

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H) của hàm số đã cho.
b) Tìm m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (H) tại hai điểm phân biệt.

Câu 2. (1,0 điểm)

- a) Giải phương trình $1 - \sin 2x + \cos 2x - 2\sqrt{2} \cos x = 0$
b) Tìm số phức liên hợp của số phức z , biết $(2-i)z - (3+i)(1+2i) = 1$.

Câu 3. (1,0 điểm) Giải phương trình $3^x - 2 \cdot 3^{1-x} - 1 = 0$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải bất phương trình $2x + \sqrt{x^2 + 2x + 7} \leq 4 + 4\sqrt{2x + 1}$.

Câu 5. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x(1 - \cos x) dx$.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt bên SAD là tam giác vuông tại S . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AD , $SH = a$. Đường

thẳng SC tạo với đáy một góc 30° , M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $2MA = MB$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$.

Phương trình cạnh AB, AD lần lượt là $2x + y - 3 = 0, x + y - 2 = 0$. Điểm $M\left(\frac{14}{5}; -\frac{8}{5}\right)$ thuộc đường thẳng BC , điểm C thuộc đường thẳng có phương trình $3x - 2y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh hình thang $ABCD$.

Câu 8. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 1; 0), B(0; 0; -2); C(1; 1; 1)$. Viết

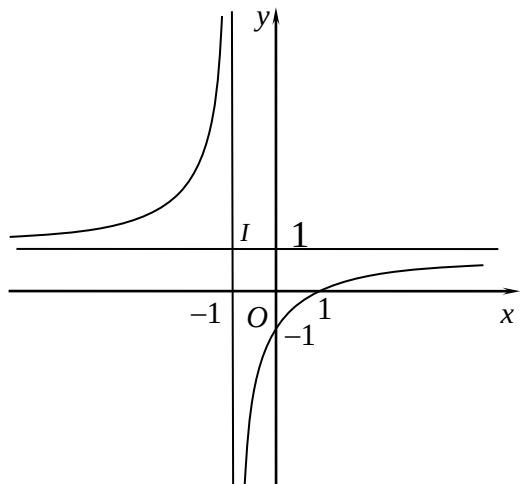
phương trình đường thẳng AC và phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B , biết khoảng cách từ C đến (P) bằng $\sqrt{2}$.

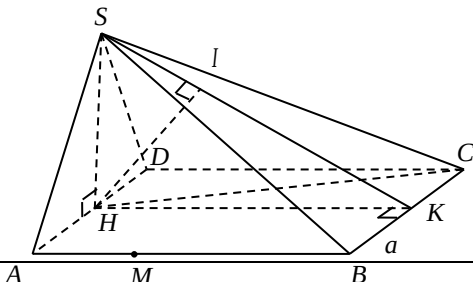
Câu 9. (0,5 điểm) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau được lập từ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập S . Tính xác suất để tích hai số được chọn là một số chẵn.

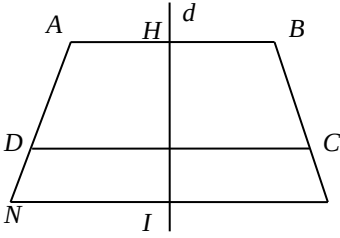
Câu 10. (1,0 điểm) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa $a^2 + b^2 + c^2 = 5$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{2}(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + \frac{96}{a+b+c+1}$.

----- Hết -----

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1. (2,0 điểm)	a) (1,0 điểm)													
	+ Tập xác định: $\mathbf{R} \setminus \{-1\}$. + Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.	0,25												
	Giới hạn tại vô cực: Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$. Giới hạn vô cực: $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$. Đồ thị (H) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$, tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.	0,25												
	* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table> 	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	1	$+\infty$	$-\infty$	0,5
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
	y'	+		+										
y	1	$+\infty$	$-\infty$											
+ Đồ thị: Đồ thị cắt Ox tại $(1; 0)$, cắt Oy tại -1 Nhận giao điểm $I(-1; 1)$ của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.														
b) (1,0 điểm)														
Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (H): $\frac{x-1}{x+1} = 2x+m$ $\Leftrightarrow 2x^2 + (m+1)x + m+1 = 0(1)$ (vì $x = -1$ không phải là nghiệm)	0,5													
Ta có d cắt H tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 6m - 7 > 0 \Leftrightarrow m > 7$ hoặc $m < -1$.	0,5													
Câu 2. (1,0 điểm)	2 a) (0,5 điểm)													
	Phương trình đã cho tương đương với $2\cos^2 x - 2\sin x \cos x - 2\sqrt{2} \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(\cos x - \sin x - \sqrt{2}) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x - \sin x = \sqrt{2} \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.	0,25												

	2b) (0,5 điểm)	
	$(2-i)z - (3+i)(1+2i) = 1 \Leftrightarrow (2-i)z = 2+7i \Leftrightarrow z = \frac{2+7i}{2-i}$	0,25
	$\Leftrightarrow z = \frac{-3+16i}{5} \Rightarrow \bar{z} = -\frac{3}{5} - \frac{16}{5}i$	0,25
Câu 3. (0,5 điểm)	$3^x - 2 \cdot 3^{1-x} - 1 = 0 \Leftrightarrow 3^x - \frac{6}{3^x} - 1 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 3^x - 6 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -2 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$	0,25
Câu 4. (1,0 điểm)	Điều kiện $x \geq -\frac{1}{2}$.	
	Bất phương trình tương đương với $\sqrt{(x-2)^2 + 3(2x+1)} + 2(x-2) \leq 4\sqrt{2x+1}$ - Xét $x = -\frac{1}{2}$, thỏa mãn bất phương trình.	0,25
	- Xét $x > -\frac{1}{2}$, ta có bất phương trình tương đương với $\sqrt{\left(\frac{x-2}{\sqrt{2x+1}}\right)^2} + 3 + \frac{2(x-2)}{\sqrt{2x+1}} \leq 4$	0,25
	Đặt $t = \frac{x-2}{\sqrt{2x+1}}$, ta có $\sqrt{t^2 + 3} \leq -2t + 4 \Leftrightarrow t \leq 1$ Do đó, ta có $\frac{x-2}{\sqrt{2x+1}} \leq 1 \Leftrightarrow x-2 \leq \sqrt{2x+1} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x \leq 3 + \sqrt{6}$	0,25
	Đối chiếu điều kiện, ta có nghiệm của bất phương trình đã cho là $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3 + \sqrt{6}$	0,25
Câu 5. (1,0 điểm)	$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x dx - \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx.$	0,25
	Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi^2}{18}$	0,25
	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x d \sin x = x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{3}} - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{2}$	0,25
	Do đó, ta có $I = \frac{\pi^2}{18} - \frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{2}.$	0,25
Câu 6. (1,0 điểm)	 Vì $SH \perp (ABCD)$ nên HC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng đáy, suy ra góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\angle SCH = 30^\circ$. Trong tam giác SAD vuông tại S, ta có $SH = \frac{1}{2} AD = a \Rightarrow AD = 2a$. Trong tam giác SHC vuông tại H, ta có $HC = SH \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3}$	0,25

	Trong tam giác DHC vuông tại D, ta có $CD = \sqrt{HC^2 - HD^2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $S_{ABCD} = AD.CD = 2\sqrt{2}a^2$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.	0,25
	Vì $2MA = MB$ và $AH \parallel (SBC)$ nên $d(M, (SBC)) = \frac{2}{3}d(A, (SBC)) = \frac{2}{3}d(H, (SBC)). \quad (1)$ Kẻ $HK \perp BC$ tại K, $HI \perp SK$ tại I. Vì $BC \perp (SHK)$ nên $BC \perp HI \Rightarrow HI \perp (SBC)$. (2)	0,25
	Trong tam giác vuông SHK ta có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{6}}{3}a$. (3) Từ (1), (2) và (3) suy ra $d(M, (SBC)) = \frac{2\sqrt{6}}{9}a$.	0,25
Câu 7. (1,0 điểm)	 Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1;1)$ Từ M kẻ Δ song song với AB, suy ra $\Delta: 2x + y - 4 = 0$ Gọi N là giao điểm của AD và Δ, suy ra tọa độ $M N(2;0)$ MN có trung điểm $I\left(\frac{12}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. Đường thẳng d qua I và vuông góc với AB là $x - 2y - 4 = 0$. Gọi H là giao điểm của d và AB, suy ra $H(2; -1) \Rightarrow B(3; -3)$.	0,25
	Đường thẳng BM có phương trình $7x + y - 18 = 0$. Tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x + y - 18 = 0 \\ 3x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow C(2;4)$	0,25
	Suy ra phương trình CD là $2x + y - 8 = 0$. Tọa độ D là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y - 8 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -4 \end{cases} \Rightarrow D(6; -4)$. Vậy $A(1;1), B(3; -3), C(2;4), D(6; -4)$.	0,25
	Câu 8 (1,0 điểm) Đường thẳng AC nhận $\overrightarrow{AC} = (2; 0; 1)$ làm 1 vtcp	0,25
	Do đó, phương trình đường thẳng AC là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$	0,25
	Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$ Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là vtcp của (P), với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$. Do $A, B \in (P)$ nên $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow a - b - 2c = 0 \Leftrightarrow a = b + 2c$ Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng $(b + 2c)x + by + c(z + 2) = 0$.	0,25

	Ta có $d(C, (P)) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{ 2b+5c }{\sqrt{(b+2c)^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{2}$ $\Leftrightarrow 2b+5c = \sqrt{2(2b^2 + 4bc + 5c^2)} \Leftrightarrow 3c(4b+5c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 5c + 4b = 0 \end{cases}$	
	Với $c = 0$, chọn $b = 1$, phương trình mặt phẳng (P) là $x + y = 0$. Với $5c + 4b = 0$, chọn $b = 5 \Rightarrow c = 4$, phương trình mặt phẳng (P) là $-3x + 5y - 4z - 8 = 0$.	0,25
Câu 9. (1,0 điểm)	Số phần tử của S là $A_7^2 - A_6^1 = 36$. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $\Omega = C_{36}^2$.	0,25
	Gọi biến cố A: "tích hai số được chọn là số chẵn". Ta có tích hai số được chọn là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số cùng chẵn hoặc có một số chẵn, một số lẻ. Trong 36 số của tập hợp S có 15 số lẻ và 21 số chẵn. Suy ra số cách chọn cả hai số chẵn là C_{21}^2; cách chọn một số chẵn, một số lẻ là $C_{21}^1 \cdot C_{15}^1$. Từ đó ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_{21}^2 + C_{21}^1 \cdot C_{15}^1$. Suy ra $P(A) = \frac{C_{21}^2 + C_{21}^1 \cdot C_{15}^1}{C_{36}^2} = \frac{5}{6}$.	0,25
Câu 10 (1,0 điểm)	Đặt $t = ab + bc + ca \Rightarrow t \in [0; 5]$. Ta có $(ab + bc + ca - 2)^2 \geq 0$, suy ra $\frac{1}{2}(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \geq 2(ab + bc + ca) - 2 = 2t - 2$	0,25
	Mặt khác, $(a + b + c - 3)^2 \geq 0$, suy ra $6(a + b + c) \leq (a + b + c)^2 + 9 = 2t + 14 \Rightarrow a + b + c \leq \frac{t+7}{3}$.	0,25
	Do đó, ta có $P \geq 2t - 2 + \frac{96}{\frac{t+7}{3} + 1} = 2t + \frac{288}{t+10} - 2 = f(t).$ Xét hàm số $f(t)$ với $t \in [0; 5]$, ta có $f'(t) = 2 - \frac{288}{(t+10)^2} = \frac{2[(t+10)^2 - 12^2]}{(t+10)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$ Ta có $f(0) = \frac{134}{5}$, $f(2) = 26$, $f(5) = \frac{136}{5}$, suy ra $\min_{[0;5]} f(t) = f(2) = 26$	0,25
	Do đó $P \geq 26$. Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a + b + c = 3 \\ ab + bc + ca = 2 \end{cases}$, chẳng hạn $a = 0, b = 1, c = 2$. Vậy $\min P = 26$.	0,25