

Họ và tên:.....Lớp:..... SBD:.....

Câu 1. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có tập nghiệm là:

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

A. $\sin x = 1$

B. $\cos x = 0$

C. $\sin x = 0$

D. $\cos x = 1$

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0

B. 2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh a, khi cạnh đáy của hình chóp giảm đi 3 lần và vẫn giữ nguyên chiều cao thì thể tích của khối chóp giảm đi mấy lần:

A. 6

B. 9

C. 27

D. 3

Câu 4. Chọn kết quả **sai** trong các kết quả dưới đây:

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^2} = +\infty$

D. $\lim_{x \rightarrow 1^+} c = c$

Câu 5. Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

A. (0;1)

B. (1; + ∞)

C. (0;2)

D. (1;2)

Câu 6. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + 1$

A. $y' = 2x$

B. $y' = 2x + 1$

C. $y' = 3x$

D. $y' = 2x^2$

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin x + \cot x$

A. $y' = -\cos x + \frac{1}{\sin^2 x}$

B. $y' = \cos x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C. $y' = -\cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$

D. $y' = \cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$

Câu 8. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B, chiều cao bằng h là:

A. $V = \frac{1}{2} Bh$

B. $V = \frac{1}{6} Bh$

C. $V = \frac{1}{3} Bh$

D. $V = Bh$

Câu 9. Cho khối lăng trụ có thể tích là V, diện tích đáy là B, chiều cao là h. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $V = \sqrt{Bh}$

B. $V = Bh$

C. $V = 3Bh$

D. $V = \frac{1}{3} Bh$

Câu 10. Xét phép thử T: “Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất” và biến cố A liên quan đến phép thử: “Mặt lẻ chấm xuất hiện”. Chọn khẳng định **sai** trong những khẳng định dưới đây:

A. $P(A) = \frac{1}{2}$

B. $P(A) = 3$

C. $n(\Omega) = 6$

D. $n(A) = 3$

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng (0;2) B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng (0;2)

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 10^{2020}$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. $-5 + 10^{2020}$

B. $-1 + 10^{2020}$

C. 10^{2020}

D. $1 + 10^{2020}$

Câu 13. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực tiểu là

A. 0

B. 3

C. 4

D. 1

Câu 14. Cho khối chóp có thể tích là V , khi diện tích của đa giác đáy giảm đi ba lần thì thể tích của khối chóp bằng bao nhiêu.

A. $\frac{V}{3}$

B. $\frac{V}{9}$

C. $\frac{V}{27}$

D. $\frac{V}{6}$

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2

B. 3

C. 0

D. 1

Câu 16. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{3x-1}{x+1}$

B. $y = x + \frac{1}{x}$

C. $y = x^3 - x^2 + x - 1$

D. $y = x^3 - 3x$

Câu 17. Một lớp học có 40 học sinh, chọn 2 bạn tham gia đội “Thanh niên tình nguyện” của trường, biết rằng bạn nào trong lớp cũng có khả năng để tham gia đội này. Số cách chọn là:

A. 40

B. P_2

C. A_{40}^2

D. C_{40}^2

Câu 18. Mệnh đề nào sau đây sai:

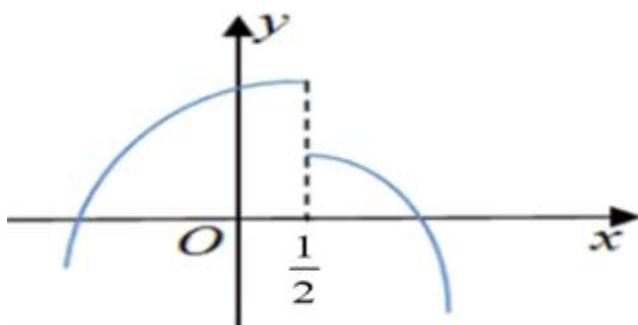
A. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau

B. Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau

C. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau

D. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới .



Khi đó:

A. Hàm số không liên tục tại $x = 0$

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

C. Hàm số liên tục trên $(0; 3)$

D. Hàm số gián đoạn tại $x = \frac{1}{2}$

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	3

Hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là ?

A. $y = 3$

B. $x = 1$

C. $x = -2$

D. $x = 3$

Câu 21. Số hạng chứa $x^{15}y^9$ trong khai triển nhị thức $(xy - x^2)^{12}$ là:

A. $C_{12}^3 x^{15} y^9$

B. $-C_{12}^3$

C. $C_{12}^9 x^{15} y^9$

D. $-C_{12}^3 x^{15} y^9$

Câu 22. Cho khối chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB = a\sqrt{5}$, $SA \perp (ABC)$. Tính thể tích khối chóp S.ABC.

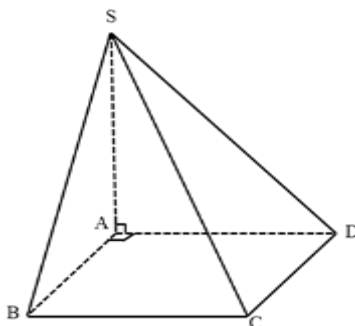
A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$

C. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

Câu 23. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, đường thẳng SA vuông góc với mp(ABCD). Góc giữa SC và mp(ABCD) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp SABCD



A. $\sqrt{2}a^3$

B. $\sqrt{6}a^3$

C. $3a^3$

D. $3\sqrt{2}a^3$

Câu 24. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+3)x^2 + m^2x + 1$. Có bao nhiêu số thực m để hàm số đạt cực trị tại $x=1$?

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{mx-8}{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

A. $m > -4$

B. $m < 8$

C. $-4 < m < 4$

D. $m < 4$

Câu 26. Một vật có phương trình chuyển động $S(t) = 4,9t^2$; trong đó t tính bằng giây (s), S(t) tính bằng mét (m). Vận tốc của vật tại thời điểm $t=6s$ bằng

A. $10,6m/s$

B. $58,8m/s$

C. $29,4m/s$

D. $176,4m/s$

Câu 27. Cho hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2, chiều cao của hình chóp bằng 4. Tính thể tích của khối chóp.

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 2

D. 4

Câu 28. Cho tứ giác ABCD biết số đo của 4 góc của tứ giác lập thành cấp số cộng và có 1 góc có số đo bằng 30° , góc có số đo lớn nhất trong 4 góc của tứ giác này là:

A. 150°

B. 120°

C. 135°

D. 160°

Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3}{3}$

B. a^3

C. $\frac{a^3}{2}$

D. $\frac{a^3}{6}$

Câu 30. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

A. $2\sqrt{3}$

B. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 31. Cho hàm số $y = \left| x + \sqrt{16 - x^2} \right| + a$ có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là m, M . Biết $m + M = a^2$. Tìm tích P tất cả các giá trị a thỏa mãn đề bài.

A. $P = -4$

B. $P = -8$

C. $P = -4\sqrt{2}$

D. $P = -4\sqrt{2} - 4$

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = AB = a$. Góc giữa SA và CD là

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 33. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 - 2}{x - 2}$

A. $I = 0$

B. $I = -\infty$

C. I không xác định

D. $I = +\infty$

Câu 34. Cho hàm số $y = -x^4 + (m^2 - m)x^2$. Tìm m để hàm số có đúng một cực trị.

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

C. $m \in [0; 1]$

D. $m \in (0; 1)$

Câu 35. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 5

B. 3

C. 2

D. 4

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi $M; N$ lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết góc giữa MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và DM là:

A. $a\sqrt{\frac{15}{17}}$.

B. $a\sqrt{\frac{15}{62}}$.

C. $a\sqrt{\frac{30}{31}}$.

D. $a\sqrt{\frac{15}{68}}$.

Câu 37. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x}\right)^n, n \in \mathbb{N}^*$ biết

$$C_n^1 - 2.2.C_n^2 + 3.2^2.C_n^3 - 4.2^3.C_n^4 + 5.2^4.C_n^5 + \dots + (-1)^n.n.2^{n-1}.C_n^n = -2022$$

A. $-C_{2021}^{1009} 2^{1009}$

B. $-C_{2018}^{1009} 2^{1009}$

C. $C_{2020}^{1010} 2^{1010}$

D. $-C_{2022}^{1011} 2^{1011}$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a\sqrt{2}$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = |3x^3 - 9x^2 + 12x + m + 2|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-20; 30]$ sao cho với mọi số thực $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

A. 30

B. 37

C. 35

D. 14

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 5a$; $BC = 6a$. Các mặt bên tạo với đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

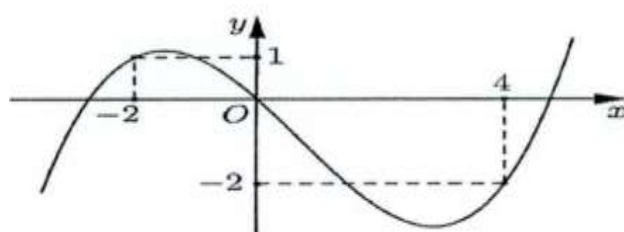
A. $6a^3\sqrt{3}$

B. $12a^3\sqrt{3}$

C. $18a^3\sqrt{3}$

D. $2a^3\sqrt{3}$

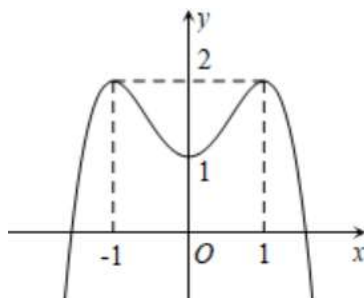
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(2;3)$ B. $\left(\frac{1}{2};1\right)$ C. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ D. $(-2;-1)$

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và biết $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Số điểm cực tiểu của hàm số $h(x) = f(x) - \frac{3}{2}x$ là

- A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 43. Cho biết đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có 3 điểm cực trị A, B, C cùng với điểm D(0;-3) là 4 đỉnh của một hình thoi. Gọi S là tổng các giá trị m thỏa mãn đề bài thì S thuộc khoảng nào sau đây

- A. $S \in (2;4)$ B. $S \in \left(\frac{9}{2};6\right)$ C. $S \in \left(1;\frac{5}{2}\right)$ D. $S = \left(0;\frac{5}{2}\right)$

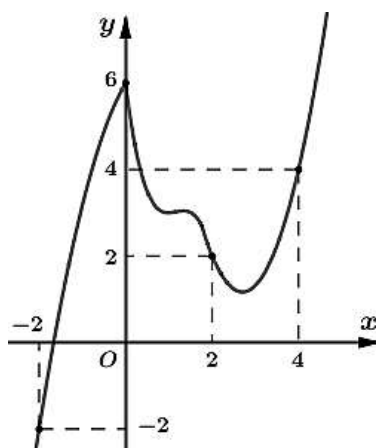
Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy góc 45° và 60° , biết cạnh bên bằng 1. Tính thể tích khối hộp.

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 3

Câu 45. Cho $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4} - \frac{1}{2}x + 2020$ và $h(x) = f(3\sin x)$. Số nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; 6\pi\right]$ của phương trình $h'(x) = 0$ là

- A. 12 B. 10 C. 11 D. 18

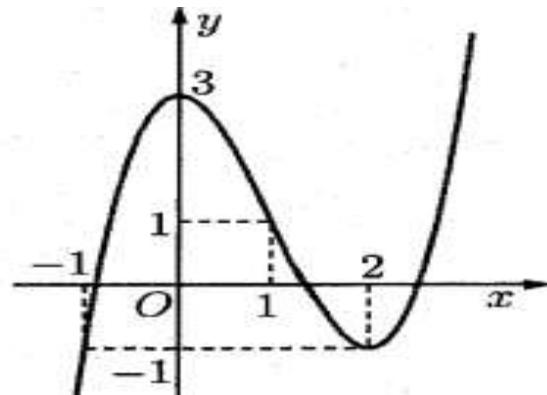
Câu 46. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số : $g(x) = f(3-4x) - 8x^2 + 12x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(\frac{-1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. C. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Trong đoạn $[-20; 20]$, có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$ có 3 điểm cực trị?

- A. 40. B. 34. C. 36. D. 32.

Câu 48. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 1, gọi M là trung điểm AD và N trên cạnh BC sao cho

$BN = 2NC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và CD là

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{9}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có $SA = x$ và tất cả các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi thể tích khối chóp S.ABCD đạt giá trị lớn nhất thì x nhận giá trị nào sau đây ?

- A. $x = \frac{\sqrt{35}}{7}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{9}{4}$. D. $x = \frac{\sqrt{34}}{7}$.

Câu 50. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{42}$. B. $\frac{11}{630}$. C. $\frac{1}{126}$. D. $\frac{1}{105}$.

----- **HẾT** -----

(Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

ĐÁP ÁN [Toán]: Thi thử lần 1. Năm học 2020-2021

Mã đề [101]

[illegible]

Mã đề [102]

[illegible]

Mã đề [103]

[illegible]

Mã đề [104]

[illegible]

Mã đề [105]

[illegible]

Mã đề [106]

[illegible]

Mã đề [107]

[illegible]

Mã đề [108]

[illegible]

Mã đề [109]

[illegible]

Mã đề **[110]**

[illegible]

Mã đề [111]

[illegible]

Mã đề [112]

[illegible]

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	2-D	3-B	4-C	5-D	6-A	7-D	8-C	9-B	10-B
11-A	12-C	13-B	14-A	15-A	16-C	17-D	18-A	19-D	20-C
21-D	22-A	23-A	24-D	25-C	26-B	27-A	28-A	29-C	30-D
31-C	32-A	33-B	34-C	35-B	36-C	37-D	38-B	39-C	40-A
41-B	42-D	43-A	44-D	45-A	46-D	47-C	48-B	49-D	50-B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn B.

Ta có: $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: Chọn D.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{0-2}{0+4} = \frac{-1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{-1}{2}$.

Câu 3: Chọn B.

* Thể tích hình chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao h là: $V_1 = \frac{1}{3}a^2.h$

* Thể tích hình chóp tứ giác có đáy là hình vuông cạnh $\frac{a}{3}$, chiều cao h là: $V_2 = \frac{1}{3}\frac{a^2}{9}.h$.

* Tỷ số thể tích là: $\frac{V_1}{V_2} = 9$.

Câu 4: Chọn C.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} c = c.$$

Câu 5: Chọn D.

Tập xác định $D = [0; 2]$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}, \forall x \in (0; 2).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên

x	0		1		2
y'		+	0	-	
y	0				
			1		0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 6: Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = (x^2 + 1)' = (x^2)' + (1)' = 2x.$$

Câu 7: Chọn D.

$$\text{Ta có: } y' = (\sin x + \cot x)' = \cos x - \frac{1}{\sin^2 x}.$$

Câu 8: Chọn C.

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B , chiều cao bằng h là: $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 9: Chọn B.

Câu 10: Chọn B.

$$\left. \begin{array}{l} n(\Omega) = 6 \\ n(A) = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Câu 11: Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đặt } y = f(x) = x^3 - 3x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x.$$

Cho $f'(x) = 0$ ta được:

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta được kết quả hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 12: Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Đặt $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 10^{2020}$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x.$$

Cho $f'(x) = 0$ ta được:

$$6x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 1 \in [-1; 1] \end{cases}$$

Ta có: $f(-1) = -5 + 10^{2020}$; $f(1) = -1 + 10^{2020}$; $f(0) = 10^{2020}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 10^{2020}$ trên đoạn $[-1; 1]$ là $f(0) = 10^{2020}$.

Câu 13: Chọn B.

Ta có $y = -x^4 + 2x^2 + 3 \Rightarrow y' = -4x^3 + 4x = -4x(x^2 - 1)$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$	

Từ BBT ta có $y_{CT} = 3$.

Câu 14: Chọn A.

Ta có thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}Bh$.

Khi diện tích của đa giác đáy giảm đi ba lần thì thể tích của khối chóp là

$$V = \frac{1}{3} \frac{B}{3} h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} Bh = \frac{V}{3}.$$

Câu 15: Chọn A.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, đạt cực đại tại $x = 1$.

$x = -1$ không là điểm cực trị của hàm số vì đạo hàm không đổi dấu khi đi qua $x = -1$.

Câu 16: Chọn C.

Hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$ có $y' = 3x^2 - 2x + 1 = 3\left(x^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{9}\right) + \frac{2}{3} = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vậy

hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^3 - 3x$ có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow 2$		$\searrow -2$		$\nearrow +\infty$

Suy ra, hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 17: Chọn D.**Câu 18: Chọn A.**

Ta thấy các phương án B, C, D đúng, vậy phương án A sai.

Câu 19: Chọn D.

Dựa vào hình ảnh đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} f(x) < \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} f(x)$ do đó $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)} f(x)$ không tồn tại.

Vậy hàm số gián đoạn tại $x = \frac{1}{2}$.

Câu 20: Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$ do đó $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 21: Chọn D.

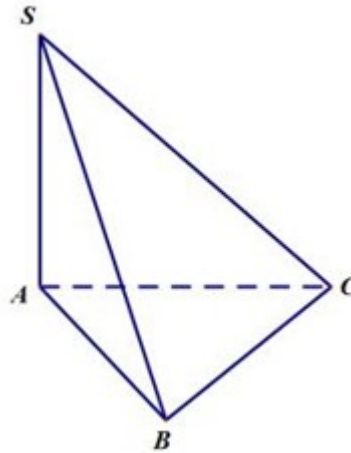
Ta có số hạng tổng quát trong khai triển

$$C_{12}^k (xy)^{12-k} (-x^2)^k = (-1)^k C_{12}^k y^{12-k} x^{12-k} \quad (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{Z})$$

Số hạng chứa $x^{15}y^9$ trong khai triển nhị thức tương ứng với $\begin{cases} 12-k=9 \\ 12+k=15 \end{cases} \Leftrightarrow k=3(TM)$

Số hạng chứa $x^{15}y^9$ trong khai triển nhị thức $(xy - x^2)^{12}$ là $-C_{12}^3 x^{15} y^9$

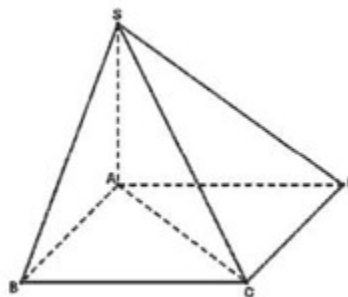
Câu 22: Chọn A.



Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}, SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a,$

$$\text{Do đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Câu 23: Chọn A.



Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.

Xét $\triangle SAC$ có $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 3a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \sqrt{2}a^3$.

Câu 24: Chọn D.

Ta có $y' = x^2 - (m+3)x + m^2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 - (m+3) \cdot 1 + m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$.

Kiểm tra

Với $m = 2$ ta có $y' = x^2 - 5x + 4$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$.

Do $x = 1$ là nghiệm đơn của phương trình $y' = 0$ nên $x = 1$ là cực trị của hàm số. Do đó $m = 2$ thỏa mãn.

Với $m = -1$ ta có $y' = x^2 - 2x + 1$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Do $x = 1$ là nghiệm kép của phương trình $y' = 0$ nên $x = 1$ không là cực trị của hàm số. Do đó $m = -1$ không thỏa mãn.

Vậy có 1 số thực m để hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

Câu 25: Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m}{2} \right\}$.

Ta có: $y' = \frac{-m^2 + 16}{(2x - m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 + 16 > 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Vậy đáp số là $-4 < m < 4$.

Câu 26: Chọn B.

Vận tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t bất kỳ là: $v(t) = S'(t) = 9,8t$.

Do đó, vận tốc của vật tại thời điểm $t = 6s$ là: $v(6) = 9,8 \cdot 6 = 58,8m/s$.

Câu 27: Chọn A.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 4 = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 28: Chọn A.

Giả sử $0^\circ < A < B < C < D < 180^\circ$ và A, B, C, D lập thành 1 cấp số cộng, giả sử công sai $d > 0(*)$

Khi đó: $B = A + d, C = A + 2d, D = A + 3d$

Nên $A = 30^\circ$

$$\Rightarrow S_4 = A + B + C + D = 30^\circ + 30^\circ + d + 30^\circ + 2d + 30^\circ + 3d = 120^\circ + 6d = 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow f = 40^\circ \Rightarrow D = 30^\circ + 3.40^\circ = 150^\circ < 180^\circ \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Nếu } B = 30^\circ \Rightarrow S_4 = A + B + C + D = 30^\circ - d + 30^\circ + 30^\circ + d + 30^\circ + 2d = 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow 120^\circ + 2d = 360^\circ \Leftrightarrow d = 120^\circ$$

$$\Rightarrow D = 30^\circ + 2d = 30^\circ + 2.120^\circ = 270^\circ \text{ (không thỏa mãn)}$$

$$\text{Nếu } C = 30^\circ \Rightarrow S_4 = A + B + C + D = 30^\circ - 2d + 30^\circ - d + 30^\circ + 30^\circ + d = 360^\circ$$

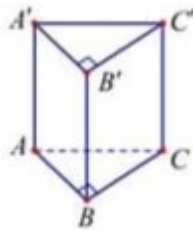
$$\Leftrightarrow 120^\circ - 2d = 360^\circ \Leftrightarrow d = -120^\circ \text{ (không thỏa mãn)}$$

$$\text{Nếu } D = 30^\circ \Rightarrow S_4 = A + B + C + D = 30^\circ - 3d + 30^\circ - 2d + 30^\circ - d + 30^\circ = 360^\circ$$

$$\Leftrightarrow 120^\circ - 6d = 360^\circ \Leftrightarrow d = -40^\circ \text{ (không thỏa mãn).}$$

Vậy góc lớn nhất của tứ giác là 150° .

Câu 29: Chọn C.

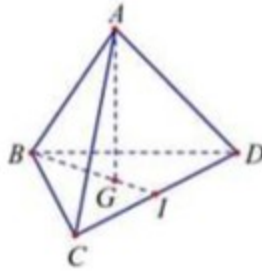


$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} BA.BC = \frac{1}{2} a^2.$$

$$BB' = a.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB' = \frac{1}{2} a^3.$$

Câu 30: Chọn D.



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD

Do $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$.

$$\text{Ta có } BG = \frac{2}{3}BI = \frac{2}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Lại có } S_{BCD} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{BCD} \cdot AG = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 31: Chọn C.

$$\text{Xét } g(x) = x + \sqrt{16 - x^2}$$

TXĐ: $D = [-4; 4]$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 4]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 1 - \frac{2x}{2\sqrt{16 - x^2}} = 1 - \frac{x}{\sqrt{16 - x^2}}$$

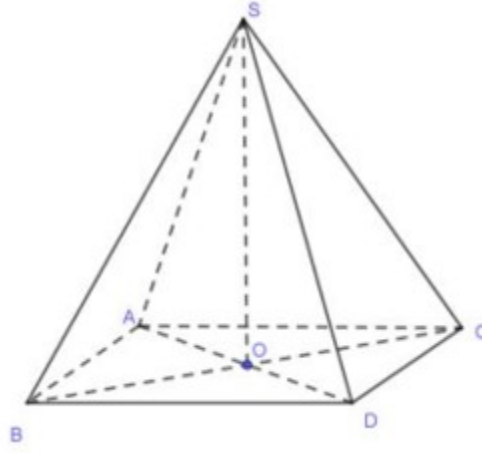
$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{16 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 16 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \max_{[-4; 4]} g(x) = 4\sqrt{2}; \min_{[-4; 4]} g(x) = -4$$

$$\text{Từ đó ta được: } \max_{[-4; 4]} y = 4\sqrt{2} + a; \min_{[-4; 4]} y = a$$

$$\text{Khi đó: } m + M = a^2 \Leftrightarrow 4\sqrt{2} + a + a = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 2a - 4\sqrt{2} = 0 \Rightarrow P = -4\sqrt{2} \text{ nên chọn đáp án C.}$$

Câu 32: Chọn A.



Vì $AB \parallel CD$ nên $(\widehat{SA; CD}) = (\widehat{SA; AB})$ mà $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều và $SA = AB = a$ nên $\triangle SAB$ đều. Vậy $(\widehat{SA; AB}) = 60^\circ$, khi đó góc giữa SA và CD là 60° nên chọn đáp án A.

Câu 33: Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x^2 - 2) = 3 \cdot (-2)^2 - 2 = 10 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 2) = 2 - 2 = 0 \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x - 2 < 0 \end{cases} \Rightarrow I = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2 - 2}{x - 2} = -\infty.$$

Câu 34: Chọn C.

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 2(m^2 - m)x = -2x(2x^2 - m^2 + m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 = m^2 - m (*) \end{cases}$$

Để hàm số đã cho có đúng một cực trị

$$\Leftrightarrow \text{phương trình } y' = 0 \text{ phải có duy nhất một nghiệm } x = 0$$

$$\Leftrightarrow \text{Phương trình } (*) \text{ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép } x = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 1.$$

Câu 35: Chọn B.

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} \left(\frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} \right) = 0$$

Nên đường $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\text{Xét } x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x(x^2-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2)}{x(x+1)} = -\frac{1}{2}$. Nên đường $x = 1$ không là đường tiệm cận đứng.

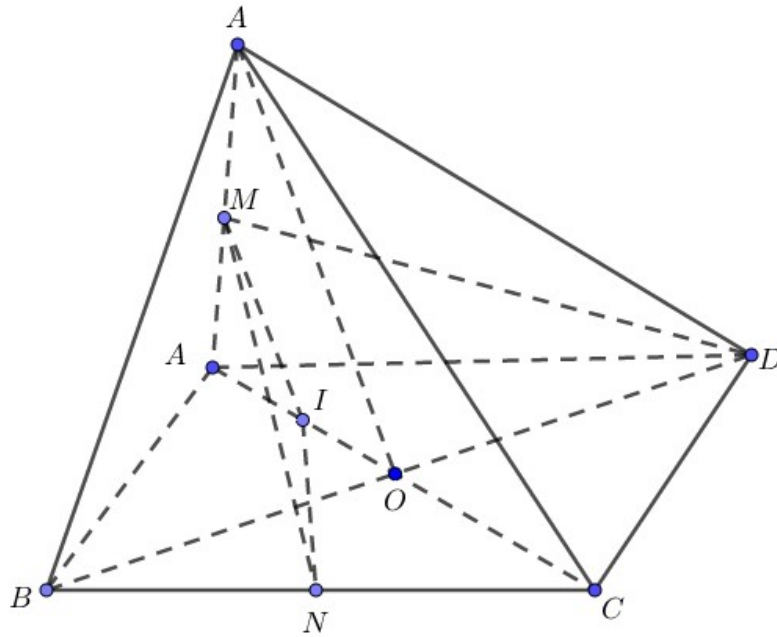
Nên đường $x = 1$ không là đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - x} = +\infty$$

Nên đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng là: $x = -1; x = 0$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 36: Chọn C.



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$ ta có $SO \perp (ABCD)$

Gọi I là trung điểm của OA

$$\Rightarrow MI \parallel SO \Rightarrow MI \perp (ABCD) \Rightarrow (MN, (ABCD)) = \angle(MN, (ABCD)) = \angle MNI = 60^\circ$$

Xét $\triangle NCI$ có $CN = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}; CI = \frac{3}{4}AC = \frac{3\sqrt{2}}{4}a; \angle NCI = 45^\circ$

$$\text{Suy ra } NI = \sqrt{CN^2 + CI^2 - 2CN \cdot CI \cdot \cos C} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{18a^2}{16} - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} \cdot a \cdot \cos 45^\circ} = a \frac{\sqrt{10}}{4}.$$

$$MI = NI \cdot \tan 60^\circ = a \frac{\sqrt{30}}{4} \Rightarrow SO = a \frac{\sqrt{30}}{2}.$$

$$\forall \begin{cases} BC // (SAD) \\ DM \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow d(BC, DM) = d(BC, (SAD)) = 2d(O, (SAD)) = 2h.$$

Xét tứ diện $(SAOD)$ có $SO; OA; OD$ đôi một vuông góc

$$\text{Nên ta có: } \frac{1}{h^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{2}{15a^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{62}{15a^2} \Rightarrow h = a\sqrt{\frac{15}{62}}$$

$$\text{Do đó } d(BC, DM) = 2h = 2a\sqrt{\frac{15}{62}} = a\sqrt{\frac{30}{31}}$$

Câu 37: Chọn D.

Xét khai triển:

$$\begin{aligned} (1-x)^n &= \sum_{k=0}^n C_n^k (-x)^k \\ &= C_n^0 - C_n^1 \cdot x + C_n^2 \cdot x^2 - C_n^3 \cdot x^3 + \dots + (-1)^k \cdot x^k \cdot C_n^k + \dots + C_n^n \cdot (-x)^n \end{aligned}$$

Lấy đạo hàm cả hai vế ta được:

$$-n(1-x)^{n-1} = -C_n^1 + 2.C_n^2 \cdot x - 3.x^2.C_n^3 + \dots + (-1)^k \cdot k.x^{k-1}.C_n^k + \dots - C_n^n \cdot n.(-x)^{n-1}$$

$$\Rightarrow n(1-x)^{n-1} = C_n^1 - 2.x.C_n^2 + 3.x^2.C_n^3 - \dots - (-1)^k \cdot k.x^{k-1}.C_n^k - \dots + C_n^n \cdot n.(-x)^{n-1}$$

Cho $x = 2$ ta được

$$n.(-1)^{n-1} = C_n^1 - 2.2.C_n^2 + 3.2^2.C_n^3 - 4.2^3.C_n^4 + 5.2^4.C_n^5 + \dots + (-1)^n \cdot n.2^{n-1}.C_n^n$$

$$\Leftrightarrow n.(-1)^{n-1} = -2022 \Leftrightarrow n = 2022$$

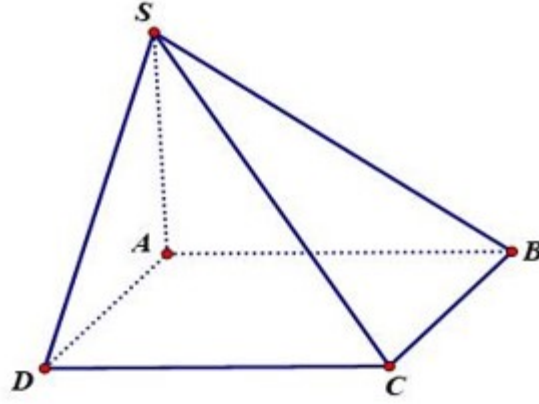
$$\begin{aligned} \text{Xét khai triển: } \left(x - \frac{2}{x}\right)^{2020} &= \sum_{k=0}^{2022} C_{2022}^k \cdot x^{2022-k} \cdot \left(\frac{-2}{x}\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^{2022} C_{2022}^k \cdot (-2)^k \cdot x^{2022-2k} \end{aligned}$$

Số hạng không chứa x ứng với: $2022 - 2k = 0$

$$\Leftrightarrow k = 1011$$

Vậy số hạng không chứa x là: $-C_{2022}^{1011} \cdot 2^{1011}$

Câu 38: Chọn B.



Vì $AB \parallel CD$ nên $(\widehat{SC; AB}) = (\widehat{SC; CD}) = \widehat{SCD}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$$

$\Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D.

Trong tam giác vuông SAD có

$$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{2a^2 + 4a^2} = a\sqrt{6}.$$

Trong tam giác vuông SCD có

$$\tan \widehat{SCD} = \frac{SD}{CD} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCD} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng 60° .

Câu 39: Chọn C.

Xét hàm số $g(x) = 3x^3 - 9x^2 + 12x + m + 2$, ta có:

$$g'(x) = 9x^2 - 18x + 12 = 9(x-1)^2 + 3 > 0$$

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên $[1; 3]$.

$$\text{Suy ra: } \min_{[1;3]} g(x) = g(1) = m + 8, \max_{[1;3]} g(x) = g(3) = m + 38.$$

Vì $f(a), f(b), f(x)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác nên:

$$f(x) > 0 \forall x \in [1; 3], \text{ suy ra: } g(1).g(3) > 0 \Leftrightarrow (m+8)(m+38) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -8 \\ m < -38 \end{cases}.$$

Suy ra trên đoạn $[-20; 30]$ thì $m > -8$.

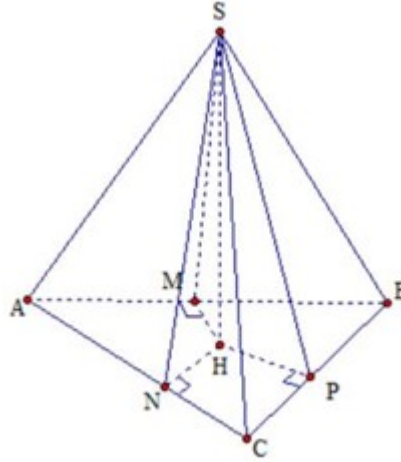
$$f(1) = |8 + m| = m + 8, f(2) = |14 + m| = m + 14, f(3) = |38 + m| = m + 38.$$

Mặt khác với mọi số thực $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(x)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác khi và chỉ khi $f(1), f(1), f(3)$ cũng là độ dài ba cạnh của tam giác.

$$\Leftrightarrow f(1) + f(1) > f(3) \Leftrightarrow 2m + 16 > m + 38 \Leftrightarrow m > 22.$$

Với $m \in [-20; 30]$ thì ta có 8 giá trị nguyên.

Câu 40: Chọn A.



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) . Các điểm M, N, P lần lượt là hình chiếu của H trên các cạnh AB, AC, BC .

Khi đó ta có: $\widehat{SMH} = \widehat{SNH} = \widehat{SPH} = 60^\circ$, suy ra: $HM = HN = HP$ hay H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Xét tam giác ABC ta có:

$$\text{Nửa chu vi: } p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{5a + 5a + 6a}{2} = 8a.$$

$$\text{Diện tích: } S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{8a \cdot 3a \cdot 3a \cdot 2a} = 12a^2.$$

$$\text{Áp dụng công thức } S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{12a^2}{8a} = \frac{3a}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } HM = r = \frac{3a}{2}, SH = HM \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}a}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 12a^2 \cdot \frac{3\sqrt{3}a}{2} = 6\sqrt{3}a^3.$$

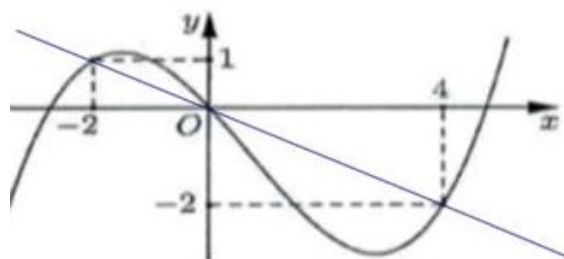
Câu 41: Chọn B.

$$g(x) = f(1-2x) + x^2 - x.$$

$$g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) = -\frac{1-2x}{2}(1).$$

$$\text{Đặt } t = 1-2x; (1) \Leftrightarrow f'(t) = -\frac{t}{2}.$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x = -2 \\ 1-2x = 0 \\ 1-2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

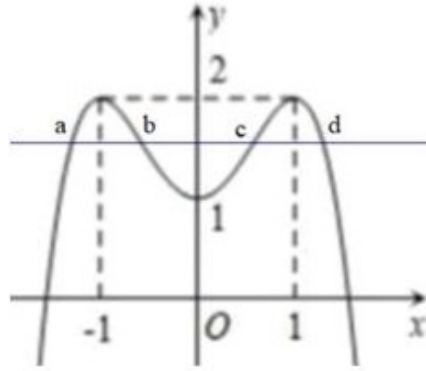
Câu 42: Chọn D.

$$h(x) = f(x) - \frac{3}{2}x$$

$$h'(x) = f'(x) - \frac{3}{2}.$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3}{2}(1)$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đường $y = f'(x)$ và $y = \frac{3}{2}$.



Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	a	b	c	d	$+\infty$			
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$h(x)$									

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $h(x) = f(x) - \frac{3}{2}x$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 43: Chọn A.

Ta có: $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có 3 điểm cực trị A, B, C.

$$y' = 4x^3 - 4m = 4x(x^2 - m) \text{ có 3 nghiệm phân biệt } \Rightarrow m > 0$$

Không làm mất tính tổng quát giả sử:

$$A(0; m^4 - 2m^2); B(\sqrt{m}; m^4 - 3m^2); C(-\sqrt{m}; m^4 - 3m^2);$$

$$\text{Gọi } I = AD \cap BC (A, D \in Oy)$$

$$I \text{ là trung điểm của } BC \Rightarrow I(0; m^4 - 3m^2)$$

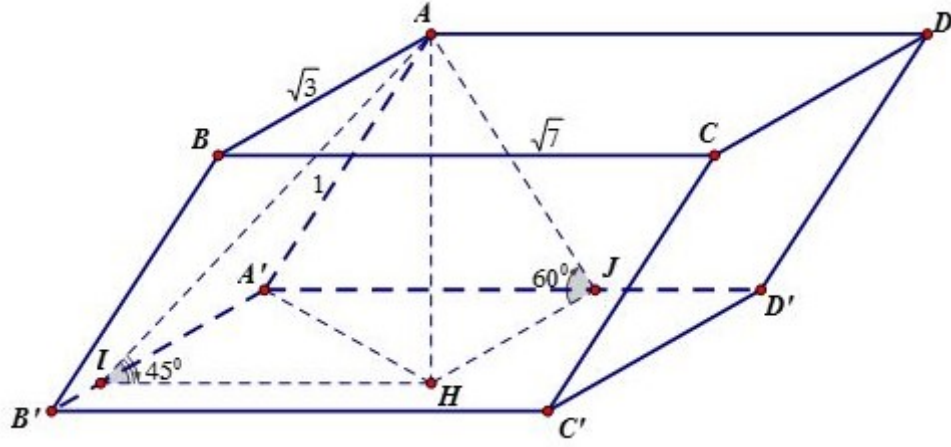
$$I \text{ là trung điểm của } AD \Rightarrow I\left(0; \frac{m^4 - 2m^2 - 3}{2}\right)$$

$$\text{Đồng nhất ta có: } \frac{m^4 - 2m^2 - 3}{2} = m^4 - 3m^2 \Leftrightarrow m^4 - 4m^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp với đk ta có } m = 1, m = \sqrt{3} \Rightarrow S = 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } S \in (2; 4).$$

Câu 44: Chọn D.



Gọi H là hình chiếu của A trên đáy $(A'B'C'D')$ suy ra $AH = h$ là chiều cao

Gọi I là hình chiếu của A trên $A'B' \Rightarrow \widehat{A'IH} = 45^\circ$

Gọi J là hình chiếu của A trên $A'D' \Rightarrow \widehat{A'JH} = 60^\circ$

Ta có $\triangle AIH$ vuông cân tại $H \Rightarrow IH = AH = h$

$$\triangle AJH \text{ vuông tại } H \Rightarrow JH = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{h\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Tứ giác } A'JHI \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow A'H = \frac{2h\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AA'H \text{ vuông tại } H \Rightarrow 1 = h^2 + \left(\frac{2h\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow h = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = \sqrt{21}$$

$$\Rightarrow V = S_{ABCD} \cdot h = \sqrt{21} \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} = 3$$

Câu 45: Chọn A.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{(x-1)^2 + 2}} - \frac{1}{2}, h'(x) = 3 \cos x \cdot f'(3 \sin x).$$

$$\text{Phương trình: } h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \\ f'(3 \sin x) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Với } x \in \left[\frac{\pi}{6}; 6\pi \right], \text{ suy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 6\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{Z} \\ -\frac{1}{3} \leq k \leq \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; 6\pi \right]$ phương trình (1) có 6 nghiệm.

$$(2) \Leftrightarrow f'(3 \sin x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3 \sin x - 1}{\sqrt{(3 \sin x - 1)^2 + 2}} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 2(3 \sin x - 1) = \sqrt{(3 \sin x - 1)^2 + 2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > \frac{1}{3} \\ 4(3 \sin x - 1)^2 = (3 \sin x - 1)^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > \frac{1}{3} \\ (3 \sin x - 1)^2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > \frac{1}{3} \\ \sin x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{9} \end{cases} \Rightarrow \sin x = \frac{3 + \sqrt{6}}{9} (\approx 0.605)$$

Mặt khác: $\sin x = \frac{3 + \sqrt{6}}{9} > \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$ nên:

+) Trên $\left[\frac{\pi}{6}; 6\pi \right]$ thì phương trình $\sin x = \frac{3 + \sqrt{6}}{9}$ cho hai nghiệm.

+) Trên mỗi chu kỳ 2π thì phương trình $\sin x = \frac{3 + \sqrt{6}}{9}$ cũng cho hai nghiệm.

Suy ra trên $\left[\frac{\pi}{6}; 6\pi \right]$ thì phương trình (2) cho 6 nghiệm.

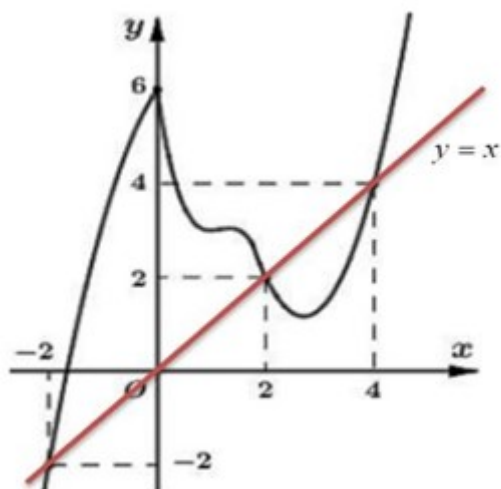
Vậy trên $\left[\frac{\pi}{6}; 6\pi \right]$ thì phương trình $h'(x) = 0$ cho 12 nghiệm.

Câu 46: Chọn D.

Ta có: $g'(x) = -4f'(3-4x) - 16x + 12 = -4[f'(3-4x) + 4x - 3]$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(3-4x) + 4x - 3 > 0 \Leftrightarrow f'(3-4x) > 3-4x (*)$$

Đặt $t = 3 - 4x$ ta có (*) trở thành: $f'(t) > t$.



Từ đồ thị trên ta có: $f'(t) > t \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < t < 2 \\ t > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 3-4x < 2 \\ 3-4x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} < x < \frac{5}{4} \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases}.$

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$.

Câu 47: Chọn C.

$$g(x) = 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m.$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x-m) = \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m.$$

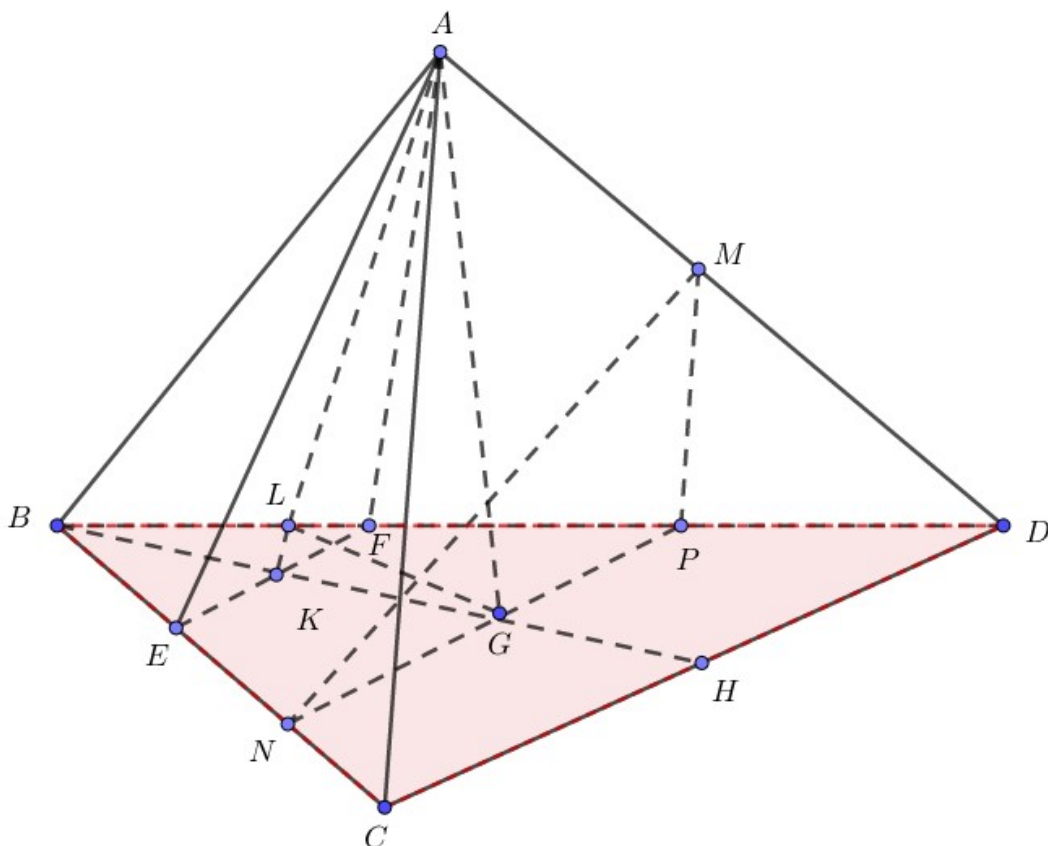
Đặt $x-m=t$, khi đó ta có $f(t) = \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m$.

Đề $y = |g(x)|$ có 3 điểm cực trị thì phương trình $f(t) = 0$ có $3-2=1$ nghiệm đơn.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m \geq 3 \\ \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{-18}{11} \\ m \geq 5 \\ \frac{15}{11} \leq m \leq 2 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện trên đoạn $[-20; 20]$. Khi đó ta có $19+1+16=36$ giá trị m nguyên.

Câu 48: Chọn B.



Gọi H là trung điểm CD .

E, F lần lượt là điểm trên BD, BC sao cho $BE = \frac{1}{3}BC, BF = \frac{1}{3}BD$.

K là giao điểm của BH và EF . Kẻ GL vuông góc với AK

$$\begin{cases} NP \parallel CD \\ NP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow CD \parallel (MNP).$$

$$\begin{cases} (MNP) \parallel (AEF) \\ BK = KG = GH \end{cases} \text{ nên } d(G; (AEF)) = d((AEF), (MNP)) = d(H, (MNP)).$$

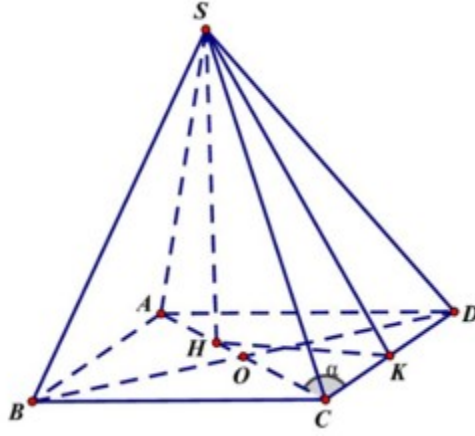
$$d(CD, (MNP)) = d(H, (MNP)) = d(G, (AEF)) = GL.$$

Ta có GA là chiều cao của khối chóp đều nên $GA = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

$$GK = \frac{1}{3}BH = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Trong tam giác AGK vuông tại G có $GL = \sqrt{\frac{GA^2 \cdot GK^2}{GA^2 + GK^2}} = \frac{\sqrt{6}}{9}$.

Câu 49: Chọn D.



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD , do $SB = SC = SD$ nên SH là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD , suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên AC là đường trung trực của đường thẳng BD do đó $H \in AC$.

Đặt $\alpha = \widehat{ACD}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \widehat{BCD} = 2\alpha$, suy ra $S_{ABCD} = 2S_{BCD} = BC \cdot CD \cdot \sin \widehat{BCD} = \sin 2\alpha$.

Gọi K là trung điểm của $CD \Rightarrow CD \perp SK$, mà $CD \perp SH$ suy ra $CD \perp HK$.

$$HC = \frac{CK}{\cos \alpha} = \frac{1}{2 \cos \alpha}, SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4 \cos^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{4 \cos^2 \alpha - 1}}{2 \cos \alpha}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{4 \cos^2 \alpha - 1}}{2 \cos \alpha} \cdot \sin 2\alpha = \frac{1}{3} \sin \alpha \sqrt{4 \cos^2 \alpha - 1}$$

$$\text{Do đó } V = \frac{1}{6} (2 \sin \alpha) \sqrt{4 \cos^2 \alpha - 1} \leq \frac{1}{6} \frac{4 \sin^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha - 1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } 2 \sin \alpha = \sqrt{4 \cos^2 \alpha - 1} \Leftrightarrow 4 \sin^2 \alpha = 4 \cos^2 \alpha - 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{5}{8}$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}. \text{ Khi đó } HC = \frac{2}{\sqrt{10}}, SH = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Gọi } O = AC \cap BD, \text{ suy ra } AC = 2OC = 2CD \cdot \cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

$$AH = AC - HC = \frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{Vậy } x = SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{3}{5} + \frac{9}{10}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 50: Chọn B.

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 vị trí: $n(\Omega) = 10!$ cách.

Gọi A là biến cố: “Trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau”.

Sắp xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí, có $5!$ cách.

Ứng mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và hai vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại

	C1		C2		C3		C4		C5	
--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

TH1: Xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó, chọn lấy 1 trong 2 học sinh lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 (để hai học sinh lớp 12C không được ngồi cạnh nhau), có 2 cách.

Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!.A_4^3.2.8$ cách.

TH2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và học sinh còn lại xếp vào hai đầu, có $C_3^1.2.A_4^2$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 học sinh lớp 12A vào vị trí đó, có 2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!.C_3^1.2.A_4^2.2$ cách.

Do đó số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi cạnh nhau là:

$$n(A) = 5!.2.8 + 5!.C_3^1.2.A_4^2.2 = 63360 \text{ cách.}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}.$$