

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (4,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{4}{3}x^3 - (2m+1)x^2 + 2(m+2)x - 1$. Tìm tất cả giá trị của tham số m sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2. (3,0 điểm) Cô An dự định xây một cái bể có thể tích bằng $18 m^3$ dùng để dự trữ nước mưa. Biết bể này không có nắp và có dạng một khối lăng trụ lục giác đều. Hỏi cô An phải thiết kế cạnh đáy của bể trên dài bao nhiêu mét để tổng diện tích phần phải xây là nhỏ nhất?

Câu 3. (4,0 điểm) Giải các phương trình sau trên tập số thực:

a) $\cos x + \sin x \sin 2x + \sqrt{3} \sin 3x = 2(1 + \cos^3 x)$.

b) $x\sqrt{3x-2} + \log_3 \frac{x\sqrt{3x-2}-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 6x + 5$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC . Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với điểm O sao cho $\overrightarrow{AO} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AN}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 60° .

a) Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

b) Tính khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng $(A'CM)$.

Câu 5. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC (không có góc tù) nội tiếp đường tròn tâm I . Gọi D là chân đường phân giác trong góc A . Đường thẳng đi qua D và vuông góc với đường thẳng AI cắt đường thẳng AC tại điểm E . Tìm tọa độ các điểm A và C , biết $B(5; 0)$, $I\left(-\frac{1}{2}; -1\right)$, $E(-1; 0)$ và A có tung độ âm.

Câu 6. (2,0 điểm) Tại một buổi liên hoan tri ân khách hàng của một công ty, Ban tổ chức phát hành 900 tấm vé trúng thưởng, mỗi tấm vé được ghi một số nguyên, liên tiếp từ 100 đến 999. Khách đến tham dự, chọn ngẫu nhiên các tấm vé này. Nếu chọn được tấm vé có ghi số lẻ và chia hết cho 9 thì được nhận số tiền thưởng tương ứng với số ghi trên tấm vé nhân với 1500 đồng. Nếu chọn được tấm vé có ghi các số còn lại thì được nhận số tiền thưởng tương ứng với số ghi trên tấm vé nhân với 1000 đồng. Hỏi tổng số tiền Ban tổ chức dùng để trao thưởng cho khách hàng là bao nhiêu?

Câu 7. (2,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) như hình bên. Chứng minh phương trình sau có 5 nghiệm phân biệt: $(f(x-a))^2 + (b-c).f(x-a) - bc = 0$.

----- HẾT -----

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

