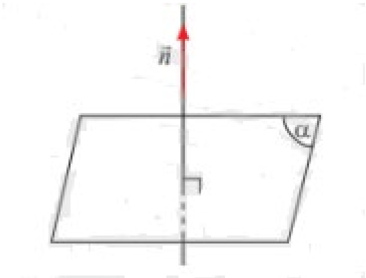
CHƯƠNG 5
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU

BÀI 1
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1. Vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

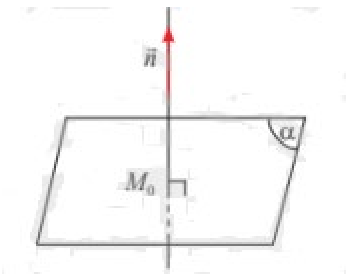
a. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α). Vectơ $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) gọi là **vectơ pháp tuyến** của mặt phẳng (α).



Nhận xét:

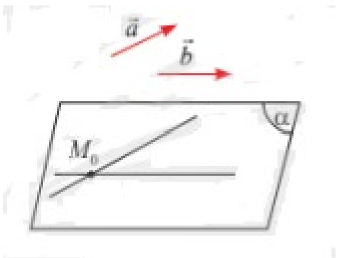
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).
- Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến của nó.



b. Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

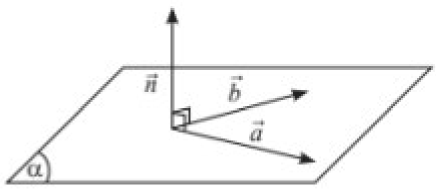
Cho mặt phẳng (α). Nếu hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương và giá của chúng song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{a}, \vec{b}$ là cặp véctơ chỉ phương của mặt phẳng (α).

Nhận xét: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và cặp vectơ chỉ phương của nó.



Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng khi biết một cặp vectơ chỉ phương

Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng (α) nhận hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ làm cặp vectơ chỉ phương thì (α) nhận $\vec{n}=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$ làm vectơ pháp tuyến.



Chú ý:

- Vectơ $\vec{n}=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$ được gọi là tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, kí hiệu là $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.
- $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1\right)$
- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}\Leftrightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$
- Nếu $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ thì vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

a. Khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, mỗi mặt phẳng đều có dạng phương trình: $Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nhận xét:

- Nếu mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ (với $A^2+B^2+C^2\neq 0$) thì vectơ $\vec{n}=(A;B;C)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .
- Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

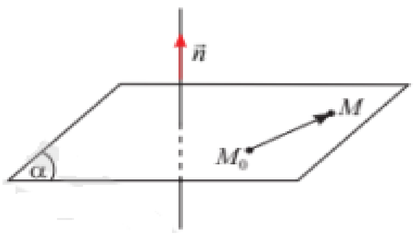
$$N_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$$

b. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một số điều kiện

• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết vectơ pháp tuyến

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

hay $Ax+By+Cz+D=0$ với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$

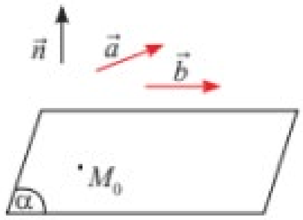


• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết cặp vectơ chỉ phương

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$, ta thực hiện như sau:

Bước 1: Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

Bước 2: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.



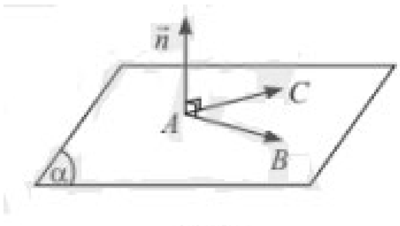
• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C không thẳng hàng, ta thực hiện như sau:

Bước 1: Tìm cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$.

Bước 2: Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

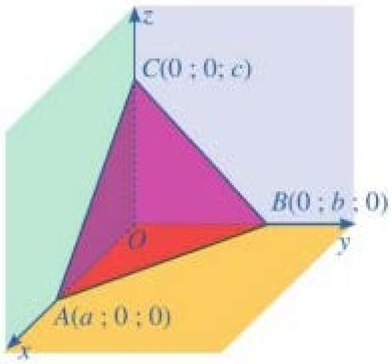
Bước 3: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A (hoặc điểm B hoặc điểm C) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.



Nhận xét:

Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. với $a.b.c\neq 0$

Phương trình trên được gọi là **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.**

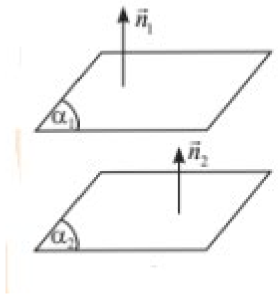


3. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc

a. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

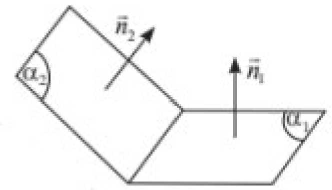
Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

Khi đó: $(\alpha_1) // (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$



Chú ý:

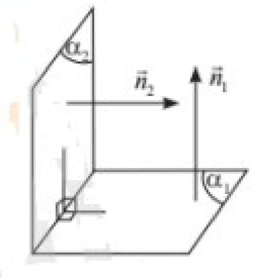
- $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$
- (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.



b. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

Khi đó: $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1.\vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$



4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0,(\alpha)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

CHỦ ĐỀ 1

XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN MẶT PHẲNG

DẠNG 1
XÁC ĐỊNH VECTƠ PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẲNG
XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC MẶT PHẲNG

1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

- Mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$
- Nếu mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a},\vec{b}$ thì (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$.
- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là vectơ có giá vuông góc với (α).
- Vectơ chỉ phương của mặt phẳng (α) là vectơ có giá song song hoặc trùng với (α).
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của (α) thì $k.\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (α).
- Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của (α) thì $k.\vec{a}$ cũng là một vectơ chỉ phương của (α).

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

- $N_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$
- $N_0(x_0;y_0;z_0)\notin(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

A. $(2;3;-1)$. **B.** $(3;5;-2)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(3;-5;-1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(2;6;-1)$. **B.** $\vec{c}=(4;6;-1)$. **C.** $\vec{c}=(4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\vec{n}=(8;4;-3)$. **B.** $\vec{n}=(-18;0;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-18;4;-3)$. **D.** $\vec{n}=(1;4;-3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $x-3y^2+z-1=0$. **B.** $x^2+2y+4z-2=0$.

C. $2x-3y+4z-2024=0$. **D.** $2x-3y+4z^2-2025=0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(3;1;2)$ **C.** $\vec{n}=(3;-1;2)$ **D.** $\vec{n}=(6;-2;4)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$ **B.** $\vec{m}=(1;1;1)$ **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$ **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+1=0$?

A. $\vec{a}=(2;-3;1)$ **B.** $\vec{b}=(2;1;-3)$ **C.** $\vec{c}=(2;-3;0)$ **D.** $\vec{d}=(3;2;0)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$ **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$ **C.** $\vec{n}=(-3;-6;-2)$ **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P):2x-y+z-2=0$.

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $P(2;-1;-1)$. **C.** $M(1;1;-1)$. **D.** $N(1;-1;-1)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α)?

A. $Q(3;3;0)$ **B.** $N(2;2;2)$ **C.** $P(1;2;3)$ **D.** $M(1;-1;1)$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $P(0;0;-5)$ **B.** $M(1;1;6)$ **C.** $Q(2;-1;5)$ **D.** $N(-5;0;0)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0;2;0)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $Q(0;0;3)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$,mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-\frac{3}{2}\right)$. **C.** $P(1;6;1)$. **D.** $Q(0;3;0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 14. Trong không gian cho hệ toạ độ $Oxyz$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$.

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;3;0)$.

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;0;0)$.

D. Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;0;-2024)$.

Câu 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=3$.

B. $\vec{a}.\vec{b}=-4$.

C. $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=5$.

D. $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-4;3)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{a}=(1;2;-1),\vec{b}=(3;-1;0),\vec{c}=(1;-5;2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.

B. $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$

C. $\vec{a}$ không cùng phương với $\vec{b}$.

D. $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-2024=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$.

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;9;3)$.

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-4;-6;-2)$.

D. Điểm $M(0;0;2024)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(-1;-1;-1)$ không thuộc mặt phẳng (P).

B. Điểm $N(1;1;1)$ thuộc mặt phẳng (P).

C. Điểm $K(-3;0;0)$ không thuộc mặt phẳng (P).

D. Điểm $Q(0;0;-3)$ thuộc mặt phẳng (P).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 19. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$. Tính $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;2)$, $B(1;-1;-2)$ và $C(-1;1;0)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Câu 21. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$. Tính $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): 2x-6y-8z+1=0$. Tìm tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(-5;3;-1)$, $\vec{b}=(1;2;1)$, $\vec{c}=(m;3;-1)$. Tìm giá trị của m sao cho $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;1;2), \vec{v}=(-1;m;m-2)$. Tìm giá trị của m sao cho $\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{14}$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m}=(4;3;1)$, $\vec{n}=(0;0;1)$. Gọi $\vec{p}$ là vectơ cùng hướng với $\left[\vec{m},\vec{n}\right]$ (tích có hướng của hai vectơ $\vec{m}$ và $\vec{n}$). Biết $\left|\vec{p}\right|=15$, tìm tọa độ vectơ $\vec{p}$.

Câu 26. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tất cả giá trị của m để $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0$.

DẠNG 2
HAI MẶT PHẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC
KHOẢNG CÁCH MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẲNG

1. Điều kiện hai mặt phẳng song song, vuông góc

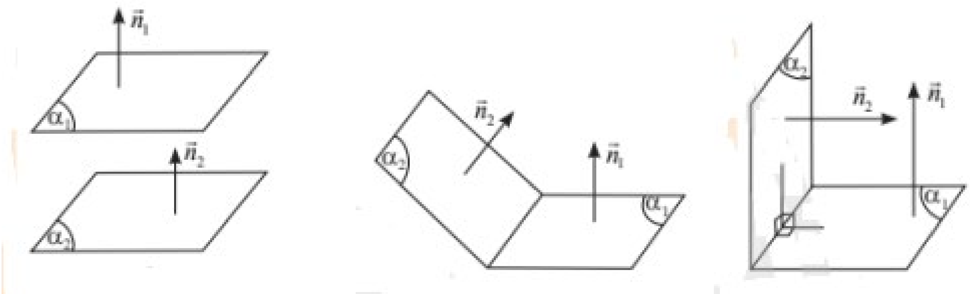
Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó:

- $(\alpha_1) \mathbin{//} (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

- $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

- (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.

- $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1.\vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$



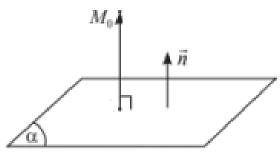
Chú ý:

- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \vec{0}$

- Nếu $\vec{n} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right]$ thì vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0, (\alpha)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$



Chú ý:

- Mặt phẳng (Oxy) có phương trình: $z = 0$.

- Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y = 0$.

- Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x = 0$.

3. Khoảng cách hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia *(Thực chất là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng).*

Để tính khoảng cách mặt phẳng (α_1) song song với (α_2), ta thực hiện như sau:

Bước 1: Chọn điểm $M \in (\alpha_1)$

Bước 2: Tính khoảng cách điểm M đến (α_2)

Bước 3: Kết luận $d\left((\alpha_1),(\alpha_2)\right)=d\left(M,(\alpha_2)\right)$

Chú ý: Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): Ax+By+Cz+D_1=0$ và $(\alpha_2): Ax+By+Cz+D_2=0$ có cùng vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là: $d((\alpha_1),(\alpha))=\dfrac{|D_1-D_2|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 27. Khoảng cách từ điểm $M\left(3;\,2;\,1\right)$ đến mặt phẳng (P): $Ax+Cz+D=0$, $A.C.D\neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$

B. $d(M,(P))=\dfrac{|A+2B+3C+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

C. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C|}{\sqrt{A^2+C^2}}$.

D. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{3^2+1^2}}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\dfrac{5}{9}$. **B.** $d=\dfrac{5}{29}$. **C.** $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$.

A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-4=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-2)$ lên mặt phẳng (P). Độ dài đoạn thẳng MH là

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 33. Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (Oxy), (Oyz) lần lượt bằng:

A. 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

Câu 34. Tính khoảng cách từ điểm $B(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (P): $y+1=0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. y_0. **B.** $|y_0|$. **C.** $\dfrac{|y_0+1|}{\sqrt{2}}$. **D.** $|y_0+1|$.

Câu 35. Khoảng cách từ điểm $C(-2;\,0;\,0)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng:

A. $\dfrac{4}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 3.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là

A. $\dfrac{7}{\sqrt{14}}$ **B.** $\dfrac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\dfrac{5}{\sqrt{14}}$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-8=0$ và $(Q): x+2y+2z-4=0$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x-y-z-2=0$. **B.** $x-y-z-2=0$. **C.** $x+y+z-2=0$. **D.** $2x+y+z-2=0$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định m,n để (P) song song với (Q).

A. $m=n=-4$. **B.** $m=4; n=-4$. **C.** $m=-4; n=4$. **D.** $m=n=4$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-6$ **D.** $m=6$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): 2x+my+2z+3=0$ và $(R): -x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)//(Q)$

A. -6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+y-2z+5=0$ và $(Q): 4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $m=-3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Câu 45. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

A. $(Q): x+2y-2z+8=0$. **B.** $(Q): x+2y-2z+5=0$.

C. $(Q): x+2y-2z+1=0$. **D.** $(Q): x+2y-2z+2=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 46. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Oxz). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $d(M,(Oxz))=2$.

B. $d(M,(Oyz))=1$.

C. $d(M,(Oxy))=1$.

D. $d(M,(Oxz))>d(M,(Oyz))$.

Câu 47. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + y + z - 3 = 0$.

B. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y + 2z - 3 = 0$.

C. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y - 2z + 6 = 0$.

D. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + y + z - 3 = 0$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$ và $(Q): x+2y-2z+3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(0;1;0)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-9=0$, $(Q): 4x-2y-4z-6=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

B. Khoảng cách điểm đến mặt phẳng (Q) bằng $\frac{1}{2}$.

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

Câu 50. Khoảng cách từ điểm $A(2;\,4;\,3)$ đến mặt phẳng (α): $2x+y+2z+1=0$ và (β): $x=0$ lần lượt là $d(A,(\alpha))$, $d(A,(\beta))$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $d\left(A,(\alpha)\right)=3.d\left(A,(\beta)\right)$.

B. $d\left(A,(\alpha)\right)>d\left(A,(\beta)\right)$.

C. $d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(A,(\beta)\right)$.

D. $2.d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(A,(\beta)\right)$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng : $(\alpha): x-2=0$; $(\beta): y-6=0$; $(\gamma): z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $(\alpha)\perp(\beta)$.

B. $(\beta)//(Oyz)$.

C. $(\gamma)//oz$.

D. (α) qua I.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y-9=0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P)//(Oxz)$

(II) $(P)\perp Oy$

A. Cả (I) và (II) đều sai.

B. (I) đúng, (II) sai.

C. (I) sai, (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) đều đúng.

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+1=0$; $(\beta): x+y-z+2=0$; $(\gamma): x-y+5=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $(\alpha)//(\gamma)$.

B. $(\alpha)\perp(\beta)$.

C. $(\gamma)\perp(\beta)$.

D. $(\alpha)\perp(\gamma)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+5=0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P).

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-16=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$ bằng

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

Câu 58. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng *(P):* $2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất?

Câu 59. Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z-17=0$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B;(P))=2d(A;(P))$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M. Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P).

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+2mz-9=0$ và $(Q): 6x-y-z-10=0$. Tìm m để $(P)\perp(Q)$.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x+my+z-5=0$ và $(Q): nx-3y-2z+7=0$. Tìm m,n để $(P)//(Q)$.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-my-4z-6+m=0$ và $(Q): (m+3)x+y+(5m+1)z-7=0$. Tìm m để $(P)\equiv(Q)$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$; $(Q): 2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của $(R): m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$. Khi đó giá trị của m là bao nhiêu?

Câu 66. Trong không gian *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b.c\neq 0$ và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Tìm mối liên hệ giữa b,c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$ và $(Q): x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

Câu 68. Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$.

Câu 69. *Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a+b+c<-2$?

Câu 70. *Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.

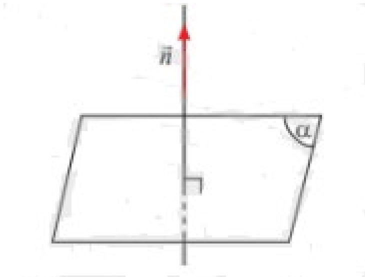
CHƯƠNG 5
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU

BÀI 1
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1. Vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

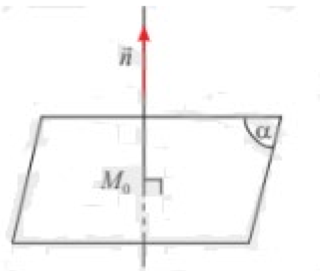
a. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α). Vectơ $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) gọi là **vectơ pháp tuyến** của mặt phẳng (α).



Nhận xét:

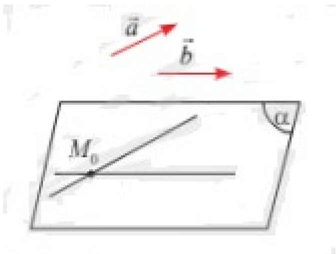
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) thì $k\vec{n}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).
- Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến của nó.



b. Cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng

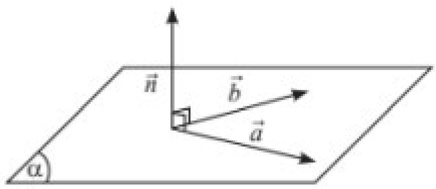
Cho mặt phẳng (α). Nếu hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương và giá của chúng song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{a},\vec{b}$ là cặp véctơ chỉ phương của mặt phẳng (α).

Nhận xét: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và cặp vectơ chỉ phương của nó.



Xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng khi biết một cặp vectơ chỉ phương

Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng (α) nhận hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3),\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ làm cặp vectơ chỉ phương thì (α) nhận $\vec{n}=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$ làm vectơ pháp tuyến.



Chú ý:

- Vectơ $\vec{n}=(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1)$ được gọi là tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, kí hiệu là $\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

- $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix};\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;a_3b_1-a_1b_3;a_1b_2-a_2b_1\right)$

- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$

- Nếu $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ thì vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

a. Khái niệm phương trình tổng quát của mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, mỗi mặt phẳng đều có dạng phương trình: $Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$, được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Nhận xét:

- Nếu mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$ (với $A^2+B^2+C^2\neq 0$) thì vectơ $\vec{n}=(A;B;C)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

- Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

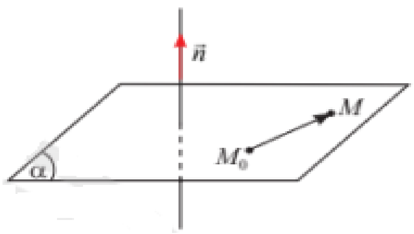
$$N_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$$

b. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng khi biết một số điều kiện

• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết vectơ pháp tuyến

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

hay $Ax+By+Cz+D=0$ với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$

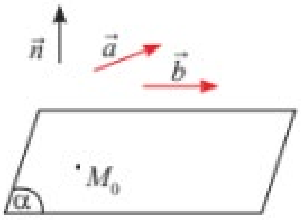


• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm và biết cặp vectơ chỉ phương

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$, ta thực hiện như sau:

Bước 1: Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

Bước 2: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.



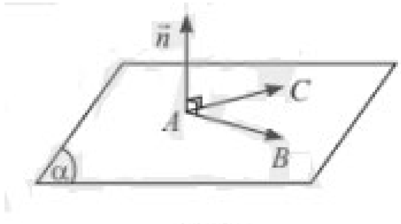
• Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C không thẳng hàng, ta thực hiện như sau:

Bước 1: Tìm cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$.

Bước 2: Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

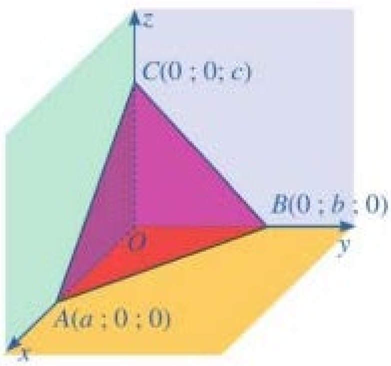
Bước 3: Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A (hoặc điểm B hoặc điểm C) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.



Nhận xét:

Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. với $a.b.c\neq 0$

Phương trình trên được gọi là **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.**

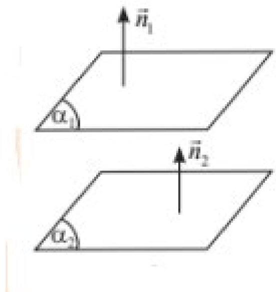


3. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc

a. Điều kiện để hai mặt phẳng song song

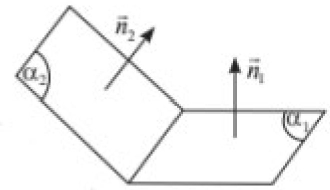
Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\alpha_2): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$.

Khi đó: $(\alpha_1)\,//\,(\alpha_2)\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}_1=k\vec{n}_2\\ D_1\neq kD_2\end{cases}\ (k\in\mathbb{R})$



Chú ý:

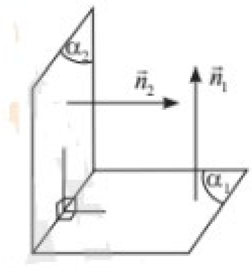
- $(\alpha_1)\equiv(\alpha_2)\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}_1=k\vec{n}_2\\ D_1=kD_2\end{cases}\ (k\in\mathbb{R})$
- (α_1) cắt $(\alpha_2)\Leftrightarrow\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.



b. Điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc

Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\alpha_2): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$.

Khi đó: $(\alpha_1)\perp(\alpha_2)\Leftrightarrow\vec{n}_1.\vec{n}_2=0\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$



4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0,(\alpha))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

CHỦ ĐỀ 1

XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN MẶT PHẲNG

DẠNG 1

XÁC ĐỊNH VECTƠ PHÁP TUYẾN CỦA MẶT PHẲNG

XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC MẶT PHẲNG

1. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

- Mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$
- Nếu mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là $\vec{a},\vec{b}$ thì (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$.
- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là vectơ có giá vuông góc với (α).
- Vectơ chỉ phương của mặt phẳng (α) là vectơ có giá song song hoặc trùng với (α).
- Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của (α) thì $k.\vec{n}$ cũng là một vectơ pháp tuyến của (α).
- Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của (α) thì $k.\vec{a}$ cũng là một vectơ chỉ phương của (α).

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) có phương trình $Ax+By+Cz+D=0$. Khi đó:

- $N_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$
- $N_0(x_0;y_0;z_0)\notin(\alpha)\Leftrightarrow Ax_0+By_0+Cz_0+D\neq 0$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

A. $(2;3;-1)$. **B.** $(3;5;-2)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(3;-5;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;-5;-1)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(2;6;-1)$. **B.** $\vec{c}=(4;6;-1)$. **C.** $\vec{c}=(4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-6;-1)$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\vec{n}=(8;4;-3)$. **B.** $\vec{n}=(-18;0;-3)$. **C.** $\vec{n}=(-18;4;-3)$. **D.** $\vec{n}=(1;4;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;-3;8)$ và $\overrightarrow{AC}=(-1;0;6)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;4;-3)$.

Vậy: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-18;4;-3)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $x-3y^2+z-1=0$. **B.** $x^2+2y+4z-2=0$.

C. $2x-3y+4z-2024=0$. **D.** $2x-3y+4z^2-2025=0$.

Lời giải

Chọn C

phương trình tổng quát của mặt phẳng là: $2x-3y+4z-2024=0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-y+2z-1=0$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(-3;1;-2)$. **B.** $\vec{n}=(3;1;2)$ **C.** $\vec{n}=(3;-1;2)$ **D.** $\vec{n}=(6;-2;4)$

Lời giải

Chọn B

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}=(3;-1;2)$.

$\vec{n}=(-3;1;-2)=-1(3;-1;2)$ là một vec tơ pháp tuyến của (P)

$\vec{n}=(6;-2;4)=2(3;-1;2)$ là một vec tơ pháp tuyến của (P)

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A. $\vec{i}=(1;0;0)$ **B.** $\vec{m}=(1;1;1)$ **C.** $\vec{j}=(0;1;0)$ **D.** $\vec{k}=(0;0;1)$

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng (Oxy) vuông góc với trục Oz nên nhận véctơ $\vec{k}=(0;0;1)$ làm một véc tơ pháp tuyến

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+1=0$?

A. $\vec{a}=(2;-3;1)$ **B.** $\vec{b}=(2;1;-3)$ **C.** $\vec{c}=(2;-3;0)$ **D.** $\vec{d}=(3;2;0)$

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n}=(2;-3;0)=\vec{c}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(3;6;-2)$ **B.** $\vec{n}=(2;-1;3)$ **C.** $\vec{n}=(-3;-6;-2)$ **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x-y+\frac{1}{3}z-1=0. \Leftrightarrow 3x+6y-2z+6=0.$

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}=(3;6;-2)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$.

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $P(2;-1;-1)$. **C.** $M(1;1;-1)$. **D.** $N(1;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

+ Thay toạ độ điểm Q vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1-(-2)+2-2=4\neq 0$ nên $Q\notin(P)$.

+ Thay toạ độ điểm P vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.2-(-1)+(-1)-2=2\neq 0$ nên $P\notin(P)$.

+ Thay toạ độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1-1+(-1)-2=-2\neq 0$ nên $M\notin(P)$.

+ Thay toạ độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta được $2.1-(-1)+(-1)-2=0$ nên $N\in(P)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α)?

A. $Q(3;3;0)$ **B.** $N(2;2;2)$ **C.** $P(1;2;3)$ **D.** $M(1;-1;1)$

Lời giải

Chọn D

A. $Q(3;3;0)$ Thay toạ độ vào phương trình mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0 \Rightarrow 3+3+0-6=0 \Rightarrow Q\in(\alpha)$

B. $N(2;2;2)$ Thay toạ độ vào phương trình mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-6=0$ $\Rightarrow 2+2+2-6=0 \Rightarrow N\in(\alpha)$

C. $P(1;2;3)$ Thay toạ độ vào phương trình mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-6=0 \Rightarrow 1+2+3-6=0 \Rightarrow P\in(\alpha)$

D. $M(1;-1;1)$ Thay toạ độ vào phương trình mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-6=0$ $\Rightarrow 3+3+0-6=0 \Rightarrow M\notin(\alpha)$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $P(0;0;-5)$ **B.** $M(1;1;6)$ **C.** $Q(2;-1;5)$ **D.** $N(-5;0;0)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $1-2.1+6-5=0$ nên $M(1;1;6)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0;2;0)$. **B.** $N(1;2;3)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $Q(0;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Thế tọa độ điểm N vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $\frac{1}{1}+\frac{2}{2}+\frac{3}{3}=1$.

Vậy mặt phẳng $(P):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ không đi qua điểm $N(1;2;3)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):x-y+2z-3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-\frac{3}{2}\right)$. **C.** $P(1;6;1)$. **D.** $Q(0;3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Xét điểm $M\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$,ta có: $1-1+2.\frac{3}{2}-3=0$ đúng nên $M\in(\alpha)$ nên A đúng.

Xét điểm $N\left(1;-1;-\frac{3}{2}\right)$,ta có: $1+1+2.\left(-\frac{3}{2}\right)-3=0$ sai nên $N\notin(\alpha)$ nên B sai.

Xét điểm $P(1;6;1)$,ta có: $1-6+2.1-3=0$ sai nên $P\notin(\alpha)$ nên C sai.

Xét điểm $Q(0;3;0)$,ta có: $0-3+2.0-3=0$ sai nên $Q\notin(\alpha)$ nên D sai.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 14. Trong không gian cho hệ toạ độ $Oxyz$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$.

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;3;0)$.

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;0;0)$.

D. Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;0;-2024)$.

Lời giải

A. Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;0;1)$. **ĐÚNG**

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(0;3;0)$. **ĐÚNG**

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;0;0)$. **ĐÚNG**

D. Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(0;0;-2024)$. **ĐÚNG**

Câu 15. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=3$.

B. $\vec{a}.\vec{b}=-4$.

C. $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=5$.

D. $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-4;3)$.

Lời giải

A. $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=3$. **SAI**

B. $\vec{a}.\vec{b}=-4$. **SAI**

C. $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=5$. **SAI**

D. $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;-4;3)$. **ĐÚNG**

Ta có

$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{u}\right|=\sqrt{(1+1)^2+(-2+1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{4+1+4}=3$ (đúng).

$\vec{a}.\vec{b}=1.1+(-2).1+3.(-1)=1-2-3=-4$ (đúng).

$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\left|\vec{u}\right|=\sqrt{(1-1)^2+(-2-1)^2+(3+1)^2}=\sqrt{0+9+16}=5$ (đúng).

$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\left(\begin{vmatrix}-2 & 3\\ 1 & -1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}3 & 1\\ -1 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & -2\\ 1 & 1\end{vmatrix}\right)=(-1;4;3)$ (sai).

Câu 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba véctơ $\vec{a}=(1;2;-1),\vec{b}=(3;-1;0),\vec{c}=(1;-5;2)$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$.

B. $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$

C. $\vec{a}$ không cùng phương với $\vec{b}$.

D. $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$.

Lời giải

A. $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$. **SAI**

B. $\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$ **ĐÚNG**

C. $\vec{a}$ không cùng phương với $\vec{b}$. **ĐÚNG**

D. $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$. **SAI**

Ta có:

$\left[\vec{a};\vec{b}\right]=(-1;-3;-7)\neq\vec{0}$. Hai véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương.

$\left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=-1+15-14=0$. Ba véctơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y+z-2024=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$.

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;9;3)$.

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-4;-6;-2)$.

D. Điểm $M(0;0;2024)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Lời giải

A. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$. **ĐÚNG**

B. Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(6;9;3)$. **ĐÚNG**

C. Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-4;-6;-2)$. **ĐÚNG**

D. Điểm $M(0;0;2024)$ không thuộc mặt phẳng (P). **SAI**

Véctơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2(2;3;1)$.

$\vec{n}=(6;9;3)=3(2;3;1)$

$\vec{n}=(-4;-6;-2)=-2(2;3;1)$

Thay điểm $M(0;0;2024)$ vào mặt phẳng $(P):2.0+3.0+2024-2024=0\Rightarrow M\in(P)$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Điểm $M(-1;-1;-1)$ không thuộc mặt phẳng (P).

B. Điểm $N(1;1;1)$ thuộc mặt phẳng (P).

C. Điểm $K\left(-3;0;0\right)$ không thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$.

D. Điểm $Q\left(0;0;-3\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$.

Lời giải

A. Điểm $M\left(-1;-1;-1\right)$ không thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$. **ĐÚNG**

B. Điểm $N\left(1;1;1\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$. **ĐÚNG**

C. Điểm $K\left(-3;0;0\right)$ không thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$. **ĐÚNG**

D. Điểm $Q\left(0;0;-3\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$. **SAI**

Điểm $N\left(1;1;1\right)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ nên $N\in\left(P\right)$.

Điểm $M\left(-1;-1;-1\right),K\left(-3;0;0\right)$, $Q\left(0;0;-3\right)$có tọa độ không thỏa mãn phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ nên $M,K,Q\notin\left(P\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(0;1;-1\right)$, $B\left(1;1;2\right)$, $C\left(1;-1;0\right)$. Tính $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]$.

Lời giải

Đáp án: $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=\left(0;2;-2\right)$

Có: $\overrightarrow{BC}=\left(0;-2;-2\right),\overrightarrow{BD}=\left(-1;-1;-1\right)$

$\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=\left(0;2;-2\right)$;

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(2;0;2\right)$, $B\left(1;-1;-2\right)$ và $C\left(-1;1;0\right)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{n}$ có phương vuông góc với hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Đáp án: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-6;-10;4\right)$

$\overrightarrow{AC}=(-3;1;-2),\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-4)$

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-6;-10;4\right)$.

Câu 21. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;0;3)$, $C(-2;1;3)$ và $D(0;1;1)$. Tính $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Đáp án: $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}=-24$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$; $\overrightarrow{AC}=(-3;3;3)$; $\overrightarrow{AD}=(-1;3;1)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-3;-12;9)$;

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=(-3).(-1)+(-12).3+9.1=-24$

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P):2x-6y-8z+1=0$. Tìm tọa độ một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Lời giải

Đáp án: $\vec{n}=(1;-3;-4)$

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P):2x-6y-8z+1=0$ nên một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là $(2;-6;-8)$ hay $(1;-3;-4)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(-5;3;-1)$, $\vec{b}=(1;2;1)$, $\vec{c}=(m;3;-1)$. Tìm giá trị của m sao cho $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]$.

Lời giải

Đáp án: $m=2$ **.**

$\left[\vec{b},\vec{c}\right]=(-5;m+1;3-2m)$

Ta có: $\vec{a}=\left[\vec{b},\vec{c}\right]\Leftrightarrow\begin{cases}m+1=3\\3-2m=-1\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;1;2),\vec{v}=(-1;m;m-2)$. Tìm giá trị của m sao cho $\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{14}$.

Lời giải

Đáp án: $m=1$ hoặc $m=-3$**.**

$\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(-m-2;-m;m+1)\Rightarrow\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{(m+2)^2+m^2+(m+1)^2}=\sqrt{3m^2+6m+5}$

$\left|\left[\vec{u},\vec{v}\right]\right|=\sqrt{14}\Leftrightarrow 3m^2+6m+5=14\Leftrightarrow 3m^2+6m-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-3\end{array}\right.$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{m}=(4;3;1)$, $\vec{n}=(0;0;1)$. Gọi $\vec{p}$ là vectơ cùng hướng với $\left[\vec{m},\vec{n}\right]$ (tích có hướng của hai vectơ $\vec{m}$ và $\vec{n}$). Biết $\left|\vec{p}\right|=15$, tìm tọa độ vectơ $\vec{p}$.

Lời giải

Đáp án: $\vec{p}=(9;-12;0)$ **.**

Ta có : $\left[\vec{m};\vec{n}\right]=(3;-4;0)$

Do $\vec{p}$ là vectơ cùng hướng với $\left[\vec{m};\vec{n}\right]$ nên $\vec{p}=k\left[\vec{m};\vec{n}\right]$, $k>0$

Mặt khác: $\left|\vec{p}\right|=15\Leftrightarrow k.\left|\left[\vec{m},\vec{n}\right]\right|=15\Leftrightarrow k.5=15\Leftrightarrow k=3$.

Vậy $\vec{p}=(9;-12;0)$.

Câu 26. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;3;m)$. Tất cả giá trị của m để $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0$.

Lời giải

Đáp án: $m=14$

Ta có $\overrightarrow{OA}=(0;1;-2)$, $\overrightarrow{OB}=(1;2;1)$, $\overrightarrow{OC}=(4;3;m)$.

$\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right].\overrightarrow{OC}=0 \Leftrightarrow 5.4-2.3-1.m=0 \Leftrightarrow m=14$.

Vậy $m=14$.

DẠNG 2
HAI MẶT PHẲNG SONG SONG, VUÔNG GÓC
KHOẢNG CÁCH MỘT ĐIỂM ĐẾN MẶT PHẲNG

1. Điều kiện hai mặt phẳng song song, vuông góc

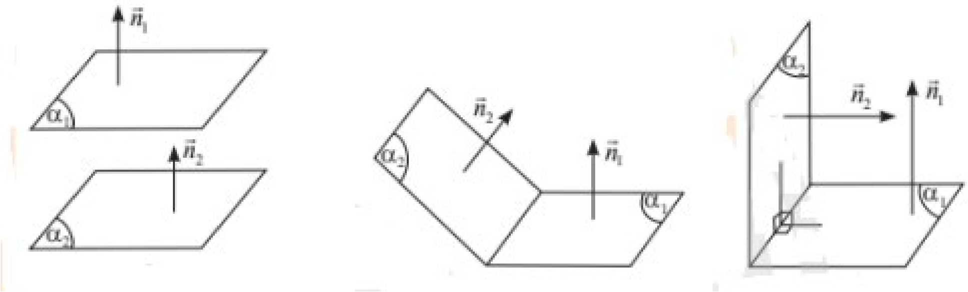
Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\alpha_2): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$. Khi đó:

- $(\alpha_1)\,//\,(\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1=k\vec{n}_2 \\ D_1\neq kD_2 \end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$

- $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = k\vec{n}_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

- (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương.

- $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \vec{n}_1.\vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$



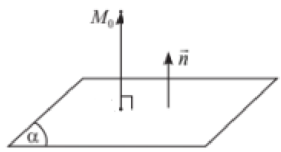
Chú ý:

- $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b} \Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right] = \vec{0}$

- Nếu $\vec{n} = \left[\vec{a},\vec{b}\right]$ thì vectơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$

2. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0,(\alpha)) = \dfrac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$



Chú ý:

- Mặt phẳng (Oxy) có phương trình: $z = 0$.

- Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y = 0$.

- Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x = 0$.

3. Khoảng cách hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia *(Thực chất là khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng).*

Để tính khoảng cách mặt phẳng (α_1) song song với (α_2), ta thực hiện như sau:

Bước 1: Chọn điểm $M \in (\alpha_1)$

Bước 2: Tính khoảng cách điểm M đến (α_2)

Bước 3: Kết luận $d\left((\alpha_1),(\alpha_2)\right) = d\left(M,(\alpha_2)\right)$

Chú ý: Cho 2 mặt phẳng $(\alpha_1): Ax + By + Cz + D_1 = 0$ và $(\alpha_2): Ax + By + Cz + D_2 = 0$ có cùng vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A;B;C)$. Khi đó khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là: $d((\alpha_1),(\alpha)) = \dfrac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 27. Khoảng cách từ điểm $M(3;\ 2;\ 1)$ đến mặt phẳng (P): $Ax+Cz+D=0$, $A.C.D\neq 0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$ **B.** $d(M,(P))=\dfrac{|A+2B+3C+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

C. $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C|}{\sqrt{A^2+C^2}}$. **D.** $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{3^2+1^2}}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dung công thức $d(M_0,(\alpha))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

Ta được: $d(M,(P))=\dfrac{|3A+C+D|}{\sqrt{A^2+C^2}}$

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\dfrac{5}{9}$. **B.** $d=\dfrac{5}{29}$. **C.** $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách d từ A đến (P) là $d(A,(P))=\dfrac{|3x_A+4y_A+2z_A+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\dfrac{|3-8+6+4|}{\sqrt{29}}$

$\Rightarrow d(A,(P))=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;0)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d(M,(P))=\dfrac{|2.(-1)-2.2+0-1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{5}{3}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$.

A. $\frac{11}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$d\left(M;(P)\right)=\frac{\left|1+2.2+2.(-3)-10\right|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{|-11|}{3}=\frac{11}{3}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-4=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-2)$ lên mặt phẳng (P). Độ dài đoạn thẳng MH là

A. 2. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm $M(3;1;-2)$ đến mặt phẳng (P): $MH=d\left(M,(P)\right)=\frac{\left|2.3-1+2.(-2)-4\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=1$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P):2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

A. 3. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$AH=d\left(A,(P)\right)=\frac{|2+2-6+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=1$.

Câu 33. Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (Oxy), (Oyz) lần lượt bằng:

A. 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

Lời giải

Chọn A

$d\left(M,(Oxy)\right)=|z_M|=6$; $d(M,(Oyz))=|x_M|=4$.

Câu 34. Tính khoảng cách từ điểm $B(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng (P): $y+1=0$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. y_0. **B.** $|y_0|$. **C.** $\frac{|y_0+1|}{\sqrt{2}}$. **D.** $|y_0+1|$.

Lời giải

Chọn D

Câu 35. Khoảng cách từ điểm $C(-2;\ 0;\ 0)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Điểm C thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $d\left(C,(Oxy)\right)=0$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Lấy $A(2;1;3)\in(P)$.Do (P) song song với (Q) nên

Ta có $d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=\frac{|2+2.1+2.3-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{7}{3}$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$ và $(Q): x+2y+3z+6=0$ là

A. $\frac{7}{\sqrt{14}}$ **B.** $\frac{8}{\sqrt{14}}$ **C.** 14 **D.** $\frac{5}{\sqrt{14}}$

Lời giải

Chọn A

$(P): x+2y+3z-1=0$ $(Q): x+2y+3z+6=0$. Ta có: $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}\neq\frac{-1}{6}$

trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh: $(P): Ax+By+Cz+D_1=0$; $(Q)\ Ax+By+Cz+D_2=0$

$$\mathrm{d}\left((P);(Q)\right)=\frac{|D_2-D_1|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

$(P)//(Q)$ áp dụng công thức: $\mathrm{d}\left((P);(Q)\right)=\frac{|-1-6|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-8=0$ và $(Q): x+2y+2z-4=0$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases}(P)//(Q)\\ A(8;0;0)\in(P)\end{cases}\Rightarrow d\left((P);(Q)\right)=d\left(A;(Q)\right)=\frac{|8+2.0+2.0-4|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{4}{3}$.

Nhận xét:

Nếu mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d$ *và* $(Q): ax+by+cz+d'$ $\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ *song song với nhau* $(d \neq d')$ *thì* $d\left((P);(Q)\right)=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$..

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+z-2=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x-y-z-2=0$. **B.** $x-y-z-2=0$. **C.** $x+y+z-2=0$. **D.** $2x+y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;1;1)$.

Mặt phẳng (Q): $x-y-z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-1;-1)$.

Mà $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}=2-1-1=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_Q} \Rightarrow (P)\perp(Q)$.

Vậy mặt phẳng $x-y-z-2=0$ là mặt phẳng cần tìm.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$, với $m,n\in\mathbb{R}$. Xác định m,n để (P) song song với (Q).

A. $m=n=-4$. **B.** $m=4; n=-4$. **C.** $m=-4; n=4$. **D.** $m=n=4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_1}(2;m;3)$

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n_2}(n;-8;-6)$

Mặt phẳng $(P)//(Q) \Rightarrow \vec{n_1}=k\,\vec{n_2}\ (k\in\mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases}2=kn\\ m=-8k\\ 3=-6k\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\ m=4\\ n=-4\end{cases}$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-6$ **D.** $m=6$

Lời giải

Chọn D

Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

$1.m-2.1+2.(-2)=0 \Leftrightarrow m=6$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$, $(Q): 2x+my+2z+3=0$ và $(R): -x+2y+nz=0$. Tính tổng $m+2n$, biết rằng $(P)\perp(R)$ và $(P)//(Q)$

A. -6. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

$(P): x+y+z-1=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;1)$

$(Q): 2x+my+2z+3=0$ có VTPT $\vec{b}=(2;m;2)$

$(R): -x+2y+nz=0$ có VTPT $\vec{c}=(-1;2;n)$

$(P)\perp(R) \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{c}=0 \Leftrightarrow n=-1$

$(P)//(Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1}=\frac{m}{1}=\frac{2}{1} \Leftrightarrow m=2$

Vậy $m+2n=2+2(-1)=0$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+y-2z+5=0$ và $(Q): 4x+(2-m)y+mz-3=0$, m là tham số thực. Tìm tham số m sao cho mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).

A. $m=-3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (Q) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(4;2-m;m)$.

Ta có: $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}\perp\overrightarrow{n_{(Q)}} \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}.\overrightarrow{n_{(Q)}}=0 \Leftrightarrow 4.1+2-m-2m=0 \Leftrightarrow m=2$.

Nên $m=2$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vec tơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-1)$, vec tơ pháp tuyến của (β) là $\overrightarrow{n_2}=(2;4;-m)$.

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song khi $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{-m}{-1}\neq\frac{-2}{-1}$

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 45. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3.

A. $(Q): x+2y-2z+8=0$. **B.** $(Q): x+2y-2z+5=0$.

C. $(Q): x+2y-2z+1=0$. **D.** $(Q): x+2y-2z+2=0$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $(P): x+2y-2z-1=0$, chọn $A(1;0;0)\in(P)$.

+ Xét đáp án A, ta có $d(A;(Q))=\dfrac{|1+8|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$. Vậy đáp án A thoả mãn.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 46. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;0)$ và các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Oxz). Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $d(M,(Oxz))=2$.

B. $d(M,(Oyz))=1$.

C. $d(M,(Oxy))=1$.

D. $d(M,(Oxz))>d(M,(Oyz))$.

Lời giải

A. $d(M,(Oxz))=2$. **ĐÚNG**

B. $d(M,(Oyz))=1$. **ĐÚNG**

C. $d(M,(Oxy))=1$. **SAI**

D. $d(M,(Oxz))>d(M,(Oyz))$. **ĐÚNG**

Câu 47. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (Q) bằng 1. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + y + z - 3 = 0$.

B. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y + 2z - 3 = 0$.

C. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y - 2z + 6 = 0$.

D. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + y + z - 3 = 0$.

Lời giải

A. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + y + z - 3 = 0$. **SAI**

B. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y + 2z - 3 = 0$. **ĐÚNG**

C. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2x + y - 2z + 6 = 0$. **SAI**

D. Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $x + y + z - 3 = 0$. **SAI**

Dùng công thức khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng, sau đó tính khoảng cách lần lượt trong mỗi trường hợp và chọn đáp án đúng và sai.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-6=0$ và $(Q): x+2y-2z+3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

Lời giải

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. **ĐÚNG**

B. Hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau. **SAI**

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3. **ĐÚNG**

Nhận xét: hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. **SAI**

Lấy $M(6;0;0)\in(P)$ ta có $d\left((P);(Q)\right)=d\left(M;(Q)\right)=\dfrac{|1.6+2.0-2.0+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $N(0;1;0)$ và hai mặt phẳng $(P):2x-y-2z-9=0$, $(Q):4x-2y-4z-6=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

B. Khoảng cách điểm đến mặt phẳng (Q) bằng $\dfrac{1}{2}$.

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2.

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3.

Lời giải

A. Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. **ĐÚNG**

B. Khoảng cách điểm đến mặt phẳng (Q) bằng $\dfrac{1}{2}$. **SAI**

C. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 2. **ĐÚNG**

D. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 3. **SAI**

$$d\left(N,(Q)\right)=\frac{|-2.1-6|}{\sqrt{4^2+(-2)^2+(-4)^2}}=\frac{4}{3}$$

Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

Trong mặt phẳng (P) ta chọn điểm $M(0;-9;0)$. Tính khoảng cách từ M đến (Q) ta có:

$$d\left(M,(Q)\right)=\frac{|4.0-2.(-9)-4.0-6|}{\sqrt{4^2+(-2)^2+(-4)^2}}=2.$$

Vậy $d\left((P),(Q)\right)=d\left(M,(Q)\right)=2$.

Câu 50. Khoảng cách từ điểm $A(2;\,4;\,3)$ đến mặt phẳng (α): $2x+y+2z+1=0$ và (β): $x=0$ lần lượt là $d(A,(\alpha))$, $d(A,(\beta))$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $d\left(A,(\alpha)\right)=3.d\left(A,(\beta)\right)$.

B. $d\left(A,(\alpha)\right)>d\left(A,(\beta)\right)$.

C. $d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(A,(\beta)\right)$.

D. $2.d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(A,(\beta)\right)$.

Lời giải

A. $d\left(A,(\alpha)\right)=3.d\left(A,(\beta)\right)$. **SAI**

B. $d\left(A,(\alpha)\right)>d\left(A,(\beta)\right)$. **SAI**

C. $d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(A,(\beta)\right)$. **SAI**

D. $2.d\left(A,(\alpha)\right)=d\left(A,(\beta)\right)$. **ĐÚNG**

$d\left(A,(\alpha)\right)=\dfrac{|2.x_A+y_A+2.z_A+1|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=1$; $d\left(A,(\beta)\right)=\dfrac{|x_A|}{\sqrt{1^2}}=2$.

Kết luận: $d\left(A,(\beta)\right)=2.d\left(A,(\alpha)\right)$.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng : $(\alpha):x-2=0$; $(\beta):y-6=0$; $(\gamma):z-3=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $(\alpha)\perp(\beta)$.

B. $(\beta)//(Oyz)$.

C. $(\gamma)//oz$.

D. (α) qua I.

Lời giải

A. $(\alpha)\perp(\beta)$. **ĐÚNG**

B. $(\beta)//(Oyz)$. **SAI**

C. $(\gamma)//oz$. **SAI**

D. (α) qua I. **SAI**

$(\alpha):x-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;0;0)$

$(\beta):y-6=0$ có VTPT $\vec{b}=(0;1;0)$

$(\gamma):z+3=0$ có VTPT $\vec{c}=(0;0;1)$

A. đúng vì ta có $\vec{a}.\vec{b}=0\Rightarrow(\alpha)\perp(\beta)$.

B. sai vì (Oyz) có VTCP $(1;0;0)$ và $(\beta):y-6=0$ có VTPT $\vec{b}=(0;1;0)$

C sai vì $(\gamma):z+3=0$ có VTPT $\vec{c}=(0;0;1)$ và trục có vectơ chỉ phương $(0;0;1)$

D sai vì thay tọa độ điểm I vào (α) ta thấy không thỏa mãn nên $I\notin(\alpha)$.

Câu 52. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y-9=0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P)//(Oxz)$

(II) $(P)\perp Oy$

A. Cả (I) và (II) đều sai.

B. (I) đúng, (II) sai.

C. (I) sai, (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) đều đúng.

Lời giải

A. Cả (I) và (II) đều sai. **SAI**

B. (I) đúng, (II) sai. **SAI**

C. (I) sai, (II) đúng. **SAI**

D. Cả (I) và (II) đều đúng. **ĐÚNG**

(Oxz) có VTPT $\vec{a}=(0;1;0)$

$(P)//(Oxz)$ đúng

Oy có VTCP $\vec{a}=(0;1;0)$ cũng là VTPT của (P)

$(P)\perp Oy$ đúng

Câu 53. Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z+1=0$; $(\beta): x+y-z+2=0$; $(\gamma): x-y+5=0$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

A. $(\alpha)//(\gamma)$.

B. $(\alpha)\perp(\beta)$.

C. $(\gamma)\perp(\beta)$.

D. $(\alpha)\perp(\gamma)$.

Lời giải

A. $(\alpha)//(\gamma)$. **SAI**

B. $(\alpha)\perp(\beta)$. **ĐÚNG**

C. $(\gamma)\perp(\beta)$. **ĐÚNG**

D. $(\alpha)\perp(\gamma)$. **ĐÚNG**

$(\alpha): x+y+2z+1=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;2)$

$(\beta): x+y-z+2=0$ có VTPT $\vec{b}=(1;1;-1)$

$(\gamma): x-y+5=0$ có VTPT $\vec{c}=(1;-1;0)$

Ta có $\left[\vec{a};\vec{c}\right]=(2;2;-2)\neq\vec{0}$ $\Rightarrow(\alpha)$ và (γ) không song song nhau

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=0\Rightarrow(\alpha)\perp(\beta)$

Ta có $\vec{a}.\vec{c}=0 \Rightarrow (\alpha)\perp(\gamma)$

Ta có $\vec{b}.\vec{c}=0 \Rightarrow (\beta)\perp(\gamma)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+5=0$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P).

Lời giải

Đáp án: $d(M,(P))=\frac{4}{3}$

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P): $d(M,(P))=\frac{|2.(-1)-2.2+1.(-3)+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{4}{3}$.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y-2z-16=0$ và $(Q): x+2y-2z-1=0$ bằng

Lời giải

Đáp án: $d((P),(Q))=5$

Ta có $\begin{cases}(P)//(Q)\\ A(16;0;0)\in(P)\end{cases} \Rightarrow d((P),(Q))=d(A,(Q))=\frac{|16+2.0-2.0-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=5.$

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x+y-z+1=0$ và $(Q): x-y+z-5=0$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $M(0;-3;0)$

Ta có $M\in Oy \Rightarrow M(0;y;0)$.

Theo giả thiết: $d(M,(P))=d(M,(Q)) \Leftrightarrow \frac{|y+1|}{\sqrt{3}}=\frac{|-y-5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow y=-3$.

Vậy $M(0;-3;0)$

Câu 57. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x+y+mz-1=0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB.

Lời giải

Đáp án: $m=2$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1) \Rightarrow AB=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=3$ (1).

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P): $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|2.1+2+m.3-1|}{\sqrt{2^2+1^2+m^2}}=\dfrac{|3m+3|}{\sqrt{5+m^2}}$ (2).

Để $AB=d\left(A,(P)\right)\Rightarrow 3=\dfrac{|3m+3|}{\sqrt{5+m^2}}\Leftrightarrow 9\left(5+m^2\right)=9(m+1)^2\Leftrightarrow m=2$.

Câu 58. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng *(P):* $2x-y+3z-4=0$ nhỏ nhất?

Lời giải

Đáp án: $M(0;-4;0)$.

Khoảng cách từ M đến (P) nhỏ nhất khi M thuộc (P). Nên M là giao điểm của trục Oy với mặt phẳng (P).

Thay $x=0$, $z=0$ vào phương trình (P) ta được $y=-4$.

Vậy $M(0;-4;0)$.

Câu 59. Tìm trên trục Oz điểm M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z-17=0$.

Lời giải

Đáp án: $M(0;0;3)$

Vì $M\in Oz\Rightarrow M(0;0;m)$. Ta có: $MA=\sqrt{2^2+3^2+(4-m)^2}$; $d\left(M,(P)\right)=\dfrac{|m-17|}{\sqrt{14}}$.

M cách đều điểm $A(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+3y+z-17=0$ khi và chỉ khi

$\sqrt{2^2+3^2+(4-m)^2}=\dfrac{|m-17|}{\sqrt{14}}\Leftrightarrow 13(m-3)^2=0\Leftrightarrow m=3$. Vậy $M(0;0;3)$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d\left(B;(P)\right)=2d\left(A;(P)\right)$, (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Tính $a+b+c$.

Lời giải

Đáp án: $a+b+c=4$

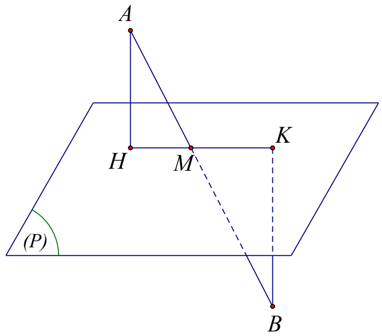
Vì $d\left(B;(P)\right)=2d\left(A;(P)\right)$ và (P) cắt đoạn AB tại I nên

$$\overrightarrow{BI}=-2\overrightarrow{AI}\Leftrightarrow\begin{cases}a-5=-2(a-1)\\ b+4=-2(b-2)\\ c+1=-2(c-3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{3}\\ b=0\\ c=\dfrac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow a+b+c=4.$$

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y-12z+5=0$ và điểm $A(2;4;-1)$. Trên mặt phẳng (P) lấy điểm M. Gọi B là điểm sao cho $\overrightarrow{AB}=3.\overrightarrow{AM}$. Tính khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (P).

Lời giải

Đáp án: $d\left(B,(P)\right)=6$



Ta có: $\overrightarrow{AB} = 3.\overrightarrow{AM} \Rightarrow BM = 2.AM \Rightarrow \dfrac{d\left(B,(P)\right)}{d\left(A,(P)\right)} = \dfrac{BM}{AM} = 2$

$\Rightarrow d\left(B,(P)\right) = 2.d\left(A,(P)\right) = 2.\dfrac{\left|3.2+4.4-12.(-1)+5\right|}{\sqrt{3^2+4^2+(-12)^2}} = 2.3 = 6$.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+2mz-9=0$ và $(Q): 6x-y-z-10=0$. Tìm m để $(P)\perp(Q)$.

Lời giải

Đáp án: $m=4$

$(P): 2x+my+2mz-9=0$ có VTPT $\vec{a}=(2;m;2m)$

$(Q): 6x-y-z-10=0$ có VTPT $\vec{b}=(6;-1;-1)$

$(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b}=0 \Leftrightarrow 2.6+m.(-1)+2m.(-1)=0 \Leftrightarrow m=4$

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x+my+z-5=0$ và $(Q): nx-3y-2z+7=0$. Tìm m,n để $(P)//(Q)$.

Lời giải

Đáp án: $m=\dfrac{3}{2}; n=-10$

$(P): 5x+my+z-5=0$ có VTPT $\vec{a}=(5;m;1)$

$(Q): nx-3y-2z+7=0$ có VTPT $\vec{b}=(n;-3;-2)$

$$(P)//(Q) \Leftrightarrow \left[\vec{a};\vec{b}\right]=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+3=0 \\ n+10=0 \\ -15-mn=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\dfrac{3}{2} \\ n=-10 \end{cases}$$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-my-4z-6+m=0$ và $(Q): (m+3)x+y+(5m+1)z-7=0$. Tìm m để $(P)\equiv(Q)$.

Lời giải

Đáp án: $m=-1$

$$(P)\equiv(Q) \Leftrightarrow \frac{2}{m+3}=\frac{-m}{1}=\frac{-4}{5m+1}=\frac{-6+m}{-7}\left(m\neq -3,-\frac{1}{5}\right) \Leftrightarrow m=-1$$

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P): $x-2y-z+3=0$; (Q): $2x+y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) đi qua điểm $M(1;1;1)$ chứa giao tuyến của (P) và (Q); phương trình của (R): $m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$. Khi đó giá trị của m là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $m=-3$

Vì (R): $m(x-2y-z+3)+(2x+y+z-1)=0$ đi qua điểm $M(1;1;1)$ nên ta có:

$m(1-2.1-1+3)+(2.1+1+1-1)=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b.c\neq 0$ và mặt phẳng (P): $y-z+1=0$. Tìm mối liên hệ giữa b,c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P).

Lời giải

Đáp án: $b=c$

• Phương trình (ABC): $\frac{x}{1}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \Rightarrow (ABC)$ có VTPT: $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{b};\frac{1}{c}\right)$.

• Phương trình (P): $y-z+1=0$ $\Rightarrow (P)$ có VTPT: $\vec{n}'=(0;1;-1)$.

• $(ABC)\perp(P) \Leftrightarrow \vec{n}.\vec{n'}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{b}-\frac{1}{c}=0 \Leftrightarrow b=c$.

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $ax-y+2z+b=0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $x-y-z+1=0$ và (Q): $x+2y+z-1=0$. Tính $a+4b$.

Lời giải

Đáp án: $a+4b=-16$.

Trên giao tuyến Δ của hai mặt phẳng $(P),(Q)$ ta lấy lần lượt 2 điểm A,B như sau:

Lấy $A(x;y;1)\in\Delta$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x-y=0 \\ x+2y=0 \end{cases} \Rightarrow x=y=0 \Rightarrow A(0;0;1)$.

Lấy $B(-1;y;z)\in\Delta$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y+z=0 \\ 2y+z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ z=-2 \end{cases} \Rightarrow B(-1;2;-2)$.

Vì $\Delta\subset(\alpha)$ nên $A,B\in(\alpha)$. Do đó ta có: $\begin{cases} 2+b=0 \\ -a+b-6=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-8 \\ b=-2 \end{cases}$.

Vậy $a+4b=-8+2.(-2)=-16$.

Câu 68. Gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m): $mx+2y+nz+1=0$ và (Q_m): $x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng (α): $4x-y-6z+3=0$. Tính $m+n$.

Lời giải

Đáp án: $m+n=3$

+ (P_m): $mx+2y+nz+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1}(m;2;n)$.

$(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}(1;-m;n)$.

$(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}(4;-1;-6)$.

+ Giao tuyến của hai mặt phẳng (P_m) và (Q_m) vuông góc với mặt phẳng (α) nên

$$\begin{cases}(P_m)\perp(\alpha)\\(Q_m)\perp(\alpha)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\\\overrightarrow{n_2}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_\alpha}=0\\\overrightarrow{n_2}.\overrightarrow{n_\alpha}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m-2-6n=0\\4+m-6n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}.$$

Vậy $m + n = 3$.

Câu 69. *Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

Lời giải

Đáp án: không tồn tại mặt phẳng (P).

Ta có mặt phẳng cần tìm là $(P): x + y + z + d = 0$ với $d \neq 3$.

Mặt phẳng (P) cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{|6+d|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}d=3\\d=-15\end{array}\right.$ đối chiếu điều kiện suy ra $d = -15$. Khi đó $(P): x + y + z - 15 = 0$.

Theo giả thiết $X(a;b;c) \in (P) \Leftrightarrow a + b + c = 15 > -2$ không thỏa mãn $a + b + c < -2$.

Vậy không tồn tại mặt phẳng (P).

Câu 70. *Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.

Lời giải

Đáp án: $b_1b_2 + c_1c_2 = -9$

Cách 1

Xét mặt phẳng (α) có phương trình $x + by + cz + d = 0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O.

Vì (α) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}1+b+c+d=0\\-2b+2c+d=0\end{cases}\quad(*)$$

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại $M(-d;0;0), N\left(0;\dfrac{-d}{b};0\right)$.

Vì M, N cách đều O nên $OM = ON$. Suy ra: $|d| = \left|\dfrac{d}{b}\right|$.

Nếu $d = 0$ thì chỉ tồn tại duy nhất một mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán (mặt phẳng này sẽ đi qua điểm O).

Do đó để tồn tại hai mặt phẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán thì: $|d| = \left|\dfrac{d}{b}\right| \Leftrightarrow b = \pm 1$.

• Với $b = 1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c + d = -2 \\ 2c + d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ d = -6 \end{cases}$. Ta được mặt phẳng (P): $x + y + 4z - 6 = 0$

• Với $b = -1$, $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} c + d = 0 \\ 2c + d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2 \\ d = 2 \end{cases}$. Ta được mặt phẳng (Q): $x - y - 2z + 2 = 0$

Vậy: $b_1b_2 + c_1c_2 = 1.(-1) + 4.(-2) = -9$.

Cách 2

$\overrightarrow{AB} = (-1; -3; 1)$

Xét mặt phẳng (α) có phương trình $x + by + cz + d = 0$ thỏa mãn các điều kiện: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O

lần lượt tại M, N. Vì M, N cách đều O nên ta có 2 trường hợp sau:

TH1: $M(a;0;0), N(0;a;0)$ với $a \neq 0$ khi đó (α) chính là (P). Ta có $\overrightarrow{MN} = (-a; a; 0)$, chọn $\overrightarrow{u_1} = (-1;1;0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_P = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_1}\right] = (-1;-1;-4)$,

suy ra $(P): x + y + 4z + d_1 = 0$

TH2: $M(-a;0;0), N(0;a;0)$ với $a \neq 0$ khi đó (α) chính là (Q). Ta có $\overrightarrow{MN} = (a; a; 0)$, chọn $\overrightarrow{u_2} = (1;1;0)$ là một véc tơ cùng phương với $\overrightarrow{MN}$. Khi đó $\vec{n}_Q = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_2}\right] = (-1;1;2)$,

suy ra $(Q): x - y - 2z + d_2 = 0$

Vậy: $b_1b_2 + c_1c_2 = 1.(-1) + 4.(-2) = -9$.

CHỦ ĐỀ 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α), thông thường ta có 3 trường hợp cơ bản sau:

Trường hợp 1: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) thì viết dưới dạng sau:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Trường hợp 2: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax+By+Cz+D=0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D.

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

Trường hợp 3: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A,B,C.

Chú ý:

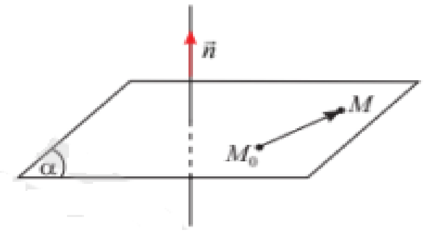
- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;B;C)$.

DẠNG 1
VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT MỘT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG VÀ MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và biết một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

hay $Ax+By+Cz+D=0$ với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$



Chú ý:

- Phải nắm vững khái niệm **vectơ pháp tuyến** và **vectơ chỉ phương** của mặt phẳng.

+ Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là vectơ **có giá vuông góc** với mặt phẳng đó. Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng thì $k\vec{n}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

+ Vectơ vectơ chỉ phương của mặt phẳng là vectơ **có giá song song** với mặt phẳng đó. Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của mặt phẳng thì $k\vec{a}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của mặt phẳng đó.

- Mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ ($\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương) thì mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

- Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C không thẳng hàng thì có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ nên mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

- Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.

+ Hai mặt phẳng song song thì có cùng vectơ pháp tuyến.

+ Hai mặt phẳng vuông góc thì vectơ chỉ phương của mặt phẳng này là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kia.

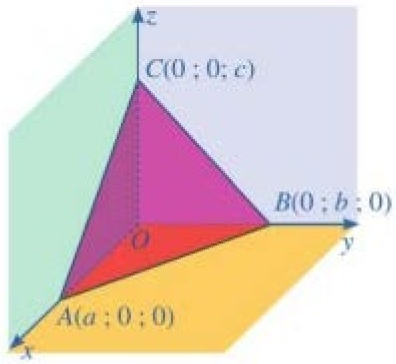
+ Đường thẳng song song mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ chỉ phương của mặt phẳng.

+ Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

a. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

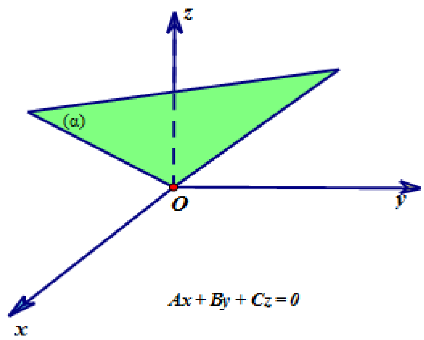
Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn** là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. với $a.b.c \neq 0$



a. Phương trình mặt phẳng đặc biệt

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2 \neq 0$

- Nếu $D=0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có dạng $(\alpha): Ax+By+Cz=0$.



- Nếu $A=0, B\neq 0, C\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox.

  + Mặt phẳng (α) song song Ox thì có dạng $(\alpha): By+Cz+D=0$. (Hình 1)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục Ox thì có dạng $(\alpha): By+Cz=0$.

- Nếu $A\neq 0, B=0, C\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy.

  + Mặt phẳng (α) song song Oy thì có dạng $(\alpha): Ax+Cz+D=0$. (Hình 2)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục Oy thì có dạng $(\alpha): Ax+Cz=0$.

- Nếu $A\neq 0, B\neq 0, C=0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz.

  + Mặt phẳng (α) song song Oz thì có dạng $(\alpha): Ax+By+D=0$. (Hình 3)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục Oz thì có dạng $(\alpha): Ax+By=0$.

- Nếu $A=B=0, C\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy).

  + Mặt phẳng (α) song song (Oxy) thì có dạng $(\alpha): Cz+D=0$. (Hình 4)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxy) thì có dạng $(\alpha): z=0$.

- Nếu $A=C=0, B\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz).

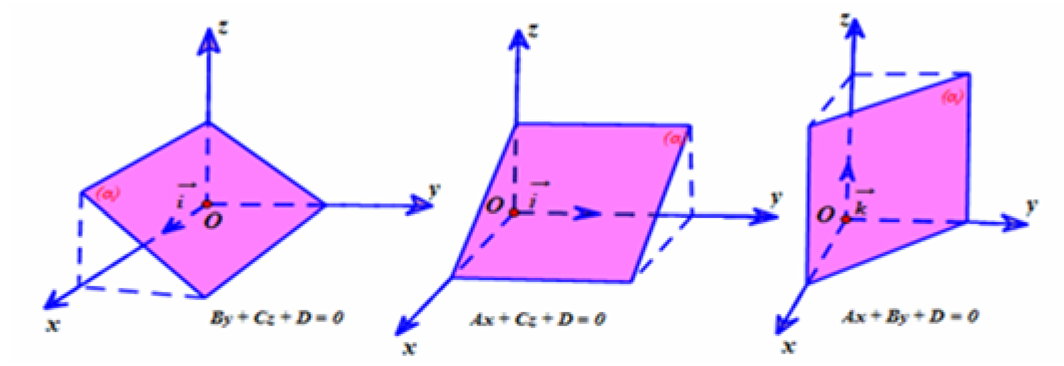
+ Mặt phẳng (α) song song (Oxz) thì có dạng $(\alpha): By + D = 0$. (Hình 5)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxz) thì có dạng $(\alpha): y = 0$.

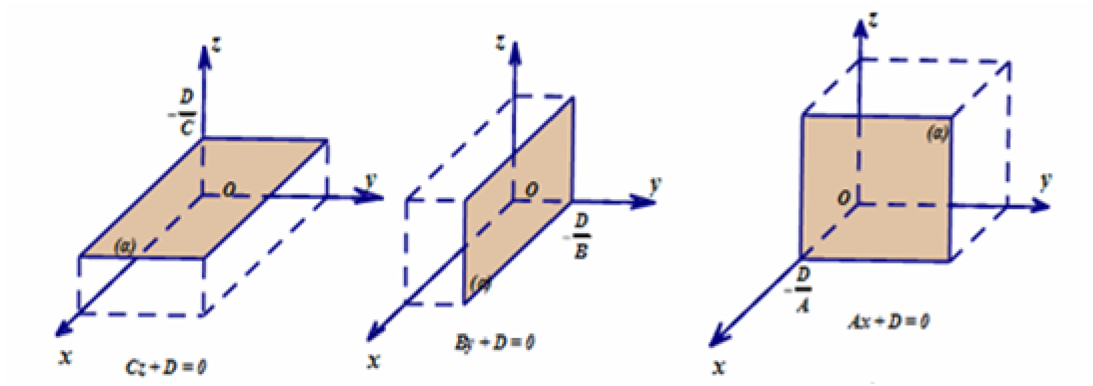
- Nếu $B = C = 0, A \neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz).

+ Mặt phẳng (α) song song (Oyz) thì có dạng $(\alpha): Ax + D = 0$. (Hình 6)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oyz) thì có dạng $(\alpha): x = 0$.



Hình 1 **Hình 2** **Hình 3**



Hình 4 **Hình 5** **Hình 6**

Nhận xét:

- Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình (α): $Ax + By + Cz + D = 0$ làm chuẩn.

+ Mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ $O(0;0;0)$ thì $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) chứa trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D = 0$.

+ Mặt phẳng (α) song song trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D \neq 0$.

- Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vectơ chỉ phương của các trục Ox, Oy, Oz và vectơ pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến.

+ Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.

+ Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

+ Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.

+ Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

A. $x-2y+3z+12=0$ **B.** $x-2y-3z-6=0$ **C.** $x-2y+3z-12=0$ **D.** $x-2y-3z+6=0$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$. **C.** $x-2y-4=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-2;-3)$ là

A. $4x-2y+3z-9=0$. **B.** $4x-2y-3z-15=0$.

C. $3x-z-15=0$. **D.** $4x-2y-3z+15=0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1;1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-2)$ là

A. $x-2y-2z-1=0$. **B.** $-x+y-2z-1=0$. **C.** $x-2y-2z+7=0$. **D.** $-x+y-2z+1=0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y=0$ **B.** $x=0$ **C.** $y-z=0$ **D.** $z=0$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx?

A. $x=0$. **B.** $y-1=0$. **C.** $y=0$. **D.** $z=0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2),\vec{b}=(1;0;3)$ là

A. $3x-5y-z-6=0$. **B.** $3x-5y-z+6=0$. **C.** $3x+5y-z+6=0$. **D.** $3x-5y+z-6=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp vectơ $\vec{a}=(2;1;-2),\vec{b}=(1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (P) qua $C(1;1;3)$ là

A. $2x+6y-z-7=0$. **B.** $2x-6y-z+5=0$. **C.** $2x+6y+z+5=0$. **D.** $2x-6y-z+7=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2),\mathrm{B}(2;-2;1),C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+y-z+d=0$. Hãy xác định a và d.

A. $a=1,d=1$. **B.** $a=6,d=-6$. **C.** $a=-1,d=-6$. **D.** $a=-6,d=6$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.

C. $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$. **C.** $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.

C. $4x+2y+z-4=0$. **D.** $2x+2y+z-11=0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$ **B.** $x+y+2z-6=0$ **C.** $x+3y+4z-7=0$ **D.** $x+3y+4z-26=0$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $3x+2z+1=0$ **B.** $x+2y-2z+1=0$ **C.** $x+2y-2z-1=0$ **D.** $3x+2z-1=0$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $y+2z-5=0$. **B.** $2x-y-1=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $-y+2z-5=0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y-z=0$ có phương trình là

A. $4x-3y+2z+3=0$. **B.** $4x-3y-2z+3=0$. **C.** $2x+y-3z-1=0$. **D.** $4x+y-2z-1=0$.

Câu 20. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

A. $2x-y-2z=0.$ **B.** $2x-y+2z=0.$

C. $2x+y-2z=0.$ **D.** $2x+y-2z+1=0.$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b+c=5$. **B.** $a+b+c=15$. **C.** $a+b+c=-5$. **D.** $a+b+c=-15$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$, $(Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

A. $x+y+z-3=0$ **B.** $x+y+z+3=0$ **C.** $-2x+z+6=0$ **D.** $-2x+z-6=0$

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-9=0$ chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-12$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.

C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai vectơ $\vec{v}=(-1;2;3)$, $\vec{u}=(-2;0;1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$.

B. $\vec{u}\perp\vec{v}$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ là: $x-2y-3z+4=0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{u}=(-2;0;1)$ là: $2x-y+1=0$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}+5\vec{k}$.

B. $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là $x-y+z-4=0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là $2x+y-z-2=0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y-z-12=0$.

B. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $-3x+2y-z+12=0$

C. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y+z-12=0$.

D. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x+2y-z-12=0$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0), B(4;1;2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$.

B. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x+y+2z-3=0$.

C. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.

D. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x+y+2z-12=0$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox,Oy,Oz. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$.

B. Điểm B có tọa độ là $A(1;2;0)$.

C. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

D. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. Điểm A_1 có tọa độ là $A_1(3;5;0)$. .

B. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x+6y+15z-60=0$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $10x+6y+15z-90=0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm A_1, A_2, A_3 là $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$

B. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1;1;2)$.

C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x+y+2z-6=0$.

D. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x-y-z=0$.

Câu 32. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$

B. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $x+z=0$.

C. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A,(P))=\frac{7\sqrt{6}}{6}$

D. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $3x-y+z=0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tổng quát mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-2;-3;8),\vec{b}=(-1;0;6)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD. Viết phương trình mặt phẳng (α).

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$. Viết phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P).

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2),B(3;2;0),C(0;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

Câu 38. Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1),B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Viết phương trình mặt phẳng (MNP).

DẠNG 2

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG MÀ KHÔNG BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG

Khi viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) mà có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax+By+Cz+D=0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D.

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3? Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $(Q):2x+2y-z+10=0$. **B.** $(Q):2x+2y-z+4=0$.

C. $(Q):2x+2y-z+8=0$. **D.** $(Q):2x+2y-z-8=0$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x+3y-6z+1=0$. **B.** $3x+2y-6z+1=0$.

C. $3x+2y-5z=0$. **D.** $6x+2y-3z-5=0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0),B(0;4;0),C(0;0;6),D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$ **B.** $6x+3y+2z-12=0$

C. $6x+3y+2z=0$ **D.** $6x+3y+2z-36=0$

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q): $x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O, song song với mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+2z+1=0$ **B.** $x+2y+2z=0$ **C.** $x+2y+2z-6=0$ **D.** $x+2y+2z+3=0$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A. $(Q): 2x-2y+z+4=0$. **B.** $(Q): 2x-2y+z-14=0$.

C. $(Q): 2x-2y+z-19=0$. **D.** $(Q): 2x-2y+z-8=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 46. Trong không gian hệ toạ độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x+y-z+3=0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2): 3x-y+4z+8=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2).

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, gọi (γ) là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $4x-y-2z-3=0$, $4x-y-2z-5=0$. Tìm mặt phẳng (γ).

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC), (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Viêt phương trình của mặt phẳng (P).

DẠNG 3
VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG VÀ KHÔNG BIẾT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC KHÔNG BIẾT HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A,B,C.

Chú ý:

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;B;C)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}2x+3y+z-1=0\\3x+y+7z+6=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x+2y+z-1=0\\-2x+3y+6z+13=0\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-1=0\\-2x+3y+7z+23=0\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x+y+z-1=0\\-23x+37y+17z+23=0\end{array}\right.$

Câu 51. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(4;2;1)$, $N(0;0;3)$, $Q(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OQ và cách đều 2 điểm M,N.

A. $x-2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. **B.** $x+2y+2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

C. $x+2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. **D.** $x+2y-2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 52. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua O, vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+y+z=0$ và cách điểm M(1; 2; –1) một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Câu 53. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho các điểm $M(-1;1;0)$, $N(0;0;-2)$, $I(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và B, đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$.

Câu 54. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho tứ diện ABCD với $A(1;-1;2)$, $B(1;3;0)$, $C(-3;4;1)$, $D(1;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P).

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3)$, $B(0;-1;2)$, $C(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P).

Câu 56. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $x-2y+2z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB=2IC$.

DẠNG 4

MỘT SỐ DẠNG KHÁC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $(P): 6x+3y+2z+18=0$.
B. $(P): 6x+3y+2z+6=0$.
C. $(P): 6x+3y+2z-18=0$.
D. $(P): 6x+3y+2z-6=0$.

Câu 58. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{12}+\frac{z}{9}=1$.
B. $12x+3y+4z-48=0$.
C. $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=0$.
D. $12x+3y+4z=0$.

Câu 59. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm

A. $2x+5y+z-6=0.$
B. $2x+y-6z-23=0.$
C. $2x+y-3z-14=0.$
D. $3x+4y+3z-1=0.$

Câu 60. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0), B(-2;2;-1), C(5;-1;3)$. Tích abc bằng

A. 6 **B.** -6 **C.** 0 **D.** 5

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

A. $3x+2y+z+14=0$. **B.** $2x+y+3z+9=0$. **C.** $3x+2y+z-14=0$. **D.** $2x+y+z-9=0$.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x-2y-z+4=0$. **B.** $4x-2y+z+4=0$. **C.** $4x+2y+z-4=0$. **D.** $4x+2y-z+4=0$.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M, N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM=2ON$

A. $(P): 3x+y+2z-6=0$
B. $(P): 2x+3y-z-4=0$
C. $(P): 2x+y+z-4=0$
D. $(P): x+2y-z-2=0$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 8. **B.** 14. **C.** $T=6$. **D.** 11.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+4y-2z-6=0$, $(Q): x-2y+4z-6=0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P),(Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x+y+z-6=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $x+y-z-6=0$.

Câu 66. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy. Giả sử $(\alpha): ax+by+cz+d=0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S=\dfrac{a+b+c}{d}$.

A. 3. **B.** -3. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{5}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 67. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM.

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\dfrac{OA}{1}=\dfrac{OB}{2}=\dfrac{OC}{4}$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox,Oy,Oz tại A,B,C (A,B,C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\dfrac{81}{2}$. **B.** $\dfrac{243}{2}$. **C.** $\dfrac{81}{6}$. **D.** 243.

Câu 70. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua có một điểm cố định có tọa độ là bao nhiêu?

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Tính số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C mà $OA=OB=OC\neq 0$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M(2;1;3)$, $A(0;0;4)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

CHỦ ĐỀ 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG

Để lập phương trình tổng quát của mặt phẳng (α), thông thường ta có 3 trường hợp cơ bản sau:

Trường hợp 1: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) thì viết dưới dạng sau:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Trường hợp 2: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax+By+Cz+D=0$$

- **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D.

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

Trường hợp 3: Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$
- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A,B,C.

Chú ý:

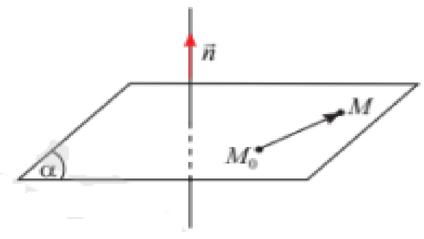
- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;B;C)$.

DẠNG 1
VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT MỘT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG VÀ MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

1. Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và biết một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$

Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ là: $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$

hay $Ax+By+Cz+D=0$ với $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$



Chú ý:

- Phải nắm vững khái niệm **vectơ pháp tuyến** và **vectơ chỉ phương** của mặt phẳng.

+ Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là vectơ **có giá vuông góc** với mặt phẳng đó. Nếu $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng thì $k\vec{n}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

+ Vectơ vectơ chỉ phương của mặt phẳng là vectơ **có giá song song** với mặt phẳng đó. Nếu $\vec{a}$ là một vectơ chỉ phương của mặt phẳng thì $k\vec{a}$ $(k\neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của mặt phẳng đó.

- Mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ ($\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương) thì mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$.

- Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C không thẳng hàng thì có cặp vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ nên mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]$.

- Dựa vào tính chất vuông góc, song song giữa mặt phẳng với mặt phẳng, giữa đường thẳng với mặt phẳng trong không gian để tìm vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần lập.

+ Hai mặt phẳng song song thì có cùng vectơ pháp tuyến.

+ Hai mặt phẳng vuông góc thì vectơ chỉ phương của mặt phẳng này là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kia.

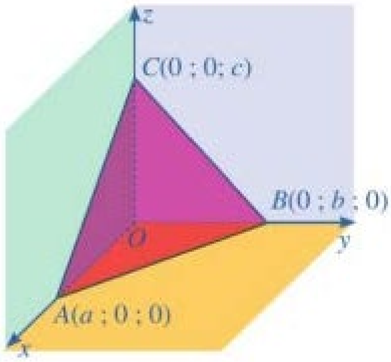
+ Đường thẳng song song mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ chỉ phương của mặt phẳng.

+ Đường thẳng vuông góc mặt phẳng thì vectơ chỉ phương của đường thẳng là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

2. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

a. Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

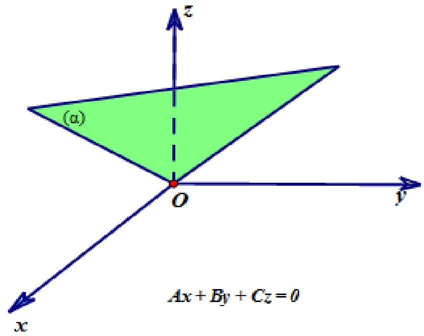
Mặt phẳng (α) không đi qua gốc tọa độ O và lần lượt cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$, cắt trục Oy tại $B(0;b;0)$, cắt trục Oz tại $C(0;0;c)$ có **phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn** là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. với $a.b.c \neq 0$



a. Phương trình mặt phẳng đặc biệt

Xét phương trình mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2 \neq 0$

- Nếu $D=0$ thì mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có dạng $(\alpha): Ax+By+Cz=0$.



- Nếu $A=0, B\neq 0, C\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Ox.

  + Mặt phẳng (α) song song Ox thì có dạng $(\alpha): By+Cz+D=0$. (Hình 1)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục Ox thì có dạng $(\alpha): By+Cz=0$.

- Nếu $A\neq 0, B=0, C\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oy.

  + Mặt phẳng (α) song song Oy thì có dạng $(\alpha): Ax+Cz+D=0$. (Hình 2)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục Oy thì có dạng $(\alpha): Ax+Cz=0$.

- Nếu $A\neq 0, B\neq 0, C=0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc chứa trục Oz.

  + Mặt phẳng (α) song song Oz thì có dạng $(\alpha): Ax+By+D=0$. (Hình 3)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục Oz thì có dạng $(\alpha): Ax+By=0$.

- Nếu $A=B=0, C\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxy).

  + Mặt phẳng (α) song song (Oxy) thì có dạng $(\alpha): Cz+D=0$. (Hình 4)

  + Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxy) thì có dạng $(\alpha): z=0$.

- Nếu $A=C=0, B\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oxz).

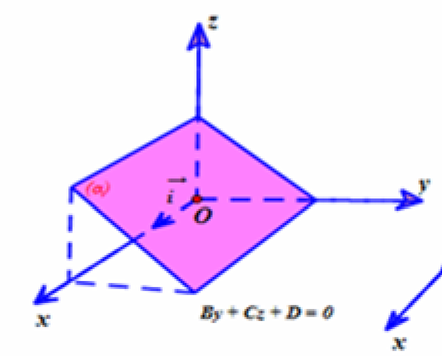
+ Mặt phẳng (α) song song (Oxz) thì có dạng $(\alpha): By+D=0$. (Hình 5)

+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oxz) thì có dạng $(\alpha): y=0$.

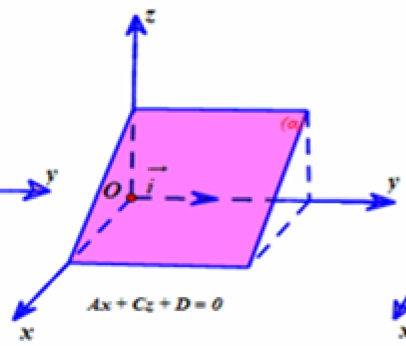
- Nếu $B=C=0, A\neq 0$ thì mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với (Oyz).

+ Mặt phẳng (α) song song (Oyz) thì có dạng $(\alpha): Ax+D=0$. (Hình 6)

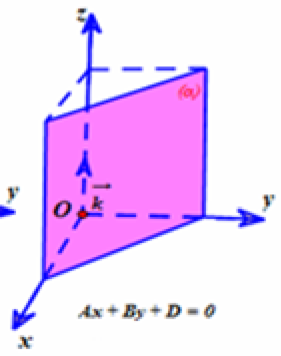
+ Mặt phẳng (α) chứa trục (Oyz) thì có dạng $(\alpha): x=0$.



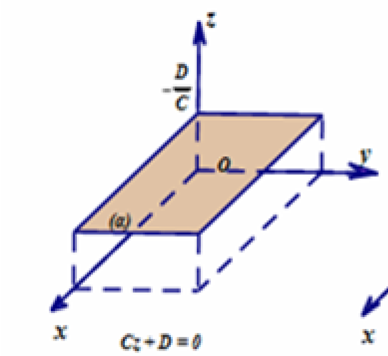
Hình 1



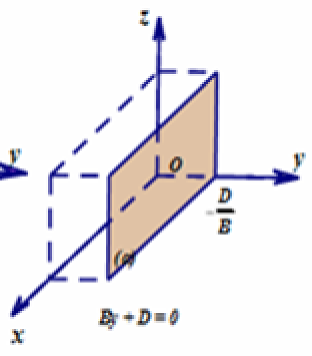
Hình 2



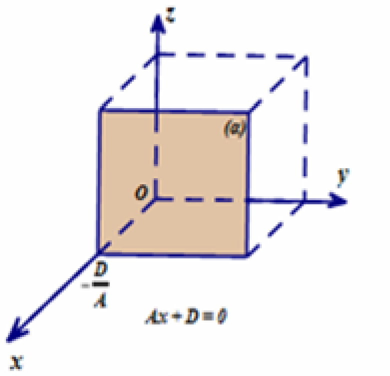
Hình 3



Hình 4



Hình 5



Hình 6

Nhận xét:

- Để nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì lấy phương trình (α): $Ax+By+Cz+D=0$ làm chuẩn.

+ Mặt phẳng (α) chứa gốc tọa độ $O(0;0;0)$ thì $D=0$.

+ Mặt phẳng (α) chứa trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D=0$.

+ Mặt phẳng (α) song song trục tương ứng nào (trục Ox, Oy, Oz) thì ẩn đó không có (không chứa Ax, By, Cz) và $D\neq 0$.

- Nếu không nhớ các phương trình mặt phẳng đặc biệt thì nhớ vectơ chỉ phương của các trục Ox, Oy, Oz và vectơ pháp tuyến các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$ để chuyển bài toán lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và một vectơ pháp tuyến.

+ Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.

+ Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

+ Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

+ Mặt phẳng (Oxz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{j}=(0;1;0)$.

+ Mặt phẳng (Oyz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

A. $x-2y+3z+12=0$ **B.** $x-2y-3z-6=0$ **C.** $x-2y+3z-12=0$ **D.** $x-2y-3z+6=0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$ là

$1(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+12=0$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$. **C.** $x-2y-4=0$. **D.** $2x-y+3z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là

$$2.(x-1)-1.(y-2)+3.(z+3)=0$$
$$\Leftrightarrow 2x-2-y+2+3z+9=0$$
$$\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-2;-3)$ là

A. $4x-2y+3z-9=0$.

B. $4x-2y-3z-15=0$.

C. $3x-z-15=0$.

D. $4x-2y-3z+15=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua điểm $A(3;0;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-2;-3)$ có phương trình:

$4(x-3)-2(y-0)-3(z+1)=0 \Leftrightarrow 4x-2y-3z-15=0$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $A(-1;1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-2)$ là

A. $x-2y-2z-1=0$. **B.** $-x+y-2z-1=0$. **C.** $x-2y-2z+7=0$. **D.** $-x+y-2z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1;1;-2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-2)$ nên có phương trình

$(x+1)-2(y-1)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow x-2y-2z-1=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $x-2y-2z-1=0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $x+y+z=0$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (Oyz) nhận $\vec{i}(1;0;0)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ có phương trình là $x=0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải

Chọn A.

phương trình của mặt phẳng (Oxy) là: $z=0$

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $y=0$ **B.** $x=0$ **C.** $y-z=0$ **D.** $z=0$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oyz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$ nên ta có phương trình mặt phẳng (Oyz) là : $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0 \Leftrightarrow x=0$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx?

A. $x=0$. **B.** $y-1=0$. **C.** $y=0$. **D.** $z=0$.

Lời giải

Ta có mặt phẳng Ozx đi qua điểm $O(0;0;0)$ và vuông góc với trục Oy nên có VTPT $\vec{n}=(0;1;0)$.

Do đó phương trình của mặt phẳng Ozx là $y=0$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2),\vec{b}=(1;0;3)$ là

A. $3x-5y-z-6=0$. **B.** $3x-5y-z+6=0$. **C.** $3x+5y-z+6=0$. **D.** $3x-5y+z-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(3;-5;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(0;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-5;-1)$ nên có phương trình

$3(x-0)-5(y+2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-5y-z-6=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $3x-5y-z-6=0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cặp vectơ $\vec{a}=(2;1;-2),\vec{b}=(1;0;2)$ có giá song song với mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (P) qua $C(1;1;3)$ là

A. $2x+6y-z-7=0$. **B.** $2x-6y-z+5=0$. **C.** $2x+6y+z+5=0$. **D.** $2x-6y-z+7=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-6;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $C(1;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-6;-1)$ nên có phương trình

$2(x-1)-6(y-1)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x-6y-z+7=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $2x-6y-z+7=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn B.

$(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ hay $(ABC):\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2),B(2;-2;1),C(-2;1;0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+y-z+d=0$. Hãy xác định a và d.

A. $a=1,d=1$. **B.** $a=6,d=-6$. **C.** $a=-1,d=-6$. **D.** $a=-6,d=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1)$; $\overrightarrow{AC}=(-2;0;-2)$.

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(\begin{vmatrix}-3 & -1\\ 0 & -2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -2 & -2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}2 & -3\\ -2 & 0\end{vmatrix}\right)=(6;6;-6)$.

Chọn $\vec{n}=\frac{1}{6}\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-1)$ là một VTPT của $mp(ABC)$. Ta có pt $mp(ABC)$ là:

$x+y-1-z+2=0\Leftrightarrow x+y-z+1=0$. Vậy $a=1,d=1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là:

A. $2x-y+3z+9=0$.
B. $2x+y+3z-3=0$.
C. $2x+y+3z+3=0$.
D. $2x-y+3z-9=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Theo bài $(Q)//(P)\Rightarrow(Q):2x-y+3z+m=0\ (m\neq 5)$

Mà (Q) qua $A\Leftrightarrow 2.0-(-3)+3.2+m=0\Leftrightarrow m=-9$.

Vậy mp$(Q):2x-y+3z-9=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$. **C.** $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $1(x-0)+2(y-0)+2(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-2=0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $2x+2y+z-2=0$.
B. $4x+2y+z-17=0$.
C. $4x+2y+z-4=0$.
D. $2x+2y+z-11=0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ làm VTPT.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2(x-1)+2y+z=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-2=0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$ **B.** $x+y+2z-6=0$ **C.** $x+3y+4z-7=0$ **D.** $x+3y+4z-26=0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến

$(P):1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$ $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $3x+2z+1=0$ **B.** $x+2y-2z+1=0$ **C.** $x+2y-2z-1=0$ **D.** $3x+2z-1=0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;2)$ là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.

$\vec{n}=-\overrightarrow{BC}=(1;2;-2)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y-2z+1=0$.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $y+2z-5=0$. **B.** $2x-y-1=0$. **C.** $2x-y+1=0$. **D.** $-y+2z-5=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng: $\overrightarrow{BC}=(-4;2;0)$.

Phương trình mặt phẳng:

$-4(x-0)+2(y-1)+0(z-2)=0 \Leftrightarrow -4x+2y-2=0 \Leftrightarrow 2x-y+1=0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+2y-z=0$ có phương trình là

A. $4x-3y+2z+3=0$. **B.** $4x-3y-2z+3=0$. **C.** $2x+y-3z-1=0$. **D.** $4x+y-2z-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$, vectơ pháp tuyến mặt phẳng (Q): $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;-1)$.

Theo đề bài ta có vectơ pháp tuyến mặt phẳng (P): $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{n_Q}\wedge\overrightarrow{AB}=(4;-3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $4x-3y-2z+C=0$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;0)$ nên: $-3+C=0 \Leftrightarrow C=3$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x-3y-2z+3=0$.

Câu 20. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0, (\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là:

A. $2x-y-2z=0.$ **B.** $2x-y+2z=0.$

C. $2x+y-2z=0.$ **D.** $2x+y-2z+1=0.$

Lời giải

Chọn C

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là $\overrightarrow{n_\alpha}=(3;-2;2), \overrightarrow{n_\beta}=(5;-4;3)$.

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;1;-2)$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O,VTPT $\vec{n}=(2;1;-2)$: $2x+y-2z=0.$

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b+c=5$. **B.** $a+b+c=15$. **C.** $a+b+c=-5$. **D.** $a+b+c=-15$.

Lời giải

Chọn A

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận vtpt $\vec{n}=(1;-3;2)$ của (P) làm vtcp

Mặt khác (Q) đi qua A và B nên (Q) nhận $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$ làm vtcp

(Q) nhận $\overrightarrow{n_Q}=\left[\vec{n},\overrightarrow{AB}\right]=(0;8;12)$ làm vtpt

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 0(x+1)+8(y-1)+12(z-3)=0$, hay $(Q): 2y+3z-11=0$

Vậy $a+b+c=5$. Chọn **A.**

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-3y+2z-1=0$, $(Q): x-z+2=0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là

A. $x+y+z-3=0$ **B.** $x+y+z+3=0$ **C.** $-2x+z+6=0$ **D.** $-2x+z-6=0$

Lời giải

Chọn A

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-3;2)$, (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;0;-1)$.

Vì mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) nên (α) có một vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(3;3;3)=3(1;1;1)$.

Vì mặt phẳng (α) cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3 nên (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$.

Vậy (α) đi qua điểm $M(3;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;1;1)$ nên (α) có phương trình:

$x+y+z-3=0$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-9=0$ chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-12$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(-6;3;1)$.

$\overrightarrow{n_{(Q)}}=(3;1;1)$ là VTPT của mp(Q).

Mp(P) chứa hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q).

$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(2;9;-15)$ là VTPT của mp(P)

$A(3;2;1)\in(P)$

$\Rightarrow (P): 2x+9y-15z-9=0$ hoặc $(P): -2x-9y+15z+9=0$

Mặt khác $(P): ax+by+cz-9=0 \Rightarrow a=2; b=9; c=-15$.

Vậy $S=a+b+c=2+9+(-15)=-4$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.

C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ có các vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(1;1;3)$ và $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;1)$.

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q), (R) nên (P) có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(4;5;-3)$.

Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên $(P): 4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0$

$\Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai vectơ $\vec{v}=(-1;2;3)$, $\vec{u}=(-2;0;1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$.

B. $\vec{u}\perp\vec{v}$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ là: $x-2y-3z+4=0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{u}=(-2;0;1)$ là: $2x-y+1=0$.

Lời giải

A. $\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$. **ĐÚNG**

B. $\vec{u}\perp\vec{v}$. **SAI**

C. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ là: $x-2y-3z+4=0$. **ĐÚNG**

D. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{u}=(-2;0;1)$ là: $2x-y+1=0$. **SAI**

Ta có:

$\vec{v}=(-1;2;3)\Rightarrow\vec{v}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ **ĐÚNG**

$\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow(-1)(-2)+2.0+3.1=0$ **SAI**

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{v}=(-1;2;3)$ là:

$-1(x-1)+2(y+2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow -x+2y+3z-4=0\Leftrightarrow x-2y-3z+4=0$. **ĐÚNG**

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với giá của véctơ $\vec{u}=(-2;0;1)$ là:

$2x-y-1=0$. Do đó **D SAI**

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}+5\vec{k}$.

B. $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là $x-y+z-4=0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là $2x+y-z-2=0$.

Lời giải

A. $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}+5\vec{k}$. **ĐÚNG**

B. $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$. **SAI**

C. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là $x-y+z-4=0$. **ĐÚNG**

D. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là $2x+y-z-2=0$. **SAI**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;6;5)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;8;9)$,

$\overrightarrow{AB}=(1;6;5)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\vec{i}+6\vec{j}+5\vec{k}$

$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow 1.(-1)+6.8+5.9=0$ vô lí

(ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(14;-14;14)=14(1;-1;1)$ có dạng $x-y+z-4=0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y-z-12=0$.

B. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $-3x+2y-z+12=0$

C. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y+z-12=0$.

D. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x+2y-z-12=0$.

Lời giải

A. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y-z-12=0$. **SAI**

B. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $-3x+2y-z+12=0$ **ĐÚNG**

C. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x-2y+z-12=0$. **ĐÚNG**

D. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là $3x+2y-z-12=0$. **SAI**

Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P) là

$3(x-2)-2(y+1)+(z-4)=0\Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$.

hay $-3x+2y-z+12=0$

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0),B(4;1;2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$.

B. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x+y+2z-3=0$.

C. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.

D. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x+y+2z-12=0$.

.

Lời giải

A. $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$. **ĐÚNG**

B. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là $3x+y+2z-3=0$. **ĐÚNG**

C. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$. **ĐÚNG**

D. Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB có phương trình là $3x+y+2z-12=0$. **ĐÚNG**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(1;0;0)$ và vuông góc với AB suy ra mặt phẳng (Q) nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(3;1;2)$ làm véc tơ pháp tuyến. Vậy phương trình mặt phẳng (Q) cần tìm có dạng: $3(x-1)+y+2z=0 \Leftrightarrow 3x+y+2z-3=0$

I là trung điểm đoạn thẳng AB nên $I\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};1\right)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua I và vuông góc AB nên có phương trình là

$3\left(x-\frac{5}{2}\right)+y-\frac{1}{2}+2(z-2)=0$

$\Leftrightarrow 3x+y+2z-12=0$

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox,Oy,Oz. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$.

B. Điểm B có tọa độ là $A(1;2;0)$.

C. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

D. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

A. Điểm A có tọa độ là $A(1;0;0)$. **ĐÚNG**

B. Điểm B có tọa độ là $A(1;2;0)$. **SAI**

C. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **SAI**

D. Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **ĐÚNG**

+ A là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Ox \Rightarrow A(1;0;0)$.

B là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oy \Rightarrow B(0;2;0)$.

C là hình chiếu vuông góc của M trên trục $Oz \Rightarrow C(0;0;3)$.

+ Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$. Gọi $A_1,\ A_2,\ A_3$ lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy),\ (Oyz),\ (Oxz)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. Điểm A_1 có tọa độ là $A_1(3;5;0)$. .

B. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm $A_1,\ A_2,\ A_3$ là $10x+6y+15z-60=0$.

C. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm $A_1,\ A_2,\ A_3$ là $10x+6y+15z-90=0$.

D. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm $A_1,\ A_2,\ A_3$ là $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

A. Điểm A_1 có tọa độ là $A_1(3;5;0)$. **ĐÚNG** .

B. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm $A_1,\ A_2,\ A_3$ là $10x+6y+15z-60=0$. **ĐÚNG**

C. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm $A_1,\ A_2,\ A_3$ là $10x+6y+15z-90=0$. **SAI**

D. Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm $A_1,\ A_2,\ A_3$ là $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1$. **SAI**

Gọi $A_1,\ A_2,\ A_3$ lần lượt là hình chiếu của điểm A lên các mặt phẳng $(Oxy),\ (Oyz),\ (Oxz)$.

Ta có $A_1(3;5;0),\ A_2(0;5;2),\ A_3(3;0;2)$. $\overrightarrow{A_1A_2}=(-3;0;2),\ \overrightarrow{A_1A_3}=(0;-5;2)$.

Mặt phẳng qua A_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{A_1A_2},\ \overrightarrow{A_1A_3}\right]=(10;6;15)$ có phương trình là $10x+6y+15z-60=0$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$

B. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1;1;2)$.

C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x+y+2z-6=0$.

D. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x-y-z=0$.

Lời giải

A. $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ **ĐÚNG**

B. Nếu I là trung điểm đoạn thẳng AB thì $I(1;1;2)$. **ĐÚNG**

C. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $x+y+2z-6=0$. **SAI**

D. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là $3x-y-z=0$. **ĐÚNG**

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ và đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của đoạn thẳng ***AB.***

Do đó, phương trình mặt phẳng đó là:

$-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0$.

Câu 32. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+1=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$

B. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $x+z=0$.

C. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A,(P))=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$

D. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $3x-y+z=0$.

Lời giải

A. $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ **SAI**

B. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $x+z=0$. **ĐÚNG**

C. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là: $d(A,(P))=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$ **ĐÚNG**

D. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A,B và vuông góc với (P) là $3x-y+z=0$. **SAI**

$\overrightarrow{AB}=(-2;-2;2)=-2(1;1;-1), \vec{u}=(1;1;-1)$

$\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-1)$

$\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;0;1)$ $(P): x+2y-z+1=0$ $A(1;2;-1)$

Vậy $(Q): x+z=0$.

$d(A,(P))=\dfrac{|1+4+1+1|}{\sqrt{1+4+1}}=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tổng quát mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}=(1;-1;2)$.

Lời giải

Đáp án: $(P): x-y+2z-12=0$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với giá của $\vec{a}=(1;-1;2)$ nên nhận $\vec{a}=(1;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến. Do đó, (P) có phương trình là

$1(x-3)-1(y+1)+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-12=0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) qua $M(0;-2;1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-2;-3;8), \vec{b}=(-1;0;6)$.

Lời giải

Đáp án: $3x-5y-z-6=0$

Ta có $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-18;4;-3)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(0;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-18;4;-3)$ nên có phương trình

$-18(x-0)+4(y+2)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow 18x-4y+3z-12=0$.

Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình: $18x-4y+3z-12=0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, $C(1;0;2)$, $D(1;1;1)$. Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;0)$, $B(0;2;1)$, (α) song song với đường thẳng CD. Viết phương trình mặt phẳng (α).

Lời giải

Đáp án: $(\alpha):2x+y+z-3=0$

$\overrightarrow{AB}=(-1;1;1)$, $\overrightarrow{CD}=(0;1;-1)$ $\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]=(-2;-1;-1)$.

(α) đi qua $A(1;1;0)$ và có một VTPT là $\vec{n}(2;1;1)\Rightarrow(\alpha):2x+y+z-3=0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$. Viết phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P).

Lời giải

Đáp án: $(P):3x-2y+z-1=0$

Mặt phẳng (Q) cần tìm song song với mặt phẳng $(P):3x-2y+z-3=0$ nên có phương trình dạng

$$(Q):3x-2y+z+m=0,\ m\neq-3$$

Vì $M\in(Q)$ nên $(Q):3.2-2.1+(-3)+m=0\Leftrightarrow m=-1$

Vậy $(Q):3x-2y+z-1=0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

Lời giải

Đáp án: $2x-3y+6z=0$

Ta có:

$\overrightarrow{AB}=(0;4;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;4;3)$, $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(4;-6;12)$.

Ta có $\vec{n}=(4;-6;12)$ cùng phương $\vec{n}_1=(2;-3;6)$

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $C(0;2;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;-3;6)$ nên (ABC) có phương trình là:

$2(x-0)-3(y-2)+6(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-3y+6z=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-3y+6z=0$.

Câu 38. Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB.

Lời giải

Đáp án: $2x+y+2z-2=0$.

Mặt phẳng đi qua $A(0;0;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1),B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A,B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Lời giải

Đáp án: $2y+3z-11=0$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$, vectơ pháp tuyến của mp(P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;-3;2)$.

Từ giả thiết suy ra $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_P}\right]=(0;8;12)$ là vectơ pháp tuyến của mp(Q).

Mp (Q) đi qua điểm $A(2;4;1)$ suy ra phương trình tổng quát của mp(Q) là:

$0(x-2)+8(y-4)+12(z-1)=0 \Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ. Viết phương trình mặt phẳng (MNP).

Lời giải

Đáp án: $3x-2y+6z-12=0$

Không mất tính tổng quát, ta giả sử M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;1)$ lên các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oxz), (Oyz).

Khi đó, $M(2;-3;0)$, $N(2;0;1)$ và $P(0;-3;1)$

$\overrightarrow{MN}=(0;3;1)$ và $\overrightarrow{MP}=(-2;0;1)$.

Ta có, $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ là cặp vectơ không cùng phương và có giá nằm trong (MNP)

Do đó, (MNP) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(3;-2;6)$.

Mặt khác, (MNP) đi qua $M(2;-3;0)$ nên có phương trình là:

$3(x-2)-2(y+3)+6(z-0)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+6z-12=0$.

DẠNG 2

VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT MỘT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG MÀ KHÔNG BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG

Khi viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) mà có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$ hoặc có hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ (với $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$) và không tìm được điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)\in(\alpha)$ thì ta thực hiện các bước sau:

• **Bước 1:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$Ax+By+Cz+D=0$$

• **Bước 2:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm giá trị D .

Chú ý: Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3? Mệnh đề nào sau đây đúng và mệnh đề nào sai?

A. $(Q):2x+2y-z+10=0$.
B. $(Q):2x+2y-z+4=0$.
C. $(Q):2x+2y-z+8=0$.
D. $(Q):2x+2y-z-8=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;0;-1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$.

Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3 nên có dạng

$(Q):2x+2y-z+d=0, (d\neq -1)$.

Mặt khác ta có $d(M,(Q))=3 \Leftrightarrow \dfrac{|1+d|}{\sqrt{4+4+1}}=3 \Leftrightarrow |d+1|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=8 \\ d=-10 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Do đó $(Q):2x+2y-z+8=0$ hoặc $(Q):2x+2y-z-10=0$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) qua $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

A. $2x+3y-6z+1=0$.
B. $3x+2y-6z+1=0$.
C. $3x+2y-5z=0$.
D. $6x+2y-3z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-1}=1$.

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên

$(P): \dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{3}y-z+m=0 \ (m\neq -1)$.

Do $D(1;1;1)\in(P)$ có: $\dfrac{1}{2}.1+\dfrac{1}{3}.1-1+m=0 \Leftrightarrow m-\dfrac{1}{6}=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{6}$.

Vậy $(P):\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-z+\frac{1}{6}=0 \Leftrightarrow 3x+2y-6z+1=0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2;0;0),B(0;4;0),C(0;0;6),D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Phương trình của (P) là

A. $6x+3y+2z-24=0$ **B.** $6x+3y+2z-12=0$

C. $6x+3y+2z=0$ **D.** $6x+3y+2z-36=0$

Lời giải

Chọn A

$(ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$.

$(P)//(ABC) \Rightarrow (P):6x+3y+2z+m=0\ (m\neq -12)$.

(P) cách đều D và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow d(D,(P))=d(A,(P))$

$$\Leftrightarrow \frac{|6.2+3.4+2.6+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}=\frac{|6.2+3.0+2.0+m|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}} \Leftrightarrow |36+m|=|12+m| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}36+m=12+m\\36+m=-12-m\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow m=-24$ (nhận).

Vậy phương trình của (P) là $6x+3y+2z-24=0$.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q): $x+2y+2z-3=0$, mặt phẳng (P) không qua O, song song với mặt phẳng (Q) và $d((P),(Q))=1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+2z+1=0$ **B.** $x+2y+2z=0$ **C.** $x+2y+2z-6=0$ **D.** $x+2y+2z+3=0$

Lời giải

Chọn C

Vì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q)

$\Rightarrow vtpt\overrightarrow{n_P}=vtpt\overrightarrow{n_Q}=(1;2;2)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+2z+D=0$

Gọi $A(3;0;0)\in(Q)$

$\Rightarrow d((P),(Q))=d(A,(P))=1$

$$\Leftrightarrow \frac{|3+D|}{3}=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3+D=3\\3+D=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=0\quad (l), qua\, O\\D=-6\ (n)\end{array}\right.$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một khoảng bằng 3 và cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương.

A. $(Q):2x-2y+z+4=0$. **B.** $(Q):2x-2y+z-14=0$.

C. $(Q):2x-2y+z-19=0$. **D.** $(Q):2x-2y+z-8=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có, (Q) song song (P) nên phương trình mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z+C=0$; $C\neq -5$

Chọn $M(0;0;5)\in(P)$

Ta có $d\left((P);(Q)\right)=d\left(M;(Q)\right)=\dfrac{|5+C|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}C=4\\C=-14\end{array}\right.$

$C=4\Rightarrow(Q): 2x-2y+z+4=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_1(-2;0;0)$ có hoành độ âm nên trường hợp này (Q) không thỏa đề bài.

$C=-14\Rightarrow(Q): 2x-2y+z-14=0$ khi đó (Q) cắt Ox tại điểm $M_2(7;0;0)$ có hoành độ dương do đó $(Q): 2x-2y+z-14=0$ thỏa đề bài.

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z-14=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 46. Trong không gian hệ toạ độ $Oxyz$, lập phương trình các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x+y-z+3=0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án: $x+y-z+6=0$ hoặc $x+y-z=0$.

Gọi mặt phẳng (α) cần tìm.

Vì $(\alpha)//(\beta)$ nên phương trình (α) có dạng : $x+y-z+c=0$ với $c\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Lấy điểm $I(-1;-1;1)\in(\beta)$.

Vì khoảng cách từ (α) đến (β) bằng $\sqrt{3}$ nên ta có :

$d\left(I,(\alpha)\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow\dfrac{|-1-1-1+c|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\dfrac{|c-3|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=0\\c=6\end{array}\right.$. (thỏa điều kiện $c\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$).

Vậy phương trình (α) là: $x+y-z+6=0$; $x+y-z=0$.

Câu 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x-y+4z+2=0$ và $(Q_2): 3x-y+4z+8=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2).

Lời giải

Đáp án: $(P): 3x-y+4z+5=0$

Mặt phẳng (P) có dạng $3x-y+4z+D=0$.

Lấy $M\left(0;2;0\right)\in\left(Q_1\right)$ và $N\left(0;8;0\right)\in\left(Q_2\right)$. Do $\left(Q_1\right)//\left(Q_2\right)$ trung điểm $I\left(0;5;0\right)$ của MN phải thuộc vào $\left(P\right)$ nên ta tìm được $D=5$. Vậy $\left(P\right):3x-y+4z+5=0$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\left(\gamma\right)$ là mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng sau đây: $4x-y-2z-3=0$, $4x-y-2z-5=0$. Tìm mặt phẳng $\left(\gamma\right)$.

Lời giải

Đáp án: $\left(\gamma\right)$ $4x-y-2z-4=0$

Gọi điểm $A\left(0;-3;0\right)\in 4x-y-2z-3=0$ $\left(\alpha\right)$ và $B\left(0;-5;0\right)\in 4x-y-2z-5=0$ $\left(\beta\right)$.

Mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng trên có dạng: $4x-y-2z+m=0$ $\left(\gamma\right)$.

Để mặt phẳng $\left(\gamma\right)$ cách đều hai mặt phẳng trên thì $d\left(A;\left(\beta\right)\right)=2d\left(A;\left(\gamma\right)\right)\Leftrightarrow\left|m+3\right|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=-4\end{array}\right.$.

Mặt khác điểm hai điểm A, B phải nằm về hai phía của mặt phẳng $\left(\gamma\right)$.

Do đó:

+ Với $m=-2$ ta có: $\left(4.0+3-2.0-2\right)\left(4.0+5-2.0-2\right)>0$ nên $A;B$ cùng phía.

+ Với $m=-4$ ta có: $\left(4.0+3-2.0-4\right)\left(4.0+5-2.0-4\right)<0$ nên $A;B$ khác phía.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $4x-y-2z-4=0$ $\left(\gamma\right)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(2;0;0), B(0;4;0), C(0;0;6), D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC), (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC). Viêt phương trình của mặt phẳng (P).

Lời giải

Đáp án: (P): $6x+3y+2z-24=0$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-12=0$

+ (P) song song với mặt phẳng (ABC) nên (P) có dạng: $6x+3y+2z+D=0$ $(D\neq -12)$

+ $d(D;(P))=d((ABC),(P))\Leftrightarrow d(D;(P))=d(A,(P))\Leftrightarrow\left|36+D\right|=\left|12+D\right|\Leftrightarrow D=-24$.

Vậy (P) là: $6x+3y+2z-24=0$.

DẠNG 3
VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT MẶT PHẲNG KHI BIẾT ĐIỂM THUỘC MẶT PHẲNG VÀ KHÔNG BIẾT VECTƠ PHÁP TUYẾN HOẶC KHÔNG BIẾT HAI VECTƠ CHỈ PHƯƠNG

Khi bài toán cho biết mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ và giả thiết bài toán không cho vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ hoặc không cho hai vectơ chỉ phương $\vec{a},\vec{b}$ thì ta thực hiện các bước sau:

- **Bước 1:** Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(A;B;C)$ với $A^2+B^2+C^2\neq 0$

- **Bước 2:** Viết phương trình mặt phẳng (α) dưới dạng:

$$(\alpha):\ A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

- **Bước 3:** Sau đó dựa vào giả thiết bài toán để tìm hai phương trình chứa 3 ẩn A,B,C.

Chú ý:

- Dạng này, giả thiết có liên quan đến khoảng cách và góc liên quan đến mặt phẳng.
- Để giải tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đơn giản hơn thì gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=(1;B;C)$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $\left[\begin{array}{l}2x+3y+z-1=0\\3x+y+7z+6=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x+2y+z-1=0\\-2x+3y+6z+13=0\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}x+y+2z-1=0\\-2x+3y+7z+23=0\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x+y+z-1=0\\-23x+37y+17z+23=0\end{array}\right.$

Lời giải

Chọn D

Gọi $(P):\begin{cases}qua\ A(1;0;0)\\VTPT\ \vec{n}=(A;B;C)\neq\vec{0}\end{cases}$

$(P): A.(x-1)+By+Cz=0$

$B\in(P): -A-2B+3C=0 \Leftrightarrow A=-2B+3C\ \ (1)$

$d(C;(P))=\frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{|B+C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3(B^2+C^2+2BC)=4(A^2+B^2+C^2)$

$\Leftrightarrow B^2+C^2-6BC+4A^2=0\ \ (2)$

Thay (1) vào (2) ta có: $B^2+C^2-6BC+4(-2B+3C)^2=0 \Leftrightarrow 17B^2-54BC+37C^2=0$

Cho $C=1$: $17B^2-54B+37=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}B=1\Rightarrow A=1\\B=\frac{37}{17}\Rightarrow A=\frac{-23}{17}\end{array}\right.$

$(P): x+y+x-1=0$

$(P): -23x+37y+17z+23=0$

Câu 51. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(4;2;1)$, $N(0;0;3)$, $Q(2;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa OQ và cách đều 2 điểm M,N.

A. $x-2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. **B.** $x+2y+2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

C. $x+2y-2z=0$ hoặc $x+4y-2z=0$. **D.** $x+2y-2z=0$ hoặc $x-4y-2z=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ $\left(A^2+B^2+C^2\neq 0\right)$.

$O\in(\alpha)$ nên ta có: $D=0$ (1)

$Q\in(\alpha)$ nên ta có: $Ax+By+Cz-2A-C=0$ (2)

Từ $(1),(2)\Rightarrow C=-2A$.

Theo đề bài: $d\left(M,(\alpha)\right)=d\left(N,(\alpha)\right)$.

$\Leftrightarrow |2A+2B|=|-6A| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2A+B=6A\\2A+B=-6A\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}B=2A & (*)\\B=-4A & (**)\end{array}\right.$

Từ $(*)$: Chọn $A=1\Rightarrow B=2,\ C=-2$ $\Rightarrow(\alpha): x+2y-2z=0$.

Từ $(**)$: Chọn $A=1\Rightarrow B=-4,\ C=-2$ $\Rightarrow(\alpha): x-4y-2z=0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 52. Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) qua O, vuông góc với mặt phẳng (Q): $x+y+z=0$ và cách điểm M(1; 2; –1) một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải

Đáp án: (P): $5x-8y+3z=0$ hoặc $x-z=0$

- PT mặt phẳng (P) qua O nên có dạng: $Ax+By+Cz=0$ (với $A^2+B^2+C^2\neq 0$).
- Vì (P) ⊥ (Q) nên: $1.A+1.B+1.C=0 \Leftrightarrow C=-A-B$ (1)
- $d(M,(P))=\sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{|A+2B-C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow (A+2B-C)^2=2(A^2+B^2+C^2)$ (2)

Từ (1) và (2) ta được: $8AB+5B^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}B=0 & (3)\\8A+5B=0 & (4)\end{array}\right.$

- Từ (3): B = 0 ⇒ C = –A. Chọn A = 1, C = –1 ⇒ (P): $x-z=0$
- Từ (4): 8A + 5B = 0. Chọn A = 5, B = –8 ⇒ C = 3 ⇒ (P): $5x-8y+3z=0$.

Câu 53. Trong không gian với hệ toạ độ O*xyz*, cho các điểm $M(-1;1;0), N(0;0;-2), I(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và B, đồng thời khoảng cách từ I đến (P) bằng $\sqrt{3}$.

Lời giải

Đáp án: (P): $x-y+z+2=0$ hoặc $7x+5y+z+2=0$

- PT mặt phẳng (P) có dạng: $ax+by+cz+d=0$ $(a^2+b^2+c^2\neq 0)$.

Ta có: $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (P) \\ d(I,(P)) = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = -b, 2c = a - b, d = a - b & (1) \\ 5a = 7b, 2c = a - b, d = a - b & (2) \end{array}\right.$.

+ Với (1) $\Rightarrow$ PT mặt phẳng (P): $x - y + z + 2 = 0$

+ Với (2) $\Rightarrow$ PT mặt phẳng (P): $7x + 5y + z + 2 = 0$.

Câu 54. Trong không gian với hệ toạ độ O*xyz*, cho tứ diện ABCD với $A(1;-1;2)$, $B(1;3;0)$, $C(-3;4;1)$, $D(1;2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P).

Lời giải

Đáp án: (P): $x + 2y + 4z - 7 = 0$ hoặc $x + y + 2z - 4 = 0$

PT mặt phẳng (P) có dạng: $ax + by + cz + d = 0$ $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$.

Ta có: $\begin{cases} A \in (P) \\ B \in (P) \\ d(C,(P)) = d(D,(P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + 2c + d = 0 \\ a + 3b + d = 0 \\ \dfrac{|-3a + 4b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \dfrac{|a + 2b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 2a, c = 4a, d = -7a \\ c = 2a, b = a, d = -4a \end{array}\right.$

+ Với $b = 2a, c = 4a, d = -7a \Rightarrow$ (P): $x + 2y + 4z - 7 = 0$.

+ Với $c = 2a, b = a, d = -4a \Rightarrow$ (P): $x + y + 2z - 4 = 0$.

Câu 55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;3)$, $B(0;-1;2)$, $C(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và gốc tọa độ O sao cho khoảng cách từ B đến (P) bằng khoảng cách từ C đến (P).

Lời giải

Đáp án: $(P): 3x - z = 0$ hoặc $2x - y = 0$

Vì O $\in$ (P) nên $(P): ax + by + cz = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$.

Do A $\in$ (P) $\Rightarrow$ $a + 2b + 3c = 0$ (1)

và $d(B,(P)) = d(C,(P)) \Leftrightarrow |-b + 2c| = |a + b + c|$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $b = 0$ hoặc $c = 0$.

- Với $b = 0$ thì $a = -3c \Rightarrow (P): 3x - z = 0$
- Với $c = 0$ thì $a = -2b \Rightarrow (P): 2x - y = 0$

Câu 56. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(-1;2;-2)$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với mặt phẳng (P), cắt đường thẳng BC tại I sao cho $IB = 2IC$.

Lời giải

Đáp án: (α): $2x - y - 2z - 3 = 0$ hoặc (α): $2x + 3y + 2z - 3 = 0$

PT (α) có dạng: $ax + by + cz + d = 0$, với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Do $A(1;1;-1)\in(\alpha)$ nên: $a+b-c+d=0$ (1); $(\alpha)\perp(P)$ nên $a-2b+2c=0$ (2)

$$IB=2IC\Rightarrow d(B,(\alpha))=2d(C;(\alpha))\Rightarrow\frac{|a+b+2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=2\frac{|-a+2b-2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3a-3b+6c-d=0\\-a+5b-2c+3d=0\end{array}\right.\quad(3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có 2 trường hợp sau :

TH1 : $\begin{cases}a+b-c+d=0\\a-2b+2c=0\\3a-3b+6c-d=0\end{cases}\Leftrightarrow b=\dfrac{-1}{2}a;\ c=-a;\ d=\dfrac{-3}{2}a$.

Chọn $a=2\Rightarrow b=-1;c=-2;d=-3\Rightarrow(\alpha):\ 2x-y-2z-3=0$

TH2 : $\begin{cases}a+b-c+d=0\\a-2b+2c=0\\-a+5b-2c+3d=0\end{cases}\Leftrightarrow b=\dfrac{3}{2}a;c=a;d=\dfrac{-3}{2}a$.

Chọn $a=2\Rightarrow b=3;c=2;d=-3\Rightarrow(\alpha):\ 2x+3y+2z-3=0$

Vậy: $(\alpha):\ 2x-y-2z-3=0$ hoặc $(\alpha):\ 2x+3y+2z-3=0$

DẠNG 4
MỘT SỐ DẠNG KHÁC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $(P): 6x+3y+2z+18=0$.
B. $(P): 6x+3y+2z+6=0$.
C. $(P): 6x+3y+2z-18=0$.
D. $(P): 6x+3y+2z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết $A \in Ox$, $B \in Oy$, $C \in Oz$ nên ta có thể đặt $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Vì $M(1;2;3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$.

Từ đó ta có phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là:

$(P): \frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$.

Câu 58. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{12}+\frac{z}{9}=1$.
B. $12x+3y+4z-48=0$.
C. $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=0$.
D. $12x+3y+4z=0$.

Lời giải

Chọn B

Mp(P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

Vì G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên $\begin{cases} x_G = \frac{x_A+x_B+x_C+x_O}{4} = \frac{a}{4} \\ y_G = \frac{y_A+y_B+y_C+y_O}{4} = \frac{b}{4} \\ z_G = \frac{z_A+z_B+z_C+z_O}{4} = \frac{c}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=16 \\ c=12 \end{cases}$.

Khi đó mp(P) có phương trình là $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=1$ hay $12x+3y+4z-48=0$.

Vậy mp(P) thỏa mãn là $12x+3y+4z-48=0$.

Câu 59. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm

A. $2x+5y+z-6=0.$
B. $2x+y-6z-23=0.$
C. $2x+y-3z-14=0.$
D. $3x+4y+3z-1=0.$

Lời giải

Chọn C

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), abc \neq 0$.

Khi đó mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do $M \in (\alpha) \Rightarrow \frac{2}{a}+\frac{1}{b}-\frac{3}{c}=1 \quad (1)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2-a;1;-3), \overrightarrow{BM}=(2;1-b;-3), \overrightarrow{BC}=(0;-b;c), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

Do M là trực tâm tam giác ABC nên: $\begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b-3c=0 \\ -2a-3c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-3c \\ a=-\frac{3c}{2} \end{cases} \quad (2)$

Thay (2) vào (1) ta có: $-\frac{4}{3c}-\frac{1}{3c}-\frac{3}{c}=1 \Leftrightarrow c=-\frac{14}{3} \Rightarrow a=7, b=14$.

Do đó $(\alpha): \frac{x}{7}+\frac{y}{14}-\frac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow 2x+y-3z-14=0$.

Câu 60. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-6=0$ và cách đều các điểm $A(1;6;0), B(-2;2;-1), C(5;-1;3)$. Tích abc bằng

A. 6 **B.** -6 **C.** 0 **D.** 5

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} a+b+c=6 \\ MA^2=MB^2 \\ MA^2=MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+b^2=(a+2)^2+(b-2)^2+(c+1)^2 \\ (a-1)^2+(b-6)^2+c^2=(a-5)^2+(b+1)^2+(c-3)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6 \\ 3a+4b+c=14 \\ 4a-7b+3b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \Rightarrow abc=6. \\ c=3 \end{cases}$

Câu 61. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

A. $3x+2y+z+14=0$. **B.** $2x+y+3z+9=0$. **C.** $3x+2y+z-14=0$. **D.** $2x+y+z-9=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\left(a.b.c\neq 0\right)$

Vì (P) qua M nên $\frac{3}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1 \quad (1)$

Ta có: $\overrightarrow{MA}=(a-3;-2;-1);\overrightarrow{MB}=(-3;b-2;-1);\overrightarrow{BC}=(0;-b;c);\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên: $\begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b=c\\ 3a=c\end{cases}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $a=\frac{14}{3};b=\frac{14}{2};c=14$. Khi đó phương trình (P): $3x+2y+z-14=0$

Vậy mặt phẳng song song với (P) là: $3x+2y+z+14=0$.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;0)$, $C(-2;0;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $4x-2y-z+4=0$. **B.** $4x-2y+z+4=0$. **C.** $4x+2y+z-4=0$. **D.** $4x+2y-z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;6;-8)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x+6y-8z+10=0$.

Phương trình mặt phẳng qua B và vuông góc với AC là: $2x+y+z-2=0$.

Phương trình mặt phẳng qua C và vuông góc với AB là: $2x-3y-2z+6=0$.

Giao điểm của ba mặt phẳng trên là trực tâm H của tam giác ABC nên $H\left(-\frac{22}{101};\frac{70}{101};\frac{176}{101}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A, H nên $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{AH}=\left(-\frac{22}{101};-\frac{31}{101};-\frac{26}{101}\right)=-\frac{1}{101}(22;31;26)$.

Mặt phẳng $(P)\perp(ABC)$ nên $\overrightarrow{n_P}\perp\vec{n}_{(ABC)}=(1;6;-8)$.

Vậy $\left[\vec{n}_{(ABC)};\vec{u}_{AH}\right]=(404;-202;-101)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

Chọn $\vec{n}_P=(4;-2;-1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $4x-2y-z+4=0$.

Câu 63. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại hai điểm M,N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM=2ON$

A. $(P):3x+y+2z-6=0$

B. $(P):2x+3y-z-4=0$

C. $(P):2x+y+z-4=0$

D. $(P):x+2y-z-2=0$

Lời giải

Chọn D

Giả sử (P) đi qua 3 điểm $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$

Suy ra $(P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

Mà (P) đi qua $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ nên ta có hệ $\begin{cases} \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1 \\ \dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ \dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=1 \end{cases}$

Theo giả thuyết ta có $OM=2ON \Leftrightarrow |a|=2|b| \Leftrightarrow |b|=1$

TH1. $b=1 \Rightarrow c=-2$ suy ra $(P): x+2y-z-2=0$

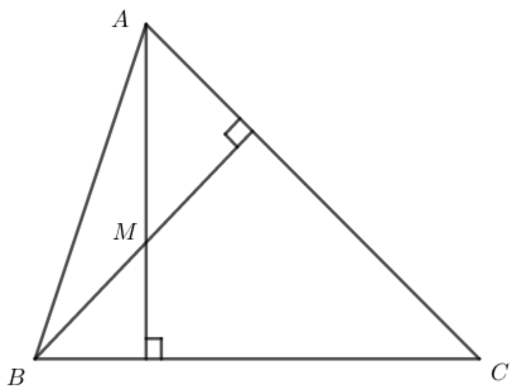
TH1. $b=-1 \Rightarrow c=-\dfrac{2}{3}$ suy ra $(P): x-2y+3z-2=0$

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 8. **B.** 14. **C.** $T=6$. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$, $m,n,p\neq 0$. Ta có phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+\dfrac{z}{p}=1$.

Mà $M\in(\alpha)\Leftrightarrow \dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}+\dfrac{3}{p}=1$. (1)

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-m;2;3)$, $\overrightarrow{BM}=(1;2-n;3)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-n;p)$, $\overrightarrow{AC}=(-m;0;p)$.

M là trực tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3p-2n=0 \\ 3p-m=0 \end{cases}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $m=14;\ n=7;\ p=\dfrac{14}{3}$.

Suy ra (α) có phương trình $\dfrac{x}{14}+\dfrac{y}{7}+\dfrac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Vậy $T=a+b+c=1+2+3=6$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+4y-2z-6=0$, $(Q): x-2y+4z-6=0$. Mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P),(Q)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $x+y+z-6=0$. **B.** $x+y+z+6=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $x+y-z-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): x+4y-2z-6=0$ có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;4;-2)$.

Mặt phẳng $(Q): x-2y+4z-6=0$ có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;4)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(12;-6;-6)$, cùng phương với $\vec{u}=(2;-1;-1)$.

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Ta có đường thẳng d có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;-1)$ và đi qua điểm $M(6;0;0)$.

Mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mặt phẳng (α) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(\dfrac{1}{a};\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{c}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa $d \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}\\ M\in(\alpha)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2}{a}-\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=0\\ \dfrac{6}{a}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=6\\ \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{3}(*)\end{cases}$.

Ta lại có hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều $\Leftrightarrow OA=OB=OC \Leftrightarrow |a|=|b|=|c| \Leftrightarrow |b|=|c|=6$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $b=c=6$.

Vậy phương trình của mặt phẳng $(\alpha): \dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow x+y+z-6=0$.

Câu 66. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;8)$ và chắn trên Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy. Giả sử $(\alpha): ax+by+cz+d=0$ (a, b, c, d là các số nguyên). Tính $S=\dfrac{a+b+c}{d}$.

A. 3. **B.** -3. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $-\dfrac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử mặt phẳng (α) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$ (với $m,n,p>0$)

Theo giả thiết có $OC=2OA=2OB \Rightarrow p=2m=2n \quad (1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+\dfrac{z}{p}=1$.

Do mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;8)$ nên $\dfrac{1}{m}-\dfrac{3}{n}+\dfrac{8}{p}=1 \quad (2)$

Thay (1) vào (2) ta được $\dfrac{1}{m}-\dfrac{3}{m}+\dfrac{8}{2m}=1 \Leftrightarrow \dfrac{2}{m}=1 \Leftrightarrow m=2 \Rightarrow m=n=2, p=4$

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 2x+2y+z-4=0$

Từ đó suy ra $a=2t, b=2t, c=t, d=-4t \quad (t\neq 0)$.

Vậy $S=\dfrac{a+b+c}{d}=-\dfrac{5}{4}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 67. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=\sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM.

Lời giải

Đáp án: $OM=2\sqrt{2}$

Gọi $M(a;b;c)$ với $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{R}$, $c\in\mathbb{R}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(a-3;b-1;c-7)$ và $\overrightarrow{BM}=(a-5;b-5;c-1)$.

Vì $\begin{cases} M\in(P) \\ MA=MB=\sqrt{35} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M\in(P) \\ MA^2=MB^2 \\ MA^2=35 \end{cases}$ nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2a-b-c+4=0 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=(a-5)^2+(b-5)^2+(c-1)^2 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b-c=-4 \\ 4a+8b-12c=-8 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=c \\ c=a+2 \\ (a-3)^2+(b-1)^2+(c-7)^2=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a+2 \\ c=a+2 \\ 3a^2-14a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}, \text{(do } a\in\mathbb{Z}\text{)}.$$

Ta có $M(2;2;0)$. Suy ra $OM=2\sqrt{2}$.

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$.

Lời giải

Đáp án: $(P): 4x+2y+z-8=0$

Phương trình mặt chắn cắt tia Ox tại $A(a;0;0)$, cắt tia Oy tại $B(0;b;0)$, cắt tia Oz tại $C(0;0;c)$ có dạng là (P): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ (với $a>0$, $b>0, c>0$).

Theo đề: $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}\Leftrightarrow\frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{4}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{b}{2}\\c=2b\end{cases}$.

Vì $M(1;3;-2)$ nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có: $\frac{1}{\frac{b}{2}}+\frac{3}{b}+\frac{-2}{2b}=1\Leftrightarrow\frac{4}{b}=1\Leftrightarrow b=4$.

Khi đó $a=2$, $c=8$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}=1\Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$.

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox,Oy,Oz tại A,B,C (A,B,C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{81}{2}$. **B.** $\frac{243}{2}$. **C.** $\frac{81}{6}$. **D.** 243.

Lời giải

Đáp án: thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Giả sử $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Mặt phẳng (P) có phương trình (theo đoạn chắn): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{a.b.c}}\Rightarrow a.b.c\geq 243$.

$V_{OABC}=\frac{1}{6}a.b.c\geq\frac{243}{6}=\frac{81}{2}$.

Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Câu 70. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là ba số thực dương thay đổi, thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2017$. Khi đó, mặt phẳng (ABC) luôn đi qua có một điểm cố định có tọa độ là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: $\left(\frac{1}{2017};\frac{1}{2017};\frac{1}{2017}\right)$ là điểm cố định.

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Dựa vào điều kiện, chọn $M(m;m;m)$ cố định nằm trên (ABC).

Ta có: $M\in(ABC)\Leftrightarrow m\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=1\Leftrightarrow m.2017=1\Leftrightarrow m=\frac{1}{2017}$.

Vậy $\left(\frac{1}{2017};\frac{1}{2017};\frac{1}{2017}\right)$ là điểm cố định.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Tính số mặt phẳng (α) đi qua M và cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C mà $OA=OB=OC\neq 0$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án: có 4 mặt phẳng (α)

Giả sử $A(a;0;0),\mathrm{B}(0;\mathrm{b};0),\mathrm{C}(0;0;\mathrm{c})$ với $abc\neq 0\Rightarrow(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Mà $OA=OB=OC\neq 0\Rightarrow\begin{cases}|b|=|a|\\|c|=|a|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\pm a\\c=\pm a\end{cases}$

Trường hợp 1: $b=a;c=a$

$\Rightarrow(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{a}+\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=8$

Trường hợp 2: $b=a;c=-a$

$\Rightarrow(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{a}-\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}+\frac{2}{a}-\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=-2$

Trường hợp 3: $b=-a;c=a$

$\Rightarrow(ABC):\frac{x}{a}-\frac{y}{a}+\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}-\frac{2}{a}+\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=-4$

Trường hợp 4: $b=-a;c=-a$

$\Rightarrow(ABC):\frac{x}{a}-\frac{y}{a}-\frac{z}{a}=1$ mà $M(1;2;5)\in(ABC)\Rightarrow\frac{1}{a}-\frac{2}{a}-\frac{5}{a}=1\Rightarrow a=-6$

Vậy có 4 mặt phẳng (α)

Câu 72. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua $M\left(2;1;3\right)$, $A\left(0;0;4\right)$ và cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại B, C khác O thỏa mãn diện tích tam giác OBC bằng 1?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Đáp án: có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Gọi $B\left(a;0;0\right)$, $C\left(0;b;0\right)$ lần lượt là giao điểm của $\left(P\right)$ với các trục Ox,Oy.

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{4}=1$.

Vì $M\left(2;1;3\right)$ thuộc $\left(P\right)$ nên ta có $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{3}{4}=1 \Leftrightarrow \dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow 4a+8b=ab$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta OBC}=\dfrac{1}{2}OB.OC=\dfrac{1}{2}\left|a\right|.\left|b\right|=\dfrac{1}{2}\left|ab\right|=1 \Leftrightarrow \left|ab\right|=2$

Xét hệ phương trình $\begin{cases}4a+8b=ab\\ ab=2\end{cases},\left(I\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4a+8b=2\\ ab=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+4b=1\\ 2ab=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=1-4b\\ \left(1-4b\right)b=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=1-4b\\ 4b^2-b+4=0,\left(vn\right)\end{cases}$. Hệ vô nghiệm.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}4a+8b=ab\\ ab=-2\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4a+8b=-2\\ ab=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+4b=-1\\ 2ab=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=-1-4b\\ \left(-1-4b\right)b=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a=-1-4b\\ 4b^2+b-4=0\end{cases}$. Hệ có hai nghiệm.

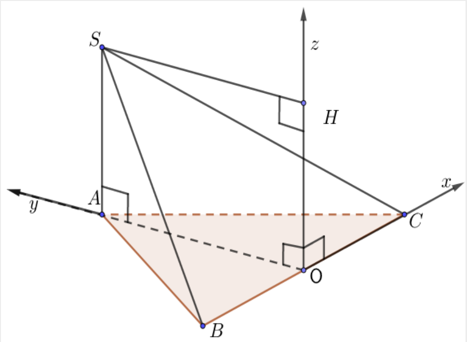
Vậy có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

CHỦ ĐỀ 3
ỨNG DỤNG MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

I. Gắn tọa độ đối với hình chóp

1. Hình chóp có cạnh bên (SA) vuông góc với mặt đáy:

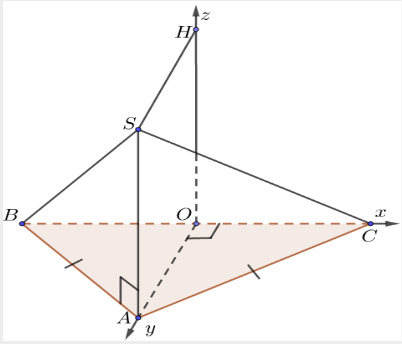
Đáy là tam giác đều



- Gọi O là trung điểm BC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $AB = a = 1$.
- Tọa độ các điểm là:

$O(0;0;0)$, $A\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $B\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $S\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

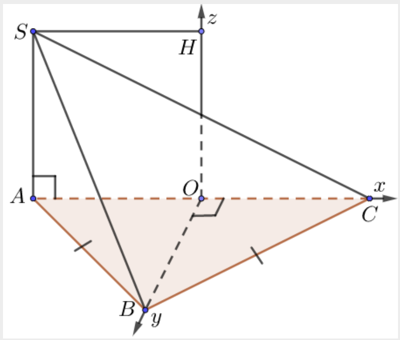
Đáy là tam giác cân tại A



- Gọi O là trung điểm BC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ các điểm là:

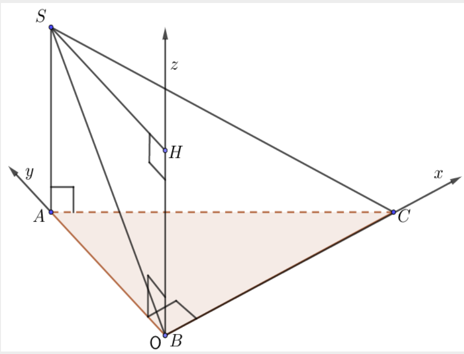
$O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$, $B(-OB;0;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(0;OA;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác cân tại *B*



- Gọi O là trung điểm AC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác vuông tại *B*



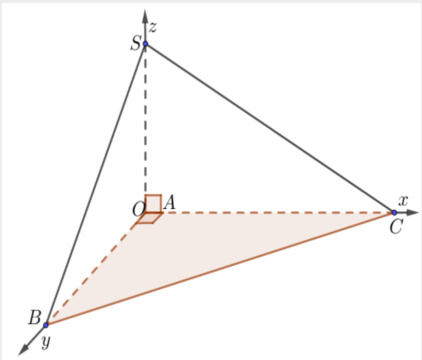
- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ các điểm:

$B \equiv O(0;0;0)$,

$A(0;AB;0)$, $C(BC,0;0)$,

$S\left(0;AB;\underbrace{BH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác vuông tại *A*



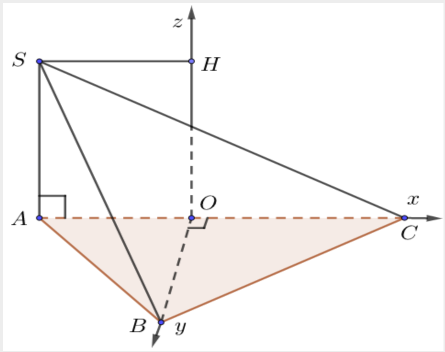
- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ các điểm:

$A \equiv O(0;0;0)$,

$B(0;OB;0)$, $C(AC;0;0)$,

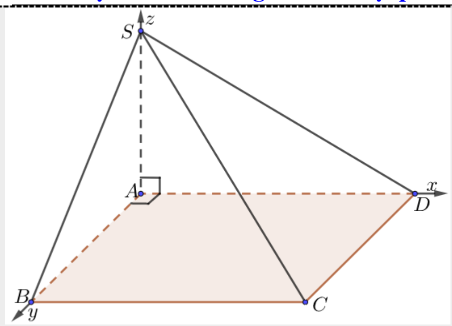
$S(0;0;SA)$.

Đáy là tam giác thường



- Dựng đường cao BO của ΔABC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

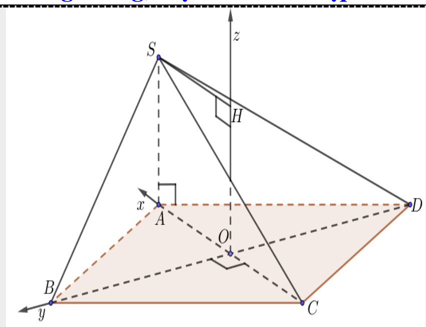
Đáy hình vuông, hình chữ nhật | **Đáy là hình thoi** | **Đáy là hình thang vuông**



- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$.
- Tọa độ

$A \equiv O(0;0;0), B(0;AB;0),$

$C(AD;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

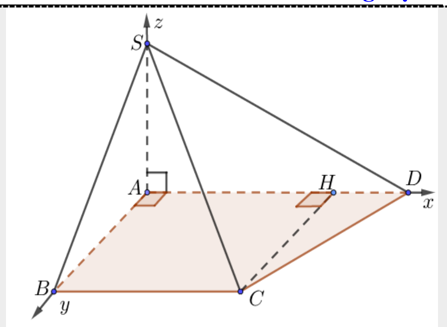


- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$.
- Tọa độ $O(0;0;0)$,

$A(OA;0;0)$,

$B(0;OB;0)$, $C(-OC;0;0)$

$D(0;-OD;0)$, $S\left(OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.



- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$.
- Tọa độ

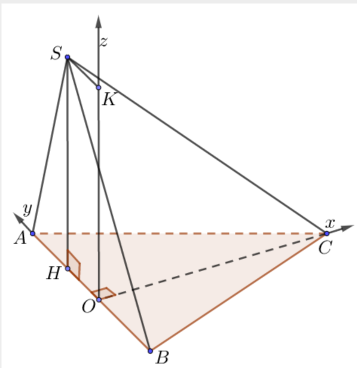
$A \equiv O(0;0;0)$,

$B(0;AB;0)$, $C(AH;AB;0)$,

$D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

2. Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy

Đáy là tam giác, mặt bên là tam giác thường

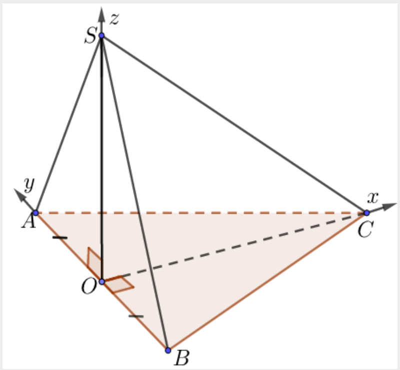


- Vẽ đường cao CO trong ΔABC. Chọn hệ trục như hình, a = 1.
- Ta có:

$O(0;0;0)$, $A(0;OA;0), B(0;-OB;0)$,

$C(OC;0;0)$, $S\left(0;OH;\underbrace{OK}_{=SH}\right)$

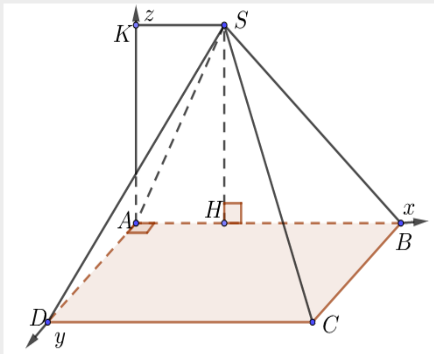
Đáy là tam giác cân tại C (hoặc đều), mặt bên là tam giác cân tại S (hoặc đều)



- Gọi O là trung điểm BC, chọn hệ trục như hình, a = 1.
- Ta có: $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$,

$B(0;-OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S(0;0;SO)$

Đáy là hình vuông-hình chữ nhật



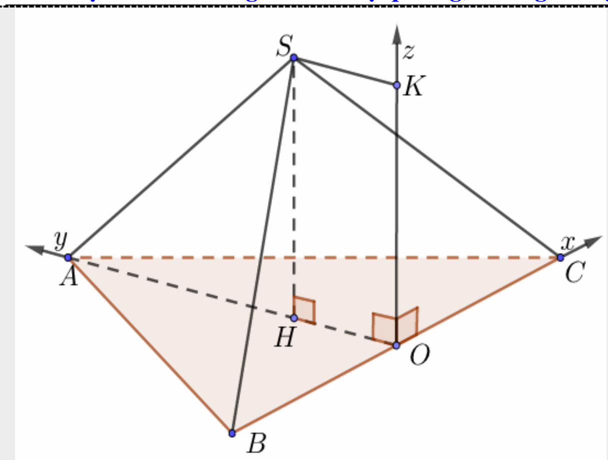
- Dựng hệ trục như hình, chọn a = 1.
- Ta có:

$A \equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0)$,

$D(0;AD;0), S\left(AH;0;\underbrace{AK}_{=SH}\right)$

3. Hình chóp đều

Hình chóp tam giác đều	**Hình chóp tứ giác đều**

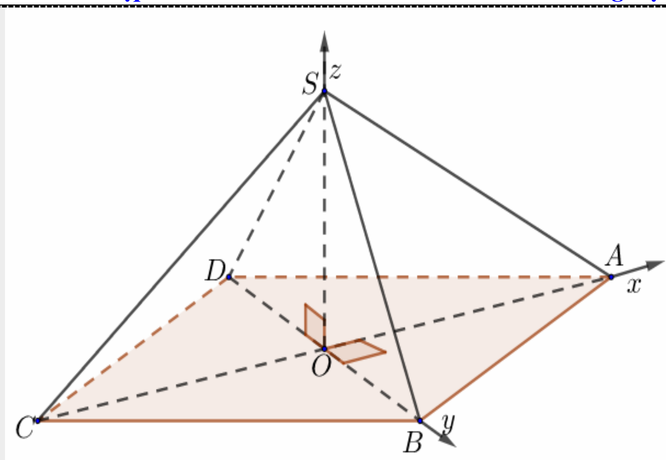


Gọi O là trung điểm một cạnh đáy. Dựng hệ trục như hình vẽ và $a=1$.

Tọa độ điểm:

$O(0;0;0)$, $A\left(0;\frac{AB\sqrt{3}}{2};0\right)$, $B\left(-\frac{BC}{2};0;0\right)$,

$C\left(\frac{BC}{2};0;0\right)$, $S\left(0;\underbrace{\frac{AB\sqrt{3}}{6}}_{=OH};\underbrace{OK}_{=SH}\right)$.



Chọn hệ trục như hình với $a=1$.

Tọa độ điểm:

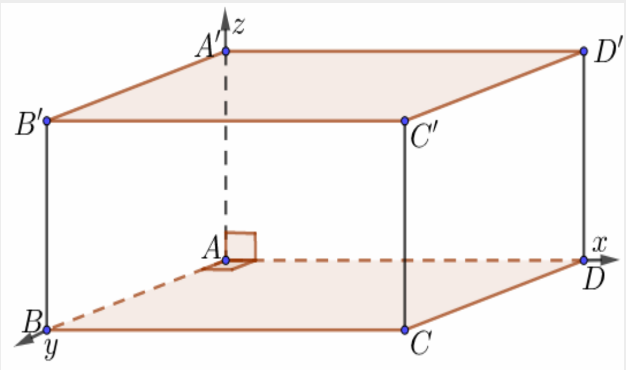
$O(0;0;0)$, $A\left(\underbrace{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=OA};0;0\right)$, $B\left(0;\underbrace{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right)$,

$C\left(\underbrace{-\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=-OA};0;0\right)$, $D\left(0;\underbrace{-\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right)$; $S(0;0;SO)$.

II. Gắn tọa độ đối với hình lăng trụ

1. Lăng trụ đứng

Hình lập phương, hình hộp chữ nhật



Dựng hệ trục như hình vẽ với $a=1$. Tọa độ điểm:

$A \equiv O(0;0;0)$,

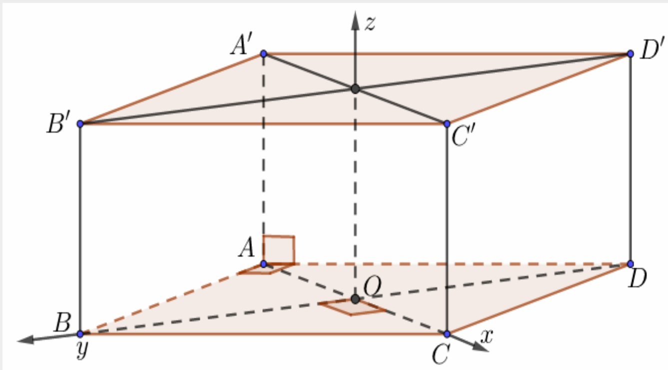
$B(0;AB;0)$, $C(AD;AB;0)$,

$D(AD;0;0)$,

$A'(0;0;AA')$,

$B'(0;AB;AA')$, $C'(AD;AB;AA')$, $D'(AD;0;AA')$.

Lăng trụ đứng đáy là hình thoi

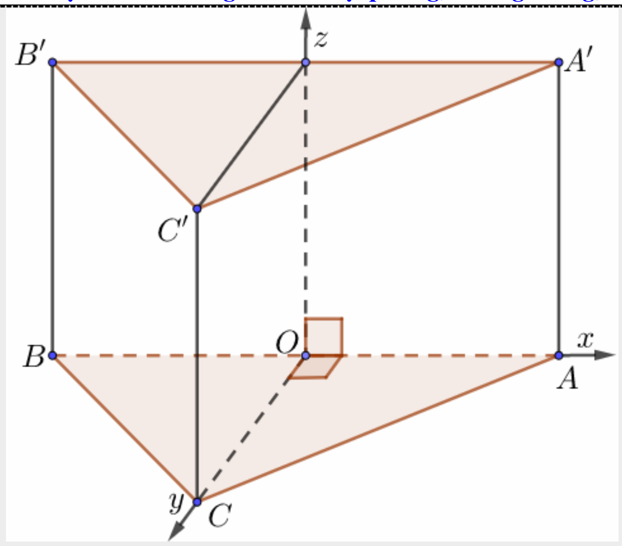


Gọi O là tâm hình thoi đáy, ta dựng hệ trục như hình với

$O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0;OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $D(0;-OD;0)$, $A'(-OA;0;AA')$, $B'(0;OB;AA')$, $C'(OC;0;CC')$, $D'(0;-OD;DD')$

Lăng trụ tam giác đều

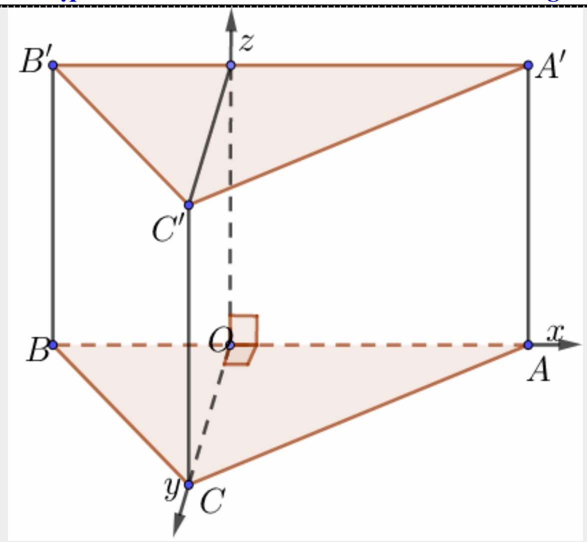
Lăng trụ đứng có đáy tam giác thường



Gọi O là trung điểm một cạnh đáy, chọn hệ trục như hình vẽ với $a = 1$. Ta có:

$O(0;0;0)$, $A\left(\frac{AB}{2};0;0\right)$, $B\left(-\frac{AB}{2};0;0\right)$, $C(0;OC;0)$,

$A'(OA;0;AA')$, $B'\left(-\frac{AB}{2};0;BB'\right)$, $C'(0;OC;CC')$.



Vẽ đường cao CO trong tam giác ABC và chọn hệ trục như hình vẽ với $a = 1$.

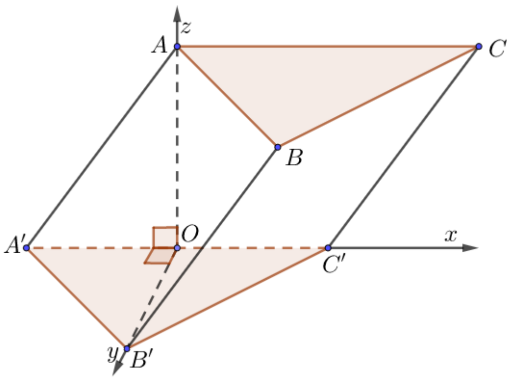
Tọa độ điểm là:

$O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(-OB;0;0)$, $C(0;OC;0)$,

$A'(OA;0;AA')$, $B'(-OB;0;BB')$, $C'(0;OC;CC')$.

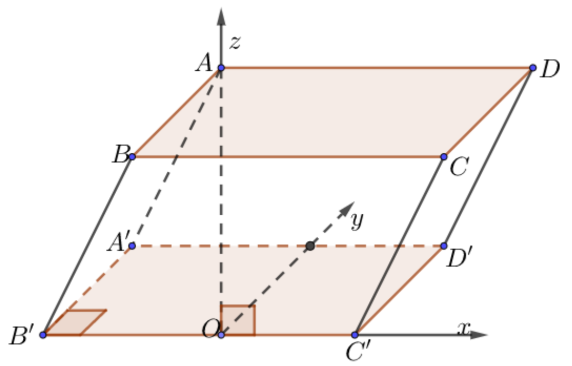
2. Lăng trụ xiên:

Lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đối diện là trung điểm một cạnh tam giác đáy



- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', A.
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

Lăng trụ xiên có đáy là hình vuông hoặc hình chữ nhật, hình chiếu của một đỉnh là một điểm thuộc cạnh đáy không chứa đỉnh đó



- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', D', A.
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=5, OB=2, OC=4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là:

A. $\frac{20}{3\sqrt{129}}$. **B.** $\frac{20}{\sqrt{129}}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45°, E là trung điểm của SD, $AB=2a$, $AD=DC=a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE).

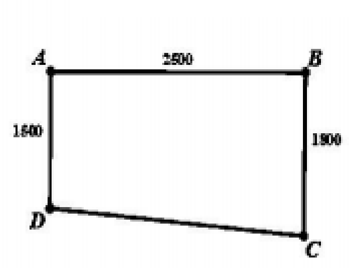
A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (CDM).

A. $d(B,(CDM))=2$. **B.** $d(B,(CDM))=2\sqrt{2}$.

C. $d(B,(CDM))=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $d(B,(CDM))=\sqrt{2}$.

Câu 4. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D, như hình vẽ.

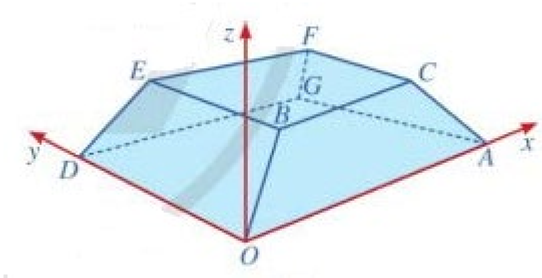


Bước đầu chúng được lấy " thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB=25\,\text{m}$, $AD=15\,\text{m}$, $BC=18\,\text{m}$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10\,\text{cm}$, $a\,\text{cm}$, $6\,\text{cm}$ tương ứng. Giá trị của a là số nào sau đây?

A. $15,7\,\text{cm}$. **B.** $17,2\,\text{cm}$. **C.** $18,1\,\text{cm}$. **D.** $17,5\,\text{cm}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 5. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100m$, chiều rộng $OD = 60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.



a) Lập phương trình mặt phẳng $(OACB)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$.

Câu 6. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và có tâm của mặt đáy trên lần lợt là $A(3;2;3), B(6;3;3), C(9;4;2), D\left(6;0;\frac{5}{2}\right)$.

a) Hỏi ba cột bê tông A, B và C có được xây thẳng hàng không?

b) Bốn điểm A, B, C và D có đồng phẳng không?

c) Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC).

Câu 7. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P),(Q),(R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): x+2y-2z+1=0$, $(Q): 2x+y+2z-3=0$, $(R): 2x+4y-4z-19=0$.

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R)$ của tòa nhà.

b) Tính khoảng giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.

Câu 8. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): 2x-y-z+1=0$, $(Q): x+3y-z-2=0, (R): 4x-2y-2z+9=0, (T): 2x+6y-2z+15=0$.

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ của tòa nhà.

b) Tính khoảng giữa hai bức tường (Q) và (T) của tòa nhà.

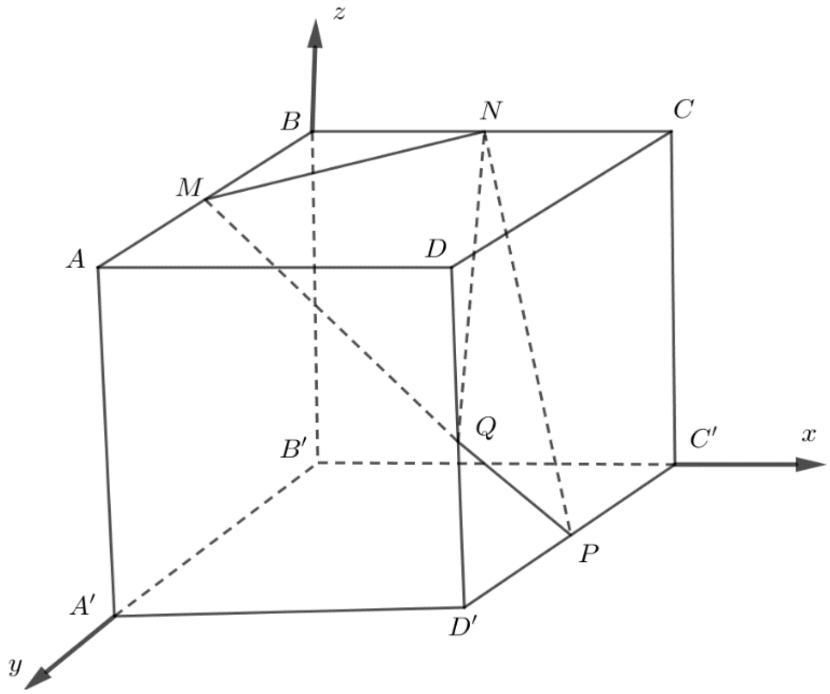
c) Tính chiều rộng bức tường (Q) của tòa nhà.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D', DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xác định tọa độ các điểm M, N, P, Q.

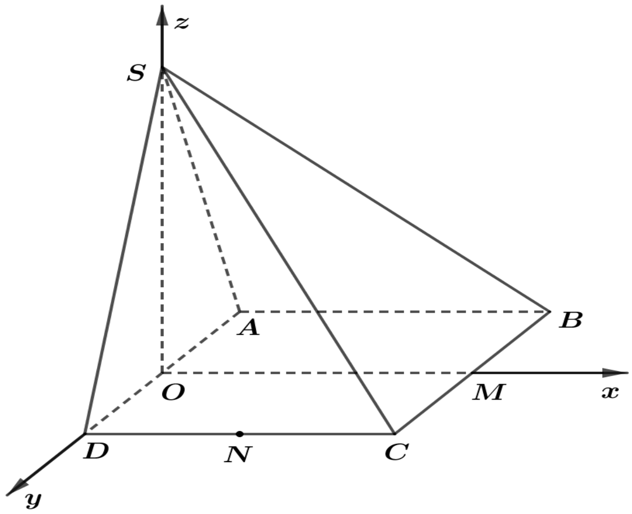
a) Lập phương trình mặt phẳng $(A'BC')$.

b) Tính khoảng cách từ điểm Q đến mặt phẳng (MNP).

c) Tính khoảng giữa hai mặt phẳng $(A'BC')$ và mặt phẳng (ACD').



Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.



a) Lập phương trình mặt phẳng (SOM) .

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

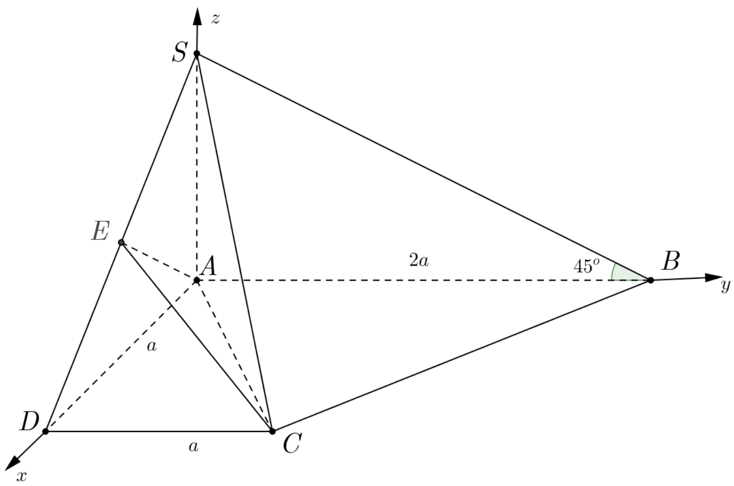
c) Gọi Q là trung điểm SD. Tính khoảng giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ONQ).

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = 5, OB = 2, OC = 4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và AMN . Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.

a) Lập phương trình mặt phẳng (ABC).

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SMN).

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45°, E là trung điểm của SD, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACE. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.



a) Lập phương trình mặt phẳng (SAC).

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AEC).

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD.

a) Lập phương trình mặt phẳng (AMC).

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMG).

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB=4, AD=3, AA'=5$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACB'.

a) Tính độ dài cạnh GD'.

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(AB'C)$.

c) Tính khoảng giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và mặt phẳng $(CB'D')$.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AD=2, AB=AC=1$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC và G là trọng tâm của tam giác ABD.

a) Tính độ dài cạnh IG.

b) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AIG).

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN.

a) Tính tọa độ điểm G.

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC).

c) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN).

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD.

a) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD).

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD).

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan\alpha=\sqrt{2}$.

a) Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB).

b) Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SCD).

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD.

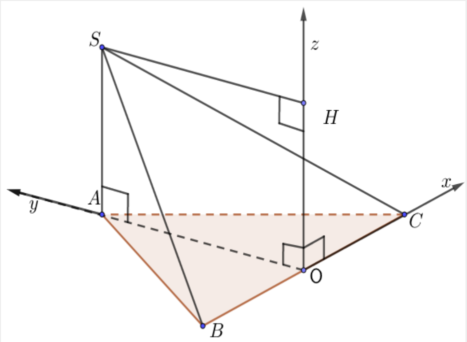
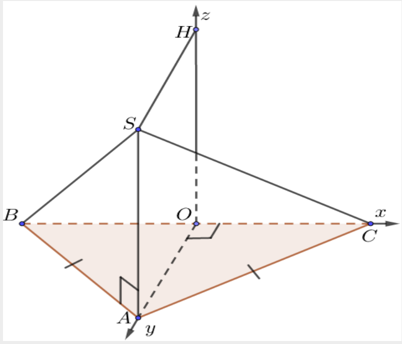
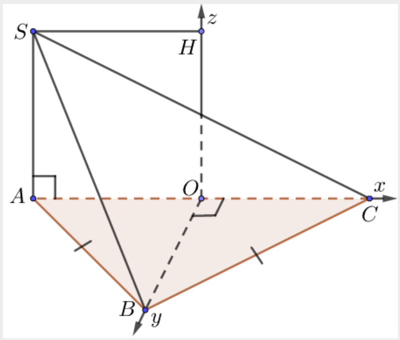
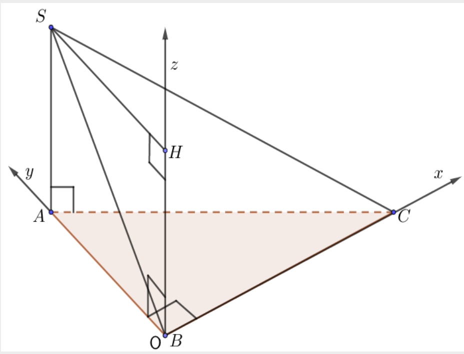
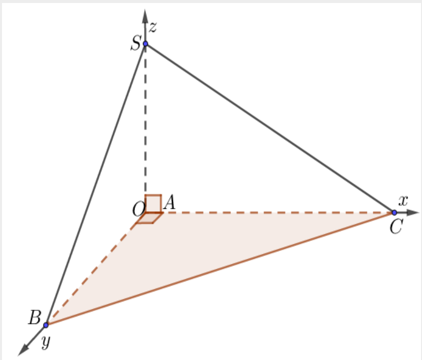
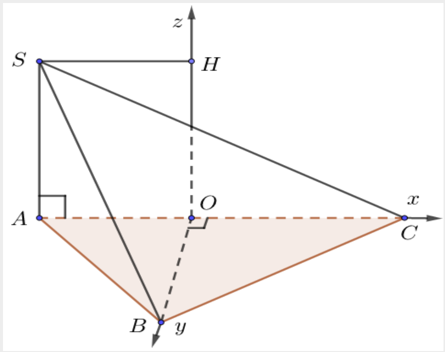
a) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

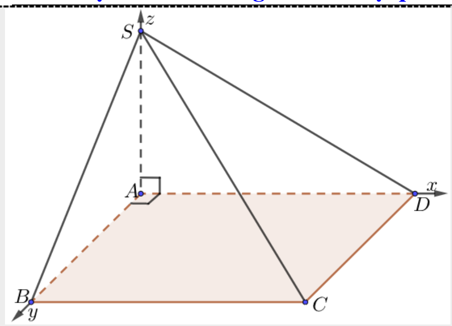
b) Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (GMN).

CHỦ ĐỀ 3
ỨNG DỤNG MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

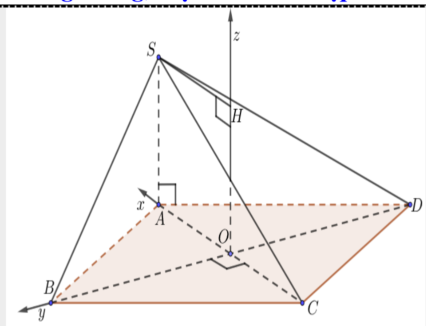
I. Gắn tọa độ đối với hình chóp

1. Hình chóp có cạnh bên (SA) vuông góc với mặt đáy:

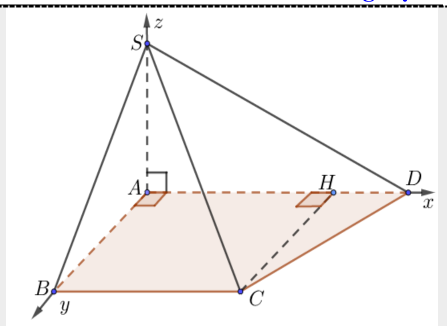
Đáy là tam giác đều	**Đáy là tam giác cân tại A**	**Đáy là tam giác cân tại *B***
		
▪ Gọi O là trung điểm BC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $AB=a=1$. ▪ Tọa độ các điểm là: $O(0;0;0)$, $A\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $B\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $S\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.	▪ Gọi O là trung điểm BC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$. ▪ Tọa độ các điểm là: $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$, $B(-OB;0;0$ $C(OC;0;0)$, $S\left(0;OA;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.	▪ Gọi O là trung điểm AC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$. ▪ Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.
Đáy là tam giác vuông tại *B*	**Đáy là tam giác vuông tại *A***	**Đáy là tam giác thường**
		
▪ Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$. ▪ Tọa độ các điểm: $B\equiv O(0;0;0)$, $A(0;AB;0)$, $C(BC,0;0)$, $S\left(0;AB;\underbrace{BH}_{=SA}\right)$.	▪ Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$. ▪ Tọa độ các điểm: $A\equiv O(0;0;0)$, $B(0;OB;0)$, $C(AC;0;0)$, $S(0;0;SA)$.	▪ Dựng đường cao BO của ΔABC. Chọn hệ trục như hình vẽ, $a=1$. ▪ Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.
Đáy hình vuông, hình chữ nhật	**Đáy là hình thoi**	**Đáy là hình thang vuông**



- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ $A \equiv O(0;0;0), B(0;AB;0)$, $C(AD;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.



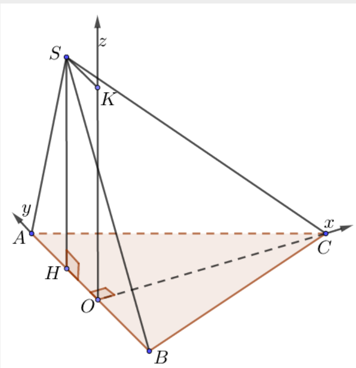
- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ $O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(0;OB;0)$, $C(-OC;0;0)$, $D(0;-OD;0)$, $S\left(OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.



- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$, $C(AH;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

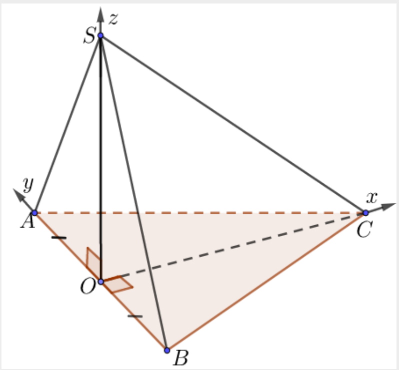
2. Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy

Đáy là tam giác, mặt bên là tam giác thường



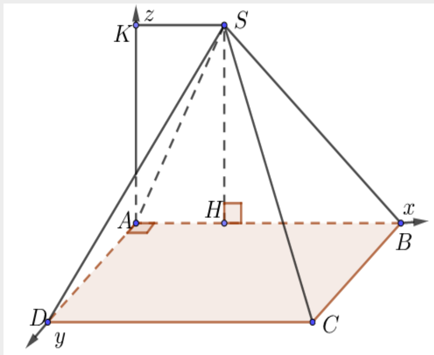
- Vẽ đường cao CO trong ΔABC. Chọn hệ trục như hình, $a = 1$.
- Ta có: $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0), B(0;-OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(0;OH;\underbrace{OK}_{=SH}\right)$

Đáy là tam giác cân tại C (hoặc đều), mặt bên là tam giác cân tại S (hoặc đều)



- Gọi O là trung điểm BC, chọn hệ trục như hình, $a = 1$.
- Ta có: $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$, $B(0;-OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S(0;0;SO)$

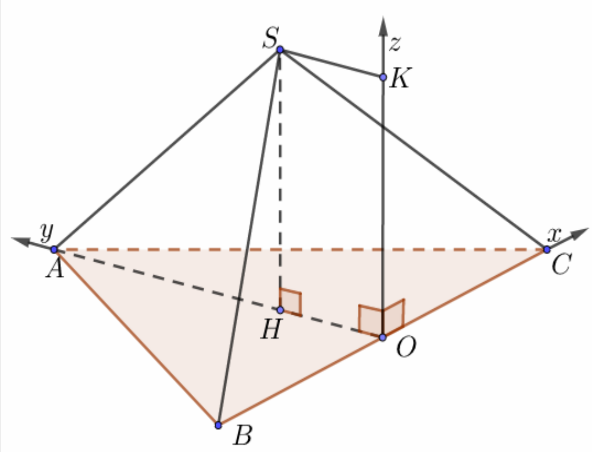
Đáy là hình vuông-hình chữ nhật



- Dựng hệ trục như hình, chọn $a = 1$.
- Ta có: $A \equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0)$, $D(0;AD;0), S\left(AH;0;\underbrace{AK}_{=SH}\right)$

3. Hình chóp đều

Hình chóp tam giác đều	Hình chóp tứ giác đều

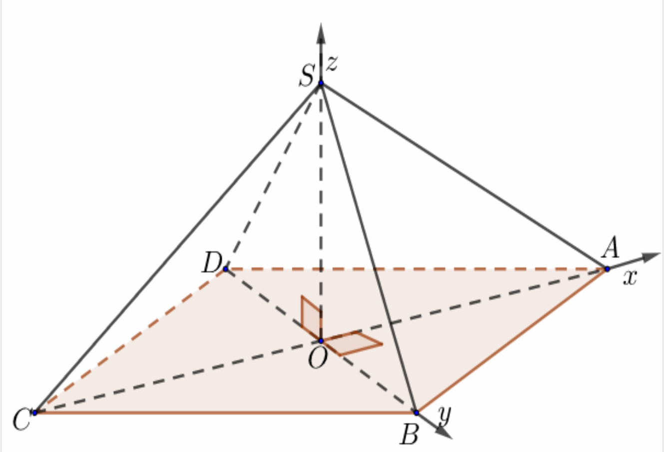


Gọi O là trung điểm một cạnh đáy. Dựng hệ trục như hình vẽ và $a = 1$.

Tọa độ điểm:

$$O(0;0;0),\ A\left(0;\frac{AB\sqrt{3}}{2};0\right),\ B\left(-\frac{BC}{2};0;0\right),$$

$$C\left(\frac{BC}{2};0;0\right),\ S\left(0;\underbrace{\frac{AB\sqrt{3}}{6}}_{=OH};\underbrace{OK}_{=SH}\right).$$



Chọn hệ trục như hình với $a = 1$.

Tọa độ điểm:

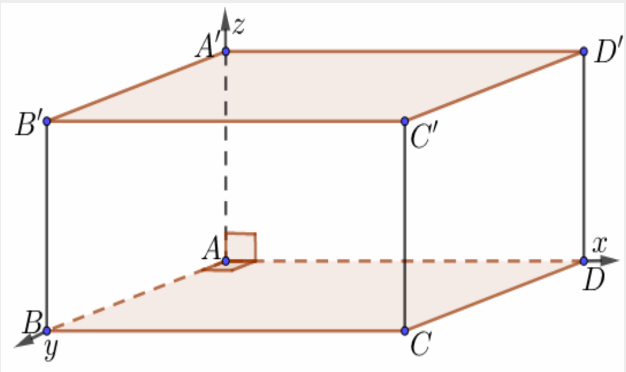
$$O(0;0;0),\ A\left(\underbrace{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=OA};0;0\right),\ B\left(0;\underbrace{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right),$$

$$C\left(\underbrace{-\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=-OA};0;0\right),\ D\left(0;-\underbrace{\frac{AB\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right);\ S(0;0;SO).$$

II. Gắn tọa độ đối với hình lăng trụ

1. Lăng trụ đứng

Hình lập phương, hình hộp chữ nhật



Dựng hệ trục như hình vẽ với $a = 1$. Tọa độ điểm:

$A \equiv O(0;0;0)$,

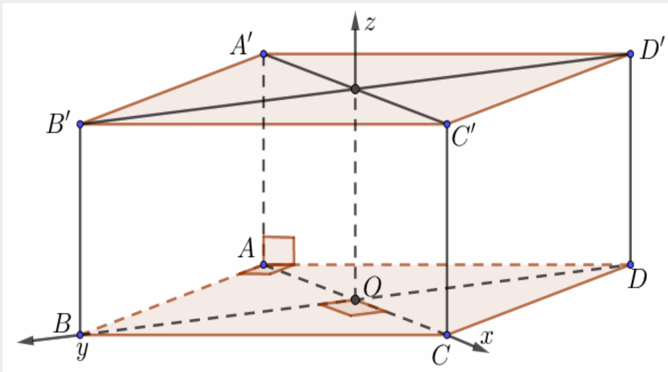
$B(0;AB;0)$, $C(AD;AB;0)$,

$D(AD;0;0)$,

$A'(0;0;AA')$,

$B'(0;AB;AA')$, $C'(AD;AB;AA')$, $D'(AD;0;AA')$.

Lăng trụ đứng đáy là hình thoi

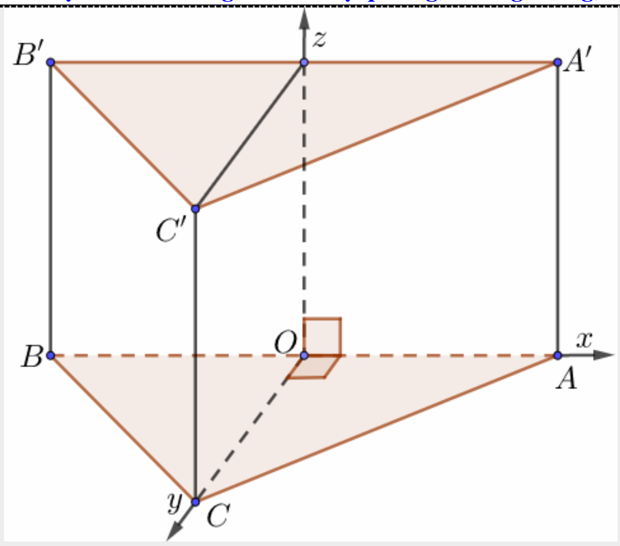


Gọi O là tâm hình thoi đáy, ta dựng hệ trục như hình với

$O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0;OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $D(0;-OD;0)$, $A'(-OA;0;AA')$, $B'(0;OB;AA')$, $C'(OC;0;CC')$, $D'(0;-OD;DD')$

Lăng trụ tam giác đều

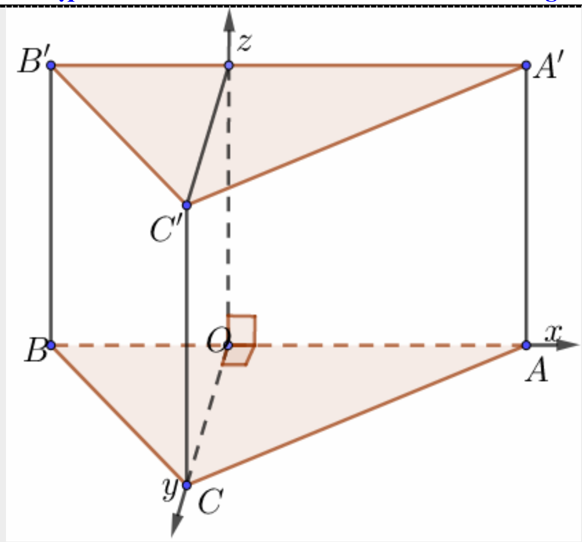
Lăng trụ đứng có đáy tam giác thường



Gọi O là trung điểm một cạnh đáy, chọn hệ trục như hình vẽ với $a = 1$. Ta có:

$O(0;0;0)$, $A\left(\dfrac{AB}{2};0;0\right)$, $B\left(-\dfrac{AB}{2};0;0\right)$, $C(0;OC;0)$,

$A'(OA;0;AA')$, $B'\left(-\dfrac{AB}{2};0;BB'\right)$, $C'(0;OC;CC')$.



Vẽ đường cao CO trong tam giác ABC và chọn hệ trục như hình vẽ với $a = 1$.

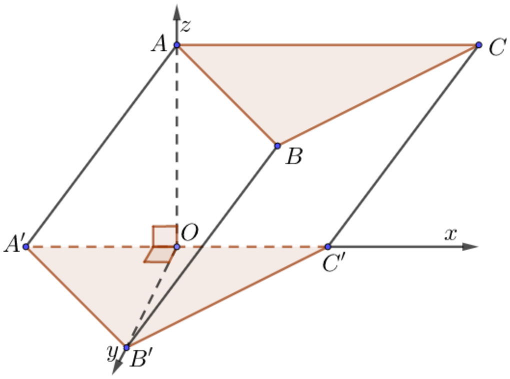
Tọa độ điểm là:

$O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(-OB;0;0)$, $C(0;OC;0)$,

$A'(OA;0;AA')$, $B'(-OB;0;BB')$, $C'(0;OC;CC')$.

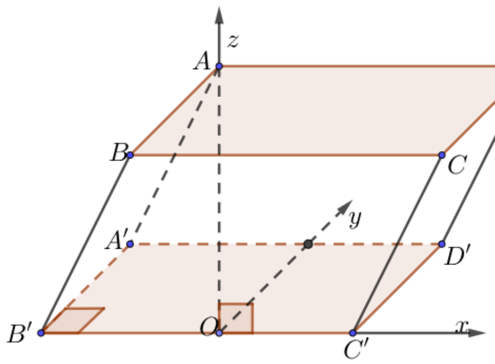
2. Lăng trụ xiên:

Lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đối diện là trung điểm một cạnh tam giác đáy



- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', A.
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'}$.

Lăng trụ xiên có đáy là hình vuông hoặc hình chữ nhật, hình chiếu của một đỉnh là một điểm thuộc cạnh đáy không chứa đỉnh đó



- Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', D', A.
- Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho tứ diện $OABC$, có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=5, OB=2, OC=4$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là:

A. $\frac{20}{3\sqrt{129}}$. **B.** $\frac{20}{\sqrt{129}}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.

Ta có $O(0;0;0)$, $A \in Oz, B \in Ox, C \in Oy$ sao cho $AO=5, OB=2, OC=4$

$\Rightarrow A(0;0;5), B(2;0;0), C(0;4;0)$.

Khi đó: G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$

M là trung điểm OB nên $M(1;0;0)$

N là trung điểm OC nên $N(0;2;0)$.

Phương trình mặt phẳng (AMN) là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1$ hay $10x+5y+2z-10=0$

Vậy khoảng cách từ G đến mặt phẳng (AMN) là:

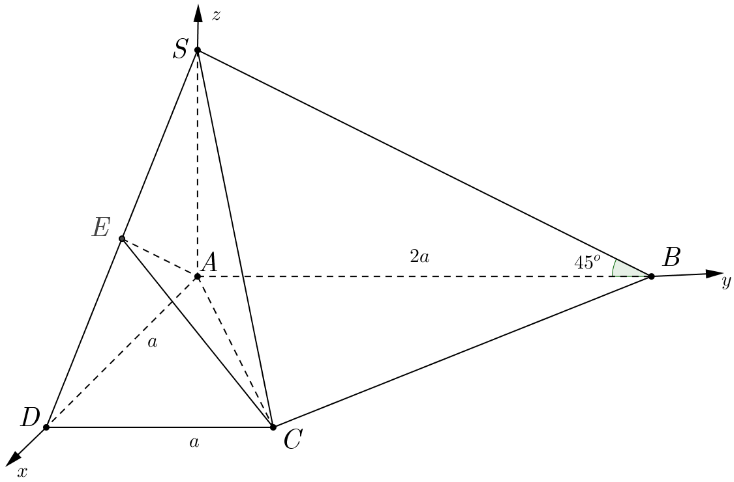
$$d(G,(AMN))=\frac{\left|\frac{20}{3}+\frac{20}{3}+\frac{10}{3}-10\right|}{\sqrt{100+25+4}}=\frac{20}{3\sqrt{129}}.$$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45°, E là trung điểm của SD, $AB=2a$, $AD=DC=a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE).

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB $\Rightarrow$ Góc giữa SB và mặt đáy là góc giữa SB và AB và bằng góc $\widehat{SBA} = 45^{\circ}$.

Tam giác SAB vuông cân tại A $\Rightarrow SA = 2a$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có: $A(0;0;0)$, $B(0;2a;0)$, $C(a;a;0)$, $D(a;0;0)$, $S(0;0;2a)$, $E\left(\frac{a}{2};0;a\right)$.

$\overrightarrow{AC} = (a;a;0)$, $\overrightarrow{AE} = \left(\frac{a}{2};0;a\right) \Rightarrow \overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{AE} = \left(a^2;-a^2;-\frac{a^2}{2}\right)$

$\Rightarrow$ mặt phẳng (ACE) có véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-2;-1) \Rightarrow (ACE): 2x - 2y - z = 0$.

Vậy $d(B,(ACE)) = \frac{|2.2a|}{\sqrt{4+4+1}} = \frac{4a}{3}$.

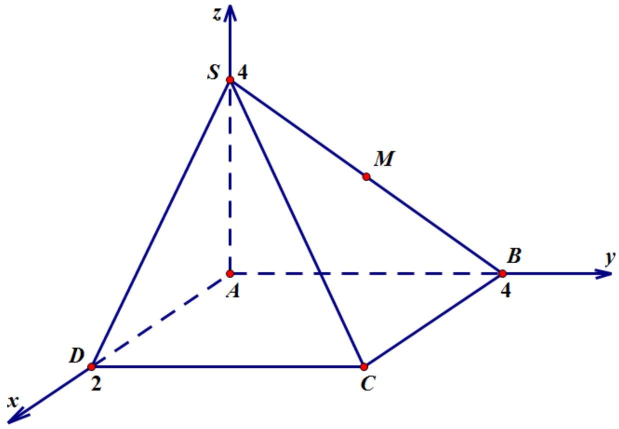
Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (CDM).

A. $d(B,(CDM)) = 2$. **B.** $d(B,(CDM)) = 2\sqrt{2}$.

C. $d(B,(CDM)) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $d(B,(CDM)) = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0)$.

M là trung điểm của SB $\Rightarrow M(0;2;2)$.

Viết phương trình mặt phẳng (CDM):

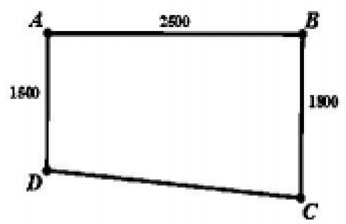
$\overrightarrow{CD} = (0;-4;0)$, $\overrightarrow{CM} = (-2;-2;2) \Rightarrow \overrightarrow{CD} \wedge \overrightarrow{CM} = (-8;0;-8)$.

(CDM) có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;0;1)$.

Suy ra (CDM) có phương trình: $x + z - 2 = 0$.

Vậy $d(B;(CDM)) = \dfrac{|0+0-2|}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \sqrt{2}$.

Câu 4. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D, như hình vẽ.

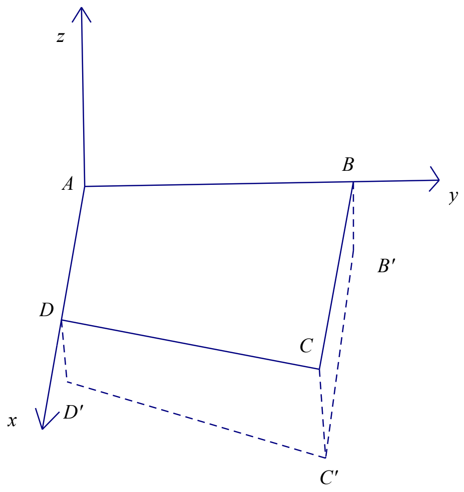


Bước đầu chúng được lấy " thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25\,\text{m}$, $AD = 15\,\text{m}$, $BC = 18\,\text{m}$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10\,\text{cm}$, $a\,\text{cm}$, $6\,\text{cm}$ tương ứng. Giá trị của a là số nào sau đây?

A. $15,7\,\text{cm}$. **B.** $17,2\,\text{cm}$. **C.** $18,1\,\text{cm}$. **D.** $17,5\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $O \equiv A$, tia $Ox \equiv AD$; tia $Oy \equiv AB$.

Khi đó, $A(0;0;0)$; $B(0;2500;0)$; $C(1800;2500;0)$; $D(1500;0;0)$.

Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10\,\text{cm}$, $a\,\text{cm}$, $6\,\text{cm}$ tương ứng ta có các điểm mới $B'(0;2500;-10)$; $C'(1800;2500;-a)$; $D'(1500;0;-6)$.

Theo bài ra có bốn điểm A; B'; C'; D' đồng phẳng.

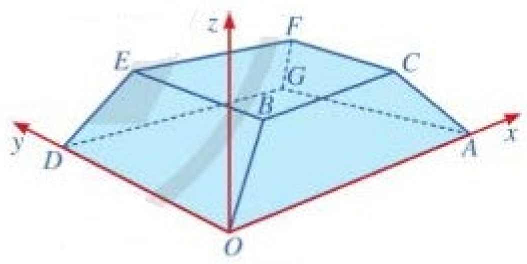
Phương trình mặt phẳng $(AB'D'): x+y+250z=0$.

Do $C'(1800;\,2500;-a) \in (AB'D')$ nên có: $1800+2500-250a=0 \Leftrightarrow a=17,2$.

Vậy $a=17,2\,\text{cm}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

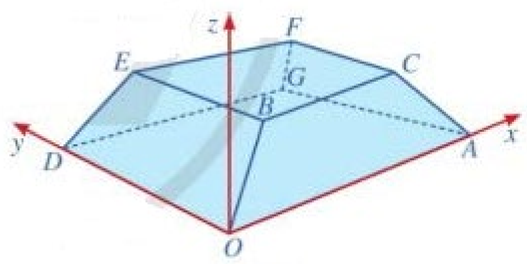
Câu 5. Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100m$, chiều rộng $OD = 60m$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.



a) Lập phương trình mặt phẳng $(OACB)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$.

Lời giải



a) Lập phương trình mặt phẳng $(OACB)$.

Gắn hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ vào hệ trục $Oxyz$, ta có:

$O(0;0;0), A(100;0;0), G(100;60;0), D(0;60;0), B(10;10;8)$

$\overrightarrow{OA} = (100;0;0), \overrightarrow{OB} = (10;10;8)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OACB)$ là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right] = (0;-100;1000) = -100(0;1;-10)$

Phương trình mặt phẳng $(OACB)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0;1;-10)$ là:

$y - 10z = 0$

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$.

$\overrightarrow{OD} = (0;60;0), \overrightarrow{OB} = (10;10;8)$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(OBED)$ là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{OD}, \overrightarrow{OB}\right] = (480;0;-600) = 120(4;0;-5)$

Phương trình mặt phẳng $(OBED)$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;0;-5)$ là:

$4x - 5z = 0$

Kkhoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ là: $d(G,(OBED)) = \dfrac{|4.100 - 5.0|}{\sqrt{16+25}} = \dfrac{400\sqrt{41}}{41} \approx 62,5m$

Câu 6. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và có tâm của mặt đáy trên lần lượt là $A(3;2;3), B(6;3;3), C(9;4;2), D\left(6;0;\frac{5}{2}\right)$.

a) Hỏi ba cột bê tông A, B và C có được xây thẳng hàng không?

b) Bốn điểm A, B, C và D có đồng phẳng không?

c) Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC).

Lời giải

Câu 7. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P),(Q),(R)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): x+2y-2z+1=0$, $(Q): 2x+y+2z-3=0$, $(R): 2x+4y-4z-19=0$.

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R)$ của tòa nhà.

b) Tính khoảng giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.

Lời giải

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R)$ của tòa nhà.

$(P): x+2y-2z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;2;-2)$

$(Q): 2x+y+2z-3=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(2;1;2)$

$(R): 2x+4y-4z-19=0$. có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_R=(2;4;-4)$

Ta có $\vec{n}_R=(2;4;-4)=2(1;2;-2)\Rightarrow \vec{n}_R=2\vec{n}_P$ nên hai bức tường (P) và (R) song song nhau

$\vec{n}_P.\vec{n}_Q=1.2+2.1+(-2).2=0\Rightarrow \vec{n}_P\perp\vec{n}_Q$ nên bức tường (Q) vuông góc với hai bức tường (P) và (R),

b) Tính khoảng giữa hai bức tường (P) và (R) của tòa nhà.

Chọn điểm $M(-1;0;0)\in(P)$

Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên:

$$d((P),(R))=d(M,(R))=\frac{|2.(-1)+4.0-4.0-19|}{\sqrt{4+16+16}}=\frac{21}{6}=3,5m$$

Câu 8. Một công trình đang xây dựng được gắn hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Ba bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ (như hình vẽ) của tòa nhà lần lượt có phương trình: $(P): 2x-y-z+1=0$, $(Q): x+3y-z-2=0$, $(R): 4x-2y-2z+9=0$, $(T): 2x+6y-2z+15=0$.

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ của tòa nhà.

b) Tính khoảng giữa hai bức tường (Q) và (T) của tòa nhà.

c) Tính chiều rộng bức tường (Q) của tòa nhà.

Lời giải

a) Hãy kiểm tính song song hoặc vuông góc giữa các bức tường $(P),(Q),(R),(T)$ của tòa nhà.

$(P): 2x-y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;-1;-1)$

$(Q): x+3y-z-2=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(1;3;-1)$

$(R): 4x-2y-2z+9=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_R=(4;-2;-2)$

$(T): 2x+6y-2z+15=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_T=(2;6;-2)$

Ta có:

$\vec{n}_R=(4;-2;-2)=2(2;-1;-1)\Rightarrow \vec{n}_R=2\vec{n}_P$ nên hai bức tường (P) và (R) song song nhau

$\vec{n}_T=(2;6;-2)=2(1;3;-1)\Rightarrow \vec{n}_T=2\vec{n}_Q$ nên hai bức tường (T) và (Q) song song nhau

$\vec{n}_P.\vec{n}_Q=2.1+(-1).3+(-1).(-1)=0\Rightarrow \vec{n}_P\perp\vec{n}_Q$ nên bức tường (Q) vuông góc với hai bức tường (P) và (R)

$\vec{n}_R.\vec{n}_Q=4.1+(-2).3+(-2).(-1)=0\Rightarrow \vec{n}_R\perp\vec{n}_Q$ nên bức tường (R) vuông góc với hai bức tường (Q) và (T)

b) Tính khoảng giữa hai bức tường (Q) và (T) của tòa nhà.

Chọn điểm $M(2;0;0)\in(Q)$

Do hai bức tường (Q) và (T) song song nhau nên:

$$d((Q),(T))=d(M,(T))=\frac{|2.2+6.0-2.0+15|}{\sqrt{4+36+4}}=\frac{19}{\sqrt{44}}\approx 2,9m$$

c) Tính chiều rộng bức tường (Q) của tòa nhà.

Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên chiều rộng bức tường (Q) là khoảng cách giữa hai bức tường (P) và (R).

Chọn điểm $N(0;0;1)\in(P)$

Do hai bức tường (P) và (R) song song nhau nên:

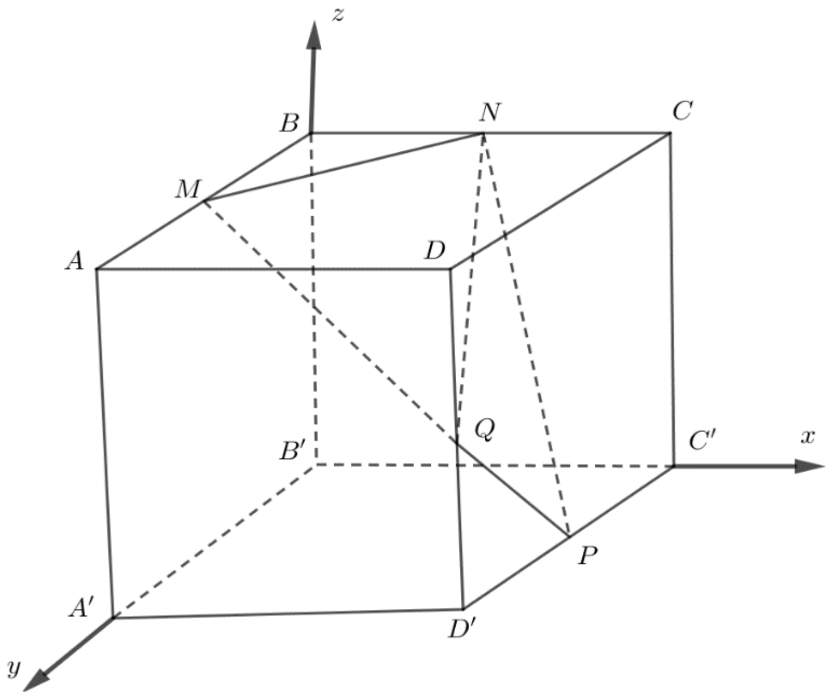
$$d((P),(R))=d(N,(R))=\frac{|4.0-2.0-2.1+9|}{\sqrt{4+1+1}}=\frac{7}{\sqrt{6}}\approx 2,9m$$

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của $AB,BC,C'D',DD'$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xác định tọa độ các điểm M,N,P,Q.

a) Lập phương trình mặt phẳng $(A'BC')$.

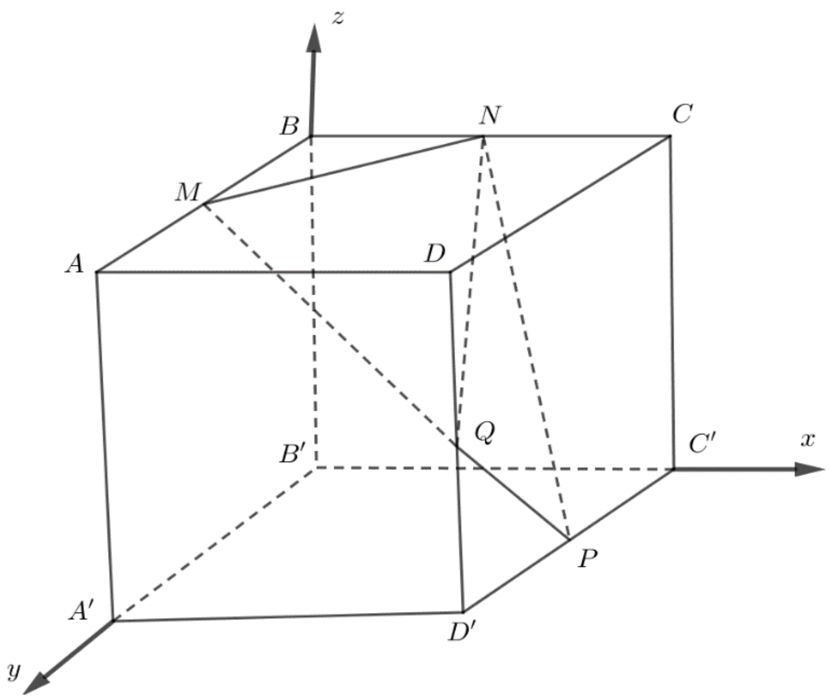
b) Tính khoảng cách từ điểm Q đến mặt phẳng (MNP).

c) Tính khoảng giữa hai mặt phẳng $(A'BC')$ và mặt phẳng (ACD').



Lời giải

Thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gốc $O \equiv B'$.



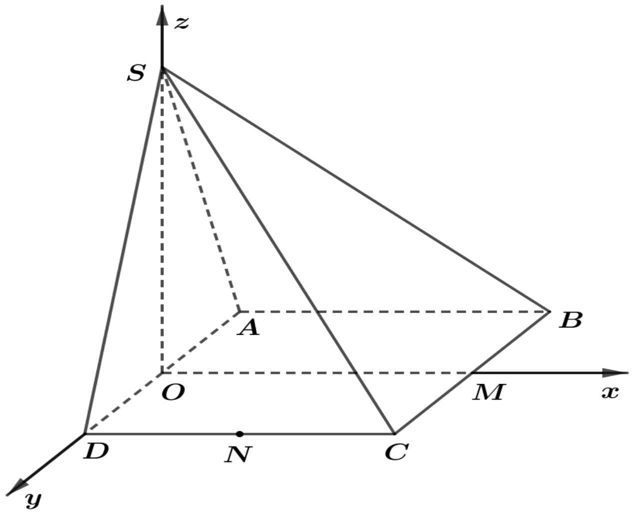
Khi đó: $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$, $N\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $P\left(1;\frac{1}{2};0\right)$, $Q\left(1;1;\frac{1}{2}\right)$.

a) Lập phương trình mặt phẳng $\left(A'BC'\right)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm Q đến mặt phẳng $\left(MNP\right)$.

c) Tính khoảng giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC'\right)$ và mặt phẳng $\left(ACD'\right)$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.



a) Lập phương trình mặt phẳng (SOM) .

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

c) Gọi Q là trung điểm SD. Tính khoảng giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ONQ).

Lời giải

$S\left(0;0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right);M(a;0;0);N\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)..$

a) Lập phương trình mặt phẳng (SOM) .

b) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

c) Gọi Q là trung điểm SD. Tính khoảng giữa hai mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (ONQ).

Câu 11. Cho tứ diện $OABC$, có OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA=5,OB=2,OC=4$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Gọi G,K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và AMN . Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.

a) Lập phương trình mặt phẳng (ABC) .

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SMN) .

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ.

Ta có $O(0;0;0)$, $A\in \text{Oz}, B\in Ox, C\in Oy$ sao cho $AO=5, OB=2, OC=4$

$\Rightarrow A(0;0;5), B(2;0;0), C(0;4;0)$.

Khi đó: G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)$

M là trung điểm OB nên $M(1;0;0)$

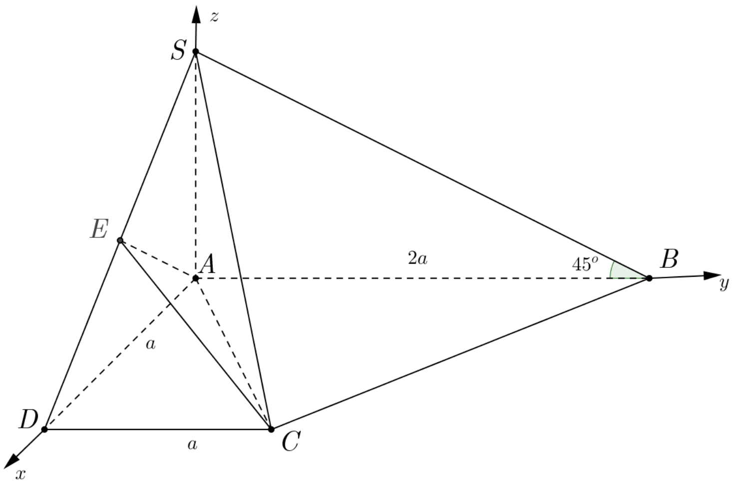
N là trung điểm OC nên $N(0;2;0)$.

K là trọng tâm tam giác AMN nên $K\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$

a) Lập phương trình mặt phẳng (ABC) .

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SMN) .

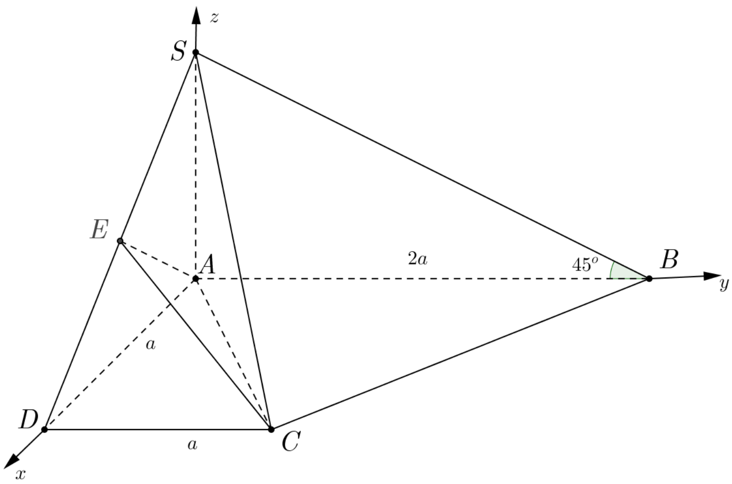
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 45°, E là trung điểm của SD, $AB=2a$, $AD=DC=a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACE . Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.



a) Lập phương trình mặt phẳng (SAC) .

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AEC) .

Lời giải



Hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB $\Rightarrow$ Góc giữa SB và mặt đáy là góc giữa SB và AB và bằng góc $\widehat{SBA}=45^{\circ}$.

Tam giác SAB vuông cân tại A $\Rightarrow SA=2a$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có: $A(0;0;0)$, $B(0;2a;0)$, $C(a;a;0)$, $D(a;0;0)$, $S(0;0;2a)$, $E\left(\frac{a}{2};0;a\right)$.

a) Lập phương trình mặt phẳng (SAC) .

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AEC) .

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $S(-1;6;2)$, $A(0;0;6)$, $B(0;3;0)$, $C(-2;0;0)$. Gọi H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H .

Lời giải

phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm S, B, H là $x+5y-7z-15=0$

Phương trình Mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow -3x+2y+z-6=0$.

H là chân đường cao vẽ từ S của tứ diện $S.ABC$ nên H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H\left(\frac{19}{14};\frac{31}{7};\frac{17}{14}\right)$

Mặt phẳng $(SBH):\begin{cases} qua\, B(0;3;0) \\ vtpt\left[\overrightarrow{BH},\overrightarrow{SB}\right]=\left(\frac{11}{14};\frac{55}{14};-\frac{11}{2}\right)=\frac{11}{14}(1;5;-7) \end{cases}$.

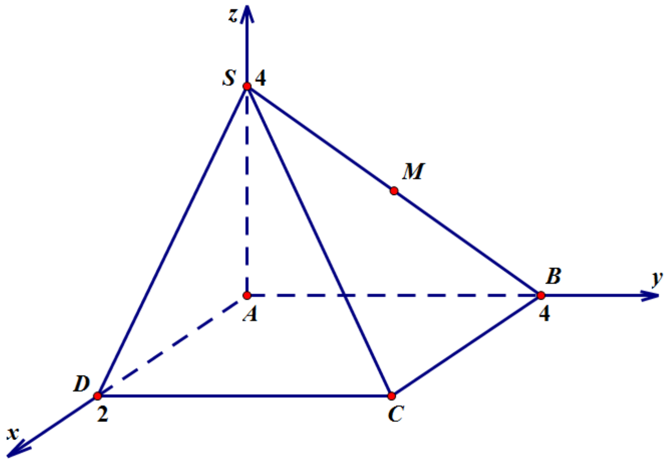
Phương trình Mặt phẳng $(SBH):x+5(y-3)-7z=0 \Leftrightarrow x+5y-7z-15=0$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD .

a) Lập phương trình mặt phẳng (AMC) .

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMG) .

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ : $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$.

M là trung điểm của $SB \Rightarrow M(0;2;2)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_A+x_C=x_B+x_D \\ y_A+y_C=y_B+y_D \\ z_A+z_C=z_B+z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C=2 \\ y_C=4 \\ z_C=0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0)$.

G là trọng tâm của tam giác $SCD \Rightarrow G\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$

a) Lập phương trình mặt phẳng (AMC) .

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (AMG) .

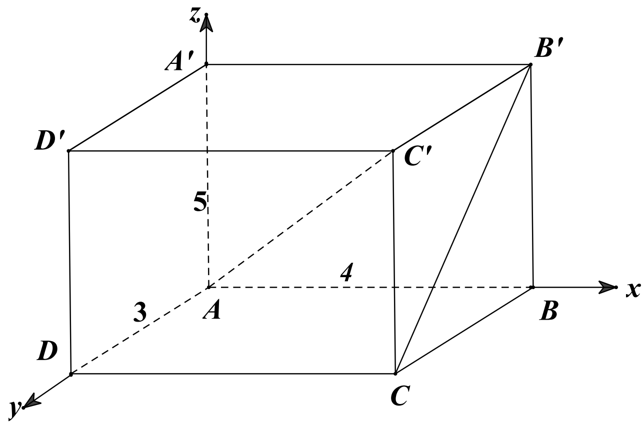
Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB=4, AD=3, AA'=5$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ACB' .

a) Tính độ dài cạnh GD' .

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$.

c) Tính khoảng giữa hai mặt phẳng $\left(AB'D'\right)$ và mặt phẳng $\left(CB'D'\right)$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Có $A(0\,0;0), C(4;3;0), B'(4;0;5), B(4;0;0)$,

G là trọng tâm của tam giác $ACB' \Rightarrow G\left(\frac{8}{3};1;\frac{5}{3}\right)$

a) Tính độ dài cạnh GD' .

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$.

c) Tính khoảng giữa hai mặt phẳng $\left(AB'D'\right)$ và mặt phẳng $\left(CB'D'\right)$.

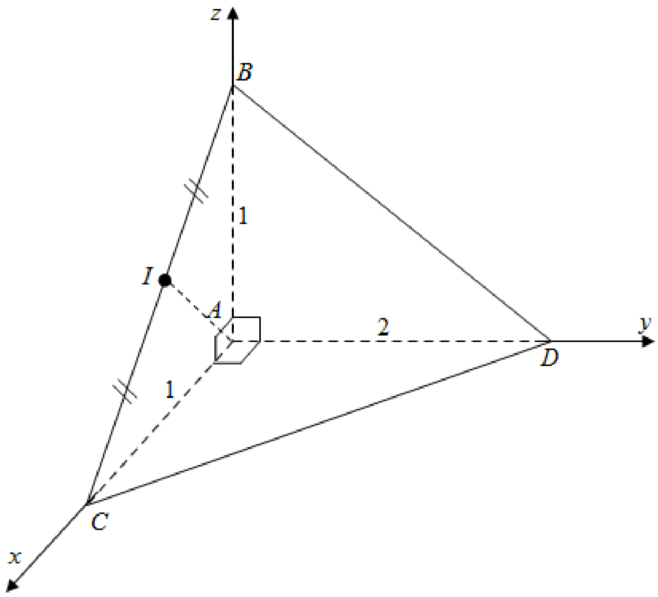
Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AD = 2, AB = AC = 1$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC và G là trọng tâm của tam giác ABD.

a) Tính độ dài cạnh IG .

b) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $\left(AIG\right)$.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Vì tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, nên ta chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ (với A là gốc tọa độ, đường thẳng AC nằm trên trục Ax, AD nằm trên trục Ay và AB nằm trên trục Az).

Từ đó suy ra: $A(0;0;0)$, $B(0;0;1)$ vì $B \in Az$, $C(1;0;0)$ vì $C \in Ax$, $D(0;2;0)$ vì $D \in Ay$.

Vì I là trung điểm của BC nên $I\left(\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$.

G là trọng tâm của tam giác $ABD \Rightarrow G\left(\dfrac{1}{6};0;\dfrac{1}{2}\right)$

a) Tính độ dài cạnh IG .

b) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AIG) .

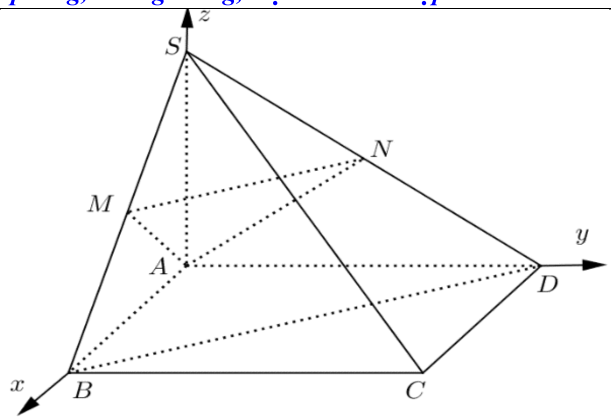
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD và G là trọng tâm của tam giác AMN .

a) Tính tọa độ điểm G .

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) .

c) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN) .

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn: $A \equiv O, B(a;0;0), D(0;a;0), S(0;0;a)$(như minh họa hình vẽ),

suy ra $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$ và $N\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

a) Tính tọa độ điểm G. .

G là trọng tâm của tam giác $AMN \Rightarrow G\left(\frac{a}{6};\frac{a}{6};\frac{a}{3}\right)$

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) .

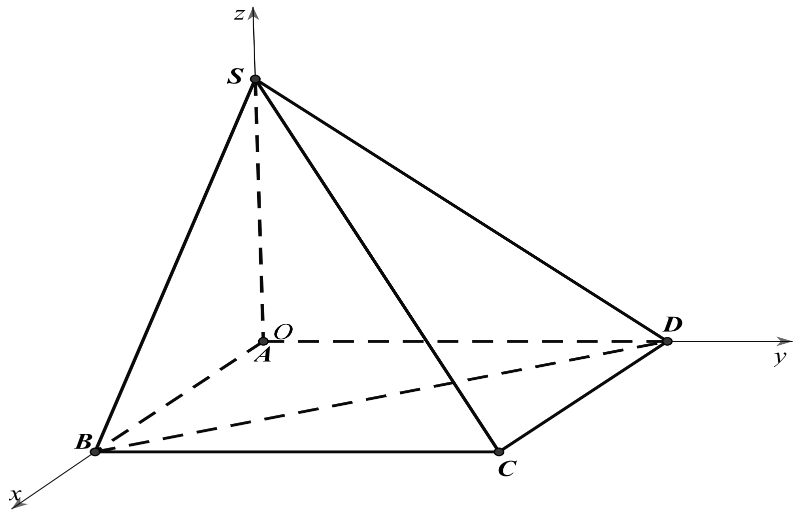
c) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN) .

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBD.

a) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) .

Lời giải



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có:

$A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a\sqrt{3};0)$, $D(0;a\sqrt{3};0)$, $S(0;0;a)$.

G là trọng tâm của tam giác $SBD \Rightarrow G\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{3}}{3};\frac{a}{3}\right)$

a) Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD).

b) Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD).

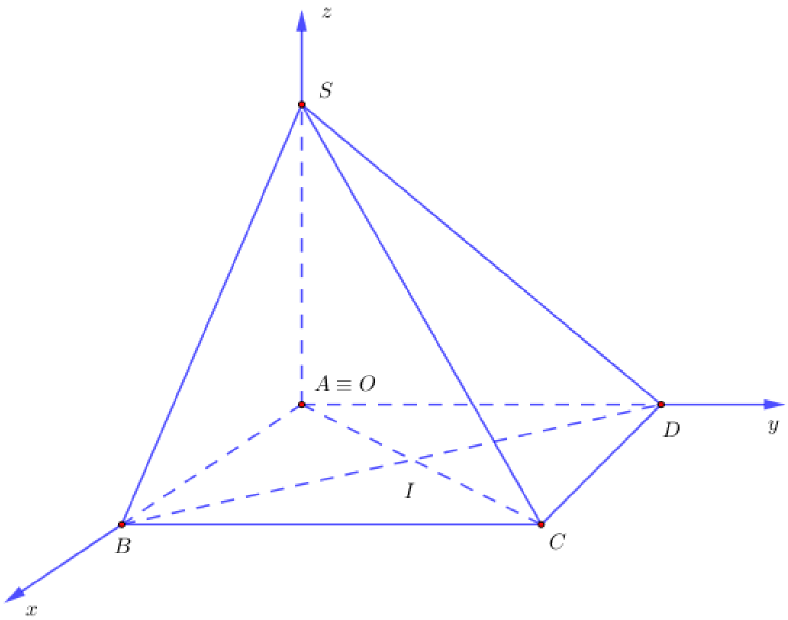
Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ và $\tan\alpha = \sqrt{2}$.

a) Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB).

b) Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SCD).

Lời giải

chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới.



Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a.

Ta có $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD \\ SI\perp BD \\ AI\perp BD\end{cases} \Rightarrow \widehat{((SBD);(ABCD))} = \widehat{(SI;AI)} = \widehat{SIA}$.

Ta có $\tan\alpha = \tan\widehat{SIA} = \dfrac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a) \Rightarrow I\left(\dfrac{a}{2};0;\dfrac{a}{2}\right)$

a) Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB).

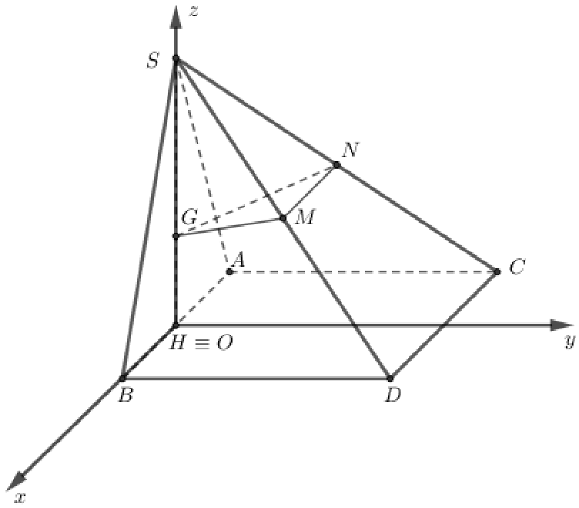
b) Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SCD).

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M,N lần lượt là trung điểm của SC,SD.

a) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

b) Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (GMN).

Lời giải



C

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $A\left(\frac{-a}{2};0;0\right)$; $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$; $C\left(\frac{a}{2};a;0\right)$; $D\left(\frac{-a}{2};a;0\right)$

suy ra $G\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$; $M\left(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$; $N\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

a) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

b) Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (GMN).