ đó suy ra diện tích hình giới hạn

$$\int_0^{\frac{3}{2}} \left| (x^2 - 4x + 3) - (-4x + 3) \right| dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 \left| (x^2 - 4x + 3) - (2x - 6) \right| dx = \frac{9}{4}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 120. Một ô tô chuyển động thẳng với vận tốc ban đầu bằng 10 m/s và gia tốc $a(t) = -2t + 8$ m/s², trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc chuyển động đến lúc có vận tốc lớn nhất thì xe đi được quãng đường bao nhiêu?

A. $\frac{128}{3}$ m.

B. $\frac{248}{3}$ m.

C. 70 m.

D. 80 m.

Lời giải.

Ta có vận tốc ô tô là $v(t) = \int a(t) dt = \int (-2t + 8) dt = -t^2 + 8t + C$. Vì vận tốc ban đầu là 10 m/s nên ta có $v(t) = -t^2 + 8t + 10 = -(t - 4)^2 + 26 \geq 26$. Vậy vận tốc lớn nhất của ô tô bằng 26 m/s, đạt

được khi $t = 4$. Do đó quãng đường xe đi được kể từ lúc chuyển động đến lúc có vận tốc lớn nhất là:

$$S = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (-t^2 + 8t + 10) dt = \frac{248}{3}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 121. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\ln x}$, $y = 0$ và $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $V = 2\pi \ln 2$. B. $V = 2\pi (\ln 2 - 1)$. C. $V = \pi(2 \ln 2 - 1)$. D. $V = \pi(\ln 2 + 1)$.

Lời giải.

Ta có $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$, suy ra thể tích $V = \pi \int_1^2 \ln x dx = \pi(2 \ln 2 - 1)$.

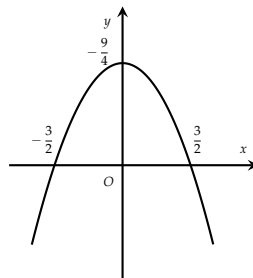
Chọn phương án **(C)** □

Câu 122. Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là

- A. 33750000 đồng. B. 3750000 đồng. C. 12750000 đồng. D. 6750000 đồng.

Lời giải.

Gọi phương trình parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = \frac{9}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } (P) : y = -x^2 + \frac{9}{4}.$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của cửa parabol là:
$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = \frac{9}{2} \text{ (m)}.$$

Số tiền phải trả là $\frac{9}{2} \times 1500000 = 6750000$ (đồng).

Chọn phương án **(D)** □

Câu 123. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\frac{x}{4-x^2}}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình H xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \ln \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{1}{2} \ln \frac{4}{3}$. C. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{\pi}{2} \ln \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{\frac{x}{4-x^2}} = 0 \Rightarrow x = 0$.

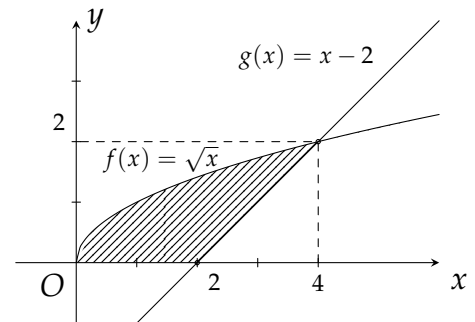
Ta có: $V = \pi \int_0^1 \frac{x}{4-x^2} dx = -\frac{\pi}{2} \int_0^1 \frac{d(4-x^2)}{4-x^2} = -\frac{\pi}{2} \ln|4-x^2| \Big|_0^1 = -\frac{\pi}{2} (\ln 3 - \ln 4) = \frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}$.

Chọn phương án **C** □

Câu 124.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = x - 2$ là

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Diện tích hình phẳng (H) là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 |\sqrt{x} - (x - 2)| dx = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx \\ &= \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_0^2 + \left(\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_2^4 = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **A** □

Câu 125. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 550. B. 400. C. 670. D. 335.

Lời giải.

Quay elip đã cho xung quanh trục hoành chính là quay hình phẳng

$$H = \left\{ y = 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}, y = 0, -5 \leq x \leq 5 \right\}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi H khi quay xung quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_{-5}^5 \left(16 - \frac{16x^2}{25} \right) dx = \pi \left(16x - \frac{16x^3}{75} \right) \Big|_{-5}^5 = \frac{320\pi}{3} \approx 335,1.$$

Chọn phương án **D** □

Câu 126.

Cho hai đường tròn (O_1) và (O_2) có bán kính lần lượt bằng 8 và 10. Hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (phần được tô đậm như hình bên). Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục O_1O_2 .

- A. $\frac{824\pi}{3}$. B. $\frac{97\pi}{3}$. C. $\frac{608\pi}{3}$. D. $\frac{145\pi}{3}$.

Lời giải.

Gán hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Ta có $O_1O_2 = \sqrt{O_2A^2 - O_1A^2} = 6$, suy ra $O_2(-6;0)$.

- $(O_1) : x^2 + y^2 = 64$, suy ra phương trình phần (O_1) nằm phía trên trục hoành là $y = \sqrt{64 - x^2}$.
- $(O_2) : (x + 6)^2 + y^2 = 100$, suy ra phương trình phần (O_2) nằm phía trên trục hoành là $y = \sqrt{100 - (x + 6)^2}$.

Thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^8 (64 - x^2) dx - \pi \int_0^4 [100 - (x + 6)^2] dx = \frac{608\pi}{3}.$$

Chọn phương án **C**

Câu 127.

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6 m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6 m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. 4821232 đồng. B. 8412322 đồng.
C. 8142232 đồng. D. 4821322 đồng.

Lời giải.

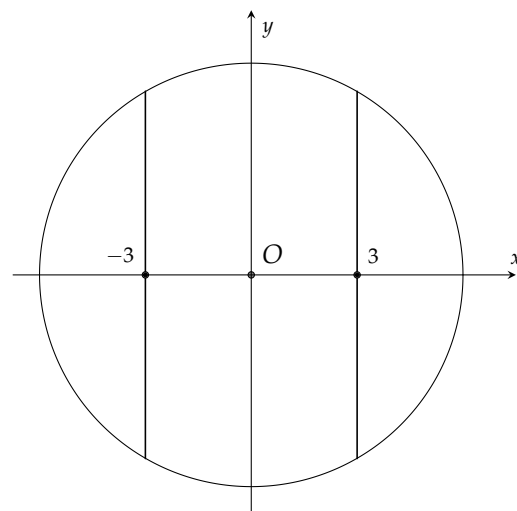
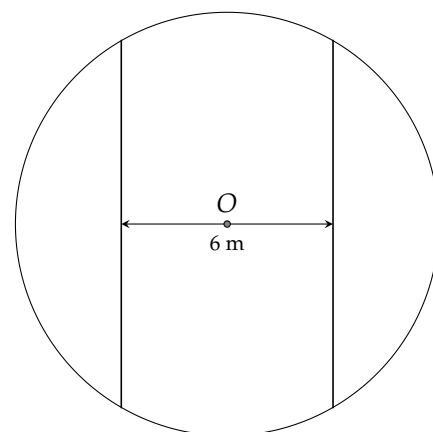
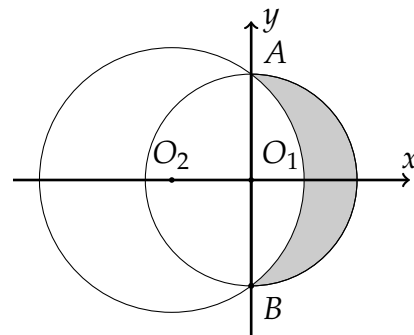
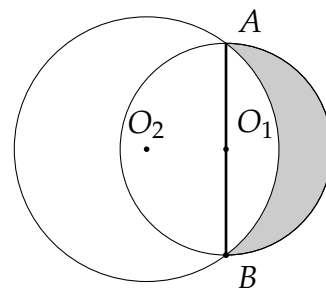
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Ta có phương trình đường tròn (O) là $x^2 + y^2 = 36$. Phần đường tròn phía trên trục Ox có phương trình là $y = f(x) = \sqrt{36 - x^2}$. Diện tích S của mảnh đất bằng 2 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng

$x = -3, x = 3$. Do đó $S = 2 \int_{-3}^3 \sqrt{36 - x^2} dx$. Bằng cách đặt

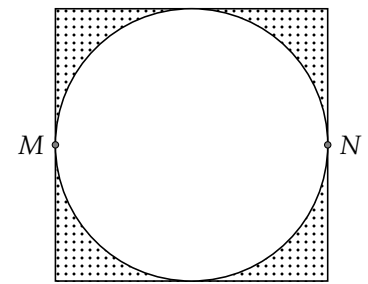
$x = 6 \sin t$, ta tính được $S = 18\sqrt{3} + 12\pi$. Do đó số tiền cần dùng là $70000 \times S \approx 4821322$ đồng.

Chọn phương án **D**

Câu 128.



Cho đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh $3a$ (như hình vẽ bên). Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và hình vuông (phần nằm bên ngoài đường tròn và bên trong hình vuông). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục MN .



- A. $V = \frac{9\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{9\pi a^3}{4}$. C. $V = 9\pi a^3$. D. $V = 27\pi a^3$.

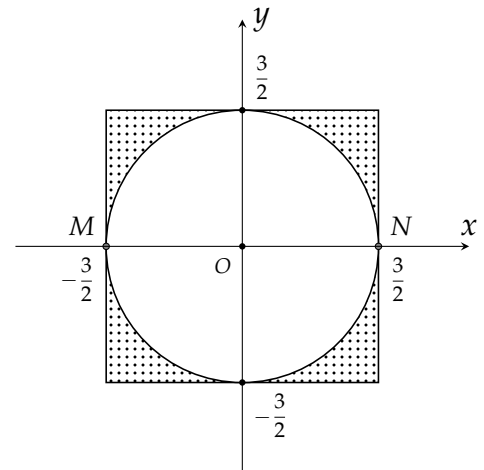
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó, đường tròn tâm O , bán kính $R = \frac{3}{2}$ có phương trình là

$$x^2 + y^2 = \frac{9}{4}.$$

Từ đồ thị suy ra thể tích khối tròn xoay cần tính là

$$V = 2\pi a^3 \int_0^{\frac{3}{2}} \left[\frac{9}{4} - \left(\frac{9}{4} - x^2 \right) \right] dx = \frac{9\pi a^3}{4}.$$



Chọn phương án **B** □

Câu 129. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi parabol $(P) : y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ, bán kính $R = \sqrt{2}$. Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$. B. $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$. C. $\frac{\pi}{2} + 1$. D. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{6}$.

Lời giải.

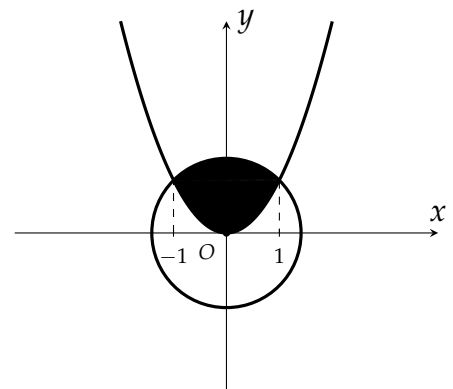
Phương trình đường tròn (C) là $x^2 + y^2 = 2$.

Tọa độ giao điểm của (P) và (C) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1.$$

Từ đồ thị, diện tích hình phẳng (H) là

$$S = 2 \int_0^1 (\sqrt{2-x^2} - x^2) dx = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}.$$

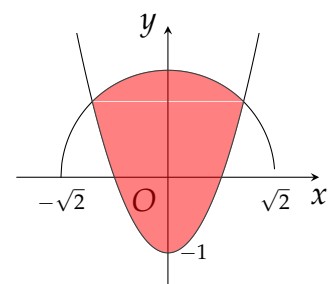


Chọn phương án **B** □

Câu 130.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2-x^2}$ (với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$) (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{3\pi - 2}{6}$. B. $\frac{3\pi + 10}{3}$. C. $\frac{3\pi + 2}{6}$. D. $\frac{3\pi + 10}{6}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2 - 1 = \sqrt{2-x^2} \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính bằng $S = \int_{-1}^1 (\sqrt{2-x^2} - 2x^2 + 1) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx - \int_{-1}^1 (2x^2 - 1) dx$.

Ta có $\int_{-1}^1 (2x^2 - 1) dx = \left(\frac{2x^3}{3} - x \right) \Big|_{-1}^1 = -\frac{2}{3}$.

Đặt $x = \sqrt{2} \sin t \left(t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right)$ suy ra $\sqrt{2-x^2} = \sqrt{2} \cos t$; $dx = d(\sqrt{2} \sin t) = \sqrt{2} \cos t dt$.

Khi $x = -1 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}$; $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

Suy ra $\int_{-1}^1 \sqrt{2-x^2} dx = 2 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} + 1$.

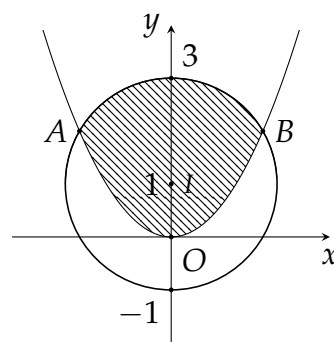
Vậy $S = \frac{\pi}{2} + 1 + \frac{2}{3} = \frac{3\pi + 10}{6}$.

Chọn phương án **D**

Câu 131.

Cho đường tròn (C) có tâm $I(0;1)$ và bán kính bằng $R = 2$, parabol (P): $y = m \cdot x^2$ cắt (C) tại hai điểm A, B có tung độ bằng 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần gạch sọc ở hình vẽ) có kết quả gần đúng bằng số nào sau đây?

- A. 7,0755. B. 7,0756. C. 5,4908. D. 11,6943.



Lời giải.

Ta có (C): $x^2 + (y-1)^2 = 4$.

Xét $A(x;2) \in (C)$, ta có $x^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$. Suy ra $A(-\sqrt{3};2)$, $B(\sqrt{3};2)$.

Vì $A \in (P)$ nên ta có $2 = m \cdot 3 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$. Suy ra (P): $y = \frac{2}{3}x^2$.

Từ phương trình của (C), ta có $y = \pm\sqrt{4-x^2} + 1$ nên cung nhỏ $\widehat{AB}$ thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{4-x^2} + 1$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm bằng $S = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left| \sqrt{4-x^2} + 1 - \frac{2}{3}x^2 \right| dx \approx 7,075541545$.

Chọn phương án **A**

Câu 132. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.

Lời giải.

Ta có: $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$

$\Leftrightarrow \log_x 3 + \log_{x^2}^2 3 + \log_{x^3}^3 3 + \dots + \log_{x^n}^n 3 = 190 \cdot \log_x 3$

$\Leftrightarrow \log_x 3 + 2 \cdot \log_x 3 + 3 \cdot \log_x 3 + \dots + n \cdot \log_x 3 = 190 \cdot \log_x 3$

$\Leftrightarrow (1 + 2 + 3 + \dots + n) \log_x 3 = 190 \cdot \log_x 3 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 190 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \text{ (thoả mãn)} \\ n = -20 \text{ (loại)} \end{cases}$

Vậy $P = 2n + 3 = 41$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 133. Gọi V_x và V_y lần lượt là thể tích khối tròn xoay tạo nên bởi phép quay hình elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ ($a < b$) xung quanh trục Ox, Oy . Hỏi khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $V_x < V_y$. B. $V_x > V_y$. C. $V_x = V_y$. D. $V_x \leq V_y$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \\ x^2 = a^2 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) \end{cases}$$

$$V_x = 2\pi \int_0^a y^2 dx = 2\pi b^2 \int_0^a \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) dx = 2\pi b^2 \left(x - \frac{x^3}{3a^2}\right) \Big|_0^a = \frac{4\pi ab^2}{3} = \frac{4\pi ab}{3} b.$$

$$V_y = 2\pi \int_0^b x^2 dy = 2\pi a^2 \int_0^b \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) dy = 2\pi a^2 \left(y - \frac{y^3}{3b^2}\right) \Big|_0^b = \frac{4\pi ba^2}{3} = \frac{4\pi ab}{3} a.$$

Vì $a > b$ nên $V_x > V_y$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 134. Diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = -x + 3$ và $y = 1$ là

- A. $S = \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{2}$. B. $S = \frac{1}{\ln 2} + 3$. C. $S = \frac{1}{\ln 2} + 1$. D. $S = \frac{47}{50}$.

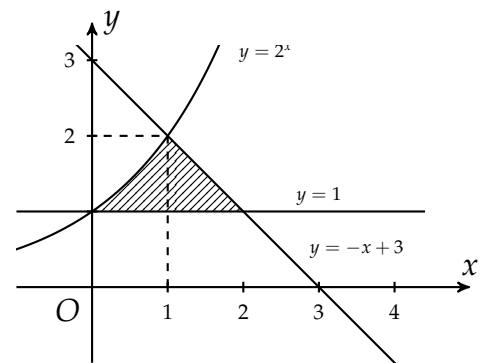
Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của các đường ta có:

$$2^x = -x + 3 \Leftrightarrow x = 1; 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0; -x + 3 = 1 \Leftrightarrow x = 2.$$

Diện tích cần tìm là

$$S = \int_0^1 (2^x - 1) dx + \int_1^2 (-x + 3 - 1) dx = \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{2}.$$



Chọn phương án **(A)** □

Câu 135. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - x$; $y = 2x$ và các đường $x = 1$; $x = -1$ được xác định bởi công thức

A. $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx.$

B. $S = \int_{-1}^0 (3x - x^3) dx + \int_0^1 (x^3 - 3x) dx.$

C. $S = \left| \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx \right|.$

D. $S = \int_{-1}^1 (3x - x^3) dx.$

Lời giải.

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^3 - x$; $y = 2x$ và các đường $x = 1$;

$$x = -1 \text{ là } S = \int_{-1}^1 |(x^3 - x) - (2x)| dx = \int_{-1}^1 |x^3 - 3x| dx.$$

Bảng xét dấu $x^3 - 3x$

x	-1	0	1
$x^3 - 3x$	+	0	-

Do đó dựa vào bảng ta có: $S = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx + \int_0^1 (3x - x^3) dx$.

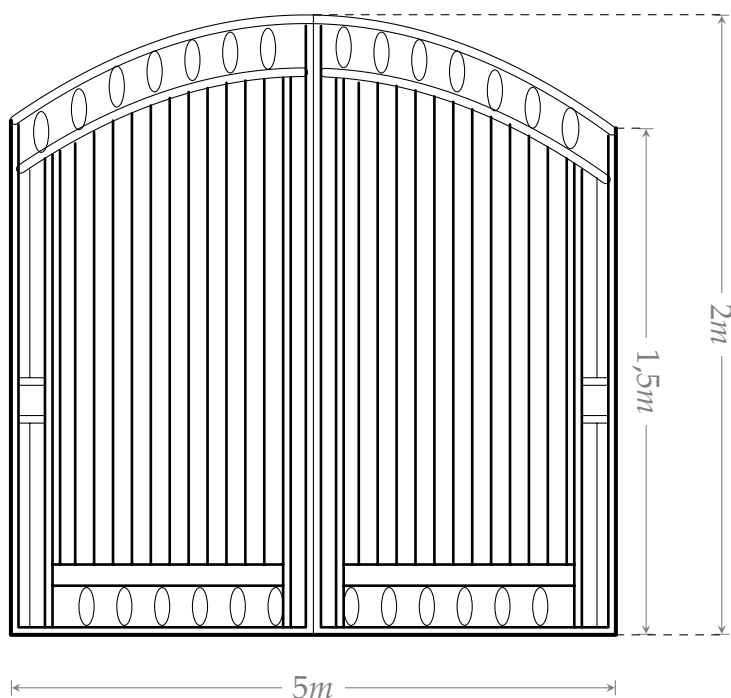
Chọn phương án **A**

□

Câu 136.

Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1m^2$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 6.620.000 đồng. B. 6.320.000 đồng.
C. 6.520.000 đồng. D. 6.417.000 đồng.



Lời giải.

Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Trong đó $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$.

Giả sử đường cong phía trên là một Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$.

Do Parabol đi qua các điểm $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a(-2,5)^2 + b(-2,5) + c = 1,5 \\ a(2,5)^2 + b(2,5) + c = 1,5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{25} \\ b = 0 \\ c = 2. \end{cases}$$

Khi đó phương trình Parabol là $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$.

Diện tích S của cửa rào sắt là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2,5$; $x = 2,5$.

$$\text{Ta có } S = \int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2 \right) dx = \left(-\frac{2}{25} \frac{x^3}{3} + 2x \right) \Big|_{-2,5}^{2,5} = \frac{55}{6}.$$

Vậy ông An phải trả số tiền để làm cái cửa sắt là

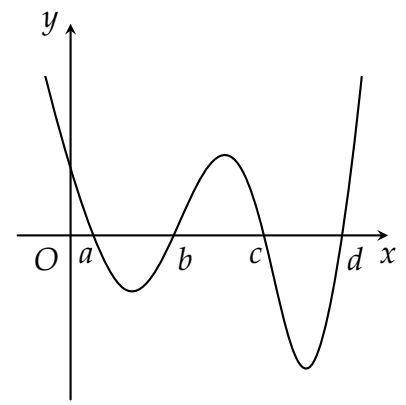
$$S \times 700000 = \frac{55}{6} \times 700000 \approx 6.417.000 \text{ (đồng)}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 137.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (hình sau). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:



- A. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$. B. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.
C. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$. D. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.

Lời giải.

Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f'(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$; $x = b, x = c$; $x = c, x = d$ (như hình vẽ).

Ta có:

$$S_1 < S_2 \Rightarrow \int_a^b [-f'(x)] dx < \int_b^c f'(x) dx \Leftrightarrow [-f(x)] \Big|_a^b < f(x) \Big|_b^c$$

$$\Leftrightarrow -f(b) + f(a) < f(c) - f(b) \Leftrightarrow f(a) < f(c) \quad (1).$$

$$S_2 < S_3 \Rightarrow \int_b^c f'(x) dx < \int_c^d [-f'(x)] dx \Leftrightarrow f(x) \Big|_b^c < [-f(x)] \Big|_c^d$$

$$\Leftrightarrow f(c) - f(b) < -f(d) + f(c) \Leftrightarrow f(b) > f(d) \quad (2).$$

Từ (1) suy ra khẳng định $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$ và $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$ là sai.

Từ (2) suy ra khẳng định $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$ sai. Vậy khẳng định $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$ đúng.

Nhận xét:

- Có thể lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ hoặc sử dụng $S_1 > 0$ để suy ra $f(a) > f(b)$.
- Đề xuất bổ sung phương án nhiễu $f(b) > f(d) > f(c) > f(a)$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 138. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$, $y = 1-x$ và trục Ox . Diện tích S của hình (H) bằng bao nhiêu?

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = \frac{7}{6}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\sqrt{x+1} = 1-x$$

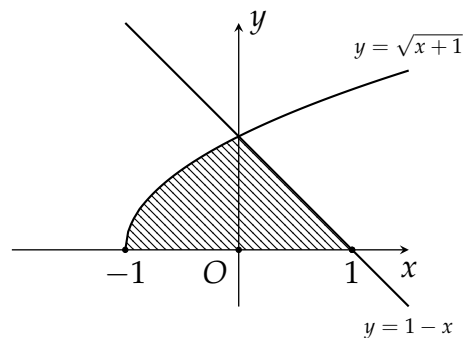
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 1-2x+x^2 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 0.$$

Đồ thị $y = \sqrt{x+1}$ cắt Ox tại điểm $x = -1$ và đồ thị $y = 1 - x$ cắt Ox tại $x = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Vậy } S &= \int_{-1}^0 \sqrt{x+1} dx + \int_0^1 (1-x) dx \\ &= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{7}{6}. \end{aligned}$$



Chọn phương án **(B)** □

Câu 139. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị của hai hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$. Tính diện tích S của hình (H) .

A. $S = \frac{3}{2}$.

B. $S = -\frac{9}{2}$.

C. $S = \frac{9}{2}$.

D. $S = \frac{7}{6}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\text{Vậy } S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = - \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx = - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x \right) \Big|_{-1}^2 = \frac{9}{2}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 140. Cho parabol $(P) : y = x^2 + 2$ và hai tiếp tuyến của (P) tại các điểm $M(-1;3)$ và $N(2;6)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và hai tiếp tuyến đó bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{13}{4}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. $\frac{21}{4}$.

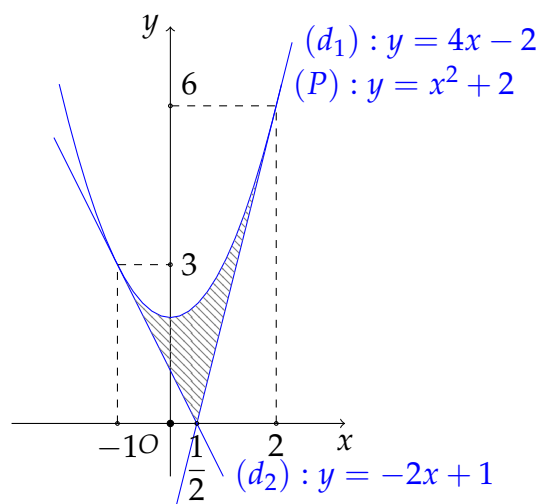
Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $N(2;6)$ là $(d_1) : y = 4x - 2$.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $M(-1;3)$ là $(d_2) : y = -2x + 1$.

(d_1) cắt (d_2) tại điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. Ta có diện tích

$$S = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (x^2 + 2 + 2x - 1) dx + \int_{\frac{1}{2}}^2 (x^2 + 2 - 4x + 2) dx = \frac{7}{4}.$$



Chọn phương án **(C)** □

Câu 141.

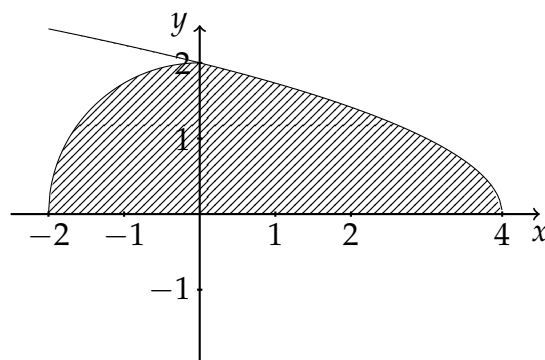
Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ đường tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{40\pi}{3}$.

B. $V = \frac{53\pi}{6}$.

C. $V = \frac{67\pi}{6}$.

D. $V = \frac{77\pi}{6}$.



Lời giải.

Phần đường tròn có phương trình hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$, nên thể tích khi quay hình giới hạn quanh trục Ox là

$$\pi \int_{-2}^0 (4 - x^2) dx + \pi \int_0^4 (4 - x) dx = \frac{40\pi}{3}.$$

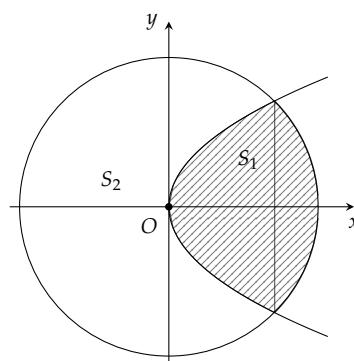
Chọn phương án **A**

□

Câu 142.

Biết rằng đường parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (hình vẽ bên). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 13$. B. $S = 14$. C. $S = 15$. D. $S = 16$.



Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$ diện tích $S = 8\pi$.

Xét giao điểm của (P) và (C) là $\begin{cases} y^2 = 2x \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

$$\text{Suy ra } S_1 = 2 \int_0^2 \sqrt{2x} dx + 2 \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx = \frac{4}{3} + 2\pi \Rightarrow S_2 = S - S_1 = 6\pi - \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow S_2 - S_1 = 4\pi - \frac{8}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \\ c = 3. \end{cases}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 143. Tìm a để diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $d: y = x - 1$ và $x = a, x = 2a$ ($a > 1$) bằng $\ln 3$.

- A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = 3$. D. $a = 2$.

Lời giải.

Ta có $\frac{x^2 - 2x}{x - 1} = x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow$ vô nghiệm.

$$\Rightarrow S = \int_a^{2a} \left| \frac{x^2 - 2x}{x - 1} - (x - 1) \right| dx = \int_a^{2a} \left| \frac{-1}{x - 1} \right| dx = \int_a^{2a} \frac{1}{x - 1} dx = \ln(x - 1) \Big|_a^{2a} = \ln \frac{2a - 1}{a - 1} = \ln 3$$
$$\Leftrightarrow \frac{2a - 1}{a - 1} = 3 \Leftrightarrow a = 2.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 144. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $x + y - 2 = 0; y = \sqrt{x}; y = 0$ quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{6\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = 2 - x$; $g(x) = \sqrt{x}$; $h(x) = 0$.

$$\text{Xét } 2 - x = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ (2 - x)^2 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Ta có } (H_1) : \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = 1 \end{cases} \quad \text{và } (H_2) : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ y = 0 \\ x = 1, x = 2 \end{cases}.$$

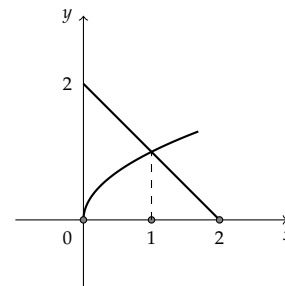
Cho (H_1) , (H_2) quay quanh Ox có thể tích lần lượt là V_1 , V_2 và thể tích cần tìm là $V = V_1 + V_2$.

$$V_1 = \pi \int_0^1 g^2(x) dx = \pi \int_0^1 x dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2}.$$

$$V_2 = \pi \int_1^2 f^2(x) dx = \pi \int_1^2 (2 - x)^2 dx = \int_1^2 (x - 2)^2 d(x - 2) = \pi \cdot \frac{(x - 2)^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}.$$

Chọn phương án **(D)**



Câu 145. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = a$, với $a \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right]$ là $\frac{1}{2}(-3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{3})$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{7}{10}; 1 \right)$. B. $\left(\frac{51}{50}; \frac{11}{10} \right)$. C. $\left(\frac{11}{10}; \frac{3}{2} \right)$. D. $\left(1; \frac{51}{50} \right)$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x$, $y = \cos x$, $x = 0$, $x = a$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^a |\sin x - \cos x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\sin x - \cos x| dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^a |\sin x - \cos x| dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x) dx - \int_{\frac{\pi}{4}}^a (\cos x - \sin x) dx \\ &= 2\sqrt{2} - 1 - \cos a - \sin a. \end{aligned}$$

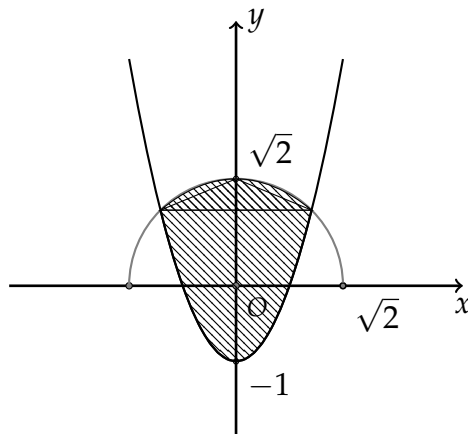
Theo bài ra ta có

$$(-3 + 4\sqrt{2} - \sqrt{3}) = -2 + 4\sqrt{2} - 2\cos a - 2\sin a \Leftrightarrow \sin\left(a + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}} = \sin \frac{5\pi}{12}.$$

$$\Rightarrow a + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12} \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{3} \approx 1,047 \Rightarrow a \in \left(\frac{51}{10}; \frac{11}{10} \right).$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 146. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ với $(-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2})$ (phần tô đậm trong hình vẽ).



Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{3\pi + 2}{6}$.

B. $\frac{3\pi + 10}{3}$.

C. $\frac{3\pi + 10}{6}$.

D. $\frac{3\pi - 2}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = f(x) = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn $y = g(x) = \sqrt{2 - x^2}$ ($-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$) là

$$2x^2 - 1 = \sqrt{2 - x^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \geq 1 \\ 2 - x^2 = 4x^4 - 4x^2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq \frac{1}{2} \\ 4x^4 - 3x^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \vee x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{1}{4} \text{ (vô lý)} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{\sqrt{2}}{2} \vee x \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = 1 \vee x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$S = \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^1 |2x^2 - 1 - \sqrt{2 - x^2}| dx = \int_{-1}^1 (\sqrt{2 - x^2} - 2x^2 + 1) dx$$

$$= \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} dx - 2 \int_{-1}^1 x^2 dx + \int_{-1}^1 1 dx = A - 2B + C$$

Trong đó:

$$\bullet A = \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} dx$$

Đặt $x = \sqrt{2} \sin t \Rightarrow dx = \sqrt{2} \cos t dt$ với $t \in [-\pi; \pi]$

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$; $x = -1 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}$.

$$\text{Khi đó } A = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2 - 2\cos^2 t} \cdot \sqrt{2} \cos t dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2 |\cos t| \cdot \cos t dt$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2 \cdot \left(\frac{\cos 2t + 1}{2} \right) dt$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2t dt + \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 1 dt = \frac{1}{2} \cdot \sin 2t \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} + t \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{\pi}{2} = 1 + \frac{\pi}{2}$$

$$\bullet B = \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}$$

$$\bullet C = \int_{-1}^1 1 dx = 2$$

$$\text{Suy ra } S = A - 2B + C = 1 + \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \frac{2}{3} + 2 = \frac{3\pi + 10}{6}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 147. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^{\frac{1}{2}}e^{\frac{x}{2}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ quanh trục Ox .

A. $V = \pi(e^2 - e)$. B. $V = \pi e^2$. C. $V = \pi(e^2 + e)$. D. $V = \pi e$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích vật thể tròn xoay ta có

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_1^2 x e^x dx = \pi \int_1^2 x de^x \\ &= \pi x e^x \Big|_1^2 - \pi \int_1^2 e^x dx = \pi (2e^2 - e^x \Big|_1^2) = \pi e^2. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 148. Cho một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng là 2 m, chiều dài gấp ba chiều rộng. Người ta chia mảnh vườn bằng cách dùng hai đường parabol, mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua hai mút của cạnh dài đối diện. Tính tỉ số k diện tích phần mảnh vườn nằm ở miền trong hai parabol với diện tích phần đất còn lại?

A. $= \frac{1}{3}$. B. $= \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $= \frac{1}{2}$. D. $= \frac{2 + 3\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải.

Giả sử mảnh vườn được gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên.

Khi đó phương trình hai parabol có đỉnh là trung điểm AB , CD lần lượt là $y = \frac{2}{9}x^2$ và $y = -\frac{2}{9}x^2 + 2$. Xét phương trình

$$\frac{2}{9}x^2 = -\frac{2}{9}x^2 + 2 \Rightarrow x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Miền diện tích giới hạn bởi các parabol (như hình vẽ) có diện tích là

$$S = \int_{-\frac{3\sqrt{2}}{2}}^{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \left| -\frac{2}{9}x^2 + 2 - \frac{2}{9}x^2 \right| dx = \int_{-\frac{3\sqrt{2}}{2}}^{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \left(2 - \frac{4}{9}x^2 \right) dx = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 12 \Leftrightarrow k = \frac{4\sqrt{2}}{12 - 4\sqrt{2}} = \frac{2 + 3\sqrt{2}}{7}.$$

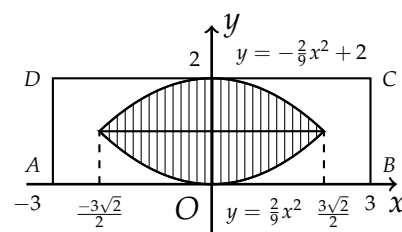
Chọn phương án **(D)** □

Câu 149. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức.

A. $\int_a^b |f(x)| dx$. B. $\pi \int_a^b f(x) dx$. C. $\pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b |f(x)| dx$.

Lời giải.

Chọn phương án **(D)** □



Câu 150. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4;2)$ và trục hoành là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

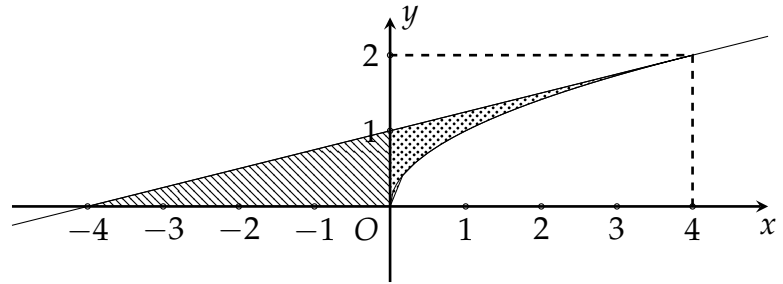
Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(4;2)$ là :

$$y = \frac{1}{2\sqrt{4}}(x - 4) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x + 1.$$



Tiếp tuyến cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là nghiệm: $\frac{1}{4}x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Ta chia miền diện tích giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, Ox và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại điểm $M(4;2)$ thành hai miền S_1 (phần gạch chéo) và S_2 (phần chấm) như ở hình vẽ trên.

$$S_1 = \int_{-4}^0 \left(\frac{1}{4}x + 1 \right) dx = \left(\frac{x^2}{8} + x \right) \Big|_{-4}^0 = 2.$$

$$S_2 = \int_0^4 \left(\frac{1}{4}x + 1 - \sqrt{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{8} + x - \frac{2}{3}\sqrt{x^3} \right) \Big|_0^4 = \frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + S_2 = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 151.

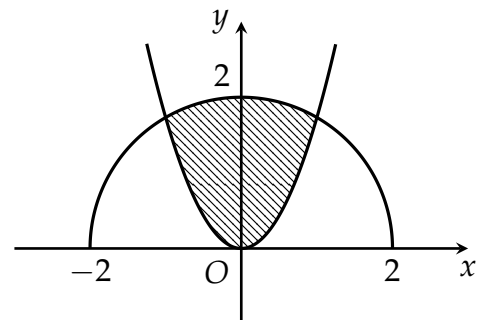
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ với $-2 \leq x \leq 2$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{2\pi + 5\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4\pi + 5\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{3}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm có nghiệm là $x = \pm 1$. Do đó diện tích cần tìm là

$$S = \int_{-1}^1 (\sqrt{4 - x^2} - \sqrt{3}x^2) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{4 - x^2} dx - \int_{-1}^1 \sqrt{3}x^2 dx = I - \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ với } I = \int_{-1}^1 \sqrt{4 - x^2} dx$$

Để tính I đặt $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$.

$$\text{Nên } I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 4 \cos^2 t dt = (2t - \sin 2t) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}.$$

$$\text{Do đó } S = \frac{2\pi + \sqrt{3}}{3}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 152. Gọi $F(t)$ là số lượng vi khuẩn phát triển sau t giờ. Biết $F(t)$ thỏa mãn $F'(t) = \frac{10000}{1 + 2t}$ với $t \geq 0$ và ban đầu có 1000 con vi khuẩn. Hỏi sau 2 giờ số lượng vi khuẩn là bao nhiêu?

A. 17094.

B. 9047.

C. 32118.

D. 8047.

Lời giải.

$$F(t) = \int \frac{10000}{1+2t} dt = 5000 \ln |1+2t| + C.$$

$$F(0) = 1000 \Leftrightarrow 5000 \ln |1+2 \cdot 0| + C = 1000 \Leftrightarrow C = 1000.$$

Số lượng vi khuẩn sau 2 giờ:

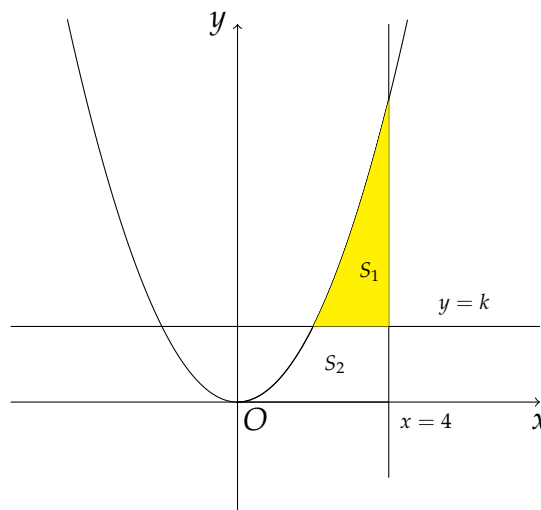
$$F(2) = 5000 \ln |1+2 \cdot 2| + 1000 = 5000 \ln (5) + 1000 \approx 9047.$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 153.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 0, x = 4$. Đường thẳng $y = k (0 < k < 16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1 = S_2$.

A. $k = 8$.B. $k = 3$.C. $k = 5$.D. $k = 4$.**Lời giải.**

Ta có hình (H) giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{y}, x = 4, y = 0, y = 16$, khi đó diện tích hình (H) là:

$$S = \int_0^{16} (4 - \sqrt{y}) dy = \frac{64}{3}.$$

Gọi (H_1) là hình giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{y}, x = 4, y = 0, y = k$, khi đó diện tích hình (H_1) là:

$$S_1 = \int_0^k (4 - \sqrt{y}) dy = 4k - \frac{2}{3} \sqrt{k^3}.$$

$$\begin{aligned} S_1 = S_2 = \frac{S}{2} &\Leftrightarrow 4k - \frac{2}{3} \sqrt{k^3} = \frac{32}{3} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} (\sqrt{k})^3 + 4 (\sqrt{k})^2 - \frac{32}{3} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{k} = 2 + 2\sqrt{3} \\ \sqrt{k} = 2 - 2\sqrt{3} \\ \sqrt{k} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 16 + 8\sqrt{3} \\ k = 16 - 8\sqrt{3} \\ k = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $0 < k < 16$ ta được $k = 4$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 154. Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn (C): $x^2 + (y - 3)^2 = 1$ xung quanh trục hoành là

A. $V = 6\pi$.B. $V = 6\pi^3$.C. $V = 3\pi^2$.D. $V = 6\pi^2$.**Lời giải.**

Phương trình đường tròn (C): $x^2 + (y - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 + \sqrt{1 - x^2} \\ y = 3 - \sqrt{1 - x^2} \end{cases}$.

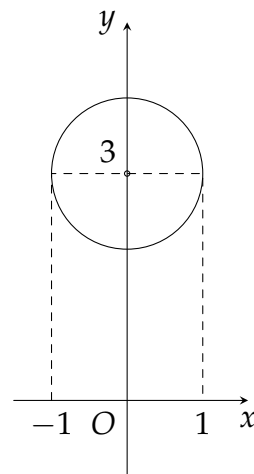
Khi đó hình xuyến cái phao được tạo thành khi quay đường tròn tâm $I(0;3)$ và có bán kính $r = 1$ xung quanh trục Ox .

$$\Rightarrow V = \pi \int_{-1}^1 \left[(3 + \sqrt{1 - x^2})^2 - (3 - \sqrt{1 - x^2})^2 \right] dx = 12\pi \int_{-1}^1 \sqrt{1 - x^2} dx.$$

Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$.

Khi đó

$$V = 12\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 6\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = 6\pi \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 6\pi^2.$$



Chọn phương án **(D)**

□

Câu 155. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{1 - x^2}$, $y = 2 - x^2$ và trục hoành bằng

- A. $\frac{8\sqrt{2}}{3} - \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{8\sqrt{2}}{3} - \pi$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{\pi}{2}$. D. $\frac{8\sqrt{2}}{3} + \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{1 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}, 2 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$.

Gọi S là diện tích hình phẳng cần tính, S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 2 - x^2$ và trục Ox , S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{1 - x^2}$ và trục Ox . Khi đó $S = S_1 - S_2$.

Ta có $S_1 = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (2 - x^2) dx = \left(2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$.

S_2 chính là diện tích của nửa hình tròn bán kính 1, do đó $S_2 = \frac{\pi}{2}$. Vậy

$$S = \frac{8\sqrt{2}}{3} - \frac{\pi}{2}.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 156. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{64\pi}{15}$. B. $V = \frac{16\pi}{15}$. C. $V = \frac{20\pi}{3}$. D. $V = \frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Ta có $x^2 \cdot 2x \geq 0, \forall x \in [0; 2]$. Khi đó

$$V = \pi \int_0^2 |x^4 - 4x^2| dx = \pi \int_0^2 (-x^4 + 4x^2) dx = \pi \left(-\frac{x^5}{5} + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{64\pi}{15}.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 157. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$ (m/s²). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2200}{3}$ m. B. $\frac{4000}{4}$ m. C. $\frac{1900}{3}$ m. D. $\frac{4300}{3}$ m.

Lời giải.

Ta có $a(t) = v'(t) \Rightarrow v(t) = \int (3t + t^2) dx = \frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + c$, khi $t = 0$ thì $v = 10 \Rightarrow c = 10$.

Mặt khác $v(t) = s'(t) \Rightarrow s = \int_0^{10} \left(\frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + 10 \right) dx = \frac{4300}{3}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 158. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 10 m.

B. 5 m.

C. 20 m.

D. 8 m.

Lời giải.

Thời điểm ô tô dừng hẳn $v(t) = -5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ (s).

Quãng đường từ lúc đạp phanh tới khi ô tô dừng hẳn $s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = 10$ (m).

Chọn phương án **(A)** □

Câu 159.

Trong mặt phẳng, cho đường elip (E) có độ dài trục lớn là $AA' = 10$, độ dài trục nhỏ là $BB' = 6$, đường tròn tâm O có đường kính là BB' (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích V của khối tròn xoay có được bằng cách cho miền hình hình phẳng giới hạn bởi đường elip và đường tròn (được tô đậm trên hình vẽ) quay xung quanh trục AA' .

A. $V = 36\pi$.

B. $V = 60\pi$.

C. $V = 24\pi$.

D. $V = \frac{20\pi}{3}$.

Lời giải.

Xét hình phẳng trong hệ tọa độ Oxy , nhận O làm gốc tọa độ và tọa độ các điểm lần lượt là $A(5;0)$, $A'(-5;0)$, $B(0;3)$, $B'(0;-3)$.

Ta có phương trình của elip và đường tròn lần lượt là

$(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và $(C): x^2 + y^2 = 9$.

Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra là $V =$

$$\pi \int_{-5}^5 9 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right) dx - \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 24\pi.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 160. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$ m/s². Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?

A. $\frac{43}{3}$ m.

B. $\frac{430}{3}$ m.

C. $\frac{4300}{3}$ m.

D. $\frac{43000}{3}$ m.

Lời giải.

Vận tốc của vật sau khi tăng tốc có phương trình $v(t) = \int (3t + t^2) dt = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C$.

Vì $v(0) = 10$ nên $C = 10$. Suy ra $v(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10$.

Do đó, trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc vật được quãng đường

$$s = \int_0^{10} \left(\frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10 \right) dt = \left(\frac{t^3}{2} + \frac{t^4}{12} + 10t \right) \Big|_0^{10} = \frac{4300}{3} \text{ (m)}.$$

Chọn phương án **C** ☐

Câu 161. Cho hình phẳng ($\mathcal{D}$) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $y = 4$. Khi quay ($\mathcal{D}$) quanh trục tung ta được khối tròn xoay có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 6π .

B. 10π .

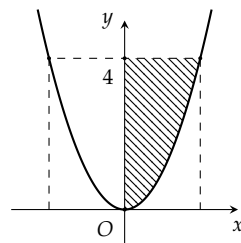
C. 8π .

D. 12π .

Lời giải.

Xét phần hình phẳng bên phải trục tung, ta có $x = \sqrt{y}$. Thể tích khối tròn xoay khi quay ($\mathcal{D}$) quanh trục tung có thể tích

$$V = \pi \int_0^4 y dy = \pi \cdot \frac{y^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi.$$



Chọn phương án **C** ☐

Câu 162. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bằng công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để hai ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn thì khi dừng lại ô tô A phải hãm phanh cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

A. 33 m.

B. 12 m.

C. 31 m.

D. 32 m.

Lời giải.

Để thấy ô tô A dừng lại sau 4 giây. Quãng đường mà ô tô A di chuyển từ lúc bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là

$$\int_0^4 (16 - 4t) dt = (16t - 2t^2) \Big|_0^4 = 32 \text{ (m)}.$$

Vậy ô tô A phải bắt đầu hãm phanh cách ô tô B một khoảng ít nhất $32 + 1 = 33$ m.

Chọn phương án **A** ☐

Câu 163.

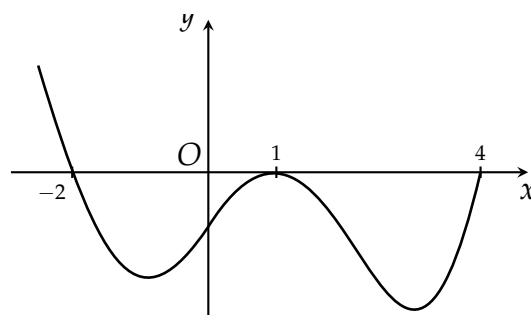
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ và $[1; 4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho $f(1) = 3$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(4)$ bằng

A. 21.

B. 9.

C. 3.

D. 2.



Lời giải.

$$\text{Ta có } \int_{-2}^1 f'(x) dx = -9 \Rightarrow f(1) - f(-2) = -9. \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \int_1^4 f'(x) dx = -12 \Rightarrow f(4) - f(1) = -12. \quad (2)$$

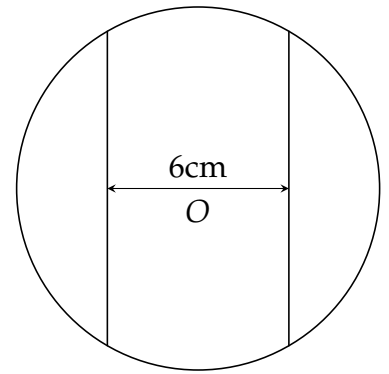
Từ (1) và (2) ta được $f(-2) + f(4) = 9 - 12 + 2f(1) = 3$.

Chọn phương án **C** ☐

Câu 164.

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 8142232 đồng. B. 4821232 đồng.
C. 4821322 đồng. D. 8412322 đồng.

**Lời giải.**

Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt vào tâm khu vườn, khi đó phương trình đường tròn tâm O là $x^2 + y^2 = 36$. Khi đó phần nửa cung tròn phía trên trục Ox có phương trình $y = \sqrt{36 - x^2} = f(x)$.

Diện tích S của mảnh đất bằng 2 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, đồ thị $y = f(x)$

$$\text{và hai đường thẳng } x = -3; x = 3 \Rightarrow S = 2 \int_{-3}^3 \sqrt{36 - x^2} dx.$$

$$\text{Đặt } x = 6 \sin t \Rightarrow dx = 6 \cos t dt. \text{ Đổi cận: } x = -3 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}; x = 3 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}.$$

$$\Rightarrow S = 2 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 36 \cos^2 t dt = 36 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (\cos 2t + 1) dt = 18 (\sin 2t + 2t) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = 18\sqrt{3} + 12\pi.$$

Do đó số tiền cần dùng là $70000 \cdot S \approx 4821322$ đồng.

Chọn phương án **C**

Câu 165. Cho một vật thể (T) , gọi B là phần của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$.

Cắt vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x (với $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) thiết diện thu được là một nửa hình tròn có bán kính bằng $\sin x$. Tính thể tích V của vật thể B .

- A. $V = \frac{\pi^2}{8}$. B. $V = \frac{\pi}{8}$. C. $V = \frac{\pi}{4}$. D. $V = \frac{\pi^2}{4}$.

Lời giải.

Tại điểm có hoành độ x , diện tích thiết diện là $S = \frac{1}{2} \pi \sin^2 x$.

Thể tích vật thể B theo công thức tích phân là

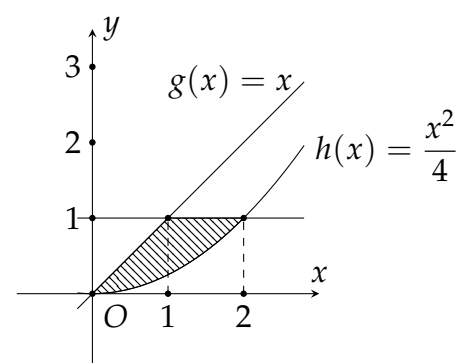
$$V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} S dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \pi \sin^2 x dx = \frac{\pi^2}{8}.$$

Chọn phương án **A**

Câu 166.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1, y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0, y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó $b - a$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

**Lời giải.**

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^1 \left(x - \frac{x^2}{4}\right) dx + \int_1^2 \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{12}\right) \Big|_0^1 + \left(x - \frac{x^3}{12}\right) \Big|_1^2 = \frac{5}{6}.$$

Khi đó $a = 5, b = 6$. Vậy $b - a = 1$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 167. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và các tiếp tuyến kẻ từ điểm $A\left(\frac{3}{2}; -3\right)$ đến đồ thị (P) . Giá trị của S bằng

- A. 9. B. $\frac{9}{8}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (P) \Rightarrow y_0 = x_0^2 - 4x_0 + 3$.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại điểm M là: $d: y = (2x_0 - 4)(x - x_0) + x_0^2 - 4x_0 + 3$.

Vì tiếp tuyến đi qua điểm A nên thay tọa độ điểm A vào d ta được

$$\begin{aligned} -3 &= (2x_0 - 4)\left(\frac{3}{2} - x_0\right) + x_0^2 - 4x_0 + 3 \\ \Leftrightarrow x_0^2 - 3x_0 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 + 0 = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

- Với $x_0 = 0 \Rightarrow$ tiếp tuyến $d_1: y = -4x + 3$.
- Với $x_0 = 3 \Rightarrow$ tiếp tuyến $d_2: y = 2x - 6$.

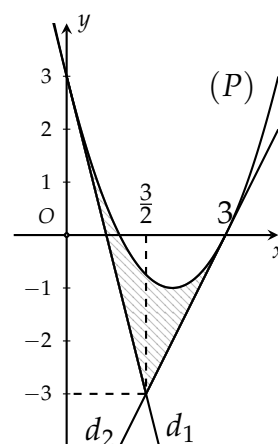
Hoành độ giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 là nghiệm phương trình

$$-4x + 3 = 2x - 6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Vẽ đồ thị (P) và hai đường thẳng $d_1; d_2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ như hình vẽ.

Khi đó diện tích cần tính là phần được bôi đen bên hình được xác định bởi

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 \\ &= \int_0^{\frac{3}{2}} [(x^2 - 4x + 3) - (-4x + 3)] dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 [(x^2 - 4x + 3) - (2x - 6)] dx \\ &= \int_0^{\frac{3}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{3}{2}}^3 (x^2 - 6x + 9) dx \\ &= \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 9x\right) \Big|_{\frac{3}{2}}^3 = \frac{9}{4}. \end{aligned}$$



Chọn phương án **C**

□

Câu 168. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \sqrt{x}, y = x - 2$.

- A. $\frac{8\pi}{3}$. B. $\frac{16\pi}{3}$. C. 10π . D. 8π .

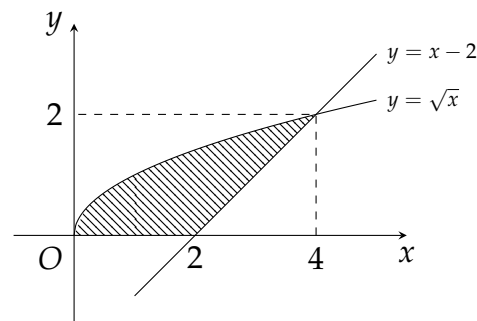
Lời giải.

Xét các phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x} = x - 2 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = 2. \end{cases}$$

Suy ra thể tích của vật thể tròn xoay cần tính là

$$V = \pi \int_0^2 (\sqrt{x})^2 dx + \pi \int_2^4 |(x-2)^2 - (\sqrt{x})^2| dx = 2\pi + \pi I.$$



$$\text{Ta có } I = \int_2^4 |(x-2)^2 - (\sqrt{x})^2| dx = \int_2^4 (-x^2 + 5x - 4) dx = \frac{10}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = 2\pi + \frac{10}{3}\pi = \frac{16\pi}{3}.$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 169.

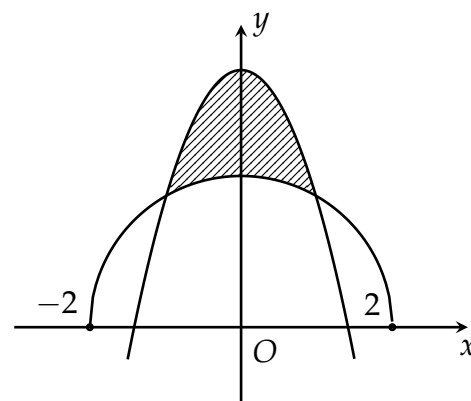
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = -\sqrt{3}(x^2 - 2)$, và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $-2 \leq x \leq 2$) (phần tô đậm như hình vẽ). Diện tích của hình (H) bằng

A. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{6}$.

B. $\frac{7\sqrt{3} - 2\pi}{6}$.

C. $\frac{7\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.

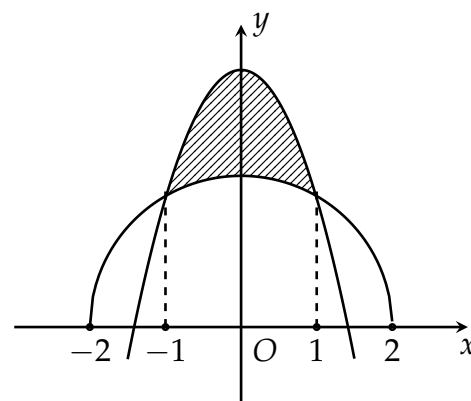


Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned} -\sqrt{3}(x^2 - 2) &= \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \leq 0 \\ 3(x^4 - 4x^2 + 4) = 4 - x^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x^2 \leq 2 \\ x^2 = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow x = \pm 1. \end{aligned}$$

Suy ra, diện tích của hình H là



$$S = \int_{-1}^1 |-\sqrt{3}(x^2 - 2) - \sqrt{4 - x^2}| dx = \int_{-1}^1 -\sqrt{3}(x^2 - 2) dx - \int_{-1}^1 \sqrt{4 - x^2} dx.$$

• Xét tích phân $I_1 = \int_{-1}^1 -\sqrt{3}(x^2 - 2) dx = \frac{10}{\sqrt{3}}.$

- Xét tích phân $I_2 = \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx$. Đặt $x = 2 \sin t$ ta được

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx &= \int_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}} 2 \cos t \sqrt{4 \cos^2 t} dt = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}} 4 \cos^2 t dt \\ &= \int_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}} 2(\cos 2t + 1) dt = (\sin 2t + 2t) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{-\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}. \end{aligned}$$

Từ đây ta tính được $S = I_1 - I_2 = \frac{10}{\sqrt{3}} - \left(\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{7\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 170. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x$, $y = x^2$, $y = 1$ trên miền $x \geq 0$, $y \leq 1$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

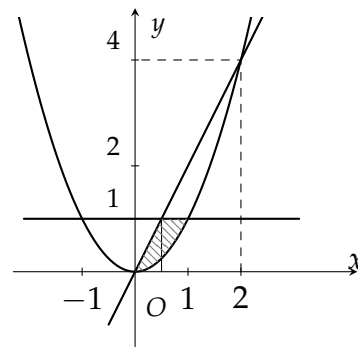
B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\frac{1}{2}} (2x - x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 (1 - x^2) dx \\ &= \left(x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) \Big|_0^{\frac{1}{2}} + \left(x - x^2 \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^1 \\ &= \frac{5}{24} + \frac{5}{24} = \frac{5}{12}. \end{aligned}$$



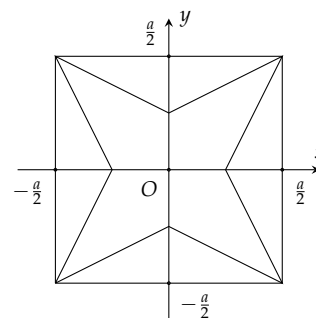
Chọn phương án **C**

□

Câu 171.

Bên trong hình vuông cạnh a , dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox .

A. $V = \frac{5\pi a^3}{24}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{48}$. C. $V = \frac{5\pi a^3}{96}$. D. $V = \frac{7\pi a^3}{24}$.



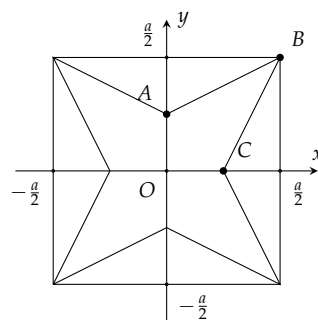
Lời giải.

Ta có $AB: y = \frac{1}{2}x + \frac{a}{4}$, $BC: y = 2x - \frac{a}{2}$.

Thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao quanh trục Ox là

$$V = 2 \left[\pi \int_0^{\frac{a}{2}} \left(\frac{1}{2}x + \frac{a}{4} \right)^2 dx - \pi \int_{\frac{a}{4}}^{\frac{a}{2}} \left(2x - \frac{a}{2} \right)^2 dx \right]$$

$$= 2\pi \left(\frac{7a^3}{96} - \frac{19a^3}{48} \right) = \frac{5\pi a^3}{48}.$$



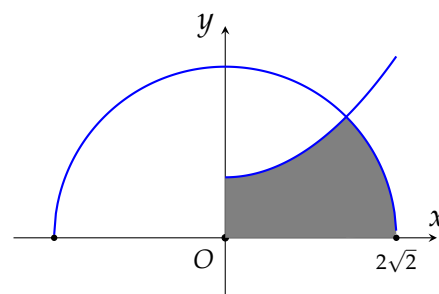
Chọn phương án **B**

□

Câu 172.

Cho $(\mathcal{H})$ là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ (với $0 \leq x \leq 2\sqrt{2}$), nửa đường tròn $y = \sqrt{8 - x^2}$ và trục hoành, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của hình $(\mathcal{H})$ bằng

- A. $\frac{3\pi + 4}{6}$. B. $\frac{2\pi + 2}{3}$. C. $\frac{3\pi + 2}{3}$. D. $\frac{3\pi + 14}{6}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ và nửa đường tròn $y = \sqrt{8 - x^2}$ là

$$\sqrt{8 - x^2} = \frac{1}{4}x^2 + 1 \Leftrightarrow x = 2.$$

Từ đồ thị, ta có diện tích hình phẳng $(\mathcal{H})$ là

$$S = \int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^2 + 1 \right) dx + \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx.$$

$$\bullet S_1 = \int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^2 + 1 \right) dx = \left(\frac{x^3}{12} + x \right) \Big|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

$$\bullet S_2 = \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx.$$

$$\text{Đặt } x = 2\sqrt{2} \sin t \left(t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right) \Rightarrow dx = 2\sqrt{2} \cos t dt.$$

$$\text{Đổi cận } x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}; x = 2\sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Suy ra } S_2 = 2\sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{8 - 8 \sin^2 t} \cos t dt = 8 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 4 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$$

$$= 4 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2.$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + S_2 = \frac{8}{3} + \pi - 2 = \frac{3\pi + 2}{3}.$$

Chọn phương án **C**

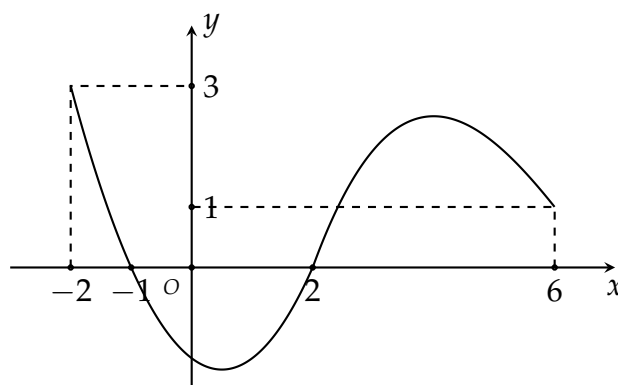
□

Câu 173.

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình bên dưới.

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$.
- B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.
- C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$.
- D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.



Lời giải.

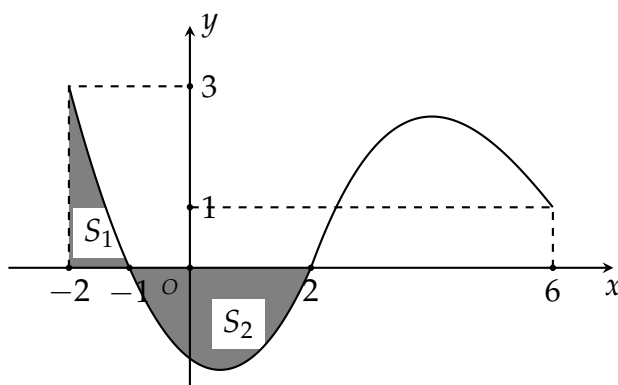
Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như sau:

x	-2	-1	2	6
$f'(x)$	0	+	0	+
$f(x)$	$f(-2)$	$f(-1)$	$f(2)$	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(-2) < f(-1) \\ f(2) < f(-1) \\ f(2) < f(6). \end{cases}$

Chỉ cần so sánh $f(-2)$ và $f(2)$ nữa là xong.

Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ.



Ta có:

$$S_1 = \int_{-2}^{-1} |f'(x)| dx = \int_{-2}^{-1} f'(x) dx = f(-1) - f(-2).$$

$$S_2 = \int_{-1}^2 |f'(x)| dx = - \int_{-1}^2 f'(x) dx = f(-1) - f(2).$$

Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1 < S_2$ nên $f(-1) - f(-2) < f(-1) - f(2) \Leftrightarrow f(-2) > f(2)$.

Chọn phương án **(B)**

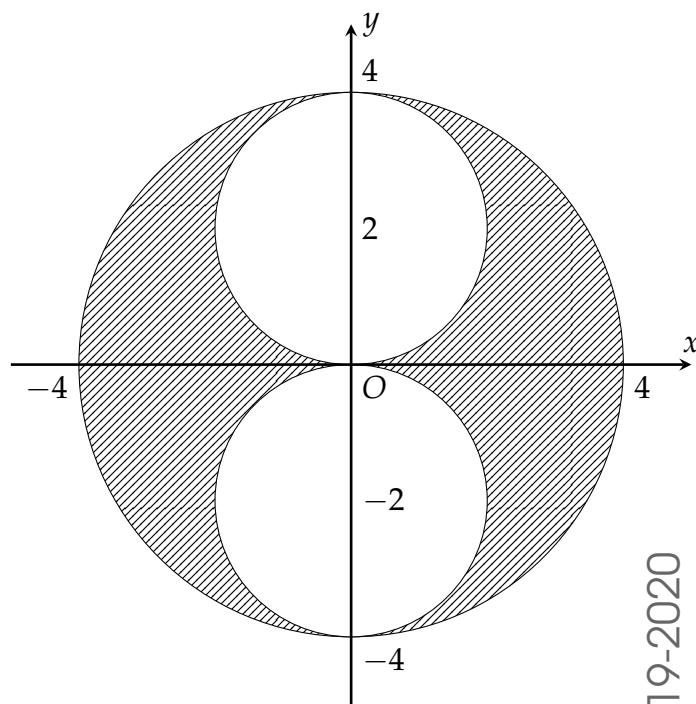
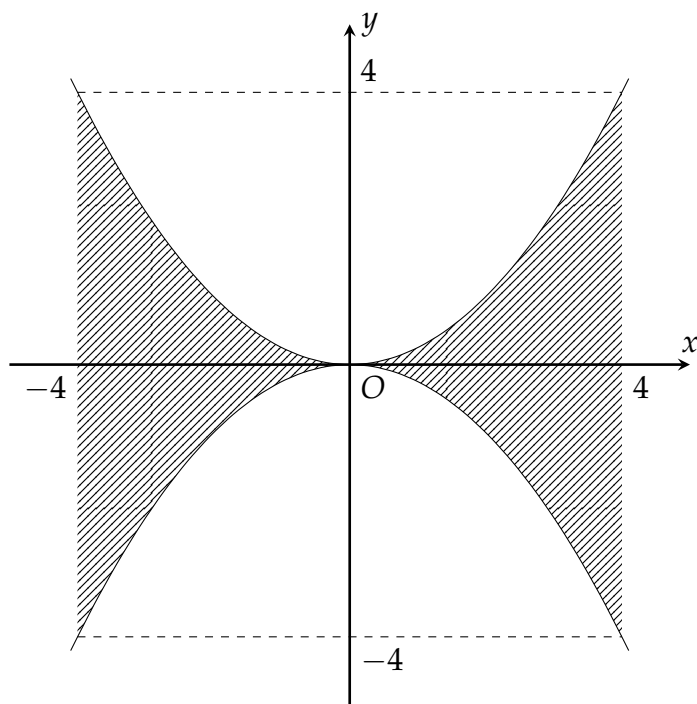
□

Câu 174. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $(\mathcal{H}_1)$ là hình phẳng giới hạn bởi các đường:

$$y = \frac{x^2}{4}, \quad y = \frac{-x^2}{4}, \quad x = -4, \quad x = 4$$

và $(\mathcal{H}_2)$ là hình gồm tất cả các điểm $(x; y)$ thỏa:

$$x^2 + y^2 \leq 16, \quad x^2 + (y - 2)^2 \geq 4, \quad x^2 + (y + 2)^2 \geq 4.$$



Cho $(\mathcal{H}_1)$ và $(\mathcal{H}_2)$ quay quanh trục Oy ta được các vật thể có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $V_1 = \frac{1}{2}V_2$.

B. $V_1 = \frac{2}{3}V_2$.

C. $V_1 = V_2$.

D. $V_1 = 2V_2$.

Lời giải.

- V_1 bằng thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng 4 và chiều cao bằng 8 trừ bốn lần thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi vật thể giới hạn bởi các đường $x = 2\sqrt{y}, x = 0, y = 0, x = 4$ quay quanh trục Oy .

$$V_1 = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 - 4\pi \int_0^4 2y \, dy = 64\pi.$$

- Thể tích $V_2 = \frac{4}{3}\pi (4^3 - 2^3 - 2^3) = 64\pi$.

Chọn phương án **C**

Câu 175. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = \pi$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

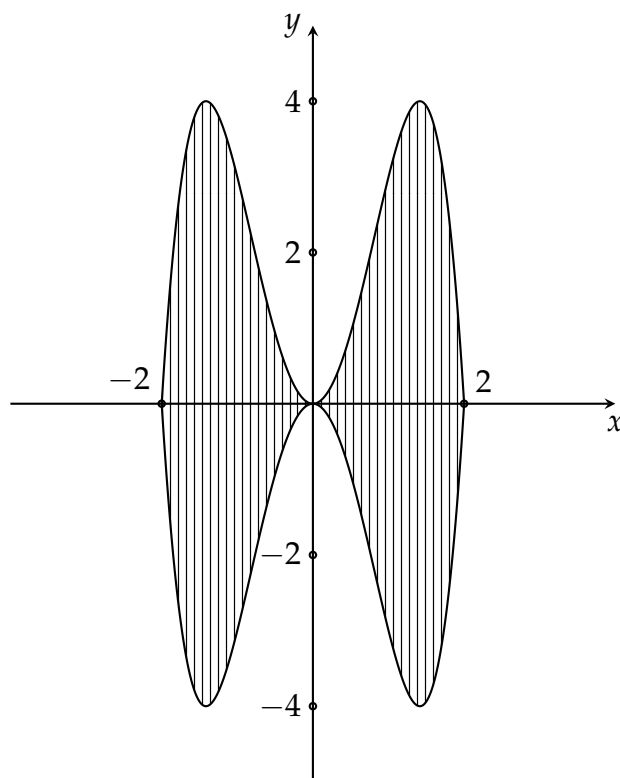
Hoàn độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \cos x$ và trục hoành là nghiệm phương trình $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Xét trên $[0; \pi]$ suy ra $x = \frac{\pi}{2}$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx = 2$.

Chọn phương án **A**

Câu 176. Ông Rich muốn gắn những viên kim cương nhỏ vào một mô hình như cánh bướm theo hình vẽ bên dưới. Để tính diện tích đó ông đưa vào một hệ trục tọa độ như hình vẽ thì nhận thấy

rằng diện tích mô hình đó là phần giao (tô) giữa hai hàm số trùng phương $y = f(x)$, $y = g(x)$ đối xứng nhau qua trục hoành. Hỏi ông Rich đã gắn bao nhiêu viên kim cương trên mô hình đó biết rằng mỗi đơn vị vuông trên mô hình đó mất 15 viên kim cương?



A. 256.

B. 128.

C. 64.

D. 265.

Lời giải.

Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại $(2; 0)$, $(-2; 0)$ có giá trị cực đại bằng 4, giá trị cực tiểu bằng 0, dễ thấy $a = -1$, $b = 4$, $c = 0$, $f(x) = -x^4 + 4x^2$, $g(x) = x^4 - 4x^2$. Ta có

$$S = \int_{-2}^2 (-x^4 + 4x^2 - (x^4 - 4x^2)) dx = \frac{256}{15}$$

Vậy ông Rich đã gắn $15 \cdot \frac{256}{15} = 256$ viên kim cương.

Chọn phương án **A**

□

Câu 177. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P) : y = 2x^2$, tiếp tuyến của (P) tại $M(1; 2)$ và trục Oy là

A. $S = 1$.

B. $S = \frac{2}{3}$.

C. $S = \frac{1}{3}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Có $y' = 4x$, suy ra $y'(1) = 4$.

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại M là $y = y'(1)(x - 1) + 2 = 4(x - 1) + 2 = 4x - 2$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 |2x^2 - 4x + 2| dx = \int_0^1 2(x - 1)^2 dx = \frac{2(x - 1)^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{2}{3}.$$

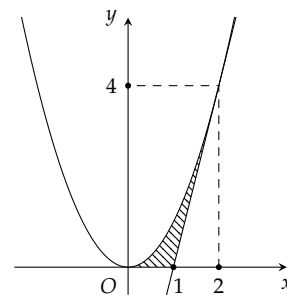
Chọn phương án **B**

□

Câu 178.

Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc với Parabol đó tại điểm $A(2;4)$, như hình vẽ bên. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{5}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{22\pi}{5}$.



Lời giải.

Parabol có đỉnh là gốc tọa độ như hình vẽ và đi qua $A(2;4)$ nên có phương trình $y = x^2$.

Tiếp tuyến của Parabol đó tại $A(2;4)$ có phương trình là $y = 4(x - 2) + 4 = 4x - 4$.

Suy ra thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx - \pi \int_1^2 (4x - 4)^2 dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} \Big|_0^2 - 16 \int_1^2 (x^2 - 2x + 1) dx \right) = \pi \left(\frac{32}{5} - \frac{16}{3} \right) = \frac{16\pi}{15}.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 179. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $S = \frac{343}{12}$. B. $S = \frac{793}{4}$. C. $S = \frac{397}{4}$. D. $S = \frac{937}{12}$.

Câu 180. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 6x + 12$ và các tiếp tuyến tại các điểm $A(1;7)$ và $B(-1;19)$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^2 - 6x + 12$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 2x - 6$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại điểm A là $y - 7 = y'(1)(x - 1) \Leftrightarrow y = -4x + 11$.

Tương tự phương trình tiếp tuyến tại điểm B là $y - 19 = y'(-1)(x + 1) \Leftrightarrow y = -8x + 11$.

Hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị là phần gạch chéo hình bên.

Do đó diện tích là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^0 (x^2 - 6x + 12 + 8x - 11) dx + \\ &+ \int_0^1 (x^2 - 6x + 12 + 4x - 11) dx \\ &= \int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) dx + \int_0^1 (x^2 - 2x + 1) dx \\ &= \frac{1}{3} (x + 1)^3 \Big|_{-1}^0 + \frac{1}{3} (x - 1)^3 \Big|_0^1 = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 181. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} =$

$\frac{8192}{15}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $6 < n < 9$. B. $9 < n < 12$. C. $n < 6$. D. Không tồn tại n .

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 + \dots + C_{2n}^{2n-1} x^{2n-1} + C_{2n}^{2n} x^{2n} \quad (1)$$

và

$$(1-x)^{2n} = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 x + C_{2n}^2 x^2 - \dots - C_{2n}^{2n-1} x^{2n-1} + C_{2n}^{2n} x^{2n} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$2(C_{2n}^0 + C_{2n}^2 x^2 + \dots + C_{2n}^{2n-2} x^{2n-2} + C_{2n}^{2n} x^{2n}) = (1+x)^{2n} + (1-x)^{2n} \quad (*)$$

Lấy tích phân hai vế của (*) ta có

$$2 \int_0^1 (C_{2n}^0 + C_{2n}^2 x^2 + \dots + C_{2n}^{2n-2} x^{2n-2} + C_{2n}^{2n} x^{2n}) dx = \int_0^1 [(1+x)^{2n} + (1-x)^{2n}] dx \quad (**)$$

Mà

$$\begin{aligned} & 2 \int_0^1 (C_{2n}^0 + C_{2n}^2 x^2 + \dots + C_{2n}^{2n-2} x^{2n-2} + C_{2n}^{2n} x^{2n}) dx \\ &= 2 \left(C_{2n}^0 x + C_{2n}^2 \frac{x^3}{3} + \dots + C_{2n}^{2n-2} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + C_{2n}^{2n} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right) \Bigg|_0^1 \\ &= 2 \left(C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} \right) \end{aligned}$$

Mặt khác

$$\int_0^1 [(1+x)^{2n} + (1-x)^{2n}] dx = \left[\frac{(1+x)^{2n+1}}{2n+1} - \frac{(1-x)^{2n+1}}{2n+1} \right] \Bigg|_0^1 = \frac{2^{2n+1}}{2n+1}.$$

Từ (**) ta suy ra

$$\begin{aligned} & 2 \left(C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} \right) = \frac{2^{2n+1}}{2n+1} \\ & \Leftrightarrow C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{2^{2n}}{2n+1}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \frac{2^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15} \Leftrightarrow \frac{2^{2n}}{2n+1} = \frac{2^{13}}{15} \Leftrightarrow 15 \cdot 2^{2n-13} = 2n+1.$$

- Nếu $n \geq 7$ suy ra $15 \cdot 2^{2n-13}$ là một số chẵn và $2n+1$ là một số lẻ. Do đó không có giá trị thỏa mãn.

- Nếu $n \leq 6$ suy ra $15 \cdot 2^{2n-13}$ là một số hữu tỉ dạng $\frac{p}{q}$ với $(p, q) = 1$ và $2n+1$ là một số lẻ. Do đó không có giá trị nào thỏa mãn.

Chọn phương án **D**

□

Câu 182. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $(P): y = |x^2 - 4x + 3|$, $d: y = x + 3$.

- A. $\frac{109}{3}$. B. $\frac{109}{6}$. C. $\frac{125}{6}$. D. $\frac{125}{3}$.

Lời giải.

• $|x^2 - 4x + 3| = x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5. \end{cases}$

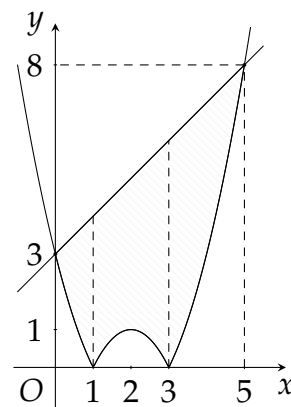
• Từ đồ thị ta có $S = S_1 + S_2 + S_3$ trong đó

$$S_1 = \int_0^1 ((x+3) - (x^2 - 4x + 3)) dx = \int_0^1 (-x^2 + 5x) dx = \frac{13}{6}.$$

$$S_2 = \int_1^3 ((x+3) + (x^2 - 4x + 3)) dx = \int_1^3 (x^2 - 3x + 6) dx = \frac{26}{3}.$$

$$S_3 = \int_3^5 ((x+3) - (x^2 - 4x + 3)) dx = \int_3^5 (-x^2 + 5x) dx = \frac{22}{3}.$$

• Vậy $S = \frac{109}{6}$.



Chọn phương án **(B)**

Câu 183.

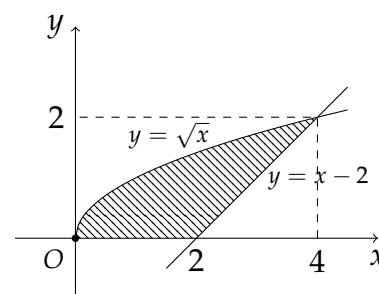
Diện tích hình phẳng được tô đậm ở hình bên bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{11}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{10}{3}$.



Lời giải.

Ta có diện tích phần tô đậm bằng $\int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x-2) dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x} \Big|_0^4 - 2 = \frac{10}{3}$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 184. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{với } x \leq 1 \\ 4-x & \text{với } x > 1 \end{cases}$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục hoành bằng

A. $\frac{29}{4}$.

B. $\frac{29\pi}{4}$.

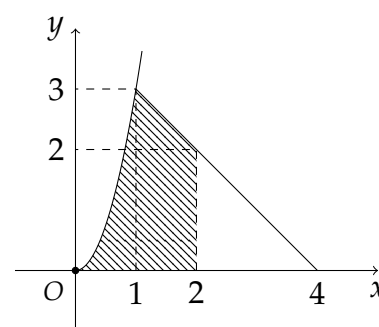
C. $\frac{122}{15}$.

D. $\frac{122\pi}{15}$.

Lời giải.

Hình phẳng chính là phần tô đậm trong hình bên. Từ đó suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^1 9x^4 dx + \pi \int_1^2 (4-x)^2 dx = \frac{122\pi}{15}$$

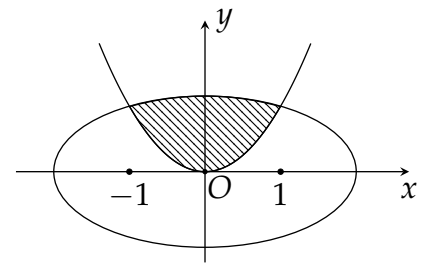


Chọn phương án **(D)**

Câu 185.

Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và đường elip có phương trình $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi + \sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3\pi}{4}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của nửa trên elip và parabol là

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow 3x^4 + x^2 - 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vì hình phẳng (H) đối xứng qua trục tung nên diện tích (H) là

$$S = 2 \int_0^1 \left(\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} - \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \right) dx = \int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx - 2 \int_0^1 \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 dx.$$

• Ta có $\int_0^1 \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{6}x^3 \Big|_0^1 = \frac{\sqrt{3}}{6}.$

• Đặt $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$. Khi đó,

$$\int_0^1 \sqrt{4 - x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2\sqrt{4 - 4\sin^2 t} \cos t dt = 2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt = (2t + \sin 2t) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $S = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{2\pi + \sqrt{3}}{6}.$

Chọn phương án **A**

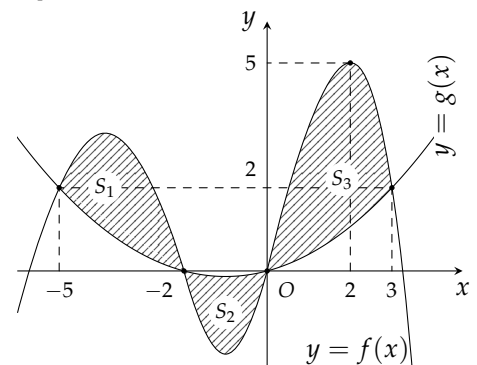
□

Câu 186. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5; 3]$.

Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và parabol $y = g(x) = ax^2 + bx + c$ lần lượt là

m, n, p . Tích phân $\int_{-5}^3 f(x) dx$ bằng

- A. $-m + n - p - \frac{208}{45}$. B. $m - n + p + \frac{208}{45}$.
C. $m - n + p - \frac{208}{45}$. D. $-m + n - p + \frac{208}{45}$.



Lời giải.

Ta có $\int_{-5}^3 [f(x) - g(x)] dx = \underbrace{\int_{-5}^{-2} [f(x) - g(x)] dx}_{S_1} + \underbrace{\int_{-2}^0 [f(x) - g(x)] dx}_{-S_2} + \underbrace{\int_0^3 [f(x) - g(x)] dx}_{S_3}.$

Do đó $\int_{-5}^3 [f(x) - g(x)] dx = m - n + p$. Suy ra $\int_{-5}^3 f(x) dx = m - n + p + \int_{-5}^3 g(x) dx.$

Dựa vào đồ thị thì parabol $(P): y = g(x) = ax^2 + bx + c$ đi qua $O(0,0)$, $A(-2,0)$ và $B(3;2)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 4a - 2b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{15} \\ b = \frac{4}{15} \\ c = 0. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_{-5}^3 f(x) dx = m - n + p + \int_{-5}^3 \left(\frac{2}{15}x^2 + \frac{4}{15}x \right) dx = m - n + p + \frac{208}{45}.$$

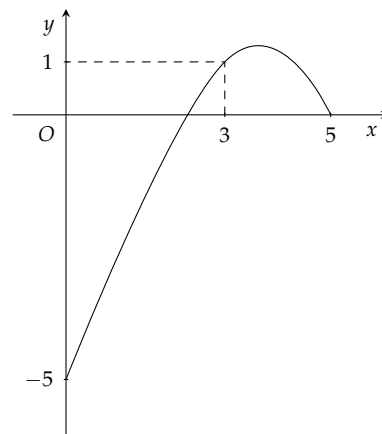
Chọn phương án **B**

□

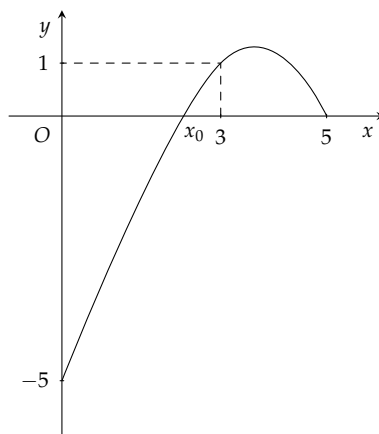
Câu 187.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ được cho như hình bên. Tìm mệnh đề đúng

- A. $f(0) = f(5) < f(3)$.
 B. $f(3) < f(0) = f(5)$.
 C. $f(3) < f(0) < f(5)$.
 D. $f(3) < f(5) < f(0)$.



Lời giải.



Ta dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta được

- $\int_3^5 f'(x) dx = f(5) - f(3) > 0 \Leftrightarrow f(5) > f(3)$. Do $\int_3^5 f'(x) dx$ là diện tích hình phẳng của đồ thị $f'(x)$ trên đoạn $[3;5]$.
- $\int_0^3 f'(x) dx = f(3) - f(0) < 0 \Leftrightarrow f(3) < f(0)$. Do diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi $f'(x)$ trên đoạn $[0, x_0]$ lớn hơn phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f'(x)$ trên đoạn từ $[x_0;3]$.
- $\int_0^5 f'(x) dx = f(5) - f(0) < 0 \Leftrightarrow f(5) < f(0)$. Do diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi $f'(x)$ trên đoạn $[0, x_0]$ lớn hơn phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi $f'(x)$ trên đoạn từ $[x_0;5]$.

Vậy $f(0) > f(5) > f(3)$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 188. Người ta thay nước mới cho một bể bơi dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu $h_1 = 280$ cm. Giả sử $h(t)$ cm là chiều cao của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao nước tại giây thứ t là $h'(t) = \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3}$. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

A. 7545,2 s.

B. 7234,8 s.

C. 7200,7 s.

D. 7560,5 s.

Lời giải.

Sau m giây mức nước của bể là

$$\begin{aligned} h(m) &= \int_0^m h'(t) dt \\ &= \int_0^m \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3} dt \\ &= \frac{3 \sqrt[3]{(t+3)^4}}{2000} \Big|_0^m \\ &= \frac{3}{2000} \left[\sqrt[3]{(m+3)^4} - 3 \sqrt[3]{3} \right]. \end{aligned}$$

Theo yêu cầu bài toán, ta có

$$\begin{aligned} \frac{3}{2000} \left[\sqrt[3]{(m+3)^4} - 3 \sqrt[3]{3} \right] &= \frac{3}{4} \cdot 280 \\ \Leftrightarrow \sqrt[3]{(m+3)^4} &= 140000 + 3 \sqrt[3]{3} \\ \Leftrightarrow m &= \sqrt[4]{(140000 + 3 \sqrt[3]{3})^3} - 3 = 7234,8. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 189. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $6 < n < 9$.

B. $9 < n < 12$.

C. $n < 6$.

D. Không tồn tại n .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \bullet A &= \int_0^1 (1+x)^{2n} dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k x^k dx = \left(\sum_{k=0}^{2n} \frac{1}{k+1} C_{2n}^k x^{k+1} \right) \Big|_0^1 = \sum_{k=0}^{2n} \frac{1}{k+1} C_{2n}^k. \\ \bullet B &= \int_{-1}^0 (1+x)^{2n} dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k x^k dx = \left(\sum_{k=0}^{2n} \frac{1}{k+1} C_{2n}^k x^{k+1} \right) \Big|_{-1}^0 = \sum_{k=0}^{2n} \frac{(-1)^{k+1}}{k+1} C_{2n}^k. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} &= A + B \\ &= \int_{-1}^1 (1+x)^{2n} dx = \frac{1}{2n+1} (1+x)^{2n+1} \Big|_{-1}^1 = \frac{2^{2n+1}}{2n+1}. \end{aligned}$$

• Ta có $\frac{2^{2n+1}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$. Do n nguyên nên không tồn tại n thỏa mãn yêu cầu.

Chọn phương án **(D)**

□

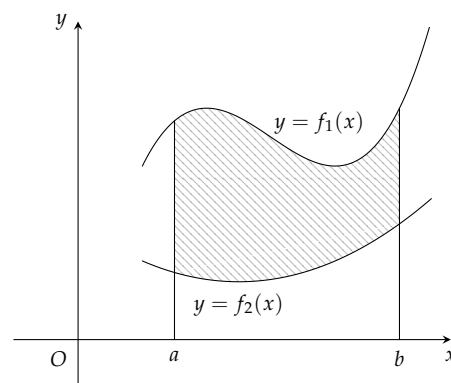
Câu 190. Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị các hàm số $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ như hình vẽ bên quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành được tính bằng công thức nào trong các công thức sau

A. $V = \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f_2^2(x) - f_1^2(x)] dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$



Lời giải.

Gọi V_1 là thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_1(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox . Ta có

$$V_1 = \pi \int_a^b f_1^2(x) dx.$$

Gọi V_2 là thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f_2(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay xung quanh trục Ox . Ta có

$$V_2 = \pi \int_a^b f_2^2(x) dx.$$

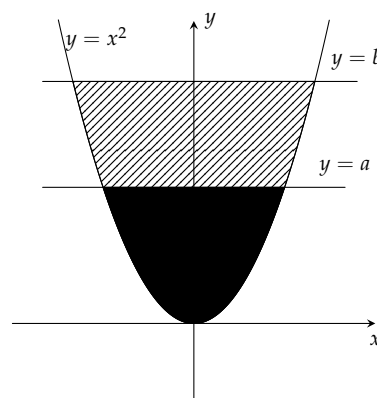
Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = V_1 - V_2 = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

Chọn phương án **(B)**

Câu 191.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a$, $y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ bên). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào của a và b thì $S_1 = S_2$?

A. $b = \sqrt[3]{4a}.$ B. $b = \sqrt[3]{2a}.$ C. $b = \sqrt[3]{3a}.$ D. $b = \sqrt[3]{6a}.$



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = b$ là

$$x^2 = b \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{b}.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = a$ là

$$x^2 = a \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{a}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng $y = b$ là

$$S = 2 \int_0^{\sqrt{b}} (b - x^2) dx = \frac{4b\sqrt{b}}{3}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng $y = a$ là

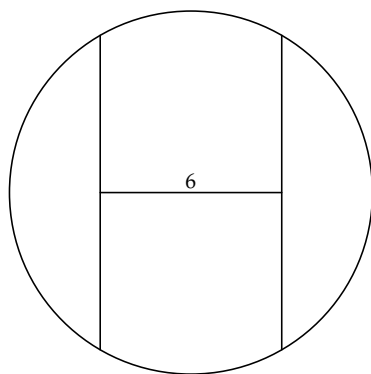
$$S_1 = 2 \int_0^{\sqrt{a}} (a - x^2) dx = \frac{4a\sqrt{a}}{3}.$$

$$\text{Do đó } S_2 = S_1 \Leftrightarrow S = 2S_1 \Leftrightarrow \frac{4b\sqrt{b}}{3} = \frac{8a\sqrt{a}}{3} \Leftrightarrow b = \sqrt[3]{4a}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 192. Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính bằng 6 m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6 m nhận O làm tâm đối xứng (hình bên), biết rằng kinh phí trồng cây là 70000 đồng / m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó? (Số tiền làm tròn đến hàng đơn vị)



A. 8412322.

B. 4821322.

C. 8142232.

D. 4821232.

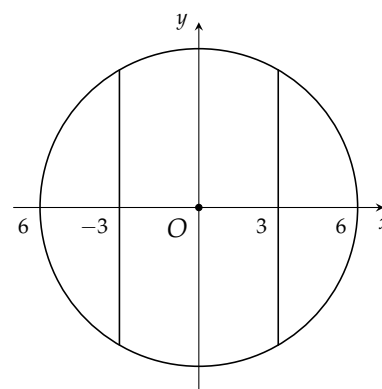
Lời giải.

Gán trục tọa độ như hình vẽ bên. Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 = 36$. Khi đó phần nửa cung tròn phía trên có phương trình $y = f(x) = \sqrt{36 - x^2}$. Quan sát hình vẽ, ta thấy diện tích S của mảnh đất bằng hai lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x); x = -3; x = 3$. Do đó

$$S = 2 \int_{-3}^3 \sqrt{36 - x^2} dx = 4 \int_0^3 \sqrt{36 - x^2} dx$$

Đặt $x = 6 \sin a \Rightarrow dx = 6 \cos a da$ ta có

$$\begin{aligned} S &= 4 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{36 - 36 \sin^2 a} \cdot 6 \cos a da = 4 \int_0^{\frac{\pi}{6}} 36 \cos^2 a da \\ &= 72 \int_0^{\frac{\pi}{6}} ((\cos 2a + 1)) da = 72 \left(\frac{\sin 2a}{2} + a \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} \\ &= 18\sqrt{3} + 12\pi. \end{aligned}$$



Vậy số tiền cần đóng là $70000S \approx 4821322$ (đồng).

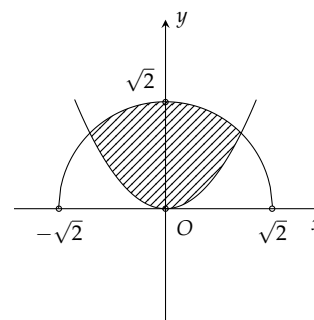
Chọn phương án **(B)**

□

Câu 193.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 2$. Tính thể tích V của khối trong xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

- A. $\frac{5\pi}{3}$. B. $\frac{44\pi}{15}$. C. $\frac{\pi}{5}$. D. $\frac{22\pi}{15}$.

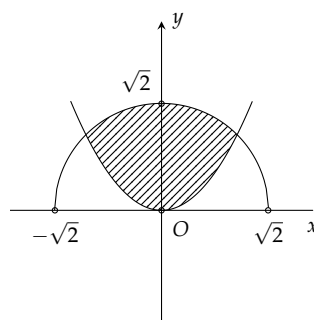


Lời giải.

Giải hệ $\begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$ được nghiệm $(-1; 1)$ và $(1; 1)$.

Thể tích vật thể cần tính là

$$V = \pi \left(\int_{-1}^1 (2 - x^2) dx - \int_{-1}^1 x^4 dx \right) = \pi \left(2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{44\pi}{15}.$$



Chọn phương án **(B)**

□

Câu 194. Một chất điểm chuyển động thẳng với gia tốc $a(t) = 3t^2 + t$ m/s (với t là thời gian tính bằng giây). Biết vận tốc ban đầu của chất điểm là 2 m/s. Tính vận tốc của chất điểm sau 2 s.

- A. 12 m/s. B. 10 m/s. C. 8 m/s. D. 16 m/s.

Lời giải.

$$\text{Vận tốc của chất điểm là } v(t) = \int a(t) dt = \int (3t^2 + t) dt = t^3 + \frac{t^2}{2} + C.$$

Theo đề bài, vì vận tốc ban đầu của chất điểm là 2 m/s nên $v(0) = 2 \Leftrightarrow C = 2$.

Từ đó ta có $v(t) = t^3 + \frac{t^2}{2} + 2$. Suy ra vận tốc của chất điểm sau 2 s là $v(2) = 12$ m/s.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 195. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $\frac{937}{12}$. B. $\frac{343}{12}$. C. $\frac{793}{4}$. D. $\frac{397}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình } -x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 4. \end{cases}$$

Diện tích S của hình phẳng (H) là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| \, dx \\ &= \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| \, dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| \, dx \\ &= \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) \, dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) \, dx \right| \\ &= \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \Big|_{-3}^0 \right| + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \Big|_0^4 \right| \\ &= \frac{937}{12}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 196.

Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu (phần được gạch chéo trên hình vẽ). Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}$ (m). Tính số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.

A. $\frac{3\pi - 2}{6} \times 250000$.

B. $\frac{3\pi + 10}{6} \times 250000$.

C. $\frac{3\pi + 10}{3} \times 250000$.

D. $\frac{3\pi + 2}{6} \times 250000$.

Lời giải.

Phương trình đường tròn (C) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$ là $x^2 + y^2 = 2 \Rightarrow y = \sqrt{2 - x^2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường tròn là

$$2x^2 - 1 = \sqrt{2 - x^2}.$$

Đặt $t = \sqrt{2 - x^2} \geq 0$, suy ra $t^2 = 2 - x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 - t^2$.

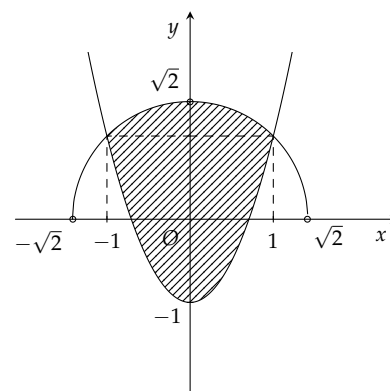
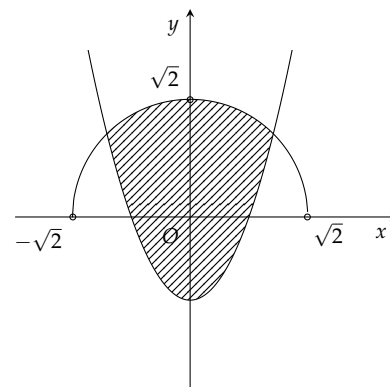
Phương trình trở thành $2(2 - t^2) - 1 = t \Leftrightarrow 2t^2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = -\frac{3}{2} \text{ (loại)}. \end{cases}$

Với $t = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Diện tích hình phẳng phần gạch chéo là

$$S = \int_{-1}^1 [\sqrt{2 - x^2} - (2x^2 - 1)] \, dx = \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} \, dx - \left(\frac{2}{3}x^3 - x \right) \Big|_{-1}^1 = I + \frac{2}{3}.$$

Tính $I = \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} \, dx$.



Đặt $x = \sqrt{2} \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ta có $dx = \sqrt{2} \cos t \, dt$

Đổi cận: $x = -1 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}$ và $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

Khi đó

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2 - 2 \sin^2 t} \cdot \sqrt{2} \cos t \, dt \\ &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} 2 \cos^2 t \, dt = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) \, dt \\ &= t + \frac{1}{2} \sin 2t \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} + 1. \end{aligned}$$

Suy ra $S = \frac{\pi}{2} + 1 + \frac{2}{3} = \frac{3\pi + 10}{6}$.

Vậy số tiền tối thiểu để trồng hoa là $\frac{3\pi + 10}{6} \times 250000$.

Chọn phương án **(B)**

Câu 197. Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với tiêu điểm $F_1(-2\sqrt{2}; 0)$ và độ dài trục lớn bằng 6. Đường thẳng $d: y = \frac{x}{3} - 1$ chia elip (E) thành hai phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 ($S_1 < S_2$). Giá trị của S_2 làm tròn đến hàng phần trăm bằng

A. 8,57. B. 8,56. C. 7,57. D. 7,56.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $2a = 6 \Rightarrow a = 3$, và $c^2 = a^2 - b^2 = 9 - b^2 = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$.

Do đó phương trình $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{\sqrt{9 - x^2}}{3}$.

Diện tích của (E) bằng $S_1 + S_2 = \frac{2}{3} \int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} \, dx = 3\pi$.

Đường thẳng $d: y = \frac{x}{3} - 1$ qua hai đỉnh của (E) là $B_1(0; -1)$ và $A_2(3; 0)$.

Bốn đỉnh của (E) là một hình thoi có diện tích bằng $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$.

Do đó $S_1 = \frac{3\pi - 6}{4}$, suy ra $S_2 = 3\pi - \frac{3\pi - 6}{4} = \frac{9\pi + 6}{4} \approx 8,57$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 198. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| \, dx$.

B. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) \, dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) \, dx \right|$.

C. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| \, dx$.

D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) \, dx \right|$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2. \end{cases}$$

Khi đó ta có

- Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$.

- Vì $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ là hàm số chẵn nên

$$S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx = 2 \int_0^2 |f(x)| dx.$$

- Vì $x = 1$ là một nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ trên khoảng $(0; 2)$ nên suy ra

$$S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|.$$

Vậy mệnh đề sai là $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Chọn phương án **D**

Câu 199.

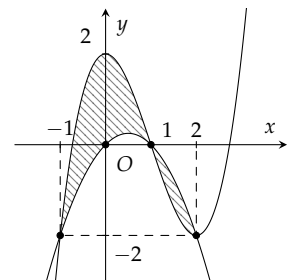
Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.



Lời giải.

Vì đồ thị hàm bậc ba và đồ thị hàm bậc hai cắt trục tung tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = 2$, $y = 0$ nên ta xét hai hàm số là $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2$, $y = mx^2 + nx$.

Vì đồ thị hai hàm số cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1$; $x = 1$; $x = 2$ nên ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$ax^3 + bx^2 + cx + 2 = mx^2 + nx \Leftrightarrow a(x+1)(x-1)(x-2) = 0.$$

Với $x = 0$ ta được $2a = 2 \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy diện tích phần tô đậm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 |(x+1)(x-1)(x-2)| dx \\ &= \left| \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| \\ &= \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **A**

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. C	3. A	4. D	5. A	6. C	7. B	8. D	9. B	10. A
11. D	12. D	13. A	14. C	15. B	16. B	17. C	18. A	19. B	20. A
21. C	22. B	23. A	24. A	25. A	26. A	27. C	28. C	29. D	30. C
31. C	32. B	33. D	34. D	35. C	36. D	37. C	38. D	39. A	40. A
41. C	42. B	43. C	44. A	45. C	46. B	47. A	48. A	49. A	50. C
51. C	52. B	53. A	54. D	55. D	56. A	57. D	58. A	59. B	60. C
61. A	62. D	63. B	64. C	65. B	66. D	67. D	68. C	69. D	70. B
71. D	72. B	73. A	74. D	75. B	76. D	77. B	78. D	79. C	80. C
81. A	82. B	83. D	84. A	85. B	86. A	87. B	88. A	89. D	90. D
91. B	92. A	93. B	94. C	95. C	96. D	97. D	98. A	99. B	100. D
101. A	102. A	103. A	104. A	105. C	106. A	107. C	108. B	109. A	110. A
111. A	112. C	113. C	114. A	115. B	116. B	117. A	118. A	119. D	120. A
121. C	122. D	123. A	124. B	125. B	126. D	127. C	128. D	129. B	130. C
131. D	132. B	133. B	134. C	135. B	136. C	137. A	138. D	139. A	140. B
141. B	142. A	143. A	144. C	145. C	146. D	147. B	148. D	149. B	150. A
151. A	152. B	153. D	154. B	155. B	156. A	157. C	158. C	159. A	160. D
161. B	162. A	163. B	164. A	165. C	166. A	167. C	168. A	169. B	170. B
171. C	172. D	173. A	174. C	175. A	176. A	177. A	178. B	179. A	180. D
181. A	182. B	183. B	184. C	185. A	186. B	187. C	188. D	189. A	190. B
191. A	192. C	193. C	194. A	195. D	196. B	197. C	198. A	199. A	

D. MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Cho hai quả bóng A, B di chuyển ngược chiều nhau và chạm với nhau. Sau va chạm mỗi quả bóng nảy ngược lại một đoạn thì dừng hẳn. Biết sau khi va chạm, quả bóng A nảy ngược lại với vận tốc $v_A(t) = 8 - 2t$ (m/s) và quả bóng B nảy ngược lại với vận tốc $v_B(t) = 12 - 4t$ (m/s). Tính khoảng cách giữa hai quả bóng sau khi đã dừng hẳn (Giả sử hai quả bóng đều chuyển động thẳng).

A. 36 mét.

B. 32 mét.

C. 34 mét.

D. 30 mét.

Lời giải.

Thời gian quả bóng A chuyển động từ lúc va chạm đến khi dừng hẳn $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow 8 - 2t = 0 \Rightarrow t = 4s$.

Quãng đường quả bóng A di chuyển $S_A = \int_0^4 (8 - 2t) dt = 16m$

Thời gian quả bóng B chuyển động từ lúc va chạm đến khi dừng hẳn $v_B(t) = 0 \Leftrightarrow 12 - 4t = 0 \Rightarrow t = 3s$.

Quãng đường quả bóng B di chuyển $S_B = \int_0^3 (12 - 4t) dt = 18m$

Vậy: Khoảng cách hai quả bóng sau khi dừng hẳn là $S = S_A + S_B = 34m$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 2.

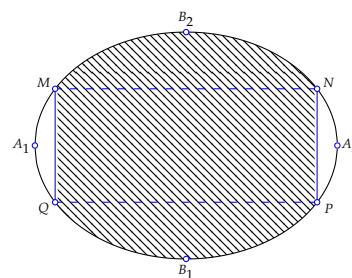
Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8m$, $B_1B_2 = 6m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$?

A. 7.322.000 đồng.

B. 7.213.000 đồng.

C. 5.526.000 đồng.

D. 5.782.000 đồng.



Lời giải.

Giả sử phương trình elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} A_1A_2 = 8 \\ B_1B_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$

Suy ra $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

Diện tích của elip (E) là $S_{(E)} = \pi ab = 12\pi$ (m^2).

Ta có: $MQ = 3 \Rightarrow \begin{cases} M = d \cap (E) \\ N = d \cap (E) \end{cases}$ với $d: y = \frac{3}{2} \Rightarrow M(-2\sqrt{3}; \frac{3}{2})$ và $N(2\sqrt{3}; \frac{3}{2})$.

Khi đó, diện tích phần không tô màu là $S = 4 \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} (\frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}) dx = 4\pi - 6\sqrt{3}$ (m^2).

Diện tích phần tô màu là $S' = S_{(E)} - S = 8\pi + 6\sqrt{3}$.

Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là

$$T = 100.000 \times (4\pi - 6\sqrt{3}) + 200.000 \times (8\pi + 6\sqrt{3}) \approx 7.322.000 \text{ đồng.}$$

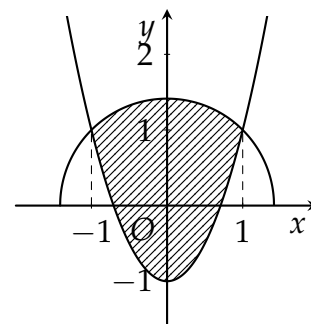
Chọn phương án **A**

□

Câu 3.

Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu theo hình giới hạn bởi một đường Parabol và nửa đường tròn có bán kính $\sqrt{2}$ mét (phần tô trong hình vẽ). Biết rằng: để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng, số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu gần bằng

A. 893000 đồng. B. 476000 đồng. C. 809000 đồng. D. 559000 đồng.



Lời giải.

Nửa đường tròn (T) có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$.

Xét parabol (P) có trục đối xứng Oy nên có phương trình dạng: $y = ax^2 + c$.

(P) cắt Oy tại điểm (0; -1) nên ta có: $c = -1$.

(P) cắt (T) tại điểm (1; 1) thuộc (T) nên ta được: $a + c = 1 \Rightarrow a = 2$.

Phương trình của (P) là: $y = 2x^2 - 1$.

Diện tích miền phẳng D (tô màu trong hình) là:

$$S = \int_{-1}^1 (\sqrt{2 - x^2} - 2x^2 + 1) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} dx + \int_{-1}^1 (-2x^2 + 1) dx.$$

$$I_1 = \int_{-1}^1 (-2x^2 + 1) dx = \left(-\frac{2}{3}x^3 + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Xét } I_2 = \int_{-1}^1 \sqrt{2 - x^2} dx, \text{ đặt } x = \sqrt{2} \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \text{ thì } dx = \sqrt{2} \cos t dt.$$

Đổi cận: $x = -1$ thì $t = -\frac{\pi}{4}$, với $x = 1$ thì $t = \frac{\pi}{4}$, ta được:

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sqrt{2 - 2\sin^2 t} \sqrt{2} \cos t dt = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} 2\cos^2 t dt \\ &= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} (1 + \cos 2t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\pi/4}^{\pi/4} = 1 + \frac{\pi}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } S = I_1 + I_2 = \frac{5}{3} + \frac{\pi}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền trồng hoa tối thiểu là: $250000 \left(\frac{5}{3} + \frac{\pi}{2} \right) \approx 809365$ đồng.

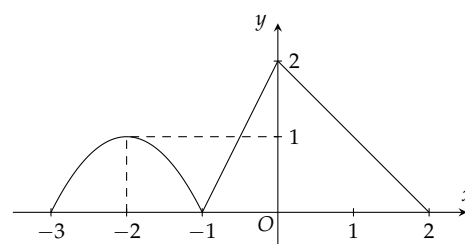
Chọn phương án **C**

□

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ trên $[-3; 2]$ như hình bên (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết $f(-3) = 0$, giá trị của $f(-1) + f(1)$ bằng

A. $\frac{23}{6}$. B. $\frac{31}{6}$. C. $\frac{35}{3}$. D. $\frac{9}{2}$.



Lời giải.

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(-2;1)$ và đi qua điểm $(-3;0)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4a - 2b + c = 1 \\ 9a - 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow y = -x^2 - 4x - 3.$$

Do $f(-3) = 0$ nên

$$\begin{aligned} f(-1) + f(1) &= [f(1) - f(0)] + [f(0) - f(-1)] + 2[f(-1) - f(3)] \\ &= \int_0^1 f'(x) dx + \int_{-1}^0 f'(x) dx + 2 \int_{-3}^{-1} (-x^2 - 4x - 3) dx \\ &= S_1 + S_2 + 2 \int_{-3}^{-1} (-x^2 - 4x - 3) dx \\ &= 1 + \frac{3}{2} + \frac{8}{3} = \frac{31}{6}. \end{aligned}$$

Với S_1, S_2 lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -1, x = 0$ và $x = 0, x = 1$.

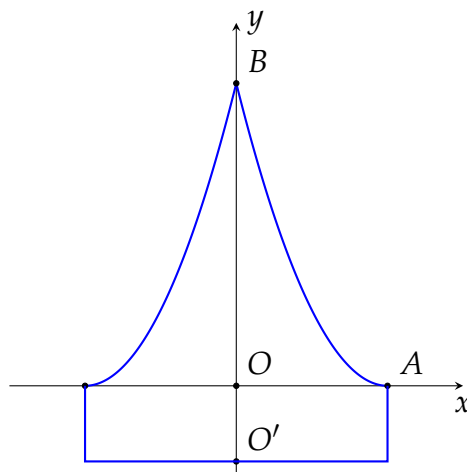
Chọn phương án **(B)** □

Câu 5.

Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5 \text{ cm}$, $OA = 10 \text{ cm}$, $OB = 20 \text{ cm}$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng

A. $\frac{2750\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$
C. $\frac{2050\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$

B. $\frac{2500\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$
D. $\frac{2250\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$



Lời giải.

Ta gọi thể tích của chiếc mũ là V .

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA = 10 \text{ cm}$ và đường cao $OO' = 5 \text{ cm}$ là V_1 .

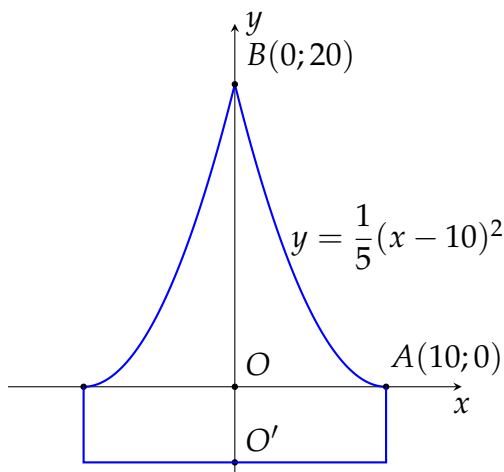
Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2 .

Ta có $V = V_1 + V_2$.

$$V_1 = 5 \cdot 10^2 \pi = 500\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Do parabol có đỉnh A nên nó có phương trình dạng $(P) : y = a(x - 10)^2$.



Vì (P) qua điểm $B(0;20)$ nên $a = \frac{1}{5}$.

Do đó, $(P) : y = \frac{1}{5}(x - 10)^2$. Từ đó suy ra $x = 10 - \sqrt{5y}$ (do $x < 10$).

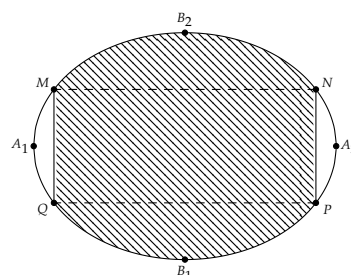
$$\text{Suy ra } V_2 = \pi \int_0^{20} (10 - \sqrt{5y})^2 dy = \pi \left(3000 - \frac{8000}{3} \right) = \frac{1000}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Do đó } V = V_1 + V_2 = \frac{1000}{3} \pi + 500 \pi = \frac{2500}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 6. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên.

Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m² và phần còn lại là 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



- A. 7.322.000 đồng. B. 7.213.000 đồng. C. 5.526.000 đồng. D. 5.782.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trục hoành trùng với trục lớn, trục tung trùng với trục bé của biển quảng cáo.

Khi đó, đường viền của biển quảng cáo có phương trình của

dạng elip sau $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} A_1A_2 = 8 \\ B_1B_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow (E):$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}.$$

Ta có: $MQ = 3 \Rightarrow \begin{cases} M = d \cap (E) \\ N = d \cap (E) \end{cases}$ với $d: y = \frac{3}{2} \Rightarrow M(-2\sqrt{3}; \frac{3}{2})$ và $N(2\sqrt{3}; \frac{3}{2})$.

Do Elip nhận trục Ox và Oy làm trục đối xứng nên diện tích phần tô màu gấp 4 diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}$ và các đường thẳng $x = 2\sqrt{3}$, trục tung, trục hoành, chính là

$$S = 4 \int_0^{2\sqrt{3}} \left(\frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2} \right) dx = 3 \int_0^{2\sqrt{3}} (\sqrt{16 - x^2}) dx.$$

Đặt $x = 4 \sin t$, khi đó $dx = 4 \cos t dt$. Và với $x = 0 \Rightarrow t = 0$; với $x = 2\sqrt{3} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}$.

$$S = 3 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sqrt{16 - 16 \sin^2 t} \cdot 4 \cdot \cos t) dt = 48 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\cos^2 t) dt = 24 \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t) dt = (24t + 12 \sin 2t) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} =$$

$$8\pi + 6\sqrt{3} \text{ m}^2.$$

Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là $T = 100.000 \times (4\pi - 6\sqrt{3}) + 200.000 \times (8\pi + 6\sqrt{3}) \approx 7.322.000$ đồng.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 7. Cho hai chất điểm A và B cùng bắt đầu chuyển động trên trục Ox từ thời điểm $t = 0$. Tại thời điểm t , vị trí của chất điểm A được cho bởi $x = f(t) = -6 + 2t - \frac{1}{2}t^2$ và vị trí của chất điểm B được cho bởi $x = g(t) = 4 \sin t$. Gọi t_1 là thời điểm đầu tiên và t_2 là thời điểm thứ hai mà hai chất điểm có vận tốc bằng nhau. Tính theo t_1, t_2 độ dài quãng đường mà chất điểm A đã di chuyển từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 .

A. $4 - 2(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2)$.

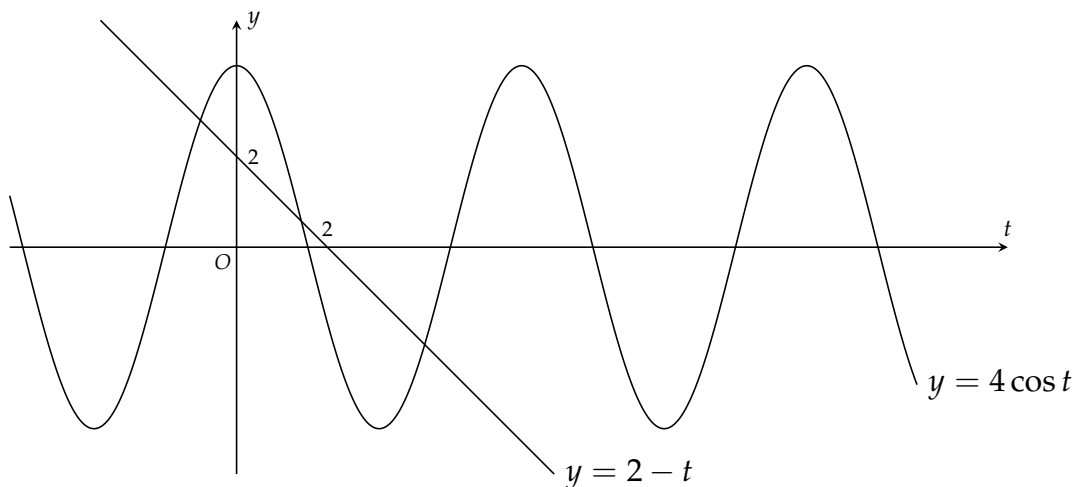
B. $4 + 2(t_1 + t_2) - \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2)$.

C. $2(t_2 - t_1) - \frac{1}{2}(t_2^2 - t_1^2)$.

D. $2(t_1 - t_2) - \frac{1}{2}(t_1^2 - t_2^2)$.

Lời giải.

Ta có $f'(t) = 2 - t$, $g'(t) = 4 \cos t$. Theo giả thiết ta có t_1, t_2 là các nghiệm của phương trình $f'(t) = g'(t)$ với $0 < t_1 < t_2$. Vẽ đồ thị của hai hàm số $y = f'(t)$ và $y = g'(t)$ trên cùng hệ trục ta thấy $t_1 < 2 < t_2$.



Quãng đường cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_{t_1}^{t_2} |2 - t| dt = \int_{t_1}^2 |2 - t| dt + \int_2^{t_2} |2 - t| dt = \int_{t_1}^2 (2 - t) dt + \int_2^{t_2} (t - 2) dt \\ &= \left(2t - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_{t_1}^2 + \left(\frac{t^2}{2} - 2t \right) \Big|_2^{t_2} \\ &= 4 - 2(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}(t_1^2 + t_2^2). \end{aligned}$$

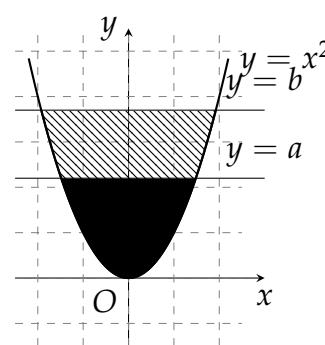
Chọn phương án **A**

□

Câu 8.

Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a, y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol P và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = S_2$?

A. $b = \sqrt[3]{4a}$. B. $b = \sqrt[3]{2a}$. C. $b = \sqrt[3]{3a}$. D. $b = \sqrt[3]{6a}$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của $(P) : y = x^2$ với đường thẳng $y = b$ là $x^2 = b \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{b}$.
Phương trình hoành độ giao điểm của $(P) : y = x^2$ với đường thẳng $y = a$ là $x^2 = a \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{a}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $y = b$ là $S = 2 \int_0^{\sqrt{b}} (b - x^2) dx =$

$$2 \left(bx - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{\sqrt{b}} = 2 \left(b\sqrt{b} - \frac{b\sqrt{b}}{3} \right) = \frac{4b\sqrt{b}}{3}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P) : y = x^2$ và đường thẳng $y = a$ (phần tô màu đen) là $S_1 =$

$$2 \int_0^{\sqrt{a}} (a - x^2) dx = 2 \left(ax - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{\sqrt{a}} = 2 \left(a\sqrt{a} - \frac{a\sqrt{a}}{3} \right) = \frac{4a\sqrt{a}}{3}.$$

$$\text{Do đó } S = 2S_1 \Leftrightarrow \frac{4b\sqrt{b}}{3} = 2 \cdot \frac{4a\sqrt{a}}{3} \Leftrightarrow (\sqrt{b})^3 = 2(\sqrt{a})^3 \Leftrightarrow \sqrt{b} = \sqrt[3]{2}\sqrt{a} \Leftrightarrow b = \sqrt[3]{4}a.$$

Chọn phương án **A**

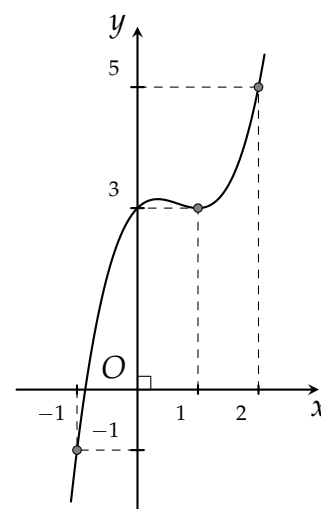
□

Câu 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Lập hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $g(-1) > g(1)$.
- B. $g(-1) = g(1)$.
- C. $g(1) = g(2)$.
- D. $g(1) > g(2)$.



Lời giải.

Đặt $h(x) = x^2 + x$. Gọi (Δ) là đồ thị của $h'(x) = 2x + 1$.

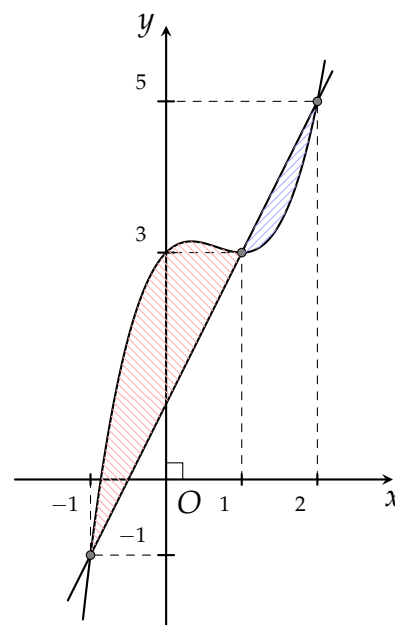
Từ đồ thị ta thấy $f'(x) = h'(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$

Ta thấy $\int_{-1}^1 [f'(x) - h'(x)] dx = g(1) - g(-1) > 0$ (1).

Ta thấy $\int_1^2 [f'(x) - h'(x)] dx = g(2) - g(1) < 0$ (2).

Từ (1), ta thấy khẳng định $g(-1) > g(1)$ và $g(-1) = g(1)$ sai.

Từ (2), ta thấy khẳng định $g(1) = g(2)$ sai và $g(1) > g(2)$ đúng.



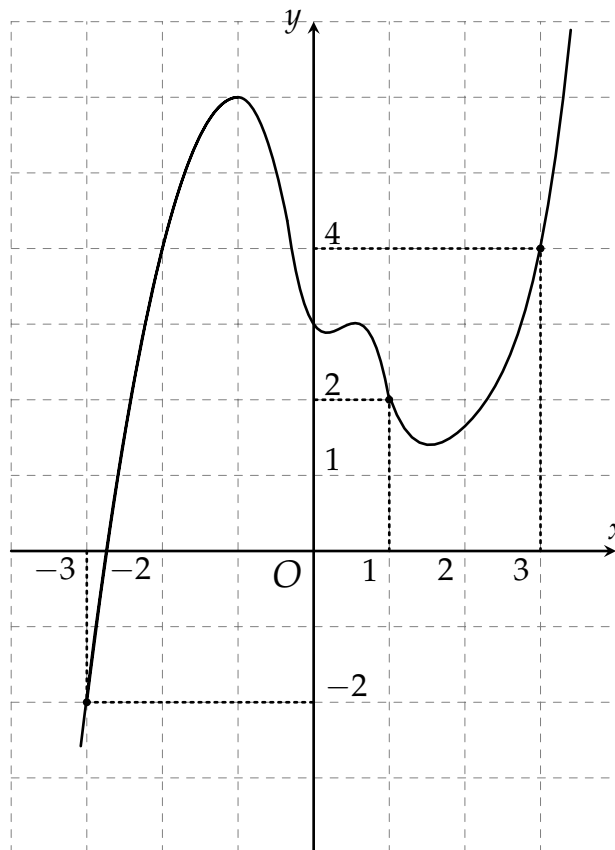
Chọn phương án **D**

□

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- B. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- C. Phương trình $g(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- D. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3; 3]$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = f'(x) - (x+1)$
 $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$.

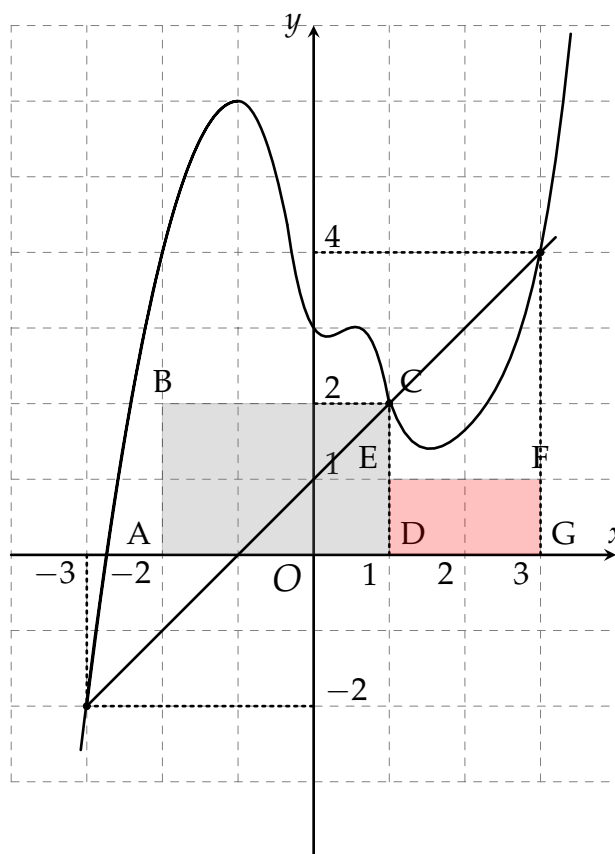
Từ đồ thị ta thấy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Từ đồ thị ta thấy

$$\int_{-3}^1 f'(x) dx > S_{ABCD} \Leftrightarrow f(1) - f(-3) > 6 \Leftrightarrow f(-3) < 0.$$

Do đó $g(-3) = f(-3) - 2 < 0$.

$$\text{Mặt khác } \int_1^3 f'(x) dx > S_{OEF G} \Leftrightarrow f(3) - f(1) > 2 \\ \Leftrightarrow f(3) > 8, \text{ nên } g(3) > 0.$$



Dựa vào hình vẽ ta có bảng biến thiên

x	-3	1	3
$g'(x)$	0	$+$	0
$g(x)$	$g(-3) < 0$ 4 $g(3) > 0$		

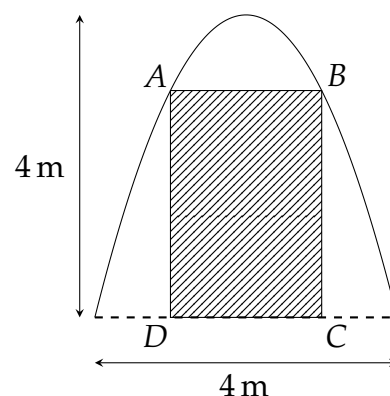
Do đó $g(x) = 0$ có duy nhất nghiệm trên $[-3; 3]$.

Chọn phương án **(B)**



Câu 11.

Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một 2 m bằng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?



- A. 900.000 (đồng). B. 1.232.000 (đồng). C. 902.000 (đồng). D. 1.230.000 (đồng).

Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Parabol của pano có dạng $y = ax^2 + c$ với $a < 0$.

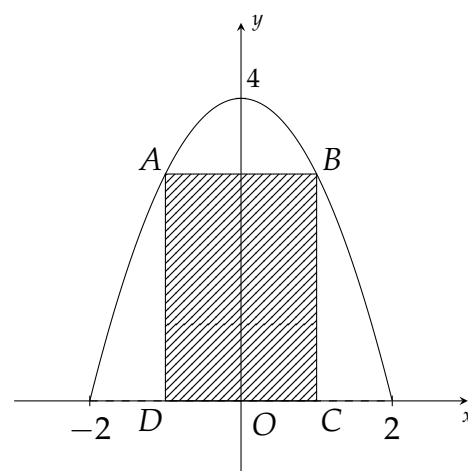
Vì (P) cắt Oy tại điểm có tung độ 4 nên $c = 4$.

Mà (P) đi qua điểm $(2; 0)$ nên $a = -1$.

Như vậy, parabol của pano là đồ thị của hàm số $y = 4 - x^2$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Giả sử $CD = 2x$ với $0 \leq x \leq 2$, khi đó diện tích hình chữ nhật là $S_{ABCD} = 2x(4 - x^2)$.

Diện tích phần trang trí hoa văn là



$$S(x) = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx - 2x(4 - x^2) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3}.$$

Hàm số $S(x)$ có $S'(x) = 6x^2 - 8$ và $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Trên đoạn $[-2; 2]$, ta có $S(\pm 2) = \frac{32}{3}$, $S\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$, $S\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{96 + 32\sqrt{3}}{9}$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của $S(x)$ trên $[-2; 2]$ là $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$.

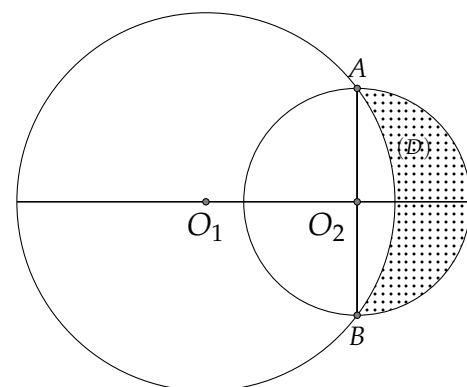
Chi phí cho việc trang trí hoa văn lúc đó là $\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \times 200.000 \approx 902.000$ (đồng).

Chọn phương án **(C)**



Câu 12.

Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 3)$. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = 36\pi$.

B. $V = \frac{68\pi}{3}$.

C. $V = \frac{14\pi}{3}$.

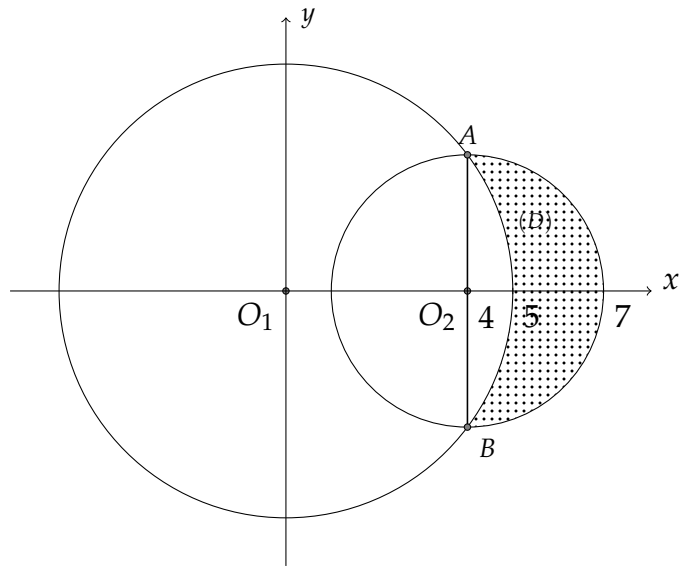
D. $V = \frac{40\pi}{3}$.

Lời giải.

Không làm mất tính tổng quát ta chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho $O \equiv O_1$, trục hoành chứa đường thẳng O_1O_2 , khi đó phương trình của (O_1) và (O_2) lần lượt là $y^2 = 25 - x^2$ và $y^2 = 9 - (x - 4)^2$.

Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (D_1) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{9 - (x - 4)^2}$, $y = 0$, $x = 4$, $x = 7$ quanh Ox

$$\Rightarrow V_1 = \pi \int_4^7 (9 - (x - 4)^2) dx.$$



Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (D_2) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{25 - x^2}$, $y = 0$, $x = 4$, $x = 5$ quanh trục Ox

$$\Rightarrow V_2 = \pi \int_4^5 (25 - x^2) dx$$

Khi đó thể tích của khối tròn xoay cần tìm là

$$V = V_1 - V_2 = \pi \int_4^7 (9 - (x - 4)^2) dx - \pi \int_4^5 (25 - x^2) dx = \frac{40\pi}{3}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 13. Một vật thể có hai đáy trong đó có đáy lớn là một elip có độ dài trục lớn bằng 8, trục bé là 4 và đáy bé có độ dài trục lớn là 4 và trục bé là 2. Thiết diện vuông góc với đường thẳng nối hai tâm của hai đáy luôn là một elip, biết chiều cao của vật thể là 4. Tính thể tích của vật thể này.

A. $\frac{55\pi}{3}$.

B. $\frac{56\pi}{3}$.

C. $\frac{57\pi}{3}$.

D. $\frac{58\pi}{3}$.

Lời giải.

- **Tính độ dài trục lớn của thiết diện:** (hình vẽ)

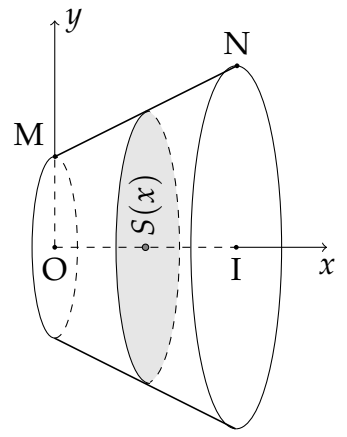
Gọi $M(0;2)$, $N(4;4)$ đường thẳng qua M, N có phương trình

$$y = \frac{x+4}{2};$$

- **Tính độ dài trục bé của thiết diện:**

Tương tự như trên, lấy $P(0;1)$, $Q(4;2)$ đường thẳng qua P, Q có phương trình

$$y = \frac{x+4}{4}.$$



Thiết diện là 1 elip có diện tích là $S(x) = \pi \cdot \frac{x+4}{2} \cdot \frac{x+4}{4}$.

Thể tích vật thể cho bởi công thức

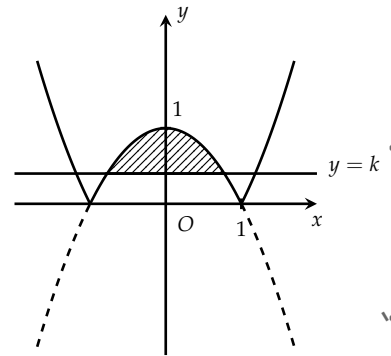
$$V = \int_0^4 S(x) dx = \int_0^4 \pi \cdot \frac{x+4}{2} \cdot \frac{x+4}{4} dx = \frac{56\pi}{3}.$$

Chọn phương án **(B)**

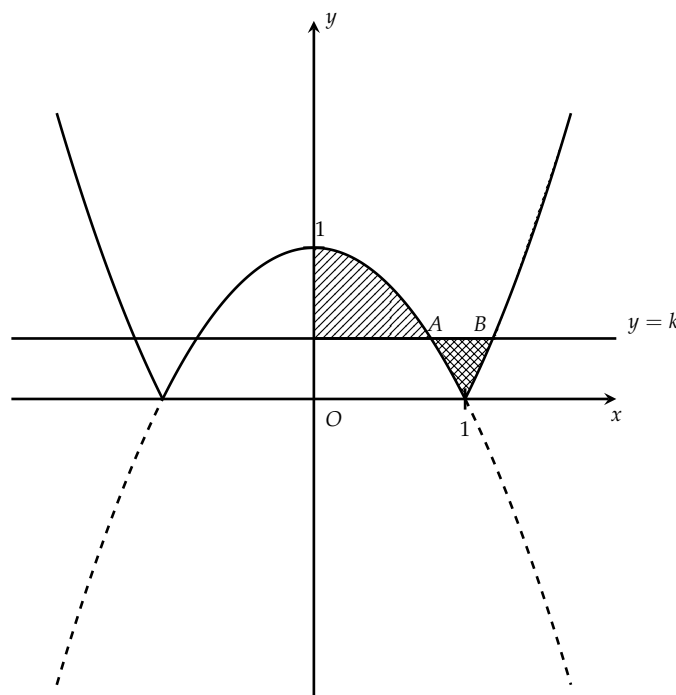
Câu 14.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 1|$ và $y = k$, với $0 < k < 1$. Tìm k để diện tích hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc ở hình vẽ bên.

- A. $k = \sqrt[3]{4} - 1$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \sqrt[3]{4}$. D. $k = \sqrt[3]{2} - 1$.



Lời giải.



Gọi S là diện tích hình phẳng (H) . Lúc đó $S = 2S_1 + 2S_2$, trong đó S_1 là diện tích phần gạch sọc ở

bên phải Oy và S_2 là diện tích phần gạch ca-rô trong hình vẽ bên.

Gọi A, B là các giao điểm có hoành độ dương của đường thẳng $y = k$ và đồ thị hàm số $y = |x^2 - 1|$, trong đó $A(\sqrt{1-k}; k)$ và $B(\sqrt{1+k}; k)$.

Theo yêu cầu bài toán $S = 2 \cdot 2S_1 \Leftrightarrow S_1 = S_2$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{1-k}} (1-x^2-k)dx &= \int_{\sqrt{1-k}}^1 (k-1-x^2)dx + \int_1^{\sqrt{1+k}} (k-x^2+1)dx \\ \Leftrightarrow (1-k)\sqrt{1-k} - \frac{1}{3}(1-k)\sqrt{1-k} &= \frac{1}{3} - (1-k) - \frac{1}{3}(1-k)\sqrt{1-k} \\ &\quad + (1-k)\sqrt{1-k} + (1+k)\sqrt{1+k} - \frac{1}{3}(1+k)\sqrt{1+k} - (1+k) + \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3}(1+k)\sqrt{1+k} &= \frac{4}{3} \Leftrightarrow (\sqrt{1+k})^3 = 2 \Leftrightarrow k = k = \sqrt[3]{4} - 1. \end{aligned}$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 15. Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB có giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $A(a, a^2), B(b, b^2) \in (P)$, với $a < b$ sao cho $AB = 2$.

Phương trình đường thẳng AB có dạng

$$y = \frac{b^2 - a^2}{b - a}x + m \Leftrightarrow y = (a + b)x + m.$$

Thay tọa độ $A(a, a^2)$ ta có: $a^2 = (a + b)a + m \Rightarrow m = -ab$.

Vậy phương trình đường thẳng AB là: $y = (a + b)x - ab$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB , khi đó:

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b |(a + b)x - ab - x^2| dx = \int_a^b ((a + b)x - ab - x^2) dx \\ &= \left(\frac{a + b}{2}x^2 - abx - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_a^b = \frac{1}{6}(b - a)^3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lại có } AB &= 2 \Rightarrow (b - a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 4 \\ \Leftrightarrow (b - a)^2 (1 + (a + b)^2) &= 4. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } 1 + (a + b)^2 \geq 1 \Rightarrow (b - a)^2 \leq 4 \Rightarrow b - a \leq 2. \text{ Dẫn tới } S \leq \frac{4}{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = -1, b = 1$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 16. Tính tổng $S = \frac{2^2}{2}C_{2018}^1 + \frac{2^3}{3}C_{2018}^2 + \frac{2^4}{4}C_{2018}^3 + \dots + \frac{2^{2019}}{2019}C_{2018}^{2018}$.

A. $S = \frac{3^{2019} + 4039}{2019}$.

B. $S = \frac{3^{2018} + 4039}{2019}$.

C. $S = \frac{3^{2018} - 4039}{2019}$.

D. $S = \frac{3^{2019} - 4039}{2019}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (1 + x)^{2018} &= 1 + C_{2018}^1x + C_{2018}^2x^2 + \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}, \\ \text{hay } (1 + x)^{2018} - 1 &= C_{2018}^1x + C_{2018}^2x^2 + \dots + C_{2018}^{2018}x^{2018}. \end{aligned}$$

Khi đó

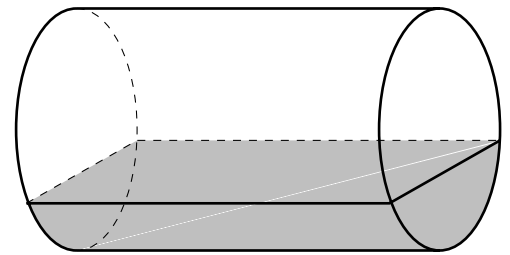
$$\begin{aligned} \int_0^2 \left[(1+x)^{2018} - 1 \right] dx &= \int_0^2 \left(C_{2018}^1 x + C_{2018}^2 x^2 + \dots + C_{2018}^{2018} x^{2018} \right) dx \\ \Leftrightarrow \left[\frac{(1+x)^{2019}}{2019} - x \right]_0^2 &= \left(\frac{x^2}{2} C_{2018}^1 + \frac{x^3}{3} C_{2018}^2 + \dots + \frac{x^{2019}}{2019} C_{2018}^{2018} \right) \Big|_0^2 \\ \Leftrightarrow S &= \frac{3^{2019}}{2019} - 2 - \frac{1}{2019} = \frac{3^{2019} - 4039}{2019}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 17.

Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1 m, trục bé bằng 0,8 m, chiều dài (nằm trong của thùng) bằng 3 m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình vẽ bên). Biết chiều cao của dầu trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6 m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (kết quả được làm tròn đến phần trăm).



- A. $V = 1,42 \text{ m}^3$. B. $V = 1,31 \text{ m}^3$.
C. $V = 1,27 \text{ m}^3$. D. $V = 1,52 \text{ m}^3$.

Lời giải.

Xét một đáy của của thùng đựng dầu và gắn hệ trục như hình vẽ.

Phương trình đường elip đáy khi đó có phương trình $\frac{x^2}{0,5^2} + \frac{y^2}{0,4^2} = 1$.

Khi đó chiều cao mép dầu trong thùng trùng với đường thẳng $y = 0,2$.

Xét phương trình $0,4\sqrt{1 - \frac{x^2}{0,5^2}} = 0,2 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Diện tích phần mặt chứa dầu là

$$S = 0,5 \times 0,4 \times \pi - \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \left(0,4\sqrt{1 - \frac{x^2}{0,5^2}} - 0,2 \right) dx \approx 0,506.$$

Do đó thể tích dầu trong thùng là $V = 3 \cdot S \approx 1,52 \text{ m}^3$.

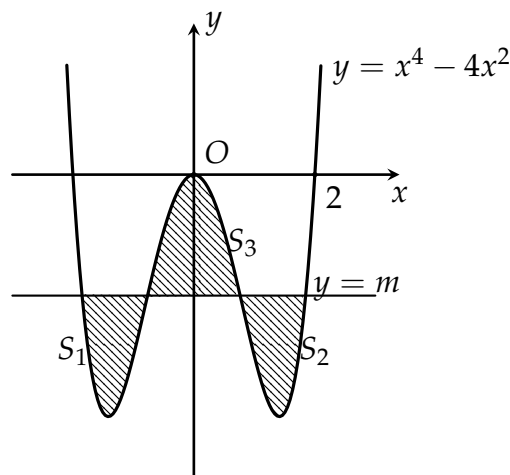
Chọn phương án **D**

□

Câu 18.

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2$ cắt đường thẳng $d: y = m$ tại 4 điểm phân biệt và tạo ra các hình phẳng có diện tích S_1, S_2, S_3 thỏa mãn $S_1 + S_2 = S_3$ (như hình vẽ). Giá trị m là số hữu tỷ tối giản có dạng $m = -\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Giá trị của $T = a - b$ bằng:

- A. 29. B. 3. C. 11. D. 25.



Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - 4x^2 - m = 0$ có biệt thức $\Delta = 16 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -4$.

Phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x^2 = 2 + \sqrt{4+m} \\ x^2 = 2 - \sqrt{4+m} \end{cases}$, do $2 - \sqrt{4+m} > 0 \Leftrightarrow m < 0$. Vậy $-4 < m < 0$.

Khi đó ta có bốn nghiệm $\begin{cases} x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{4+m}} = \pm t_1 \\ x = \pm\sqrt{2 - \sqrt{4+m}} = \pm t_2 \end{cases}$.

Theo tính đối xứng của đồ thị hàm trùng phương, nên để thỏa yêu cầu bài toán ta cần có

$$\begin{aligned} \int_0^{t_2} (x^4 - 4x^2 - m) dx &= - \int_{t_2}^{t_1} (x^4 - 4x^2 - m) dx \\ \Leftrightarrow \int_0^{t_1} (x^4 - 4x^2 - m) dx &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x}{15} (3x^4 - 20x^2 - 15m) \Big|_0^{t_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow 3t_1^4 - 20t_1^2 - 15m &= 0. \end{aligned}$$

Mặt khác ta có $t_1^4 - 4t_1^2 - m = 0$. Suy ra $2t_1^2 = -3m \Leftrightarrow 2\sqrt{4+m} = -4 - 3m \Leftrightarrow m = -\frac{20}{9}$.

Vậy $T = a - b = 11$.

Chọn phương án **C** □

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và dương trên $\mathbb{R}$, hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = g(x) = (x-1)f(x^2 - 2x + 1)$, trục hoành, $x = 1; x = 2$ có diện tích bằng 5. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = 10$. B. $I = 20$. C. $I = 5$. D. $I = 9$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$I = \int_1^2 |(x-1)f[(x-1)^2]| dx = 5.$$

Đặt $t = x - 1$ ta được

$$I = \int_0^1 t \cdot f(t^2) dt = 5 \Rightarrow \int_0^1 f(t^2) d(t^2) = 10$$

$$\text{hay } I = \int_0^1 f(x) dx = 10.$$

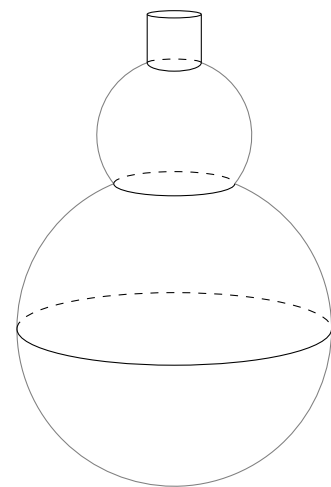
Chọn phương án **A**

□

Câu 20.

Người ta cắt hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R = 13$ cm và $r = \sqrt{41}$ cm để làm hồ lô đựng rượu như hình vẽ bên. Biết đường tròn giao của hình cầu có bán kính $r' = 5$ cm và nút đựng rượu là một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{5}$ cm, chiều cao bằng 4 cm. Giả sử độ dày vỏ hồ lô không đáng kể. Hỏi hồ lô đựng được bao nhiêu lít rượu? (kết quả làm trong đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy).

- A. 9,5 lít. B. 8,2 lít. C. 10,2 lít. D. 11,4 lít.

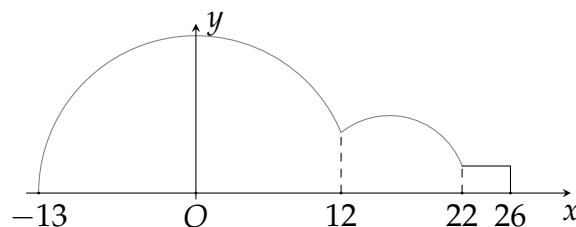


Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Có thể coi hồ lô được tạo thành bằng cách cho đường cong, gấp khúc quay quanh trục Ox .

Phương trình cung cong lớn là $x^2 + y^2 = 13^2 \Rightarrow y = \sqrt{169 - x^2}$.



Phương trình cung cong nhỏ là $(x - 16)^2 + y^2 = 41 \Rightarrow y = \sqrt{41 - (x - 16)^2}$.

Thể tích hồ lô là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-13}^{12} (169 - x^2) dx + \pi \int_{12}^{22} [41 - (x - 16)] dx + \pi \int_{22}^{26} 5 dx \\ &= \pi \left(\frac{8750}{3} + \frac{950}{3} + 20 \right) = \frac{9760}{3} \pi \approx 10220,65 \text{ cm}^3 \approx 10,2 \text{ lít.} \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 21. Người ta làm một chiếc phao bơi như hình vẽ (với bề mặt có được bằng cách quay đường

tròn ($\mathcal{C}$) quanh trục d). Biết rằng $OI = 30$ cm, $R = 5$ cm. Tính thể tích V của chiếc phao.

- A. $V = 1500\pi^2 \text{ cm}^3$. B. $V = 9000\pi^2 \text{ cm}^3$. C. $V = 1500\pi \text{ cm}^3$. D. $V = 9000\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó, phương trình đường tròn $(\mathcal{C})$ là $x^2 + (y - 30)^2 = 25$.

Phương trình nửa trên và nửa dưới (theo đường kính AB) của $(\mathcal{C})$ là

$$\mathcal{C}_t: y = 30 + \sqrt{25 - x^2};$$

$$\mathcal{C}_d: y = 30 - \sqrt{25 - x^2}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-5}^5 \left[(30 + \sqrt{25 - x^2})^2 - (30 - \sqrt{25 - x^2})^2 \right] dx \\ &= \pi \int_{-5}^5 120\sqrt{25 - x^2} dx \end{aligned}$$

Đặt $x = 5 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 5 \cos t dt$.

Đổi cận: $x = -5 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x = 5 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

Khi đó, ta có

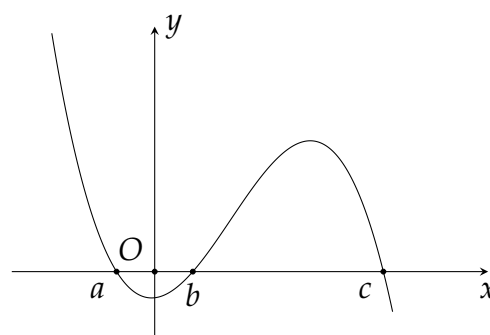
$$V = 120\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 25 \cos^2 t dt = 1500\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = 1500\pi t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} + 750\pi \sin 2t \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1500\pi^2 \text{ cm}^3.$$

Chọn phương án **A**

Câu 22.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $f(c) > f(b) > f(a)$. B. $f(b) > f(a) > f(c)$.
C. $f(a) > f(c) > f(b)$. D. $f(c) > f(a) > f(b)$.



Lời giải.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$, Ox , $x = a$, $x = b$.

Tương tự, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$, Ox , $x = b$, $x = c$.

Ta có $S_1 = \int_a^b |f'(x)| dx = - \int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b)$. Do $S_1 > 0$ nên $f(a) > f(b)$.

Ta có $S_2 = \int_b^c |f'(x)| dx = \int_b^c f'(x) dx = f(c) - f(b)$. Do $S_2 > 0$ nên $f(c) > f(b)$.

Lại có $S_2 > S_1 \Rightarrow f(c) - f(b) > f(a) - f(b) \Rightarrow f(c) > f(a)$.

Suy ra $f(c) > f(a) > f(b)$.

Chọn phương án **D**

Câu 23. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{1 + \sqrt{4 - 3x}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V , biết $V = \frac{\pi}{a} \left(b \ln \frac{c}{2} - 1 \right)$, với $a, b, c \in \mathbb{N}$. Tính giá trị của biểu thức $P = ab - 2c$.

A. $P = -48$.

B. $P = 24$.

C. $P = 30$.

D. $P = 48$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V = \pi \int_0^1 \left(\frac{1}{1 + \sqrt{4-3x}} \right)^2 dx = \pi \int_0^1 \frac{1}{5-3x+2\sqrt{4-3x}} dx.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{4-3x} \Rightarrow t^2 = 4-3x \Rightarrow 2t dt = -3 dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 2; x = 1 \Rightarrow t = 1.$$

Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_2^1 \frac{1}{1+t^2+2t} \cdot \frac{-2t}{3} dt = \frac{2\pi}{3} \int_1^2 \frac{t}{(t+1)^2} dt \\ &= \frac{2\pi}{3} \int_1^2 \left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2} \right) dt = \frac{2\pi}{3} \left(\ln|t+1| + \frac{1}{t+1} \right) \Big|_1^2 \\ &= \frac{2\pi}{3} \left(\ln 3 + \frac{1}{3} - \ln 2 - \frac{1}{2} \right) = \frac{2\pi}{3} \left(\ln \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right) = \frac{\pi}{9} \left(6 \ln \frac{3}{2} - 1 \right). \end{aligned}$$

Theo giả thiết $V = \frac{\pi}{a} \left(b \ln \frac{c}{2} - 1 \right)$ nên $a = 9, b = 6, c = 3 \Rightarrow P = ab - 2c = 54 - 6 = 48$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 24. Cho hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ có diện tích là $S = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $I = a - b$.

A. $I = 66$.

B. $I = 60$.

C. $I = 59$.

D. $I = 67$.

Lời giải.

Đồ thị của ba hàm số đã cho được minh họa như hình vẽ bên.

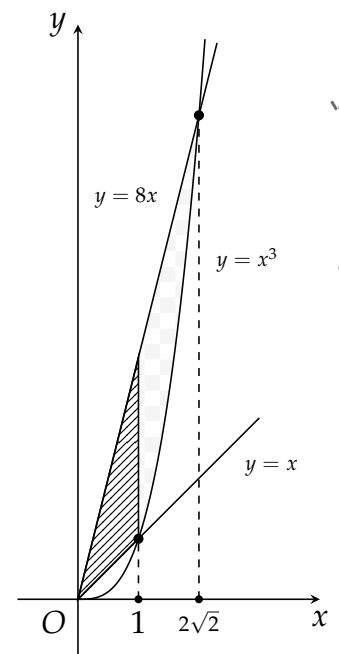
Trong góc phần tư thứ nhất, xét các phương trình hoành độ giao điểm:

- $x^3 = x \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$.
- $x^3 = 8x \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2\sqrt{2}$.

Hình phẳng cần tính diện tích là phần gạch sọc, được chia ra làm 2 vùng.

Theo hình vẽ, ta có

$$S = \int_0^1 (8x - x) dx + \int_1^{2\sqrt{2}} (8x - x^3) dx = \frac{63}{4}.$$

Suy ra $a = 63$ và $b = 4$. Vậy, $I = a - b = 59$.Chọn phương án **(C)**

Câu 25. Một xe chuyển động với vận tốc thay đổi là $v(t) = 3at^2 + bt$. Gọi $S(t)$ là quãng đường đi được sau t giây. Biết rằng sau 5 giây thì quãng đường đi được là 150 m, sau 10 giây thì quãng đường đi được là 1100 m. Tính quãng đường xe đi được sau 20 giây.

A. 8400 m.

B. 600 m.

C. 4200 m.

D. 2200 m.

Lời giải.

Quãng đường đi được sau 5 giây là

$$S_1 = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (3at^2 + bt) dt = \left(at^3 + \frac{bt^2}{2} \right) \Big|_0^5 = 125a + \frac{25}{2}b.$$

Quãng đường đi được sau 10 giây là

$$S_2 = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (3at^2 + bt) dt = \left(at^3 + \frac{bt^2}{2} \right) \Big|_0^{10} = 1000a + 50b.$$

Theo đề bài, ta có

$$\begin{cases} 125a + \frac{25}{2}b = 150 \\ 1000a + 50b = 1100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a + b = 12 \\ 100a + 5b = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2. \end{cases}$$

Suy ra $v(t) = 3t^2 + 2t$, nên quãng đường xe đi được sau 20 giây là

$$S = \int_0^{20} v(t) dt = \int_0^{20} (3t^2 + 2t) dt = (t^3 + t^2) \Big|_0^{20} = 8000 + 400 = 8400 \text{ (m)}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 26. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2$ bằng

A. $S = \frac{16}{3}$.

B. $S = \frac{10}{3}$.

C. $S = 2$.

D. $S = \frac{17}{2}$.

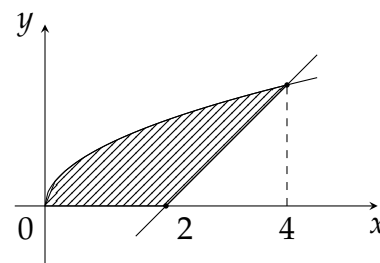
Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 1 \vee x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_2^4 \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{3} + \frac{16}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3} - 2 = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$



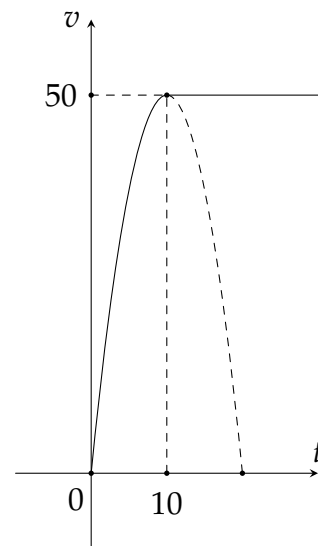
Chọn phương án **B**

□

Câu 27.

Một ô tô bắt đầu chuyển động với vận tốc $v(t) = at^2 + bt$ với t tính bằng giây và v tính bằng mét/giây (m/s). Sau 10 giây thì ô tô đạt vận tốc cao nhất $v = 50 \text{ m/s}$ và giữ nguyên vận tốc đó, có đồ thị vận tốc như hình bên. Tính quãng đường s ô tô đi được trong 20 giây đầu.

- A. $s = \frac{2500}{3} \text{ m.}$ B. $s = \frac{2600}{3} \text{ m.}$
C. $s = 800 \text{ m.}$ D. $s = \frac{2000}{3} \text{ m.}$



Lời giải.

Hàm số $v(t) = at^2 + bt$ đạt giá trị lớn nhất bằng 50 khi $t = 10$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 10 \\ 100a + 10b = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20a + b = 0 \\ 100a + 10b = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 10. \end{cases}$$

Do đó $v(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 10t$.

Quãng đường s ô tô đi được trong 20 giây đầu được tính bằng công thức

$$\begin{aligned} s &= \int_0^{10} \left(-\frac{1}{2}t^2 + 10t\right) dt + \int_{10}^{20} 50 dt \\ &= \left(-\frac{t^3}{6} + 5t^2\right) \Big|_0^{10} + 50t \Big|_{10}^{20} \\ &= \frac{2500}{3}. \end{aligned}$$

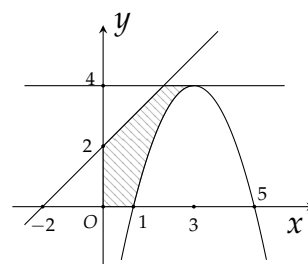
Vậy quãng đường ô tô đi được trong 20 giây đầu là $s = \frac{2500}{3} \text{ m.}$

Chọn phương án **A**

Câu 28.

Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô màu đen trong hình bên) quanh trục Ox .

- A. $\frac{61\pi}{15}.$ B. $\frac{88\pi}{5}.$ C. $\frac{8\pi}{5}.$ D. $\frac{424\pi}{15}.$



Lời giải.

- Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = x + 2$ và $y = 4$ là $x + 2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$.
- Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = -x^2 + 6x - 5$ và $y = 4$ là $-x^2 + 6x - 5 = 4 \Leftrightarrow x = 3$.
- Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = x + 2$ và trục tung là $x = 0$.
- Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = -x^2 + 6x - 5$ và trục hoành là $-x^2 + 6x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5. \end{cases}$

Ta có phần diện tích giới hạn bởi các đồ thị $d: y = x + 2$, $\Delta: y = 4$ và parabol $(P): y = -x^2 + 6x - 5$ và hai trục tọa độ.

Thể tích vật thể là

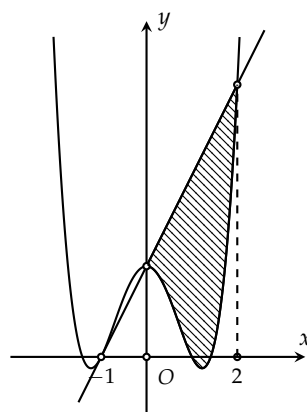
$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (x+2)^2 dx + \pi \int_1^2 [(x+2)^2 - (-x^2 + 6x - 5)^2] dx + \pi \int_2^3 [4^2 - (-x^2 + 6x - 5)^2] dx \\ &= \pi \frac{(x+2)^3}{3} \Big|_0^1 + \pi \left[-\frac{x^5}{5} + 3x^4 - 15x^3 + 32x^2 - 21x \right] \Big|_1^2 + \pi \left[-\frac{x^5}{5} + 3x^4 - \frac{46}{3}x^3 + 30x^2 - 9x \right] \Big|_2^3 \\ &= \frac{19\pi}{3} + \frac{44\pi}{5} + \frac{37\pi}{15} = \frac{88\pi}{5}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 29.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) , biết rằng (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d tại A của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ có diện tích bằng $\frac{28}{5}$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính diện tích giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = -1, x = 0$.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.



Lời giải.

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$.

Phương trình tiếp tuyến d tại $A(-1;0)$ là $d: y = y'(-1)(x+1) + 0 = (-4a - 2b)(x+1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là $(-4a - 2b)(x+1) = ax^4 + bx^2 + c$.

Theo giả thiết, $x = 0$ và $x = 2$ là hai nghiệm của phương trình này, lần lượt thay $x = 0$ và $x = 2$ vào ta được

$$\begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 0 & (1) \\ 28a + 10b + c = 0 & (2) \end{cases}$$

Mặt khác, diện tích của phần gạch chéo là

$$\begin{aligned} \frac{28}{5} &= \int_0^2 [(-4a - 2b)(x+1) - (ax^4 + bx^2 + c)] dx \\ &= \left[(-4a - 2b) \left(\frac{x^2}{2} + x \right) - \left(\frac{ax^5}{5} + \frac{bx^3}{3} + cx \right) \right] \Big|_0^2 \\ &= (-4a - 2b) \cdot 4 - \left(\frac{32}{5}a + \frac{8}{3}b + 2c \right) \end{aligned}$$

$$\text{Tương đương với } \frac{112}{5}a + \frac{32}{3}b + 2c = -\frac{28}{5} \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $a = 1, b = -3, c = 2$.

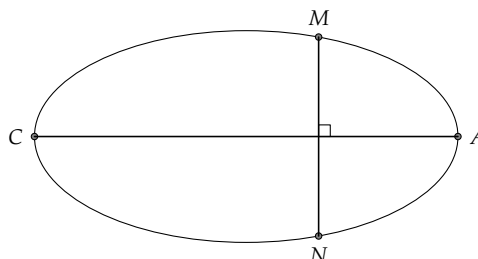
Do đó, $(C): y = x^4 - 3x^2 + 2, d: y = 2x + 2$. Suy ra diện tích của hình giới hạn bởi d , đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = -1, x = 0$ là $S = \int_{-1}^0 [(x^4 - 3x^2 + 2) - (2x + 2)] dx = \frac{1}{5}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 30. Sân vận động Sports Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức ở Singapore năm 2015. Nền sân là một Elip (E) có trục lớn dài 150 m, trục bé dài 90 m (Hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông

góc với trục lớn của (E) và cắt Elip (E) ở M, N (Hình a) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong Hình b) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí cho sân vận động thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu làm mái không

đáng kể. Hỏi thể tích đó xấp xỉ bao nhiêu?



Hình a

- A. 57793 m³. B. 115586 m³. C. 32162 m³. D. 101793 m³.

Lời giải.

Ta có $2a = 150 \Rightarrow a = 75$, $2b = 90 \Rightarrow b = 45$. Phương trình Elip có dạng $\frac{x^2}{75^2} + \frac{y^2}{45^2} = 1$.

Gọi $M(x, y) \in (E) \Rightarrow N(x, -y) \in (E) \Rightarrow MN = 2|y| = 2 \cdot \frac{45}{75} \sqrt{75^2 - x^2} = \frac{6}{5} \sqrt{75^2 - x^2}$.

Diện tích phần gạch sọc được tính bằng

$$\frac{1}{4}S_{(I,IM)} - S_{\triangle IMN} = \frac{1}{4}\pi IM^2 - \frac{1}{2}IM^2 = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) IM^2 = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{MN}{\sqrt{2}}\right)^2.$$

Khi đó, thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, được tính bằng

$$\int_{-75}^{75} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{MN}{\sqrt{2}}\right)^2 dx = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \int_{-75}^{75} \frac{18}{25} (75^2 - x^2) dx \approx 115586 \text{ m}^3.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 31. Tại một thời điểm t trước lúc đỗ xe ở điểm dừng xe, một chiếc xe đang chuyển động đều với vận tốc là 60 km/h. Chiếc xe di chuyển trong trạng thái đó 5 phút rồi bắt đầu đạp phanh và chuyển động chậm dần đều thêm 8 phút nữa rồi mới dừng hẳn ở điểm đỗ xe. Tính quãng đường mà xe đi được từ thời điểm t nói trên đến khi dừng hẳn.

- A. 4 km. B. 5 km. C. 9 km. D. 6 km.

Lời giải.

Vận tốc xe khi bắt đầu phanh là $v = 60 + at$ (km/h), mà xe dừng khi chạy được 8 phút = $\frac{2}{15}$ giờ thì dừng hẳn nên $0 = 60 + \frac{2a}{15} \Leftrightarrow a = -450$ (m/h²). Khi đó quãng đường xe đi được kể từ lúc đạp phanh là

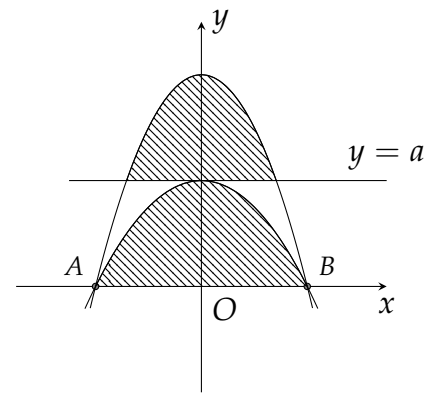
$$\int_0^{\frac{2}{15}} (60 - 450t) dt = 4.$$

Vậy tổng quãng đường cần tính là $60 \cdot \frac{5}{60} + 4 = 9$ km.

Chọn phương án **(C)**

Câu 32.

Cho parabol $(P_1) : y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d : y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d , S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.



- A. $T = 32$. B. $T = 64$. C. $T = 72$. D. $T = 99$.

Lời giải.

Đường thẳng $y = a$ cắt (P_1) tại hai điểm có hoành độ $-\sqrt{4-a}$ và $\sqrt{4-a}$. Vậy

$$S_1 = \int_{-\sqrt{4-a}}^{\sqrt{4-a}} (-x^2 + 4 - a) dx = \frac{4}{3} \cdot \sqrt{4-a} \cdot (4-a).$$

Parabol (P_2) có dạng $y = m(x^2 - 4)$. Chú ý vì nó còn đi qua điểm $(0; a)$ nên $m = -\frac{a}{4}$. Vậy $(P_2) : y = -\frac{a}{4}x^2 + a$. Từ đó suy ra

$$S_2 = \int_{-2}^2 \left(-\frac{a}{4}x^2 + a\right) dx = \frac{8a}{3}.$$

Từ đó ta có

$$\frac{16(4-a)^3}{9} = \frac{64a^2}{9} \Leftrightarrow a^3 - 8a^2 + 48a = 64.$$

Chọn phương án **B** □

Câu 33.

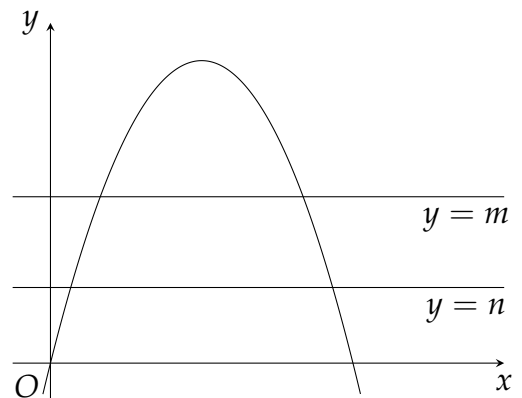
Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m, y = n$ chia hình (H) thành 3 phần có diện tích bằng nhau (ta có thể tham khảo hình vẽ). Tính giá trị biểu thức $T = (4-m)^3 + (4-n)^3$.

A. $T = \frac{320}{9}$.

B. $T = \frac{75}{2}$.

C. $T = \frac{512}{15}$.

D. $T = 405$.



Lời giải.

Hoành độ giao điểm giữa parabol và trục hoành là nghiệm của phương trình

$$-x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_0^4 |-x^2 + 4x| dx = \frac{32}{3}$.

Ta có

$$-x^2 + 4x = y \Leftrightarrow x^2 - 4x + y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{4-y} \\ x = 2 + \sqrt{4-y} \end{cases} (y < 4).$$

Suy ra diện tích hình giới hạn bởi $y = n$, $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành là

$$S_1 = \int_0^n \left| (2 + \sqrt{4-y}) - (2 - \sqrt{4-y}) \right| dy = \int_0^n 2\sqrt{4-y} dy = -\frac{4\sqrt{(4-y)^3}}{3} \Big|_0^n = \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-n)^3}}{3}.$$

Tương tự ta có diện tích hình giới hạn bởi $y = m$, $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành là

$$S_2 = \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-m)^3}}{3}.$$

Để hai đường thẳng $y = n$, $y = m$ chia (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau khi và chỉ khi

$$\begin{cases} S_1 = \frac{32}{9} \\ S_2 = \frac{64}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-n)^3}}{3} = \frac{32}{9} \\ \frac{32}{3} - \frac{4\sqrt{(4-m)^3}}{3} = \frac{64}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4\sqrt{(4-n)^3}}{3} = \frac{64}{9} \\ \frac{4\sqrt{(4-m)^3}}{3} = \frac{32}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4-n)^3 = \frac{256}{9} \\ (4-m)^3 = \frac{64}{9} \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $T = (4-m)^3 + (4-n)^3 = \frac{320}{9}$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 34. Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + bx^{2017} + 2018$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(\log(\log e)) = 2019$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$.

A. 2019.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + bx^{2017} + 2018 \\ &= a \ln \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} - x} + bx^{2017} + 2018 \\ &= -a \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x) + bx^{2017} + 2018 \\ &= -a \ln(\sqrt{(-x)^2 + 1} + (-x)) - b(-x)^{2017} + 2018 \\ &= 4036 - f(-x), \end{aligned}$$

mà $\log(\ln 10) = \log \frac{1}{\log e} = -\log(\log e)$ nên

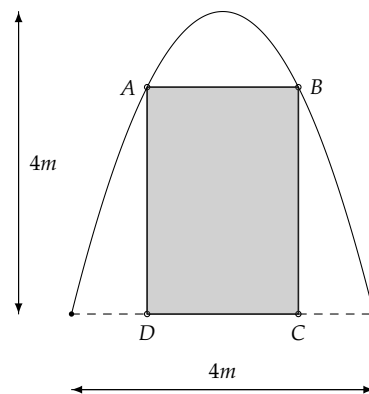
$$f(\log(\ln 10)) = 4036 - f(\log(\log e)) = 4036 - 2019 = 2017.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 35. Trong đợt hội trại được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

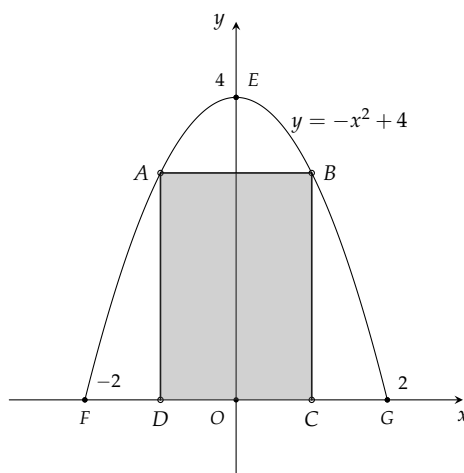
A. 900.000 (đồng).
C. 902.000 (đồng).

B. 1.232.000 (đồng).
D. 1.230.000 (đồng).



Lời giải.

Dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Giả sử parabol là $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Khi đó (P) đi qua ba điểm $E(0;4), F(2;0), G(-2;0) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -x^2 + 4$.

Đặt $CD = 2x, 0 < x < 2 \Rightarrow C(x;0) \Rightarrow BC = -x^2 + 4$.

Do đó diện tích phần trang trí hoa văn là

$$S_{hv} = \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx - 2x(-x^2 + 4) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3} = f(x)$$

Chi phí để dán hoa văn là: $T = 200000 \cdot S_{hv} = 200000f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 8x + \frac{32}{3}, 0 < x < 2$.

Ta có $f'(x) = 6x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}} \in (0;2)$ nên ta có bảng biến thiên sau:

Từ BBT ta có $T \geq 200000 \cdot \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy min $T = 200000 \cdot \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \approx 902000$ (đồng).

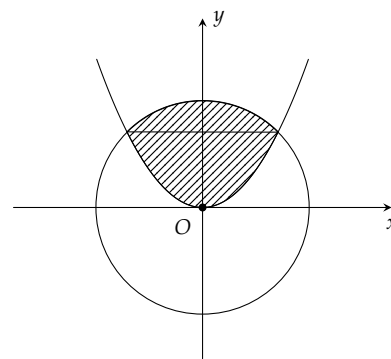
Chọn phương án **C**

□

Câu 36.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường tròn $x^2 + y^2 = 2$ (phần tô đậm trong hình bên). Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành.

A. $V = \frac{44\pi}{15}$. B. $V = \frac{22\pi}{15}$. C. $V = \frac{5\pi}{3}$. D. $V = \frac{\pi}{5}$.



Lời giải.

Với $y = x^2$ thay vào phương trình đường tròn ta được $x^2 + x^4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Hơn nữa $x^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\sqrt{2-x^2} \\ y = \sqrt{2-x^2} \end{cases}$.

Thể tích cần tìm chính là thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng (H_1) : $\begin{cases} y = \sqrt{2-x^2} \\ x = -1 \\ x = 1 \\ Ox \end{cases}$ quay

quanh Ox bỏ đi phần thể tích vật thể trong xoay do hình phẳng (H_2) : $\begin{cases} y = x^2 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ Ox \end{cases}$ quay quanh Ox .

Do đó $V = \pi \left[\int_{-1}^1 (\sqrt{2-x^2})^2 dx - \int_{-1}^1 (x^2)^2 dx \right] = \frac{44\pi}{15}$.

Chọn phương án **A**

Câu 37. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành. Biết rằng $S_1 = S_2$. Giá trị của m bằng

A. 1.

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

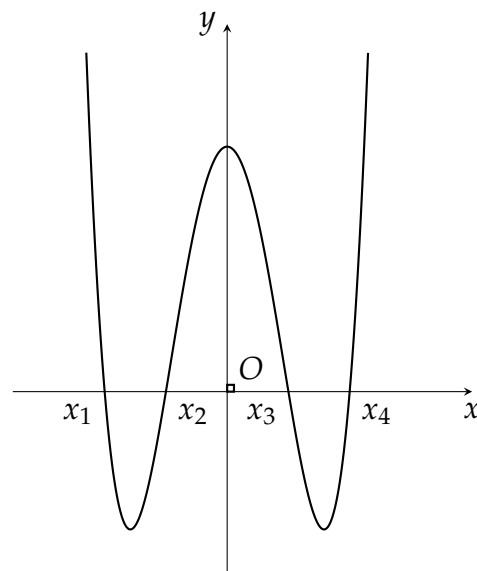
D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành: $x^4 - 3x^2 + m = 0$ (1). Đặt $t = x^2, t \geq 0$, ta được phương trình $t^2 - 3t + m = 0$ (2). Ta có (C) cắt trục hoành tại bốn điểm

phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm cùng dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$



Gọi các nghiệm của phương trình (1) là $x_1 < x_2 < x_3 < x_4, x_1, x_2, x_3, x_4 \neq 0$. Do đồ thị (C) nhận trục tung là trục đối xứng nên ta có

$$S_1 = 2 \int_{x_2}^0 (x^4 - 3x^2 + m) dx \quad \text{và} \quad S_2 = 2 \int_{x_1}^{x_2} (-x^4 + 3x^2 - m) dx.$$

Vì $S_1 = S_2$ nên

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} (-x^4 + 3x^2 - m) dx &= \int_{x_2}^0 (x^4 - 3x^2 + m) dx \Leftrightarrow \left(-\frac{x_2^5}{5} + x_2^3 - mx_2 \right) - \left(-\frac{x_1^5}{5} + x_1^3 - mx_1 \right) \\ &= -\left(\frac{x_2^5}{5} - x_2^3 + mx_2 \right) \Leftrightarrow \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = 0. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = 0 \\ x_1^4 - 3x_1^2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + (3x_1^2 - x_1^4)x_1 = 0 \\ m = 3x_1^2 - x_1^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 = \frac{5}{2} \\ m = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

Chọn phương án **D**

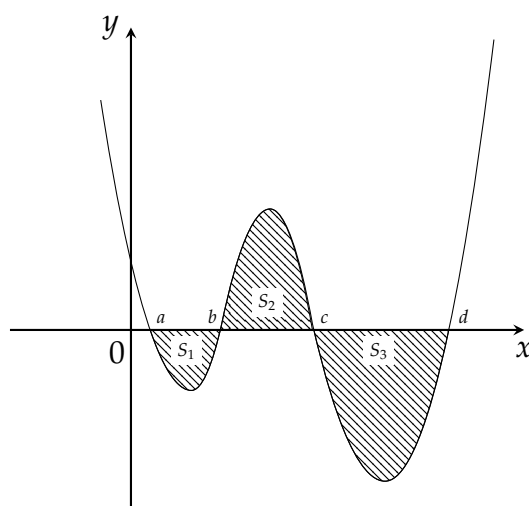
□

Câu 38.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (hình bên).

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$.
- B. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.
- C. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$.
- D. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có dấu của $f'(x)$ và bảng biến thiên như hình bên.

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra $f(a)$ và $f(c)$ cùng lớn hơn $f(b)$ và $f(d)$.

x	$-\infty$	a	b	c	d	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			$f(a)$		$f(c)$	
			$f(b)$		$f(d)$	

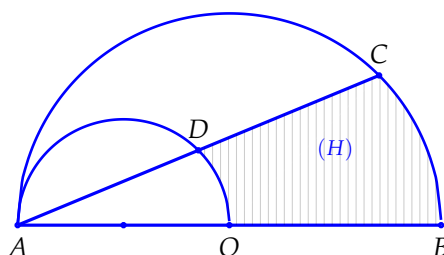
$$\bullet S_1 < S_2 \Rightarrow \int_b^a f'(x) dx < \int_b^c f'(x) dx \Rightarrow f(a) - f(b) < f(c) - f(b) \Rightarrow f(a) < f(c).$$

$$\bullet S_2 < S_3 \Rightarrow \int_b^c f'(x) dx < \int_d^c f'(x) dx \Rightarrow f(c) - f(b) < f(c) - f(d) \Rightarrow f(b) > f(d).$$

Vậy ta có $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$.

Chọn phương án **A**

Câu 39. Cho hai nửa đường tròn như hình vẽ bên dưới, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần gạch sọc trong hình vẽ) xung quanh đường thẳng AB .



A. 279π .

B. $\frac{620\pi}{3}$.

C. $\frac{784\pi}{3}$.

D. $\frac{325\pi}{3}$.

Lời giải.

Đặt $AB = 2R$. Ta được $\frac{\pi R^2}{2} = 32\pi \Rightarrow R^2 = 64 \Rightarrow R = 8$.

Xét hệ trục tọa độ Oxy với gốc tọa độ O trùng với tâm đường tròn lớn, $A(-8;0)$, $B(8;0)$.

Phương trình đường tròn lớn là $(C_1): x^2 + y^2 = 64$.

Phương trình đường tròn nhỏ là $(C_2): (x+4)^2 + y^2 = 16$.

Đường thẳng AC đi qua điểm $A(-8;0)$, hệ số góc $k = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có phương trình là $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+8)$.

Tọa độ các điểm $C(4;4\sqrt{3})$, $D(-2;2\sqrt{3})$.

Thể tích khối tròn xoay khi quay xung quanh trục AB phần tam giác cong ABC là

$$V_1 = \pi \left(\int_{-8}^4 \frac{1}{3}(x+8)^2 dx + \int_4^8 (64 - x^2) dx \right) = \frac{896\pi}{3}.$$

Thể tích khối tròn xoay khi quay xung quanh trục AB phần tam giác cong AOD là

$$V_2 = \pi \left(\int_{-8}^{-2} \frac{1}{3}(x+8)^2 dx + \int_{-2}^0 (16 - (x+4)^2) dx \right) = \frac{112\pi}{3}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = V_1 - V_2 = \frac{896\pi}{3} - \frac{112\pi}{3} = \frac{784\pi}{3}$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 40. Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 = 5$, và đường thẳng d có phương trình $y = 1$. Biết d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi d và cung nhỏ AB của (C). Quay hình (H) xung quanh đường thẳng d ta được một khối tròn xoay có thể tích V . Giá trị của V gần nhất với số nào sau đây?

A. 46,1.

B. 12,4.

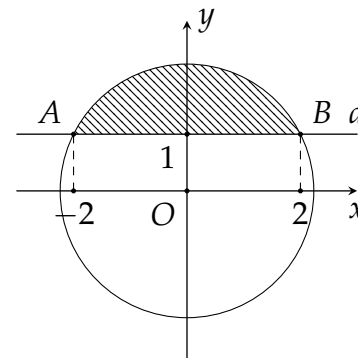
C. 11,3.

D. 33,5.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$



Vậy giao điểm là $A(-2; 1)$ và $B(2; 1)$.

Phương trình nửa đường tròn phía trên trục Ox là $y = \sqrt{5 - x^2}$.

Gọi I là giao điểm của d và Oy , suy ra $I(0; 1)$. Tịnh tiến hệ trục tọa

độ theo $\vec{OI} = (0; 1)$ thành hệ trục XIY với $\begin{cases} x - 0 = X \\ y - 1 = Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = X \\ y = Y + 1 \end{cases}$, trục IX nằm trùng với đường thẳng d . Khi đó hình phẳng quay quanh trục IX .

Đối với hệ trục XIY phương trình nửa đường tròn là $Y = \sqrt{5 - X^2} - 1$. Do đó, thể tích khối tròn

$$\text{xoay là } V = \pi \int_{-2}^2 (\sqrt{5 - X^2} - 1)^2 dX = \frac{44\pi}{3} - 10 \arcsin \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 11,295.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 41.

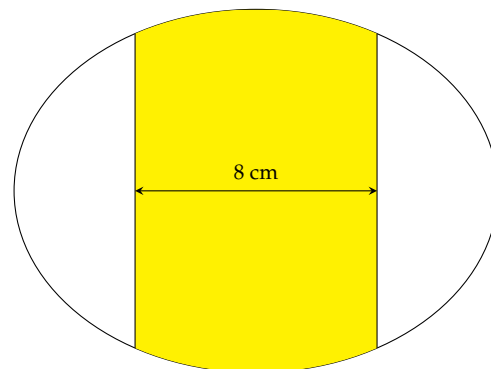
Ông Nam có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/ 1 m^2 . Hỏi ông Nam cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 7.862.000 đồng.

B. 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng.

D. 7.826.000 đồng.



Lời giải.

Giả sử elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

Từ giả thiết ta có $2a = 16 \Rightarrow a = 8$ và $2b = 10 \Rightarrow b = 5$.

$$\text{Vậy phương trình của elip là } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{5}{8}\sqrt{64 - x^2} & (E_1) \\ y = \frac{5}{8}\sqrt{64 - x^2} & (E_2). \end{cases}$$

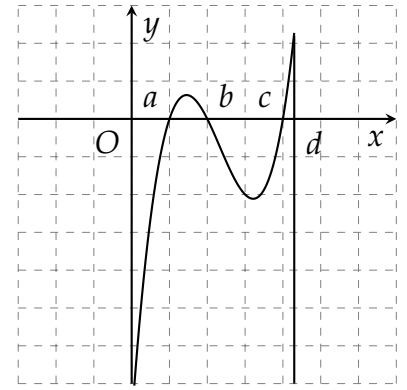
Khi đó diện tích dải vườn được giới hạn bởi các đường (E_1) , (E_2) , $x = -4$, $x = 4$ và diện tích của dải

$$\text{vườn là } S = 2 \int_{-4}^4 \frac{5}{8} \sqrt{64 - x^2} dx = \frac{5}{2} \int_0^4 \sqrt{64 - x^2} dx$$

$$\text{Khi đó số tiền là } T = 80 \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \cdot 100000 = 7652891,82 \simeq 7.653.000.$$

Câu 42.

Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < c < d$ và hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; d]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. $M + m = f(0) + f(c)$. B. $M + m = f(d) + f(c)$.
C. $M + m = f(b) + f(a)$. D. $M + m = f(0) + f(a)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số của $f'(x)$ ta có bảng biến thiên cho hàm $f(x)$

x	0	a	b	c	d				
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$									

Dựa vào BBT ta có $M \in \{f(0), f(b), f(d)\}$ và $m \in \{f(a), f(c)\}$.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(H_1) : \begin{cases} x = 0, x = a \\ y = 0 \\ y = f'(x) \end{cases}$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(H_2) : \begin{cases} x = a, x = b \\ y = 0 \\ y = f'(x) \end{cases}$.

Gọi S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(H_3) : \begin{cases} x = b, x = c \\ y = 0 \\ y = f'(x) \end{cases}$.

Gọi S_4 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(H_4) : \begin{cases} x = c, x = d \\ y = 0 \\ y = f'(x) \end{cases}$.

Ta có

$$S_1 = \int_0^a |f'(x)| dx = -f(x)|_0^a = f(0) - f(a), \quad S_2 = \int_a^b |f'(x)| dx = f(x)|_a^b = f(b) - f(a).$$

Dễ dàng thấy $S_1 > S_2$ nên $f(0) - f(a) > f(b) - f(a) \Rightarrow f(0) > f(b)$.

Ta có

$$S_3 = \int_b^c |f'(x)| dx = -f(x)|_b^c = f(b) - f(c) \text{ và } S_4 = \int_c^d |f'(x)| dx = f(x)|_c^d = f(d) - f(c).$$

Do $S_3 > S_4$ nên $f(b) > f(d)$. Từ đó suy ra $f(0) > f(b) > f(d)$ và $M = f(0)$.

Mặt khác $S_3 > S_2$ nên $f(a) > f(c)$ hay $m = f(c)$.

Vậy $M + m = f(0) + f(c)$.

Chọn phương án (A)

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Xét 4 mệnh đề sau:

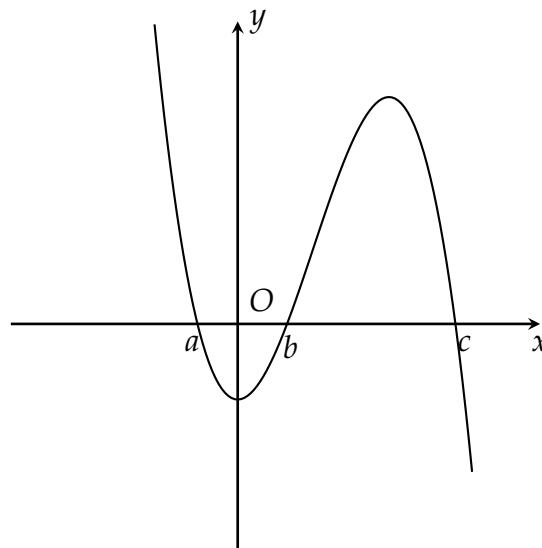
(1): $f(c) < f(a) < f(b)$.

(2): $f(c) > f(b) > f(a)$.

(3): $f(a) > f(b) > f(c)$.

(4): $f(a) > f(b)$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?



A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	a		b		c		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-
y		$f(a)$		$f(b)$		$f(c)$		

Từ đó ta thấy mệnh đề (4) đúng.

Từ đồ thị ta có diện tích hình phẳng giới hạn các đường $y = f'(x)$, trục Ox , $x = a$, $x = b$ nhỏ hơn diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$, trục Ox , $x = b$, $x = c$.

Do đó $\int_a^b (-f'(x)) dx < \int_b^c f'(x) dx \Leftrightarrow -f(x) \Big|_a^b < f(x) \Big|_b^c \Leftrightarrow -(f(b) - f(a)) < f(c) - f(b) \Leftrightarrow f(a) < f(c)$. Mà $f(a) > f(b) \Rightarrow f(a) > f(b) > f(c)$, hay mệnh đề (3) đúng.

Chọn phương án **C**

□

Câu 44.

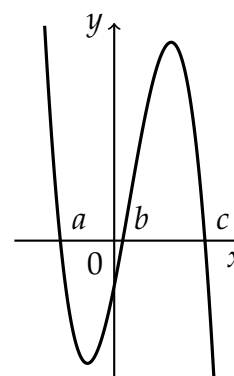
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(a) > f(b) > f(c)$.

B. $f(c) > f(a) > f(b)$.

C. $f(b) > f(a) > f(c)$.

D. $f(c) > f(b) > f(a)$.

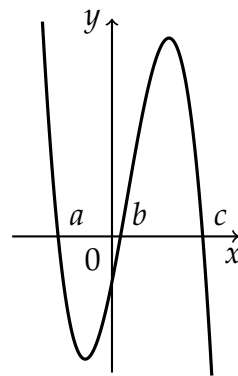


Lời giải.

Gọi S_1 là diện tích của hàm số $y = f'(x)$ và trục Ox trên đoạn $[a; b]$ và S_2 là diện tích của hàm số $y = f'(x)$ và trục Ox trên đoạn $[b; c]$. Ta có

$$S_1 = - \int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b) \text{ và } S_2 = \int_b^c f'(x) dx = f(c) - f(b).$$

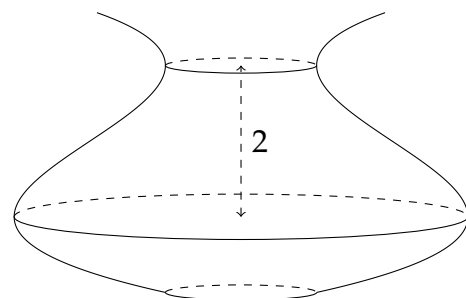
Từ đồ thị ta có $S_2 > S_1 > 0 \Rightarrow f(c) > f(a) > f(b)$.



Chọn phương án **(B)**

Câu 45.

Một con quạ khát nước, nó tìm thấy một cái lọ có nước nhưng cổ lọ lại cao nó không thò mỏ uống được nên đã gấp từng viên bi (hình cầu) bỏ vào trong lọ để nước dâng lên. Hỏi con quạ cần bỏ vào lọ ít nhất bao nhiêu viên bi để có thể uống nước? Biết rằng viên bi có bán kính là $\frac{3}{4}$ (đvdd) và không thấm nước, cái lọ có hình dáng là một khối tròn xoay với đường sinh là



đồ thị của một hàm bậc 3, mực nước ban đầu trong lọ ở vị trí mà mặt thoáng tạo thành hình tròn có bán kính lớn nhất $R = 3$, mực nước mà quạ có thể uống được là vị trí mà hình tròn có bán kính nhỏ nhất $r = 1$ và khoảng cách giữa hai mặt này bằng 2, được minh họa ở hình vẽ trên.

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

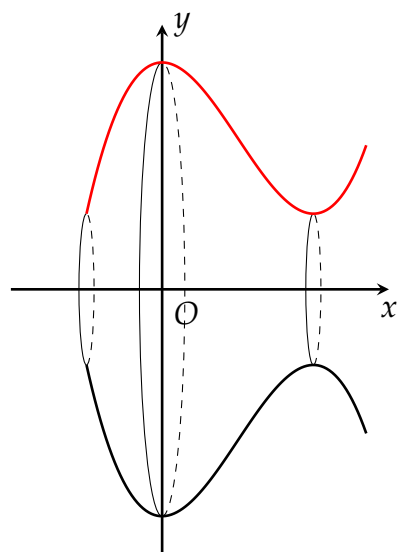
Lời giải.

Đặt cái bình vào hệ trục Oxy sao cho O trùng với tâm đường tròn lớn, Ox trùng với trục của cái bình, đi qua tâm hai đường tròn lớn và bé.

Khi đó một đường sinh của cái bình là đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị là $A(3;0)$ và $B(2;1)$.

Gọi hàm bậc ba đó là $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có hệ

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y(2) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 3 \\ 3a + b = 0 \\ 4a + 2b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow (a; b; c; d) = \left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0; 3\right).$$



Từ đó thể tích phần bình từ đường tròn lớn lên đường tròn nhỏ là

$$V_1 = \pi \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3\right)^2 dx = \frac{314\pi}{35}.$$

Thể tích một viên bi là $V_2 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{9\pi}{16}$. Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5024}{315} \approx 15,95$.

Do đó số viên bi ít nhất cần phải thả vào lọ là 16 viên.

Chọn phương án **(B)**

Câu 46. Một ô tô đang chạy với vận tốc 200 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 200 + at$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh và a (m/s²) là gia tốc. Biết rằng khi đi được 1500 m thì xe dừng hẳn, hỏi gia tốc của xe bằng bao nhiêu?

A. $a = -\frac{200}{13} \text{ m/s}^2$. B. $a = -\frac{100}{13} \text{ m/s}^2$. C. $a = \frac{40}{3} \text{ m/s}^2$. D. $a = -\frac{40}{3} \text{ m/s}^2$.

Lời giải.

Thời điểm xe dừng hẳn là $200 + at = 0 \Rightarrow t = -\frac{200}{a}$.

Khi đó ta có

$$\int_0^{-\frac{200}{a}} (200 + at) dt = 1500 \Leftrightarrow -\frac{200^2}{2a} = 1500 \Leftrightarrow a = -\frac{40}{3}.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 47. Xác định m để đồ thị hàm số (C): $y = 5x^4 - 8x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành có phần trên và phần dưới bằng nhau.

A. $\frac{9}{16}$. B. $\frac{16}{9}$. C. 9. D. $\frac{25}{16}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là $5x^4 - 8x^2 + m = 0$.

Đặt $t = x^2, t \geq 0$. Ta có $5t^2 - 8t + m = 0$. (1)

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 5m > 0 \\ \frac{m}{5} > 0 \\ \frac{8}{5} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{16}{5}.$$

Ta có hàm số $y = f(x) = 5x^4 - 8x^2 + m$ là hàm số chẵn nên $S_1 + S_2 = S_3 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2}S_3$. Gọi $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ là bốn hoành độ giao điểm của (C_m) với trục hoành ta có

$$S_2 = \frac{1}{2}S_3 \Rightarrow \int_{x_3}^{x_4} (-f(x)) dx = \int_0^{x_3} f(x) dx.$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \int_{x_3}^{x_4} f(x) dx + \int_0^{x_3} f(x) dx &= 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} f(x) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} (5x^4 - 8x^2 + m) dx = 0 \\ \Leftrightarrow \left(x^5 - \frac{8}{3}x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_4} &= 0 \Leftrightarrow x_4^5 - \frac{8}{3}x_4^3 + mx_4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_4 = 0 \\ x_4^4 - \frac{8}{3}x_4^2 + m = 0 \end{cases} \quad (2) \end{aligned}$$

Với $x_4 = 0 \Rightarrow m = 0$ (loại).

Xét (2) $\Leftrightarrow (5x_4^4 - 8x_4^2 + m) - 4x_4^4 + \frac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow 4x_4^4 - \frac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow x_4^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow m = \frac{16}{9}$ (nhận).

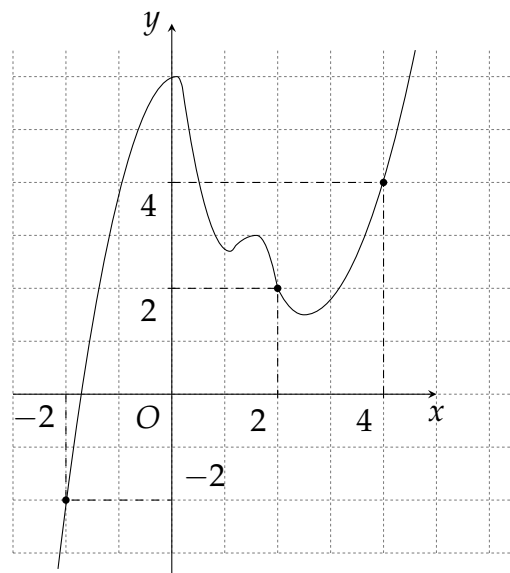
Chọn phương án **B**

□

Câu 48.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.
- B. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.
- D. Hàm số $y = h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.



Lời giải.

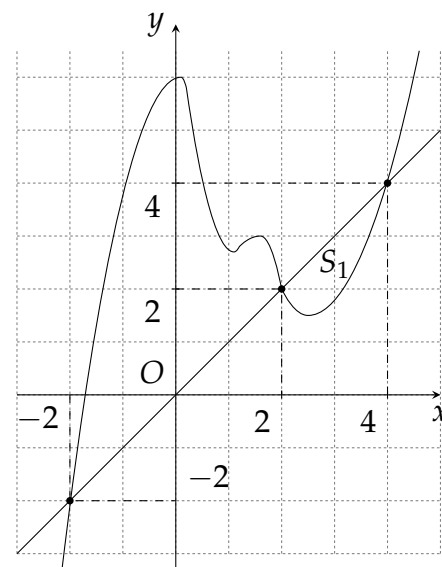
Ta có $h(x) = 2f(x) - x^2$ nên $h'(x) = 2f'(x) - 2x = 2(f'(x) - x)$.

Vẽ đường thẳng $y = x$ cắt đồ thị tại ba điểm $(-2; -2)$, $(2; 2)$, $(4; 4)$ tạo ra hai miền (H_1) , (H_2) có diện tích là S_1 và S_2 . Trong đó

$$S_1 = \int_2^4 (x - f'(x)) dx > 0$$

$$\text{nên } 0 < 2 \int_2^4 (x - f'(x)) dx = \left(x^2 - 2f(x) \right) \Big|_2^4 = h(2) - h(4).$$

Do đó $h(2) > h(4)$.



Ta có $f(x)$ là hàm liên tục nên $h(x)$ cũng là hàm liên tục, $\forall x \in (2; 4)$, mà $h(2) > h(4)$ nên suy ra hàm số $y = h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.

Chọn phương án **C**

Câu 49. Cho số dương a thỏa mãn hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y = ax^2 - 2$ và $y = 4 - 2ax^2$ có diện tích bằng 16. Tìm giá trị của a .

- A. 1.
- B. $\frac{1}{2}$.
- C. $\frac{1}{4}$.
- D. 2.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $ax^2 - 2 = 4 - 2ax^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{a} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}$.

Đặt $m = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}} > 0$. Khi đó, diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai parabol là

$$S = \int_{-m}^m |3ax^2 - 6| dx = \int_{-m}^m (6 - 3ax^2) dx = (6x - ax^3) \Big|_{-m}^m = 12m - 2am^3 = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{a}}.$$

Từ đó suy ra $\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{a}} = 16 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Chọn phương án **B**

Câu 50. Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng $1m$, trục bé bằng $0,8m$, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng $3m$. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng

(tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là $0,6m$. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).

A. $V = 1,52m^3$.

B. $V = 1,31m^3$.

C. $V = 1,27m^3$.

D. $V = 1,19m^3$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Theo đề bài ta có phương

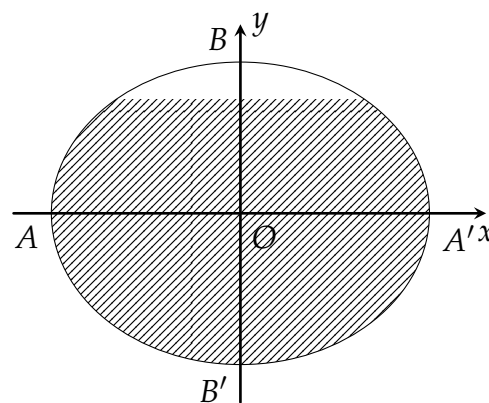
trình của Elip là $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của dầu với elip.

Gọi S_1 là diện tích của Elip ta có $S_1 = \pi ab = \pi \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{\pi}{5}$.

Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Elip và đường thẳng MN .

Theo đề bài chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là $0,6m$ nên ta có phương trình của đường thẳng MN là $y = \frac{1}{5}$.



Mặt khác từ phương trình $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$ ta có $y = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$.

Do đường thẳng $y = \frac{1}{5}$ cắt Elip tại hai điểm M, N có hoành độ lần lượt là $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên

$$S_2 = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \left(\frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} - \frac{1}{5} \right) dx = \frac{4}{5} \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx - \frac{\sqrt{3}}{10}.$$

Tính $I = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx$. Đặt $x = \frac{1}{2} \sin t \Rightarrow dx = \frac{1}{2} \cos t dt$.

Khi $x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t = -\frac{\pi}{3}$; Khi $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t = \frac{\pi}{3}$.

Khi đó $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos^2 t dt = \frac{1}{8} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

Vậy $S_2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{\pi}{15} - \frac{\sqrt{3}}{20}$.

Thể tích của dầu trong thùng là $V = \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} + \frac{\sqrt{3}}{20} \right) \cdot 3 = 1,52$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$ có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một nửa đường tròn đường kính là $\sqrt{5}x^2$. Tính thể tích V của vật thể đã cho.

A. $V = 2\pi$.

B. $V = 5\pi$.

C. $V = 4\pi$.

D. $V = 3\pi$.

Lời giải.

Do thiết diện là nửa đường tròn với đường kính $\sqrt{5}x^2$ nên diện tích của thiết diện là

$$S(x) = \frac{\pi \left(\frac{\sqrt{5}x^2}{2} \right)^2}{2} = \frac{5\pi x^4}{8}.$$

Từ đó suy ra thể tích của vật thể là

$$V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 \frac{5\pi x^4}{8} dx = 4\pi.$$

Chọn phương án **C**

Câu 52. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1 \cdot 2} + \frac{C_n^1}{2 \cdot 3} + \frac{C_n^2}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}.$

A. $n = 99.$

B. $n = 100.$

C. $n = 98.$

D. $n = 101.$

Lời giải.

Ta có $(1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + x^3C_n^3 + \dots + x^nC_n^n$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $\int (1+x)^n dx = \int (C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + x^3C_n^3 + \dots + x^nC_n^n) dx$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Tức là $\frac{(1+x)^{n+1}}{n+1} - \frac{1}{n+1} = xC_n^0 + \frac{x^2}{2}C_n^1 + \frac{x^3}{3}C_n^2 + \frac{x^4}{4}C_n^3 + \dots + \frac{x^{n+1}}{n+1}C_n^n$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $\int_0^1 \left(\frac{(1+x)^{n+1}}{n+1} - \frac{1}{n+1} \right) dx = \int_0^1 \left(xC_n^0 + \frac{x^2}{2}C_n^1 + \frac{x^3}{3}C_n^2 + \frac{x^4}{4}C_n^3 + \dots + \frac{x^{n+1}}{n+1}C_n^n \right) dx$.

Tức là $\frac{2^{n+2}}{(n+1)(n+2)} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{1 \cdot 2}C_n^0 + \frac{1}{2 \cdot 3}C_n^1 + \frac{1}{3 \cdot 4}C_n^2 + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+2)}C_n^n$

Như vậy $\frac{2^{n+2} - n - 3}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)} \Leftrightarrow n+2 = 100 \Leftrightarrow n = 98.$

Chọn phương án **C**

Câu 53.

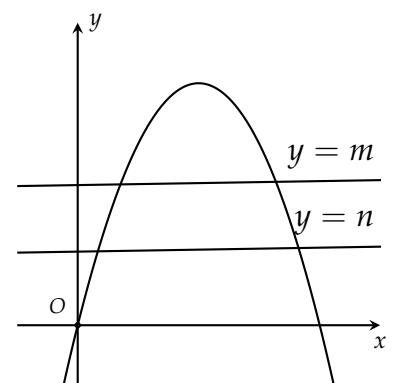
Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m$ và $y = n$ chia (H) thành ba phần có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Giá trị của biểu thức $T = (4-m)^3 + (4-n)^3$ bằng

A. $T = \frac{320}{9}.$

B. $T = \frac{75}{2}.$

C. $T = \frac{512}{15}.$

D. $T = 405.$



Lời giải.

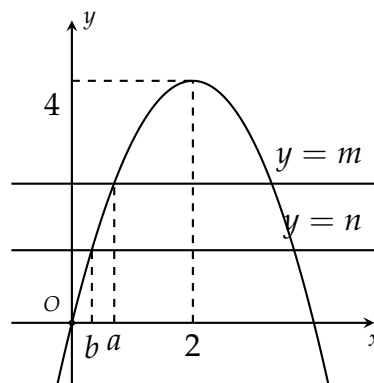
Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$.

$$\text{Khi đó } S = \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx = \frac{16}{3}.$$

Đường thẳng $y = m$ và $y = n$ chia S thành ba phần bằng nhau có diện tích theo thứ tự từ trên xuống là $S_1; S_2; S_3$.

Gọi hoành độ các giao điểm của parabol với hai đường thẳng như hình bên.

Ta có



$$\begin{aligned} S_1 &= 2 \int_a^2 (-x^2 + 4x - m) dx = \frac{1}{3} S \\ \Leftrightarrow \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - mx \right) \Big|_a^2 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{3} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{16}{3} - 2m \right) - \left(-\frac{a^3}{3} + 2a^2 - ma \right) &= \frac{16}{9} \quad (1). \end{aligned}$$

Mà $x = a$ là nghiệm của phương trình $-x^2 + 4x = m$ nên ta có $-a^2 + 4a = m$ (2).

Thay (2) vào (1) ta được $-\frac{2a^3}{3} + 4a^2 - 8a + \frac{32}{9} = 0 \Leftrightarrow a \approx 0,613277$.

Suy ra $m = -a^2 + 4a \approx 2,077$.

Tương tự ta có

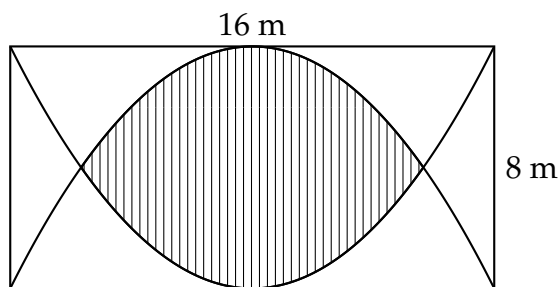
$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= \frac{2}{3} S \\ \Rightarrow 2 \int_b^2 (-x^2 + 4x - n) dx &= \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot \int_0^2 (-x^2 + 4x) dx \\ \Leftrightarrow -\frac{2}{3} b^3 + 4b^2 - 8b + \frac{16}{9} &= 0 \\ \Leftrightarrow b \approx 0,252839 \Rightarrow n = -b^2 + 4b &= 0,947428. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } T = (4 - m)^3 + (4 - n)^3 = \frac{320}{9}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 54. Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là 16 m và chiều rộng là 8 m. Các nhà toán học dùng hai đường parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua 2 điểm đầu của cạnh đối diện, phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa) được trồng hoa hồng. Biết chi phí để trồng hoa hồng là 45000 đồng/m². Hỏi các nhà toán học phải chi bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?



- A. 3322000 đồng. B. 3476000 đồng. C. 2715000 đồng. D. 2159000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ có gốc là tâm hình chữ nhật, các trục tọa độ song song với các cạnh của hình

chữ nhật khi đó các phương trình của parabol là $y = -\frac{x^2}{8} + 4$ và $y = \frac{x^2}{8} - 4$. Diện tích phần trống

$$\text{hoa là } S = \int_{-4\sqrt{2}}^{4\sqrt{2}} \left(-\frac{x^2}{8} + 4 - \frac{x^2}{8} + 4 \right) dx \approx 60,34 \text{ m}^2.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2}{x + 1}$ (với m là tham số khác 0) có đồ thị là (C) . Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai trục tọa độ. Có bao nhiêu giá trị thực của m thỏa mãn $S = 1$?

- A. Không. B. Một. C. Hai. D. Ba.

Lời giải.

- Ta có $y' = \frac{m^2 + 1}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \neq -1$, nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định với mọi m .
- (C) cắt trục hoành tại $A(m^2; 0)$ và cắt trục tung tại $B(0; -m^2)$.
- $S = - \int_0^{m^2} \frac{x - m^2}{x + 1} dx = (m^2 + 1) \ln(m^2 + 1) - m^2$.
- $S = 1 \Leftrightarrow (m^2 + 1) \cdot [\ln(m^2 + 1) - 1] = 0 \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{e - 1}$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 56. Xét (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = a \sin x + b \cos x$ (với a, b là các hằng số thực dương), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \pi$. Nếu vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox có thể tích bằng $\frac{5\pi^2}{2}$ và $f'(0) = 2$ thì $2a + 5b$ bằng

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = a \cos x - b \sin x; f'(0) = 2 \Rightarrow a = 2$.

$$f(x) = a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha) \text{ với } \alpha = \arccos \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^\pi (a^2 + b^2) \sin^2(x + \alpha) dx \\ &= \frac{\pi(a^2 + b^2)}{2} \int_0^\pi [1 - \cos(2x + 2\alpha)] dx \\ &= \frac{\pi(a^2 + b^2)}{2} \left[x - \frac{1}{2} \sin(2x + 2\alpha) \right] \Big|_0^\pi \\ &= \frac{\pi(a^2 + b^2)}{2} \left[x - \frac{1}{2} \sin(2x + 2\alpha) \right] \Big|_0^\pi \\ &= \frac{\pi^2(a^2 + b^2)}{2} \\ &= \frac{\pi^2(4 + b^2)}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Lại có: } V = \frac{5\pi^2}{2} \Rightarrow 4 + b^2 = 5 \Rightarrow b = 1 \text{ (vì } b > 0 \text{)} \text{ Vậy } 2a + 5b = 9.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 57. Tập hợp nào dưới đây có chứa số thực m để diện tích giới hạn bởi đường cong (C): $y = x^3 - 3x$ và đường thẳng (d): $y = mx$ có diện tích bằng 8(đvdt)?

- A. $(-8;0)$. B. $(-8;3)$. C. $(1;7)$. D. $(-3;0)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 3x = mx \Leftrightarrow x(x^2 - m - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m+3} \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ và đường thẳng $y = mx$ cũng đi qua gốc tọa độ nên diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và đường thẳng (d) là

$$S = 2 \int_0^{\sqrt{m+3}} |x^3 - (m+3)x| dx = 2 \int_0^{\sqrt{m+3}} [(m+3)x - x^3] dx = 8$$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Chọn phương án **B**

Câu 58. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số và hai trục Ox, Oy có diện tích không lớn hơn 1 (đvdt)?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 4x - (m-1)$, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $3x^2 - 4x - (m-1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{3}$.
 $y = x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m = (x-1)(x^2 - x - m)$ cho nên hàm số cắt trục hoành tại điểm $x = 1$.
 Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và các trục tọa độ là

$$S = \int_0^1 |x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m| dx = - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{(m-1)x^2}{2} + mx \right) \Big|_0^1 = -\frac{6m+1}{12}$$

Theo giả thiết $S \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{13}{6} \leq m \Rightarrow m = -1, m = -2$.

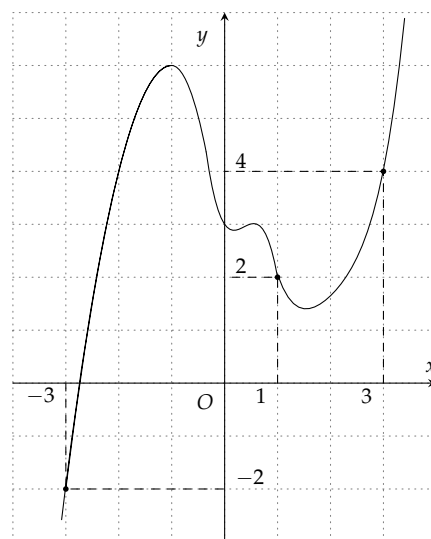
Chọn phương án **B**

Câu 59.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình sau.

Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $g(-1) > g(-3) > g(3)$. B. $g(-3) > g(3) > g(1)$.
 C. $g(3) > g(-3) > g(1)$. D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



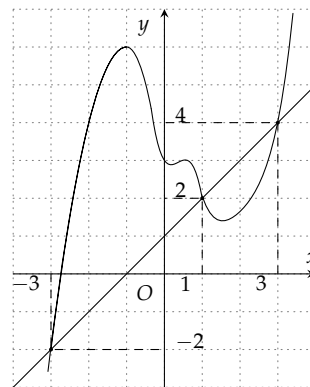
Lời giải.

Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2(x+1)$

$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$.

Từ đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = x+1$ cắt đồ thị $y = f'(x)$ tại 3 điểm $A(-3; -2)$, $B(1; 2)$, $C(3; 4)$.

Suy ra $g'(-3) = g'(1) = g'(3) = 0$ và $g(x)$ có bảng biến thiên như sau:



x	$-\infty$	-3		1		3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$f(1)$			$+\infty$	
		$f(-3)$			$f(3)$			

Từ đó suy ra $g(1)$ là số lớn nhất trong ba số $g(-3), g(1), g(3)$ (1).

Từ đồ thị hàm số ta thấy diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$, $y = x+1$ và $x = -3, x = 1$ lớn hơn diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$, $y = x+1$ và $x = 1, x = 3$. Do đó

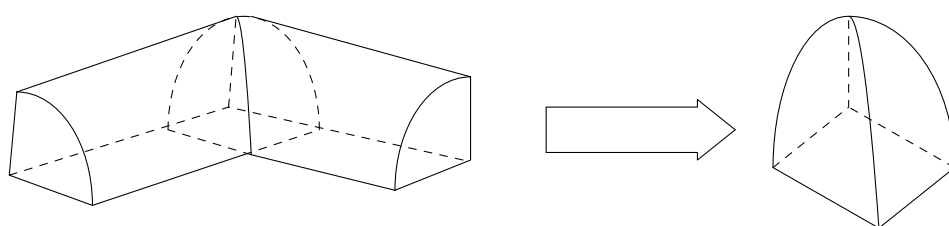
$$\int_{-3}^1 [f'(x) - (x+1)] dx > \int_1^3 [(x+1) - f'(x)] dx \Leftrightarrow \int_{-3}^1 g'(x) dx > - \int_1^3 g'(x) dx.$$

Suy ra $g(1) - g(-3) > g(1) - g(3) \Leftrightarrow g(3) > g(-3)$ (2).

Từ (1) và (2), ta có $g(1) > g(3) > g(-3)$.

Chọn phương án **D**

Câu 60. Gọi (H) là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ đều có bán kính $R = a$, biết hai trục hình trụ vuông góc với nhau (hình vẽ dưới). Tính thể tích V của khối (H) .



A. $V_{(H)} = \frac{2a^3}{3}$.

B. $V_{(H)} = \frac{3a^3}{4}$.

C. $V_{(H)} = \frac{a^3}{2}$.

D. $V_{(H)} = \frac{\pi a^3}{4}$.

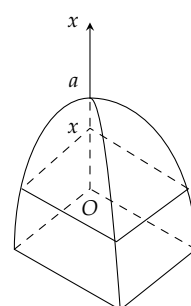
Lời giải.

Dựng trục tọa độ Ox như hình vẽ. Qua điểm có tọa độ x , với $0 \leq x \leq a$, kẻ mặt phẳng song song với mặt đáy của khối (H) , ta được thiết diện là hình vuông có cạnh là $\sqrt{a^2 - x^2}$.

Diện tích của thiết diện là $S(x) = a^2 - x^2$.

Thể tích V của khối (H) là

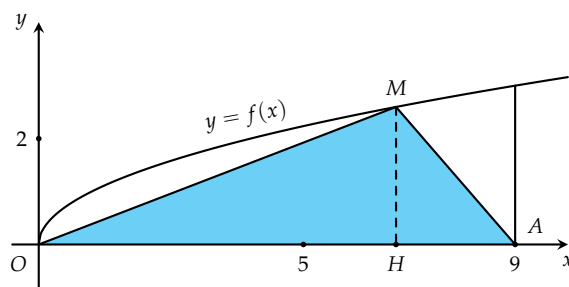
$$V = \int_0^a (a^2 - x^2) dx = \left(a^2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a = \frac{2a^3}{3}.$$



Chọn phương án **A**

Câu 61.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y = \sqrt{x}$, trục Ox và đường thẳng $x = 9$. Cho điểm M thuộc đồ thị (C) và điểm $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi hình phẳng (H) quay quanh trục Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi tam giác OMA quay quanh trục Ox . Biết rằng $V_1 = 2V_2$.



Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM .

- A. $S = 3$. B. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$. C. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{4}{3}$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có $V_1 = \pi \int_0^9 (\sqrt{x})^2 dx = \frac{81\pi}{2}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox , đặt $OH = m$ (với $0 < m < 9$). Khi đó $M(m; \sqrt{m})$, $MH = \sqrt{m}$, $AH = 9 - m$.

Suy ra $V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot MH^2 \cdot OH + \frac{1}{3}\pi \cdot MH^2 \cdot AH = \frac{1}{3}\pi \cdot MH^2 \cdot OA = 3m\pi$.

Theo giả thiết $V_1 = 2V_2$ nên $\frac{81\pi}{2} = 6m\pi \Leftrightarrow m = \frac{27}{4}$. Do đó $M\left(\frac{27}{4}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Phương trình đường thẳng OM là $y = \frac{2\sqrt{3}}{9}x$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM là

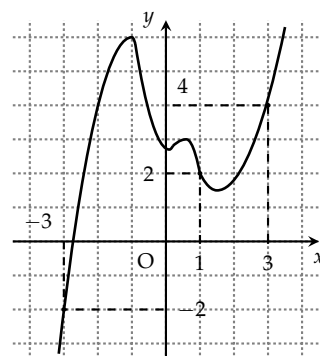
$$S = \int_0^{\frac{27}{4}} \left(\sqrt{x} - \frac{2\sqrt{3}}{9}x \right) dx = \left(\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \frac{\sqrt{3}}{9}x^2 \right) \Big|_0^{\frac{27}{4}} = \frac{27\sqrt{3}}{16}.$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 62. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$. B. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.
C. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$. D. Không tồn tại $\min_{[-3;3]} g(x)$.



Lời giải.

Ta có $g'(x) = 2(f'(x) - (x+1))$.

Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$. Quan sát trên đồ thị ta thấy giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = x+1$ trên khoảng $(-3; 3)$ là $x = 1$.

Ta so sánh các giá trị $g(-3)$, $g(1)$ và $g(3)$.

Từ $g(3) - g(1) = \int_1^3 g'(x) dx = 2 \int_1^3 (f'(x) - (x+1)) dx < 0$ suy ra $g(3) < g(1)$.

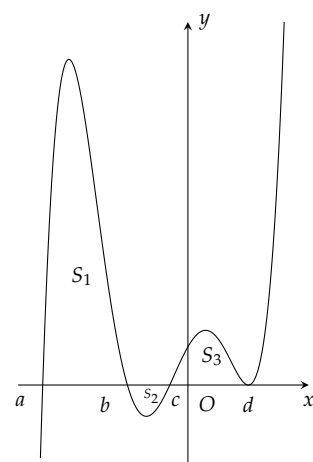
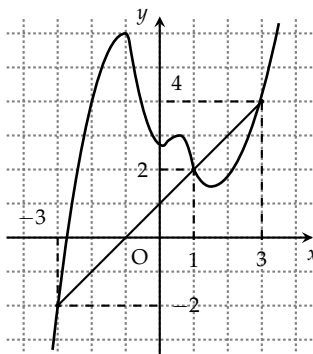
Tương tự, $g(3) - g(-3) = \int_{-3}^3 g'(x) dx = 2 \int_{-3}^3 (f'(x) - (x+1)) dx > 0$ suy ra $g(-3) < g(3)$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 63.

Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là a, b, c và tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ d . Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành, biết $S_1 > S_3 > S_2$ (hình vẽ). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$.



A. $\min f(x) = f(a)$.

B. $\min f(x) = f(b)$.

C. $\min f(x) = f(c)$.

D. $\min f(x) = f(d)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a) > 0 \Rightarrow f(b) > f(a), \quad (1)$$

$$S_2 = - \int_b^c f'(x) dx = f(b) - f(c) > 0 \Rightarrow f(b) > f(c), \quad (2)$$

$$S_3 = \int_c^d f'(x) dx = f(d) - f(c) > 0 \Rightarrow f(d) > f(c). \quad (3)$$

Vì $S_1 > S_2$ nên $f(a) < f(c)$. (4)

Từ (1), (2), (3), (4) suy ra $\min_{\mathbb{R}} f(x) = f(a)$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 64. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $6 < n < 9$.

B. $9 < n < 12$.

C. $n < 6$.

D. Không tồn tại n .

Lời giải.

Ta có $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 \cdot x + C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n}$.

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (1+x)^{2n} dx = \left(C_{2n}^0 + \frac{1}{2} C_{2n}^1 \cdot x + \frac{1}{3} C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + \frac{1}{2n+1} C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n} \right) \Big|_0^1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+x)^{2n+1}}{2n+1} \Big|_0^1 = \left(C_{2n}^0 + \frac{1}{2}C_{2n}^1 \cdot x + \frac{1}{3}C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + \frac{1}{2n+1}C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n} \right) \Big|_0^1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(2^{2n+1}-1)}{2n+1} = 2 \cdot C_{2n}^0 + \frac{2}{2}C_{2n}^2 + \frac{2}{3}C_{2n}^4 + \dots + \frac{2}{2n+1}C_{2n}^{2n}. \quad (1)$$

Mặt khác:

$$\int_0^1 (1+x)^{2n} dx = \left(C_{2n}^0 + \frac{1}{2}C_{2n}^1 \cdot x + \frac{1}{3}C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + \frac{1}{2n+1}C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n} \right) \Big|_0^1$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{2n+1} = -2 \cdot C_{2n}^0 + \frac{2}{2}C_{2n}^2 - \frac{2}{3}C_{2n}^4 + \dots + \frac{2}{2n+1}C_{2n}^{2n}. \quad (2)$$

Lấy (1) trừ (2), ta được:

$$\frac{2^{2n+1}}{2n+1} = 2 \left(C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^{2n+1}}{2n+1} = 2 \cdot \frac{8192}{15} \Leftrightarrow n = 6,44.$$

Vậy không có giá trị tự nhiên của n thỏa mãn.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 65. Giả sử số tự nhiên $n \geq 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} = \frac{8192}{15}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $6 < n < 9$.

B. $9 < n < 12$.

C. $n < 6$.

D. Không tồn tại n .

Lời giải.

Ta có $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 \cdot x + C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n}$.

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (1+x)^{2n} dx = \left(C_{2n}^0 + \frac{1}{2}C_{2n}^1 \cdot x + \frac{1}{3}C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + \frac{1}{2n+1}C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n} \right) \Big|_0^1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+x)^{2n+1}}{2n+1} \Big|_0^1 = \left(C_{2n}^0 + \frac{1}{2}C_{2n}^1 \cdot x + \frac{1}{3}C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + \frac{1}{2n+1}C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n} \right) \Big|_0^1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(2^{2n+1}-1)}{2n+1} = 2 \cdot C_{2n}^0 + \frac{2}{2}C_{2n}^2 + \frac{2}{3}C_{2n}^4 + \dots + \frac{2}{2n+1}C_{2n}^{2n}. \quad (1)$$

Mặt khác:

$$\int_0^1 (1+x)^{2n} dx = \left(C_{2n}^0 + \frac{1}{2}C_{2n}^1 \cdot x + \frac{1}{3}C_{2n}^2 \cdot x^2 + \dots + \frac{1}{2n+1}C_{2n}^{2n} \cdot x^{2n} \right) \Big|_0^1$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{2n+1} = -2 \cdot C_{2n}^0 + \frac{2}{2}C_{2n}^2 - \frac{2}{3}C_{2n}^4 + \dots + \frac{2}{2n+1}C_{2n}^{2n}. \quad (2)$$

Lấy (1) trừ (2), ta được:

$$\frac{2^{2n+1}}{2n+1} = 2 \left(C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^2}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^{2n+1}}{2n+1} = 2 \cdot \frac{8192}{15} \Leftrightarrow n = 6,44.$$

Vậy không có giá trị tự nhiên của n thỏa mãn.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 66.

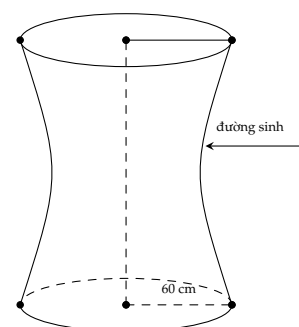
Cho một chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. $V = 344.963 \text{ cm}^3$.

B. $V = 344.964 \text{ cm}^3$.

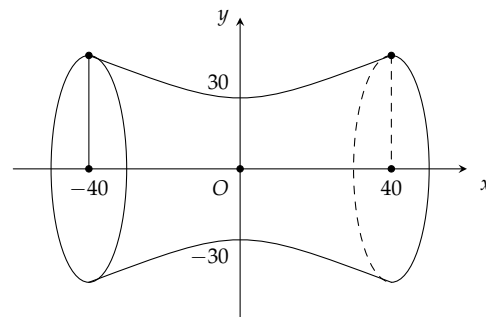
C. $V = 20.8347 \text{ cm}^3$.

D. $V = 20.8346 \text{ cm}^3$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó chiếc trống là hình tròn xoay được sinh bởi một nửa elip, dưới của elip có phương trình là $\frac{x^2}{40^2} + \frac{(y-60)^2}{30^2} = 1$. Khi đó nửa đường elip dưới có phương trình $y = 60 - \frac{3}{4}\sqrt{40^2 - x^2}$. Vậy thể tích của chiếc trống là



$$V = \pi \cdot \int_{-40}^{40} \left(60 - \frac{3}{4}\sqrt{40^2 - x^2}\right)^2 dx$$

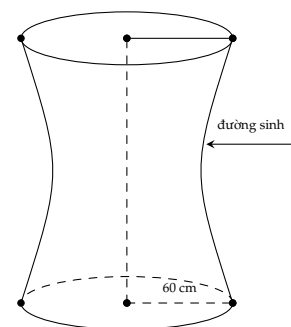
$$\approx 344.964 \text{ cm}^3.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 67.

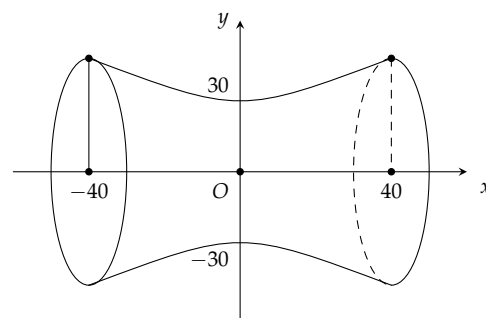
Cho một chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. $V = 344.963 \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $V = 344.964 \text{ (cm}^3\text{)}$.
C. $V = 20.8347 \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $V = 20.8346 \text{ (cm}^3\text{)}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó chiếc trống là hình tròn xoay được sinh bởi một nửa elip, dưới của elip có phương trình là $\frac{x^2}{40^2} + \frac{(x-60)^2}{30^2} = 1$. Khi đó nửa đường elip dưới có phương trình $y = 60 - \frac{3}{4}\sqrt{40^2 - x^2}$. Vậy thể tích của chiếc trống là



$$V = \pi \cdot \int_{-40}^{40} \left(60 - \frac{3}{4}\sqrt{40^2 - x^2}\right)^2 dx$$

$$\approx 344.964 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 68. Tìm số thực a để hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm $y = \frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6}$ và $y = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6}$ có diện tích lớn nhất.

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. B. 1. C. 2. D. $\sqrt[3]{3}$.

Lời giải.

Xét phương trình tương giao $\frac{x^2 + 2ax + 3a^2}{1 + a^6} = \frac{a^2 - ax}{1 + a^6} \Leftrightarrow x^2 + 3ax + 2a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -a \\ x = -2a \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho là

$$S = \left| \int_{-a}^{-2a} \frac{x^2 + 3ax + 2a^2}{1 + a^6} dx \right| = \frac{1}{1 + a^6} \left| \left(\frac{x^3}{3} + 3a \frac{x^2}{2} + 2a^2 x \right) \right|_{-a}^{-2a} = \frac{1}{6} \cdot \frac{|a^3|}{1 + a^6} \leq \frac{1}{6} \cdot \frac{|a^3|}{2|a^3|} = \frac{1}{12}.$$

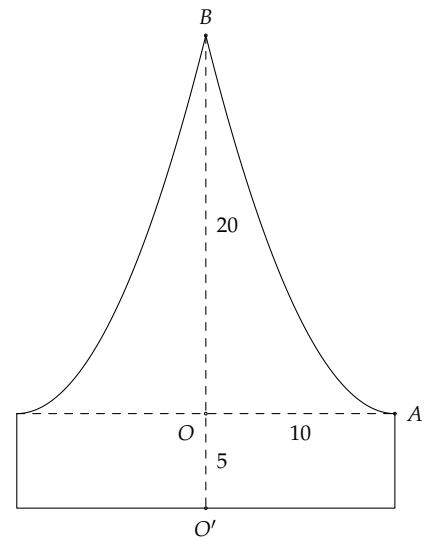
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|a| = 1 \Leftrightarrow a = \pm 1$.

Chọn phương án **(B)** □

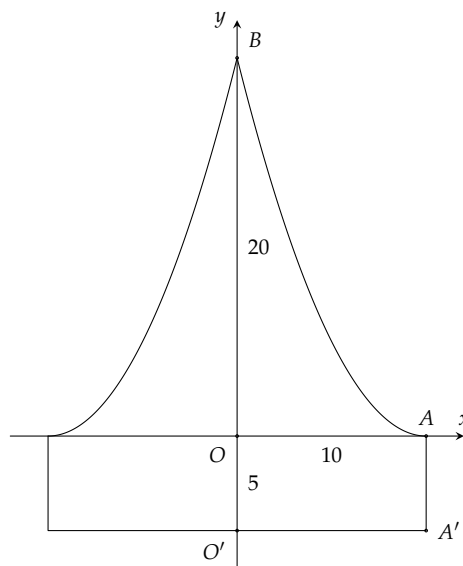
Câu 69.

Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có hình dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ dưới đây. Biết rằng $OO' = 5\text{ cm}$, $OA = 10\text{ cm}$, $OB = 20\text{ cm}$, đường cong AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A . Tính thể tích chiếc mũ (đơn vị cm^3).

- A. $\frac{2750\pi}{3}$. B. $\frac{2050\pi}{3}$. C. $\frac{2500\pi}{3}$. D. $\frac{2250\pi}{3}$.



Lời giải.



Ta gọi thể tích của chiếc mũ là V .

Khi cho đường gấp khúc $OAA'O'$ quay quanh OO' ta được hình trụ có bán kính đáy bằng $OA = 10\text{ cm}$ và đường cao $OO' = 5\text{ cm}$, gọi thể tích của nó là V_1 .

Ta có $V_1 = 5 \cdot 10^2\pi = 500\pi\text{ cm}^3$.

Gọi thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2 .

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sao cho $O(0;0)$, $A(10;0)$, $B(0;20)$.

Parabol có đỉnh $A(10;0)$ nên nó có phương trình dạng $(P): y = a(x - 10)^2$.

Vì (P) qua điểm $B(0;20)$ suy ra $a = \frac{1}{5}$.

Vậy $(P): y = \frac{1}{5}(x - 10)^2$. Từ đây suy ra $x = 10 - \sqrt{5y}$ (do $0 \leq x \leq 10$).

Suy ra

$$V_2 = \pi \int_0^{20} (10 - \sqrt{5y})^2 dy = \pi \left(3000 - \frac{8000}{3} \right) = \frac{1000}{3}\pi.$$

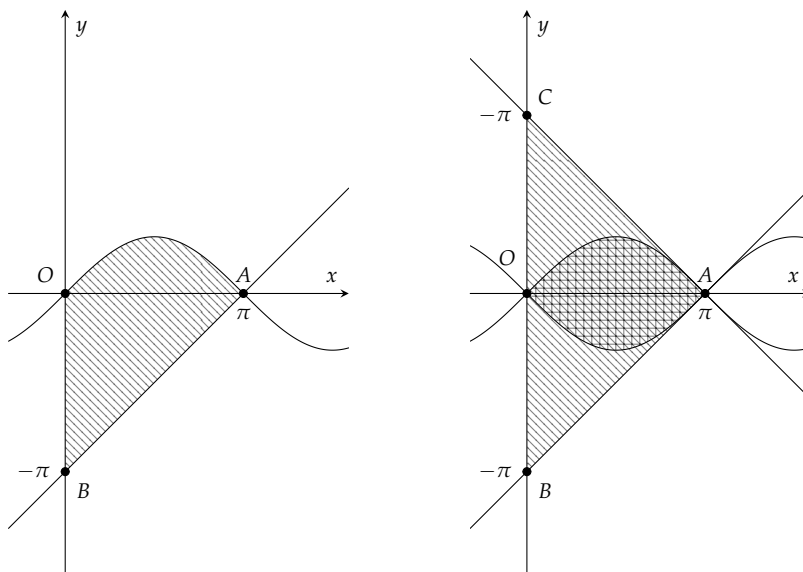
$$\text{Do đó } V = V_1 + V_2 = \frac{1000}{3}\pi + 500\pi = \frac{2500}{3}\pi\text{ cm}^3.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 70. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y = x - \pi$, $y = \sin x$ và $x = 0$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do (D) quay quanh trục hoành và $V = p\pi^4$, $(p \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $24p$ bằng

Lời giải.



Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x - \pi$ và $y = \sin x$
 $x - \pi = \sin x \Leftrightarrow x - \pi - \sin x = 0$ (1). Ta thấy $x = \pi$ là một nghiệm của phương trình (1).

Xét hàm số $f(x) = x - \pi - \sin x \Rightarrow f'(x) = 1 - \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $x = \pi$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(x) = 0$.

Xét hàm số $g(x) = \pi - x - \sin x, x \in (0; \pi)$.

$g'(x) = -1 - \cos x < 0, \forall x \in (0; \pi)$, suy ra hàm số $g(x) = \pi - x - \sin x$ nghịch biến trên $(0; \pi)$.

$\forall x \in (0; \pi)$, ta có $g(x) > g(\pi) \Rightarrow \pi - x - \sin x > \pi - \pi - \sin \pi = 0 \Rightarrow \pi - x > \sin x$. (2)

Do đó thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành là thể tích của khối nón khi quay tam giác vuông OAB quanh trục hoành.

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot OB^2 \cdot OA = \frac{1}{3} \pi \cdot \pi^2 \cdot \pi = \frac{1}{3} \pi^4 \Rightarrow p = \frac{1}{3}. \text{ Vậy } 24p = 24 \cdot \frac{1}{3} = 8.$$

Chọn phương án **A**

Câu 71.

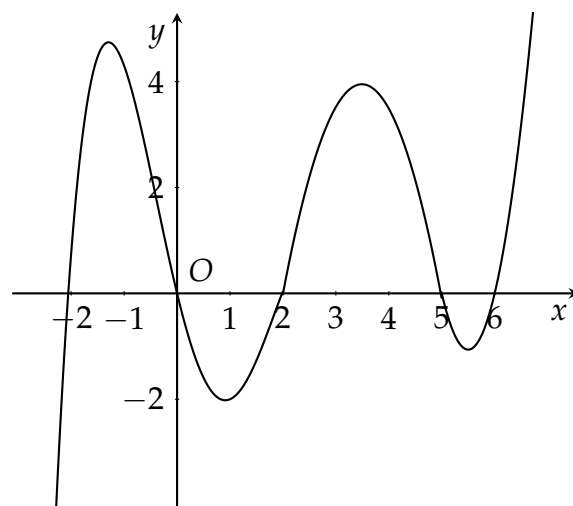
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = f(0)$ thuộc đoạn $[-1; 5]$ là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.



Lời giải.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	5	6	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			$f(0)$		$f(5)$			

Xét hình phẳng 1 giới hạn bởi: $y = f'(x)$, Ox , $x = 0$, $x = 2$.

Và hình phẳng 2 giới hạn bởi: $y = f'(x)$, Ox , $x = 2$, $x = 5$.

Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích của hình phẳng 1 và hình phẳng 2. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
 S_1 < S_2 &\Leftrightarrow \int_0^2 [-f'(x)] dx < \int_2^5 f'(x) dx \\
 &\Leftrightarrow f(0) - f(2) < f(5) - f(2) \\
 &\Leftrightarrow f(0) < f(5).
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình $f(x) = f(0)$ có 2 nghiệm thuộc đoạn $[-1; 5]$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 72. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$. Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị với trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng diện tích phần phía dưới trục hoành. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + 2b$.

A. 29.

B. 0.

C. 37.

D. 38.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $x^4 - 4x^2 + m = 0$. (1)

Đặt $t = x^2 \geq 0$, phương trình (1) trở thành $t^2 - 4t + m = 0$. (2)

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

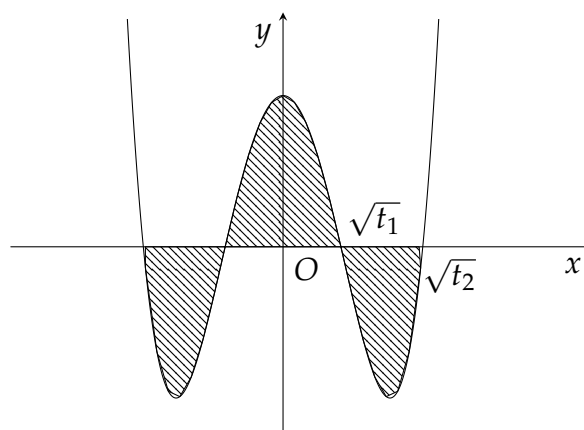
$$\Leftrightarrow \text{Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 4.$$

Khi $0 < m < 4$, phương trình (2) có hai nghiệm $t_1 = 2 - \sqrt{4 - m}$ và $t_2 = 2 + \sqrt{4 - m}$.

Khi đó phương trình (1) có 4 nghiệm là $\pm\sqrt{t_1}; \pm\sqrt{t_2}$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\sqrt{t_1}} y dx &= \int_{\sqrt{t_1}}^{\sqrt{t_2}} (-y) dx \\
 \Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{t_1}} y dx + \int_{\sqrt{t_1}}^{\sqrt{t_2}} y dx &= 0 \\
 \Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{t_2}} y dx &= 0.
 \end{aligned}$$



Ta có

$$\begin{aligned}\int_0^{\sqrt{t_2}} y \, dx = 0 &\Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{t_2}} (x^4 - 4x^2 + m) \, dx = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}x^5 - \frac{4}{3}x^3 + mx \right) \Big|_0^{\sqrt{t_2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{5}t_2^2 - \frac{4}{3}t_2 + m = 0 \\ &\Leftrightarrow 3m - 2\sqrt{4-m} - 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow m = \frac{20}{9}.\end{aligned}$$

Vậy $a + 2b = 38$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 73. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) tại điểm A có hoành độ $x_A = a$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) và (C) bằng $\frac{27}{4}$, các giá trị của a thỏa mãn đẳng thức nào?

A. $2a^2 - 2a - 1 = 0$. B. $a^2 - 2a = 0$. C. $a^2 - a - 2 = 0$. D. $a^2 + 2a - 3 = 0$.

Lời giải.

Điểm $A \in (C)$ có tọa độ là $(a; a^3 - 3a^2 + 1)$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$, suy ra phương trình tiếp tuyến (d) là $y = (3a^2 - 6a)(x - a) + a^3 - 3a^2 + 1$.
Phương trình hoành độ giao điểm đường thẳng (d) và đồ thị (C) là

$$x^3 - 3x^2 + 1 = (3a^2 - 6a)(x - a) + a^3 - 3a^2 + 1 \Leftrightarrow (x - a)^2(x + 2a - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -2a + 3. \end{cases}$$

Không giảm tổng quát, ta có

$$\left| \int_a^{-2a+3} [(x - a)^2(x + 2a - 3)] \, dx \right| = \frac{27}{4} \Leftrightarrow \left| \frac{1}{4}(x - a)^4 + (a - 1)(x - a)^3 \right|_a^{-2a+3} = \frac{27}{4}.$$

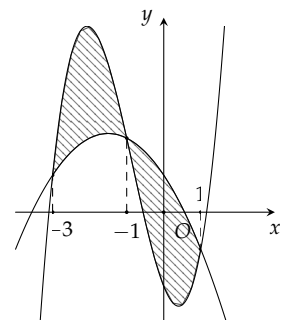
Từ đó, suy ra $(a - 1)^4 = 1 \Leftrightarrow (a - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 - 2a = 0$.

Nhận xét: Từ phương trình hoành độ giao điểm có nghiệm kép là $x = a$, suy ra tiếp tuyến sẽ đi qua một trong hai điểm cực trị nên chọn phương án $a^2 - 2a = 0$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 74. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3, -1, 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho (miền gạch chéo) có diện tích bằng

- A. $\frac{9}{2}$.
B. 4.
C. 5.
D. 8.



Lời giải.

Từ giả thiết ta có $f(x) - g(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2} - dx^2 - ex - 1$. (1)

Do $-3, -1, 1$ là các nghiệm của (1) $\Rightarrow f(x) - g(x) = a(x+3)(x+1)(x-1) \Rightarrow -3a = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Ta có diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị là

$$S(H) = \int_{-3}^1 |f(x) - g(x)| dx = \frac{1}{2} \int_{-3}^1 |(x+3)(x-1)(x+1)| dx = 4.$$

Vậy diện tích cần tính bằng 4.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 75. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình (H_1) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = -\sqrt{2x}$, $x = 4$; hình (H_2) là tập hợp tất cả các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn các điều kiện: $x^2 + y^2 \leq 16$, $(x-2)^2 + y^2 \geq 4$, $(x+2)^2 + y^2 \geq 4$. Khi quay (H_1) , (H_2) quanh Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1 , V_2 . Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V_2 = 2V_1$. B. $V_1 = V_2$. C. $V_1 + V_2 = 48\pi$. D. $V_2 = 4V_1$.

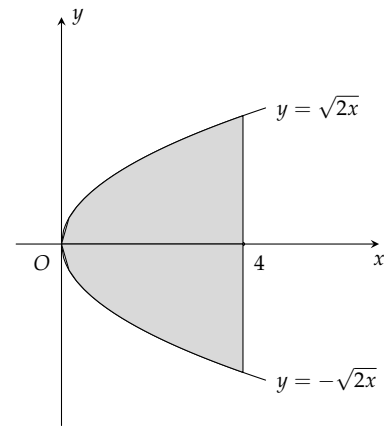
Lời giải.

- Tính V_1 .

Hình H_1 được tô như hình bên.

Vậy thể tích của khối tròn xoay khi quay hình H_1 quanh trục Ox là

$$V_1 = \int_0^4 \pi (\sqrt{2x})^2 dx = 16\pi.$$

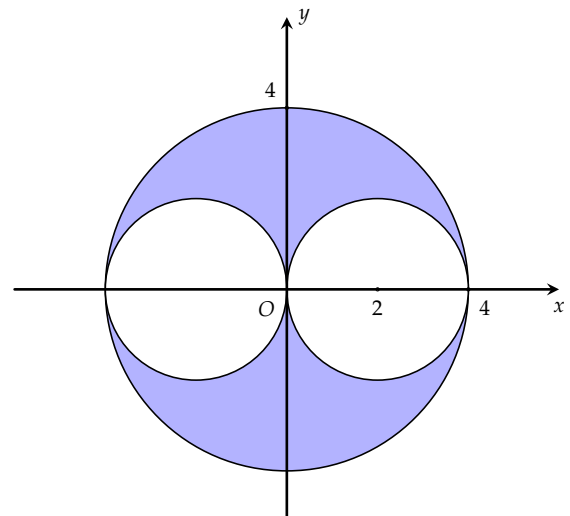


- Tính V_2 .

Hình H_2 được tô như hình bên.

Vậy thể tích của khối tròn xoay khi quay hình H_2 quanh trục Ox bằng thể tích khối cầu bán kính bằng 4 trừ đi thể tích của hai khối cầu bán kính bằng 2, tức là

$$V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 - 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = 64\pi.$$



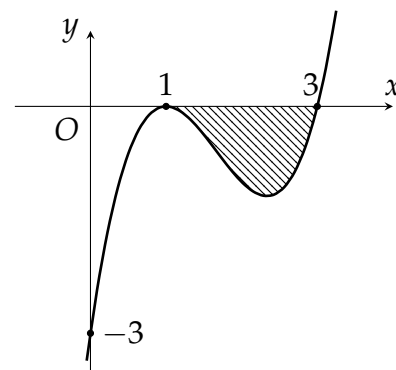
- Vậy $V_2 = 4V_1$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 76.

Tính diện tích của hình giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + xc + d$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ (phần được tô như hình vẽ), thì ta được

- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = \frac{5}{3}$. C. $S = \frac{4}{3}$. D. $S = \frac{6}{3}$.



Lời giải.

Vì đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại điểm có tọa độ $(1;0)$ và cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(3;0)$, do đó, hàm số đã cho có dạng

$$y = a(x-1)^2(x-3).$$

Mặt khác, đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-3)$, nên

$$-3 = a(-3) \Leftrightarrow a = 1.$$

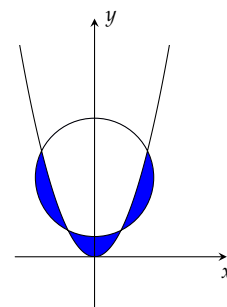
Vậy $y = (x-1)^2(x-3)$. Diện tích cần tìm là

$$S = \left| \int_1^3 (x-1)^2(x-3) dx \right| = \frac{4}{3}.$$

Chọn phương án **C**

Câu 77. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm $A(0;3)$, bán kính $\sqrt{5}$ như hình vẽ. Diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) gần với số nào nhất dưới đây?

- A. 3,44.
B. 1,51.
C. 3,54.
D. 1,77.



Lời giải.

Phương trình đường tròn $(C): x^2 + (y-3)^2 = 5$.

Đường tròn (C) và Parabol (P) cắt nhau tại các điểm $(1;1), (-1;1), (2;4), (-2;4)$.

Xét hình (H_1) giới hạn bởi $\begin{cases} y = x^2 \\ y = 3 - \sqrt{5 - x^2} \end{cases}$, hình (H_2) giới hạn bởi $\begin{cases} x = \sqrt{y} \\ x = \sqrt{5 - (y-3)^2} \end{cases}$

Diện tích của hình phẳng cần tính là

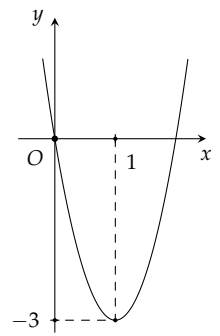
$$S = 2 \int_0^1 (3 - \sqrt{5 - x^2} - x^2) dx + 2 \int_1^4 (\sqrt{5 - (y-3)^2} - \sqrt{y}) dy \approx 5,54.$$

Chọn phương án **C**

Câu 78.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C). Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng đường thẳng $d: y = x$ cắt (C) tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau. Tổng $a + b + c + d$ bằng

- A. 1.
- B. 0.
- C. 2.
- D. 3.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$, suy ra $f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + d$.

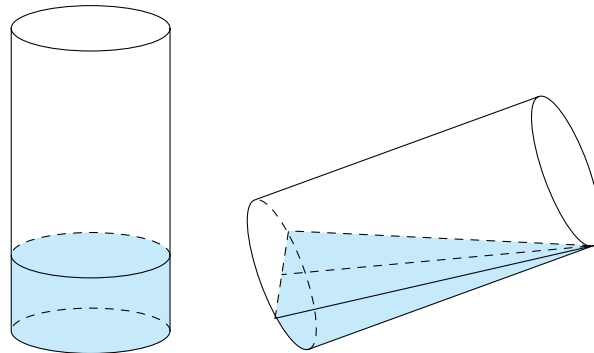
Vì đường thẳng $d: y = x$ cắt (C) tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau nên d đi qua điểm uốn có tọa độ $I(1; d - 2)$, suy ra $1 = d - 2 \Leftrightarrow d = 3$.

Vậy $a + b + c + d = 1 - 2 + 3 = 1$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 79. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 4 cm, chiều cao trong lòng cốc là 12 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết rằng khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc, mực nước trùng với đường kính đáy.



- A. $128\pi \text{ cm}^3$.
- B. 128 cm^3 .
- C. 256 cm^3 .
- D. $256\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

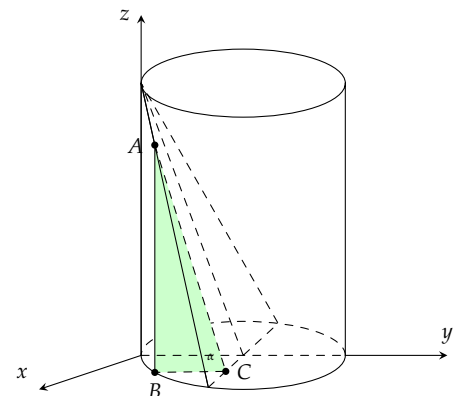
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Cắt khối nước trong cốc khi nằm nghiêng theo mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác ABC vuông tại B .

Ta có: $AB = BC \cdot \tan \alpha = \sqrt{R^2 - x^2} \cdot \tan \alpha$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} (R^2 - x^2) \cdot \tan \alpha = \frac{1}{2} (R^2 - x^2) \cdot \frac{h}{R}.$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{2} \int_{-4}^4 (R^2 - x^2) \frac{h}{R} dx = \frac{1}{2} \int_{-4}^4 (R^2 - x^2) \frac{12}{4} dx = 128 \text{ cm}^3.$$



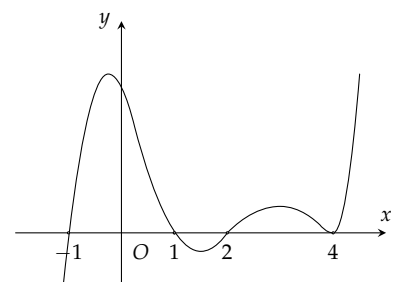
Chọn phương án **B**

□

Câu 80.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thuộc đoạn $[-1; 4]$ của phương trình $f(x) = f(0)$ là

- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta lập được bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	4	$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$+$	$+$
f	$+\infty$		$f(-1)$	$f(0)$	$f(1)$	$f(2)$	$+\infty$

Để biết số nghiệm của phương trình $f(x) = f(0)$ trên $[-1; 4]$, trước tiên ta so sánh $f(0)$ với $f(2)$.
Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$, $x = 0$, $x = 1$ và trục hoành; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$, $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành.
Từ đồ thị suy ra

$$S_1 > S_2 \Rightarrow \int_0^1 f'(x) dx > - \int_1^2 f'(x) dx \Rightarrow f(1) - f(0) > f(1) - f(2) \Rightarrow f(0) < f(2).$$

Vậy phương trình $f(x) = f(0)$ có đúng 1 nghiệm trên $[-1; 4]$.

Chọn phương án **D**

Câu 81. Trên một cánh đồng cỏ có 2 con bò được cột vào 2 cái cọc khác nhau. Biết khoảng cách giữa 2 cọc là 4 mét còn 2 sợi dây cột 2 con bò dài 3 mét và 2 mét. Tính diện tích mặt cỏ lớn nhất mà 2 con bò có thể ăn chung (lấy giá trị gần đúng nhất).

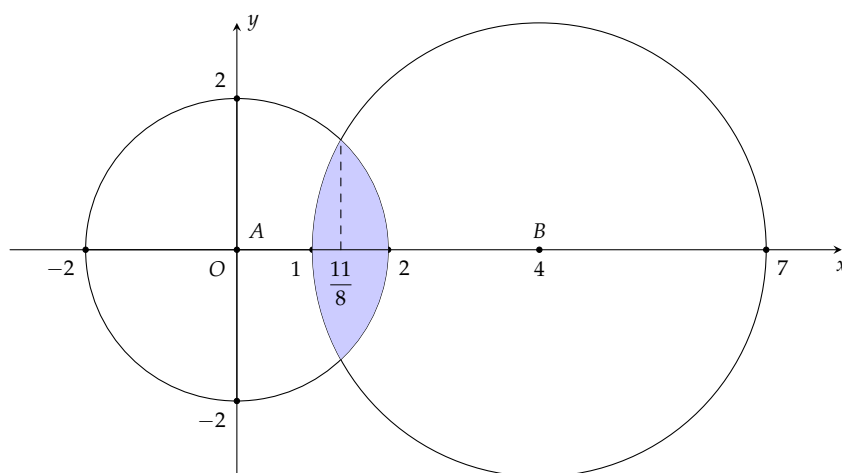
A. 1,989 m².

B. 1,034 m².

C. 1,574 m².

D. 2,824 m².

Lời giải.



Gọi hai vị trí cột hai con bò là A và B . Phần cỏ lớn nhất mà hai con bò có thể ăn chung là phần giao nhau của hai hình tròn (C_1) tâm A bán kính $R_1 = 2$ và hình tròn (C_2) tâm B bán kính $R_2 = 3$.

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ với $A(0;0)$ và $B(4;0)$.

Khi đó ta được phương trình đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x - 4)^2 + y^2 = 9$.

Hoàn thành độ giao điểm của hai đường tròn (C_1) và (C_2) là nghiệm phương trình

$$4 - x^2 = 9 - (x - 4)^2 \Leftrightarrow x = \frac{11}{8}.$$

Ta có (C_1) là hợp bởi 2 đồ thị hàm số $y = \pm\sqrt{4 - x^2}$;

(C_2) là hợp bởi 2 đồ thị hàm số $y = \pm\sqrt{9 - (x - 4)^2}$.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{9 - (x - 4)^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = \frac{11}{8}$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4 - x^2}$, $y = 0$, $x = \frac{11}{8}$, $x = 2$.

Phần diện tích lớn nhất mà hai con bò có thể ăn chung là

$$S = 2(S_1 + S_2) = 2 \left[\int_1^{\frac{11}{8}} \sqrt{9 - (x - 4)^2} dx + \int_{\frac{11}{8}}^2 \sqrt{4 - x^2} dx \right] \approx 1,989 \text{ (m}^2\text{)}.$$

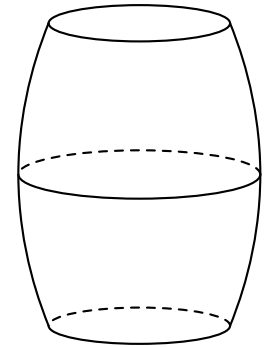
Chọn phương án **A**

□

Câu 82.

Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có là đường tròn bán kính là 40 cm, chiều cao thùng rượu là 1 m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol, hỏi thể tích thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?

- A. 425162 lít. B. 212581 lít. C. 212,6 lít. D. 425,2 lít.



Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục của thùng rượu. Mặt phẳng (α) cắt mặt xung quanh của thùng rượu theo các đường parabol.

Trong mặt phẳng (α) chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, đơn vị độ dài trên trục là 1 dm.

Phương trình parabol (P) qua A, B, I có dạng $y = ax^2 + c$.

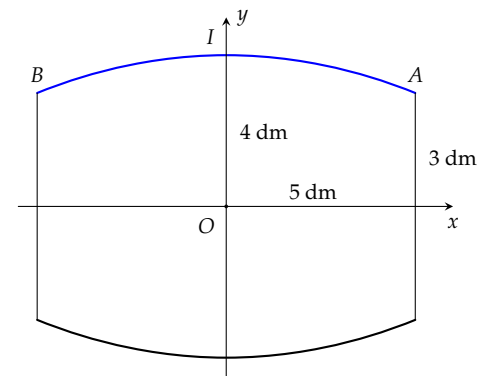
$$\text{Có } \begin{cases} I(0;4) \\ A(5;3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 40 \\ 3 = 25a + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{25} \\ c = 4. \end{cases}$$

Phương trình parabol (P) là $y = -\frac{1}{25}x^2 + 4$

Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -\frac{1}{25}x^2 + 4$, $y = 0$, $x = -5$, $x = 5$.

Thùng rượu được xem là khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng D khi quay xung quanh trục Ox . Suy ra thể tích thùng rượu là

$$V = \pi \int_{-5}^5 \left(-\frac{1}{25}x^2 + 4 \right) dx = \frac{406}{3} \pi \text{ (dm}^3\text{)} \approx 425,2 \text{ (lít)}.$$



Chọn phương án **D**

□

Câu 83. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có phần phía trên trục hoành và phần phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên, $b > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $S = a + b$ là

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Lời giải.

Điều kiện để (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là phương trình $x^4 - 6x^2 + m = 0$ (1) có bốn nghiệm phân biệt. Khi đó phương trình $t^2 - 6t + m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' = 9 - m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 9.$$

Giả sử phương trình (1) có bốn nghiệm là $-a, -b, b, a$ ($0 < b < a$). Do tính chất đối xứng của đồ thị nên ta có

$$\begin{aligned} & \int_{-a}^{-b} |x^4 - 6x^2 + m| dx + \int_b^a |x^4 - 6x^2 + m| dx = \int_{-b}^b |x^4 - 6x^2 + m| dx \\ \Leftrightarrow & \int_0^b |x^4 - 6x^2 + m| dx = \int_b^a |x^4 - 6x^2 + m| dx \\ \Leftrightarrow & \int_0^b (x^4 - 6x^2 + m) dx = - \int_b^a (x^4 - 6x^2 + m) dx \\ \Leftrightarrow & \int_0^b (x^4 - 6x^2 + m) dx + \int_b^a (x^4 - 6x^2 + m) dx = 0 \\ \Leftrightarrow & \int_0^a (x^4 - 6x^2 + m) dx = 0 \\ \Rightarrow & \frac{a^5}{5} - 2a^3 + ma = 0 \Leftrightarrow a^4 - 10a^2 + 5m = 0 \Leftrightarrow a^4 - 6a^2 + m + 4m - 4a^2 = 0 \\ \Leftrightarrow & 4m - 4a^2 = 0 \Leftrightarrow a^2 = m. \end{aligned}$$

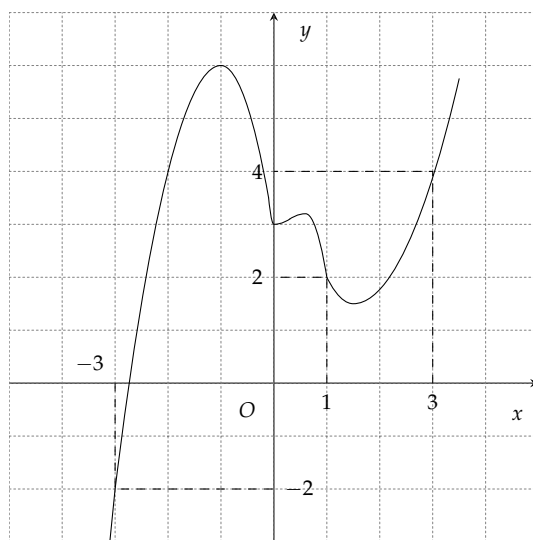
Do a là nghiệm của phương trình (1) nên ta có

$$m^2 - 6m + m = 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (loại)} \\ m = 5 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Vậy $S = 6$.

Chọn phương án **B**

Câu 84. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

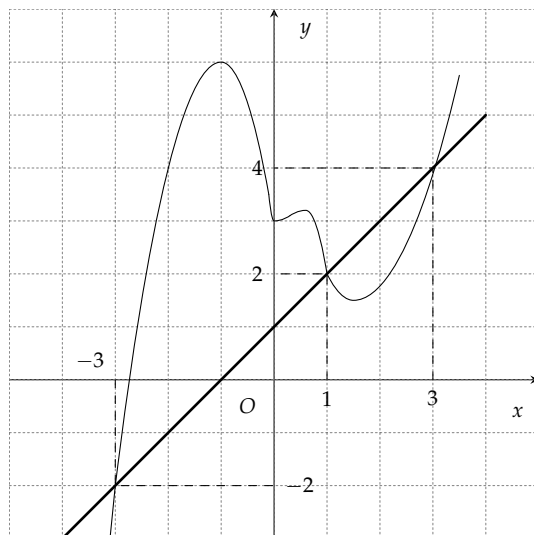


Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- B. Phương trình $g(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
- C. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

D. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

Lời giải.



Ta có $g'(x) = f'(x) - (x + 1)$.

Dựa vào đồ thị ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và các đường thẳng $y = x + 1$, $x = -3$, $x = 1$ thì $S_1 > 4$ và

$$S_1 = \int_{-3}^1 g'(x) dx = g(1) - g(-3) > 4 \Rightarrow g(-3) < g(1) - 4 = 0.$$

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và các đường thẳng $y = x + 1$, $x = 1$, $x = 3$ thì $S_2 < 4$ và

$$S_2 = - \int_1^3 g'(x) dx = g(1) - g(3) < 4 \Rightarrow g(3) > g(1) - 4 = 0.$$

Khi đó ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau:

x	-3	1	3
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$g(-3)$	4	$g(3)$

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[-3; 3]$.

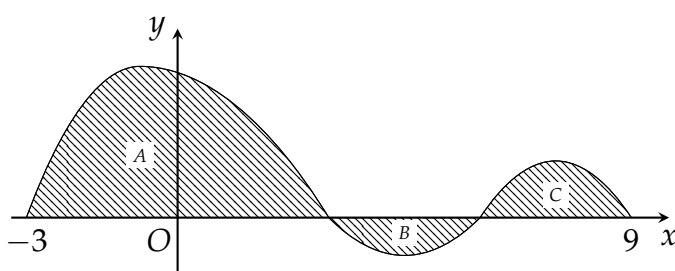
Chọn phương án **C**

□

Câu 85.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 9]$ như hình vẽ bên. Biết các miền A , B , C có diện tích lần lượt là 30; 3 và 4. Tích phân

$$\int_{-1}^2 [f(4x + 1) + x] dx \text{ bằng}$$



A. $\frac{45}{2}$.

B. 41.

C. 37.

D. $\frac{37}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $\int_{-1}^2 (f(4x+1) + x) dx = \int_{-1}^2 x dx + \int_{-1}^2 f(4x+1) dx = I_1 + I_2$.

Ta có $I_1 = \int_{-1}^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 = \frac{3}{2}$.

Xét $I_2 = \int_{-1}^2 f(4x+1) dx$.

Đặt $t = 4x + 2 \Rightarrow x = \frac{t-2}{4} \Rightarrow dx = \frac{1}{4} dt$.

Đổi cận:

Với $x = -1 \Rightarrow t = -3$; với $x = 2 \Rightarrow t = 9$.

Ta có: $I_2 = \frac{1}{4} \int_{-3}^9 f(t) dt = \frac{1}{4} \int_{-3}^9 f(x) dx = \frac{1}{4} (30 - 3 + 4) = \frac{31}{4}$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{31}{4} + \frac{3}{2} = \frac{37}{4}$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 86.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 1]$ như hình vẽ. Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là $8, \frac{3}{5}$ và $\frac{4}{5}$. Tính

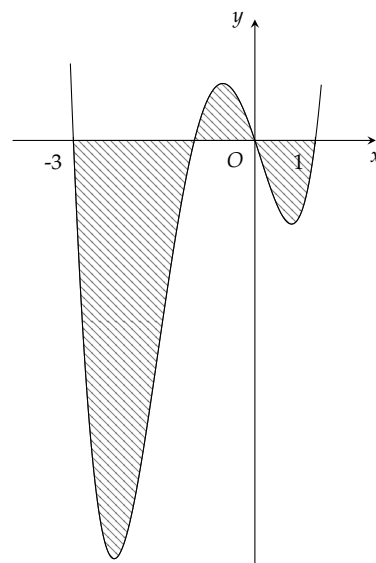
tích phân $\int_{-2}^0 (f(2x+1) + 3) dx$.

A. $-\frac{41}{5}$.

B. $-\frac{42}{5}$.

C. $-\frac{21}{5}$.

D. $-\frac{82}{5}$.



Lời giải.

Diện tích các phần A, B, C trên hình vẽ có diện tích lần lượt là $8, \frac{3}{5}$ và $\frac{4}{5}$ nên

$$\int_{-3}^1 f(x) dx = -8 + \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{41}{5}.$$

Đặt $t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx$. Ta lại có

$$\int_{-2}^0 (f(2x+1) + 3) dx = \int_{-3}^1 (f(t) + 1) \cdot 2dt = 2 \int_{-3}^1 f(t) dt + 2 \int_{-3}^1 dt = 2 \cdot \left(-\frac{41}{5}\right) + 2 \cdot 4 = -\frac{42}{5}.$$

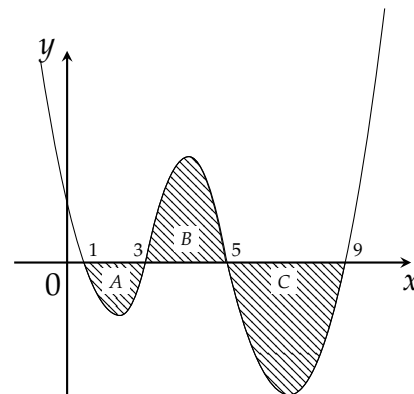
Chọn phương án **(B)**

Câu 87.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[1;9]$ như hình bên. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 2, 4, 7. Tính tích phân

$$\int_{-1}^3 (f(2x+3) + 1) dx.$$

- A. $\frac{11}{2}$. B. 3. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.



Lời giải.

Đặt $t = 2x + 3$, ta được

$$\int_{-1}^3 (f(2x+3) + 1) dx = \frac{1}{2} \int_1^9 (f(t) + 1) dt = \frac{1}{2} \left(\int_1^3 f(t) dt + \int_3^5 f(t) dt + \int_5^9 f(t) dt + \int_1^9 dx \right)$$

Dựa vào hình vẽ ta được

$$\int_{-1}^3 (f(2x+3) + 1) dx = \frac{1}{2} (-2 + 4 - 7 + (9 - 1)) = \frac{3}{2}.$$

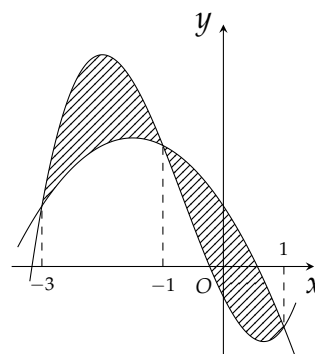
Chọn phương án **D**

□

Câu 88.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. 8. C. 4. D. 5.



Lời giải.

Do $(C): y = f(x)$ và $(C'): y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $-3; -1$ và 1 nên

$$f(x) - g(x) = A(x+3)(x+1)(x-1).$$

Từ giả thiết ta có $f(0) - g(0) = -\frac{3}{2}$ nên $-3A = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow A = \frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-1) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

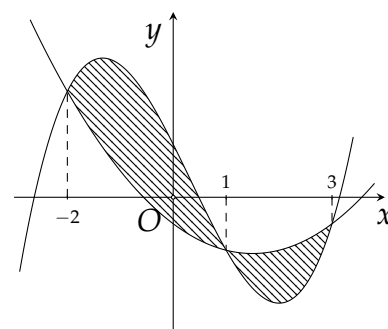
$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^1 [g(x) - f(x)] dx \\ &= \int_{-3}^{-1} \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right] dx - \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right] dx = 2 - (-2) = 4. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 89.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



- A. $\frac{253}{48}$.
B. $\frac{125}{24}$.
C. $\frac{125}{48}$.
D. $\frac{253}{24}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4} = dx^2 + ex - \frac{3}{4} \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2} = 0$.

Đặt $h(x) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + \frac{3}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta có $h(x) = 0$ có ba nghiệm là $x = -2; x = 1; x = 3$.

Khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} -8a + 4(b-d) - 2(c-e) = -\frac{3}{2} \\ a + (b-d) + (c-e) = -\frac{3}{2} \\ 27a + 9(b-d) + 3(c-e) = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b-d = -\frac{1}{2} \\ c-e = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tính là

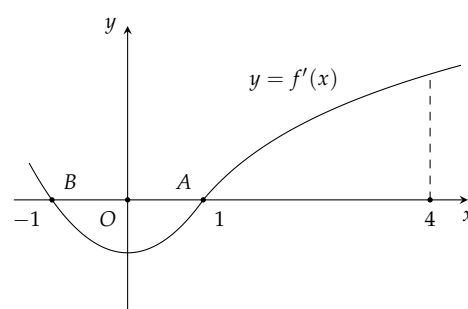
$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 \left| \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{2} \right| dx + \int_1^3 \left| \frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{3}{2} \right| dx \\ &= \frac{63}{16} + \frac{4}{3} = \frac{253}{48}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **A**

Câu 90.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng các điểm $A(1;0)$, $B(-1;0)$ thuộc đồ thị. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$ lần lượt là

- A. $f(1); f(-1)$.
B. $f(0); f(2)$.
C. $f(1); f(4)$.
D. $f(-1); f(4)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của hàm $f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ trên $[-1;4]$

x	-1	1	4
$f'(x)$	0	0	+
$f(x)$	$f(-1)$	$f(1)$	$f(4)$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min_{[-1;4]} f(x) = f(1)$.

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta có

$$\int_{-1}^1 |f'(x)| dx < \int_1^4 |f'(x)| dx \Leftrightarrow f(-1) - f(1) < f(4) - f(1) \Leftrightarrow f(-1) < f(4).$$

Vậy $\max_{[-1;4]} f(x) = f(4)$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 91.

Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ có dáng đồ thị như hình vẽ.

Gọi S_3 là miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Khi quay S_3 quay trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V .

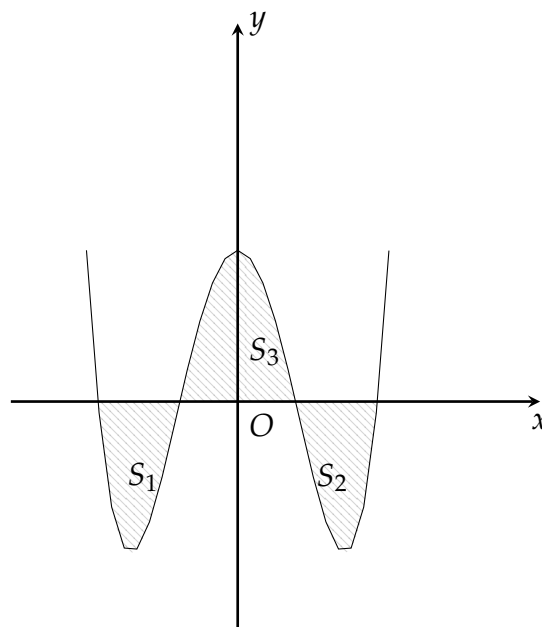
Tính V .

A. $V = \frac{2008}{315} \pi$.

B. $V = \frac{584}{315} \pi$.

C. $V = \frac{1168}{315} \pi$.

D. $V = \frac{4016}{315} \pi$.



Lời giải.

$$\bullet x^4 - 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$$

Hình S_3 là hình giới hạn bởi đồ thị $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và trục Ox với x lấy từ -1 đến 1 .

$$\bullet \text{ Vậy } V = \pi \int_{-1}^1 (x^4 - 3x^2 + 2)^2 dx = \frac{1168}{315} \pi.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 92.

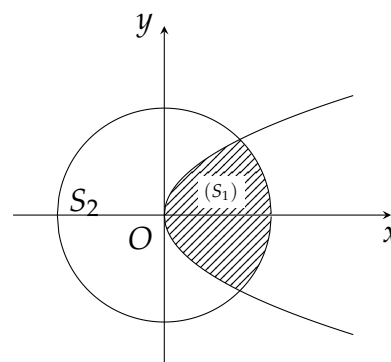
Biết rằng đường parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 . Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$, với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 13$.

B. $S = 16$.

C. $S = 15$.

D. $S = 14$.

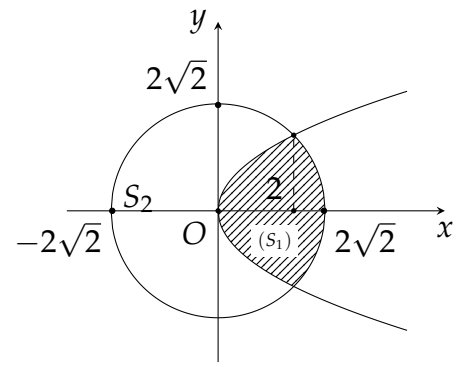


Lời giải.

Ta viết lại đường parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ là $(P): y = \pm\sqrt{2x}$ và $(C): y = \pm\sqrt{8-x^2}$.

Ta xét trường hợp $y \geq 0$: Phương trình hoành độ giao điểm của $(P): y = \sqrt{2x}$ và $(C): y = \sqrt{8-x^2}$ là $\sqrt{2x} = \sqrt{8-x^2} \Leftrightarrow x = 2$ và $y = 2$.

Do cả hai đồ thị của (P) và (C) đều nhận trục Ox làm trục đối xứng nên để tính diện tích S_1 , ta chỉ cần tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$ và $y = \sqrt{8-x^2}$, trục Ox .



$$\text{Khi đó } S_1 = 2 \int_0^2 \sqrt{2x} dx + 2 \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} dx, \text{ với } \int_0^2 \sqrt{2x} dx = \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{x^3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3},$$

$$\text{và } I = \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} dx \text{ được tính như sau}$$

$$\text{Đặt } x = 2\sqrt{2} \sin t. \text{ Khi đó } dx = 2\sqrt{2} \cos t dt \text{ và } \begin{cases} x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4} \\ x = 2\sqrt{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{hay } I = 2\sqrt{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{8-8\sin^2 t} \cos t dt = 8 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 4 \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = 4 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} =$$

$$\pi - 2. \text{ Khi đó } S_1 = \frac{16}{3} + 2\pi - 4 = \frac{4}{3} + 2\pi.$$

$$\text{Diện tích hình tròn có bán kính } 2\sqrt{2} \text{ là } 8\pi. \text{ Do vậy } S_2 = 8\pi - S_1 = 8\pi - \left(\frac{4}{3} + 2\pi \right) = 6\pi - \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } S_2 - S_1 = 6\pi - \frac{4}{3} - \left(\frac{4}{3} + 2\pi \right) = 4\pi - \frac{8}{3}.$$

$$\text{Khi đó } a = 4, b = 8, c = 3. \text{ Do đó } a + b + c = 15.$$

Chọn phương án **C**

Câu 93. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}, y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của hình (H) bằng

A. $\frac{8}{3}.$

B. $\frac{16}{3}.$

C. $\frac{7}{3}.$

D. $\frac{10}{3}.$

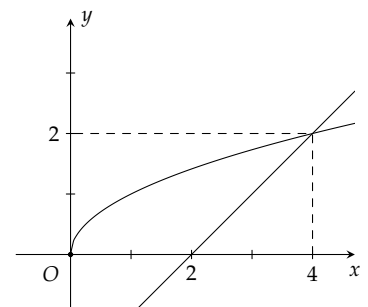
Lời giải.

Hoành độ giao điểm giữa đường $y = \sqrt{x}$ và trục hoành là nghiệm của phương trình

$$\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Hoành độ giao điểm giữa đường $y = x - 2$ và trục hoành là nghiệm của phương trình

$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$



Hoành độ giao điểm giữa đường $y = \sqrt{x}$ và đường $y = x - 2$ là nghiệm của phương trình

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 1 \Leftrightarrow x = 4. \end{cases}$$

Kết hợp với hình vẽ trên, diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x-2) dx = \frac{10}{3}.$$

Vậy $S = \frac{10}{3}$.

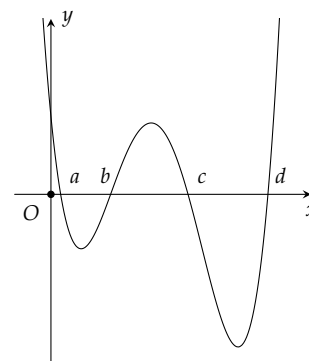
Chọn phương án **(D)**

□

Câu 94.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm có hoành độ theo thứ tự từ trái sang phải trên trục hoành là a, b, c, d ($a < b < c < d$) như hình vẽ bên. Chọn khẳng định đúng.

- A. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$. B. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.
C. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$. D. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.



Lời giải.

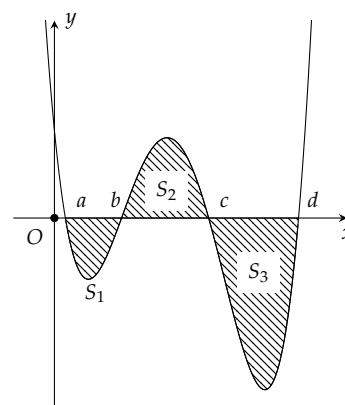
Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$, Ox , $x = a$, $x = b$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$, Ox , $x = b$, $x = c$.

Gọi S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x)$, Ox , $x = c$, $x = d$.

Ta có

- $S_1 = - \int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b)$.
- $S_2 = \int_b^c f'(x) dx = f(c) - f(b)$.
- $S_3 = - \int_c^d f'(x) dx = f(c) - f(d)$.



Từ hình vẽ, ta nhận thấy $S_1 < S_2 < S_3 \Rightarrow \begin{cases} f(a) - f(b) < f(c) - f(b) \\ f(c) - f(b) < f(c) - f(d) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(a) < f(c) & (1) \\ f(d) < f(b). & (2) \end{cases}$

Vì $0 < S_1 = f(a) - f(b)$ nên $f(b) < f(a)$, (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$.

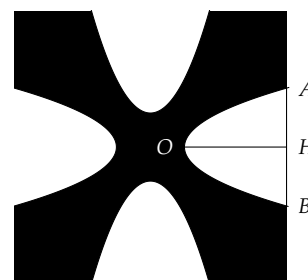
Chọn phương án **(A)**

□

Câu 95.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình vẽ bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích của bề mặt hoa văn đó.

- A. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$. B. 50 cm^2 . C. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$. D. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$.



Lời giải.

Diện tích bề mặt hoa văn là $S = 10^2 - 4S_0$, trong đó S_0 là diện tích của Parabol.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên.

Parabol có đỉnh $O(0;0)$ và đi qua điểm $B\left(\frac{5}{2};4\right)$ nên có phương trình là

$$y = \frac{16}{25}x^2.$$

Từ $y = \frac{16}{25}x^2$ suy ra $x = \pm \frac{5\sqrt{y}}{4}$ với $y \geq 0$.

Phần Parabol cần tính diện tích giới hạn bởi các đường $x = \pm \frac{5\sqrt{y}}{4}$, $y = 0$, $y = 4$.

$$\text{Do đó, } S_0 = \int_0^4 \left| \frac{5\sqrt{y}}{4} - \left(-\frac{5\sqrt{y}}{4}\right) \right| dy = \int_0^4 \left| \frac{5\sqrt{y}}{2} \right| dy = \frac{40}{3}.$$

$$\text{Vậy diện tích bề mặt hoa văn là } S = 100 - 4 \cdot \frac{40}{3} = \frac{140}{3} \text{ cm}^2.$$

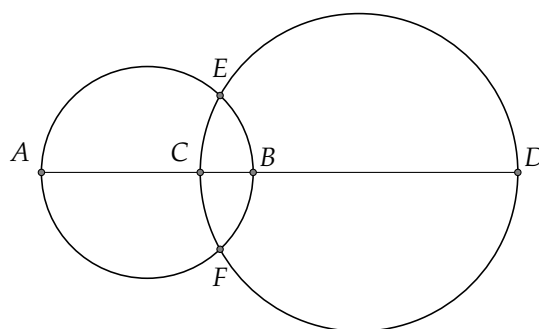
Chọn phương án **C**

□

Câu 96.

Cho đường tròn đường kính $AB = 4$ và đường tròn đường kính $CD = 4\sqrt{3}$ cắt nhau theo dây cung $EF = 2\sqrt{3}$ (xem hình vẽ bên). Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay cung AE, ED xung quanh trục AD .

- A. $(64 - 16\sqrt{2})\pi$. B. $(36 + 16\sqrt{2})\pi$.
C. $(36 + 16\sqrt{3})\pi$. D. $(64 - 16\sqrt{3})\pi$.



Lời giải.

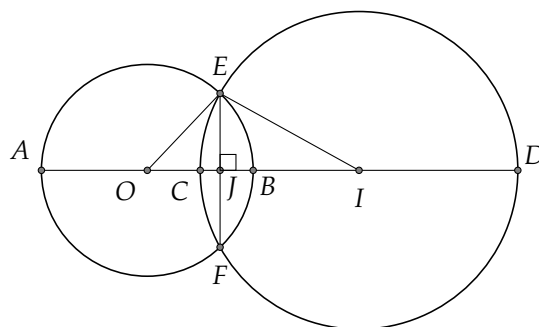
Ta có

$$IJ = \sqrt{OE^2 - EJ^2} = \sqrt{4 - 3} = 1.$$

$$OJ = \sqrt{IE^2 - EJ^2} = \sqrt{12 - 3} = 3.$$

Thể tích của khối tròn xoay cần tìm

$$V = \pi \int_{-2}^1 (\sqrt{4 - x^2})^2 dx + \pi \int_{-2\sqrt{3}}^3 (\sqrt{12 - x^2})^2 dx.$$



Ta có

$$\pi \int_{-2}^1 (\sqrt{4 - x^2})^2 dx = \pi \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^1 = \pi \left(4 - \frac{1}{3} + 8 - \frac{8}{3} \right) = 9\pi.$$

$$\pi \int_{-2\sqrt{3}}^3 (\sqrt{12 - x^2})^2 dx = \pi \left(12x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2\sqrt{3}}^3 = \pi (36 - 9 + 24\sqrt{3} - 8\sqrt{3}) = (27 + 16\sqrt{3})\pi.$$

$$\text{Vậy } V = 9\pi + (27 + 16\sqrt{3})\pi = (36 + 16\sqrt{3})\pi.$$

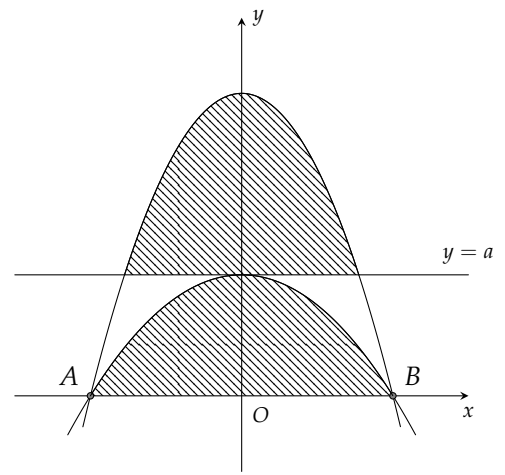
Chọn phương án **C**

□

Câu 97.

Cho parabol $(P_1) : y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d : y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d , S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

- A. $T = 99$. B. $T = 64$. C. $T = 32$. D. $T = 72$.



Lời giải.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_{-\sqrt{4-a}}^{\sqrt{4-a}} (-x^2 + 4 - a) dx = \left(-\frac{1}{3}x^3 + (4-a)x \right) \Big|_{-\sqrt{4-a}}^{\sqrt{4-a}} = \frac{4}{3}(4-a)\sqrt{4-a}.$$

$$S_2 = \int_{-2}^2 \left(-\frac{a}{4}x^2 + a \right) dx = \left(-\frac{a}{12}x^3 + ax \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{8a}{3}.$$

$$\text{Mà } S_1 = S_2 \Leftrightarrow (4-a)\sqrt{4-a} = 2a \Leftrightarrow a^3 - 8^2 + 48a = 64.$$

Chọn phương án **B** □

Câu 98. Xác định m để đồ thị hàm số $(C) : y = 5x^4 - 8x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành có phần trên và phần dưới bằng nhau.

- A. $\frac{9}{16}$. B. $\frac{16}{9}$. C. 9. D. $\frac{25}{16}$.

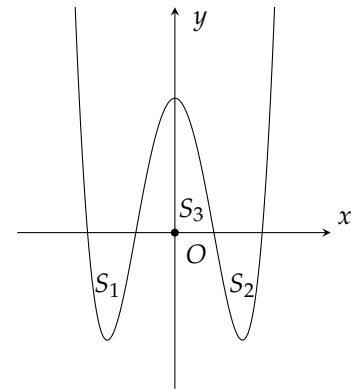
Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là $5x^4 - 8x^2 + m = 0$.

Đặt $t = x^2, t \geq 0$. Ta có $5t^2 - 8t + m = 0$. (1)

Đồ thị (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 5m > 0 \\ \frac{m}{5} > 0 \\ \frac{8}{5} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{16}{5}.$$



Ta có hàm số $y = f(x) = 5x^4 - 8x^2 + m$ là hàm số chẵn nên $S_1 + S_2 = S_3 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2}S_3$.

Gọi $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ là bốn hoành độ giao điểm của (C_m) với trục hoành ta có

$$S_2 = \frac{1}{2}S_3 \Rightarrow \int_{x_3}^{x_4} (-f(x)) dx = \int_0^{x_3} f(x) dx.$$

$$\Leftrightarrow \int_{x_3}^{x_4} f(x) dx + \int_0^{x_3} f(x) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} f(x) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_4} (5x^4 - 8x^2 + m) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x^5 - \frac{8}{3}x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_4} = 0 \Leftrightarrow x_4^5 - \frac{8}{3}x_4^3 + mx_4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_4 = 0 \\ x_4^4 - \frac{8}{3}x_4^2 + m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Với $x_4 = 0 \Rightarrow m = 0$ (loại).

Xét (2) $\Leftrightarrow (5x_4^4 - 8x_4^2 + m) - 4x_4^4 + \frac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow 4x_4^4 - \frac{16}{3}x_4^2 = 0 \Leftrightarrow x_4^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow m = \frac{16}{9}$ (nhận).

Chọn phương án **(B)** □

Câu 99. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 2$ có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) là một nửa đường tròn đường kính là $\sqrt{5}x^2$. Tính thể tích V của vật thể đã cho.

- A. $V = 2\pi$. B. $V = 5\pi$. C. $V = 4\pi$. D. $V = 3\pi$.

Lời giải.

Do thiết diện là nửa đường tròn với đường kính $\sqrt{5}x^2$ nên diện tích của thiết diện là

$$S(x) = \frac{\pi \left(\frac{\sqrt{5}x^2}{2} \right)^2}{2} = \frac{5\pi x^4}{8}.$$

Từ đó suy ra thể tích của vật thể là

$$V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 \frac{5\pi x^4}{8} dx = 4\pi.$$

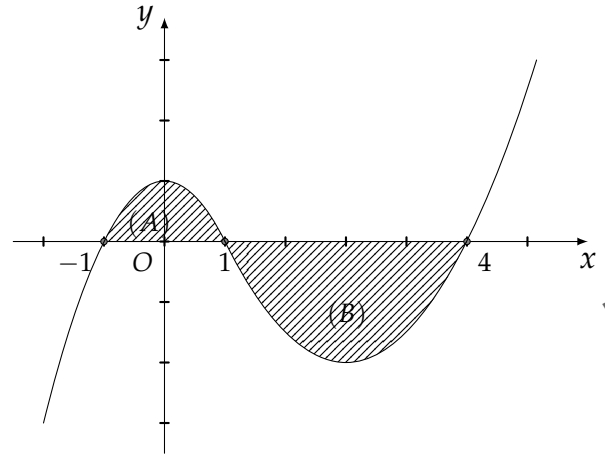
Chọn phương án **(C)** □

Câu 100.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các hình (A), (B) lần

lượt bằng 3 và 7. Tích tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x - 1) dx$ bằng

- A. $I = -\frac{4}{5}$. B. $I = 2$. C. $I = \frac{4}{5}$. D. $I = -2$.



Lời giải.

Theo đề $\int_{-1}^1 f(x) dx = 3, \int_1^4 f(x) dx = -7$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x - 1) dx = \frac{1}{5} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(5 \sin x - 1) d(5 \sin x - 1) = \frac{1}{5} \int_{-1}^4 f(t) dt = \frac{1}{5} \left[\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx \right] = \frac{1}{5} \left[3 - 7 \right] = -\frac{4}{5}.$$

Chọn phương án **(A)** □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. A	3. C	4. B	5. B	6. A	7. A	8. A	9. D	10. B
11. C	12. D	13. B	14. A	15. C	16. D	17. D	18. C	19. A	20. C
21. A	22. D	23. D	24. C	25. A	26. B	27. A	28. B	29. D	30. B
31. C	32. B	33. A	34. D	35. C	36. A	37. D	38. A	39. C	40. C
41. B	42. A	43. C	44. B	45. B	46. D	47. B	48. C	49. B	50. A
51. C	52. C	53. A	54. C	55. C	56. B	57. B	58. B	59. D	60. A
61. B	62. B	63. A	64. D	65. D	66. B	67. B	68. B	69. C	70. A
71. D	72. D	73. B	74. B	75. D	76. C	77. C	78. A	79. B	80. D
81. A	82. D	83. B	84. C	85. D	86. B	87. D	88. C	89. A	90. C
91. C	92. C	93. D	94. A	95. C	96. C	97. B	98. B	99. C	100. A

E. BÀI TOÁN THỰC TẾ

Câu 1. Hai người A và B ở cách nhau 180(m) trên đoạn đường thẳng và cùng chuyển động theo một hướng với vận tốc biến thiên theo thời gian, A chuyển động với vận tốc $v_1(t) = 6t + 5(\text{m/s})$, B chuyển động với vận tốc $v_2(t) = 2at - 3(\text{m/s})$ (a là hằng số), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A và B bắt đầu chuyển động. Biết rằng lúc A đuổi theo B và sau 10(giây) thì đuổi kịp. Hỏi sau 20(giây), A cách B bao nhiêu mét?

- A. 320(m). B. 720(m). C. 360(m). D. 380(m).

Lời giải.

Quãng đường A đi được trong 10 (giây): $\int_0^{10} (6t + 5) dt = (3t^2 + 5t) \Big|_0^{10} = 350(\text{m})$.

Quãng đường B đi được trong 10 (giây): $\int_0^{10} (2at - 3) dt = (at^2 - 3t) \Big|_0^{10} = 100a - 30(\text{m})$.

Vì lúc đầu A đuổi theo B và sau 10 (giây) thì đuổi kịp nên ta có:

$$(100a - 30) + 180 = 350 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow v_2(t) = 4t - 3(\text{m/s})$$

Sau 20(giây) quãng đường A đi được : $\int_0^{20} (6t + 5) dt = (3t^2 + 5t) \Big|_0^{20} = 1300(\text{m})$.

Sau 20(giây) quãng đường B đi được : $\int_0^{20} (4t - 3) dt = (2t^2 - 3t) \Big|_0^{20} = 740(\text{m})$.

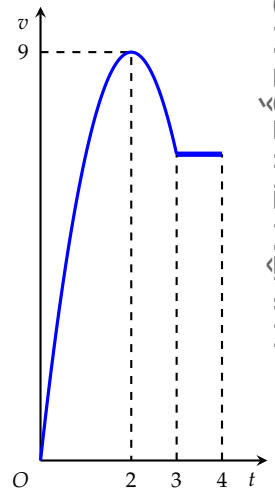
Khoảng cách giữa A và B sau 20 (giây) $1300 - 740 - 180 = 380(\text{m})$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 2.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.

- A. 28,5 (km). B. 27 (km). C. 26,5 (km). D. 24 (km).



Lời giải.

Gọi parabol đồ thị vận tốc hình bên có dạng: $v = at^2 + bt + c$. Vì parabol đi qua gốc tọa độ nên $c = 0$.

Từ giả thiết ta có hệ $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{4} \\ b = 9 \end{cases}$.

Vậy parabol cần tìm $v = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$.

Quãng đường vật di chuyển trong 4 giờ được tính theo công thức:

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^3 \left(-\frac{9}{4}t^2 + 9t \right) dt + v(3) \cdot 1 = \frac{81}{4} + \frac{27}{4} = 27 (\text{km}).$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 3. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200(m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A. $\frac{2500}{3}$ (m). B. 2000 (m). C. 500 (m). D. $\frac{4000}{3}$ (m).

Lời giải.

$$\text{Xét } v(t) = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -20 \end{cases}$$

Vậy thời gian máy bay đạt vận tốc 200 m/s là thời điểm $t = 10$ s sau khi bắt đầu chuyển động.

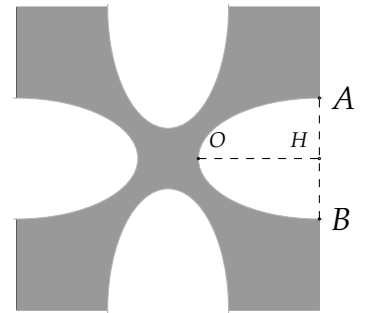
Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

$$S = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \frac{2500}{3}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 4.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



- A. $\frac{160}{3}$ cm³. B. $\frac{140}{3}$ cm³. C. $\frac{14}{3}$ cm³. D. 50 cm³.

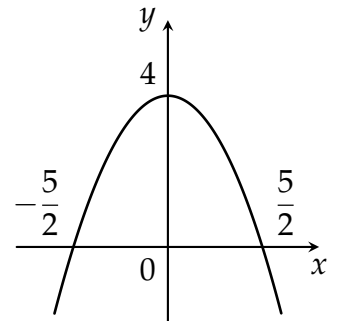
Lời giải.

Coi parabol trong hình vẽ có đỉnh là $H(0;4)$ cắt trục hoành tại A và B có hoành độ lần lượt là $x = -\frac{5}{2}$ và $x = \frac{5}{2}$ nên có phương trình là $y = -\frac{16}{25}x^2 + 4$ khi đó diện tích diện tích của mỗi phần parabol là

$$S_1 = 2 \int_0^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{16}{25}x^2 + 4 \right) dx.$$

Vậy diện tích của bề mặt hoa văn là $S = 10^2 - 4S_1 = 100 -$

$$8 \int_0^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{16}{25}x^2 + 4 \right) dx = \frac{140}{3} \text{ cm}^3.$$



Chọn phương án **(B)** □

Câu 5. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t) = t^2 + 3t$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc.

- A. $\frac{45}{2}$ m. B. $\frac{201}{4}$ m. C. $\frac{81}{4}$ m. D. $\frac{65}{2}$ m.

Lời giải.

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = \int (t^2 + 3t) dt = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + C.$$

Coi $t = 0$ là thời điểm vật bắt đầu tăng tốc.

$$\text{Theo giả thiết } v(0) = 10 \Leftrightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 10.$$

Quãng đường vật đi được trong khoảng 3 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc là

$$S = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 \left(\frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + 10 \right) dt = \frac{201}{4}.$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 6.

Một nhóm từ thiện ở Hà Nội khởi công dự án xây cầu bằng bê tông như hình vẽ (đường cong trong hình là các đường parabol). Tính thể tích khối bê tông đủ để đổ cho cây cầu gần nhất với kết quả nào sau đây?

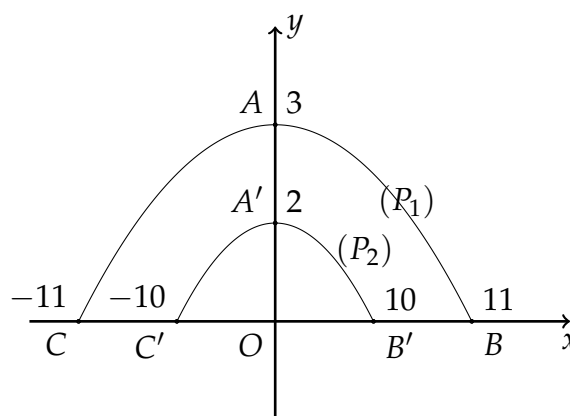
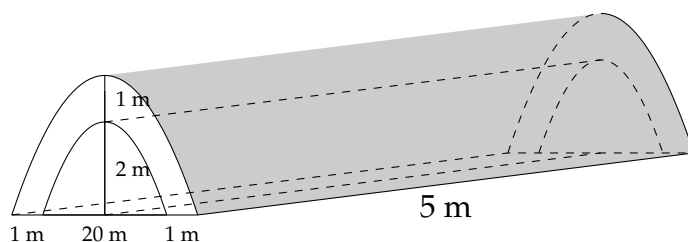
A. 84 m^3 . B. 88 m^3 . C. 85 m^3 . D. 90 m^3 .

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho parabol (P_1) đi qua các điểm $A(0;3)$; $B(11;0)$ và $C(-11;0)$. Khi đó phương trình parabol $(P_1) : y = -\frac{3}{121}x^2 + 3$.

Tương tự parabol (P_2) đi qua các điểm $A'(0;2)$; $B'(10;0)$ và $C'(-10;0)$. Khi đó phương trình parabol $(P_2) : y = -\frac{x^2}{50} + 2$.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và trục Ox .



Khi đó

$$S_1 = \int_{-11}^{11} \left(-\frac{3}{121}x^2 + 3 \right) dx = \left(-\frac{x^3}{121} + 3x \right) \Big|_{-11}^{11} = 44$$

Tương tự gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục Ox . Khi đó

$$S_2 = \int_{-10}^{10} \left(-\frac{x^2}{50} + 2 \right) dx = \left(-\frac{x^3}{150} + 2x \right) \Big|_{-10}^{10} = \frac{80}{3}$$

Gọi V là thể tích khối bê-tông khi đó

$$V = h \cdot S_d = h \cdot (S_1 - S_2) = 5 \cdot \left(44 - \frac{80}{3} \right) = \frac{160}{3}$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 7. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 25 m .

B. $\frac{44}{5} \text{ m}$.

C. $\frac{25}{2} \text{ m}$.

D. $\frac{45}{4} \text{ m}$.

Lời giải.

Khi $v = 0$ thì $t = 5$, khi đó quãng đường ô tô đi được đến khi dừng hẳn là

$$S = \int_0^5 (10 - 2t) dt = 25 \text{ (m)}.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 8. Một ô tô đang chạy với vận tốc 9 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 9$ m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn đi chuyển bao nhiêu mét?

- A. 13,5 (m). B. 12,5 (m). C. 11,5 (m). D. 10,5 (m).

Lời giải.

Gọi t_0 là thời điểm lúc ô tô bắt đầu đạp phanh, ta có $9 = -3t_0 + 9 \Leftrightarrow t_0 = 0$.

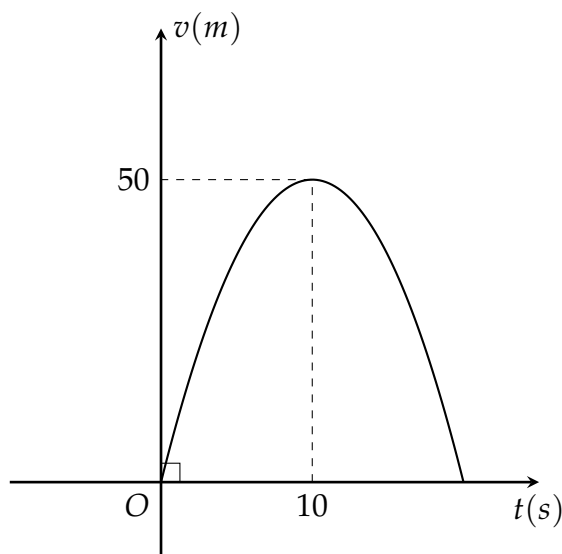
Gọi t_1 là thời điểm lúc ô tô dừng hẳn, ta có $0 = -3t_1 + 9 \Leftrightarrow t_1 = 3$.

Vậy quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là

$$S(t) = \int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (-3t + 9) dt = \left(-\frac{3}{2}t^2 + 9t \right) \Big|_0^3 = 13,5(m).$$

Chọn phương án **A** □

Câu 9. Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol có hình bên dưới.



Biết rằng sau 10 s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 50 m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?

- A. $\frac{1000}{3}$ m. B. $\frac{1100}{3}$ m. C. $\frac{1400}{3}$ m. D. 300 m.

Lời giải.

Quãng đường xe đi được chính bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và trục Ox .

Gọi $(P) : y = ax^2 + bx + c$. Do (P) qua gốc tọa độ nên $c = 0$.

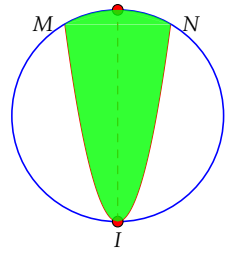
$$\text{Đỉnh } (P) \text{ là } I(10; 50) \text{ nên } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 10 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -20a \\ b^2 = -200a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 10 \\ a = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \int_0^{10} \left(-\frac{1}{2}x^2 + 10x \right) dx = \frac{1000}{3}.$$

Vậy quãng đường xe đi được bằng $\frac{1000}{3}$ m.

Câu 10.

Một tấm biển quảng cáo có hình dạng là một hình tròn bán kính là $2m$. Biết chi phí để sơn phần tô đậm mỗi mét vuông là 200.000 đồng và phần còn lại chi phí để sơn mỗi mét vuông là 100.000 đồng. Hỏi chi phí cần để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu? Biết rằng phần tô đậm được giới hạn bằng một Parabol có trục đi qua tâm của đường tròn và đi qua hai điểm MN và $MN = 2$. (tham khảo hình vẽ).



- A. 5693551.000 đồng. B. 2693551.000 đồng.
C. 3693551.000 đồng. D. 4693551.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục như hình vẽ:

Phương trình đường tròn $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm\sqrt{4-x^2}$.

Gọi Parabol $(P): y = ax^2 + c$

$I(0; -2) \in (P) \Rightarrow c = -2$. $N(1; \sqrt{3}) \in (P) \Rightarrow a - 2 = \sqrt{3}$

$\Rightarrow a = \sqrt{3} + 2$.

$\Rightarrow (P): y = (\sqrt{3} + 2)x^2 - 2$.

Diện tích hình phẳng phần tô đậm:

$$S_1 = \int_{-1}^1 [\sqrt{4-x^2} - [(\sqrt{3}+2)x^2 - 2]] dx$$

$$= \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx - \int_{-1}^1 [(\sqrt{3}+2)x^2 - 2] dx$$

Tính $I_1 = \int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx$.

Đặt $x = 2 \sin t \left(t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right) \Rightarrow dx = 2 \cos t \cdot dt$. Đổi cận: $x = -1 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}$; $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

Khi đó $I = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 4 \cdot \cos^2 t = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Tính $I_2 = \int_{-1}^1 [(\sqrt{3}+2)x^2 - 2] dx$

$$= \left(\frac{(\sqrt{3}+2)}{3} x^3 - 2x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2\sqrt{3}-8}{3}$$

Diện tích phần tô đậm: $S_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}-8}{3} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{8}{3}$.

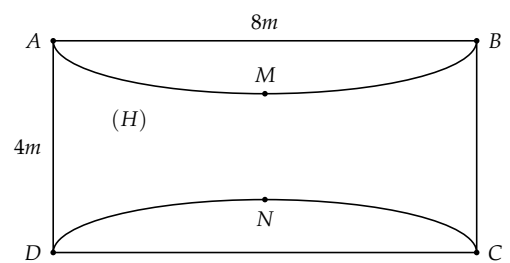
Diện tích đường tròn $S_T = 4\pi$.

Diện tích phần còn lại $S_0 = 4\pi - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{8}{3} \right) = \frac{11\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{8}{3}$.

Chi phí làm bảng quảng cáo $T = 200.000 \cdot S_1 + 100.000 S_0 = 3693551.000$ đồng.

Câu 11.

Một sân vườn hình chữ nhật (hình vẽ) có chiều dài $AB = 8\text{ m}$, chiều rộng $AD = 4\text{ m}$. Anh Thông chia sân vườn đó thành một phần lối đi (H) ở chính giữa sân (phần tô đậm) và phần còn lại để trồng hoa. Biết phần đất để trồng hoa là hai nửa của một hình elíp (E) , khoảng cách ngắn nhất của hai điểm M, N trên hai viền của Elíp là $MN = 2\text{ m}$. Tính diện tích phần lối đi (H) .



- A. $(32 - 4\pi)\text{ m}^2$. B. $(16 - 4\pi)\text{ m}^2$.
C. $(32 - 8\pi)\text{ m}^2$. D. $(16 - 8\pi)\text{ m}^2$.

Lời giải.

Diện tích sân vườn hình chữ nhật $ABCD$

$$S = 8 \cdot 4 = 32\text{ m}^2.$$

Xét elíp (E) có độ dài trục lớn $2a = AB = 8 \Rightarrow a = 4$.

Vì $MN = 2$ nên suy ra độ dài trục nhỏ của elíp (E)

$$2b = 2 \Rightarrow b = 1$$

Vì hai phần đất trồng hoa là hai nửa của một hình elíp (E) nên diện tích phần trồng hoa là

$$S_{(E)} = \pi ab = 4\pi\text{ m}^2$$

Suy ra diện tích phần lối đi (H) là

$$S_{(H)} = S - S_{(E)} = (32 - 4\pi)\text{ m}^2.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 12. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elíp có trục lớn 28cm, trục nhỏ 25cm. Biết cứ 1000cm^3 dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20.000đ. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu tiền từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

- A. 183.000đ. B. 180.000đ. C. 185.000đ. D. 190.000đ.

Lời giải.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình của

$$\text{Elíp là } \frac{x^2}{14^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2} = 1. \text{ Suy ra phương trình nửa đường}$$

$$\text{Elíp nằm phía trên trục hoành là } y = \frac{25}{28} \sqrt{196 - x^2}.$$

Thể tích của quả dưa hấu là

$$V = \pi \int_{-14}^{14} \left(\frac{25}{28} \sqrt{196 - x^2} \right)^2 dx = 9162\text{cm}^3$$

. Vậy từ quả dưa hấu có thể thu được số tiền là $20.000 \cdot 9.162 = 183.000\text{đ}$.

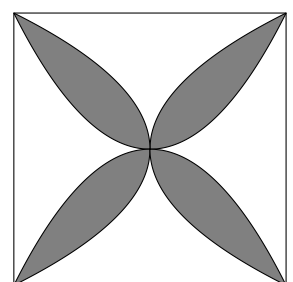
Chọn phương án **A**

□

Câu 13.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

- A. 800 cm^2 . B. $\frac{800}{3}\text{ cm}^2$. C. $\frac{400}{3}\text{ cm}^2$. D. 250 cm^2 .



Lời giải.

Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng 10 cm = 1 dm), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình là $y = \frac{x^2}{2}$,

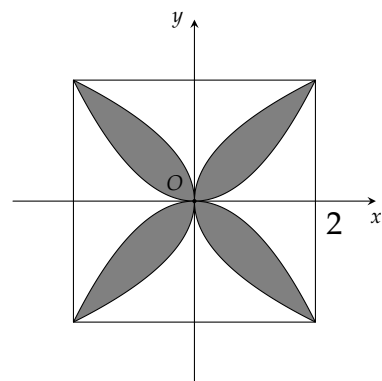
$$y = -\frac{x^2}{2}, x = -\frac{y^2}{2}, x = \frac{y^2}{2}.$$

Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}, y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0; x = 2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{x^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Vậy diện tích một cánh hoa là $\frac{4}{3} \text{ dm}^2 = \frac{400}{3} \text{ cm}^2$.



Chọn phương án ☒ C

Câu 14. Một quả đào có dạng hình cầu đường kính 6 cm. Hạt của nó là khối tròn xoay sinh ra bởi hình Ê-líp khi quay quanh đường thẳng nối hai tiêu điểm F_1, F_2 . Biết tâm của Ê-líp trùng với tâm của khối cầu và độ dài trục lớn, trục nhỏ lần lượt là 4 cm và 2 cm. Thể tích phần cùi (phần ăn được) của quả đào bằng $\frac{a}{b} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$ với a, b là các số thực và $\frac{a}{b}$ (tối giản), khi đó $a - b$ bằng

A. 97.

B. 36.

C. 5.

D. 103.

Lời giải.

Xét Elip có độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ lần lượt là 4 và 2. Ta có $a = 2, b = 1$. Phương trình chính tắc của Ê-líp là

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1.$$

Gọi V_1 là thể tích khối cầu. V_2 là thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình Ê-líp khi quay quanh trục Ox . Khi đó thể tích V phần cùi (phần ăn được) của quả đào là $V = V_1 - V_2$.

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi 3^3 = 36\pi.$$

$$\text{Ta có } V_2 = 2\pi \int_0^2 \left| 1 - \frac{x^2}{4} \right| dx = 2\pi \int_0^2 \left(1 - \frac{x^2}{4} \right) dx = 2\pi \left(x - \frac{x^3}{12} \right) \Big|_0^2 = 2\pi \cdot \frac{4}{3} = \frac{8\pi}{3}.$$

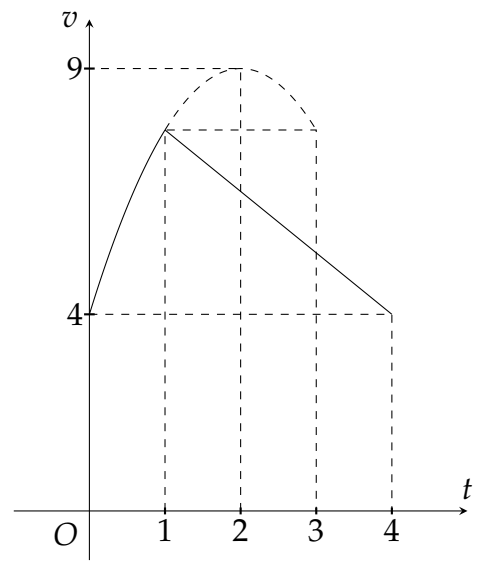
$$\text{Khi đó } V = V_1 - V_2 = 36\pi - \frac{8\pi}{3} = \frac{100\pi}{3}. \text{ Khi đó } a = 100, b = 3 \text{ suy ra } a - b = 97.$$

Chọn phương án ☒ A

Câu 15.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại vật chuyển động chậm dần đều. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $S = 23,71$ km. B. $S = 23,58$ km.
C. $S = 23,56$ km. D. $S = 23,72$ km.



Lời giải.

Trong 1 giờ đầu, ta gọi phương trình vận tốc của vật là $v = at^2 + bt + c$, suy ra $v' = 2at + b$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} v(0) = 4 \\ v(2) = 9 \\ v'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + 4 = 9 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Suy ra $v(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$, từ đó ta có $v(1) = \frac{31}{4}$.

Trong 3 giờ sau, gọi phương trình vận tốc $v(t) = at + b$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} v(1) = a + b = \frac{31}{4} \\ v(4) = 4a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 9 \end{cases}.$$

Suy ra $v(t) = -\frac{5}{4}t + 9$.

Quãng đường vật đi trong 4 giờ là

$$S = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4\right) dt + \int_1^4 \left(-\frac{5}{4}t + 9\right) dt = 23,7083.$$

Chọn phương án **A**

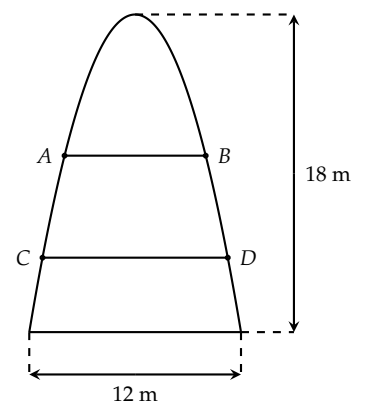
□

Câu 16.

Một cổng chào có dạng hình parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên).

Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{3}{1 + 2\sqrt{2}}$.



Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

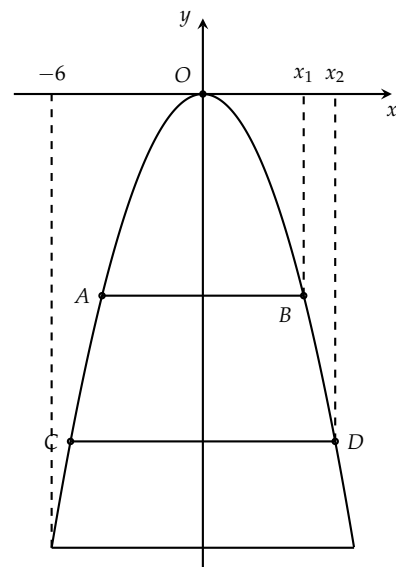
Phương trình parabol (P) có dạng $y = ax^2$.

Parabol (P) đi qua điểm $(-6; -18)$ nên suy ra

$$a \cdot (-6)^2 = -18 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $(P) : y = -\frac{1}{2}x^2$.

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2}$.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với đường thẳng $AB: y = -\frac{1}{2}x_1^2$ là

$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x_1^2 \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{1}{2}x_1^2 x \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với đường thẳng $CD: y = -\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x_2^2 \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{1}{2}x_2^2 x \right) \Big|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3.$$

Từ giả thiết ta có

$$S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$$

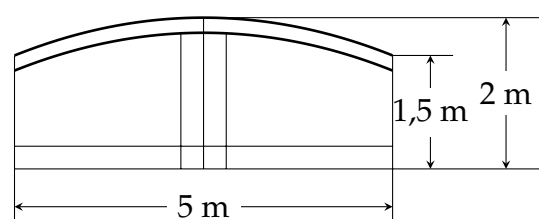
Vậy $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$

Chọn phương án **C**

Câu 17.

Ba Tí muốn làm cửa sắt được thiết kế như hình bên. Vòm cổng có hình dạng một parabol. Giá 1m^2 cửa sắt là 660000 đồng. Cửa sắt có giá (nghìn đồng) là

- A. 6500. B. $\frac{55}{6} \cdot 10^3$. C. 5600. D. 6050.

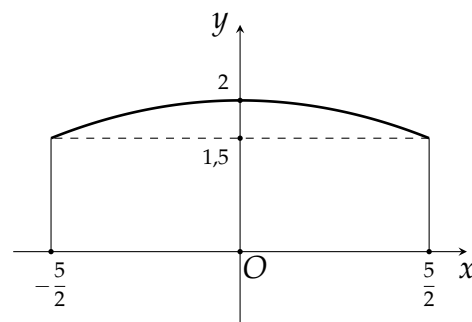


Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó, vòm cửa là một parabol có phương trình dạng $y = ax^2 + 2$.

Ta có $1,5 = a \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{25}.$

Như vậy $y = -\frac{2}{25}x^2 + 2$.



Diện tích của cửa sắt là

$$S = \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{2}{25}x^2 + 2 \right) dx = \frac{55}{6} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy, giá tiền cửa sắt là

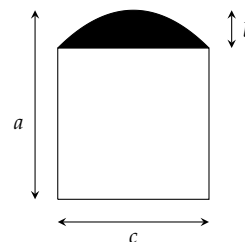
$$\frac{55}{6} \cdot 660000 = 6050000 \text{ (đồng)} = 6050 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 18.

Nhà bạn Minh cần làm một cái cửa có dạng như hình vẽ, nửa dưới là hình vuông, phần phía trên (phần tô đen) là một Parabol. Biết các kích thước $a = 2,5 \text{ m}$, $b = 0,5 \text{ m}$, $c = 2 \text{ m}$. Biết số tiền để làm 1 m^2 cửa là 1 triệu đồng. Số tiền để làm cửa là

- A. $\frac{14}{3}$ triệu đồng. B. $\frac{13}{3}$ triệu đồng.
C. $\frac{63}{17}$ triệu đồng. D. $\frac{17}{3}$ triệu đồng.



Lời giải.

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ là Parabol đi qua $A(1;2)$ và có đỉnh là $B(0;2,5)$.

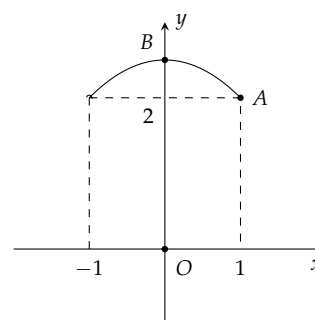
$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} a + b + c = 2 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ c = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = 0 \\ c = 2,5. \end{cases}$$

Vậy $(P): y = -0,5x^2 + 2,5$.

$$\text{Diện tích cái cửa là } \int_{-1}^1 (-0,5x^2 + 2,5) dx = \frac{14}{3} \text{ m}^2.$$

Do đó, số tiền để làm cửa là $\frac{14}{3}$ triệu đồng.

Chọn phương án **(A)**



Câu 19. Một chiếc ô tô đang chuyển động với vận tốc $v(t) = 2 + \frac{t^2 - 4}{t + 4}$ (m/s). Quãng đường ô tô đi được từ thời điểm $t = 5 \text{ s}$ đến thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là

- A. 12,23 m. B. 32,8 m. C. 45,03 m. D. 10,24 m.

Lời giải.

$$\text{Quãng đường ô tô đi được là } s = \int_5^{10} \left(2 + \frac{t^2 - 4}{t + 4} \right) dt = 32,8 \text{ m}.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 20. Một vật chuyển động có phương trình $v(t) = t^3 - 3t + 1$ m/s. Quãng đường vật đi được kể từ khi bắt đầu chuyển động đến khi gia tốc bằng 24 m/s^2 là

- A. $\frac{15}{4}$ m. B. 20 m. C. 19 m. D. $\frac{39}{4}$ m.

Lời giải.

Gia tốc của chuyển động là $a(t) = v'(t) = 3t^2 - 3$.

Tại thời điểm vật có gia tốc 24 m/s^2 thì $24 = 3t^2 - 3 \Leftrightarrow t = 3$.

Quãng đường vật đi được kể từ khi bắt đầu chuyển động đến khi gia tốc bằng 24 m/s^2 là quãng đường vật đi từ vị trí $t = 0$ đến vị trí $t = 3$.

$$\text{Vậy } S(3) = \int_0^3 (t^3 - 3t + 1) dt = \frac{39}{4} \text{ m}.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 21. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây,

kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2 m.

B. 2 m.

C. 10 m.

D. 20 m.

Lời giải.

Xét phương trình $-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2 s ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10 \text{ (m)}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 22.

Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ. Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 7.862.000 đồng.

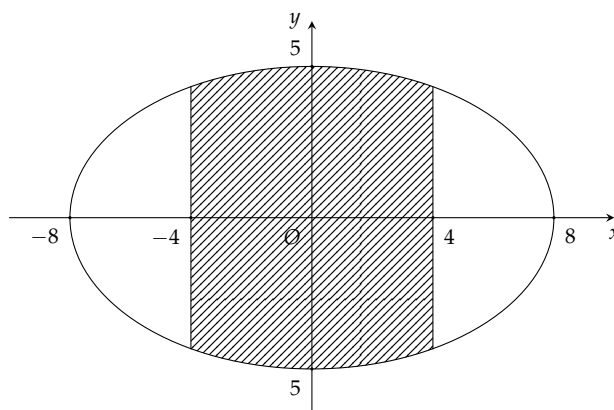
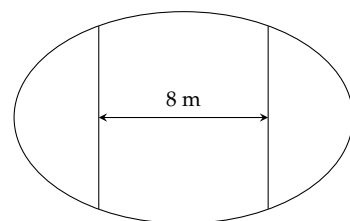
B. 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng.

D. 7.826.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Giả sử elip có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Từ giả thiết, ta có $2a = 16 \Rightarrow a = 8$ và $2b = 10 \Rightarrow b = 5$.

Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{8}\sqrt{64 - x^2} & (E_1) \\ y = -\frac{5}{8}\sqrt{64 - x^2} & (E_2) \end{cases}$.

Khi đó diện tích dải đất được giới hạn bởi các đường $(E_1); (E_2); x = -4; x = 4$ nên có diện tích là

$$S = 2 \int_{-4}^4 \frac{5}{8} \sqrt{64 - x^2} dx = \frac{5}{2} \int_0^4 \sqrt{64 - x^2} dx = \frac{40\pi}{3} + 20\sqrt{3}.$$

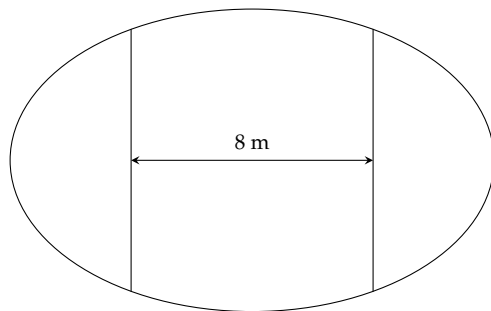
Khi đó số tiền để trồng hoa là $T = \left(\frac{40\pi}{3} + 20\sqrt{3} \right) \cdot 100000 \approx 7652891,82$ đồng.

Chọn phương án **B**

□

Câu 23. Ông An có một mảnh vườn hình e-lip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của e-lip làm trục đối xứng

(như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



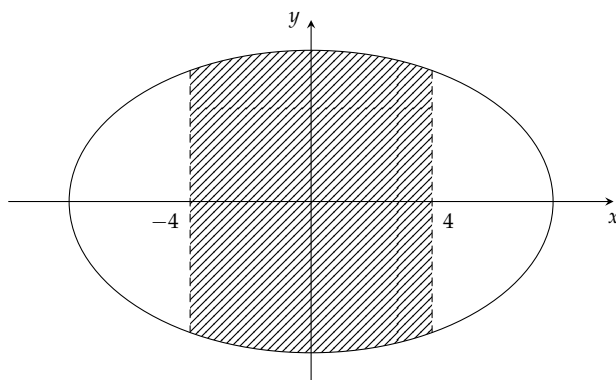
A. 7.862.000 đồng.

B. 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng.

D. 7.826.000 đồng.

Lời giải.



Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó phương trình của e-lip là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Dải đất trồng hoa là miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = \frac{5}{8}\sqrt{64 - x^2}$, $y = -\frac{5}{8}\sqrt{64 - x^2}$ và hai đường thẳng $x = -4$, $x = 4$.

Diện tích dải đất trồng hoa là

$$S = 2 \int_{-4}^4 \frac{5}{8} \sqrt{64 - x^2} dx = \frac{5}{4} \int_{-4}^4 \sqrt{64 - x^2} dx.$$

Đặt $x = 8 \sin t$, với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Khi $x = -4$ thì $t = -\frac{\pi}{6}$. Khi $x = 4$ thì $t = \frac{\pi}{6}$.

$dx = 8 \cos t dt$.

$$\text{Do đó } S = \frac{5}{4} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} 8 \cos t \cdot 8 \cos t dt = 40 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt = (40t + 20 \sin 2t) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{40\pi}{3} + 20\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

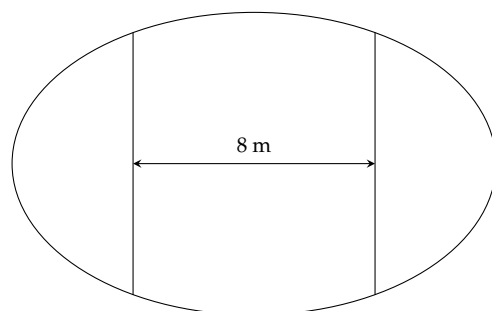
Số tiền ông An cần để trồng hoa là $\left(\frac{40\pi}{3} + 20\sqrt{3}\right) \cdot 100000 \approx 7653000$ đồng.

Chọn phương án **B**

□

Câu 24.

Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của Elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 7.862.000 đồng.

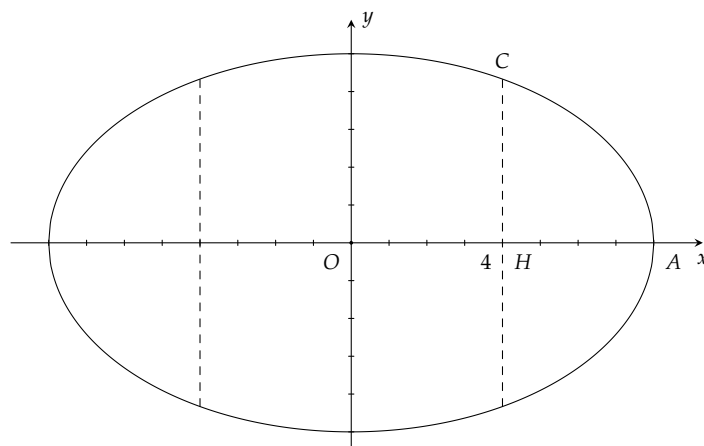
B. 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng.

D. 7.826.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình chính tắc của Elip là $\frac{x^2}{8^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$.

Tam giác cong AHC giới hạn bởi các đường $y = 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}}$, $y = 0$, $x = 4$, $x = 8$.

Diện tích của tam giác cong AHC là $S_1 = \int_4^8 5\sqrt{1 - \frac{x^2}{64}} dx = \frac{20\pi}{3} - 5\sqrt{3}$.

Diện tích của Elip là $S = \pi \cdot 8 \cdot 5 = 40\pi$.

Diện tích của dải đất trồng hoa là $S_2 = S - 4S_1 = 40\pi - 4\left(\frac{20\pi}{3} - 5\sqrt{3}\right) \approx 76,53 \text{ m}^2$.

Vậy số tiền cần dùng để trồng hoa là $76,53 \times 100.000 = 7.653.000$ đồng.

Chọn phương án **(B)**

Câu 25. Một quả trứng có hình dạng khối tròn xoay, thiết diện qua trục của nó là hình elip có độ dài trục lớn bằng 6, độ dài trục bé bằng 4. Tính thể tích quả trứng đó.

A. 12π .

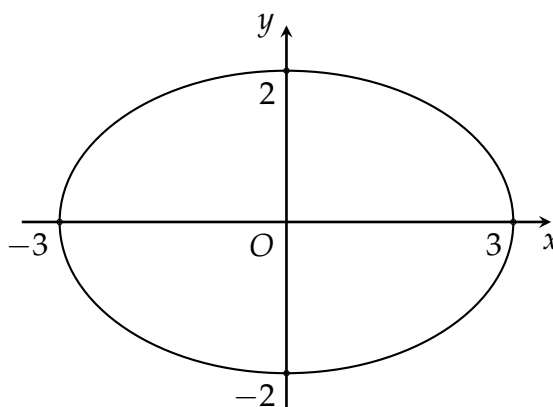
B. 18π .

C. 14π .

D. 16π .

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Ta có phương trình đường elip là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Suy ra $y = \pm \frac{1}{3}\sqrt{36 - 4x^2}$.

Elip cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 3 và -3. Do đó thể tích của quả trứng là

$$V = \frac{1}{9}\pi \int_{-3}^3 (36 - 4x^2) dx = \frac{\pi}{9} \left(36x - \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_{-3}^3 = 16\pi.$$

Chọn phương án **D**

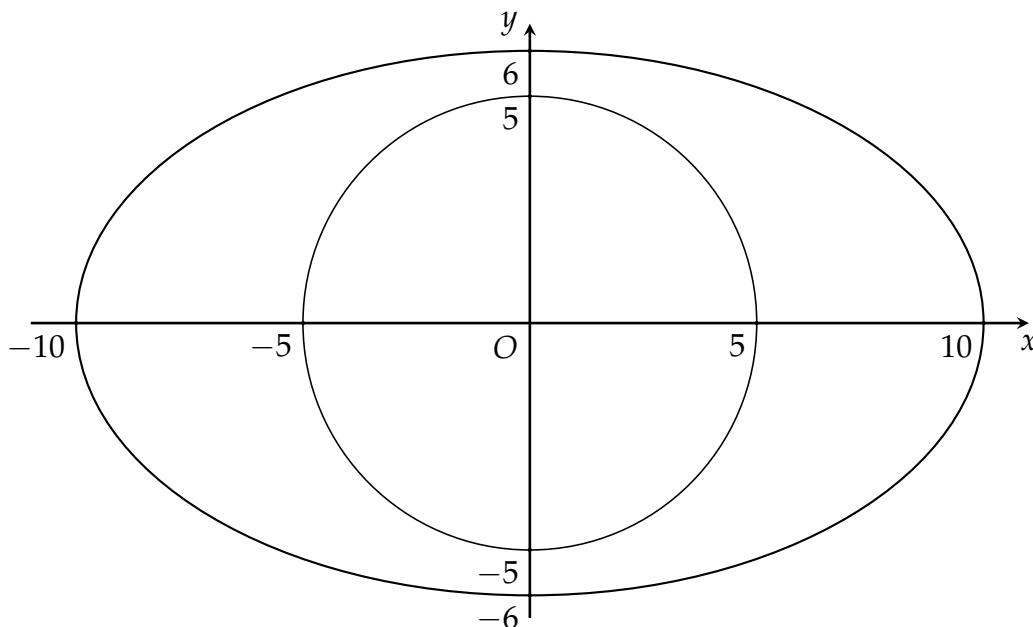
□

Câu 26. Trong trung tâm công viên có một khuôn viên hình elip có độ dài trục lớn bằng 20 m, độ dài trục bé bằng 12 m. Giữa khuôn viên là một đài phun nước hình tròn có đường kính 10 m, phần còn lại của khuôn viên người ta thả cá. Tính diện tích phần thả cá.

- A. $35\pi \text{ m}^2$. B. $25\pi \text{ m}^2$. C. $85\pi \text{ m}^2$. D. $60\pi \text{ m}^2$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Phương trình đường elip là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{5}\sqrt{100 - x^2}$.

Elip cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ là -10 và 10 . Diện tích khuôn viên hình elip là

$$S = \frac{6}{5} \int_{-10}^{10} \sqrt{100 - x^2} dx.$$

Đặt $x = 10 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], dx = 10 \cos t dt$.

$$\text{Khi đó } S = \frac{6}{5} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 100 \cos^2 x dt = 120 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dt = 60 \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 60\pi.$$

Diện tích đài phun nước là $S' = 25\pi$.

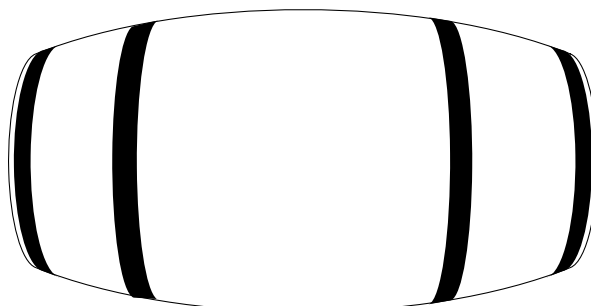
Diện tích phần thả cá bằng $S - S' = 35\pi$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 27.

Một thùng đựng rượu làm bằng gỗ là một hình tròn xoay (tham khảo hình bên). Bán kính các đáy là 30 cm, khoảng cách giữa hai đáy là 1 m, thiết diện qua trục vuông góc với trục và cách đều hai đáy có chu vi là 80π cm. Biết rằng mặt phẳng qua trục cắt mặt xung quanh của bình là các đường parabol. Thể tích của thùng gần với số nào sau đây?



- A. 425,2 (lít). B. 284 (lít). C. 212,6 (lít). D. 142,2 (lít).

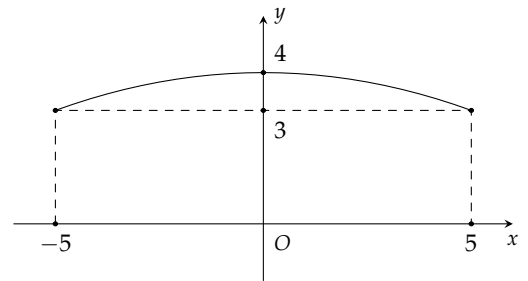
Lời giải.

+ Bán kính đáy $30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}$.

+ Khoảng cách giữa hai đáy là $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$.

+ Thiết diện qua trục vuông góc với trục và cách đều hai đáy có chu vi là $80\pi \text{ cm} = 8\pi \text{ dm}$

$\Rightarrow$ Bán kính $r = 4 \text{ dm}$.



+ Mặt phẳng qua trục cắt mặt xung quanh của bình là các đường parabol có đồ thị như trên

+ Phương trình parabol $y = 4 - \frac{1}{25}x^2$.

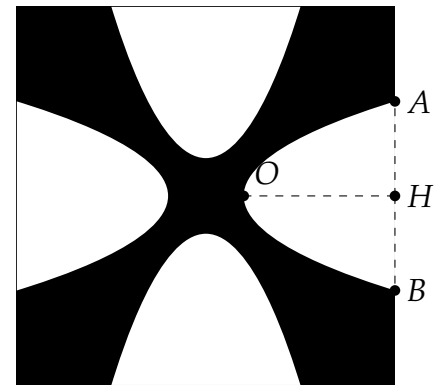
+ Thể tích của thùng $V = \pi \int_{-5}^5 \left(4 - \frac{1}{25}x^2\right) dx = \frac{406\pi}{3} \text{ dm}^3 \approx 425,2 \text{ (lít)}$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 28.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5 \text{ cm}$, $OH = 4 \text{ cm}$. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$.

B. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$.

D. 50 cm^2 .

Lời giải.

Ta chọn hệ trục Oxy với $H(0;0)$, $A\left(\frac{5}{2};0\right)$, $B\left(-\frac{5}{2};0\right)$, $O(0;4)$.

$(P): y = ax^2 + bx + c$ là parabol qua ba điểm A ; B ; O .

$$\text{Ta có } \begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \\ O \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = \frac{25}{4}a + \frac{5}{2}b + c \\ 0 = \frac{25}{4}a - \frac{5}{2}b + c \\ 4 = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{16}{25} \\ b = 0 \\ c = 4. \end{cases}$$

Suy ra $(P): y = -\frac{16}{25}x^2 + 4$.

$$\text{Diện tích phần bỏ đi là } S_{\text{bỏ}} = 4 \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} \left(-\frac{16}{25}x^2 + 4\right) dx = \frac{160}{3}.$$

$$\text{Vậy diện tích bề mặt hoa văn là } S = 10^2 - S_{\text{bỏ}} = \frac{140}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

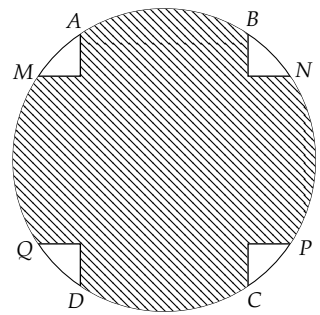
Chọn phương án **A**

□

Câu 29.

Một vườn hoa có dạng hình tròn, bán kính bằng 5 m. Phần đất trồng hoa là phần tô trong hình vẽ bên. Kinh phí để trồng hoa là 50.000 đồng/m². Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng đơn vị) cần để trồng hoa trên diện tích phần đất đó là bao nhiêu? Biết hai hình chữ nhật ABCD và MNPQ có AB = MQ = 5 m.

- A. 3.533.057 đồng. B. 3.641.528 đồng.
C. 3.641.529 đồng. D. 3.533.058 đồng.



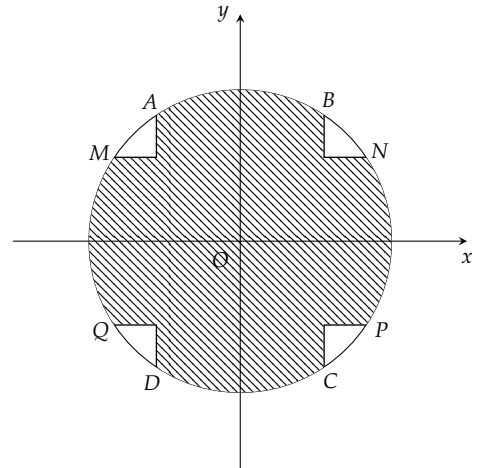
Lời giải.

Xét phương trình đường tròn $x^2 + y^2 = 25$ (C).

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường tròn (C) và các đường thẳng AD, BC là

$$S_1 = 4 \int_0^{\frac{5}{2}} \sqrt{25 - x^2} dx = \frac{25\pi}{3} + \frac{25\sqrt{3}}{2}.$$

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường tròn (C) và các đường thẳng MN, PQ là $S_2 = S_1$.



Gọi I, J lần lượt là giao điểm của MN với AD và BC; L, K lần lượt là giao điểm của PQ với AD và BC.

Ta có $S_{IJKL} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ m}^2$.

Vậy diện tích phần đất trồng hoa là

$$S = S_1 + S_2 - S_{IJKL} = \frac{50\pi}{3} + 25\sqrt{3} - 25 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy số tiền cần để trồng hoa là 3.533.057 đồng.

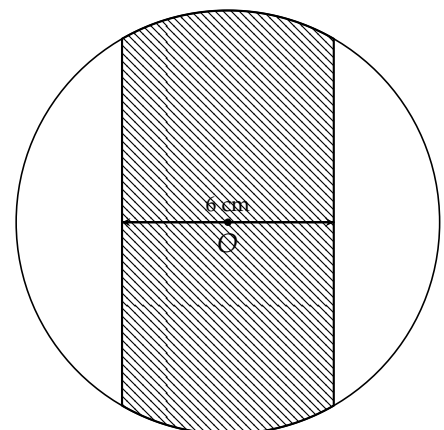
Chọn phương án **A**

□

Câu 30.

Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6 m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6 m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/ m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó?

- A. 8412322 đồng. B. 4821322 đồng.
C. 3142232 đồng. D. 4821232 đồng.



Lời giải.

Đặt hệ trục Oxy như hình vẽ.

Phương trình đường tròn

$$x^2 + y^2 = 36 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{36 - x^2}.$$

Diện tích phần trồng cây $S = 2 \int_{-3}^3 \sqrt{36 - x^2} dx.$

Đặt $x = 6 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 6 \cos t dt.$

Đổi cận: $x = -3 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{6}; x = 3 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}.$

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{36 - 36 \sin^2 t} \cdot 6 \cos t dt \\ &= 72 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt \\ &= 36 \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt \\ &= 36 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \\ &= 12\pi + 18\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Số tiền cần để trồng cây là $70000 \cdot S \approx 4821322$ đồng.

Chọn phương án **(B)**

Câu 31. Trên đoạn thẳng AB dài 200 m có hai chất điểm X, Y . Chất điểm X xuất phát từ A , chuyển động thẳng hướng đến B với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{3}t$ m/s, trong đó t giây là khoảng thời gian tính từ lúc X bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, chất điểm Y xuất phát từ B và xuất phát chậm hơn 10 giây so với X ; Y chuyển động thẳng theo chiều ngược lại với X và có gia tốc bằng a m/s² (a là hằng số). Biết rằng hai chất điểm X, Y gặp nhau tại đúng trung điểm đoạn thẳng AB . Gia tốc của chất điểm Y bằng

- A. 2 m/s². B. 1,5 m/s². C. 2,5 m/s². D. 1 m/s².

Lời giải.

Chọn mốc thời gian $t_0 = 0$ tại thời điểm chất điểm X xuất phát từ A .

Giả sử hai chất điểm gặp nhau sau T giây, $T > 10$.

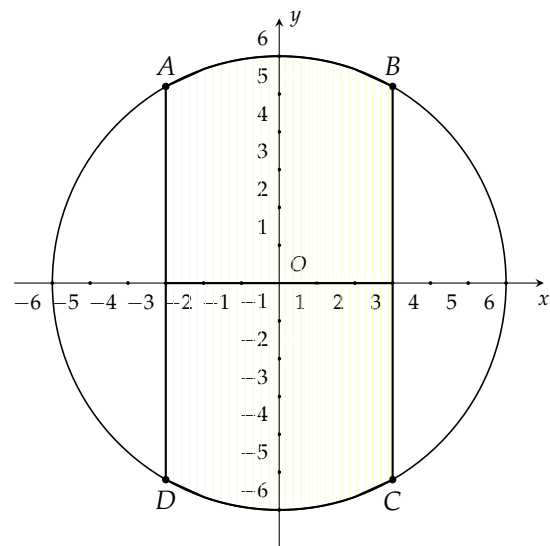
Quãng đường chất điểm X đi được cho đến khi gặp chất điểm Y là

$$\int_0^T \left(\frac{1}{80}t^2 + \frac{1}{3}t \right) dt = \left(\frac{t^3}{240} + \frac{t^2}{6} \right) \Big|_0^T = \frac{T^3 + 40T^2}{240} \text{ m.}$$

Vì hai chất điểm gặp nhau tại trung điểm của AB nên

$$\frac{T^3 + 40T^2}{240} = 100 \Leftrightarrow T^3 + 40T^2 - 24000 = 0 \Leftrightarrow T = 20 \text{ giây.}$$

Chất điểm Y có gia tốc bằng a nên vận tốc biến thiên theo quy luật $v_Y(t) = at + C$ m/s, $C \in \mathbb{R}$.



Do ở giây thứ 10 chất điểm Y mới bắt đầu chuyển động nên

$$v_Y(10) = 0 \Leftrightarrow 10a + C = 0 \Leftrightarrow C = -10a.$$

Quãng đường chất điểm Y đi được cho đến khi gặp chất điểm X là

$$\int_{10}^{20} (at - 10a) dt = \left(\frac{at^2}{2} - 10at \right) \Big|_{10}^{20} = 150a - 100a = 50a \text{ m.}$$

Theo đề bài thì $50a = 100 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy gia tốc của chất điểm Y là $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Chọn phương án **A** ☐

Câu 32. Một ô-tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 20 - 4t$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc hãm phanh. Quãng đường xe ô-tô di chuyển trong giây cuối cùng trước khi dừng lại là

- A. 0,5 (m). B. 1 (m). C. 2 (m). D. 2,5 (m).

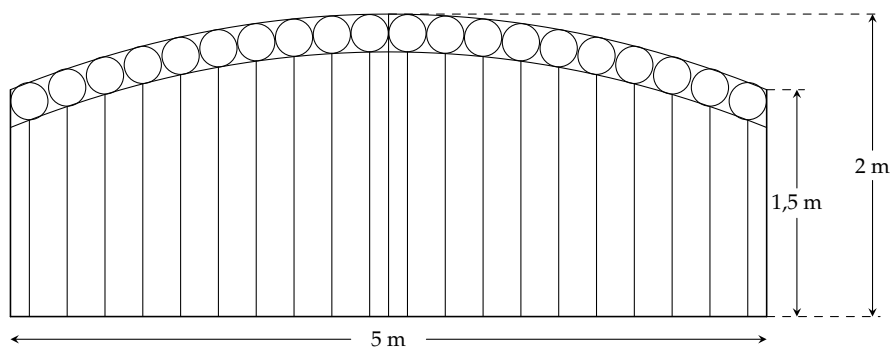
Lời giải.

Khi ô-tô dừng hẳn, ta có $v(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5$ (s).

Quãng đường ô-tô di chuyển trong giây cuối cùng là $S = \int_4^5 (20 - 4t) dt = 2$ (m).

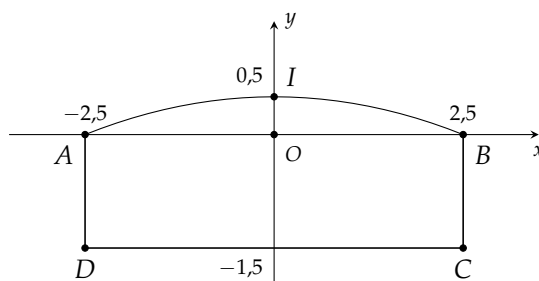
Chọn phương án **C** ☐

Câu 33. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một đường parabol. Giá 1 mét vuông cửa rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa rào sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn)?



- A. 6.620.000 đồng. B. 6.320.000 đồng. C. 6.520.000 đồng. D. 6.417.000 đồng.

Lời giải.



Ta mô hình hóa cánh cửa rào bằng hình thang cong ADCB vuông tại C và D, cung AB như hình vẽ. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho 2 điểm A, B nằm trên trục Ox như hình vẽ.

Vậy diện tích cánh cửa sẽ bằng diện tích hình chữ nhật ABCD cộng thêm diện tích miền cong AIB.

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(0; 0,5)$ và cắt trục hoành tại 2 điểm $A(-2,5; 0)$, $B(2,5; 0)$ có phương trình là $y = -\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2}$.

Diện tích miền cong AIB bằng $\int_{-2,5}^{2,5} \left(-\frac{2}{25}x^2 + \frac{1}{2} \right) dx = \frac{5}{3}$.

Suy ra diện tích cánh cửa bằng $\frac{5}{3} + 1,5 \cdot 5 = \frac{55}{6} \text{ (m}^2\text{)}$.

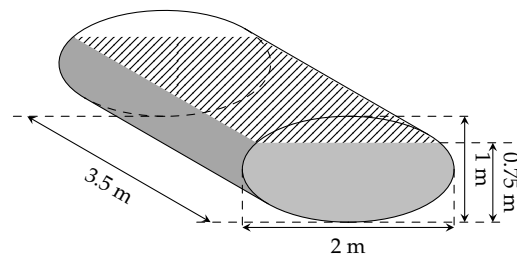
Giá 1 m² cửa rào sắt là 700.000. Vậy giá tiền cửa rào sắt là 6.416.666 đồng.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 34.

Một thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có độ dài trục lớn bằng 2 m, độ dài trục bé bằng 1 m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3,5 m. Thùng được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ điểm thấp nhất của đáy thùng đến mặt dầu) là 0,75 m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $V = 4,42 \text{ m}^3$.

B. $V = 3,25 \text{ m}^3$.

C. $V = 1,26 \text{ m}^3$.

D. $V = 7,08 \text{ m}^3$.

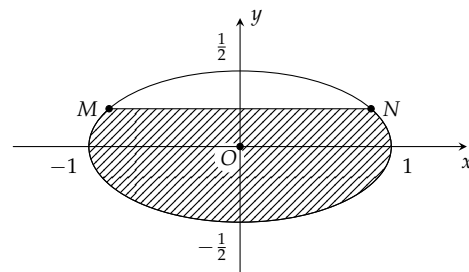
Lời giải.

Ta có phương trình của elip là $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$.

Gọi S_1 là diện tích của phần mặt phẳng giới hạn bởi elip, ta có $S_1 = \pi \cdot a \cdot b = \pi \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa trên elip và đường thẳng MN .

Phương trình MN : $y = \frac{1}{4}$.



Phương trình nửa trên elip là $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{4}} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của elip và MN là

$$\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1-x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } S_2 = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{4} \right) dx = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2} \right) dx - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$.

$$\text{Đổi cận } x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{3}.$$

Suy ra

$$\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2} \right) dx = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t dt = \frac{1}{4} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{4} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

$$\text{Suy ra } S_2 = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{8} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

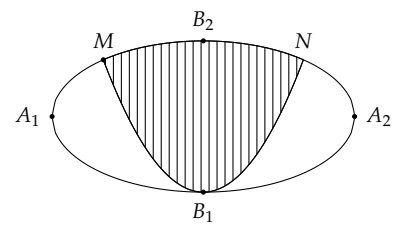
$$\text{Vậy thể tích } V = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right) \cdot 3,5 \approx 4,42 \text{ m}^3.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 35.

Một biển quảng cáo có dạng hình elíp với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Người ta chia elíp bởi parabol có đỉnh B_1 , trục đối xứng B_1B_2 và đi qua các điểm M, N . Sau đó sơn phần gạch chéo với giá 200.000 đồng/m² và trang trí đèn led phần còn lại với giá 500.000 đồng/m². Hỏi kinh phí sử dụng gần nhất với giá trị nào dưới đây? Biết rằng $A_1A_2 = 4$ m, $B_1B_2 = 2$ m, $MN = 2$ m.



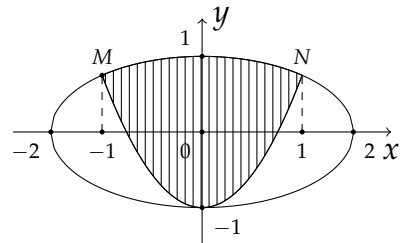
- A. 2.341.000 đồng. B. 2.057.000 đồng. C. 2.760.000 đồng. D. 1.664.000 đồng.

Lời giải.

Phương trình đường Elíp là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Do Elíp nhận hai trục Ox và Oy làm hai trục đối xứng nên diện tích

hình Elíp là $S_E = 4 \int_0^2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} dx$



Đặt $\frac{x}{2} = \sin t$ suy ra $\frac{dx}{2} = \cos t dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \rightarrow t = 0 \\ x = 2 \rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}$.

Suy ra

$$S_E = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos^2 t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos t) dt = 4 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2\pi.$$

Tọa độ giao điểm M, N là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x = \pm 1 \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

Do đó $M\left(-1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), N\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Parabol (P) đối xứng qua Oy nên có dạng $y = ax^2 + c, a \neq 0$.

Vì $B_1(0; -1), N\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \in (P)$ nên

$$\begin{cases} c = -1 \\ a = \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)x^2 - 1.$$

Diện tích phần gạch chéo là diện tích hình phẳng giới hạn bởi Elíp và phần phía trên parabol nên ta có

$$S_1 = 2 \int_0^1 \left[\sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1\right)x^2 + 1 \right] dx.$$

• Tính $\int_0^1 \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} dx$. Đặt $\frac{x}{2} = \sin t$ suy ra $\frac{dx}{2} = \cos t dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \rightarrow t = 0 \\ x = 1 \rightarrow t = \frac{\pi}{6} \end{cases}$.

Suy ra

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2 \cos^2 t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos t) dt = \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

• Tính $\int_0^1 \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) x^2 + 1 \right] dx = \left[\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) \frac{x^3}{3} + x \right] \Big|_0^1 = -\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{2}{3}.$

Vậy $S_1 = 2 \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{2}{3} \right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{4}{3} \text{ m}^2.$

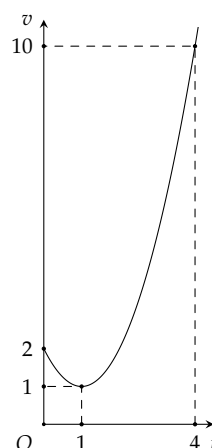
Tổng số tiền sử dụng là

$$S_1 \cdot 200000 + (S_E - S_1) \cdot 500000 \approx 2.341.000 \text{ đồng.}$$

Chọn phương án **A** □

Câu 36.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/giờ) phụ thuộc thời gian t (giờ) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát.



- A. $s = \frac{40}{3}$ km. B. $s = 8$ km. C. $s = \frac{46}{3}$ km. D. $s = 6$ km.

Lời giải.

Gọi phương trình của vận tốc chuyển động là $v(t) = at^2 + bt + c$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + (-2a) + 2 = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2. \end{cases}$$

Như vậy $v(t) = t^2 - 2t + 2$ (km/giờ).

Phương trình chuyển động của vật là $s(t) = \int v(t) dt = \int (t^2 - 2t + 2) dt = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 2t + C.$

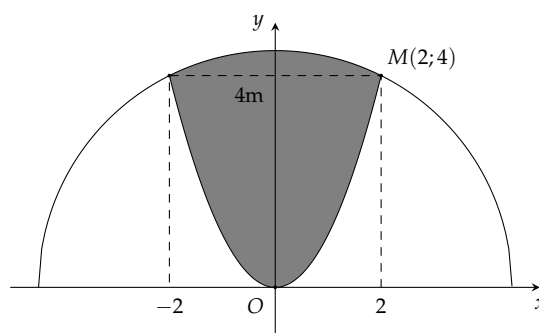
Quãng đường s mà vật đi được trong 4 giờ kể từ lúc xuất phát là

$$s = s(4) - s(0) = \left(\frac{1}{3} \cdot 4^3 - 4^2 + 2 \cdot 4 + C \right) - (C) = \frac{40}{3} \text{ km.}$$

Chọn phương án **A** □

Câu 37.

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản.



Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150 000 đồng/m² và 100 000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 3 738 574 đồng.

B. 1 948 000 đồng.

C. 3 926 990 đồng.

D. 4 115 408 đồng.

Lời giải.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Tính được bán kính của nửa hình tròn là $R = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Khi đó, phương trình nửa đường tròn là

$$y = \sqrt{R^2 - x^2} = \sqrt{20 - x^2}.$$

Phương trình parabol (P) có đỉnh là gốc tọa độ O nên có dạng $y = ax^2$. Vì (P) đi qua M(2;4) nên $4 = a \cdot 2^2$, suy ra $a = 1$.

Phương trình (P): $y = x^2$.

Gọi S_1 là phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và nửa đường tròn (phần tô màu). Khi đó

$$S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \approx 1194 \text{ m}^2.$$

Gọi S_2 là phần diện tích trống cỏ Nhật. Khi đó

$$S_2 = S_{\text{nửa đường tròn}} - S_1 = \frac{1}{2}\pi R^2 - S_1 = 1948 \text{ m}^2.$$

Vậy số tiền cần có là $150000 \cdot S_1 + 100000 \cdot S_2 \approx 3\,738\,574$ đồng.

Chọn phương án **A**

**Câu 38.**

Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh S như hình vẽ, biết $OS = AB = 4$ cm, O là trung điểm AB. Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức chi phí: phần trên là phần kẻ sọc 140000 đồng/m², phần giữa là hình quạt tâm O, bán kính 2 m được tô đậm 150000 đồng/m², phần còn lại 160000 đồng/m². Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất với số nào sau đây?

A. 1,597.000 đồng.

B. 1,625.000 đồng.

C. 1,575.000 đồng.

D. 1,600.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc tạo độ O, tia $Ox \equiv OB$, $Oy \equiv OS$.

Khi đó, parabol có phương trình là $y = 4 - x^2$ và đường tròn có phương trình là $y = \sqrt{4 - x^2}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$4 - x^2 = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}.$$

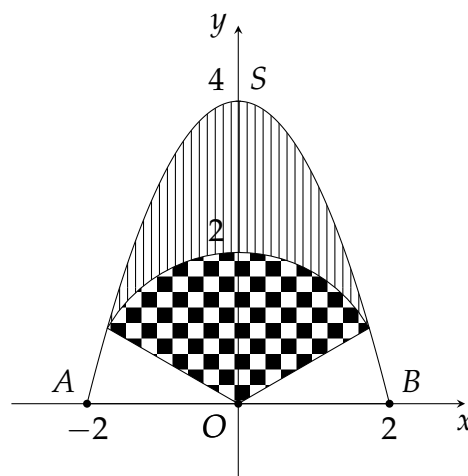
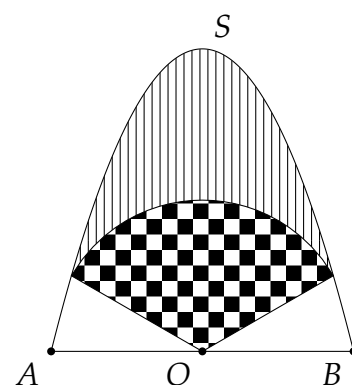
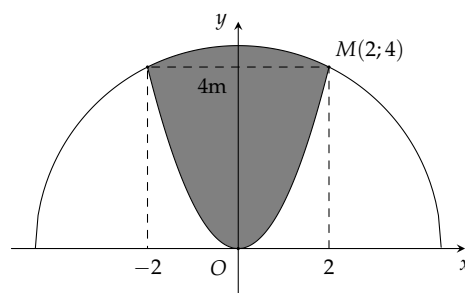
Số tiền phần kẻ sọc là

$$T_1 = 140000 \cdot \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (-x^2 + 4 + \sqrt{4 - x^2}) dx.$$

Phần tô đậm là hình quạt có góc ở tâm là $\frac{2\pi}{3}$. Số tiền phần tô đậm là $T_2 = 150000 \cdot \frac{\pi R^2}{3}$.

Phần còn lại là phần bù của quạt trong hình tròn $T_3 = 160000 \cdot \left(\frac{1}{2}\pi R^2 - \frac{p^2}{3}\right) = 160000 \cdot \frac{\pi R^2}{6}$.

Vậy tổng số tiền là $T = T_1 + T_2 + T_3 = 1589427$.



Chọn phương án **(D)**

□

Câu 39. Một bác thợ làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{x+1}$ và trục Ox , khi quay quanh trục Ox . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Khi đó thể tích của lọ là

- A. $8\pi \text{ dm}^3$. B. $\frac{15}{2}\pi \text{ dm}^3$. C. $\frac{14}{3}\pi \text{ dm}^3$. D. $\frac{15}{2} \text{ dm}^3$.

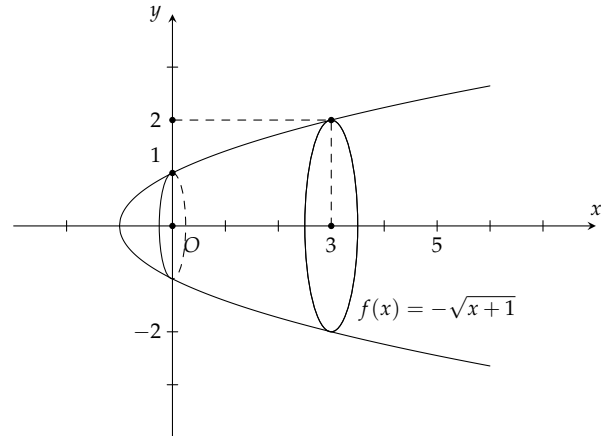
Lời giải.

Đường kính đáy lần lượt là 2 dm và 4 dm nên ta có hoành độ giao điểm của mặt đáy và Ox là nghiệm của các phương trình sau

$$\sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0,$$

$$\sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy thể tích của lọ là $V = \pi \int_0^3 (x+1) dx = \frac{15}{2}\pi \text{ dm}^3$.



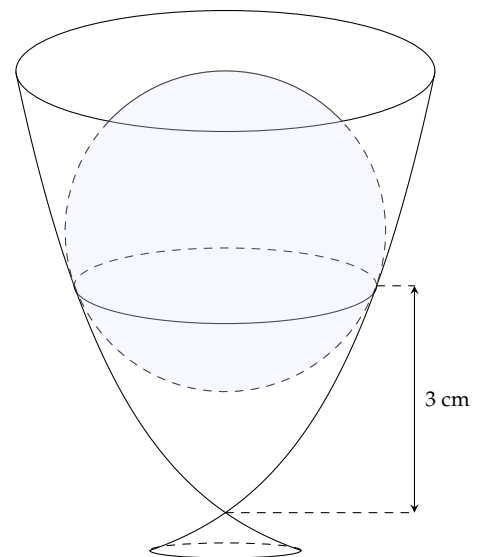
Chọn phương án **(B)**

□

Câu 40.

Một chiếc ly bằng thủy tinh đang chứa nước bên trong được tạo thành khi quay một phần đồ thị hàm số $y = 2^x$ xung quanh trục Oy . Người ta thả vào chiếc ly một viên bi hình cầu có bán kính R thì mực nước dâng lên phủ kín viên bi đồng thời chạm tới miệng ly. Biết điểm tiếp xúc của viên bi và chiếc ly cách đáy của chiếc ly 3 cm (như hình vẽ). Thể tích nước có trong ly gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

- A. 30 cm^2 . B. 40 cm^2 . C. 50 cm^2 . D. 60 cm^2 .



Lời giải.

Xét mặt phẳng (α) đi qua trục của chiếc ly. Gọi $(\mathcal{C})$ là đường tròn lớn của quả cầu. Ta thấy đường tròn $(\mathcal{C})$ và đồ thị $(C): y = 2^x$ tiếp xúc nhau A .

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta được $A(2;4)$.

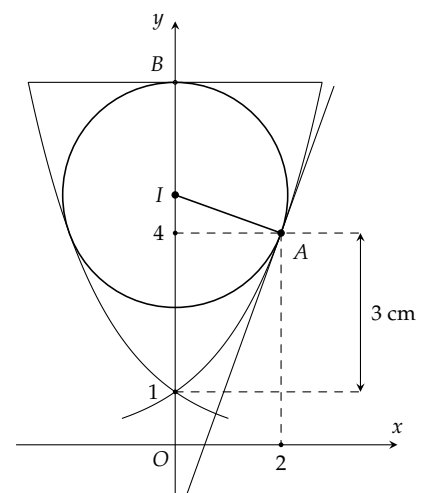
Tiếp tuyến với (C) tại A là

$$(d): y = (4 \ln 2) \cdot x - 8 \ln 2 + 4.$$

Đường thẳng vuông góc với (d) tại A là

$$(\Delta): y = -\frac{1}{4 \ln 2} \cdot x + \frac{1}{2 \ln 2} + 4.$$

Tâm I của đường tròn $(\mathcal{C})$ là giao điểm của (Δ) và Oy , ta được $I\left(0; \frac{1+8 \ln 2}{2 \ln 2}\right)$.



Ta có $\vec{IA} = \left(2; -\frac{1}{2\ln 2}\right)$, suy ra thể tích khối cầu $V_{\text{khối cầu}} = \frac{4\pi}{3} \cdot IA^3 \approx 40,26 \text{ cm}^3$.

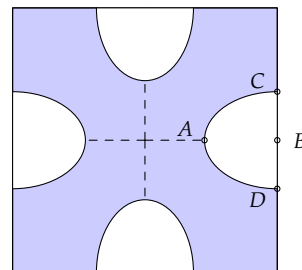
Dung tích chiếc ly là $V = \pi \int_1^{y_B} [\log_2 y]^2 dy \approx 69,92 \text{ cm}^3$.

Thể tích nước chứa trong chiếc ly là $V_{\text{nước}} = V - V_{\text{khối cầu}} \approx 29,66 \text{ cm}^3$.

Chọn phương án **A** □

Câu 41. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh 20 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng một nửa e-líp như hình vẽ. Biết nửa trục lớn $AB = 6 \text{ cm}$, trục bé $CD = 8 \text{ cm}$. Diện tích bề mặt của một hoa văn đó bằng

- A. $400 - 48\pi \text{ cm}^2$.
- B. $400 - 96\pi \text{ cm}^2$.
- C. $400 - 24\pi \text{ cm}^2$.
- D. $400 - 36\pi \text{ cm}^2$.



Lời giải.

Gọi S_E là diện tích của một hình e-líp, S_{hv} là diện tích của hình vuông và S_0 là diện tích của hoa văn. Ta có

$$S_0 = S_{hv} - 2S_E.$$

Xét e-líp (E): $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ có trục lớn bằng 12 cm, trục bé bằng 8 cm.

$$\text{Ta có } S_E = 2 \int_{-6}^6 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} dx = 8 \int_{-6}^6 \sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} dx.$$

$$\text{Đặt } x = 6 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 6 \cos t dt.$$

$$\text{Khi đó ta có } S_E = 48 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 24 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt = 24 \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t\right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 24\pi \text{ cm}^2.$$

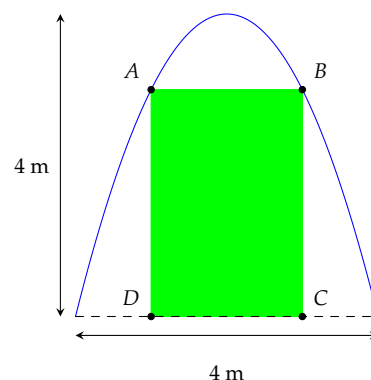
Vậy ta có diện tích của một hoa văn là $S_0 = S_{hv} - 2S_E = 20^2 - 2 \times 24\pi = 400 - 48\pi \text{ cm}^2$.

Chọn phương án **A** □

Câu 42.

Đợt thi đua 26 tháng 3 Đoàn trường THPT Nho Quan A có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ bên. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật ABCD, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 150.000 đồng trên 1 m² bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (kết quả làm tròn lấy phần nguyên)?

- A. 575.034 đồng .
- B. 676.239 đồng .
- C. 536.272 đồng .
- D. 423.215 đồng .



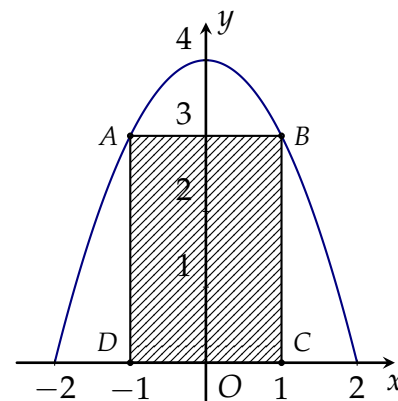
Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + c$ với $a < 0$.

Vì parabol đi qua các điểm $(0; 4)$ và $(2; 0)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 4. \end{cases}$$

Do đó phương trình parabol là $y = -x^2 + 4$.



Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol và trục hoành là

$$S_1 = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$

Goi $C(t; 0)$, $(0 < t < 2) \Rightarrow B(t; 4 - t^2)$. Khi đó $CD = 2t$ và $BC = 4 - t^2$. Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$$S_2 = BC \times CD = (4 - t^2) \cdot 2t = -2t^3 + 8t.$$

Diện tích phần trang trí hoa văn là: $S = S_1 - S_2 = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$.

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$, $(0 < t < 2)$. Ta có:

$$f'(t) = 6t^2 - 8; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2\sqrt{3}}{3} \in (0; 2) \\ t = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \notin (0; 2). \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
y'	—	0	+
y	$\frac{32}{3}$	$\frac{96 - 32\sqrt{3}}{9}$	$\frac{32}{3}$

Từ bảng biến thiên ta suy ra diện tích phần trang trí nhỏ nhất là $S = \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \text{ m}^2$.
 Khi đó chi phí thấp nhất là

$$T = \frac{96 - 32\sqrt{3}}{9} \times 150.000 = 676.239 \text{ đồng.}$$

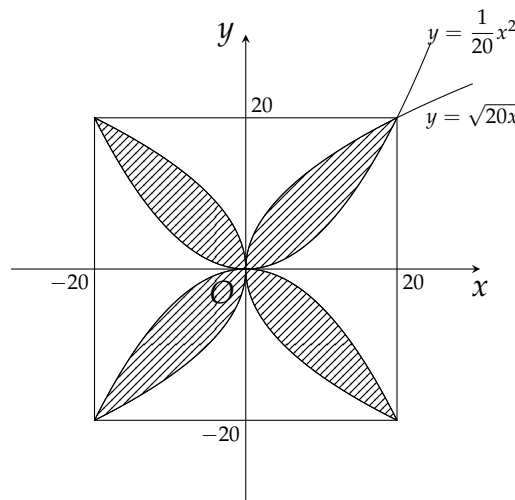
Chọn phương án **B**

□

Câu 43.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Diện tích mỗi cánh hoa bằng

- A. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$. B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$. C. 250 cm^2 . D. 800 cm^2 .



Lời giải.

Diện tích mỗi cánh hoa là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{20} \left| \sqrt{20x} - \frac{1}{20}x^2 \right| dx \\ &= \int_0^{20} \sqrt{20x} dx - \int_0^{20} \frac{1}{20}x^2 dx \\ &= 2\sqrt{5} \cdot \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^{20} - \frac{x^3}{60} \Big|_0^{20} \\ &= \frac{400}{3}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích mỗi cánh hoa là $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

Chọn phương án **A** □

Câu 44. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 168$ m. B. $S = 166$ m. C. $S = 144$ m. D. $S = 152$ m.

Lời giải.

Quãng đường xe đi được trong 12 giây đầu là $s_1 = \int_0^{12} 2t dt = 144$ (m).

Sau khi đi được 12 giây thì đạt vận tốc $v = 24$ (m/s).

Sau đó vận tốc của vật có phương trình $v_2(t) = 24 - 12t$ (m/s).

Vật dừng hẳn sau 2 giây kể từ khi phanh.

Quãng đường xe đi được từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn là $s_2 = \int_0^2 (24 - 12t) dt = 24$ (m).

Vậy $S = s_1 + s_2 = 168$ (m).

Chọn phương án **A** □

Câu 45. Thời gian và vận tốc của một vật khi nó đang trượt trên mặt phẳng nghiêng có mối liên hệ theo công thức $t = \int \frac{2}{20 - 3v} dv$ (giây). Chọn gốc thời gian là lúc vật bắt đầu chuyển động, hãy tìm phương trình vận tốc của vật.

$$\text{A. } v = \frac{20}{3} + \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}.$$

$$\text{B. } v = \frac{20}{3} - \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}.$$

$$\text{C. } v = \frac{20}{3} - \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}} \text{ hoặc } v = \frac{20}{3} + \frac{20}{3\sqrt{e^{3t}}}.$$

$$\text{D. } v = \frac{20}{5} - \frac{20}{5\sqrt{e^{3t}}}.$$

Lời giải.

Ta có $t = \int \frac{2}{20-3v} dv = -\frac{2}{3} \ln |20-3v| + C$, với C là hằng số.

Tại thời điểm $t = 0$, vật bắt đầu chuyển động nên có vận tốc $v = 0$. Do đó

$$0 = -\frac{2}{3} \ln 20 + C \Leftrightarrow C = \frac{2}{3} \ln 20.$$

$$\text{Nên ta có } t = -\frac{2}{3} \ln |20-3v| + \frac{2}{3} \ln 20 \Leftrightarrow \frac{3t}{2} = \ln \frac{20}{|20-3v|}.$$

Mũ hóa hai vế, ta có

$$e^{\frac{3t}{2}} = \frac{20}{|20-3v|} \Leftrightarrow \begin{cases} v = \frac{20}{3} - \frac{20}{3e^{\frac{3t}{2}}} \\ v = \frac{20}{3} + \frac{20}{3e^{\frac{3t}{2}}} \text{ (loại).} \end{cases}$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 46. Vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày ngày thứ t với số lượng là $F(t)$, nếu biết phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết tốc độ phát triển của vi khuẩn ngày thứ t là $F'(t) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày?

A. 5434.

B. 1499.

C. 283.

D. 3717.

Lời giải.

$$\text{Ta có } F(t) = \int F'(t) dt = 500 \ln |2t+1| + C.$$

$$\text{Theo đề bài, } F(0) = 2000 \Rightarrow C = 2000 \Rightarrow F(t) = 500 \ln(2t+1) + 2000 \Rightarrow F(15) \approx 3716,994.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 47. Một ô tô chạy với vận tốc 20 (m/s) thì người lái đạp phanh (còn nói là thắng). Sau khi đạp phanh, ô tô di chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 20 (m).

B. 15 (m).

C. 5 (m).

D. 10 (m).

Lời giải.

$$\text{Ta có } v(t) = -40t + 20.$$

$$\text{Lúc ô tô dừng hẳn } v(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh ($t = 0$) đến lúc ô tô dừng ($t = \frac{1}{2}$) là

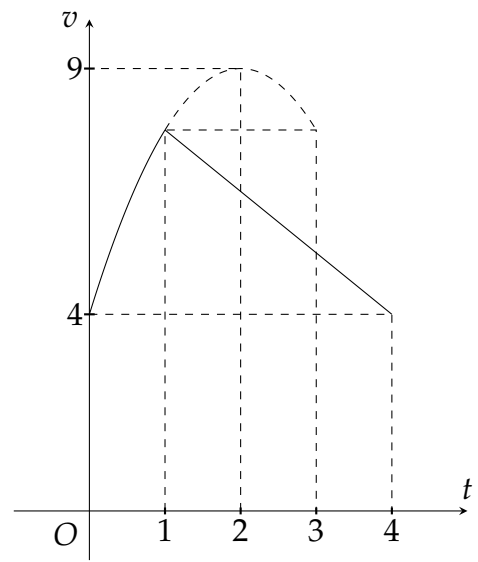
$$S = \int_0^{\frac{1}{2}} (-40t + 20) dt = 5 \text{ (m)}.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 48.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại vật chuyển động chậm dần đều. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $S = 23,71$ km. B. $S = 23,58$ km.
C. $S = 23,56$ km. D. $S = 23,72$ km.



Lời giải.

Trong 1 giờ đầu, ta gọi phương trình vận tốc của vật là $v = at^2 + bt + c$, suy ra $v' = 2at + b$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} v(0) = 4 \\ v(2) = 9 \\ v'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + 4 = 9 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 5 \\ c = 4 \end{cases}.$$

Suy ra $v(t) = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$, từ đó ta có $v(1) = \frac{31}{4}$.

Trong 3 giờ sau, gọi phương trình vận tốc $v(t) = at + b$.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} v(1) = a + b = \frac{31}{4} \\ v(4) = 4a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{4} \\ b = 9 \end{cases}.$$

Suy ra $v(t) = -\frac{5}{4}t + 9$.

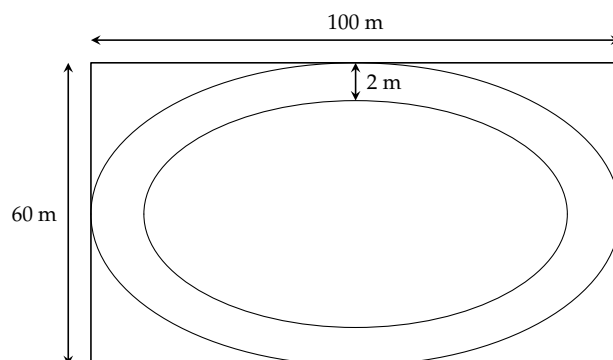
Quãng đường vật đi trong 4 giờ là

$$S = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4\right) dt + \int_1^4 \left(-\frac{5}{4}t + 9\right) dt = 23,7083.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 49. Sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 m và chiều rộng là 60 m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ).



Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường Elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2

m. Kinh phí của mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 293.904.000.

B. 283.904.000.

C. 293.804.000.

D. 294.053.072.

Lời giải.

Gọi (E_1) , (E_2) lần lượt là đường elip viền ngoài và viền trong của con đường.

Elip (E_1) có nửa trục lớn là 50 m và nửa trục bé là 30 m.

Elip (E_2) có nửa trục lớn là $50 - 2 = 48$ m và nửa trục bé là $30 - 2 = 28$ m.

Diện tích mặt đường là phần mặt phẳng giới hạn bởi hai elip (E_1) và (E_2) .

Suy ra diện tích mặt đường là $S = \pi(50 \cdot 30 - 48 \cdot 28) = 156\pi$.

Vậy số tiền làm đường là $T = 600000 \cdot S \approx 294053072$.

Chọn phương án **D**

□

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. D	2. B	3. A	4. B	5. B	6. B	7. A	8. A	9. A	10. C
11. A	12. A	13. C	14. A	15. A	16. C	17. D	18. A	19. B	20. D
21. C	22. B	23. B	24. B	25. D	26. A	27. A	28. A	29. A	30. B
31. A	32. C	33. D	34. A	35. A	36. A	37. A	38. D	39. B	40. A
41. A	42. B	43. A	44. A	45. B	46. D	47. C	48. A	49. D	