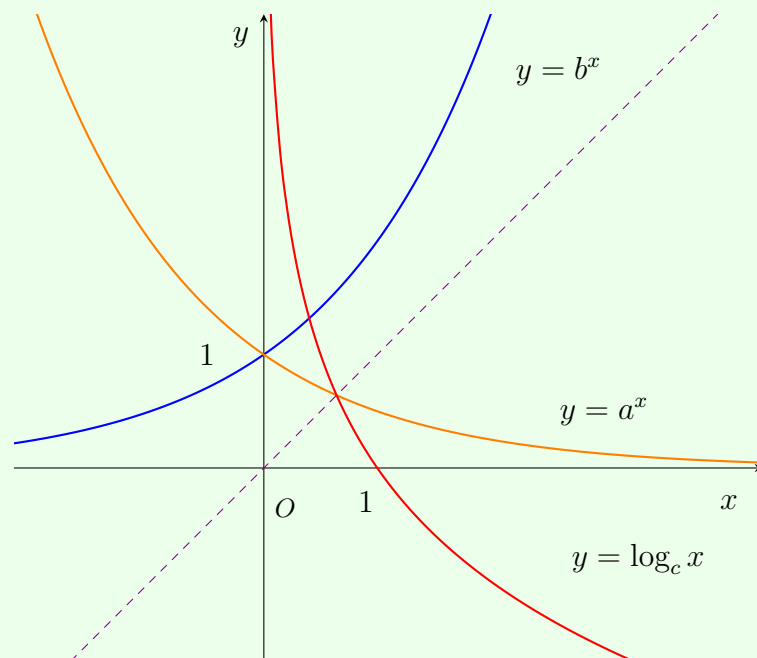


CHUYÊN ĐỀ

HÀM SỐ LŨY THỪA. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT



(Trích từ gần 200 đề thi thử trên cả nước năm 2017)

(Tài liệu được phát hành tại Nhóm TOÁN QUẬN 7 – fb.com/groups/toanquan7/)

LỜI MỞ ĐẦU

Bắt đầu từ năm 2017, môn toán trong kì thi THPT Quốc Gia sẽ diễn ra dưới hình thức trắc nghiệm. Nhằm bắt được xu hướng đó, nhằm giúp các em học sinh có một tài liệu tự luận kết hợp với trắc nghiệm hay và bám sát chương trình, nhóm chúng tôi biên soạn ebook "**Chuyên đề Hàm số lũy thừa. Hàm số mũ. Hàm số lôgarit**".

Ebook là một trong các chuyên đề do nhóm tác giả biên soạn. Trong ebook này, nhóm tác giả đã tổng hợp các câu trắc nghiệm từ gần 200 đề thi thử trên cả nước, giúp các em chinh phục kỳ thi THPT Quốc Gia một cách hiệu quả nhất.

Trong quá trình biên soạn tài liệu, dù đã cố gắng hết sức nhưng không tránh khỏi những sai sót, rất mong nhận được các ý kiến đóng góp của các bạn đọc gần xa để bộ sách hoàn thiện hơn nữa.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về:

Địa chỉ mail: nguyenngocdung1234@gmail.com

Facebook: <https://www.facebook.com/ngocdung.nguyen.14268>

Hãy tham gia Nhóm **TOÁN QUẬN 7** – <https://www.facebook.com/groups/165647350665705/> để được tải tài liệu THCS và THPT miễn phí.

Mục lục

Lời mở đầu	3
Chủ đề 1 CÔNG THỨC MŨ. CÔNG THỨC LŨY THỪA	7
1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT	7
2 CÁC DẠNG TOÁN	8
2.1 RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA	8
2.2 CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC CHỨA LŨY THỪA	11
2.3 SO SÁNH CÁC BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA	11
3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	12
Chủ đề 2 CÔNG THỨC LÔGARIT	15
1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT	15
2 CÁC DẠNG TOÁN	16
2.1 TÍNH TOÁN - RÚT GỌN BIỂU THỨC CÓ CHỨA LÔGARIT	16
2.2 CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC CHỨA LÔGARIT	17
2.3 SO SÁNH CÁC LÔGARIT	18
2.4 BIỂU DIỄN MỘT LÔGARIT THEO CÁC LÔGARIT KHÁC	19
3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	19
Chủ đề 3 HÀM SỐ LŨY THỪA. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT	29
1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT	29
2 CÁC DẠNG TOÁN	31
2.1 TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ	31
2.2 ĐẠO HÀM - GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT	32
2.3 ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ MŨ - HÀM SỐ LŨY THỪA - HÀM SỐ LÔGARIT	33
3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	33
Chủ đề 4 PHƯƠNG TRÌNH MŨ	51
1 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ	51
2 PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA	52
3 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ	52
4 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH	53
5 PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ	54
6 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	54
Chủ đề 5 PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT	61
1 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ	61
2 PHƯƠNG PHÁP MŨ HÓA	62
3 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ	62
4 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH	63
5 PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ	63
6 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	64

Chủ đề 6	BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ	71
1	PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ	71
2	PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ	72
3	PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA	73
4	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	73
Chủ đề 7	BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT	77
1	PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ	77
2	PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ	78
3	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	79
Chủ đề 8	CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ	85
1	PHƯƠNG PHÁP	85
2	BÀI TẬP TỰ LUẬN	85
3	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	86

Chủ đề 1

CÔNG THỨC MŨ. CÔNG THỨC LŨY THỪA

1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.1 MỘT SỐ KHÁI NIỆM

Định nghĩa 1.1 (Lũy thừa với số mũ nguyên)

Cho n là một số nguyên dương.

Với a là số thực tùy ý, **lũy thừa** bậc n của a là tích của n thừa số a

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ thừa số}}$$

Với $a \neq 0$

$$a^0 = 1; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Chú ý: 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.

Định nghĩa 1.2 (Căn bậc n)

Cho số thực b và số nguyên dương n ($n \geq 2$). Số a được gọi là **căn bậc n** của số b nếu $a^n = b$.

Nhận xét:

- Với n lẻ và $b \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của b , kí hiệu là $\sqrt[n]{b}$.
- Với n chẵn:

- $b < 0$: Không tồn tại căn bậc n của b .
- $b = 0$: $\sqrt[n]{b} = 0$.
- $b > 0$: Có hai căn trái dấu, kí hiệu **giá trị dương** là $\sqrt[n]{b}$, còn **giá trị âm** là $-\sqrt[n]{b}$.

Định nghĩa 1.3 (Lũy thừa với số mũ hữu tỉ)

Cho số thực a **dương** và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Lũy thừa của a với số mũ r là số a^r xác định bởi

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Chú ý: Khi xét **lũy thừa với số mũ hữu tỉ**, ta chỉ xét cơ số a **dương**.

1.2 CÁC TÍNH CHẤT

Tính chất 1

Tính chất 1.1 (Về lũy thừa)

Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khi đó, ta có:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$
4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Chú ý: Khi xét lũy thừa với **số mũ nguyên**, các tính chất trên vẫn đúng khi cơ số a là một số thực tùy ý.

Tính chất 2

Tính chất 1.2 (Về căn bậc n)

Cho $a, b \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}; (m, n \geq 2)$. Khi đó, ta có:

1. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
2. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
4. $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a|, & \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases}$
5. $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ (đẳng thức cuối với $a > 0$).

Chú ý: Nếu số mũ m, n là số chẵn thì cơ số a, b phải thỏa mãn để căn thức có nghĩa.

Tính chất 3

Tính chất 1.3 (So sánh các lũy thừa)

Cho $a \in \mathbb{R}; m, n \in \mathbb{Z}$. Khi đó

1. Với $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$;
2. Với $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

Từ tính chất 1.3, ta có ngay hệ quả sau đây:

Hệ quả 1

Hệ quả 1.1

Với $0 < a < b$ và m là số nguyên thì

1. $a^m < b^m$ khi và chỉ khi $m > 0$;
2. $a^m > b^m$ khi và chỉ khi $m < 0$.

2 CÁC DẠNG TOÁN

2.1 RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA

2.1.1 PHƯƠNG PHÁP

Đưa về cùng cơ số sau đó vận dụng các công thức ở tính chất 1.1 và tính chất 1.2 để rút gọn và đưa đến kết quả.

2.1.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Tính giá trị các biểu thức sau:

a. $A = 4^{3+\sqrt{2}} \cdot 2^{1-\sqrt{2}} \cdot 2^{-4-\sqrt{3}}$

b. $B = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,25)^0}$

c. $C = \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + (0,25)^{-\frac{5}{2}} + (0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}}$

d. $D = \left((\sqrt{5})^{\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{5}} + 4^{1-2\sqrt{3}} \cdot 16^{1+\sqrt{3}}$

e. $E = \sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}}$

f. $F = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}}{9^{\frac{5}{12}}} \cdot \pi^0 + \frac{\sqrt[3]{3}}{e^0 \cdot \sqrt{3}} \cdot 9^{\frac{7}{12}}$

g. $G = (0,5)^{-4} - 625^0 \cdot 25 - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}} + 19 \cdot (-3)^{-3}$

h. $H = \frac{2 : 4^{-2} + (3^{-2})^3 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^{-3}}{5^{-3} \cdot 25^2 + (0,7)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}$

Bài 2. Đơn giản các biểu thức sau:

a. $A = \frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}} - \frac{a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}}$

b. $B = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$

c. $C = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$

d. $D = \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$

e. $E = \left(\frac{a^{\sqrt{5}}}{b^{\sqrt{5}-2}}\right)^{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{a^{-2-\sqrt{5}}}{b^{-1}}$

f. $F = \sqrt{(x^\pi + y^\pi)^2 - \left(4^{\frac{1}{\pi}} \cdot x \cdot y\right)^\pi}$

g. $G = \left(\frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{5}{4}}} : \frac{b^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}}\right) \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{b^{14}} \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2}}$

h. $H = \frac{a^{\sqrt{5}} - b^{\sqrt{7}}}{a^{\frac{2\sqrt{5}}{3}} + a^{\frac{\sqrt{5}}{3}} b^{\frac{\sqrt{7}}{3}} + b^{\frac{2\sqrt{7}}{3}}}$

i. $I = \frac{(a^{2\sqrt{3}} - 1)(a^{2\sqrt{3}} + a^{\sqrt{3}} + a^{3\sqrt{3}})}{a^{4\sqrt{3}-a\sqrt{3}}}$

Bài 3. Tính giá trị các biểu thức sau:

a. $A = (0,25)^{-1} \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^2 + 25 \left[\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} : \left(\frac{5}{4}\right)^3\right] : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$

b. $B = 2^{(\sqrt{3}-1)^2} \cdot 4^{\sqrt{3}}$

c. $C = 48^{\sqrt{3}} : (2^{\sqrt{48}} \cdot 3^{\sqrt{3}-2})$

d. $D = (2^{-\sqrt[5]{4}})^{\sqrt[5]{8}}$

e. $E = 5^{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{\sqrt{3}}$

f. $F = 24^{\sqrt{3}} \cdot (2^{\sqrt{27}} \cdot 3^{1-\sqrt{3}})^{-1}$

g. $G = 2^{-\sqrt{3}} : 2^{(\sqrt{3}-1)^2}$

Bài 4. Đổi A về lũy thừa theo cơ số a, biết:

a. $A = \frac{125 \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5}}$ với $a = \sqrt{5}$

b. $A = \frac{32 \cdot \sqrt[4]{2}}{2\sqrt{2}}$ với $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

c. $A = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt[5]{27}}$ với $a = \sqrt[3]{3}$

d. $A = \frac{16 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[5]{2^3}}$ với $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Bài 5. Rút gọn các biểu thức sau đây:

a. $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$

b. $A = \frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$

c. $A = \frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{5}{4}}} - \frac{b^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}}$

d. $A = \sqrt[6]{a^3\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}} \cdot \left(\sqrt{a}\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}\right)^{-1}$

e. $A = \left(\sqrt[6]{25 + 4\sqrt{6}} - \sqrt[3]{1 + 2\sqrt{6}}\right)\sqrt[3]{1 - 2\sqrt{6}}$

f. $A = \left(a^{\sqrt[3]{25}}\right)^{\sqrt[3]{5}} \cdot \left(\sqrt[4]{\sqrt{a^3}}\right)^{-1}$

g. $A = \sqrt[3]{\sqrt{x^6y^{12}}} - \left(\sqrt[5]{xy^2}\right)^5$

h. $A = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$

i. $A = \frac{a-1}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{a}}{\sqrt{a} + 1} \cdot a^{\frac{1}{4}} + 1$

j. $A = \frac{1}{m + \sqrt{2}} - \frac{m^2 + 4}{m^3 + 2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{m}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{m}\right)$

k. $A = \frac{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{7}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}}} - \frac{a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}}$

l. $A = \frac{a^{2\sqrt{2}} - b^{2\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}} - a^{\sqrt{3}}\right)^2} + 1$

m. $A = \frac{\left(a^{2\sqrt{3}} - 1\right)\left(a^{2\sqrt{3}} + a^{\sqrt{3}} + a^{32\sqrt{3}}\right)}{a^{4\sqrt{2}} - a^{\sqrt{3}}}$

n. $A = \frac{a^{\sqrt{5}} - b^{\sqrt{7}}}{a^{\frac{2\sqrt{5}}{3}} + a^{\frac{\sqrt{5}}{3}}b^{\frac{\sqrt{7}}{3}} + b^{\frac{2\sqrt{7}}{3}}}$

o. $A = \frac{1}{4}(x \cdot a^{-1} - a \cdot x^{-1}) \cdot \frac{a^{-1} - x^{-1}}{a^{-1} + x^{-1}} + \frac{a^{-1} + x^{-1}}{a^{-1} - x^{-1}}$

p. $A = \left(a^{-\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}\right)\left(a^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{-\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{6}} \cdot b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}\right)$

q. $A = (\sqrt{a} - \sqrt[4]{a} + 1)(a - \sqrt{a} + 1)(\sqrt{a} + \sqrt[4]{a} + 1)$

r. $A = \left(a + b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)(a+b)^{-1} \left[\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b})^{-1} - \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{b}}\right)^{-1}\right]$

Bài 6. Tính $A = \frac{2a\sqrt{x^2-1}}{x + \sqrt{x^2-1}}$ với $x = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}\right)$ và $a, b < 0$.

Bài 7. Tính:

1. $A = x^3 - 6x$ biết $x = \sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$

2. $A = x^3 + 3x - 14$ biết $x = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} - \left(\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}}\right)^{-1}$

Bài 8. Tính $A = \sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}}$.

2.2 CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC CHỨA LŨY THỪA

2.2.1 PHƯƠNG PHÁP

Sử dụng tính chất 1.1 và tính chất 1.2 để rút gọn biểu thức, ta thường sử dụng hai phương pháp sau đây để chứng minh đẳng thức:

1. Biến đổi tương đương. (cách này thường đơn giản nhất)
2. Biến đổi từ vế trái thành vế phải hoặc ngược lại.
3. Biến đổi hai vế cùng bằng một đại lượng thứ ba.

2.2.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Chứng minh rằng:

a. $\sqrt[3]{7+5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7-5\sqrt{2}} = 2$

b. $\sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = 2$

c. $\sqrt[3]{9+\sqrt{80}} + \sqrt[3]{9-\sqrt{80}} = 2$

Bài 2. Chứng minh rằng
$$\sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{4}(2^x - 2^{-x})^2}}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{4}(2^x - 2^{-x})^2}}} = \frac{1 - 2^x}{1 + 2^x}.$$

Bài 3. Chứng minh rằng:

Nếu $\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{y^4 x^2}} = a$ thì $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$

2.3 SO SÁNH CÁC BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA

2.3.1 PHƯƠNG PHÁP

Đưa về cùng cơ số hoặc cùng số mũ, sau đó áp dụng tính chất 1.3 và hệ quả 1.1 để so sánh.
Lưu ý: Với hai biểu thức chứa căn, ta cần đưa về cùng bậc.

2.3.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. So sánh các số sau (không dùng máy tính bỏ túi):

a. $a = 3^{600}$ và $b = 5^{400}$

b. $x = \sqrt[3]{7} + \sqrt{15}$ và $y = \sqrt{10} + \sqrt[3]{28}$

c. $p = (\sqrt{3} - 1)^{\frac{1}{4}}$ và $q = (\sqrt{3} - 1)^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

d. $u = \left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^{-\sqrt{2}}$ và $v = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$

e. $m = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\sqrt{2}}$ và $n = \left(\frac{\pi}{5}\right)^{-\sqrt{3}}$

f. $h = \left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^{-\sqrt{2}}$ và $k = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\sqrt{5}}$

Bài 2. So sánh các số sau đây (không dùng máy tính bỏ túi):

a. $2^{\frac{2}{3}}$ và $2^{\frac{3}{4}}$

b. $(\sqrt{3} - 1)^{-\frac{2}{3}}$ và $(\sqrt{3} - 1)^{-\frac{4}{5}}$

c. 2^{300} và 3^{200}

d. $\pi^{\frac{1}{2}}$ và $\pi^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

e. $\left(\frac{3}{7}\right)^{-11}$ và $\left(\frac{5}{9}\right)^{-11}$

f. $\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)^{-\sqrt{2}}$ và $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$

g. $(\sqrt{3})^{-\frac{5}{6}}$ và $\sqrt[3]{3^{-1}\sqrt[4]{\frac{1}{3}}}$ h. 3^{600} và 5^{400} i. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{5}{7}}$ và $\sqrt{2} \cdot 2^{\frac{3}{14}}$

j. 7^{30} và 4^{40}

Bài 3. Chứng minh rằng:

a. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{25}} > \sqrt[13]{5}$ b. $\sqrt[3]{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2}} > \sqrt[7]{\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[3]{4}}$ c. $(2 \cdot \sqrt{2})^{100} > 8^{49}$

d. $\sqrt[12]{623} < \sqrt[3]{5}$ e. $2 < \sqrt[30]{1} + \sqrt[40]{2}$ f. $\sqrt[20]{2} + \sqrt[30]{3} > 2$

Bài 4. So sánh hai số p và q biết:

a. $\pi^p > \pi^q$ b. $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^p > (\sqrt{3} - \sqrt{2})^q$ c. $(\sqrt{5} - 1)^p < (\sqrt{5} - 1)^q$

Bài 5. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin^2 x}$ b. $y = 2^{x-1} + 2^{3-x}$ c. $y = 3^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x}$

Bài 6. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a. $y = 5^{-x^2+x+1}$ b. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^{1-\cos 2x}$ c. $y = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{\cos^6 x + \sin^6 x}$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (THPT Hưng Nhân, Thái Bình, Lần 3). Trong các mệnh đề dưới đây, hãy tìm mệnh đề đúng.

A. $7^{6\sqrt{3}} < 7^{-3\sqrt{6}}$. B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{2\sqrt{2}} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3\sqrt{3}}$. C. $3^{6\sqrt{2}} < 3^{2\sqrt{6}}$. D. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{5}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{3\sqrt{2}}$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Với các số thực a, b bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(3^a)^b = 3^{a+b}$. B. $(3^a)^b = 3^{a-b}$. C. $(3^a)^b = 3^{ab}$. D. $(3^a)^b = 3^{a^b}$.

Câu 3 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực x, y ?

A. $(2^x)^y = 2^{x+y}$. B. $\frac{2^x}{2^y} = 2^{\frac{x}{y}}$. C. $2^x \cdot 2^y = 2^{x+y}$. D. $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2^x}{3}$.

Câu 4 (THPT Quốc Thái, An Giang). Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \cdot \sqrt[4]{x}}$, (với $x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{7}{4}}$. B. $P = x^{\frac{25}{12}}$. C. $P = x^{\frac{20}{9}}$. D. $P = x^{\frac{23}{12}}$.

Câu 5 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Tính giá trị của biểu thức $K = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,25)^0}$.

A. -10. B. 10. C. 12. D. 15.

Câu 6 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Cho $a > 0$ và m, n là hai số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$. B. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. C. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$. D. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{n}{m}}$.

Câu 7 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Cho $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m < n$. B. $m > n$. C. $m \leq n$. D. $m = n$.

Câu 8 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ – YÊN LẠC). Cho $a > 1 > b > 0$, khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $a^2 < b^2$. B. $a^{-\sqrt{3}} < b^{-\sqrt{3}}$. C. $b^{-2} > b^{-e}$. D. $a^{-2} < a^{-3}$.

Câu 9 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Cho x là số thực dương. Viết biểu thức $Q = \sqrt{x^3\sqrt{x^2}} \cdot \sqrt[6]{x}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $Q = x^{\frac{5}{36}}$. B. $Q = x^{\frac{2}{3}}$. C. $Q = x$. D. $Q = x^2$.

Câu 10. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{1}{8}}$. B. $P = x^2$. C. $P = \sqrt{x}$. D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 11 (SỞ GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Viết biểu thức $A = \sqrt{a\sqrt{a}\sqrt{a}} : a^{\frac{11}{6}}$ ($a > 0$) dưới dạng số mũ lũy thừa hữu tỉ.

- A. $A = a^{-\frac{23}{24}}$. B. $A = a^{\frac{21}{24}}$. C. $A = a^{\frac{23}{24}}$. D. $A = a^{-\frac{1}{12}}$.

Câu 12 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Cho b là số thực dương, hãy viết biểu thức $Q = b^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{b^{-2}}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $Q = b^{\frac{4}{15}}$. B. $Q = b^{\frac{5}{3}}$. C. $Q = b^{\frac{3}{5}}$. D. $Q = b^{\frac{16}{15}}$.

Câu 13 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ – YÊN LẠC). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $8^{\frac{2}{3}} = 4$. B. $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^3}$. C. $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{64}$. D. $8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2$.

Câu 14 (SỞ GD và ĐT Gia Lai). Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2\sqrt{x^5\sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $P = x^{\frac{13}{15}}$. B. $P = x^{\frac{17}{36}}$. C. $P = x^{\frac{14}{15}}$. D. $P = x^{\frac{16}{15}}$.

Câu 15 (SỞ GD và ĐT Gia Lai). Cho a, b là hai số thực không âm, m, n là hai số tự nhiên. Xét bốn mệnh đề dưới đây.

- I. $a^m \cdot b^n = (ab)^{m+n}$ II. $a^0 = 1$ III. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ IV. $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{m}{n}}$

Hỏi có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 16 (THPT Sông Ray, Đồng Nai). Kết quả $a^{\frac{5}{2}}$ ($a > 0$) là biểu thức rút gọn của phép tính nào sau đây?

- A. $\frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}$. B. $\sqrt{a} \sqrt[5]{a}$. C. $a^5 \sqrt{a}$. D. $\frac{\sqrt[4]{a^5}}{\sqrt{a}}$.

Câu 17 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Tính giá trị của biểu thức $P = (2\sqrt{2} - 3)^{2016} \cdot (2\sqrt{2} + 3)^{2016}$.

- A. $P = 2\sqrt{2} + 3$. B. $P = 3 - 2\sqrt{2}$. C. $P = 1$. D. $P = (2\sqrt{2} + 3)^{2016}$.

Câu 18 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Rút gọn biểu thức $\sqrt{81a^4b^2}$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

- A. $9a^2|b|$. B. $-9a^2|b|$. C. $9a^2b$. D. $-9a^2b$.

Câu 19 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt[5]{b^2\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{b}}}$ với $b > 0$.

- A. $P = b^{\frac{6}{5}}$. B. $P = b^{\frac{1}{30}}$. C. $P = 1$. D. $P = b^{\frac{5}{6}}$.

Câu 20 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Cho $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ với $x > 0$. Viết P dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- A. $P = x^{\frac{9}{3}}$. B. $P = x^{\frac{5}{2}}$. C. $P = x^{\frac{2}{3}}$. D. $P = x^{\frac{7}{3}}$.

Câu 21 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a}}$ ($0 < a \neq 1$) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{5}{3}}$. B. $a^{\frac{4}{3}}$. C. $a^{\frac{5}{6}}$. D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 22 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Với số dương a và các số nguyên dương m, n bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a^{m^n} = (a^m)^n$. B. $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$. C. $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{a}$. D. $a^m \cdot a^n = a^{mn}$.

Câu 23 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Cho a, b là hai số thực dương, và biểu thức $P = \frac{\sqrt[3]{8a^3b^6}(a^{-2}b^{-3})^2}{\sqrt[4]{a^6b^{-12}}}$. Rút gọn biểu thức P , ta được kết quả nào trong các kết quả dưới đây?

- A. $P = \frac{2}{b^3 \cdot \sqrt{a}}$. B. $P = \frac{2}{a^4b\sqrt{a}}$. C. $P = \frac{2}{2b\sqrt{a^3}}$. D. $P = 2b\sqrt{a^3}$.

Câu 24 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[5]{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**.

- A. $P = x^{\frac{13}{15}}$. B. $P = x^{\frac{16}{15}}$. C. $P = x^{\frac{24}{15}}$. D. $P = x^{\frac{14}{15}}$.

Câu 25 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Nếu $(a-2)^{-\frac{1}{4}} \leq (a-2)^{-\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a > 3$. B. $a < 3$. C. $2 < a < 3$. D. $a > 2$.

Câu 26 (THPT Phù Cừ, Hưng Yên). Các mệnh đề nào sau đây **sai**?

- (1) Với $a \in \mathbb{R}$ và $m, n \in \mathbb{Z}$, ta có $a^m a^n = a^{mn}$ và $\frac{a^m}{a^n} = a^{\frac{m}{n}}$.
 (2) Với $a, b \neq 0$ và $m \in \mathbb{Z}$, ta có $(ab)^m = a^m b^m$ và $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.
 (3) Với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $0 < a < b$, và $m \in \mathbb{Z}$, ta có $a^m < b^m$.
 (4) Với $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ và $m, n \in \mathbb{Z}$, ta có $a^m > a^n$.

- A. (1), (2), (4). B. (1), (2), (3). C. (2), (3), (4). D. (1), (3), (4).

Câu 27 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Cho số thực a thỏa mãn $(2-a)^{\frac{3}{4}} > (2-a)^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a < 1$. B. $a = 1$. C. $1 < a < 2$. D. $a \leq 1$.

Câu 28 (THPTQG 2017). Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

- A. $Q = b^2$. B. $Q = b^{\frac{5}{9}}$. C. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. D. $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 29 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2).

Biểu thức thu gọn của biểu thức $P = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$ (với $a > 0$, $a \neq \pm 1$) có

dạng $P = \frac{m}{a+n}$. Tính $m-n$.

- A. -1. B. 1. C. -3. D. 3.

ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.A	5.A	6.D	7.B	8.B	9.C
10.C	11.A	12.D	13.B	14.C	15.D	16.A	17.A	18.A
19.C	20.C	21.B	22.B	23.B	24.D	25.C	26.D	27.C
			28.D	29.D				

Chủ đề 2

CÔNG THỨC LÔGARIT

1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.1 MỘT SỐ KHÁI NIỆM

Định nghĩa 4

Định nghĩa 2.1 (Lôgarit cơ số a của b)

Cho $a, b > 0; a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là **lôgarit cơ số a của b** và kí hiệu là $\log_a b$.

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$$

Như vậy:

1. Không có lôgarit của số âm và số 0.
2. Cơ số của lôgarit phải dương và khác 1.

Định nghĩa 5

Định nghĩa 2.2 (Lôgarit thập phân)

Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Kí hiệu: $\log b$.

Định nghĩa 6

Định nghĩa 2.3 (Lôgarit tự nhiên)

Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e . Kí hiệu: $\ln b$.

Lưu ý: $e = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

1.2 CÁC TÍNH CHẤT

Tính chất 4

Tính chất 2.1 (Quy tắc tính lôgarit)

1. $\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$
2. $\log_a a^n = n$; $a^{\log_a n} = n$
3. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
4. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$
5. $\log_a b^n = n \log_a |b|$
6. $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_{|a|} b$
7. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
8. $\log_a b = \log_a c \cdot \log_c b$
9. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Chú ý: Các số a, b, c trong công thức phải thỏa mãn để lôgarit có nghĩa.

Tính chất 5

Tính chất 2.2 (So sánh hai lôgarit cùng cơ số)

Cho $a > 0$; $a \neq 1$ và $b, c > 0$.

1. Khi $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.
2. Khi $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

Từ Tính chất 2.2, ta có ngay hệ quả sau đây:

Hệ quả 2

Hệ quả 2.1

Cho $a > 0$; $a \neq 1$ và $b, c > 0$.

1. $\log_a b > 0 \Leftrightarrow a$ và b cùng lớn hơn 1 hoặc cùng nhỏ hơn 1.
2. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

Tính chất 6

Tính chất 2.3 (So sánh hai lôgarit khác cơ số)

Nếu $0 < a < b < 1$ hoặc $1 < a < b$ thì:

1. $\log_a x > \log_b x \Leftrightarrow x > 1$
2. $\log_a x < \log_b x \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

2 CÁC DẠNG TOÁN

2.1 TÍNH TOÁN - RÚT GỌN BIỂU THỨC CÓ CHỨA LÔGARIT

2.1.1 PHƯƠNG PHÁP

Áp dụng định nghĩa, các công thức ở tính chất 2.1 để rút gọn, tính toán các biểu thức lôgarit và đưa đến kết quả ...

2.1.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Tính các giá trị sau:

- a. $A = \log_2 64$
- b. $B = \log_{10} 0,01$
- c. $C = \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 81$
- d. $D = \log_{\frac{\sqrt{3}}{9}} 27$
- e. $E = \log_{\frac{1}{16}} \frac{\sqrt{2}}{2}$
- f. $F = \log_a \frac{a^2 \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[3]{a}}$
- g. $G = \log_{a^4} \sqrt[5]{a^2}$
- h. $H = \log_{\frac{1}{a}} (a \cdot \sqrt[5]{a^4})$
- i. $I = \log_a \sqrt{a \sqrt{a^3 a}}$

$$\begin{array}{lll} \text{j. } J = \log_a \frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[3]{a}} & \text{k. } K = \log_{\frac{1}{\sqrt{a}}} (a^2 \cdot \sqrt[5]{a^3}) & \text{l. } L = 36^{\log_6 5} \\ \text{m. } M = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{3} \log_5 10} & \text{n. } N = 5^{2+3 \log_5 4} & \text{o. } O = 2^{3-4 \log_8 3} \\ \text{p. } P = 9^{2 \log_3 2 + 4 \log_{81} 5} & \text{q. } Q = a^{3 \log_{\sqrt{a}} 2} & \text{r. } R = a^{3-2 \log_a b} \end{array}$$

Bài 2. Tính giá trị các biểu thức sau đây:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } A = \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21} & \text{b. } B = \frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9} \\ \text{c. } C = 36^{\log_6 5} + 10^{1-\log 2} - e^{\ln 27} & \text{d. } D = 81^{\log_3 5} + 27^{\log_9 36} - 4^{2-\log_2 3} \\ \text{e. } E = 3 \log (\sqrt{2} - 1) + \log (5\sqrt{2} + 7) & \text{f. } F = \ln (\sqrt{3} + 2)^{2017} + \ln (2 - \sqrt{3})^{2017} \\ \text{g. } G = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{8}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{8}\right) \end{array}$$

Bài 3. Tính giá trị các biểu thức sau đây:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } A = \log_5 \left(\log_5 \underbrace{\sqrt[5]{\sqrt[5]{\sqrt[5]{\dots \sqrt[5]{5}}}}}_{n \text{ dấu căn}} \right) & \text{b. } B = \left(81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \log_9 4} + 25^{\log_{125} 8} \right) \cdot 49^{\log_7 2} \\ \text{c. } C = 16^{1+\log_4 5} + 4^{\frac{1}{2} \log_2 3 + 3 \log_5 5} & \text{d. } D = 72 \cdot \left(49^{\frac{1}{2} \log_7 9 - \log_7 6} + 5^{-\log_{\sqrt{5}} 4} \right) \end{array}$$

Bài 4. Tính giá trị các biểu thức sau đây:

$$\begin{array}{ll} \text{a. } A = -\log_3 [\log_4 (\log_2 16)] & \text{b. } B = \log_\pi [\tan(0, 25\pi)] \\ \text{c. } C = \log_{10} (\tan 1^\circ) + \log_{10} (\tan 2^\circ) + \dots + \log_{10} (\tan 89^\circ) \\ \text{d. } D = \log_3 (\tan 1^\circ) \cdot \log_3 (\tan 2^\circ) \dots \log_3 (\tan 89^\circ) \\ \text{e. } E = \log_{\sqrt{6}} 2 \cdot \log_2 36 & \text{f. } F = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7 \\ \text{g. } G = \log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12}\right) + \log_2 \left(\cos \frac{\pi}{12}\right) & \text{h. } H = \log_4 (\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{3}) + \log_4 (\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{21} + \sqrt[3]{9}) \end{array}$$

2.2 CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC CHỨA LÔGARIT

2.2.1 PHƯƠNG PHÁP

Sử dụng tính chất 2.1 để rút gọn biểu thức, ta thường sử dụng hai phương pháp sau đây để chứng minh đẳng thức:

1. Biến đổi tương đương. (cách này thường đơn giản nhất)
2. Biến đổi từ vế trái thành vế phải hoặc ngược lại.
3. Biến đổi hai vế cùng bằng một đại lượng thứ ba.

2.2.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Trong điều kiện có nghĩa, chứng minh các đẳng thức sau đây:

- a. $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$ b. $\log_{18} 6 + \log_2 6 = 2 \cdot \log_{18} 6 \cdot \log_2 6$
 c. $\log_2 a \cdot \log_3 b = \log_2 b \cdot \log_3 a$ với $a, b > 0$ d. $\log_a N : \log_{ab} N = 1 + \log_a b$
 e. $\log_a N \cdot \log_b N + \log_b N \cdot \log_c N + \log_c N \cdot \log_a N = \frac{\log_a N \cdot \log_b N \cdot \log_c N}{\log_{abc} N}$

Bài 2. Trong điều kiện có nghĩa, chứng minh rằng:

- a. Nếu $a^2 + b^2 = 7ab$ thì $\log_7 \frac{a+b}{3} = \frac{1}{2} (\log_7 a + \log_7 b)$
 b. Nếu $a^2 + c^2 = b^2$ thì $\log_{b+c} a + \log_{b-c} a = 2 \log_{b+c} a \cdot \log_{b-c} a$.

Bài 3. Chứng minh đẳng thức sau:

- a. $\log_{ax}(bx) = \frac{\log_a b + \log_a x}{1 + \log_a x}$ với $0 < a, b, x, ax \neq 1$.
 b. $\log_a d \cdot \log_b d + \log_b d \cdot \log_c d + \log_a d \cdot \log_c d = \frac{\log_a d \cdot \log_b d \cdot \log_c d}{\log_{abc} d}$ với $0 < a, b, c, d, abc \neq 1$.

Bài 4. Cho $x^2 + 9y^2 = 10xy$ ($x, y > 0; 0 < a \neq 1$). Chứng minh:

$$\log_a(x + 3y) - 2 \log_a 2 = \frac{1}{2} (\log_a x + \log_a y).$$

Bài 5. Cho $y = 10^{\frac{1}{1-\log x}}; z = 10^{\frac{1}{1-\log y}}$ ($x, y, z > 0$). Chứng minh: $x = 10^{\frac{1}{1-\log z}}$.

Bài 6. Tìm x , biết:

- a. $\log x = \frac{1}{3} \log 5a - 4 \log b + 7 \log c$
 b. $\ln x = \frac{7}{16} \ln(3 + 2\sqrt{2}) - 4 \ln(\sqrt{2} + 1) - \frac{25}{8} \ln(\sqrt{2} - 1)$
 c. $\ln x = 5 \ln a - 2 \ln b + 6 \ln c$
 d. $\log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{3} \log_3 125 - \log_3 4 + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 2$

2.3 SO SÁNH CÁC LÔGARIT

2.3.1 PHƯƠNG PHÁP

Đưa về cùng cơ số hoặc cùng số mũ sau đó vận dụng các công thức ở tính chất 2.2, tính chất 2.3 và hệ quả 2.1 để so sánh.

2.3.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. So sánh các cặp số m và n sau:

- a. $m = \log_{\sqrt{3}} \frac{3}{5}$ và $n = \log_{\sqrt{3}} \frac{7}{9}$ b. $m = \log_{\frac{1}{3}} 8$ và $n = \log_{115} 2$
 c. $m = \log_3 4$ và $n = \log_2 3$ d. $m = \log 2 + \log 3$ và $n = \log 5$
 e. $m = \log_7 29$ và $n = \log_3 5$ f. $m = \log_{0,3} 0,8$ và $n = \log_{0,2} 0,3$

Bài 2. So sánh các cặp số sau:

- a. $a = \log_2 10$ và $b = \log_4 63$ b. $x = \log_{0,5} 3$ và $y = \log_7 2$
 c. $m = 3 \log_6 2 + \log_6 3$ và $n = 2 \log_6 5$ d. $u = 5^{\log_6 1,05}$ và $v = 7^{\log_6 0,995}$
 e. $x = \log_7 36$ và $y = \log_8 25$ f. $u = \log_{0,4} \sqrt[3]{2}$ và $v = \log_{0,2} 0,34$

2.4 BIỂU DIỄN MỘT LÔGARIT THEO CÁC LÔGARIT KHÁC

2.4.1 PHƯƠNG PHÁP

Để biểu diễn $\log_a b$ theo $\log_c d$ ta đưa $\log_a b$ về lôgarit theo cơ số c sau đó viết a và b thành tích hay thương của dãy các lũy thừa theo cơ số c và d .

Áp dụng tính chất lôgarit của tích và của thương ta suy ra kết quả.

2.4.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Cho $\log_2 3 = a$ và $\log_2 5 = b$. Tính theo a và b :

- a. $\log_2 180$ b. $\log_2 \sqrt{0,03}$ c. $\log_2 \sqrt{135}$ d. $\log_{15} 24$ e. $\log_{\sqrt{10}} 30$

Bài 2. Cho $a = \log_{10} 3$ và $b = \log_{10} 5$. Tính $\log_{30} 8$ theo a và b .

Bài 3. Cho $a = \log_{10} 2$ và $b = \log_2 7$. Tính $\log_{10} 56$ theo a và b .

Bài 4. Cho $a = \log_{15} 3$. Tính $\log_{25} 15$ theo a .

Bài 5. Cho $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$. Tính $\log_{30} 8$ theo a và b .

Bài 6. Cho $a = \log_6 15$ và $b = \log_{12} 18$. Tính $\log_{25} 24$ theo a và b .

Bài 7. Cho $a = \log_9 50$ và $b = \log_{27} 40$. Tính $\log_{\sqrt{8}} 80$ theo a và b .

Bài 8. Cho $a = \log_2 5$ và $b = \log_{\sqrt{27}} 8$. Tính $\log_{25} 45$ theo a và b .

Bài 9. Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Tính $\log_{225} 2700$ theo a và b .

Bài 10. Cho $a = \ln 2$. Tính $\ln 16$; $\ln 0,125$; $\frac{1}{8} \ln \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \ln \frac{1}{8}$ theo a .

Bài 11. Cho $a = \log_3 15$ và $b = \log_3 10$. Tính $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

Bài 12. Cho $a = \log 3$ và $b = \log 5$. Tính $\log_{15} 30$ theo a và b .

Bài 13. Cho $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$ và $c = \log_7 2$. Tính $\log_{140} 63$ theo a ; b và c .

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (THPTQG 2017). Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x - y)$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 2 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Cho các số thực dương a, b với $b \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{\log a}{\log b}$.

B. $\log \left(\frac{a}{b} \right) = \log b - \log a$.

C. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

D. $\log(ab) = \log a + \log b$.

Câu 3 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Cho số thực dương a khác 1, tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. $\log_a \sqrt{a} = \frac{1}{2}$.

B. $a^{\log_a 2} = 2$.

C. $a^0 = 0$.

D. $\log_{\sqrt{a}} a = 2$.

Câu 4 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2). Cho 4 mệnh đề sau:

(I): $\log_a ab = \log_b ab$ với a, b dương khác 1.

(II): $\log_{\frac{1}{2}}(ab) > 0$ với $a, b > 1$.

(III): $\log_{\frac{1}{2}} \frac{a+b}{2} > 0$ với $a, b > 1$.

(IV): Với $a > 1, b > 1$ thì $y = \log_a b + \log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $a = b$.

Có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 5 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Đặt $a = \log 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{1}{\log_{81} 100} = \frac{a}{8}$. B. $\frac{1}{\log_{81} 100} = 2a$. C. $\frac{1}{\log_{81} 100} = 16a$. D. $\frac{1}{\log_{81} 100} = a^4$.

Câu 6 (THPT Phù Cừ, Hưng Yên). Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b > 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$. B. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$. C. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$. D. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < b < 1 < a \end{cases}$.

Câu 7 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\log 10 = 1$. B. $\log x^2 = \log x$. C. $\log 1 = 0$. D. $\log 10^x = x$.

Câu 8 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Cho hai số thực a, b bất kỳ, với $0 < a \neq 1$. Tính giá trị biểu thức $S = \log_a a^b$.

- A. b^a . B. a^b . C. a . D. b .

Câu 9 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Cho a là số thực dương khác 1 và $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $P = \frac{1}{9}$. B. $P = \frac{1}{3}$. C. $P = 3$. D. $P = 9$.

Câu 10 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Cho các số thực dương a, m, x, y và $a \neq 1, y \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$. B. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.
C. $\log_a(x+y) = \log_a x \cdot \log_a y$. D. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 11 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Cho biết $\log_{25} 7 = a$ và $\log_2 5 = b$. Tính $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8}$ theo a, b .

- A. $\frac{2(ba-3)}{b}$. B. $\frac{-4ba+3}{b}$. C. $\frac{b}{4ab+1}$. D. $\frac{3(4ab-3)}{b}$.

Câu 12 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \sqrt[3]{a^2}$.

- A. $P = 2$. B. $P = 3$. C. $P = \frac{2}{3}$. D. $P = \frac{3}{2}$.

Câu 13 (THPT Hải An-Hải Phòng). Cho $0 < a \neq 1, x > 0, y > 0$, khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$. B. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$.
C. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$.

Câu 14 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Hãy rút gọn biểu thức $P = 3^{2 \log_3 a} - \log_5 a^2 \cdot \log_a 25$.

- A. $P = a^2 - 4$. B. $P = a^2 - 2$. C. $P = a^2 + 4$. D. $P = a^2 + 2$.

Câu 15 (THPTQG 2017). Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 9 \log_a b$. B. $P = 27 \log_a b$. C. $P = 15 \log_a b$. D. $P = 6 \log_a b$.

Câu 16 (THPTQG 2017). Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 31$. B. $P = 13$. C. $P = 30$. D. $P = 108$.

Câu 17 (THPTQG 2017). Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 2$. C. $I = -\frac{1}{2}$. D. $I = -2$.

Câu 18 (THPTQG 2017). Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 a = \log_a 2$. B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$. C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$. D. $\log_2 a = -\log_a 2$.

Câu 19 (THPTQG 2017). Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 3a + 5b$. B. $x = 5a + 3b$. C. $x = a^5 + b^3$. D. $x = a^5 b^3$.

Câu 20 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2). Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a (b + c) = \log_a b \cdot \log_a c$. B. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$.
C. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$. D. $\log_a \left(\frac{1}{b} \right) = -\log_a b$.

Câu 21 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Cho các số thực dương a, b với $b \neq 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{a^7} (ab) = \frac{1}{7} \log_a b$. B. $\log_{a^7} (ab) = 7(1 + \log_a b)$.
C. $\log_{a^7} (ab) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} \log_a b$. D. $\log_{a^7} (ab) = \frac{1}{7} - \frac{1}{7} \log_a b$.

Câu 22 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25}$.

- A. $T = 469$. B. $T = 3141$. C. $T = 2017$. D. $T = 76 + \sqrt{11}$.

Câu 23 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2). Cho $\log x = a, \ln 10 = 2b$. Tính $\log_{10e}(x)$.

- A. $\frac{2ab}{1+2b}$. B. $\frac{a}{1+2b}$. C. $\frac{2b}{1+2b}$. D. $\frac{4ab}{1+2b}$.

Câu 24 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Cho hai số thực dương a, b . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a > b$. B. $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b$.
C. $\log_2 (a^2 + b^2) = 2 \log (a + b)$. D. $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$.

Câu 25 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Cho các số thực a, b thỏa $a > b > 1$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A. $\log_a b < \log_b a$. B. $\ln a > \ln b$. C. $\log_a b > \log_b a$. D. $\log_{\frac{1}{2}} (ab) < 0$.

Câu 26 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Cho $a, b, x, y \in \mathbf{R}, 0 < a \neq 1, b > 0, xy > 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

- A. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$. B. $a^{\log_a 3\sqrt{b}} = \sqrt[6]{a}$.
C. $\log_{\sqrt[3]{\sqrt{a}}} b^3 = 18 \log_a b$. D. $\log_a x^{2018} = 2018 \log_a x$.

Câu 27 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ – YÊN LẠC). Cho $a > 1 > b > 0$, khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_b 2016 > \log_b 2017$. B. $\log_a b < 0$.
C. $\log_b a > 1$. D. $\log_{2017} a > \log_{2017} b$.

Câu 28 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - Học kì II). Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a(b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$.

B. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

D. $\log_a \left(\frac{1}{b} \right) = -\log_a b$.

Câu 29 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $\log_2 \frac{25a^2}{b^3} = 2 + 2\log_2 a - 3\log_2 b$.

B. $\ln \frac{25a^2}{b^3} = 2\ln 5 + 2\ln a - 3\ln b$.

C. $\log \frac{25a^2}{b^3} = 2\log 5 + 2\log a - 3\log b$.

D. $\log_5 \frac{25a^2}{b^3} = 2 + 2\log_5 a - 3\log_5 b$.

Câu 30 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Cho biểu thức $B = 3^{\log_3 a} - \log_5 a^2 \cdot \log_a 25$ với a dương, khác 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $B \geq 2a + 5$.

B. $\log_{a^2-4} B = 1$.

C. $B = a^2 - 4$.

D. $B > 3$.

Câu 31 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Cho hai số thực dương a, b . Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b$.

B. $\ln a > 0 \Leftrightarrow a > 1$.

C. $\log_3 a < 0 \Leftrightarrow 0 < a < 1$.

D. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b$.

Câu 32 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Đặt $a = \log_2 5$ và $b = \log_2 6$. Hãy biểu diễn $\log_3 90$ theo a, b .

A. $\log_3 90 = \frac{2a+b-1}{a-1}$.

B. $\log_3 90 = \frac{a-2b+1}{b+1}$.

C. $\log_3 90 = \frac{a+2b-1}{b-1}$.

D. $\log_3 90 = \frac{2a-b+1}{a+1}$.

Câu 33 (THPT Quốc Thái, An Giang). Cho hai số thực dương a và b . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{\frac{3}{4}} a < \log_{\frac{3}{4}} b \Leftrightarrow a > b$.

B. $\log_2 a^2 + b^2 = \log a + b$.

C. $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$.

D. $\log_{a^2+1} a = \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a \leq b$.

Câu 34 (THPTQG 2017). Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 0$.

C. $I = -2$.

D. $I = 2$.

Câu 35 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Với số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Cho các biểu thức:

$A = \log_a \left(\frac{1}{\sqrt[4]{a}} \right); B = \log_a 1; C = \log_a (\log_2 2^{\frac{1}{a}}); D = \log_2 (\log_{\sqrt[3]{a}} a)$.

Gọi m là số biểu thức có giá trị dương. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $m = 2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Câu 36 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 2})$ là

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2}}$.

B. $y' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 2}}$.

C. $y' = \frac{x + \sqrt{x^2 + 2}}{\sqrt{x^2 + 2}}$.

D. $y' = \frac{x}{(x + \sqrt{x^2 + 2})\sqrt{x^2 + 2}}$.

Câu 37 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Cho biết $\log_2 x = a$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_2 \frac{1}{x} - \log_{\sqrt[3]{2}} x^3 + \log_x 4$ theo a .

A. $P = \frac{2(5a^2 - 1)}{a}$.

B. $P = \frac{2(1 - 5a^2)}{a}$.

C. $P = \frac{2 - 5a^2}{a}$.

D. $P = \frac{2 - a^2}{a}$.

Câu 38 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $x^2 - 20x + 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log(x_1 + x_2) - \log x_1 - \log x_2$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 0.

D. 10.

Câu 39 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Cho số thực a thỏa mãn $\log_2 a = 1$. Tính $S = \log_{\sqrt{a}} 16$.

- A. $S = \frac{1}{4}$. B. $S = 4$. C. $S = \frac{1}{8}$. D. $S = 8$.

Câu 40 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b + \log_3 \frac{1}{x} = 0$, tính x theo a và b .

- A. $x = 4a - b$. B. $x = \frac{a^4}{b}$. C. $x = a^4 - b$. D. $x = \frac{a}{b}$.

Câu 41 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Cho hai số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_2 a^2 = \frac{1}{2} \log_2 a$. B. $\log_{a^2+1} a \geq \log_{a^2+1} b \Leftrightarrow a < b$.
C. $\log_2(a^2 + b^2) = 2 \log_2(a + b)$. D. $\log_{\sqrt{2}} a < \log_{\sqrt{2}} b \Leftrightarrow a < b$.

Câu 42 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Cho hai số thực a, b , với $a \geq b > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất khi có số thực k sao cho $b = a^k$. Số k thuộc khoảng nào trong bốn khoảng dưới đây?

- A. $(2; 3)$. B. $(0; \frac{3}{2})$. C. $(-1; 0)$. D. $(\frac{3}{2}; 2)$.

Câu 43 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Cho hai số thực dương a, b ($a \neq 1$) thỏa mãn các điều kiện $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 12$. B. $S = 10$. C. $S = 16$. D. $S = 18$.

Câu 44 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Nếu $\log_6 \sqrt{a} = 3$ thì $\log_a \sqrt{6}$ bằng

- A. $\log_a 3$. B. $\log_a \frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 45 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Kết quả của phép toán $\log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[7]{a^{12}}} \right)$ ($0 < a \neq 1$)

- A. $\frac{149}{60}$. B. $\frac{46}{15}$. C. $\frac{142}{105}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 46 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Đặt $a = \log_3 4$, $b = \log_5 4$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 80$ theo a, b .

- A. $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$. B. $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab}$.
C. $\log_{12} 80 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$. D. $\log_{12} 80 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

Câu 47 (THPT Phù Cừ, Hưng Yên). Cho hai số dương a, b thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = \sqrt{2}$. Tính $P = \log_{\frac{b}{a^3}} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.

- A. $P = \frac{-5 + 4\sqrt{2}}{3}$. B. $P = \frac{-1 + 2\sqrt{2}}{21}$. C. $P = \frac{-5 - 4\sqrt{2}}{3}$. D. $P = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{21}$.

Câu 48 (THPT Phù Cừ, Hưng Yên). Cho a là số thực dương khác 1. Đặt $P = \log_{\sqrt[3]{a\sqrt{a}}} a^3$. Tính P .

- A. $P = 3$. B. $P = 6$. C. $P = 9$. D. $P = \frac{5}{2}$.

Câu 49 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{a^3}(ab) = \frac{1}{3} \log_a b$. B. $\log_{a^3}(ab) = 3 + 3 \log_a b$.
C. $\log_{a^3}(ab) = \frac{1}{9} \log_a b$. D. $\log_{a^3}(ab) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 50 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Cho hai số thực a, b với $a > b > 1$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_b a < 1 < \log_a b$. B. $\log_a b < \log_b a < 1$. C. $\log_a b < 1 < \log_b a$. D. $1 < \log_b a < \log_a b$.

Câu 51 (THPT Sông Ray, Đồng Nai). Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^n = \frac{1}{n} \log_a b$. B. $\log_a bc = \log_a b \cdot \log_a c$.
C. $a^{\log_a b} = b$. D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 52 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Cho $\log_2 b = 4, \log_2 c = -4$. Tính $\log_2(b^2 c)$.

- A. 8. B. 7. C. 4. D. 6.

Câu 53 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Cho a, b là hai số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(ab^2) = \ln a + \ln^2 b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln(ab^2) = \ln a + 2 \ln b$.

Câu 54 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Đặt $a = \log_3 15, b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_3 50$ theo a và b .

- A. $\log_3 50 = a + b - 1$. B. $\log_3 50 = 4a + b - 1$.
C. $\log_3 50 = 3a + b - 1$. D. $\log_3 50 = 2a + b - 1$.

Câu 55 (Đề TTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Cho a, b, c là các số thực dương và khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$. B. $\log_c \frac{a}{b} = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.
C. $\log_a b = \frac{1}{c} \log_a b$. D. $\log_a(a+b) = \log_a b \log_a c$.

Câu 56 (Đề TTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Cho a, b là các số thực dương và khác 1. Đặt $\alpha = \log_a 5, \beta = \log_b 5$. Hãy biểu diễn $\log_{ab^2} 25$ theo α, β .

- A. $\frac{2\alpha\beta}{\alpha + 2\beta}$. B. $\frac{2}{\alpha + 2\beta}$. C. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$. D. $\frac{\alpha\beta}{\alpha + \beta}$.

Câu 57 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Với điều kiện các biểu thức trong các khẳng định sau có nghĩa. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\log_{xa}(xb) = \frac{\log_b a + \log_b x}{1 + \log_b x}$. B. $\log_{xa}(xb) = \frac{1 + \log_a x}{\log_a b + \log_a x}$.
C. $\log_{xa}(xb) = \frac{\log_a b + \log_a x}{1 + \log_a x}$. D. $\log_{xa}(xb) = \frac{1 + \log_a x}{1 + \log_b x}$.

Câu 58 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, lần 3). Đặt $a = \log 3$. Khẳng định sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\frac{1}{\log_{81} 100} = \frac{a}{8}$. B. $\frac{1}{\log_{81} 100} = 2a$. C. $\frac{1}{\log_{81} 100} = 16a$. D. $\frac{1}{\log_{81} 100} = a^4$.

Câu 59 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a} < 1$. B. $1 < \frac{1}{\log_a b} < \frac{1}{\log_b a}$. C. $\frac{1}{\log_a b} < 1 < \frac{1}{\log_b a}$. D. $1 < \frac{1}{\log_b a} < \frac{1}{\log_a b}$.

Câu 60 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Cho $\log_2 5 = x, \log_3 5 = y$. Tính $\log_5 60$ theo x và y .

- A. $\log_5 60 = 2 + \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$. B. $\log_5 60 = 1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{y}$.
C. $\log_5 60 = 1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{y}$. D. $\log_5 60 = 2 + \frac{2}{x} + \frac{1}{y}$.

Câu 61 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Cho $\log_a x = \log_b y = N$, ($0 < a, b, x, y$) và ($a, b \neq 1$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $N = \log_{a+b}(xy)$. B. $N = \log_{ab} \frac{x}{y}$. C. $N = \log_{a+b} \frac{x}{y}$. D. $N = \log_{ab}(xy)$.

Câu 62 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Cho $\log 3 = a$ và $\log 5 = b$. Tính $\log_6 1125$ theo a, b .

- A. $\frac{3a+2b}{a+b-1}$. B. $\frac{2a+3b}{a-b+1}$. C. $\frac{3a+2b}{a+b-1}$. D. $\frac{3a-2b}{a+b+1}$.

Câu 63 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Cho $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$. Hãy biểu diễn $\log_{30} 1350$ theo a và b .

- A. $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$. B. $\log_{30} 1350 = 2a - b + 1$.
C. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$. D. $\log_{30} 1350 = 2a - b - 1$.

Câu 64 (THPT Hải An-Hải Phòng). Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$ và $\log_a b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$. B. $\begin{cases} 0 < b < 1 < a \\ 1 < a, b \end{cases}$. C. $\begin{cases} 0 < a, b < 1 \\ 1 < a, b \end{cases}$. D. $\begin{cases} 0 < b, a < 1 \\ 0 < a < 1 < b \end{cases}$.

Câu 65 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $e^{\ln 3} + \ln(e^2 \cdot \sqrt{e}) = 5$. B. $e^{\ln 3} + \ln(e^2 \cdot \sqrt{e}) = \frac{15}{2}$.
C. $e^{\ln 3} + \ln(e^2 \cdot \sqrt{e}) = \frac{11}{2}$. D. $e^{\ln 3} + \ln(e^2 \cdot \sqrt{e}) = \frac{13}{2}$.

Câu 66 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$. B. $\log(a \cdot b) = \log(a+b)$.
C. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_a^a$. D. $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$.

Câu 67 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Cho $a, b > 0$, $a \neq 1$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. B. $a^{\alpha \log_a b} = \alpha b$. C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. D. $a^{\alpha \log_a b} = b^\alpha$.

Câu 68 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Cho $x = \log_5 3$; $y = \log_7 3$. Hãy tính $\log_{35} 9$ theo x và y .

- A. $\log_{35} 9 = x + y$. B. $\log_{35} 9 = \frac{2xy}{x+y}$. C. $\log_{35} 9 = \frac{2}{x+y}$. D. $\log_{35} 9 = \frac{2(x+y)}{xy}$.

Câu 69 (THPTQG 2017). Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = \frac{7}{12}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = 12$. D. $P = \frac{12}{7}$.

Câu 70 (THPTQG 2017). Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x+3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{4}$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{1}{2}$. D. $M = \frac{1}{3}$.

Câu 71. Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

- A. $I = \frac{5}{4}$. B. $I = 4$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 72 (THPTQG 2017). Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

D. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Câu 73 (THPTQG 2017). Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$.

B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$.

C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$.

D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$.

Câu 74 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Cho $\log_a x = \sqrt{8}, \log_b x = \sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{ab} x = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\log_{ab} x = \frac{4}{\sqrt{8} + \sqrt{2}}$. C. $\log_{ab} x = \sqrt{8} + \sqrt{2}$. D. $\log_{ab} x = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{4}$.

Câu 75 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2). Cho $M = \frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_{a^2} x} + \dots + \frac{1}{\log_{a^{16}} x}$. Tính M .

A. $M = \frac{272}{\log_a x}$.

B. $M = \frac{136}{\log_a x}$.

C. $M = \frac{1088}{\log_a x}$.

D. $M = \frac{272}{3 \log_a x}$.

Câu 76 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Với x, y, z là các số nguyên dương thỏa mãn $x \log_{1512} 2 + y \log_{1512} 3 + z \log_{1512} 7 = 1$. Tính giá trị của biểu thức $Q = x + y + 3z$.

A. 1512.

B. 12.

C. 9.

D. 7.

Câu 77 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ - YÊN LẠC). Cho $\log_a b = 3$, tính giá trị của biểu thức $P = \log_a (a^3 \cdot \sqrt[3]{b}) - \log_{\sqrt[3]{b}} a$.

A. $P = \frac{5}{3}$.

B. $P = \frac{4}{3}$.

C. $P = \frac{8}{3}$.

D. $P = \frac{3}{4}$.

Câu 78 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c$.

B. $\log_a b = \log_a c \Leftrightarrow b = c$.

C. $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b < c$.

D. $\log_a b + \log_a c > 0 \Leftrightarrow bc > 1$.

Câu 79 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Tính giá trị của biểu thức $A = \log_2 x^{\sqrt{2}} + \log_{\frac{1}{2}} 2x^2 - \log_4 x$ biết $\log_2 x = \sqrt{2}$.

A. $A = \frac{2 - 5\sqrt{2}}{2}$.

B. $A = 1 - 2\sqrt{2}$.

C. $A = 2 + \sqrt{2}$.

D. $A = 1 + 3\sqrt{2}$.

Câu 80 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.

B. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$.

C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

D. $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Câu 81 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Cho $(0, 1a)^{\sqrt{3}} < (0, 1a)^{\sqrt{2}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{1}{\sqrt{2}}$. Kết luận nào sau đây đúng về hai số thực a và b ?

A. $\begin{cases} a > 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ b > 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 0 < a < 10 \\ 0 < b < 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a > 10 \\ b > 1 \end{cases}$.

Câu 82 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Cho $\log 2 = a, \log 3 = b$. Tính $\log 45$ theo a và b .

A. $\log 45 = 2b + a + 1$.

B. $\log 45 = 15b$.

C. $\log 45 = a - 2b + 1$.

D. $\log 45 = 2b - a + 1$.

Câu 83 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Cho x, y là các số thực thỏa mãn $4^{3x+y} = 16 \cdot 4^{x+11}$ và $3^{2x+8} - 9^y = 0$. Tính tổng $x + y$.

A. $x + y = 3$.

B. $x + y = 21$.

C. $x + y = 7$.

D. $x + y = 10$.

Câu 84 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Cho a, b là các số thực dương và khác 1. Chọn đẳng thức đúng.

A. $\log_a \sqrt{ab^3} = \frac{1}{6}(1 + \log_a b)$.

B. $\log_a \sqrt{ab^3} = 6(1 + \log_a b)$.

C. $\log_a \sqrt{ab^3} = 2 \left(1 + \frac{1}{3} \log_a b \right)$.

D. $\log_a \sqrt{ab^3} = \frac{1}{2} (1 + 3 \log_a b)$.

Câu 85 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Cho x, y, z là các số thực dương tùy ý khác 1 và $xyz \neq 1$. Đặt $a = \log_x y, b = \log_z y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{a + b + 1}$.

B. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{ab + a + b}$.

C. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}$.

D. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{a + b + 1}$.

Câu 86 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy = 10^a, yz = 10^b, zx = 10^c$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Hãy tính $P = \log x + \log y + \log z$ theo a, b, c .

A. $P = abc$.

B. $P = \frac{a + b + c}{2}$.

C. $P = a + b + c$.

D. $P = \frac{abc}{2}$.

Câu 87 (THPT Quốc Thái, An Giang). Cho a, b là hai số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{6}{\log_a b}$.

B. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{8}{\log_a b}$.

C. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{7}{\log_a b}$.

D. $\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^3} b} = \frac{4}{\log_a b}$.

Câu 88 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{5}$. Tính $P = \log_{\frac{a}{\sqrt{b}}} \sqrt{ab}$.

A. $P = 7 - 3\sqrt{5}$.

B. $P = -7 + 3\sqrt{5}$.

C. $P = -7 - 3\sqrt{5}$.

D. $P = 7 + 3\sqrt{5}$.

Câu 89 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Cho $\log_2 5 = a, \log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a, b .

A. $\log_6 5 = \frac{1}{a + b}$.

B. $\log_6 5 = a^2 + b^2$.

C. $\log_6 5 = a + b$.

D. $\log_6 5 = \frac{ab}{a + b}$.

Câu 90 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $c > b > a > 1$ và $2 \log_a^2 b - \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 5 \log_b \frac{c}{b} + 1$. Đặt $P = \log_a b - \log_b c$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $P \in (-4; -1)$.

B. $P \in (5; 8)$.

C. $P \in (-1; 2)$.

D. $P \in (2; 5)$.

Câu 91 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$, với $a, b > 0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$.

B. $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \frac{a+b}{2} = 2 (\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $2 \log_2 (a + b) = \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 92 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Đặt $a = \ln 2, b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

A. $I = -2(a - b)$.

B. $I = -2(a + b)$.

C. $I = 2(a - b)$.

D. $I = 2(a + b)$.

Câu 93 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Cho a, b là các số thực dương thay đổi, thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

A. 30.

B. 40.

C. 50.

D. 60.

Câu 94 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Cho $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính $S = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$.

A. $S = 33$.

B. $S = 469$.

C. $S = 489$.

D. $S = 3141$.

Câu 95 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Đặt $\log_7 2 = a, \log_7 3 = b, Q = \log_7 \frac{1}{2} + \log_7 \frac{2}{3} + \dots + \log_7 \frac{2014}{2015} + \log_7 \frac{2015}{2016}$. Tính Q theo a, b .

A. $5a + 2b - 1$.

B. $5a - 2b - 1$.

C. $5a + 2b + 1$.

D. $-5a - 2b - 1$.

Câu 96 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Đặt $a = \log_3 5$, $b = \log_4 5$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 20$ theo a và b .

- A.** $\log_{15} 20 = \frac{a(1+b)}{b(1+a)}$. **B.** $\log_{15} 20 = \frac{b(1+a)}{a(1+b)}$. **C.** $\log_{15} 20 = \frac{b(1+b)}{a(1+a)}$. **D.** $\log_{15} 20 = \frac{a(1+a)}{b(a+b)}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.B	5.B	6.A	7.B	8.D	9.D
10.A	12.C	13.B	14.A	15.D	16.B	17.B	18.C	19.D
20.A	21.C	22.A	23.A	24.A	25.C	26.C	27.C	28.A
29.D	30.C	31.B	32.C	33.A	34.D	35.D	36.A	37.B
38.B	39.D	40.B	41.D	42.B	43.D	44.C	45.C	46.C
47.B	48.B	49.D	50.A	51.C	52.C	53.D	54.A	55.A
56.C	57.A	58.B	59.C	60.B	61.D	62.B	63.C	64.C
65.C	66.D	67.B	68.B	69.D	70.B	71.D	72.C	73.D
74.B	75.B	76.C	77.C	78.B	79.A	80.B	81.B	82.D
83.D	84.D	85.C	86.B	87.A	88.C	89.D	90.A	91.A
		92.B	93.D	94.B	95.D	96.A		

Chủ đề 3

HÀM SỐ LŨY THỪA. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT

1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1.1 MỘT SỐ KHÁI NIỆM

Định nghĩa 3.1 (Hàm số lũy thừa)

Hàm số $y = x^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{R}$, được gọi là **hàm số lũy thừa**.

CHÚ Ý:

Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ được xác định như sau:

1. Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ thì $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
2. Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^-$ hoặc $\alpha = 0$ thì $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
3. Nếu $\alpha \notin \mathbb{Z}$ thì $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Định nghĩa 3.2 (Hàm số mũ)

Cho $a > 0, a \neq 1$.

Hàm số $y = a^x$ được gọi là **hàm số mũ** cơ số a .

CHÚ Ý: Tập xác định của hàm số mũ là $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Định nghĩa 3.3 (Hàm số lôgarit)

Cho $a > 0, a \neq 1$.

Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là **hàm số lôgarit** cơ số a .

CHÚ Ý: Tập xác định của hàm số lôgarit là $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

1.2 BẢNG ĐẠO HÀM

BẢNG ĐẠO HÀM CỦA CÁC HÀM SỐ LŨY THỪA, MŨ VÀ LÔGARIT

HÀM SỐ CẤP	HÀM HỢP ($u=u(x)$)
A. HÀM LŨY THỪA	

HÀM SỐ CẤP	HÀM HỢP ($u=u(x)$)
1. $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ 2. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ 3. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	1'. $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$ 2'. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ 3'. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
B. HÀM MŨ 1. $(e^x)' = e^x$ 2. $(a^x)' = a^x \ln a$	1'. $(e^u)' = e^u \cdot u'$ 2'. $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$
C. HÀM LÔGARIT 1. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ 2. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	1'. $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ 2'. $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

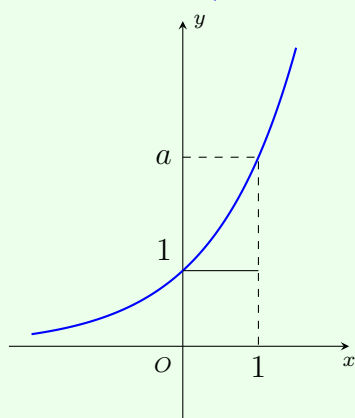
1.3 ĐỒ THỊ

A. HÀM SỐ LŨY THỪA $y = x^\alpha$

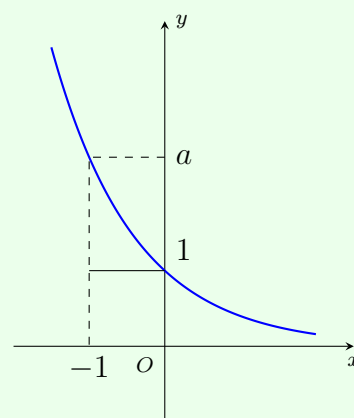
Tập xác định của hàm số lũy thừa phụ thuộc vào số mũ, một số đồ thị của chúng đã được khảo sát ở chương 1.

Ví dụ: Hàm bậc ba $y = x^3$, hàm bậc bốn $y = x^4$ hay hàm bậc hai $y = x^2$ đã được khảo sát ở lớp 10.

B. HÀM SỐ MŨ $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)



(Trường hợp $a > 1$)



(Trường hợp $0 < a < 1$)

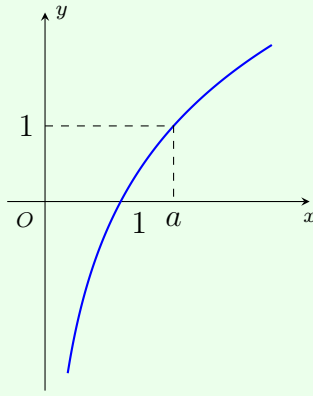
NHẬN XÉT:

1. Luôn nằm phía trên trục hoành (dương với mọi x thuộc tập xác định).

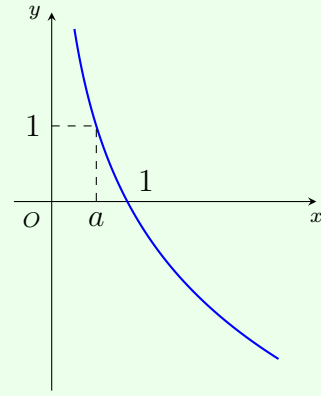
2. $a > 1$: đồng biến. $0 < a < 1$: nghịch biến.

3. Từ đồ thị, để xác định a : cho $x = 1$ và tìm y .

C. HÀM SỐ LÔGARIT $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)



(Trường hợp $a > 1$)



(Trường hợp $0 < a < 1$)

NHẬN XÉT:

1. Luôn nằm bên phải trục tung.
2. $a > 1$: đồng biến. $0 < a < 1$: nghịch biến.
3. Từ đồ thị, để xác định a : cho $y = 1$ và tìm x .

2 CÁC DẠNG TOÁN

2.1 TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

2.1.1 PHƯƠNG PHÁP

A. HÀM LŨY THỪA $y = x^\alpha$

Tập xác định $\mathcal{D}$ được xác định như sau:

1. Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^+$ thì $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
2. Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^-$ hoặc $\alpha = 0$ thì $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
3. Nếu $\alpha \notin \mathbb{Z}$ thì $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

B. HÀM MŨ $y = a^x$

Tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

C. HÀM LÔGARIT $y = \log_a x$

Tập xác định $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

2.1.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = x^{\frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}-12\sqrt{2}}$

b. $y = (\sqrt{3} + 2)^{\frac{x^2-3x}{x-1}}$

c. $y = \log \frac{x-1}{-2x-3}$

d. $y = \ln \sqrt{x^2 - 4x - 12}$

e. $y = 2\sqrt{|x-3|-|8-x|}$

f. $y = \sqrt{x^2 + x - 2} \cdot \log_3 (9 - x^2)$

g. $y = \sqrt{\frac{-\log_{0,3}(x-1)}{\sqrt{x^2 - 2x - 8}}}$

h. $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{3-2x-x^2}{x+2}}$

i. $y = \log_3 \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$

Bài 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \frac{\sqrt{\log_2(x+1)}}{2^{2x-3} - 1}$

b. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x^2-2x}{2x+3}}$

c. $y = (\sqrt[3]{x})^{\sqrt{2}}$

d. $y = \log_{2x-1} (x^2 - 1)$

2.2 ĐẠO HÀM - GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT

2.2.1 PHƯƠNG PHÁP

A. ĐẠO HÀM: Sử dụng bảng đạo hàm.

B. GTLN - GTNN:

1. Tính y' .
2. Giải phương trình $y' = 0$ và chỉ nhận những nghiệm $x_0 \in [a; b]$.
3. Tính $f(a)$, $f(b)$ và $f(x_0)$.
4. Kết luận: $\min_{[a;b]} f(x) = \min \{(a), f(b), f(x_0)\}$

CHÚ Ý:

- ☞ Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[a, b]$ thì $\min_{[a;b]} f(x) = f(a)$ và $\max_{[a;b]} f(x) = f(b)$.
- ☞ Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[a, b]$ thì $\min_{[a;b]} f(x) = f(b)$ và $\max_{[a;b]} f(x) = f(a)$.
- ☞ Nếu bài toán có đặt ẩn phụ thì phải có điều kiện của ẩn.

2.2.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

A. CÁC BÀI TOÁN VỀ ĐẠO HÀM

Bài 1. Tính đạo hàm các hàm số sau:

- | | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|--|
| a. $y = 1 - (x^2 - 2x + 1)e^x$ | b. $y = 3^x - (2x + 1) \cdot 2^x$ | c. $y = \frac{\ln x - 2}{x + 1}$ |
| d. $y = (x - 4) \log x$ | e. $y = x \log_2(x + 1)$ | f. $y = \log \sqrt[3]{x^2} \cdot \ln(3 - x^2)$ |

Bài 2. Tính đạo hàm các hàm số sau:

- | | | |
|--|--|--|
| a. $y = (2x^2 - 1) \cdot e^{3x}$ | b. $y = x^3 \sqrt{e^{x^2} + 1}$ | c. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ |
| d. $y = 3^x - \sqrt{e^{3x} + 2}$ | e. $y = \ln(x^3 + 2x^2 - x)$ | f. $y = (x^2 + 3) \ln(x^2 + 2)$ |
| g. $y = \sqrt[4]{\ln^3(3x^2 + 1)}$ | h. $y = \sqrt[3]{\sin x \sqrt{\cos x}}$ | i. $y = 1 - (2x + 3)3^x$ |
| j. $y = \sqrt{2} - e^x \cdot \sin^2 x$ | k. $y = 2^x - \sqrt{e^x} + 3^{\sin \frac{\pi}{4}}$ | l. $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ |
| m. $y = x \ln x + 1$ | n. $y = 1 + x - 2 \ln^2 x$ | o. $y = (x^2 + 3) \ln(x^2 + 2)$ |
| p. $y = \log_2 x - 3 \log_3 x$ | q. $y = \log(x^2 + 1) - \ln 2x$ | r. $y = 1 - \sqrt{2 \ln x + \ln^2 x}$ |

Bài 3. Cho hàm số $f(x) = x \log_x 2$ ($0 < x \neq 1$). Tính đạo hàm $f'(x)$ và giải bất phương trình $f'(x) \leq 0$.

Bài 4. Chứng minh hàm số $y = x[3 \cos(\ln x) + 4 \sin(\ln x)]$ thỏa mãn: $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.

B. CÁC BÀI TOÁN VỀ GTLN - GTNN

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x} - 1$ trên đoạn $[1; e^2]$.

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

- | | |
|---|--|
| a. $y = x^2 e^x + 1$ trên $[-3; 2]$ | b. $y = \ln^2 x - \ln x$ trên $[1; e^2]$ |
| c. $y = (x^2 - 3x + 1)e^x$ trên $[-3; 0]$ | d. $y = x \ln x - 1$ trên $[1; e^2]$ |
| e. $y = x^2 - \ln(1 - 2x)$ trên $[-2; 0]$ | |

2.3 ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ MŨ - HÀM SỐ LŨY THỪA - HÀM SỐ LÔGARIT

2.3.1 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Xét sự biến thiên của các hàm số sau:

a. $y = \frac{x}{\ln x}$ b. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x^2-2x}{2}}$ c. $y = \frac{\ln(x^2+1)}{\ln 3}$ d. $y = x.e^x$

Bài 2. Cho hàm số $y = \ln \frac{x}{x+m}$ (1) (m là tham số). Tìm m để hàm số (1):

a. Nghịch biến trên từng khoảng xác định. b. Nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Bài 3. Cho hàm số $y = \frac{m}{x} + \ln x$. Tìm m để hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Bài 4. Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}$ b. $y = \log(x^2 - 1)$.

Bài 5. Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+5}{3x-1}\right)^{2x}$ b. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \tan^2 x)^{\frac{1}{\sin x}}$ c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \sqrt[3]{x^2+1}}{\sin 3x}$
d. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 3x)^{\frac{1}{x}}$ e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{1 - \cos 2x}$ f. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sqrt{x^2+5} - \sqrt{5}}$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (THPTQG 2017). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

- A. $\mathcal{D} = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$. B. $\mathcal{D} = (1; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

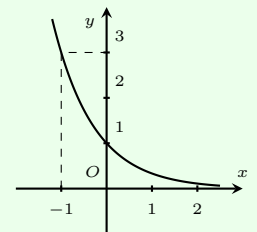
Câu 2 (THPTQG 2017). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$.

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{1}{2x+1}$.

Câu 3 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2).

Đồ thị trong hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

- A. $y = (\sqrt{2})^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = (\sqrt{3})^x$.



Câu 4 (THPT Phù Cừ, Hưng Yên). Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(3x - x^2)$.

- A. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $D = (0; 3)$.
C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 5 (THPT Hưng Nhân, Thái Bình, Lần 3). Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \cdot 5^x$.

- A. $y' = 10^x \ln 10$. B. $y' = 2(2^x \cdot 5^x)$. C. $y' = 10^x$. D. $y' = 2^x + 5^x$.

Câu 6 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Tìm tập xác định $\mathbb{D}$ của hàm số $f(x) = (4x-3)^{\frac{1}{2}}$.

- A. $\mathbb{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathbb{D} = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $\mathbb{D} = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. D. $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{4}\right\}$.

Câu 7 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = 2^{\log_2(1-2x)}$. B. $y = e^{3-5x}$. C. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} x}$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 8 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{2x}$.

- A. $y' = 2x \cdot 3^{2x-1}$. B. $y' = \frac{3^{2x}}{2 \ln 3}$. C. $y' = 2 \cdot 3^{2x} \cdot \ln 3$. D. $y' = 2 \cdot 3^{2x} \cdot \log 3$.

Câu 9 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

- A. $y' = 2 \cdot 2^{2x+3}$. B. $y' = (2x+3)2^{2x+3}$. C. $y' = 2 \cdot 2^{2x+3} \cdot \ln 2$. D. $y' = 2^{2x+3} \ln 2$.

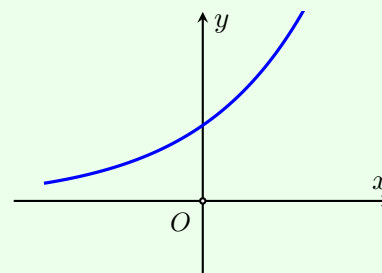
Câu 10. 34 Tìm trị lớn nhất của hàm số $y = \log x + \log \sqrt{2-x^2}$.

- A. 1. B. 0. C. -1. D. $\log \sqrt{2}$.

Câu 11 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3).

Đồ thị hàm số cho dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = 2x$.
B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$.
C. $y = \log_2 x$.
D. $y = \frac{1}{x}$.



Câu 12 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang -Học kì II). Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. C. $y = \log_{\frac{e}{2}} x$. D. $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$.

Câu 13 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang -Học kì II). Đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$ là

- A. $y' = x \cdot 2017^{x-1}$. B. $y' = 2017^x$. C. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}$. D. $y' = 2017^x \cdot \ln 2017$.

Câu 14 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Cho hàm số $y = (\sqrt{2})^x$. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Đồ thị hàm số nằm toàn bộ phía trên trục Ox .
D. Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 15 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-2x+3}$.

- A. $y' = 3^{x^2-2x+3} \cdot \ln 3$. B. $y' = 2(x-1) \cdot 3^{x^2-2x+3} \cdot \ln 3$.
C. $y' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-2x+3} \cdot \ln 3$. D. $y' = 2(x-1) \cdot 3^{x^2-2x+3}$.

Câu 16 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty) \setminus \{1; 2\}$. D. $\mathcal{D} = [1; 2]$.

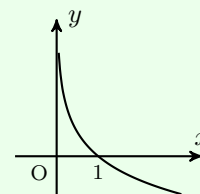
Câu 17 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

- A. $y' = e^x$. B. $y' = -2e^{1-2x}$. C. $y' = 2e^{1-2x}$. D. $y' = e^{1-2x}$.

Câu 18 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1).

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số cho ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.



Câu 19 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{\sin x}$.

A. $y' = \cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$.

B. $y' = 2^{\sin x} \cdot \ln 2$.

C. $y' = \frac{\cos x \cdot 2^{\sin x}}{\ln 2}$.

D. $y' = -\cos x \cdot 2^{\sin x} \cdot \ln 2$.

Câu 20 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x^2 + 1)$.

A. $y' = \frac{4x}{2x^2 + 1}$.

B. $y' = \frac{4}{(2x^2 + 1) \ln 2}$.

C. $y' = \frac{4x}{(2x^2 + 1) \ln 2}$.

D. $y' = \frac{-4x}{(2x^2 + 1) \ln 2}$.

Câu 21 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x$.

A. $y' = x \cdot 2^{x-1}$.

B. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$.

C. $y' = 2^x \ln 2$.

D. $y' = 2^x$.

Câu 22 (THPT Hưng Nhân, Thái Bình, Lần 3). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 - x)$.

A. $y' = \frac{2x}{(x^2 - x) \ln 3}$.

B. $y' = \frac{2x - 1}{(x^2 - x) \ln 3}$.

C. $y' = \frac{1}{(x^2 - 1) \ln 3}$.

D. $y' = \frac{2x \ln 3}{(x^2 - 1)}$.

Câu 23 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\ln x + 3}$.

A. $D = (0; +\infty)$.

B. $D = [e^3; +\infty)$.

C. $D = [-3; +\infty)$.

D. $D = \left[\frac{1}{e^3}; +\infty\right)$.

Câu 24 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Tính đạo hàm của hàm số $y = 12^x$.

A. $y' = \frac{12^x}{\ln 12}$.

B. $y' = 12^x \cdot \ln 12$.

C. $y' = 12^x$.

D. $y' = x \cdot 12^{x-1}$.

Câu 25 (Sở Đà Nẵng). Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x$.

A. $y' = 2^x \cdot \ln 2$.

B. $y' = 2^x$.

C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$.

D. $y' = x \cdot x^{-1}$.

Câu 26 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2017}(x + 1)$.

A. $y' = \frac{\ln 2017}{x + 1}$.

B. $y' = \frac{1}{(x + 1) \ln 2017}$.

C. $y' = \frac{1}{\log_{2017}(x + 1)}$.

D. $y' = \frac{1}{x + 1}$.

Câu 27 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Tìm đạo hàm của hàm số $y = 3^x$.

A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

B. $y' = 3^x \ln 3$.

C. $y' = x 3^{x-1} \ln 3$.

D. $y' = \frac{3^x}{\ln x}$.

Câu 28 (THPT Hải An-Hải Phòng). Tính đạo hàm của hàm số $y = 7^x$.

A. $y' = \frac{7^x}{\ln 7}$.

B. $y' = 7^x \cdot \ln 7$.

C. $y' = x \cdot 7^{x-1}$.

D. $y' = 7^x$.

Câu 29 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề dưới đây.

A. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

B. Hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = x^{-2}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Cho hàm số $f(x) = e^{\sin 2x}$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

A. $f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sqrt{3}e$.

B. $f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = -\sqrt{3}e$.

C. $f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = -e^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

D. $f'\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sqrt{e}$.

Câu 31. 19 Tìm tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $\mathbb{R}$.

Câu 32 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Tìm tập xác định của hàm số $y = (x + 5)^{-2017}$.

A. $(-5; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[-5; +\infty)$.

Câu 33 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $f(x) = (4x - 3)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{4}\right\}$. C. $\mathcal{D} = \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

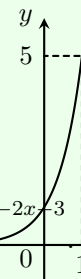
Câu 34 (THPT Sông Ray, Đồng Nai). Hàm số $y = x^{\sqrt{3}} - (x - 1)^{-7}$ có tập xác định là D . Chọn khẳng định đúng.

- A. $D = (0; +\infty) \setminus \{1\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 35 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317).

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = 5^x$. C. $y = \log_{\frac{1}{5}} x$. D. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.



Câu 36 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x-3}$. Chọn khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số có đúng một cực đại.
C. Hàm số có miền xác định $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Câu 37 (THPT Hải An-Hải Phòng). Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_2(x^2 - x + 1)$. B. $y = 2^{-x}$.
C. $y = \log_2(x - 1)$. D. $y = \frac{-1}{2^x - 1}$.

Câu 38 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số 10^{-x} qua đường thẳng $y = x$?

- A. $y = \ln x$. B. $y = \log x$. C. $y = -\log x$. D. $y = 10^x$.

Câu 39 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x+1}{x-2}$.

- A. $y' = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y' = -\frac{3}{(x-2)^2}$.
C. $y' = -\frac{3}{x^2-x-2}$. D. $y' = \frac{x-2}{(x+1) \ln \left(\frac{x+1}{x-2}\right)}$.

Câu 40 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$.

- A. $y' = \frac{2x}{(x^2+1) \ln 2}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2+1)}$. C. $y' = \frac{1}{(x^2+1) \ln 2}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2+1)}$.

Câu 41 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, lần 3). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\log_3(2x^2 - x)}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 42 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, lần 3). Trong các hàm số $f(x) = \ln \frac{1}{\sin x}$, $g(x) = \ln \frac{1 + \sin x}{\cos x}$, $h(x) = \ln \frac{1}{\cos x}$, hàm số nào có đạo hàm bằng $\frac{1}{\cos x}$?

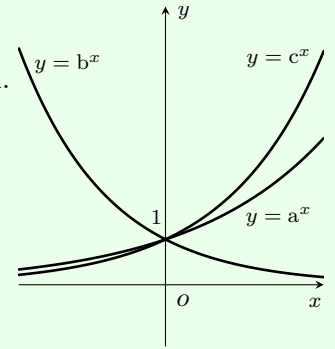
- A. $f(x)$. B. $g(x)$ và $h(x)$. C. $h(x)$. D. $g(x)$.

Câu 43 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, lần 3). Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = e^{3-5x}$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} x}$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $2^{\log_2(1-2x)}$.

Câu 44 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình).

Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. $c > a > b$.
- B. $c > b > a$.
- C. $a > c > b$.
- D. $b > a > c$.

Câu 45 (THPTQG 2017). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- B. $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
- C. $D = (-2; 3)$.
- D. $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 46 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2). Gọi m , M lần lượt là các giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{2-3x}$ trên đoạn $[0; 2]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M - m = e$.
- B. $m + M = 1$.
- C. $m.M = \frac{1}{e^2}$.
- D. $\frac{M}{m} = e^2$.

Câu 47 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\log_3(2x^2 - x)}$.

- A. $D = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- B. $D = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$.
- C. $D = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$.
- D. $D = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 48 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)}$.

- A. $(1; +\infty)$.
- B. $[1; +\infty)$.
- C. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.
- D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 49 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (4 - x^2)^{-\frac{1}{5}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.
- B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- C. $\mathcal{D} = (-2; 2)$.
- D. $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 50 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + x + 1)$.

- A. $y' = (2x + 1) \ln 5$.
- B. $y' = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$.
- C. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1) \ln 5}$.
- D. $y' = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1) \ln 5}$.

Câu 51 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x-1}{x+2}$.

- A. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)^2}$.
- B. $y' = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$.
- C. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)^2}$.
- D. $y' = \frac{-3}{(x-1)(x+2)}$.

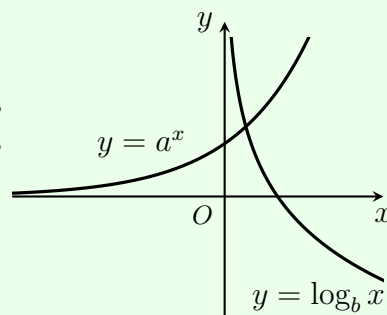
Câu 52 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau **sai**?

- A. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 53 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4).

Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được cho như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a > 1; 0 < b < 1$. B. $1 > a > 0; b > 1$.
C. $0 < a < 1; 0 < b < 1$. D. $a > 1; b > 1$.



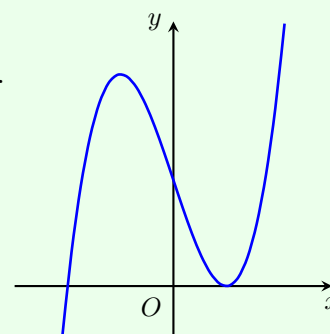
Câu 54 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 55 (THPTQG 2017).

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$.
B. $y = x^4 - x^2 + 1$.
C. $y = x^4 + x^2 + 1$.
D. $y = -x^3 + 3x + 2$.



Câu 56 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2). Hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. C. $y = \log_{\frac{e}{2}} x$. D. $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$.

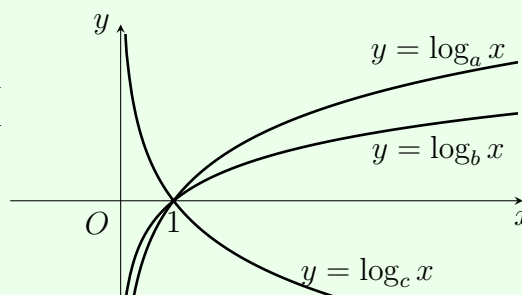
Câu 57 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2). Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$.

- A. $y' = x \cdot 2017^{x-1}$. B. $y' = 2017^x$. C. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}$. D. $y' = 2017^x \cdot \ln 2017$.

Câu 58 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)).

Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $b < a < c$. B. $c < a < b$.
C. $b < c < a$. D. $c < b < a$.



Câu 59 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 1)$ là

- A. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)}$. C. $y' = -\frac{2x}{(x^2 + 1)}$. D. $y' = \frac{x}{(x^2 + 1)}$.

Câu 60 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Cho số thực a lớn hơn 2. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- A. Hàm số $y = a^x$ luôn nghịch biến trên tập xác định.
B. Hàm số $y = \log_a x$ luôn nghịch biến trên tập xác định.
C. Hàm số $y = (2a - 3)^x$ luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
D. Với mọi số thực x_1, x_2 mà $x_1 < x_2$, ta luôn có $\log_{a-1} x_1 < \log_{a-1} x_2$.

Câu 61 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2mx + 9)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- A. $-3 < m < 3$. B. $m < 3$. C. $m < -3$. D. $m = 3$.

Câu 62 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (0; 2)$. D. $\mathcal{D} = [0; 2]$.

Câu 63 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Hàm số $y = \ln(-x^2 + 16)$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-4; 0)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-4; 4)$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 64. 33 Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x + 1$.
B. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq x + 1$.
C. Tồn tại số thực x khác 0 thỏa mãn $e^x = x + 1$.
D. Tồn tại số thực x khác 0 thỏa mãn $e^x < x + 1$.

Câu 65 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_2(x^2 + 1)$. B. $y = 3^{x^2}$. C. $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$.

Câu 66 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ – YÊN LẠC). Khẳng định nào sau đây về đồ thị hàm số $y = \log_{1+\sqrt{3}} x$ là khẳng định **sai**?

- A. Không có tiệm cận. B. Đi qua điểm $(1; 0)$.
C. Nằm bên phải trục tung. D. Đi lên từ trái sang phải.

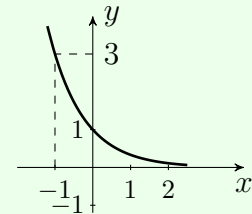
Câu 67 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ – YÊN LẠC). Hàm số nào sau đây **không** là hàm số lôgarit?

- A. $y = \log x$. B. $y = x \ln 2$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \ln x$.

Câu 68 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang -Học kì II).

Đồ thị trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = (\sqrt{2})^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.
C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = (\sqrt{3})^x$.



Câu 69 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang -Học kì II). Gọi m và M lần lượt là các giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{2-3x}$ trên đoạn $[0; 2]$. Mối liên hệ giữa M và m là

- A. $M - m = e$. B. $m + M = 1$. C. $m \cdot M = \frac{1}{e^2}$. D. $\frac{M}{m} = e^2$.

Câu 70 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Cho hàm số $f(x) = \log_a x$, với $a > 0, a \neq 1$. Tìm các khẳng định **đúng**?

- (I) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = [a; +\infty)$.
(II) Với mọi giá trị thực m , luôn tồn tại số thực x_0 sao cho $f(x_0) = m$.
(III) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(1; 0)$.
(IV) Hàm số luôn đơn điệu trên khoảng xác định của nó.

- A. (I) và (III). B. (I), (II) và (IV). C. (II), (III) và (IV). D. (III) và (IV).

Câu 71 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x+1)$ ta được kết quả

- A. $y' = \frac{2 \ln 3}{2x+1}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1) \ln 3}$. C. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 3}$. D. $y' = \frac{\ln 3}{2x+1}$.

Câu 72 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Cho hàm số $y = \log x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M(1; 0)$.
- C. Đồ thị hàm số nằm phía trên trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục tung.

Câu 73 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

- A. $2 \cdot 2^{2x+3} \cdot \ln 2$.
- B. $2^{2x+3} \cdot \ln 2$.
- C. $2 \cdot 2^{2x+3}$.
- D. $(2x+3) \cdot 2^{2x+2}$.

Câu 74 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Tìm tập xác định D của hàm số $y = 2x + 1 + \ln(4 - 3x - x^2)$.

- A. $D = (-\infty; -4)$.
- B. $D = (-4; 1)$.
- C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$.
- D. $D = (1; +\infty)$.

Câu 75 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \ln(1 - 2x)$ trên đoạn $[-2; 0]$.

- A. $4 - \ln 5$.
- B. $4 - \ln 3$.
- C. $\frac{1}{4} - \ln 2$.
- D. 0.

Câu 76 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

- A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- B. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- C. $y' = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.
- D. $y' = \frac{x}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$.

Câu 77 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 \cdot 2^x$.

- A. $y' = 2x \cdot 2^x \cdot \ln 2$.
- B. $y' = 2^x \left(2x + \frac{x^2}{\ln 2} \right)$.
- C. $y' = 2^x (2x + x^2 \ln 2)$.
- D. $y' = 2^x (2x - x^2 \ln 2)$.

Câu 78 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $y = \log_2 x$.
- B. $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^x$.
- C. $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$.
- D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 79 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln(-2x^2 + 8)$.

- A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
- B. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
- C. $D = (-2; 2)$.
- D. $D = [-2; 2]$.

Câu 80 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Giả sử a, b là các số thực dương và x, y là các số thực. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

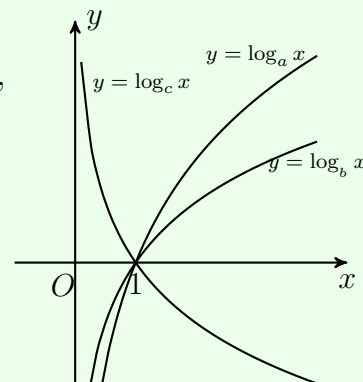
- A. $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$.
- B. Với $a > 1$, $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$.
- C. Với $0 < a < 1$, $a^x > a^y$ khi và chỉ khi $x > y$.
- D. $a > b$ suy ra $a^x > b^y$.

Câu 81 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa).

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây **đúng**.

- A. $c < b < a$.
- B. $a < c < b$.
- C. $c < a < b$.
- D. $b < c < a$.



Câu 82 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + e^{\sqrt{x+1}})$ bằng

- A. $y' = \frac{2\sqrt{x+1}e^{\sqrt{x+1}}}{1 + e^{\sqrt{x+1}}}$.
- B. $y' = \frac{\sqrt{x+1}e^{\sqrt{x+1}}}{2(1 + e^{\sqrt{x+1}})}$.

C. $y' = \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{2\sqrt{x+1}(1+e^{\sqrt{x+1}})}.$

D. $y' = \frac{2e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}(1+e^{\sqrt{x+1}})}.$

Câu 83. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log \frac{2-x}{x+3}$.

A. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup [2; +\infty).$

B. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty).$

C. $\mathcal{D} = (-3; 2).$

D. $\mathcal{D} = [-3; 2].$

Câu 84 (THPT Sông Ray, Đồng Nai). Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2-3x+5}$.

A. $y' = (x^2 - 3x + 5)e^{x^2-3x+4}.$

B. $y' = (2x - 3)e^{x^2-3x+5}.$

C. $y' = e^{x^2-3x+5}.$

D. $y' = e^{2x-3}.$

Câu 85 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} |3x - 1|$.

A. $y' = \frac{2}{(3x-1)\ln 2}.$

B. $y' = \frac{6}{(3x-1)\ln 2}.$

C. $y' = \frac{6}{|3x-1|\ln 2}.$

D. $y' = \frac{2}{|3x-1|\ln 2}.$

Câu 86 (THPT Quốc Thái, An Giang). Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 + \ln x) \ln x$.

A. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{\ln x}.$

B. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{x^2}.$

C. $y' = \frac{1 + 2 \ln x}{x}.$

D. $y' = \frac{1 - 2 \ln x}{x}.$

Câu 87 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017^x$.

A. $y' = 2017^x.$

B. $y' = \frac{2017^x}{\ln 2017}.$

C. $y' = 2017^x \cdot \ln 2017.$

D. $y' = \frac{1}{2017^x \cdot \ln 2017}.$

Câu 88 (ĐỀ TTTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Tính đạo hàm của hàm số $y = x \cdot e^x$.

A. $y' = e^x - x e^x.$

B. $y' = x + e^x.$

C. $y' = (x + 1)e^x.$

D. $y' = e^x.$

Câu 89 (ĐỀ TTTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Tìm tập xác định D của hàm số $y = -\log(2x - x^2)$.

A. $D = (0; 2).$

B. $D = \left(0; \frac{1}{2}\right).$

C. $D = [0; 2].$

D. $D = \left[0; \frac{1}{2}\right].$

Câu 90 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM).

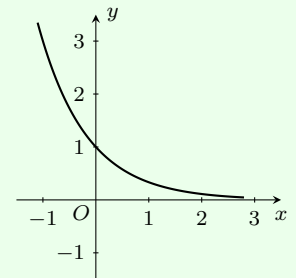
Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên?

A. $y = 3^x.$

B. $y = 3^{-x}.$

C. $y = 3^{\frac{x}{2}}.$

D. $y = -3^{-\frac{x}{2}}.$



Câu 91 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Cho các hàm số sau $f(x) = (2x)^{-3}$, $g(x) = (\sqrt[3]{4})^x$, $h(x) = x^2$, $k(x) = |x|$. Trong các hàm số trên, hàm số mũ là

A. $g(x).$

B. $f(x), g(x).$

C. $f(x), g(x), h(x).$

D. Tất cả các hàm số đã cho.

Câu 92 (Sở Đà Nẵng). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 3x + 2)$.

A. $D = (1; 2).$

B. $D = \mathbb{R}.$

C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}.$

Câu 93 (Sở Đà Nẵng). Tính đạo hàm của hàm số $y = 5^{\log_2 x}$.

A. $y' = 5^{\log_2 x} \cdot \ln 5.$

B. $y' = 5^{\log_2 x} \cdot \log_2 x.$

C. $y' = \frac{5 \ln 5 \cdot \log_2 x}{x \ln 2}.$

D. $y' = \frac{5^{\log_2 x} \cdot \ln 5}{x \ln 2}.$

Câu 94 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2017}(-x^2 + 3x - 2)$.

A. $D = \mathbb{R}.$

B. $D = (1; +\infty).$

C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty).$

D. $D = (1; 2).$

Câu 95 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x + 2) \cdot e^{3x}$ trên đoạn $[-3; 0]$.

- A. $\max_{[-3;0]} y = 2$. B. $\max_{[-3;0]} y = \frac{-1}{3e^7}$. C. $\max_{[-3;0]} y = \frac{-1}{e^9}$. D. $\max_{[-3;0]} y = 0$.

Câu 96 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt[4]{\log_2 x + \sqrt{2 - \log_2 x}}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; 4)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = [1; 4]$.

Câu 97 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{e^x + 2}{\sin x}$.

- A. $y' = \frac{e^x(\sin x - \cos x) - 2 \cos x}{\sin^2 x}$. B. $y' = \frac{e^x(\sin x - \cos x) - \cos x}{\sin^2 x}$.
C. $y' = \frac{e^x(\sin x + \cos x) - 2 \cos x}{\sin^2 x}$. D. $y' = \frac{e^x(\sin x - \cos x) + 2 \cos x}{\sin^2 x}$.

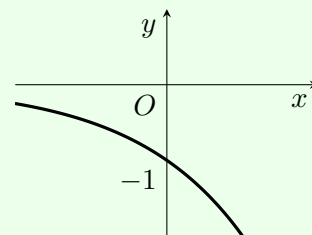
Câu 98 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Hàm số $y = (9x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\}$.

Câu 99 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3).

Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = x^2 - 1$. B. $y = -3^x$. C. $y = -2^x$. D. $y = 2^x - 3$.



Câu 100 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2^x - 1$. B. $y = 3^{-x}$. C. $y = (\sqrt{\pi})^x$. D. $y = e^x$.

Câu 101 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Cho hàm số $f(x) = \ln(e^{-x} + xe^{-x})$. Tính $f'(2)$.

- A. $f'(2) = \frac{1}{3}$. B. $f'(2) = \frac{2}{3}$. C. $f'(2) = -\frac{1}{3}$. D. $f'(2) = -\frac{2}{3}$.

Câu 102 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + 1)$.

- A. $y' = \frac{1}{(x+1) \ln 2}$. B. $y' = \frac{1}{x+1}$. C. $y' = \frac{\ln 2}{x+1}$. D. $y' = \frac{1}{2 \ln(x+1)}$.

Câu 103 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Cho $0 < a < 1$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là **sai**?

- A. $\log_a x > 0$ khi $0 < x < 1$.
B. $\log_a x < 0$ khi $x > 1$.
C. Nếu $x_1 < x_2$ thì $\log_a x_1 < \log_a x_2$.
D. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ có tiệm cận đứng là trục tung.

Câu 104 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 3)^{\frac{3}{4}}$.

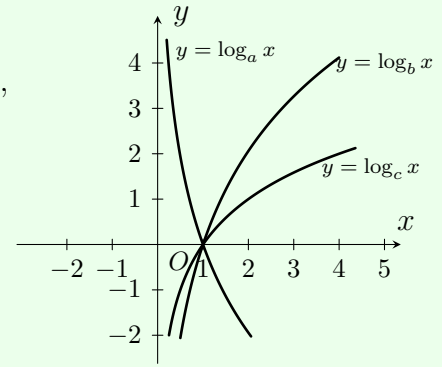
- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Câu 105 (THPT Hải An-Hải Phòng). Đồ thị của hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

- A. $y = \frac{x-1}{x^2+1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+2}$. C. $y = \frac{x^2+1}{x-1}$. D. $y = \frac{1}{x+1}$.

Câu 106 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1).

Cho 3 số thực dương a, b, c khác 1. Cho đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



- A. $c < a < b$.
- B. $b < a < c$.
- C. $a < 1 < b < c$.
- D. $a < 1 < c < b$.

Câu 107 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sqrt{x^2 + 4} - x)$.

- A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4} - x}$.
- B. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$.
- C. $y' = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$.
- D. $y' = -\frac{4}{\sqrt{x^2 + 4}}$.

Câu 108 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(-x^2 + 5x - 6)$ là

- A. $(-\infty; 3)$.
- B. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.
- C. $(-\infty; +\infty)$.
- D. $(2; 3)$.

Câu 109 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$.

- A. $(1; 2)$.
- B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
- C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
- D. $[1; 2]$.

Câu 110 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số $y = 2^x$ có giá trị nhỏ nhất trên nửa khoảng $[-1; 2)$.
- B. Hàm số $y = \log_2 x$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $[1; 5)$.
- C. Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 3]$.
- D. Hàm số $y = e^x$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 111 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}}(-x^2 + 2x + 1)$.

- A. $y' = \frac{\ln 5}{(1 + 2x - x^2) \ln 2}$.
- B. $y' = \frac{2(x + 1) \ln 5}{(1 + 2x - x^2) \ln 2}$.
- C. $y' = \frac{1}{2(1 - x)(1 + 2x - x^2)(\ln 2 - \ln 5)}$.
- D. $y' = \frac{2(1 - x)}{(1 + 2x - x^2)(\ln 2 - \ln 5)}$.

Câu 112 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\ln(x^2 - 16)}{x - 5 + \sqrt{x^2 - 10x + 25}}$.

- A. $D = (-\infty; 5)$.
- B. $D = (5; +\infty)$.
- C. $D = \mathbb{R}$.
- D. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

Câu 113 (THPTQG 2017). Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $D = (-\infty; 1)$.
- B. $D = (1; +\infty)$.
- C. $D = \mathbb{R}$.
- D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 114 (THPTQG 2017). Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

- A. $D = \mathbb{R}$.
- B. $D = (0; +\infty)$.
- C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
- D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 115 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x + 3)^{-3}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$.
- B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.
- C. $\mathcal{D} = \mathbb{Z}$.
- D. $\mathcal{D} = [3; +\infty)$.

Câu 116 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Tìm tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^e$.

- A. $(0; +\infty)$.
- B. $(-1; 4)$.
- C. $\mathbb{R}$.
- D. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Câu 117 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Cho các hàm số $f_1(x) = \sqrt{x}$, $f_2(x) = \sqrt[4]{x}$, $f_3(x) = x^{\frac{1}{3}}$, $f_4(x) = x^{\frac{1}{2}}$. Trong các hàm số đã cho, những hàm số nào có tập xác định là nửa khoảng $[0; +\infty)$?

A. $f_1(x)$ và $f_2(x)$.

C. $f_3(x)$ và $f_4(x)$.

B. $f_1(x)$, $f_2(x)$ và $f_3(x)$.

D. Cả bốn hàm số đã cho.

Câu 118 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Tính đạo hàm của hàm số $y = (2x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt[3]{(2x^2-3x+2)^2}}$.

B. $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt{(2x^2-3x+2)^2}}$.

C. $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt[3]{2x^2-3x+2}}$.

D. $y' = \frac{4x-3}{\sqrt[3]{(2x^2-3x+2)^2}}$.

Câu 119 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.

B. $y = \log_{\frac{e}{2}} x$.

C. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$.

D. $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$.

Câu 120.

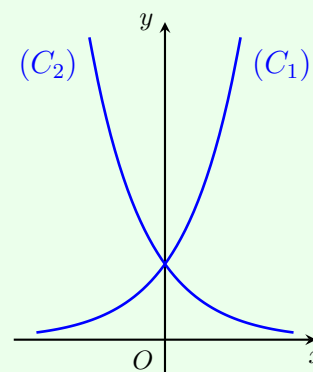
Cho hai hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < b < 1$.

B. $0 < b < 1 < a$.

C. $0 < a < 1 < b$.

D. $0 < b < a < 1$.



Câu 121 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2).

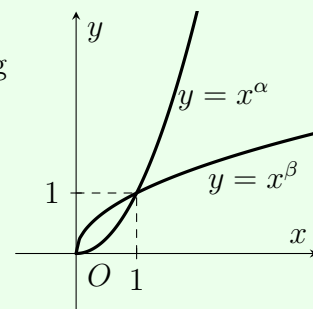
Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

B. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

C. $0 < \alpha < 1 < \beta$.

D. $0 < \beta < 1 < \alpha$.



Câu 122 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x^{-6}$.

B. $y = x^2$.

C. $y = \sqrt[5]{x}$.

D. $y = x^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 123 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2).

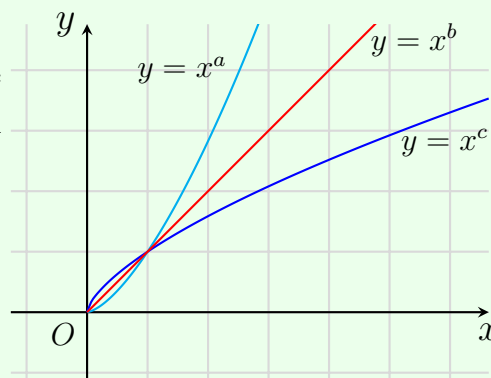
Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = x^a$, $y = x^b$, $y = x^c$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $a > b > c$.

B. $a < b < c$.

C. $b < a < c$.

D. $c < a < b$.



Câu 124 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Cho hàm số $y = x \ln x$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Cực tiểu của hàm số là $-\frac{1}{e}$.

B. Cực tiểu của hàm số là -1 .

C. Cực đại của hàm số là $-\frac{1}{e}$.

D. Cực đại của hàm số là -1 .

Câu 125 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Cho hàm số $f(x) = x^{2x}$. Tính đạo hàm của hàm số tại điểm 2017.

A. $f'(2017) = 2(\ln 2017)2017^{4034}$.

B. $f'(2017) = (2 \ln 2017 + 2)2017^{4034}$.

C. $f'(2017) = (\ln 4034)2017^{4034}$.

D. $f'(2017) = 4034 \cdot 2017^{4033}$.

Câu 126 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 3^{\log_2 x}$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2x}$.

C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

D. $y = (2 - \sqrt{3})^x$.

Câu 127 (THPTQG 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m = 0$.

B. $0 < m < 3$.

C. $m < -1$ hoặc $m > 0$.

D. $m > 0$.

Câu 128 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Trong các hàm số $f(x) = \ln \frac{1}{\sin x}$, $g(x) = \ln \frac{1 + \sin x}{\cos x}$, $h(x) = \ln \frac{1}{\cos x}$. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\cos x}$?

A. $g(x)$ và $h(x)$.

B. $g(x)$.

C. $f(x)$.

D. $h(x)$.

Câu 129 (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội - Lần 5). Cho hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là

A. $\{e^2; \pm 1\}$.

B. $\{e^2\}$.

C. $\{e^2; 1\}$.

D. $\{e; e^2\}$.

Câu 130 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2017} [(m - 1)x^2 + 2(m - 3)x + 1]$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $[2; 5]$.

B. $(2; 5)$.

C. $(-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

Câu 131 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x - 1}}{\log(3x)}$.

A. $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$.

B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 132 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Tập hợp nào dưới đây là tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2 - x}} - \ln(x^2 - 1)$?

A. $(-\infty; 1) \cup (1; 2)$.

B. $(1; 2)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. $(-\infty; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 133 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x.e^x$ trên $[-2; 1]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M.m = \frac{2}{e^3}$.

B. $M.m = \frac{-2}{e^3}$.

C. $M.m = 1$.

D. $M.m = -1$.

Câu 134 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{1 + \sqrt{x^2 + 1}}$.

A. $y' = e^{1 + \sqrt{x^2 + 1}}$.

B. $y' = \frac{e^{1 + \sqrt{x^2 + 1}}}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

C. $y' = \frac{x.e^{1 + \sqrt{x^2 + 1}}}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

D. $y' = \frac{x.e^{1 + \sqrt{x^2 + 1}}}{2\sqrt{x^2 + 1}}$.

Câu 135 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4).

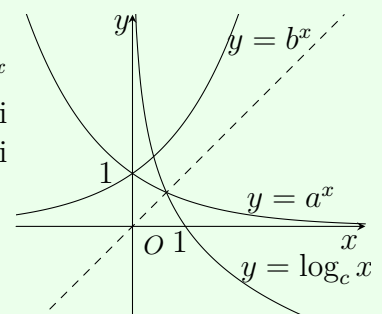
Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ đối xứng nhau qua trục Oy . Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = \log_c x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$.

B. $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = c$.

C. $\frac{1}{a} = b = \frac{1}{c}$.

D. $a = b = c$.



Câu 136 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Điều kiện của x để hàm số $y = \log_2 \left[(x^2 + x) \sqrt{x - 2} \right]$ có nghĩa là

- A. $\begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}$. C. $-1 < x < 2$. D. $x > 2$.

Câu 137 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Cho hàm số $y = 5^{-x^2+6x-8}$. Gọi m là giá trị thực để $y'(2) = 6m \ln 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m < \frac{1}{3}$. B. $0 < m < \frac{1}{2}$. C. $m \geq \frac{1}{2}$. D. $m \leq 0$.

Câu 138 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 3x + 1)}$ là

- A. $\mathcal{D} = \left[-3; \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}; 0\right]$. B. $\mathcal{D} = \left(\frac{-3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}\right)$.
C. $\mathcal{D} = [-3; 0]$. D. $\mathcal{D} = \left[\frac{-3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}\right]$.

Câu 139 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Cho $x > 1$ và a, b, c là các số thực dương khác 1, đồng thời thỏa mãn $\log_a x > \log_b x > 0 > \log_c x$. So sánh các số a, b và c .

- A. $a > b > c$. B. $c > b > a$. C. $b > a > c$. D. $c > a > b$.

Câu 140 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Cho hàm số $y = x^{-\pi}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
B. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số cắt trục Ox .

Câu 141 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Cho số thực x lớn hơn 1 và ba số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn điều kiện $\log_a x > \log_b x > 0 > \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $c > a > b$. B. $b > a > c$. C. $c > b > a$. D. $a > b > c$.

Câu 142 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - 2mx + 2$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- A. Không tồn tại m . B. $m \geq \frac{1}{2}$. C. $m \leq -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$.

Câu 143 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Cho hai số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < a < b < 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $1 < \log_a b < \log_b a$. B. $\log_a b < 1 < \log_b a$. C. $1 < \log_b a < \log_a b$. D. $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Câu 144 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \ln(x^2 + 1) + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-\infty; -1]$.

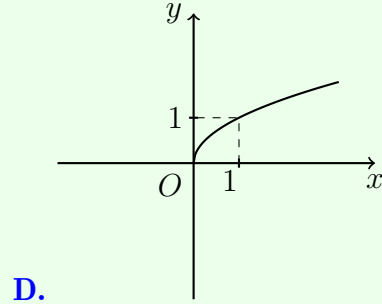
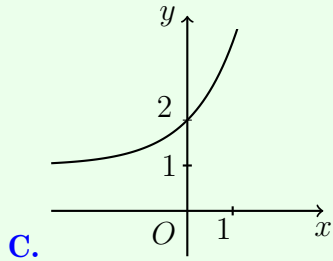
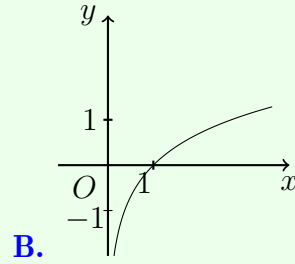
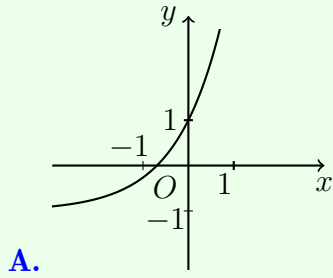
Câu 145 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2)$.

- A. $\mathcal{D} = (-4; 3)$. B. $\mathcal{D} = (-8; 3) \setminus \{-4\}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-8; -4) \cup (3; +\infty)$.

Câu 146 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

- A. $y = \frac{x}{x^2 - 1}$. B. $y = \frac{x - 3}{2x + 2}$. C. $y = \log_{\sqrt{2}}(6 - 3x)$. D. $y = 2 \left(\frac{e}{4}\right)^{x+1}$.

Câu 147 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Cho hàm số $f(x) = 2e^x - x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó.



Câu 148 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Cho hàm số $y = \frac{\ln(x+1)}{x}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $2y' + xy'' - \frac{1}{(x+1)^2} = 0$.

B. $2y' + xy'' + \frac{1}{(x+1)^2} = 0$.

C. $y' + xy'' - \frac{1}{(x+1)^2} = 0$.

D. $y' + xy'' + \frac{1}{(x+1)^2} = 0$.

Câu 149 (Đề THPTQG - Sở Cần Thơ - Mã 329).

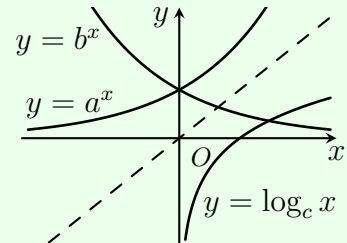
Cho các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < b < c$.

B. $b < c < a$.

C. $c < b < a$.

D. $b < a < c$.



Câu 150 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Cho hàm số $y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1})^{2017}$. Chọn hệ thức đúng.

A. $y' - (e^{2x} + 1)y'' = 0$.

B. $y' + (e^{2x} + 1)y'' = y$.

C. $y' - (e^{2x} + 1)y'' = y$.

D. $y' + (e^{2x} + 1)y'' = 0$.

Câu 151 (Sở Đà Nẵng). Cho hàm số $y = \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 1$. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số trên $[\frac{1}{2}; 2]$.

A. $M = \ln 2 - 1$.

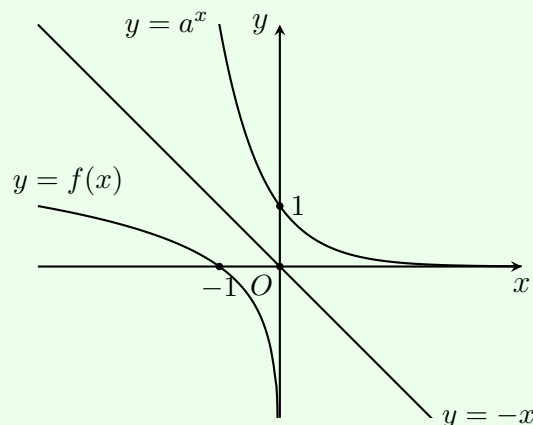
B. $M = \frac{7}{8} - \ln 2$.

C. $M = \frac{7}{8} + \ln 2$.

D. $M = \frac{1}{2}$.

Câu 152 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, lần 3). Biết hai hàm số $y = a^x$, $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, đồng thời đồ thị của hai hàm số này đối xứng nhau qua đường thẳng $y = -x$. Tính $f(-a^3)$.

- A. $f(-a^3) = -\frac{1}{3}$.
 B. $f(-a^3) = -a^{-3a}$.
 C. $f(-a^3) = -3$.
 D. $f(-a^3) = -a^{3a}$.



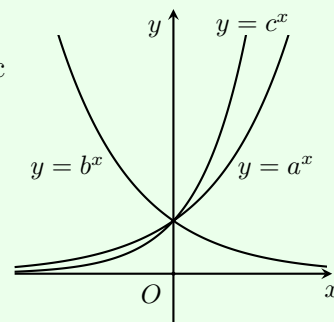
Câu 153 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Biết đồ thị hàm số $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ đi qua các điểm $M(0; a)$, $N\left(b; \frac{2}{3}\right)$, $P\left(c; \frac{3}{2}\right)$. Tính $a + b + c$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 154 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4).

Cho đồ thị của 3 hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ (a, b, c dương và khác 1) như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. $b > a > c$.
 B. $c > a > b$.
 C. $b > c > a$.
 D. $a > b > c$.



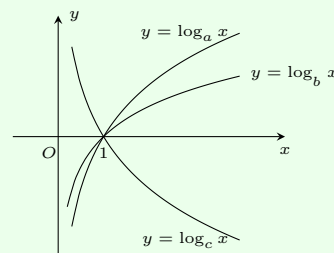
Câu 155 (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội - Lần 5). Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{\lg x}{\sqrt{x^2 - 2x - 63}}$ là

- A. $(-\infty; -7)$. B. $(9; 10)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(9; +\infty)$.

Câu 156 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3).

Hình bên là đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ (với a, b, c là các số thực dương khác 1). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a > b > c$. B. $b > c > a$.
 C. $a > b > c$. D. $b > a > c$.



Câu 157 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Hàm số $y = \ln x$ có đạo hàm cấp n là

- A. $y^{(n)} = \frac{n}{x^n}$. B. $y^{(n)} = (-1)^{n+1} \frac{(n-1)!}{x^n}$.
 C. $y^{(n)} = \frac{1}{x^n}$. D. $y^{(n)} = \frac{n!}{x^n}$.

Câu 158 (THPT Hải An-Hải Phòng). Đạo hàm của hàm số $f(x) = x^x$ bằng

- A. $f'(x) = x^{x-1}$. B. $f'(x) = x^x (\ln x + 1)$.
 C. $f'(x) = x^{x-1} (x + \ln x)$. D. $f'(x) = x^x \ln x$.

Câu 159 (THPT Hải An-Hải Phòng). Cho $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Tính tổng $P = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f(1)$.

- A. $P = \frac{8067}{4}$. B. $P = 2017$. C. $P = \frac{4035}{4}$. D. $P = 2018$.

Câu 160. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 0$. B. $m < 0$. C. $m \leq 2$. D. $m > 2$.

Câu 161 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \left(\frac{2-x}{2x+1}\right)^{\sqrt{2}}$ là

- A. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $\left[-\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 162 (THPTQG 2017). Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$.

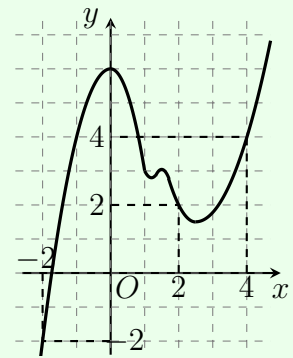
Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

- A. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} - 19}{9}$. B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} + 19}{9}$.
C. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11} - 29}{21}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}$.

Câu 163 (THPTQG 2017).

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $h(4) = h(-2) > h(2)$.
B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.
C. $h(2) > h(4) > h(-2)$.
D. $h(2) > h(-2) > h(4)$.



Câu 164 (THPTQG 2017). Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$.

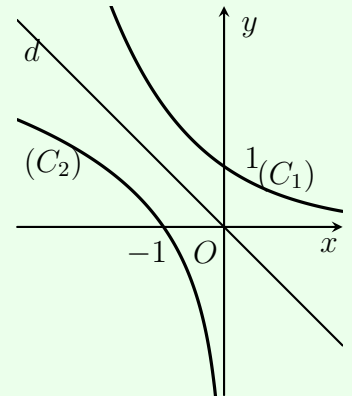
Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

- A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10} - 3}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10} - 7}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10} - 1}{2}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10} - 5}{2}$.

Câu 165 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3).

Biết hai hàm số $y = a^x$, $y = f(x)$ có đồ thị là (C_1) , (C_2) như hình vẽ đồng thời đồ thị của hai hàm số này đối xứng nhau qua đường thẳng $d: y = -x$. Tính $f(-a^3)$.

- A. $f(-a^3) = -a^{-3a}$. B. $f(-a^3) = -\frac{1}{3}$.
C. $f(-a^3) = -3$. D. $f(-a^3) = -a^{3a}$.



Câu 166 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}}(a^2) + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$.

- A. $P_{\min} = 13$. B. $P_{\min} = 14$. C. $P_{\min} = 15$. D. $P_{\min} = 19$.

Câu 167 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Cho 2 số thực x, y thỏa mãn $\log_4(x+2y) + \log_4(x-2y) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |x| - |y|$.

- A. $2\sqrt{3}$. B. $4 - \sqrt{3}$. C. $1 + \sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 168 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \cdots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f\left(\frac{2017}{2017}\right).$$

- A. 336. B. 1008. C. $\frac{4039}{12}$. D. $\frac{8071}{12}$.

Câu 169 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = x^2 + \ln(x + m + 2)$ đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. 2016. B. 2017. C. 4034. D. 4035.

Câu 170 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Tìm tập các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(3x - 1) - \frac{m}{x} + 2$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

- A. $\left[-\frac{7}{3}; +\infty\right)$. B. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$. D. $\left[\frac{2}{9}; +\infty\right)$.

Câu 171 (THPTQG 2017). Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.C	4.B	5.A	6.B	7.C	8.C	9.C
10.B	11.B	12.C	13.D	14.B	15.B	16.B	17.B	18.D
19.A	20.C	21.C	22.B	23.D	24.B	25.A	26.B	27.B
28.B	29.B	30.A	31.B	32.B	33.A	34.A	35.B	36.C
37.A	38.C	39.C	40.A	41.C	42.D	43.B	44.A	45.D
46.C	47.B	48.C	49.C	50.D	51.B	52.B	53.A	54.A
55.A	56.C	57.D	58.B	59.B	60.D	61.A	62.A	63.A
64.B	65.D	66.A	67.B	68.C	69.C	70.C	71.B	72.C
73.A	74.B	75.C	76.A	77.C	78.B	79.C	80.B	81.C
82.C	83.C	84.B	85.B	86.C	87.C	88.C	89.A	90.B
91.A	92.C	93.D	94.D	95.B	96.D	97.A	98.D	99.C
100.B	101.D	102.A	103.C	104.A	105.C	106.C	107.C	108.D
109.B	110.D	111.D	112.B	113.B	114.D	115.B	116.B	117.A
118.A	119.B	120.B	121.D	122.C	123.A	124.A	125.B	126.B
127.D	128.B	129.C	130.B	131.B	132.D	133.D	134.C	135.C
136.D	137.B	138.A	139.C	140.B	141.B	142.C	143.B	144.A
145.B	146.B	148.B	149.D	150.A	151.D	152.C	153.A	154.B
155.D	156.D	157.B	158.B	159.C	160.B	161.B	162.D	163.C
164.A	165.C	166.C	167.D	168.C	169.B	170.C	171.D	

Chủ đề 4

PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

1.1 PHƯƠNG PHÁP

Sử dụng quy tắc biến đổi lũy thừa để đưa phương trình đã cho về phương trình mà hai vế là hai lũy thừa có cùng cơ số. Nghĩa là:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

CHÚ Ý: Điều kiện của cơ số là $0 < a \neq 1$.

1.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $2^{2x-1} = 4^{x+1}$ b. $9^{x^2+3} = 27^{2x+2}$ c. $(5^2)^{\frac{1}{x}} = 625$ d. $4^{-2x^2} = 64^{x-9}$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a. $(1, 5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}$ b. $(0, 75)^{2x-3} = \left(1\frac{1}{3}\right)^{5-x}$ c. $7^{x-1} = 2^x$

d. $5^{x^2-5x-6} = 1$ e. $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ f. $5^{x+1} + 6 \cdot 5^x - 3 \cdot 5^{x-1} = 52$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a. $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$ b. $5^{x-2} = 10^x \cdot 2^{-x} \cdot 5^{x+3}$ c. $2^{\frac{\sqrt{16x+20}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}} = 4$

d. $2^{x+3} \cdot 3^{x-2} \cdot 5^{x+1} = 4000$ e. $5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{3}} = 500$ f. $2 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^{x-1} - 3^x = 9$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a. $2^x \cdot 3^{x+1} \cdot 5^{x+2} = 37500$ b. $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-2} \cdot \sqrt[x]{\left(\frac{4}{5}\right)^5} = \frac{9}{16}$

c. $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^{2x}$

2 PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA

2.1 PHƯƠNG PHÁP

Với phương trình không cùng cơ số dạng $a^{f(x)} = b^{g(x)}$, lấy lôgarit cơ số a (hoặc cơ số b) cho hai vế, ta được:

$$a^{f(x)} = b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a [a^{f(x)}] = \log_a [b^{g(x)}] \Leftrightarrow f(x) = g(x) \log_a b$$

2.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $50.2^{x^2-2} = 5^{x+1}$ b. $3^{x-1}.5^{3.\frac{x-1}{x}} = 15^{x^2-7}$ c. $5^x.8^{\frac{x-1}{x}} - 500 = 0$ d. $3^{4^x} = 4^{3^x}$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a. $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2}$ b. $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 9.5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$
c. $5^{2x} - 7^x - 5^{2x}.17 + 7^x.17 = 0$ d. $6^x + 6^{x+1} + 6^{x+2} = 5^x + 5^{x+3} - 5^{x+1}$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a. $3^x.2^{\frac{x+1}{x-1}} = 72$ b. $5^{7^x} = 7^{5^x}$ c. $5^x.8^{\frac{x-1}{x}} = 500$
d. $5^{3-\log_5 x} = 25x$ e. $x^{-6}.3^{-\log_x 3} = 3^{-5}$ f. $2^{x^2-2x}.3^x = \frac{3}{2}$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a. $2^x.5^x = 0,2.(10^{x-1})^5$ b. $7^{5^x} = 5^{7^x}$
c. $3^{x^2-4} = 5^{x-2}$ d. $4.x^{\log_4 x} = x^2$

3 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

3.1 PHƯƠNG PHÁP

Tìm một lũy thừa chung, đặt làm ẩn phụ t để đưa phương trình về phương trình đơn giản hơn.

Một số lưu ý khi đặt ẩn phụ:

- Đặt điều kiện cho ẩn phụ.
- $\sqrt{2} - 1 = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$; $2 - \sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^{-1}$; ...

3.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $e^{4x} + 2 = 3.e^{2x}$ b. $9^x - 4.3^x - 45 = 0$
c. $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$ d. $9^{x^2+1} + 3^{x^2+1} - 6 = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a. $(7 + 4\sqrt{3})^{x^2-x-5} = (7 - 4\sqrt{3})^{2x+3}$

b. $(3 - 2\sqrt{2})^{x^2-4x} = (3 + 1\sqrt{2})^{6-x}$

c. $(3 - 2\sqrt{2})^{3x} = 3 + 2\sqrt{2}$

d. $(\sqrt{2 + \sqrt{3}})^x + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^x = 4$

e. $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x = 2\sqrt{2}$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a. $5^{x+1} + 5^{1-x} = 26$

b. $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$

c. $2^{\sin^2 x} + 4 \cdot 2^{\cos^2 x} = 6$

d. $3^{x+1} + 18 \cdot 3^{-x} = 29$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a. $4^{-\frac{1}{x}} + 6^{-\frac{1}{x}} = 9^{-\frac{1}{x}}$

b. $49^{\frac{1}{x}} - 35^{\frac{1}{x}} = 25^{\frac{1}{x}}$

c. $7^{\frac{2}{x^2}+2} - 74 \cdot 35^{\frac{1}{x}} - 25^{\frac{1}{x}+1} = 0$

d. $3^{2x^2+6x-9} + 4 \cdot 15^{x^2+3x-5} = 3^{2x^2+6x-9}$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a. $3 \cdot 8^x + 4 \cdot 12^x = 18^x + 2 \cdot 27^x$

b. $2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$

c. $8^x - 2 \cdot 4^x - 2^x + 2 = 0$

d. $3 \cdot 8^x + 4 \cdot 12^x - 18^x - 2 \cdot 27^x = 0$

Bài 6. Giải các phương trình sau:

a. $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 10$

b. $2^{\sin^2 x} + 4 \cdot 2^{\cos^2 x} = 6$

c. $4^{3+2 \cos 2x} - 7 \cdot 4^{1+\cos 2x} = 4^{\frac{1}{2}}$

d. $2^{3x} - 6 \cdot 2^x - \frac{1}{2^{3(x-1)}} + \frac{12}{2^x} = 1$

e. $3^{2 \sin x + 2 \cos x + 1} - \left(\frac{1}{15}\right)^{-\cos x - \sin x - \log_{15} 8} + 5^{2 \sin x + 2 \cos x + 1} = 0$

4 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

4.1 PHƯƠNG PHÁP

Bằng cách phân tích thành nhân tử, biến đổi phương trình đã cho về dạng phương trình tích:

$$A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

4.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $8 \cdot 3^x + 3 \cdot 2^x = 24 + 6^x$

b. $6^x + 3^{x+1} = 9 \cdot 2^x + 27$

c. $12^x - 16 \cdot 3^x + 32 - 2^{2x+1} = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a. $3 \cdot 12^x - 16 \cdot 3^{x+1} + 16 - 4^x = 0$

b. $12 \cdot 3^x + 3 \cdot 15^x - 5^{x+1} = 20$

c. $2^{x+1} + 3^x - 2^{4x+1} = 2$

d. $6^x - 2^{x+1} + 3^x - 2 = 0$

e. $2^{x+1} + 3^x = 6^x + 2$

f. $15^x - 3 \cdot 5^x + 3^x = 3$

g. $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{2x} = 6 + 2^{3x}$

h. $3^{4x-3} + 3^{x-2} = 9 + 3^{5x-7}$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a. $x^2 \cdot 2^{x-1} - 2^{x+1} - x^2 \cdot 2^{|x-7|+4} + 2^{|x-7|+6} = 0$

b. $x^2 (2^{x-1} - 2^{2-x}) + 3 = 3x^2 + 2^{2-x} + 2^{x-1}$

c. $x^2 (2^{x+1} - 2^{|x-3|+4}) + 2^{|x-3|+2} - 2^{x-1} = 0$

d. $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$

e. $4^{x^2-3x+2} + 4^{x^2+6x+5} = 4^{2x^2+3x+7} + 1$

f. $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$

5 PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ

5.1 PHƯƠNG PHÁP

Định lý: Nếu $y = f(x)$ là hàm số liên tục và đồng biến trên $(a; b)$, $y = g(x)$ là hàm số liên tục và nghịch biến trên $(a; b)$ thì phương trình $f(x) = g(x)$ có tối đa một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Hướng 1: Biến đổi hai vế của phương trình sao cho một vế là một hàm số đồng biến (hoặc là hàm hằng) và một vế là một hàm số nghịch biến (hoặc là hàm hằng).

† Bước 1: Chứng minh f đồng biến và g nghịch biến (hoặc ngược lại).

† Bước 2: Nhẩm và chứng minh x_0 là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$.

⇒ Kết luận: x_0 là nghiệm duy nhất của phương trình $f(x) = g(x)$.

Hướng 2: Đưa phương trình về dạng $f(u) = f(v)$ mà f là hàm số tăng hay giảm. Khi đó ta có: $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.

CHÚ Ý:

- Nếu $f(x)$ hoặc $g(x)$ là hằng số thì hướng 1 vẫn đúng.
- Nếu $h(x)$ và $k(x)$ là hai hàm số liên tục và đồng biến trên $(a; b)$ thì $h(x) + k(x)$ cũng đồng biến trên $(a; b)$.
- Nếu $h(x)$ và $k(x)$ là hai hàm số liên tục và nghịch biến trên $(a; b)$ thì $h(x) + k(x)$ cũng nghịch biến trên $(a; b)$.
- Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$.

5.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $2^x + 3x - 5 = 0$ b. $3^x + 4^x = 5^x$ c. $3^{2x} + 2x(3^x + 1) - 4 \cdot 3^x - 5 = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a. $2^x = 1 + 3^{\frac{x}{2}}$ b. $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$ c. $2^x = 3^{-x}$
d. $(2\sqrt{6})^x + 1 = 5^x$ e. $6^x + 8^x = 10^x$ f. $5^x + 12^x = 13^x$
g. $x + 4^x = 5^x$ h. $2^x + 3^x = 5^x$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a. $(\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x = \sqrt{14^x}$ b. $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = \sqrt{10^x}$
c. $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 2^x$ d. $(2-\sqrt{3})^x + (2+\sqrt{3})^x = 4^x$

6 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x^2-x-4} - 4 = 0$.

A. $S = \{1; 2\}$. B. $S = \{2; 3\}$. C. $S = \{-2; 3\}$. D. $S = \{2; -3\}$.

Câu 2 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Giải phương trình $2016^x = 2017$.

A. $x = \log_{2017} 2016$. B. $x = \log_{2016} 2017$. C. $x = 2017^{2016}$. D. $x = 2016^{2017}$.

Câu 3 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Giá trị $x = 0$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $2^x = 2$. B. $3^x - 2^{x^2} = 1$. C. $3^x = 0$. D. $2^{-x^2} - 3^x = 0$.

Câu 4 (THPT Hải An-Hải Phòng). Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = \frac{1}{8}$ là

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 4$. D. $x = 2$.

Câu 5 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^x = 2^{x+1}$ trên tập số thực.

- A. $S = \{-1\}$. B. $S = \{-2\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 6 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Số nghiệm của phương trình $2^{-x^2+x+2} = 1$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 7 (THPTQG 2017). Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 + t - 3 = 0$. C. $4t - 3 = 0$. D. $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Câu 8 (THPTQG 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

- A. $m \geq 1$. B. $m \geq 0$. C. $m > 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 9 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Tìm tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y = 3^x$ và đường thẳng $y = \frac{1}{3}$.

- A. $M\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. B. $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$. C. $M\left(1; -\frac{1}{3}\right)$. D. $M\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 10 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Tìm nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 125$.

- A. $x = 26$. B. $x = 3$. C. $x = 25$. D. $x = 4$.

Câu 11 (THPT Sông Ray, Đồng Nai). Phương trình $2^{3x-5} = 16$ có tập nghiệm là tập hợp nào sau đây?

- A. $\{2\}$. B. $\{3; 5\}$. C. $\{-1; 3\}$. D. $\{3\}$.

Câu 12 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Số nghiệm của phương trình $4^x(4x^2 + 1) - 1 = 0$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 13 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Gọi $S = [a; b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133\sqrt{10^x}$. Tính giá trị biểu thức $M = 1000b - 4a$.

- A. 4008. B. 1004. C. 2016. D. 3992.

Câu 14 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Cho phương trình $2017^{2x-1} - 2m.2017^x + m = 0$ (1). Biết rằng khi $m = m_0$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 = 1$. Hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(2; 4)$. B. $(4; 2017)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2017; 0)$.

Câu 15 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Phương trình $2017^{2x^3-x+2} - 2017^{x^3+2x} + x^3 - 3x + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 16 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Hỏi phương trình $2^{x+\sqrt{2x+5}} - 2^{1+\sqrt{2x+5}} + 2^{6-x} - 32 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 17 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Tính tổng S các nghiệm thực của phương trình $4^{\cos^2 x} = 2 \cdot \cos 2x + \sqrt{8 - 4\sin^2 2x}$ trên đoạn $[0; 20\pi]$.

- A. $S = 300\pi$. B. $S = 200\pi$. C. $S = 400\pi$. D. $S = 100\pi$.

Câu 18 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Cho phương trình $a^x = b, 0 < a \neq 1, b > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x = \log_a b$. B. $x = b^a$. C. $x = \log_b a$. D. $x = a^b$.

Câu 19 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Tập nghiệm của phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$ là

- A. $\{1; 8\}$. B. $\{2; 3\}$. C. $\{4; 8\}$. D. $\{1; 2\}$.

Câu 20 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-5x+6} = 1$.

- A. $S = \{-2; 3\}$. B. $S = \left\{\frac{1}{2}; 3\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{3}; 2\right\}$. D. $S = \{2; 3\}$.

Câu 21 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, lần 3). Tìm tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-1} = 256$.

- A. $\{-3; 3\}$. B. $\{-2; 2\}$. C. $\{2; 3\}$. D. $\{-3; 2\}$.

Câu 22 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^x + 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 4 = 0$.

- A. $S = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$. B. $S = \{0; 1\}$. C. $S = \left\{0; \frac{1}{4}\right\}$. D. $S = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right\}$.

Câu 23 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Tìm số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 24 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Phương trình $6^x - 3^x = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 25 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$ là

- A. 9. B. 0. C. 11. D. 1.

Câu 26 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x^2+2015x} = 2^{4032}$

- A. $S = \{1; -2016\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{-2016\}$. D. $S = \{1; 2016\}$.

Câu 27 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2). Phương trình $2^{x-3} = 3^{x^2-5x+6}$ có hai nghiệm x_1, x_2 (trong đó $x_1 < x_2$). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $2x_2 - 3x_1 = \log_3 \frac{1}{8}$. B. $3x_1 + 2x_2 = \log_3 54$. C. $3x_2 - 2x_1 = \log_3 \frac{1}{8}$. D. $2x_1 + 3x_2 = \log_3 54$.

Câu 28 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Phương trình $2^x - 8 \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 12 = 0$ có tập nghiệm S là

- A. $S = \left\{2; \log_2 36\right\}$. B. $S = \left\{\log_2 12; \log_2 6\right\}$.
C. $S = \left\{2; \log_2 6\right\}$. D. $S = \left\{2; 6\right\}$.

Câu 29 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang -Học kì II). Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$. B. $x_1 + 2x_2 = -1$. C. $2x_1 + x_2 = 0$. D. $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$.

Câu 30 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Tập nghiệm của phương trình $16^{x^2} = (\sqrt{8})^x$ là

- A. $S = \{0\}$. B. $S = \{0; 2\}$. C. $S = \left\{0; \frac{3}{8}\right\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 31 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. $\frac{5}{2}$. D. 0.

Câu 32 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Gọi S là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x+1} - 5 \cdot 3^{\frac{x+2}{2}} + 18 = 0$. Tính S .

- A. $S = 2 + \frac{1}{2} \log_2 3$. B. $S = 2 \log_3 2$. C. $S = 1 + \log_3^2 2$. D. $S = 2(1 + \log_3 2)$.

Câu 33 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Tìm nghiệm của phương trình $2^x = (\sqrt{3})^x$.

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 34 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Tính giá trị hiệu giữa nghiệm lớn và nghiệm nhỏ của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$.

- A. -2 . B. 2 . C. 1 . D. -3 .

Câu 35 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Tính tổng các nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$.

- A. 3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. 0 .

Câu 36 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Cho phương trình $3 \cdot 25^x - 2 \cdot 5^{x+1} + 7 = 0$ và các phát biểu sau:

- (I) $x = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình.
 (II) Phương trình có nghiệm dương.
 (III) Cả hai nghiệm của phương trình đều nhỏ hơn 1.
 (IV) Phương trình trên có tổng hai nghiệm bằng $-\log_5 \frac{3}{7}$.

Số phát biểu đúng là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 37 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Cho hai số dương a và b thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} = 3$, $b^{\frac{1}{3}} = 2$. Tính giá trị của tổng $S = a + b$.

- A. 5. B. 13. C. 17. D. 31.

Câu 38 (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội - Lần 5). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để phương trình $\frac{a}{3^x + 3^{-x}} = 3^x - 3^{-x}$ có nghiệm duy nhất.

- A. $a > 0$. B. $0 < a < 1$. C. $a < 0$. D. $a \in (-\infty; +\infty)$.

Câu 39 (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội - Lần 5). Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có nghiệm $4^x - 2(\sqrt{12})^x - m \cdot 3^x = 0$.

- A. $m \geq 0$. B. $0 \leq m < 1$. C. $m \geq -1$. D. $m < -1$.

Câu 40 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 41 (Sở Đà Nẵng). Cho phương trình $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$ có một nghiệm duy nhất là a . Tính $P = a \log_3 4 + 1$.

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 3$. D. $P = 5$.

Câu 42 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $-2 < m < 2$. B. $m > 2$. C. $m < 2$. D. $m > -2$.

Câu 43 (THPTQG 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $m \in (-\infty; 1)$. B. $m \in (0; +\infty)$. C. $m \in (0; 1]$. D. $m \in (0; 1)$.

Câu 44 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2). Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$. B. $x_1 + 2x_2 = -1$. C. $2x_1 + x_2 = 0$. D. $x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{3}$.

Câu 45 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+3} + 3 = m$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(1; 3)$.

- A. $-13 < m < 3$. B. $3 < m < 9$. C. $-9 < m < 3$. D. $-13 < m < -9$.

Câu 46 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2^{2x} - 2m \cdot 2^x + 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1 + x_2 = 3$.

- A. $m = 4$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = 3\sqrt{3}$. D. $m = \frac{9}{2}$.

Câu 47 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Cho phương trình $4^{2x} - 10 \cdot 4^x + 16 = 0$. Tính tổng các nghiệm của phương trình đã cho.

- A. 16. B. $\frac{7}{2}$. C. 2. D. 10.

Câu 48 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ - YÊN LẠC). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2 \cdot 9^x - 3^{x+1} + 1 - m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $0 < m < 2$. B. $1 < m < 2$. C. $m > 1$. D. $0 < m < 1$.

Câu 49 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - Học kì II). Phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ (m là tham số thực) có nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \leq 1$. B. $m < 1$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq 1$.

Câu 50 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^{1-x} + 2^x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

- A. $m > 2\sqrt{2}$. B. $m < 0$. C. $m < -2\sqrt{2}$. D. $\begin{cases} m < -2\sqrt{2} \\ m > 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Câu 51 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + 2(2 - \sqrt{3})^x = 3$. Tính $P = x_1 x_2$.

- A. $P = -3$. B. $P = 2$. C. $P = 3$. D. $P = 0$.

Câu 52 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt

$$2017^{x^2+2x+m} = 2017^{2x^2+3x+2m} + x^2 + x + m$$

- A. $m < \frac{1}{4}$. B. $m < 1$. C. $m \geq \frac{1}{4}$. D. $m > 0$.

Câu 53 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Cho x, y, z là ba số thực khác 0 thỏa mãn $2^x = 5^y = 10^{-z}$. Tính $A = xy + yz + zx$.

- A. $A = 2$. B. $A = 3$. C. $A = 0$. D. $A = 1$.

Câu 54 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Tìm số nghiệm của phương trình $2x \cdot 3^x = 3^x + 2x + 1$.

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 55 (THPTQG 2017). Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

- A. $m = 6$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 56 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Cho phương trình $\sqrt{x-1} + 4m\sqrt{x^2-3x+2} + (m+3)\sqrt{x-2} = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm thực.

- A. $-3 \leq m \leq -\frac{3}{4}$. B. $-\frac{4}{3} \leq m \leq 3$. C. $m \leq -\frac{3}{4}$. D. $0 \leq m \leq \frac{2}{3}$.

Câu 57 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{1+x} - 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 58 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^x = mx + 1$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m \neq \ln 2$. B. $m \in (-\infty; +\infty)$. C. $m \geq \ln 2$. D. $0 < m < \ln 2$.

Câu 59 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $6^x + (3 + m)2^x + m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $(-4; -2)$. B. $[-4; -3]$. C. $[-4; -2]$. D. $(-4; -3)$.

Câu 60 (THPT Quốc Thái, An Giang). Phương trình $2^x + 3^x + 4^x + \dots + 2016^x + 2017^x = 2016 - x$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 2017. B. 1. C. 2016. D. 0.

Câu 61 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Cho phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+2) \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m + 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có nghiệm là số thực.

- A. $4 \leq m \leq \frac{64}{7}$. B. $4 \leq m < \frac{64}{7}$. C. $4 \leq m \leq \frac{48}{7}$. D. $4 < m \leq \frac{48}{7}$.

Câu 62 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Cho phương trình $(\cos 36^\circ)^{\frac{x}{100}} + (\cos 72^\circ)^{\frac{x}{100}} = 4 \cdot 2^{-\frac{x}{100}}$. Khi đó, tổng các nghiệm của phương trình là

- A. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$. B. 0. C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$. D. $\log_{2-\sqrt{3}} \cos 36^\circ$.

ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.B	5.D	6.D	7.D	8.C	9.A
10.D	11.D	12.A	13.C	14.C	15.A	16.A	17.C	18.A
19.D	20.C	21.A	22.B	23.A	24.C	25.C	26.A	27.A
28.A	29.B	30.C	31.D	32.D	33.B	34.C	35.D	36.B
37.C	38.D	39.C	40.B	41.C	42.B	43.D	44.B	45.D
46.A	47.C	48.D	49.A	50.C	51.D	52.A	53.C	54.A
55.C	56.C	57.A	58.A	59.A	60.B	61.A	62.B	

Chủ đề 5

PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

1.1 PHƯƠNG PHÁP

Với $0 < a \neq 1$ thì

- $\log_a [f(x)] = \log_a [g(x)] \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hay } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.
- $\log_a f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = a^m$.

1.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

- a. $\log_3 x + \log_x(x+2) = 1$
- b. $\log_2(2^x - 3) + x = 2$
- c. $\log_2 \frac{1}{x} = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 3)$
- d. $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a. $\log(\sqrt{x+1} + 1) - 3 \log \sqrt[3]{x-40} = 0$
- b. $2 - \log(x-9) - \log(2x-1) = 0$
- c. $\log_2(x^2 + 3x + 2) + \log_2(x^2 - 7x + 12) - \log_2 3 - 3 = 0$
- d. $3^{\log_4 x + \frac{1}{2}} + 3^{\log_4 x - \frac{1}{2}} = 4\sqrt{x}$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

- a. $\log_3 [x(x+2)] = 1$
- b. $\log_3 x + \log_3(x+2) = 1$
- c. $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$
- d. $\log_2(2^{x+1} - 5) = x$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

- a. $2 \log 2x = \log(x^2 + 75)$
- b. $\log(x+10) + \frac{1}{2} \log x^2 = 2 - \log 4$
- c. $\log_3(3^x + 8) = 2 + x$
- d. $\log_3 [x(x-1)] = 1$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

- a. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(7-x) = 1$
- b. $\frac{3}{2} \log_{\frac{1}{4}}(x+2)^2 - 3 = \log_{\frac{1}{4}}(4-x)^3 + \log_{\frac{1}{4}}(x+6)^3$
- c. $\left(\log_3 \frac{3}{x}\right) \cdot \log_2 x - \log_3 \frac{x^3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2} + \log_2 \sqrt{x}$
- d. $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{16x} 2$

2 PHƯƠNG PHÁP MŨ HÓA

2.1 PHƯƠNG PHÁP

Với các phương trình dạng $\log_a f(x) = g(x)$, ta thường sử dụng phương pháp mũ hóa để đưa về phương trình mũ:

$$\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$$

2.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

- a. $\log_7(6 + 7^{-x}) = 1 + x$
- b. $\log_3(4 \cdot 3^{x-1} - 1) = 2x - 1$
- c. $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) - 2x - 1 = 0$
- d. $\log_2(9 - 2^x) = 5^{\log_5(3-x)}$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a. $\log_{x+1}(x^2 - 3x + 1) = 1$
- b. $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$
- c. $\log_{x+1}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$
- d. $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$
- e. $\log_{2x-3} x = 2$
- f. $\log_{2x-3} 16 = 2$

3 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

3.1 PHƯƠNG PHÁP

Tìm một $\log_a f(x)$ chung, đặt làm ẩn phụ t để đưa phương trình về phương trình theo ẩn t , giải tìm t sau đó tìm được x .

3.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

- a. $\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 = 0$
- b. $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_2^2 x = 2$
- c. $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$
- d. $\frac{6}{\log_2 2x} + \frac{4}{\log_2 x^2} = 3$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a. $\log_3(2x+1) - 2 \log_{2x+1} 3 - 1 = 0$
- b. $\log_{x-1} 4 = 1 + \log_2(x-1)$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a. $\log_2^2 x^2 - 4\log_2 x^3 + 8 = 0$

b. $\frac{6}{\log_2 16x} + \frac{4}{\log_2 x^2} = 2$

c. $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$

d. $\sqrt{\log_2(-x)} = \log_2 \sqrt{x^2}$

Bài 4. Giải các phương trình sau:

a. $4\log_9 x + \log_x 3 = 3$

b. $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{5}{2}$

c. $\log_{\frac{2}{x}} 2 + \log_2 4x = 3$

d. $\log_2 (2x^2 - 5) + \log_{2x^2 - 5} 4 = 3$ e. $\log_2 |x + 1| - \log_{x+1} 64 = 1$ f. $\frac{1 + \log_3 x}{1 + \log_9 x} = \frac{1 + \log_{27} x}{1 + \log_{81} x}$

4 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

4.1 PHƯƠNG PHÁP

Bằng cách phân tích thành nhân tử, biến đổi phương trình đã cho về dạng phương trình tích:

$$A.B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

4.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $2\log_9^2 x = \log_3 x \cdot \log_3 (\sqrt{2x+1} - 1)$

b. $\log_2 x + 2\log_7 x = 2 + \log_2 x \cdot \log_7 x$

c. $2x + \log_2 (x^2 - 4x + 4) = 2 - (x + 1)\log_{\frac{1}{2}}(2 - x)$

d. $\frac{1}{x-1} \log_2^2 x + \log_2 x + 2 = \frac{4}{x-1}$

e. $2\log_2 x \cdot \log_5 x + \log_2 x - 10\log_5 x = 5$

5 PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ

5.1 PHƯƠNG PHÁP

Định lý: Nếu $y = f(x)$ là hàm số liên tục và đồng biến trên $(a; b)$, $y = g(x)$ là hàm số liên tục và nghịch biến trên $(a; b)$ thì phương trình $f(x) = g(x)$ có tối đa một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

Hướng 1: Biến đổi hai vế của phương trình sao cho một vế là một hàm số đồng biến (hoặc là hàm hằng) và một vế là một hàm số nghịch biến (hoặc là hàm hằng).

† Bước 1: Chứng minh f đồng biến và g nghịch biến (hoặc ngược lại).

† Bước 2: Nhẩm và chứng minh x_0 là nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$.

⇒ Kết luận: x_0 là nghiệm duy nhất của phương trình $f(x) = g(x)$.

Hướng 2: Đưa phương trình về dạng $f(u) = f(v)$ mà f là hàm số tăng hay giảm. Khi đó ta có: $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.

CHÚ Ý:

- Nếu $f(x)$ hoặc $g(x)$ là hằng số thì hướng 1 vẫn đúng.
- Nếu $h(x)$ và $k(x)$ là hai hàm số liên tục và đồng biến trên $(a; b)$ thì $h(x) + k(x)$ cũng đồng biến trên $(a; b)$.
- Nếu $h(x)$ và $k(x)$ là hai hàm số liên tục và nghịch biến trên $(a; b)$ thì $h(x) + k(x)$ cũng nghịch biến trên $(a; b)$.
- Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$.

5.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a. $11 - x = \log_3 x$

b. $\log_3 (x^2 + x + 1) = x(2 - x) + \log_3 x$

c. $x - 2^{\log_5 (x+3)} = 0$

d. $\log_2 (\sqrt{x} + 1) - \log_3 x = 0$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a. $\log_5 x = \log_7 (x + 2)$

b. $\log_2 (1 + \sqrt{x}) = \log_3 x$

c. $2 \log_6 (\sqrt[4]{x} + \sqrt[8]{x}) = \log_4 \sqrt{x}$

d. $\log_2 (x^2 + 2x + 3) = \log_5 (4 + 2|x| - x^2)$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a. $\log_2^2 x + (x - 1) \log_2 x = 6 - 2x$

b. $\log_3 \frac{x^2 + x + 3}{2x^2 + 4x + 5} = x^2 + 3x + 2$

c. $\log_3 (x^2 + x + 1) - \log_3 x = 2x - x^2$

d. $\log (x^2 - x - 6) + x = \log (x + 2) + 4$

e. $3x^2 - 2x^3 = \log_2 (x^2 + 1) - \log_2 x$

6 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2). Tìm tập nghiệm T của phương trình $\log_2 (3x - 2) = 3$.

A. $T = \left\{ \frac{16}{3} \right\}$.

B. $T = \left\{ \frac{8}{3} \right\}$.

C. $T = \left\{ \frac{10}{3} \right\}$.

D. $T = \left\{ \frac{11}{3} \right\}$.

Câu 2 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 (x - 6) = \log_2 7$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 3 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3 x = -2$.

- A. $S = \{6\}$. B. $S = \left\{\frac{1}{9}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{2}{3}\right\}$. D. $S = \{-8\}$.

Câu 4 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Tìm nghiệm của phương trình $\ln(2x + 3) = 0$.

- A. $x = -1$. B. $x = -\frac{3}{2}$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 5 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6(x(5-x)) = 1$.

- A. $S = \{2; 3; 4\}$. B. $S = \{-1; 2; 3\}$. C. $S = \{-6; 2\}$. D. $S = \{2; 3\}$.

Câu 6 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$.

- A. $S = \left\{\frac{10}{3}\right\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \left\{\frac{11}{3}\right\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 7 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Tính tổng S các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$.

- A. $S = -1$. B. $S = -3$. C. $S = 2$. D. $S = -2$.

Câu 8 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang -Học kì II). Tập nghiệm T của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$ là

- A. $T = \left\{\frac{16}{3}\right\}$. B. $T = \left\{\frac{8}{3}\right\}$. C. $T = \left\{\frac{10}{3}\right\}$. D. $T = \left\{\frac{11}{3}\right\}$.

Câu 9 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Giải phương trình $\log_2(x - 1) = 3$.

- A. $x = 10$. B. $x = 9$. C. $x = 8$. D. $x = 7$.

Câu 10 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) \geq 0$.

- A. $S = (1; 2]$. B. $S = (1; 2)$. C. $S = (-\infty; 2]$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 11 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Cho hàm số $f(x) = \log_3(x^2 - 2x)$. Xác định tập nghiệm S của phương trình $f''(x) = 0$.

- A. $S = \{1\}$. B. $S = \emptyset$.
C. $S = \{1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}\}$. D. $S = \{0; 2\}$.

Câu 12 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) + \log_3(x - 4)^2 = 0$.

- A. $3 + \sqrt{2}$. B. 9. C. 6. D. $6 + \sqrt{2}$.

Câu 13 (ĐỀ TTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Giải phương trình $\log_2(x - 2) = 2$.

- A. $x = 6$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 14 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 15 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2 x + \log_2(x + 2017) = \log_2 2018$.

- A. $S = \{-2018; 1\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{2017; 2018\}$. D. $S = \{2018\}$.

Câu 16 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x - 3)^2 = 8$.

- A. $S = \{-7; -1\}$. B. $S = \{-1; 7\}$. C. $S = \{-1; 5\}$. D. $S = \{1; 5\}$.

Câu 17 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2 x + 3 \log_x 2 = 4$.

- A. $S = \{2; 8\}$. B. $S = \{4; 3\}$. C. $S = \{4; 16\}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 18 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Tính tích các nghiệm thực của phương trình $(\log_3 x)^2 + 3 \log_{\frac{1}{3}} x - 1 = 0$.

- A. 27. B. $\frac{1}{27}$. C. 9. D. $\frac{\sqrt{3}}{9}$.

Câu 19 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

- A. $\{\sqrt{10}\}$. B. $\{3\}$. C. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$. D. $\{-3; 3\}$.

Câu 20. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

- A. $x = -4$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Câu 21 (THPTQG 2017). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

- A. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$. B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$.
C. $S = \{3\}$. D. $S = \left\{\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$.

Câu 22 (THPTQG 2017). Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.

- A. $x = -6$. B. $x = 6$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{23}{2}$.

Câu 23 (THPTQG 2017). Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{3\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \{1\}$.

Câu 24 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2 x^2 = 2$ là

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{-2; 2\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 25. 39 Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4) = \log_2(2x)$. Tính số phần tử của S .

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 26 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. 36. B. 32. C. 12. D. 16.

Câu 27 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 28 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2^{x-1} - x)(\log_3 x - 1) = 0$.

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 6.

Câu 29 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị của $x_1 \cdot x_2$.

- A. 4. B. 16. C. 32. D. 36.

Câu 30 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Giải phương trình $\log_{\sqrt{3}}(\log_3 x) = 4$.

- A. $x = 3^{81}$. B. $x = 3^{27}$. C. $x = 3^{12}$. D. $x = 3^9$.

Câu 31 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x-4)$ là

- A. $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 32 (THPT Sông Ray, Đồng Nai). Phương trình $\log(x+1) + \log(2x-3) = \log 12$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 33 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Phương trình $\log_{\sqrt[4]{2}}(x^2 - 2)^2 = 8$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 5. B. 8. C. 3. D. 2.

Câu 34 (THPT Quốc Thái, An Giang). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_3 x(x+2) = 1$. Tính $P = x_1^2 + x_2^2$.

- A. $P = 4$. B. $P = 8$. C. $P = 6$. D. $P = 10$.

Câu 35 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Tìm tập nghiệm S của phương trình $2\log_2(x-1) + \log_2(x+1)^2 = 6$.

- A. $S = \{-3; 3\}$. B. $S = \{\sqrt{10}; -\sqrt{10}\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \{3\}$.

Câu 36 (THPTQG 2017). Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 21$. B. $x = 3$. C. $x = 11$. D. $x = 13$.

Câu 37 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Cho phương trình $\log_2(mx - 6x^2) = \log_2(-x^2 + 4x - 3)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm thực.

- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $6 \leq m \leq 18$. C. $1 < m < 3$. D. $6 < m < 18$.

Câu 38 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2^2 x - \log_4(4x^2) - 5 = 0$.

- A. $S = \left\{8; \frac{1}{4}\right\}$. B. $S = \{1; 8\}$. C. $S = \left\{8; \frac{1}{2}\right\}$. D. $S = \left\{\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right\}$.

Câu 39 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Tìm tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 8) = x - 1$.

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 40 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log_3 m + \log_3 x = 2\log_3(x+1)$ luôn có hai nghiệm phân biệt?

- A. 4015. B. 2010. C. 2018. D. 2014.

Câu 41 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Phương trình $\log_4 \sqrt[4]{x^2 - 2} + 16\log_2 \frac{2}{x} = \log_{16} \sqrt{x^4 + 2x^2 + 4} - 4\log_{\sqrt{2}}(4x)$ có tập nghiệm là S . Tìm số phần tử của tập S .

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 42 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

- A. 16. B. 22. C. 32. D. 36.

Câu 43 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\log_5(25^x - \log_5 m) = x$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}$. B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} \end{cases}$. C. $m = 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 44 (THPTQG 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực.

- A. $m < 1$. B. $m < \frac{2}{3}$. C. $m < 0$. D. $m \leq 1$.

Câu 45 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 2 - m = 0$ có nghiệm $x \in [1; 9]$.

- A. $1 \leq m \leq 2$. B. $m \geq 2$. C. $m \leq 1$. D. $0 \leq m \leq 1$.

Câu 46 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ - YÊN LẠC). Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình $\log_2(x - a + 1) = a$ có nghiệm thuộc đoạn $[2; 5]$.

- A. $a \in [1; 2]$. B. $a \in [1; 5]$. C. $a \in [0; 2]$. D. $a \in [1; 3]$.

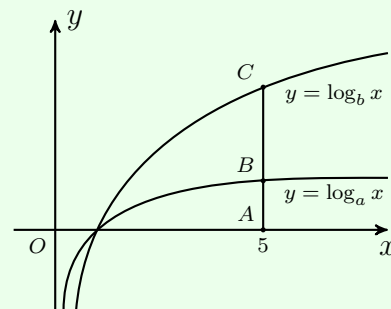
Câu 47 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2(3^x + 1) \cdot \log_2(2 \cdot 3^x + 2) = m$ có nghiệm thuộc $(0; 1)$.

- A. $\begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}$. B. $m > 6$. C. $2 < m < 6$. D. $m \leq 2$.

Câu 48 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1).

Cho các hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng $x = 5$ cắt trục hoành, đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ lần lượt tại A, B và C . Biết rằng $CB = 2AB$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b^3$. D. $a = 5b$.



Câu 49 (THPT Phù Cừ, Hưng Yên). Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log b = \log_{25}(a + 4b)$. Tính tỷ số $\frac{a}{b}$.

- A. $2 + \sqrt{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-2 + \sqrt{5}$.

Câu 50 (THPT Hưng Nhân, Thái Bình, Lần 3). Phương trình $\log_{2017} x + \log_{2018} x = 2019$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 51 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Phương trình $2x^3 - 6x^2 - 12x + 18 \ln(x+1)^2 = 7$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 52 (THPTQG 2017). Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

- A. $m = -4$. B. $m = 4$. C. $m = 81$. D. $m = 44$.

Câu 53 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Cho phương trình $\log_5 [(m+1)x] = \log_{\sqrt{5}}(x+2)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị m nguyên, thuộc khoảng $(-2014; 2017)$ để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất?

- A. 4024. B. 2012. C. 4016. D. 2013.

Câu 54 (ĐỀ TTTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Cho phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) = \log_5(mx^2 + 4x + m)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

- A. $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$. B. $(0; 4)$. C. $(-3; 0)$. D. $(3; 5) \cup (5; 7)$.

Câu 55 (Sở Đà Nẵng). Cho hai số thực a, b thỏa mãn đồng thời đẳng thức $3^{-a} \cdot 2^b = 1152$ và $\log_{\sqrt{5}}(a+b) = 2$. Tính $P = a - b$.

- A. $P = -6$. B. $P = -3$. C. $P = 8$. D. $P = -9$.

Câu 56 (THPTQG 2017). Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

- A. $S_{\min} = 30$. B. $S_{\min} = 25$. C. $S_{\min} = 33$. D. $S_{\min} = 17$.

Câu 57 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Cho phương trình $(m-1) \log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$ (với m là tham số). Gọi $S = [a; b]$ là tập các giá trị của m để phương trình có nghiệm trên đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$. Tính $a + b$.

- A. $\frac{1034}{273}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. -3 . D. $\frac{7}{3}$.

Câu 58 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 - m \leq 0$ vô nghiệm.

- A. $0 \leq m < 3$. B. $m > 0$. C. $m < 2$. D. $m < 3$.

Câu 59 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Tìm các giá trị thực của m để phương trình sau có nghiệm x thuộc đoạn $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$.

$$(m-1) \log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 - 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}}(x-2) + 4m - 4 = 0$$

- A. $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$. B. $m \geq -3$. C. $-2 \leq m \leq \frac{7}{3}$. D. $m \geq -2$.

Câu 60 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Cho phương trình $4^{-|x-m|} \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2x + 3) + 2^{-x^2+2x} \log_{\frac{1}{2}}(2|x| - 0)$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình trên có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m > -\frac{1}{2}$.
C. $m < -\frac{3}{2}$ hoặc $m > -\frac{1}{2}$. D. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m > \frac{3}{2}$.

Câu 61 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Biết $\log_{\sqrt{10}} x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5(x + y)$. Tính $\frac{y}{x}$.

- A. $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}$. C. $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$.

Câu 62 (THPT Quốc Thái, An Giang). Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $\log_2^2(x + 2) - 6 \log_2(x + 2) + 2 - m = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(-2; 14)$.

- A. $[-7; +\infty)$. B. $(-7; -6)$. C. $[-6; +\infty)$. D. $(-7; +\infty)$.

ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.A	5.D	6.A	7.A	8.C	9.B
10.A	11.B	12.B	13.A	14.D	15.B	16.B	17.A	18.A
19.B	20.B	21.A	22.C	23.A	24.C	25.D	26.B	27.A
28.D	29.C	30.D	31.A	32.D	33.C	34.D	35.D	36.A
37.D	38.A	39.B	40.D	41.C	42.C	43.D	44.A	45.A
46.A	47.B	48.C	49.D	50.A	51.C	52.B	53.D	54.D
55.D	56.A	57.B	58.C	59.A	60.D	61.C	62.B	

Chủ đề 6

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

1.1 PHƯƠNG PHÁP

Sử dụng quy tắc biến đổi lũy thừa để đưa bất phương trình đã cho về bất phương trình mà hai vế là hai lũy thừa có cùng cơ số. Nghĩa là:

$$a^{f(x)} \geq a^{g(x)} \quad (*)$$

- Nếu $a > 1$ thì $(*) \Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì $(*) \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$.

CHÚ Ý: Điều kiện của cơ số là $0 < a \neq 1$.

1.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

a. $3^x > 81$

b. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$

c. $3^x + 3^{x+1} + 3^{x-1} < 5^x + 5^{x+1} + 5^{x-1}$

d. $3^{x^2-2x+\log_3 5} > 5$

e. $8.4^{\frac{x-3}{x^2+1}} < 1$

f. $2^{-x^2+3x} < 4$

g. $5^{\log_3 \frac{x-2}{x}} < 1$

h. $\left(\frac{7}{9}\right)^{2x^2-3x} \geq \frac{9}{7}$

i. $3^{x+2} + 3^{x-1} \leq 29$

j. $\frac{1}{27^x} \leq \sqrt{3}$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

a. $3^{x^2-2x} < 3$

b. $2^{|x-2|} > 4^{|x+1|}$

c. $\left(\frac{3}{7}\right)^{x^2+1} \geq \left(\frac{3}{7}\right)^{3x-1}$

d. $x^{2x^2-5x+2} \geq 1$

e. $\frac{1}{2^{|2x-1|}} > \frac{1}{2^{3x-1}}$

f. $(\sqrt{2}+1)^{\frac{6x-6}{x+1}} \leq (\sqrt{2}-1)^{-x}$

g. $3^{\sqrt{x^2-2x}} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{x-|x-1|}$

h. $(\sqrt{10}+3)^{\frac{x-3}{x-1}} < (\sqrt{10}-3)^{\frac{x+1}{x+3}}$

Bài 3. Giải các bất phương trình sau:

a. $15^{2x+3} > 5^{3x+1} \cdot 3^{x+5}$

b. $6^{2x+3} < 5^{x+7} \cdot 3^{3x-1}$

c. $5^x \cdot 2^{\frac{2x-1}{x+1}} < 50$

d. $2^{x^2-3x-2} \cdot 3^{x^2-3x-3} \cdot 5^{x^2-3x-4} \geq 12$

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a. $7^x - 2^{x+2} \leq 5 \cdot 7^{x-1} - 2^{x-1}$

b. $2^{x+3} - 5^x < 7 \cdot 2^{x-2} - 3 \cdot 5^{x-1}$

c. $3^{x+2} + 7^x \leq 4 \cdot 7^{x-1} + 34 \cdot 3^{x-1}$

d. $7^x - 5^{x+2} < 2 \cdot 7^{x-1} - 118 \cdot 5^{x-1}$

Bài 5. Giải các bất phương trình sau:

a. $(x^2 + 2x + 3)^{\frac{x-1}{x+1}} \geq 1$

b. $(x^2 + x + 1)^x < 1$

c. $(x - 2)^{2x^2-7x} > 1$

d. $(x^2 + 2x + 1)^{\frac{x-1}{x+1}} \leq 1$

2 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

2.1 PHƯƠNG PHÁP

Tìm một lũy thừa chung, đặt làm ẩn phụ t để đưa bất phương trình về bất phương trình đơn giản hơn.

Một số lưu ý khi đặt ẩn phụ:

1. Đặt điều kiện cho ẩn phụ.

2. $\sqrt{2} - 1 = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$; $2 - \sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^{-1}$; ...

2.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

a. $4^x - 2 \cdot 5^x < 10^x$

b. $(\sqrt{5} + 1)^{x-x^2} + 2^{-x^2+x+1} < 3 \cdot (\sqrt{5} - 1)^{x-x^2}$

c. $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$

d. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}} > 12$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

a. $9^{\sqrt{x^2-3x}} + 3 < 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3x}-1}$

b. $2^{3x} - \frac{8}{2^{3x}} - 6 \cdot \left(2^x - \frac{1}{2^{x-1}}\right) \leq 1$

c. $3^{2x} - 8 \cdot 3^{x+\sqrt{x+4}} - 9 \cdot 9^{\sqrt{x+4}} > 0$

d. $2^{2\sqrt{x+3}-x-6} + 15 \cdot 2^{\sqrt{x+3}-5} < 2^x$

e. $25^{1+2x-x^2} + 9^{1+2x-x^2} \geq 34 \cdot 15^{2x-x^2}$

Bài 3. Giải các bất phương trình sau:

a. $9^x < 3^{x+1} + 4$

b. $16^x - 4^x - 6 \leq 0$

c. $49^x - 6 \cdot 7^x - 7 < 0$

d. $9^{x^2-2x} - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-x^2} \leq 3$

e. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{x}} + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{x}+x}$

f. $5^{2x-1} > 5^x + 4$

g. $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$

h. $4^x - 2^x - 2 < 0$

i. $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 > 0$

j. $9^x - 2 \cdot 3^x < 3$

k. $4^{x-1} - 2^{x-2} < 3$

l. $9^{\sqrt{x^2-3}} + 3 > 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3}-1}$

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a. $\frac{4^x - 2^{x+1} + 8}{2^{1-x}} < 8^x$

b. $\frac{1}{3^x + 5} < \frac{1}{3^{x+1} - 1}$

c. $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$

d. $\frac{11 \cdot 3^{x-1} - 31}{4 \cdot 9^x - 11 \cdot 3^{x-1} - 5} \geq 5$

3 PHƯƠNG PHÁP LÔGARIT HÓA

3.1 PHƯƠNG PHÁP

Với bất phương trình mũ mà cả hai vế là tích hay thương của nhiều lũy thừa không cùng cơ số dạng $a^{f(x)} \geq b^{g(x)}$, lấy lôgarit cơ số a (hoặc cơ số b) cho hai vế, ta được:

- Nếu $a > 1$ thì

$$a^{f(x)} \geq b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a [a^{f(x)}] \geq \log_a [b^{g(x)}] \Leftrightarrow f(x) \geq g(x) \log_a b$$

- Nếu $0 < a < 1$ thì

$$a^{f(x)} \geq b^{g(x)} \Leftrightarrow \log_a [a^{f(x)}] \leq \log_a [b^{g(x)}] \Leftrightarrow f(x) \leq g(x) \log_a b$$

3.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

a. $3^{2x-1} < 11^{3-x}$

b. $(x-2)^{x^2-6x+8} > 1$

c. $3^{x^2} \cdot 2^x \leq 1$

d. $5^{4x^2-3} > 5 \cdot 3^{3x-3}$

e. $5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{x}} > 500$

f. $5^{x^2-1} + 5^{x^2} \geq 7^x - 7^{x-1}$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

a. $4^x \cdot 27^{\frac{x-1}{x}} > 576$

b. $125^{\frac{x}{x+2}} \leq 225 \cdot 3^{2-x}$

c. $3^{5^x} < 5^{3^x}$

d. $2^{x^2-4} \geq 3^{x-2}$

e. $x^6 \cdot 5^{-\log_x 5} > 5^{-5}$

f. $5 \cdot x^{\log_5 x} \geq x^2$

g. $x^4 \cdot 6^3 < 6^{\log_x 6}$

h. $2^x \cdot 5^x \leq 0,2 \cdot (10^{x-1})^5$

4 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$.

A. $[-4; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2]$.

C. $(-\infty; -4]$.

D. $[-2; +\infty)$.

Câu 2 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - HK2). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 4$.

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $\emptyset$.

Câu 3 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang - Học kì II). Bất phương trình $2^x > 4$ có tập nghiệm là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $\emptyset$.

Câu 4 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{-2+x}$.

A. $x \leq -1$.

B. $x \geq 1$.

C. $-1 \leq x \leq 1$.

D. $x \geq -1$.

Câu 5 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} = 256$.

- A. $\{-3; 3\}$. B. $\{2; 3\}$. C. $\{-2; 2\}$. D. $\{-3; 2\}$.

Câu 6 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Giải bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$.

- A. $x \leq -1$. B. $x \geq -1$. C. $x < -1$. D. $x > -1$.

Câu 7 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Bất phương trình $3^{5-x^2} > \frac{1}{81}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 2. B. 7. C. 5. D. Vô số.

Câu 8 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Cho hàm số $f(x) = 3^x \cdot 2^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $f(x) < 1 \iff x + x^2 \log_3 2 < 0$. B. $f(x) < 1 \iff -\log_2 3 < x < 0$.
C. $f(x) < 1 \iff x \ln 3 + x^2 \ln 2 < 0$. D. $f(x) < 1 \iff 1 + x \log_3 2 < 0$.

Câu 9 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $8^{x(x+1)} > 4^{x^2-1}$.

- A. $S = (-2; -1)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$.
C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 10 (Đề TTTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 < 0$.

- A. $S = (0; 2)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (0; 4)$. D. $S = (-1; 4)$.

Câu 11 (THPT Lê Quý Đôn, TPHCM). Giải bất phương trình $2^x > 3^{3x} \cdot 5^{-x}$.

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 12 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^{|2x-2|} > 9$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; 0)$. D. $S = (0; 2)$.

Câu 13 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} - \frac{3}{2} > 0$.

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 14 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

- A. $S = (1; 2)$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 1)$. D. $S = [1; 2]$.

Câu 15 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Số nguyên tố dạng $M_p = 2^p - 1$, trong đó p là số nguyên tố được gọi là số nguyên tố *Mec-xen* (M.Mersenne, 1588-1648, người Pháp). Năm 1876, E.Lucas phát hiện ra M_{127} . Hỏi nếu viết M_{127} trong hệ thập phân thì M_{127} có bao nhiêu chữ số?

- A. 39. B. 41. C. 40. D. 38.

Câu 16 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Cho hàm số $f(x) = 2^{x-1} \cdot 5^{x^2-3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $f(x) < 10 \iff (x-1) \log_5 2 + (x^2-3) \log_2 5 < \log_2 5 + 1$.
B. $f(x) < 10 \iff (x-1) \ln 2 + (x^2-3) \ln 5 < \ln 2 + \ln 5$.
C. $f(x) < 10 \iff (x-1) \log 2 + (x^2-3) \log 5 < \log 2 + \log 5$.
D. $f(x) < 10 \iff x-1 + (x^2-3) \log_2 5 < 1 + \log_2 5$.

Câu 17 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Bất phương trình $4^x + 8 \geq 3 \cdot 2^{x+1}$ có tập nghiệm là:

- A. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. B. $[2; 4]$. C. $[1; 2]$. D. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

Câu 18 (Đề TTHPT QG- Sở Cần Thơ- Mã 329). Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai nghiệm thực của phương trình $6.9^x - 13.6^x + 6.4^x = 0$. Tính giá trị biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$.

- A. $S = 2$. B. $S = 0$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = \frac{97}{36}$.

Câu 19 (THPT Chuyên ĐHSP Hà Nội - Lần 5). Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-2; -1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 20 (THPT Quốc Thái, An Giang). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(x-1)^{-\frac{2}{3}} < (x-1)^{-\frac{1}{3}}$.

- A. $S = (1; 2)$. B. $S = (2; +\infty)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (0; 1)$.

Câu 21 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Số $p = 2^{756839} - 1$ là một số nguyên tố. Hỏi nếu viết trong hệ thập phân thì số đó có bao nhiêu chữ số?

- A. 227831 chữ số. B. 227834 chữ số. C. 227835 chữ số. D. 227832 chữ số.

Câu 22 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số thực m để bất phương trình $6^{\sin^2 x} + 4^{\cos^2 x} \geq m5^{\cos^2 x}$ có nghiệm. Tính số phần tử của tập hợp S .

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Câu 23 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Tìm các số thực m để bất phương trình $4^{x^2-2x} + m.2^{x^2-2x+1} + m \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 2]$.

- A. $m \leq -1$. B. $-\frac{10}{9} \leq m \leq -1$. C. $m \leq -\frac{1}{3}$. D. $-3 \leq m \leq -\frac{1}{3}$.

Câu 24 (THPT Sông Ray, Đồng Nai). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $1 + 2^{x+1} + 3^{x+1} < 6^x$.

- A. $\mathbb{R}$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; 10)$.

Câu 25 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 3 - 2m \leq 0$ có nghiệm là số thực.

- A. $m < 1$. B. $m \geq 0$. C. $m \geq 1$. D. $m < 0$.

Câu 26 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $6^x + (2-m)3^x - m > 0$ có nghiệm đúng $\forall x \in (0; 1)$.

- A. $m \leq 3$. B. $m \leq \frac{3}{2}$.
C. $0 < m \leq \frac{3}{2}$. D. $m < \frac{3}{2}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.D	5.A	6.A	7.C	8.D	9.B
10.B	11.D	12.B	13.C	14.A	15.A	16.A	17.A	18.A
19.B	20.B	21.D	22.D	23.C	24.B	25.C	26.B	

Chủ đề 7

BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1 PHƯƠNG PHÁP ĐƯA VỀ CÙNG CƠ SỐ

1.1 PHƯƠNG PHÁP

Sử dụng quy tắc biến đổi lôgarit để đưa bất phương trình đã cho về bất phương trình mà hai vế là hai lôgarit có cùng cơ số. Nghĩa là:

$$\log_a f(x) \geq \log_a g(x) \quad (*)$$

- Nếu $a > 1$ thì

$$(*) \Leftrightarrow \log_a f(x) \geq \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) \geq g(x) \end{cases}$$

- Nếu $0 < a < 1$ thì

$$(*) \Leftrightarrow \log_a f(x) \geq \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

⇒ Từ đây, ta có công thức tổng quát sau:

$$\log_a f(x) \geq \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) > 0, g(x) > 0 \\ (a - 1)[f(x) - g(x)] \geq 0 \end{cases}$$

1.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

- a. $\log_2(x^2 - 2x) > 3$ b. $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x) > -3$ c. $\log_3 \frac{x^2 + 4x}{2x - 3} < 1$
- d. $\log_8(4 - 2x) \geq 2$ e. $\log_2(2 - x - \sqrt{x^2 - 1}) < 1$ f. $\log_{\frac{2}{3}} \log_3 |x - 3| \geq 0$
- g. $\log_{\sqrt{5}}(6^{x+1} - 36^x) \leq 2$ h. $\log_{0,7} \left[\log_6 \frac{x^2 + x}{x + 4} \right] < 0$ i. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq 0$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

- a. $\log_{0,5}(5x + 10) < \log_{0,5}(x^2 + 6x + 8)$ b. $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 2) \leq 1$

c. $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) \leq \log_3(2-x)$

d. $\log_{\frac{1}{7}} \frac{x^2+6x+9}{2(x+1)} < -\log_7(x+1)$

e. $\log_2(9^{x-1}+7) > \log_2(3^{x-1}+1)+2$

f. $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \leq 2$

Bài 3. Giải các bất phương trình sau:

a. $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8) \geq -4$

b. $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2$

c. $\log_{\frac{1}{2}}(5x+1) < -5$

d. $\log_{\frac{1}{3}}(5x-1) > 0$

e. $\log_{0,5}(x^2-5x+6) \geq -1$

f. $\log_5(3x-1) < 1$

g. $\log_4 \frac{2x-1}{x+1} < -\frac{1}{2}$

h. $\log_{0,5} \frac{x^2-3x+2}{x} \geq 0$

i. $\log_3 \frac{1-2x}{x} \leq 0$

j. $\log_4 \frac{1+3x}{x-1} \geq 0$

Bài 4. Giải các bất phương trình sau:

a. $\log_{\frac{1}{3}} \left[\left(\frac{1}{2} \right)^x - 1 \right] < \log_{\frac{1}{3}} \left[\left(\frac{1}{4} \right)^x - 3 \right]$

b. $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1}-36^x) \geq -2$

c. $\log_5(26-3^x) > 2$

d. $\log_3(13-4^x) > 2$

e. $\log_{\frac{1}{\sqrt{6}}}(5^{x+1}-25^x) \geq -2$

Bài 5. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \sqrt{\log_{0,8} \frac{2x+5}{x+5}} - 2$

b. $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x+2)+1}$

c. $y = \sqrt{\log_{0,3} \frac{3x-1}{x+2}} - 3$

d. $y = \sqrt{\log_2(x^2+2) \cdot \log_{2-x} 2 - 2}$

e. $y = \sqrt{\log_{x+1}(6+5x-x^2)-2}$

f. $y = \sqrt{\log_{0,5}(-x^2+x+6)} + \frac{1}{x^2+2x}$

2 PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

2.1 PHƯƠNG PHÁP

Tìm một $\log_a f(x)$ chung, đặt làm ẩn phụ t để đưa bất phương trình về bất phương trình đơn giản hơn.

2.2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

a. $\log_2^2 x + \log_2 4x - 4 \geq 0$

b. $\log_{0,2}^2 x - 5 \log_{0,2} x$

c. $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 6 \leq 0$

d. $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 3 \leq 0$

e. $2 \log_2^3 x + 5 \log_2^2 x + \log_2 x - 2 \geq 0$

f. $\log_2^4 x - \log_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{\frac{1}{2}}^2 x$

g. $\log_2^2(2-x) - 8 \log_{\frac{1}{4}}(2-x) \geq 5$

h. $\log_2^2(2+x-x^2) + 3 \log_{\frac{1}{2}}(2+x-x^2) + 2 \leq 0$

i. $\log_5^2(6-x) + 2 \log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6-x) + \log_3 27 \geq 0$

j. $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_4 x^2 - 3)$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

a. $\log_2(x+1) - \log_{x+1} 64 < 1$ b. $\log_x 2 + \log_{2x} 8 \leq 4$ c. $\log_{\frac{x}{3}}(3x) + \log_3^2 x < 11$

Bài 3. Giải các bất phương trình sau:

a. $\log_4 \log_3 \frac{x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{x-1}$ b. $\log_3 \log_4 \frac{3x-1}{x+1} < \log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{4}} \frac{x+1}{3x-1}$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp, Quảng Ngãi). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) > -2$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 2 (THPT ĐỒNG ĐA, Hà Nội). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(2x^2 - x) > 0$.

A. $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cap \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 3 (Sở GD và ĐT Gia Lai). Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_2(x+1)}$.

A. $(-1; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 4 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 x > \log_3(2x-1)$.

A. $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. D. $S = (0; 1)$.

Câu 5 (THPTQG 2017). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. B. $S = [2; 16]$.
C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 6 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > 1$.

A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 7 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > 0$ là

A. $(-1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 8 (chuyên Hoàng Văn Thụ, Hoà Bình). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $\log(x-40) + \log(60-x) < 2$?

A. 10. B. 19. C. 18. D. 20.

Câu 9 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b$. B. $\log_{\frac{1}{3}} a = \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.
C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$. D. $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Câu 10 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) < \log_{\frac{1}{3}}(3x-5)$.

A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = \left(\frac{5}{3}; 3\right)$. C. $S = (3; +\infty)$. D. $S = (-1; 3)$.

Câu 11 (THPT Chu Văn An, Đắk Nông). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$.

A. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.
C. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 12 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2 x \geq 2$ là

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = (3; +\infty)$.
C. $S = (3; 4]$. D. $S = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 13 (HK2 THPT YÊN VIÊN). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-6x+9) < \log_{\frac{1}{5}}(x-3)$ là

- A. $S = (4; +\infty)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$. D. $(3; 4)$.

Câu 14 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2x - \log_9(2-3^x)^2 > 0$.

- A. $S = (0; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 0)$.
C. $S = (0; +\infty) \setminus \{\log_3 2\}$. D. $S = (-\infty; +\infty) \setminus \{\log_3 2\}$.

Câu 15 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) < \log_{\frac{1}{2}}(6-5x)$ có tập nghiệm là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$. C. $\emptyset$. D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 16 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Cho $(a-1)^{-\frac{2}{3}} \leq (a-1)^{-\frac{1}{3}}$. Tìm điều kiện của a .

- A. $a \geq 2$. B. $1 \leq a < 2$. C. $\begin{cases} a < 1 \\ a > 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a < 1 \\ a \geq 2 \end{cases}$.

Câu 17 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -1$.

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = \emptyset$. C. $S = (-\infty; 4]$. D. $S = (1; 4]$.

Câu 18 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\ln(x^2-4)}$.

- A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$.
C. $[\sqrt{5}; +\infty)$. D. $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

Câu 19 (THPT Bắc Duyên Hà, Thái Bình, lần 2). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2+x) < \log_{0,8}(-2x+4)$ là

- A. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$. B. $(-4; 1)$.
C. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$. D. $(-4; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 20 (THPT Hưng Nhân, Thái Bình, Lần 3). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 \frac{2x}{x+1} > 1$.

- A. $S = (-1; -\infty)$. B. $S = (-\infty; -3)$.
C. $S = (-3; -1)$. D. $S = (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$.

Câu 21 (THPT Hưng Nhân, Thái Bình, Lần 3). Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(\ln x)$.

- A. $\mathcal{D} = (e; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.

Câu 22 (THPT Quốc Thái, An Giang). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$.

- A. $S = (-\infty; 5]$. B. $S = [5; +\infty)$. C. $S = (1; 5]$. D. $S = [1; 5]$.

Câu 23 (Trường THPT Tân Yên - Bắc Giang). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) + 1 > 0$.

- A. $S = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = (3; +\infty)$. D. $S = \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 24 (SỞ GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+6) \geq -1$.

- A. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $S = [1; 2) \cup (3; 4]$.
C. $S = [1; 4]$. D. $S = (2; 3)$.

Câu 25 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x - 2) \geq -2$.

- A. $T = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $T = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. C. $T = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. D. $T = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 26 (Sở Đà Nẵng). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4 - 3x) < -4$.

- A. $S = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$. B. $S = \left(\frac{4}{3}; 2\right)$. C. $S = \emptyset$. D. $S = (-\infty; -4)$.

Câu 27 (THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Lai Châu, lần 3). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2(2 - x) + 4\log_2(2 - x) \geq 5$.

- A. $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; 2\right)$. B. $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; +\infty\right)$.
C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty, 0]$.

Câu 28 (THPT Chuyên Thái Nguyên, lần 3). Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(2x - 3) > -1$.

- A. $x > 4$. B. $x < 4$. C. $4 > x > \frac{3}{2}$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Câu 29 (THPT Lý Thánh Tông, Hà Nội, lần 4). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log(2x - 2) \geq \log(x + 1)$.

- A. $[3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; 3]$. D. $\emptyset$.

Câu 30 (THPT Hải An-Hải Phòng). Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(\log_2(2x - 1)) > 0$ là

- A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $S = \left[1; \frac{3}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 31 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Cho hàm số $g(x) = \log_{\frac{3}{4}}(x^2 - 5x + 7)$. Nghiệm của bất phương trình $g(x) > 0$ là

- A. $x < 2$ hoặc $x > 3$. B. $2 < x < 3$. C. $x < 2$. D. $x > 3$.

Câu 32 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{3}{4}}(2x + 1) - \log_{\frac{3}{4}}(-4x + 5) < 0$.

- A. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{5}{4}\right)$. B. $S = \left(-\frac{2}{5}; +\infty\right)$. C. $S = \left(-\frac{2}{5}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(-\frac{2}{5}; 1\right)$.

Câu 33 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4\log_{0,04}^2 x - 5\log_{0,2} x < -6$.

- A. $S = \left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}\right)$. B. $S = \left(0; \frac{1}{25}\right)$. C. $S = \left(\frac{1}{8}; \frac{1}{4}\right)$. D. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$.

Câu 34 (THPT Cổ Loa, Hà Nội, lần 3). Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(\log_{\frac{1}{2}}\left(2^x - \frac{15}{16}\right)\right) \leq 2$.

- A. $\left(\log_2 \frac{15}{16}; \log_2 \frac{31}{16}\right)$. B. $[0; +\infty)$. C. $\left[0; \log_2 \frac{31}{16}\right)$. D. $\left(\log_2 \frac{15}{16}; 0\right]$.

Câu 35 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x - 3)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
C. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (1; 2)$.

Câu 36 (THPT Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, lần 3). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2(2 - x) + 4\log_2(2 - x) \geq 5$.

- A. $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; 2\right)$. B. $S = (-\infty; 0] \cup \left[\frac{63}{32}; +\infty\right)$.
C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0]$.

Câu 37 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4\log_{0,04}^2 x - 5\log_{0,2} x < -6$.

- A. $S = \left(\frac{1}{25}; +\infty\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{1}{125}\right) \cup \left(\frac{1}{25}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$.

D. $S = \left(-\infty; \frac{1}{125}\right)$.

Câu 38 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_{\frac{1}{2}}|x-1| < \log_{\frac{1}{2}}x - 1$.

A. $S = (2 + \sqrt{3}; +\infty)$.

B. $S = (2; +\infty)$.

C. $S = (1; +\infty)$.

D. $S = (0; 2 - \sqrt{3}) \cup (2 + \sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 39 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2). Bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2 \frac{x^3}{8} + 9\log_2 \left(\frac{32}{x^2}\right) \leq 4\log_{2^{-1}} x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 40 (THPT Quốc Oai, Hà Nội (HK2)). Cho phương trình $\log_5(5^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{5}} m$, (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $25^{x_1} + 25^{x_2} \geq 23$.

A. $m > 0$.

B. $\begin{cases} m \leq -\frac{23}{25} \\ m \geq 1 \end{cases}$.

C. $m \geq 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Câu 41 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Biết rằng bất phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $a + b$.

A. $a + b = -1 + \log_5 156$.

B. $a + b = 2 + \log_5 156$.

C. $a + b = -2 + \log_5 156$.

D. $a + b = -2 + \log_5 26$.

Câu 42 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Cho bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.

A. $m < 0$.

B. $m > -\frac{3}{4}$.

C. $m > 0$.

D. $-\frac{3}{4} < m < 0$.

Câu 43. Giải bất phương trình $\log_2(2x-1) > 3$.

A. $\frac{1}{2} < x < \frac{9}{2}$.

B. $x > \frac{7}{2}$.

C. $x > \frac{9}{2}$.

D. $x > 5$.

Câu 44 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Cho các số thực a, b, c thỏa $0 < a \neq 1$ và $b > 0, c > 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$.

B. $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$.

C. $a^{f(x)} b^{g(x)} = c \Leftrightarrow f(x) + g(x) \log_a b = \log_a c$.

D. $\log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$.

Câu 45 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(7 \cdot 10^x - 5 \cdot 25^x) > 2x + 1$ là

A. $S = (1; 2)$.

B. $S = (-1; 0)$.

C. $S = (-2; 0)$.

D. $S = (-1; 2)$.

Câu 46 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{2016}{2017}}(1-x) < 0$.

A. $S = (-\infty; 0)$.

B. $S = (-\infty; 0]$.

C. $S = (0; +\infty)$.

D. $S = (0; 1)$.

Câu 47 (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội - Lần 5). Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\frac{1 - \log_{\frac{1}{2}}(-x)}{\sqrt{-2-6x}} < 0$ là

A. $\left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right]$.

B. $\left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 48 (THPT Nguyễn Huệ, Huế, lần 2). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) + 1 > \log_5(x^2 + 4x + m)$.

A. $m \in [-13; 12]$.

B. $m \in [-13; -12]$.

C. $m \in [-12; 13]$.

D. $m \in [12; 13]$.

Câu 49 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_2 \frac{2x+3}{x+1}\right) \geq 0$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Câu 50 (THPT EaRôk, Đắk Lắk, lần 2). Cho $0 < a \neq 1$. Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $2 \log_a(23x - 23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15)$, biết bất phương trình có một nghiệm là $x = \frac{15}{2}$.

A. $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$.

B. $T = (2; 8)$.

C. $T = (2; 19)$.

D. $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$.

Câu 51 (THPT Quốc Thái, An Giang). Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

A. $m > 0$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 52 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Cho $0 < \alpha < 1$. Tìm tập nghiệm X của bất phương trình $x^{\log_\alpha(\alpha x)} \geq (\alpha x)^4$.

A. $X = \left[\alpha^4; \frac{1}{\alpha}\right]$.

B. $X = \left(0; \frac{1}{\alpha}\right]$.

C. $X = [\alpha^4; +\infty)$.

D. $X = \left[\alpha^4; \frac{1}{\alpha}\right)$.

Câu 53 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Xét a, b là những số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = -\log_{\frac{2}{b}}(a^2) + 45 \log_b\left(\frac{b}{a}\right)$.

A. $\max P = -\frac{219}{4}$.

B. $\max P = -54$.

C. $\max P = -55$.

D. $\max P = -60$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.C	5.C	6.B	7.D	8.C	9.A
10.B	11.A	12.A	13.D	14.C	15.D	16.A	17.D	18.D
19.C	20.C	21.B	22.C	23.B	24.B	25.B	26.D	27.A
28.C	29.A	30.A	31.B	32.A	33.D	34.C	35.A	36.A
37.C	38.D	39.A	40.C	41.C	42.B	43.C	44.D	45.B
46.A	47.C	48.C	49.D	50.C	51.B	52.A	53.C	

Chủ đề 8

CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ

1 PHƯƠNG PHÁP

A. Định nghĩa: Lãi kép là phần lãi của kì sau được tính trên số tiền gốc kì trước cộng với phần lãi của kì trước.

B. Công thức: Giả sử số tiền gốc là A ; lãi suất $r\%$ /kì hạn gửi (có thể là tháng, quý hay năm).

- Số tiền nhận được cả gốc và lãi sau n kì hạn gửi là $A(1 + r)^n$.
- Số tiền lãi nhận được sau n kì hạn gửi là $A(1 + r)^n - A = A[(1 + r)^n - 1]$.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Bà Mai gửi 50 triệu vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất là $8\%/năm$. Tính số tiền lãi thu được sau 15 năm.

Bài 2. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý (*một quý bằng ba tháng*). Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi quý số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho quý tiếp theo. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được 1 năm sau khi gửi tiền (cả vốn lẫn lãi) là (làm tròn 2 chữ số sau dấu phẩy)?

Bài 3. Bác An đem gửi tổng số tiền 320 triệu đồng ở hai loại kỳ hạn khác nhau. Bác gửi 140 triệu đồng theo kỳ hạn ba tháng với lãi suất $2,1\%$ một quý. Số tiền còn lại bác An gửi theo kỳ hạn một tháng với lãi suất $0,73\%$ một tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi kỳ hạn số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho kỳ hạn tiếp theo. Sau 15 tháng kể từ ngày gửi bác An đi rút tiền. Tính gần đúng đến hàng đơn vị tổng số tiền lãi thu được của bác An.

Bài 4 (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017). Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $6\%/năm$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả sử trong suốt thời gian gửi lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

Bài 5 (ĐỀ CHÍNH THỨC 2016 – 2017). Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

Bài 6. Anh Nam mong muốn rằng sau 6 năm sẽ có 2 tỷ để mua nhà. Hỏi anh Nam phải gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiền tiết kiệm như nhau hàng năm là bao nhiêu, biết rằng lãi suất của ngân hàng là 8%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

Bài 7. Ông A muốn sau 5 năm có 1.000.000.000 đồng để mua ô tô **Camry**. Hỏi rằng ông A phải gửi ngân hàng mỗi tháng (số tiền như nhau) là bao nhiêu? Biết lãi suất hằng tháng là 0.5%/tháng và tiền lãi sinh ra hằng tháng được nhập vào tiền vốn.

Bài 8 (ĐỀ MINH HỌA 2016 – 2017). Ông Việt vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông Việt sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông Việt hoàn nợ.

Bài 9. Một người đàn ông vay vốn ngân hàng với số tiền 100.000.000 đồng. Người đó dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ; Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi, theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

Bài 10. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày, lượng bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

Bài 11. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{N \cdot r}$ (trong đó A : là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

Bài 12. Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức hợp tác và phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng khi nhiệt độ trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%, còn khi nhiệt độ trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng nếu nhiệt độ trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$ (trong đó a, k là các hằng số dương). Nhiệt độ trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 20%?

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1 (THPTQG 2017). Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 13 năm. B. 14 năm. C. 12 năm. D. 11 năm.

Câu 2 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ – YÊN LẠC). Ông An đầu tư vào thị trường bán lẻ số tiền là x (tỉ đồng), lợi nhuận của ông được xác định bởi hàm số $y = (2e - x) \log x$. Hỏi số tiền đầu tư bằng bao nhiêu thì lợi nhuận thu được là lớn nhất?

- A. $e + 1$ tỉ đồng. B. $e - 1$ tỉ đồng. C. e tỉ đồng. D. $3e$ tỉ đồng.

Câu 3 (SỞ GD-ĐT LONG AN). Một công nhân làm việc trong một công ty với mức lương khởi điểm là 3 triệu đồng/tháng. Cứ sau 3 năm thì mức lương được tăng lên thêm 33% so với mức lương cũ. Nếu công nhân này làm việc liên tục trong 15 năm thì tổng số tiền công nhân đó nhận được là bao nhiêu? (lấy kết quả gần đúng nhất)

- A. 449, 450 triệu đồng.
C. 1034, 699 triệu đồng.

- B. 1484, 149 triệu đồng.
D. 597, 769 triệu đồng.

Câu 4 (THPT Quốc Học, Quy Nhơn). Một bác nông dân cần tích lũy một số tiền để 10 năm sau cho con đi học đại học. Bác bắt đầu gửi tiết kiệm 20 000 000 đồng theo thể thức lãi kép kỳ hạn 6 tháng với lãi suất là 8,5% một năm. Sau 5 năm 8 tháng, bác gửi thêm vào chính sổ tiết kiệm đó 100 000 000 đồng nữa, cũng với kỳ hạn và lãi suất như trên. Tính tổng số tiền bác nhận được sau 10 năm kể từ khi mở sổ tiết kiệm (làm tròn đến hàng đơn vị). Biết rằng bác không rút vốn cũng như lãi trong suốt thời gian trên và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng sẽ tính lãi suất theo loại không kỳ hạn là 0,01% một ngày (một tháng tính 30 ngày).

- A. 190 997 779 đồng. B. 187 173 278 đồng. C. 365 249 952 đồng. D. 275 868 758 đồng.

Câu 5 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Ông An dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông An gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

- A. 145 triệu đồng. B. 154 triệu đồng. C. 140 triệu đồng. D. 150 triệu đồng.

Câu 6 (THPT Thạch Thành 1-Thanh Hóa). Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

- A. 19 phút. B. 12 phút. C. 7 phút. D. 48 phút.

Câu 7 (THPTQG 2017). Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

- A. Năm 2023. B. Năm 2022. C. Năm 2021. D. Năm 2020.

Câu 8 (Sở GD và ĐT Lâm Đồng (HKII)). Ông Nam bắt đầu đi làm cho công ty A với mức lương khởi điểm là 5 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông Nam được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm cho công ty, tổng số tiền lương ông Nam nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

- A. 4293, 61 triệu đồng. B. 3016, 20 triệu đồng. C. 3841, 84 triệu đồng. D. 2873, 75 triệu đồng.

Câu 9 (Sở GD-ĐT Yên Bái). Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12% năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 12 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng nghìn). Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

- A. 8 588 000 đồng. B. 8 885 000 đồng. C. 8 858 000 đồng. D. 8 884 000 đồng.

Câu 10 (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An, lần 4). Theo số liệu từ Tổng cục thống kê, dân số Việt Nam năm 2015 là 91,7 triệu người. Giả sử tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam giai đoạn từ năm 2015 đến 2035 ở mức không đổi là 1,1%. Hỏi đến năm nào dân số Việt Nam đạt mức 113 triệu người?

- A. Năm 2034. B. Năm 2033. C. Năm 2032. D. Năm 2031.

Câu 11 (THPT Ngô Sĩ Liên, Bắc Giang -Học kì II). Một người gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 4% một tháng, sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào vốn. Sau khi gửi được một năm, người đó rút tiền thì tổng số tiền người đó nhận được là bao nhiêu?

- A. $100 \cdot (1,004)^{12}$ (triệu đồng). B. $100 \cdot (1 + 12 \times 0,04)^{12}$ (triệu đồng).
C. $100 \cdot (1 + 0,04)^{12}$ (triệu đồng). D. $100 \times 1,004$ (triệu đồng).

Câu 12 (THPT CHUYÊN THÁI BÌNH 2016-2017-LẦN 5). Một người gửi vào ngân hàng 6 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép, kì hạn một năm với lãi suất 7,56%/năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì người đó sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số tiền gửi đó?

- A. 8. B. 10. C. 9. D. 7.

Câu 13 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 2). Một người vay ngân hàng 200.000.000 theo hình thức trả góp hàng tháng trong 48 tháng, sau khi vay một tháng là bắt đầu thực hiện việc trả tiền. Lãi suất ngân hàng cố định là 0,8%/tháng. Mỗi tháng, người đó phải trả số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia đều cho 48, và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi người đó phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

- A. 38.400.000 đồng. B. 10.451.777 đồng. C. 76.800.000 đồng. D. 39.200.000 đồng.

Câu 14 (THPT Chuyên Hà Tĩnh, lần 2). Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được tính theo công thức $m(t) = m_0 e^{-kt}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ, $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ còn lại sau thời gian t , k là hằng số phóng xạ phụ thuộc vào từng loại chất. Biết chu kì bán rã của ^{14}C là khoảng 5730 năm (tức là một lượng ^{14}C sau 5730 năm thì còn lại một nửa). Người ta tìm được trong một mẫu đồ cổ một lượng cacbon và xác định được là nó đã mất đi khoảng 25% lượng cacbon ban đầu của nó. Hỏi mẫu đồ cổ nói trên có bao nhiêu năm tuổi?

- A. 2300 năm. B. 2378 năm. C. 2387 năm. D. 2400 năm.

Câu 15 (Sở GD và ĐT Cần Thơ, mã đề 317). Ông An gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,85%/tháng. Sau 9 tháng kể từ ngày bắt đầu gửi tiền, ngân hàng thông báo với ông An lãi suất được tăng thêm 0,09%/tháng. Thấy tiền lãi có tăng, ông An gửi thêm 50 triệu đồng vào vốn hiện có của mình trong ngân hàng này. Hỏi sau ba năm, kể từ lúc bắt đầu gửi tiền, tổng số tiền ông An rút được từ ngân hàng này là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng)?

- A. 335232000 đồng. B. 352623000 đồng. C. 342227000 đồng. D. 327292000 đồng.

Câu 16 (Chuyên Lê Quý Đôn - Vũng Tàu). Bác Hoàng gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất 8%/năm. Hỏi sau bao nhiêu năm, bác Hoàng sẽ có ít nhất 50 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu (giả sử lãi suất không thay đổi)?

- A. 13 năm. B. 14 năm. C. 15 năm. D. 16 năm.

Câu 17 (Sở Đà Nẵng). Một người gửi tiết kiệm 700 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,5%/tháng (lãi tính theo từng tháng và cộng dồn vào gốc). Kể từ lúc gửi cứ sau 1 tháng anh ta rút ra 10 triệu đồng để chi tiêu (tháng cuối cùng nếu tài khoản không đủ 10 triệu thì rút hết). Hỏi sau thời gian bao lâu kể từ ngày gửi tiền, tài khoản tiền gửi của người đó về 0 đồng? (Giả sử lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình người đó gửi tiết kiệm).

- A. 87 tháng. B. 85 tháng. C. 86 tháng. D. 84 tháng.

Câu 18 (Chuyên Nguyễn Trãi, Hải Dương, lần 4). Một người đem gửi tiết kiệm ở ngân hàng với lãi suất 12% năm. Biết rằng, cứ sau mỗi quý (3 tháng) thì lãi sẽ được cộng dồn vào tiền gốc. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền (bao gồm cả tiền gốc và tiền lãi) gấp ba lần số tiền ban đầu?

- A. 10 năm rưỡi. B. 9 năm. C. 9 năm rưỡi. D. 10 năm.

Câu 19 (THPT Minh Khai, Hà Nội). Anh K có dự định vay số tiền 600 triệu đồng để mua nhà với lãi suất không đổi là 1% trên tháng. Kể từ ngày vay, sau mỗi tháng anh K trả đủ tiền lãi của tháng đó và trả thêm 6 triệu tiền gốc. Hỏi đến lúc hết nợ thì tổng số tiền lãi mà anh K phải trả là bao nhiêu?

- A. 300 triệu đồng. B. 303 triệu đồng. C. 321 triệu đồng. D. 301 triệu đồng.

Câu 20 (THPT Hải An-Hải Phòng). Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của một cái cây nào đó bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Biết rằng nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cái cây sinh trưởng từ t năm

trước đây thì $P(t)$ được tính theo công thức $P(t) = 100.(0,5)^{\frac{t}{5750}}(\%)$.

Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 65%. Hãy tính niên đại của công trình kiến trúc đó.

- A. 3574 năm. B. 3578 năm. C. 3580 năm. D. 3570 năm.

Câu 21 (THPT Hậu Lộc, Thanh Hoá, lần 3). Hai anh em An và Bình cùng vay tiền ở ngân hàng với lãi suất 0,65% tháng với tổng số tiền vay là 500 triệu đồng. Giả sử mỗi tháng hai người đều trả ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết tiền gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 6 tháng và Bình cần 9 tháng. Hỏi tổng số tiền mà hai anh em An và Bình phải trả ở tháng thứ nhất cho ngân hàng là bao nhiêu? (là tròn đến hàng đơn vị).

- A. 68.586.308 đồng. B. 45.689.569 đồng. C. 68.586.309 đồng. D. 45.586.000 đồng.

Câu 22 (THPT Mỹ Đức A, Hà Nội). Do điều kiện gia đình khó khăn nên bạn Nam được ngân hàng tạo điều kiện vay tiền đi học đại học trong 4 năm dưới hình thức sau: Vào đầu mỗi năm học, bạn Nam được ngân hàng cho vay 10 triệu đồng với lãi suất 6% một năm. Sau khi học xong đại học, Nam phải bắt đầu trả nợ cho ngân hàng theo hình thức trả góp mỗi tháng một số tiền không đổi, với lãi suất 0,65% một tháng trong vòng 5 năm. Hỏi mỗi tháng, Nam cần phải trả cho ngân hàng bao nhiêu tiền (Kết quả làm tròn tới nghìn đồng)?

- A. 936 000 đồng. B. 935 000 đồng. C. 935 803 đồng. D. 708 000 đồng.

Câu 23 (THPT Chuyên Biên Hòa, Hà Nam, lần 3). Một sinh viên ra trường đi làm vào ngày 1/1/2017 với mức lương khởi điểm là m triệu đồng/1 tháng và cứ sau 2 năm lại được tăng thêm 10% và chi tiêu hàng tháng của anh ta là 40% của lương. Anh ta dự định mua một căn nhà có giá trị tại thời điểm ngày 1/1/2017 là 1 tỷ đồng và cũng sau 2 năm thì giá trị căn nhà tăng thêm 5%. Với m bằng bao nhiêu thì sau 10 năm đi làm anh ta mua được ngôi nhà đó, biết rằng mức tăng lương và mức tăng giá trị ngôi nhà là không đổi (kết quả quy tròn đến chữ số hàng đơn vị).

- A. 21.776.219 đồng. B. 12.945.443 đồng. C. 14.517.479 đồng. D. 11.487.188 đồng.

Câu 24 (THPT Thị xã Quảng Trị, lần 1). Sau một thời gian làm việc, chị An có một số vốn là 450 triệu đồng. Chị An chia số tiền thành hai phần và gửi ở hai ngân hàng Agribank và Sacombank theo phương thức lãi kép. Số tiền ở phần thứ nhất chị An gửi ở ngân hàng Agribank với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 18 tháng. Số tiền ở phần thứ hai chị An gửi ở ngân hàng Sacombank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 10 tháng. Tổng số tiền lãi thu được ở hai ngân hàng là 50,01059203 triệu. Hỏi số tiền chị An đã gửi ở mỗi ngân hàng Agribank và Sacombank là bao nhiêu?

- A. 280 triệu và 170 triệu. B. 170 triệu và 280 triệu.
C. 200 triệu và 250 triệu. D. 250 triệu và 200 triệu.

Câu 25 (Sở GD và ĐT Phú Thọ, lần 2). Ông Anh muốn mua một chiếc ô tô trị giá 700 triệu đồng nhưng ông chỉ có 500 triệu đồng và muốn vay ngân hàng 200 triệu đồng theo phương thức trả góp hàng tháng (trả tiền vào cuối tháng) với lãi suất 0,75%/tháng. Biết mỗi tháng số tiền ông Anh trả ngân hàng là như nhau. Hỏi hàng tháng, ông Anh phải trả số tiền là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng) để sau đúng 2 năm thì trả hết nợ ngân hàng?

- A. 9136000 đồng. B. 9971000 đồng. C. 9137000 đồng. D. 9970000 đồng.

Câu 26 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam duy trì ở mức 1,06% và dân số Việt Nam năm 2014 là 90728600 người (theo số liệu của tổng cục thống kê Việt Nam). Với tốc độ tăng dân số như thế thì vào năm 2050 dân số Việt Nam là bao nhiêu?

- A. 153712400 người. B. 132616875 người. C. 160663675 người. D. 134022614 người.

Câu 27 (THPT Quốc Thái, An Giang). Đầu năm 2003 dân số Việt Nam là 80 902 400 người. Hỏi đến đầu năm 2020 dân số Việt Nam là bao nhiêu? Giả sử rằng tỷ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 1,23%.

- A. 98 380 538 người. B. 99 590 619 người. C. 97 819 092 người. D. 100 815 584 người.

Câu 28 (THPT Chuyên Hùng Vương, Gia Lai, lần 3). Một người gửi tiền vào ngân hàng với hình thức lãi kép theo lãi suất 1%/tháng. Vào ngày mùng 5 của mỗi tháng, người đó gửi vào

ngân hàng 10 triệu đồng. Tính số tiền người đó nhận được sau 2 năm (lấy gần đúng 2 chữ số thập phân).

- A. 240,23 triệu đồng. B. 292,34 triệu đồng. C. 279,54 triệu đồng. D. 272,43 triệu đồng.

Câu 29 (THPT CHUYÊN SƠN LA, LẦN 4). Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số lượng vi khuẩn sau 10 giờ?

- A. 1000. B. 850. C. 800. D. 900.

Câu 30 (THPT Kim Liên, Hà Nội, lần 3). Theo thống kê từ sổ du lịch Hà nội, năm 2016 doanh thu từ ngành du lịch Hà Nội đạt khoảng 55 nghìn tỷ đồng. Dự báo giai đoạn 2016 - 2020 doanh thu từ du lịch Hà Nội tăng ổn định đạt 15,5%/ 1 năm. Hỏi theo dự báo năm 2020 doanh thu từ du lịch Hà Nội đạt khoảng bao nhiêu tỷ đồng?

- A. 75 nghìn tỷ đồng. B. 113 nghìn tỷ đồng. C. 98 nghìn tỷ đồng. D. 66 nghìn tỷ đồng.

Câu 31 (THPT Phù Cừ - Hưng Yên, lần 1). Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng nạp được tính theo công thức

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{3}{2}t}\right)$$

với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa (pin đầy). Nếu điện thoại nạp pin từ lúc cạn pin (tức là dung lượng pin lúc bắt đầu nạp là 0 %) thì sau bao lâu sẽ nạp được 98 % (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. $t \approx 1,94$ h. B. $t \approx 2,61$ h. C. $t \approx 1,54$ h. D. $t \approx 2$ h.

Câu 32 (THPT Thạch Thành 1, Thanh Hóa, lần 2). Ông A vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua nhà theo phương thức trả góp với lãi suất 0,5%/tháng. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất ông hoàn nợ cho ngân hàng 5.600.000 đồng và chịu số tiền lãi chưa trả. Hỏi sau bao nhiêu tháng ông A sẽ trả hết số tiền đã vay?

- A. 63 tháng. B. 65 tháng. C. 62 tháng. D. 64 tháng.

Câu 33 (TRƯỜNG THPT ĐÔNG ANH). Ông Kim muốn mua một chiếc xe Mazda giá 600 triệu đồng của công ty Vina Mazda, nhưng vì chưa đủ tiền nên ông đã quyết định chọn mua hình thức trả góp với lãi suất là 3,4% tháng và trả trước 50 triệu đồng ngay sau khi mua. Hỏi mỗi tháng ông sẽ phải trả cho công ty Vina Mazda số tiền là bao nhiêu để sau hai năm ông Kim hết nợ?

- A. 32,825 triệu đồng. B. 34,230 triệu đồng. C. 33,800 triệu đồng. D. 33,891 triệu đồng.

Câu 34 (TRƯỜNG THPT TRẦN PHÚ – YÊN LẠC). Một công nhân làm việc cho một công ty với mức lương thử việc là 3 triệu đồng/tháng. Sau 2 năm, anh ta được nhận vào làm chính thức và kể từ đó, mức lương (trả theo tháng) của năm sau cao hơn năm trước là 5 %. Hỏi sau 20 năm làm việc liên tục, mức lương của công nhân đó (làm tròn đến hàng đơn vị) là bao nhiêu?

- A. 7 580 851 đồng/tháng. B. 7 219 858 đồng/tháng.
C. 5 700 000 đồng/tháng. D. 5 850 000 đồng/tháng.

Câu 35 (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội - Lần 5). Tháp Eiffel ở pháp cao 300 m, được làm hoàn toàn bằng sắt và nặng khoảng 8.000.000 kg. Người ta làm một mô hình thu nhỏ của tháp với cùng chất liệu và cân nặng khoảng 1 kg. Hỏi chiều cao của mô hình là bao nhiêu?

- A. 1,5 m. B. 2 m. C. 0,5 m. D. 3 m.

ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.B	5.A	6.C	7.C	8.C	9.B
10.A	11.C	12.B	13.D	14.B	15.C	16.D	17.A	18.C
19.B	20.A	21.C	22.A	23.C	24.A	25.C	26.B	27.B
28.D	29.D	30.C	31.B	32.A	33.D	34.B	35.A	