

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Xét số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z - i| = |z - 1| \\ |z - 2i| = |z| \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z| > \sqrt{5}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| < \sqrt{2}$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x$.

- A. $\int f(x)dx = 5\cos 5x + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{5}\cos 5x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{5}\cos 5x + C$. D. $\int f(x)dx = -5\cos 5x + C$.

Câu 3: Tìm tất cả các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x}$.

- A. $y = 1$. B. $y = -1$.
C. $x = -1$ và $x = 1$. D. $y = -1$ và $y = 1$.

Câu 4: Để chứa $7(m^3)$ nước ngọt người xây một bồn hình trụ có nắp. Hỏi bán kính r của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

- A. $r = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$. B. $r = \sqrt[3]{\frac{7}{2\pi}}$. C. $r = \sqrt[3]{\frac{8}{3\pi}}$. D. $r = \sqrt[3]{\frac{9}{4\pi}}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 1)$, $N(0; 1; -1)$. Tìm độ dài của đoạn thẳng MN .

- A. $MN = \sqrt{19}$. B. $MN = \sqrt{22}$. C. $MN = \sqrt{17}$. D. $MN = 22$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) .

- A. $d(M, (\alpha)) = \frac{4}{3}$. B. $d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3}$. C. $d(M, (\alpha)) = \frac{5}{3}$. D. $d(M, (\alpha)) = 4$.

Câu 7: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = \frac{i}{z_0}$?

- A. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng -3 tại điểm $x = 1$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính đạo hàm cấp một của hàm số tại $x = -3$.

- A. $f'(-3) = 0$. B. $f'(-3) = 2$. C. $f'(-3) = 1$. D. $f'(-3) = -2$.

Câu 9: Cho $\int_0^9 f(x)dx = 27$. Tính $I = \int_{-3}^0 f(-3x)dx$.

- A. $I = 27$. B. $I = -3$. C. $I = 9$. D. $I = 3$.

Câu 10: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-2}$?

- A. $x = 2$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $y = 2$.

Câu 11: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$. Tính $P = 3x + y$.

- A. $P = 7$. B. $P = 6$. C. $P = 5$. D. $P = 8$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $f(b) = 5$ và $\int_a^b f'(x)dx = 3\sqrt{5}$.

Tính $f(a)$.

- A. $f(a) = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3)$. B. $f(a) = 3\sqrt{5}$.
C. $f(a) = \sqrt{5}(3 - \sqrt{5})$. D. $f(a) = \sqrt{3}(\sqrt{5} - 3)$.

Câu 13: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3 x(x+2) = 1$. Tính $x_1^2 + x_2^2$.

- A. $x_1^2 + x_2^2 = 4$. B. $x_1^2 + x_2^2 = 6$. C. $x_1^2 + x_2^2 = 8$. D. $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Câu 14: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (3 - 4i)^2$.

- A. $\bar{z} = -7 + 24i$. B. $\bar{z} = -7 - 24i$. C. $\bar{z} = (3 + 4i)^2$. D. $\bar{z} = 24 - 7i$.

Câu 15: Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} + 2^{2x-1} - 5 = 0$.

- A. $x = \log_4 \frac{10}{9}$. B. $x = \ln \frac{10}{9}$. C. $x = 4^{\frac{10}{9}}$. D. $x = \frac{10}{9}$.

Câu 16: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left[-\frac{1}{4}; 8\right)$. C. $\left[-\frac{1}{4}; 6\right)$. D. $\left[-\frac{1}{4}; 2\right)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

- A. $V = 3$. B. $V = 4$. C. $V = 5$. D. $V = 2$.

Câu 18: Cho hai số thực a, b dương và khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{8}{\log_a b}$. B. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{4}{\log_a b}$.
C. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{6}{\log_a b}$. D. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{7}{\log_a b}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5z + 1 = 0$. Vector \vec{n} nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (0; 2; -5)$. B. $\vec{n} = (2; -5; 1)$. C. $\vec{n} = (2; 0; -5)$. D. $\vec{n} = (2; 0; 5)$.

Câu 20: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 4. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$.

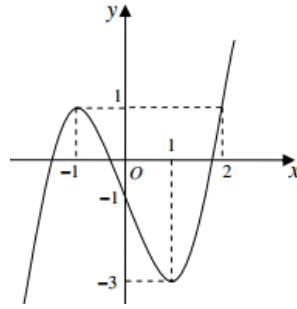
Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 22: Tìm giá trị tham số m để đường thẳng $(d): mx - y + m = 0$ cắt đường cong $(C): y = x^3 - 3x^2 + 4$ tại 3 điểm phân biệt A, B và $C(-1;0)$ sao cho tam giác AOB có diện tích bằng $5\sqrt{5}$. (O là gốc tọa độ)

- A. $m = 5$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 6$.

Câu 23: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$. B. $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x - 1$.
 C. $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 24: Một người gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 4% một tháng, sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau một năm người đó rút tiền thì tổng số tiền người đó nhận được là bao nhiêu?

- A. $50.(1,004)^{12}$ (triệu đồng). B. $50.(1 + 12 \times 0,04)^{12}$ (triệu đồng).
 C. $50.(1 + 0,04)^{12}$ (triệu đồng). D. $50 \times 1,004$ (triệu đồng).

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2$.

- A. $S = [1;10]$. B. $S = (1;10)$. C. $S = (1;10]$. D. $S = (1;+\infty)$

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng -2 . B. Cực tiểu của hàm số bằng 0 .
 C. Cực tiểu của hàm số bằng -1 . D. Cực tiểu của hàm số bằng 2 .

Câu 27: Cho biểu thức $P = x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{7}{6}}$. B. $P = x$. C. $P = x^{\frac{11}{6}}$. D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 28: Với các số thực a, b khác không. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln|ab| = \ln|a| + \ln|b|$. B. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.
 C. $\ln|ab| = \ln|a| \cdot \ln|b|$. D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Câu 29: Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(0;-3;0)$. Viết phương trình của mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .

- A. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$. B. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.
 C. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 3$. D. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$.

Câu 31: Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 + \ln x) \ln x$.

- A. $y' = \frac{1 - 2 \ln x}{x}$. B. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{\ln x}$. C. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{x}$. D. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{x^2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , liên tục trên khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2		$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có một nghiệm thực?

- A. $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.
 B. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.
 C. $[-3; 2]$.
 D. $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$.

Câu 33: Cho khối nón có đường sinh bằng 5 và diện tích đáy bằng 9π . Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = 12\pi$.
 B. $V = 24\pi$.
 C. $V = 36\pi$.
 D. $V = 45\pi$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $S = \pi a^2$.
 B. $S = 3\pi a^2$.
 C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.
 D. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A cạnh $AB = AC = a$ và thể tích bằng $\frac{a^3}{6}$. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = a\sqrt{2}$.
 B. $h = a\sqrt{3}$.
 C. $h = a$.
 D. $h = 2a$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{3a} = 1$ ($a > 0$) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABC$.

- A. $V = a^3$.
 B. $V = 2a^3$.
 C. $V = 3a^3$.
 D. $V = 4a^3$.

Câu 37: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{(0; +\infty)} y = 2$.
 B. $\min_{(0; +\infty)} y = 4$.
 C. $\min_{(0; +\infty)} y = 0$.
 D. $\min_{(0; +\infty)} y = 3$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.
 B. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.
 C. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$.
 D. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 39: Cho khối $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 2, SB = 3, SC = 4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $4\sqrt{3}$.
 B. $2\sqrt{3}$.
 C. $2\sqrt{2}$.
 D. $3\sqrt{2}$.

Câu 40: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $(-\infty; -2]$.
 B. $[2; +\infty)$.
 C. $[-2; 2]$.
 D. $(-\infty; 2)$.

Câu 41: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

- A. Phần thực là 2 và phần ảo là 3.
 B. Phần thực là 3 và phần ảo là 2i.
 C. Phần thực là 2i và phần ảo là 3.
 D. Phần thực là 3 và phần ảo là 2.

Câu 42: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 3$.

- A. $\frac{1}{6}$.
 B. $\frac{1}{8}$.
 C. $\frac{1}{7}$.
 D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 43: Gọi $V(a)$ là thể tích khối tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = a$ ($a > 1$). Tìm $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a)$.

- A. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi$. B. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi^2$. C. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 3\pi$. D. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 2\pi$.

Câu 44: Với $m \in [-1; 0) \cup (0; 1]$, mặt phẳng $(P_m): 3mx + 5\sqrt{1-m^2}y + 4mz + 20 = 0$ luôn cắt mặt phẳng (Oxz) theo giao tuyến là đường thẳng Δ_m . Hỏi khi m thay đổi thì các giao tuyến Δ_m có kết quả nào sau đây?

- A. Cắt nhau. B. Song song. C. Chéo nhau. D. Trùng nhau.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (OAB) ?

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + z = 0$. C. $z = 0$. D. $(x-1) + (y+2) = 0$.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

và $d': \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa hai đường thẳng d và d' .

- A. Không tồn tại (Q) . B. $(Q): y - 2z - 2 = 0$.
C. $(Q): x - y - 2 = 0$. D. $(Q): -2y + 4z + 1 = 0$.

Câu 47: Cho $\log 3 = a$. Tính $\log 9000$ theo a .

- A. $6a$. B. $a^2 + 3$. C. $3a^2$. D. $2a + 3$.

Câu 48: Tính $\int \ln x dx$. Kết quả:

- A. $x \ln x + C$. B. $-x \ln x + x + C$. C. $x \ln x + x + C$. D. $x \ln x - x + C$.

Câu 49: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Tính $F\left(\frac{1}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 2$. B. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 1$. C. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$. D. $F\left(\frac{1}{2}\right) = 2e + 1$.

Câu 50: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(-5 + 2i)z = -3 + 4i$.

- A. $|z| = \frac{5\sqrt{31}}{31}$ B. $|z| = \frac{5\sqrt{29}}{29}$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{28}}{28}$. D. $\frac{5\sqrt{27}}{27}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Xét số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z-i|=|z-1| \\ |z-2i|=|z| \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|z| > \sqrt{5}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = \sqrt{2}$. D. $|z| < \sqrt{2}$.

Giải: Chọn C

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + y^2 \\ x^2 + (y-2)^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = y = 1.$$

Do đó $z = 1 + i$ nên $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x$.

- A. $\int f(x)dx = 5\cos 5x + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{5}\cos 5x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{5}\cos 5x + C$. D. $\int f(x)dx = -5\cos 5x + C$.

Giải: Chọn B

Ta có $\int \sin 5x dx = -\frac{1}{5}\cos 5x + C$ vì $\left(-\frac{1}{5}\cos 5x + C\right)' = \sin 5x$.

Câu 3: Tìm tất cả các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$.

- A. $y = 1$. B. $y = -1$. C. $x = -1$ và $x = 1$. D. $y = -1$ và $y = 1$.

Giải: Chọn D

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{x} = -1$ suy ra đường tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 4: Để chứa $7(m^3)$ nước ngọt người xây một bồn hình trụ có nắp. Hỏi bán kính r của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

- A. $r = \sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$. B. $r = \sqrt[3]{\frac{7}{2\pi}}$. C. $r = \sqrt[3]{\frac{8}{3\pi}}$. D. $r = \sqrt[3]{\frac{9}{4\pi}}$.

Giải: Chọn B

Gọi h là chiều cao khối trụ, ta có $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{7}{\pi r^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 2\pi r \frac{7}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = 2\left(\frac{7}{r} + \pi r^2\right) = 2\left(\frac{7}{2r} + \frac{7}{2r} + \pi r^2\right) \geq 2\sqrt[3]{\frac{49\pi}{4}}$$

S nhỏ nhất khi $\frac{7}{2r} = \pi r^2 \Rightarrow r^3 = \frac{7}{2\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{7}{2\pi}}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 1), N(0; 1; -1)$. Tìm độ dài của đoạn thẳng MN .

- A. $MN = \sqrt{19}$. B. $MN = \sqrt{22}$. C. $MN = \sqrt{17}$. D. $MN = 22$.

Giải: Chọn B

$$\text{Ta có: } \overline{MN} = (-3; 3; -2) \Rightarrow MN = \sqrt{22}$$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α) .

- A. $d(M, (\alpha)) = \frac{4}{3}$. B. $d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3}$. C. $d(M, (\alpha)) = \frac{5}{3}$. D. $d(M, (\alpha)) = 4$.

Giải: Chọn A

$$\text{Ta có: } d(M, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 13 + 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{4}{3}$$

Câu 7: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = \frac{i}{z_0}$?

- A. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Giải: Chọn B

$$\text{Ta có } z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\text{Suy ra } z_0 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \text{ Vậy } w = \frac{i}{-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \text{ nên } M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng -3 tại điểm $x = 1$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2 . Tính đạo hàm cấp một của hàm số tại $x = -3$.

- A. $f'(-3) = 0$. B. $f'(-3) = 2$. C. $f'(-3) = 1$. D. $f'(-3) = -2$.

Giải: Chọn A

$$\text{Ta có } y' = f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\text{Theo đề bài } \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = -3 \\ f(0) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b + 3 = 0 \\ a + b + c + 4 = 0 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -9 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } f'(-3) = 3(-3)^2 + 2a(-3) + b = 0$$

Câu 9: Cho $\int_0^9 f(x)dx = 27$. Tính $I = \int_{-3}^0 f(-3x)dx$.

- A. $I = 27$. B. $I = -3$. C. $I = 9$. D. $I = 3$.

Giải: Chọn C

$$\text{Đặt } u = -3x \Rightarrow du = -3dx$$

$$\text{Ta có: } I = \int_{-3}^0 f(-3x)dx = -\frac{1}{3} \int_9^0 f(u)du = \frac{1}{3} \int_0^9 f(u)du = \frac{1}{3} \cdot 27 = 9$$

Câu 10: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-2}$?

- A. $x = 2$. B. $y = 1$. C. $x = 1$. D. $y = 2$.

Giải: Chọn C

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{2x-2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{2x-2} = -\infty \text{ suy ra đường tiệm cận đứng } x = 1$$

Câu 11: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$. Tính $P = 3x + y$.

- A. $P = 7$. B. $P = 6$. C. $P = 5$. D. $P = 8$.

Giải: Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } z + 2\bar{z} = 2 - 4i &\Leftrightarrow x + yi + 2(x - yi) = 2 - 4i \\ &\Leftrightarrow x + yi + 2x - 2yi = 2 - 4i \\ &\Leftrightarrow 3x - yi = 2 - 4i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $P = 3x + y = 6$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $f(b) = 5$ và $\int_a^b f'(x) dx = 3\sqrt{5}$. Tính $f(a)$.

- A. $f(a) = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3)$. B. $f(a) = 3\sqrt{5}$. C. $f(a) = \sqrt{5}(3 - \sqrt{5})$. D. $f(a) = \sqrt{3}(\sqrt{5} - 3)$.

Giải: Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a) = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{Suy ra } f(a) = f(b) - 3\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 3).$$

Câu 13: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3 x(x+2) = 1$. Tính $x_1^2 + x_2^2$.

- A. $x_1^2 + x_2^2 = 4$. B. $x_1^2 + x_2^2 = 6$. C. $x_1^2 + x_2^2 = 8$. D. $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Giải: Chọn D

Điều kiện: $x < -2, x > 0$

$$\log_3 x(x+2) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Câu 14: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (3 - 4i)^2$.

- A. $\bar{z} = -7 + 24i$. B. $\bar{z} = -7 - 24i$. C. $\bar{z} = (3 + 4i)^2$. D. $\bar{z} = 24 - 7i$.

Giải: Chọn A

$$\text{Ta có } z = (3 - 4i)^2 = -7 - 24i, \text{ suy ra } \bar{z} = -7 + 24i.$$

Câu 15: Tìm nghiệm của phương trình $4^{x+1} + 2^{2x-1} - 5 = 0$.

- A. $x = \log_4 \frac{10}{9}$. B. $x = \ln \frac{10}{9}$. C. $x = 4^{\frac{10}{9}}$. D. $x = \frac{10}{9}$.

Giải: Chọn A

$$\text{Ta có: } 4^{x+1} + 2^{2x-1} - 5 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 4^x + \frac{1}{2} \cdot 4^x = 5 \Leftrightarrow 4^x = \frac{10}{9}. \text{ Vậy } x = \log_4 \frac{10}{9}$$

Câu 16: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left[-\frac{1}{4}; 8\right)$. C. $\left[-\frac{1}{4}; 6\right)$. D. $\left[-\frac{1}{4}; 2\right)$.

Giải: Chọn C

$$\text{Đặt } t = 2^x, x \in (0; 2) \Rightarrow t \in (1; 4) \text{ và } t^2 - 3t + 2 = m$$

Xét $f(t) = t^2 - 3t + 2$, $f'(t) = 2t - 3$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$

Bảng biến thiên:

t	1	$\frac{3}{2}$	4
$f'(t)$		-	0
			+
$f(t)$	0		6
		$-\frac{1}{4}$	

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$ khi $-\frac{1}{4} \leq m < 6$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

- A. $V = 3$. B. $V = 4$. C. $V = 5$. D. $V = 2$.

Giải: Chọn D

Gọi h là chiều cao khối chóp $S.ABCD$

Ta có $8 = V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4S_{\Delta OCD} \cdot h = 4V_{S.OCD} \Rightarrow V_{S.OCD} = 2$.

Câu 18: Cho hai số thực a, b dương và khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{8}{\log_a b}$. B. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{4}{\log_a b}$.
 C. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{6}{\log_a b}$. D. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{7}{\log_a b}$.

Giải: Chọn C

Ta có: $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\frac{1}{2} \log_a b} + \frac{1}{\frac{1}{3} \log_a b} = \frac{1}{\log_a b} + \frac{2}{\log_a b} + \frac{3}{\log_a b} = \frac{6}{\log_a b}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 5z + 1 = 0$. Vector \vec{n} nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (0; 2; -5)$. B. $\vec{n} = (2; -5; 1)$. C. $\vec{n} = (2; 0; -5)$. D. $\vec{n} = (2; 0; 5)$.

Giải: Chọn C

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 0; -5)$.

Câu 20: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 4. B. 1. C. 0. D. 2.

Giải: Chọn D

Ta có: $x^3 - 2x^2 + 2 = x^2 + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vì phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm phân biệt, nên có 2 điểm chung.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Giải: Chọn B

Gọi h là chiều cao khối chóp $S.ABCD$

Ta có $h = SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - (a\sqrt{2})^2} = a$, $B = S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}a^2.a = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 22: Tìm giá trị tham số m để đường thẳng $(d): mx - y + m = 0$ cắt đường cong $(C): y = x^3 - 3x^2 + 4$ tại 3 điểm phân biệt A, B và $C(-1;0)$ sao cho tam giác AOB có diện tích bằng $5\sqrt{5}$. (O là gốc tọa độ)

- A. $m = 5$. B. $m = 3$. C. $m = 4$. D. $m = 6$.

Giải: Chọn A

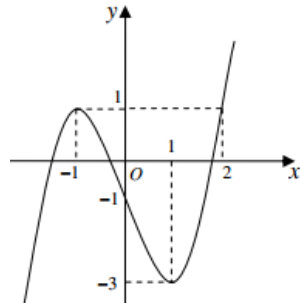
Gọi h là chiều cao của tam giác AOB kẻ từ O , suy ra $h = d(O, (d)) = \frac{|m|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

$$\text{Ta có } x^3 - 3x^2 + 4 = mx + m \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4) = (x+1)m \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ (x-2)^2 = m, m > 0 \end{cases}$$

Nên $A(2 + \sqrt{m}; 3m + m\sqrt{m}), B(2 - \sqrt{m}; 3m - m\sqrt{m})$, suy ra $AB = \sqrt{4m + 4m^3}$

$$\text{Giả thiết } S_{\Delta AOB} = 5\sqrt{5} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4m + 4m^3} \cdot \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1}} = 5\sqrt{5} \Rightarrow m = 5$$

Câu 23: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$. B. $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x - 1$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Giải: Chọn D

$$y = x^3 - 3x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$ có điểm cực đại $(-1;1)$, điểm cực tiểu $(1;-3)$ và đi qua điểm $(0;-1)$.

Câu 24: Một người gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 4% một tháng, sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào vốn. Hỏi sau một năm người đó rút tiền thì tổng số tiền người đó nhận được là bao nhiêu?

- A. $50 \cdot (1,004)^{12}$ (triệu đồng). B. $50 \cdot (1 + 12 \times 0,04)^{12}$ (triệu đồng).
C. $50 \cdot (1 + 0,04)^{12}$ (triệu đồng). D. $50 \times 1,004$ (triệu đồng).

Giải: Chọn C

Theo công thức lãi kép, số tiền nhận được: $T_{12} = 50(1 + 0,04)^{12}$ (triệu đồng).

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2$.

- A. $S = [1;10]$. B. $S = (1;10)$. C. $S = (1;10]$. D. $S = (1;+\infty)$

Giải: Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 10 \end{cases}$$

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng -2 . B. Cực tiểu của hàm số bằng 0 .

C. Cực tiểu của hàm số bằng -1 .

D. Cực tiểu của hàm số bằng 2 .

Giải: Chọn D

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$ và $y_{CT} = 2$

Câu 27: Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = x^{\frac{7}{6}}$.

B. $P = x$.

C. $P = x^{\frac{11}{6}}$.

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Giải: Chọn B

$$P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x, (x > 0)$$

Câu 28: Với các số thực a, b khác không. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\ln|ab| = \ln|a| + \ln|b|$.

B. $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$.

C. $\ln|ab| = \ln|a| \cdot \ln|b|$.

D. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Giải: Chọn A

Theo định nghĩa và tính chất của logarit.

Câu 29: Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Giải: Chọn D

$$y' = -3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(0; -3; 0)$. Viết phương trình của mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .

A. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.

B. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.

C. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 3$.

D. $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$.

Giải: Chọn D

Mặt phẳng (Oxz) : $y = 0$ nên $d(I, (Oxz)) = 3$. Vậy phương trình của mặt cầu là $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$

Câu 31: Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 + \ln x) \ln x$.

A. $y' = \frac{1 - 2 \ln x}{x}$.

B. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{\ln x}$.

C. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{x}$.

D. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{x^2}$.

Giải: Chọn C

$$\text{Ta có } y = (1 + \ln x) \ln x \Rightarrow y' = \frac{1 + 2 \ln x}{x}$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} , liên tục trên khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-3	2		$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m - 1$ có một nghiệm thực?

A. $m \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

B. $m \in (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in [-3; 2]$.

D. $m \in (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$.

Giải: Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình $f(x) = m - 1$ có một nghiệm, ta phải có:

$$\begin{cases} m - 1 < -3 \\ m - 1 > 2 \end{cases} \text{ hay } m \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty).$$

Câu 33: Cho khối nón có đường sinh bằng 5 và diện tích đáy bằng 9π . Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 12\pi$.

B. $V = 24\pi$.

C. $V = 36\pi$.

D. $V = 45\pi$.

Giải: Chọn A

Gọi diện tích đáy là S , ta có: $S = \pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$

Gọi h là chiều cao khối nón $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

Vậy thể tích $V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\pi \cdot 4 = 12\pi$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $S = \pi a^2$.

B. $S = 3\pi a^2$.

C. $S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

D. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

Giải: Chọn B

Gọi O, O' lần lượt tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. I là trung điểm đoạn OO' .

Khi đó bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

$$r = IA = \sqrt{OA^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy diện S của mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A cạnh $AB = AC = a$ và thể tích bằng $\frac{a^3}{6}$.

Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = a\sqrt{2}$.

B. $h = a\sqrt{3}$.

C. $h = a$.

D. $h = 2a$.

Giải: Chọn C

Ta có: $V = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot h \Rightarrow \frac{a^3}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot h \Rightarrow h = a$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{3a} = 1$ ($a > 0$) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABC$.

A. $V = a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 3a^3$.

D. $V = 4a^3$.

Giải: Chọn A

Ta có: $A(a; 0; 0), B(0; 2a; 0), C(0; 0; 3a) \Rightarrow OA = a, OB = 2a, OC = 3a$

Vậy $V = \frac{1}{3} S_{\Delta OBC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC \cdot OA = a^3$.

Câu 37: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\min_{(0; +\infty)} y = 2$.

B. $\min_{(0; +\infty)} y = 4$.

C. $\min_{(0; +\infty)} y = 0$.

D. $\min_{(0; +\infty)} y = 3$.

Giải: Chọn B

Ta có $y' = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$.

Nhận thấy hàm số chỉ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$ và $y_{CT} = 4$ nên $\min_{(0; +\infty)} y = 4$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. B. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. C. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. D. $V = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Giải: Chọn D

Gọi O, O' lần lượt là tâm tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm OO' , suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Khi đó bán kính mặt cầu: $r = \sqrt{OA^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 39: Cho khối $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 2, SB = 3, SC = 4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $4\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Giải: Chọn C

Lấy $M \in SB, N \in SC$ sao cho $SA = SM = SN = 2$

Suy ra tứ diện $SAMN$ là tứ diện đều cạnh $a = 2$, nên $V_{SAMN} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = 3V_{S.AMN} = 2\sqrt{2}$.

Câu 40: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $(-\infty; -2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $[-2; 2]$. D. $(-\infty; 2)$.

Giải: Chọn C

Ta có $y' = x^2 + 2mx + 4$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$

Câu 41: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

A. Phần thực là 2 và phần ảo là 3. B. Phần thực là 3 và phần ảo là 2i.
C. Phần thực là 2i và phần ảo là 3. D. Phần thực là 3 và phần ảo là 2.

Giải: Chọn D

$w = 2z + \bar{z} = 2(1 + 2i) + (1 - 2i) = 3 + 2i$. Phần thực là 3 và phần ảo là 2.

Câu 42: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = 2x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 3$.

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Giải: Chọn A

Ta có $x^2 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

$$\text{Diện tích } S = \int_1^2 \left| (x^2 - x + 3) - (2x + 1) \right| dx = \frac{1}{6}$$

Câu 43: Gọi $V(a)$ là thể tích khối tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$ và $x = a$ ($a > 1$). Tìm $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a)$.

- A. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi$. B. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \pi^2$. C. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 3\pi$. D. $\lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = 2\pi$.

Giải: Chọn A

$$\text{Ta có: } V(a) = \pi \int_1^a \left(\frac{1}{x} \right)^2 dx = \pi \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_1^a = \pi \left(1 - \frac{1}{a} \right)$$

$$\text{Vậy } \lim_{a \rightarrow +\infty} V(a) = \lim_{a \rightarrow +\infty} \pi \left(1 - \frac{1}{a} \right) = \pi.$$

Câu 44: Với $m \in [-1; 0) \cup (0; 1]$, mặt phẳng $(P_m): 3mx + 5\sqrt{1-m^2}y + 4mz + 20 = 0$ luôn cắt mặt phẳng (Oxz) theo giao tuyến là đường thẳng Δ_m . Hỏi khi m thay đổi thì các giao tuyến Δ_m có kết quả nào sau đây?

- A. Cắt nhau. B. Song song. C. Chéo nhau. D. Trùng nhau.

Giải: Chọn B

$$(P_m) \text{ có VTPT } \vec{n} = (3m; 5\sqrt{1-m^2}; 4m)$$

$$(Oxz) \text{ có VTPT } \vec{j} = (0; 1; 0)$$

$$(P_m) \text{ cắt } (Oxz) \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - m^2 \geq 0 \end{cases} \text{ hay } m \in [-1; 0) \cup (0; 1]$$

$$\text{Suy ra VTCP của } \Delta_m \text{ là } \vec{u} = \left(\begin{array}{c|c|c} 1 & 0 & 0 \\ \hline 5\sqrt{1-m^2} & 4m & 4m \end{array} ; \begin{array}{c|c|c} 0 & 0 & 1 \\ \hline 4m & 3m & 5\sqrt{1-m^2} \end{array} \right) = (4m; 0; -3m) \text{ cùng}$$

phương với vectơ $\vec{u}' = (4; 0; -3)$, $\forall m \in [-1; 0) \cup (0; 1]$

Vì vectơ \vec{u}' không phụ thuộc vào m nên các giao tuyến Δ_m là song song với nhau.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (OAB) ?

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + z = 0$. C. $z = 0$. D. $(x-1) + (y+2) = 0$.

Giải: Chọn C

Nhận thấy các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $O(0; 0; 0)$ đều thuộc mặt phẳng (Oxy) , nên mặt phẳng (OAB) trùng với mặt phẳng $(Oxy): z = 0$

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

và $d': \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa hai đường thẳng d và d' .

- A. Không tồn tại (Q) . B. $(Q): y - 2z - 2 = 0$.
C. $(Q): x - y - 2 = 0$. D. $(Q): -2y + 4z + 1 = 0$.

Giải: Chọn B

Ta có $M(0; 0; -1) \in d, M'(1; 2; 0) \in d' \Rightarrow \overline{MM'} = (1; 2; 1)$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; -2; -1)$

$$\text{Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng } (Q): \vec{n} = [\overline{MM'}, \vec{u}] = (0; 2; -4)$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (Q): y - 2z - 2 = 0.$$

Câu 47: Cho $\log 3 = a$. Tính $\log 9000$ theo a .

- A. $6a$. B. $a^2 + 3$. C. $3a^2$. D. $2a + 3$.

Giải: Chọn D

Cách 1: $\log 9000 = \log 9 + \log 1000 = 2\log 3 + 3 = 2a + 3$.

Cách 2: Gán $\log 3 = a$. Tính $\log 9000 - (2a + 3) = 0$.

Câu 48: Tính $\int \ln x dx$. Kết quả:

- A. $x \ln x + C$. B. $-x \ln x + x + C$. C. $x \ln x + x + C$. D. $x \ln x - x + C$.

Giải: Chọn D

Ta có $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$ vì $(x \ln x - x + C)' = \ln x$

Câu 49: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = \frac{3}{2}$. Tính $F\left(\frac{1}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 2$. B. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 1$. C. $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$. D. $F\left(\frac{1}{2}\right) = 2e + 1$.

Giải: Chọn B

Ta có $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$ mà $F(0) = \frac{3}{2}$ nên $\frac{1}{2}e^0 + C = \frac{3}{2} \Rightarrow C = 1$

Do đó $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + 1$. Vậy $F\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e + 1$.

Câu 50: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(-5 + 2i)z = -3 + 4i$.

- A. $|z| = \frac{5\sqrt{31}}{31}$ B. $|z| = \frac{5\sqrt{29}}{29}$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{28}}{28}$. D. $\frac{5\sqrt{27}}{27}$.

Giải: Chọn B

Ta có $(-5 + 2i)z = -3 + 4i \Rightarrow z = \frac{-3 + 4i}{-5 + 2i} = \frac{23}{29} - \frac{14}{29}i \Rightarrow |z| = \frac{5\sqrt{29}}{29}$

----- HẾT -----