

(Đề thi gồm 50 câu, trong 6 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên:Số báo danh:Mã đề thi 001**Câu 1.** Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 3, 4, 5 là

- A. 60. B. 20. C. 30. D. 10.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A.
- $m \in (1; 2]$
- . B.
- $m \in [1; 2)$
- . C.
- $m \in (1; 2)$
- . D.
- $m \in [1; 2]$
- .

Câu 3. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 10 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 12 là

- A. 120. B. 40. C. 60. D. 20.

Câu 4. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là

- A.
- $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$
- . B.
- $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$
- . C.
- $\frac{\pi a^3}{3}$
- . D.
- $\frac{\pi a^3}{6}$
- .

Câu 5. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

- A.
- 12π
- . B.
- 42π
- . C.
- 24π
- . D.
- 36π
- .

Câu 6. Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

- A. 4. B.
- A_{12}^3
- . C.
- C_{12}^3
- . D.
- P_3
- .

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 8. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^2} a^3$ bằng

- A.
- $\frac{3}{2}$
- . B.
- $\frac{2}{3}$
- . C. 8. D. 6.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

- A.
- $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2}$
- . B.
- $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 1$
- . C.
- $f'(x) = 2^x + 1$
- . D.
- $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$
- .

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-4}$ là

- A. $[-1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 11. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Câu 12. Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

- A. 60π . B. 45π . C. 180π . D. 15π .

Câu 13. Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Câu 14. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng 4 là

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. 256π . D. $\frac{64\pi}{3}$.

Câu 15. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 là

- A. 4. B. 24. C. 12. D. 8.

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- A. $\max_{[-1;1]} y = \frac{-(\ln 2 + 1)}{2}$. B. $\max_{[-1;1]} y = 1 - e^2$.
C. $\max_{[-1;1]} y = -(1 + e^{-2})$. D. $\max_{[-1;1]} y = \frac{\ln 2 + 1}{2}$.

Câu 17. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối hộp đã cho là

- A. $V = \sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 18. Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2\sqrt{x^2 - 1} + 1}{x}$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 19. Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỷ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 20. Cho $a = \log_2 5$. Tính $\log_4 1250$ theo a .

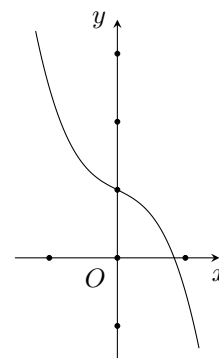
- A. $\frac{1 - 4a}{2}$. B. $\frac{1 + 4a}{2}$. C. $2(1 + 4a)$. D. $2(1 - 4a)$.

Câu 21. Cho hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh là $2a$, góc ở đỉnh của hình nón bằng 60° . Thể tích V của khối nón đã cho là

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \pi\sqrt{3}a^3$. C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 22.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng



- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = -2f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-4; 2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-2; -1)$. D. $(2; 4)$.

Câu 24. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 B. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 C. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 D. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 25. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà SAC là tam giác đều cạnh a .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 27. Cho a và b lần lượt là số hạng thứ hai và thứ mười của một cấp số cộng có công sai d .

Giá trị của biểu thức $\log_2 \frac{b-a}{d}$ là một số nguyên có số ước tự nhiên bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 28. Bất phương trình $\log_3(x^2 - 2x) > 1$ có tập nghiệm là

- A. $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. B. $S = (-1; 3)$.
 C. $S = (3; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -1)$.

Câu 29. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $S.ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Câu 30. Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d có hệ số góc âm. B. d có hệ số góc dương.
C. d song song với đường thẳng $y = -4$. D. d song song với trục Ox .

Câu 31. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đỉnh S và đáy là tam giác ABC . Gọi V là thể tích của khối chóp. Mặt phẳng đi qua trọng tâm của ba mặt bên của khối chóp chia khối chóp thành hai phần. Tính theo V thể tích của phần chứa đáy của khối chóp.

- A. $\frac{37}{64}V$. B. $\frac{27}{64}V$. C. $\frac{19}{27}V$. D. $\frac{8}{27}V$.

Câu 32. Cho mặt cầu S tâm O , bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo một đường tròn (C) . Hình nón (N) có đáy là (C) , đỉnh thuộc (S) , đỉnh cách (P) một khoảng lớn hơn 2. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu S và khối nón (N) .

Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{32}{9}$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m < 1$. B. $m \leq 0$. C. $m < 0$. D. $0 < m < 1$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{C} = 60^\circ$, $AC = 2$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách d giữa SM và BC là

- A. $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$. B. $d = \frac{2\sqrt{21}}{7}$. C. $d = \frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $d = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

Câu 35. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \cos x - 1}{3 + \cos x}$.

Tổng $M + m$ là

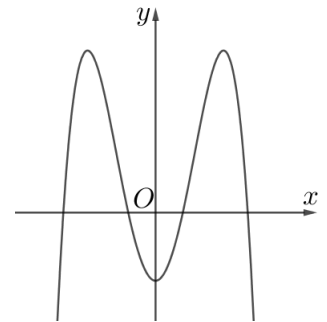
- A. $-\frac{7}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 36.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.



Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = AD\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB . Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 38. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = -(x - 1)^3 + 3m^2(x - 1) - 2$$

có hai điểm cực trị cách đều gốc tọa độ. Tổng các giá trị tuyệt đối của tất cả các phần tử thuộc S là

A. 4.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. 5.

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) lần lượt có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ và $(x+1)^2 + y^2 = 1$. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ đi qua tâm của (C_1) , đi qua tâm của (C_2) và có các đường tiệm cận tiếp xúc với cả (C_1) và (C_2) . Tổng $a+b+c$ là

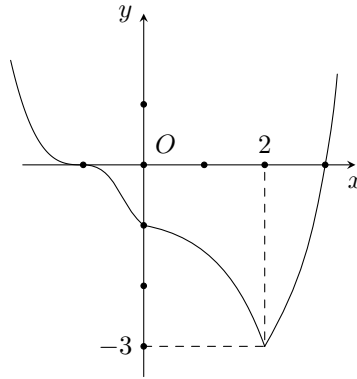
A. 8.

B. 2.

C. -1.

D. 5.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2f(x) + x^2 > 4x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 3)$.

A. $m < -3$.B. $m < -10$.C. $m < -2$.D. $m < 5$.

Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 + 2(m-2)x^2 - 5x + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -2$.

A. $\frac{7}{2}$.

B. -1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 5.

Câu 42. Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Biết $\log \sin x + \log \cos x = -1$ và $\log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$. Giá trị của n là

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 15.

Câu 43. Số nghiệm của phương trình $50^x + 2^{x+5} = 3 \cdot 7^x$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 44. Cho tứ giác $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CA, AD lần lượt lấy 3; 4; 5; 6 điểm phân biệt khác các điểm A, B, C, D . Số tam giác phân biệt có các đỉnh là các điểm vừa lấy là

A. 781.

B. 624.

C. 816.

D. 342.

Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 2, điểm M thuộc cạnh SA sao cho $SA = 4SM$ và SA vuông góc với mặt phẳng (MBC) . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{2}{3}$.B. $V = \frac{2\sqrt{5}}{9}$.C. $\frac{4}{3}$.D. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 46. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính theo R thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.B. $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.C. $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.D. $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Câu 47. Biết $\log_2 \left(\sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) - 2 \right) = a + \log_c b$ với a, b, c là các số nguyên và $a > b > c > 1$.

Tổng $a + b + c$ là

A. 203.

B. 202.

C. 201.

D. 200.

Câu 48. Số giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(0; 2020)$ để phương trình

$$||x - 1| - |2019 - x|| = 2020 - m$$

có nghiệm là

A. 2020.

B. 2021.

C. 2019.

D. 2018.

Câu 49. Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m + n$ là

A. 12.

B. 13.

C. 11.

D. 10.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ ($m \neq 0$). Chia $f(x)$ cho $x - 2$ được phần dư bằng 2019, chia $f'(x)$ cho $x - 2$ được phần dư là 2018. Gọi $g(x)$ là phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x - 2)^2$. Giá trị của $g(-1)$ là

A. -4033.

B. -4035.

C. -4039.

D. -4037.

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI THỬ KÌ THI THPT QUỐC GIA
LẦN THỨ 1 - NĂM HỌC: 2018 - 2019
MÔN: TOÁN - SỞ GDĐT NINH BÌNH

Câu 1. Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 3, 4, 5 là

- A** 60. **B** 20. **C** 30. **D** 10.

Lời giải.

$$V = abc = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60.$$

Chọn đáp án **A**

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A** $m \in (1; 2]$. **B** $m \in [1; 2)$. **C** $m \in (1; 2)$. **D** $m \in [1; 2]$.

Lời giải.

Phương trình $f(x) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow 1 < m < 2$

Chọn đáp án **C**

Câu 3. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 10 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 12 là

- A** 120. **B** 40. **C** 60. **D** 20.

Lời giải.

$$V = Sh = 10 \cdot 12 = 120$$

Chọn đáp án **A**

Câu 4. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là

- A** $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$. **B** $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **C** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D** $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

$$R_{\text{cầu}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R_{\text{cầu}}^3 = \frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$$

Chọn đáp án **B**

Câu 5. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

(A) 12π .

(B) 42π .

(C) 24π .

(D) 36π .

Lời giải.

$$S_{xq} = 2\pi rl = 24\pi.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 6. Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

(A) 4.

(B) A_{12}^3 .

(C) C_{12}^3 .

(D) P_3 .

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

(B) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(C) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

(D) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \in D \text{ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.}$$

Chọn đáp án (D)

Câu 8. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^2} a^3$ bằng

(A) $\frac{3}{2}$.

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) 8.

(D) 6.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

(A) $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2}$. (B) $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 1$. (C) $f'(x) = 2^x + 1$.

(D) $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-4}$ là

(A) $[-1; +\infty)$.

(B) $\mathbb{R}$.

(C) $(1; +\infty)$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = (x-1)^{-4}$ xác định $\Leftrightarrow x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Chọn đáp án (D)

Câu 11. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

(A) $x = -1$.

(B) $x = 1$.

(C) $x = -3$.

(D) $x = 3$.

Lời giải.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$			
y'	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	10	$\searrow$	$-\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$

Chọn đáp án (B)

Câu 12. Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

(A) 60π .

(B) 45π .

(C) 180π .

(D) 15π .

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 13. Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

(A) $S = \{3\}$.

(B) $S = \{2\}$.

(C) $S = \{0\}$.

(D) $S = \{-2\}$.

Lời giải.

$$5^{x+2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 5^{x+2} = 1 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Chọn đáp án (D)

Câu 14. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng 4 là

(A) $\frac{256\pi}{3}$.

(B) 64π .

(C) 256π .

(D) $\frac{64\pi}{3}$.

Lời giải.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{256\pi}{3}$$

Chọn đáp án (A)

Câu 15. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 là

(A) 4.

(B) 24.

(C) 12.

(D) 8.

Lời giải.

$$V = \frac{1}{3}Sh = 8.$$

Chọn đáp án (D)

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

(A) $\max_{[-1;1]} y = \frac{-(\ln 2 + 1)}{2}$.

(B) $\max_{[-1;1]} y = 1 - e^2$.

(C) $\max_{[-1;1]} y = -(1 + e^{-2})$.

(D) $\max_{[-1;1]} y = \frac{\ln 2 + 1}{2}$.

Lời giải.

$$y' = 1 - 2e^{2x}, y' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ln 2.$$

x	-1	$-\frac{1}{2} \ln 2$	1
y'	+	0	-
y	$y(-1)$	$y\left(-\frac{1}{2} \ln 2\right)$	$y(1)$

$$\max_{[-1;1]} y = y\left(-\frac{1}{2} \ln 2\right) = \frac{-(\ln 2 + 1)}{2}$$

Chọn đáp án (A)

Câu 17. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối hộp đã cho là

- (A) $V = \sqrt{6}a^3$. (B) $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. (C) $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. (D) $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Lời giải.

$$V = Sh = \frac{AC \cdot BD}{2} \cdot AA' = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3.$$

Chọn đáp án (C)

Câu 18. Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2\sqrt{x^2 - 1} + 1}{x}$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Từ đó suy ra hàm số không có tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{x^2 - 1} + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} - \frac{1}{x}}{\frac{x}{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2\sqrt{x^2 - 1} + 1}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} - \frac{1}{x}}{\frac{x}{x}} = -2$$

Suy ra hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 2$ và $y = -2$.

Chọn đáp án (C)

Câu 19. Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỷ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

- (A) $\frac{2}{3}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Hai nửa khối cầu ghép lại được khối cầu có thể tích là

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4\pi}{3}.$$

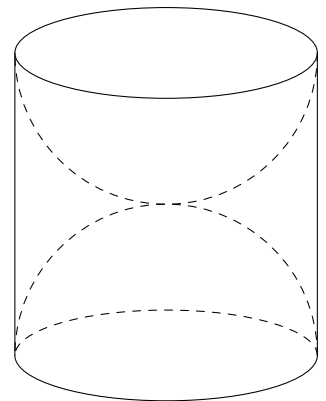
Thể tích của khối trụ tròn xoay ban đầu

$$V = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi.$$

Tỷ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

$$\frac{V - V_1}{V} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án (C)



Câu 20. Cho $a = \log_2 5$. Tính $\log_4 1250$ theo a .

- ☐ (A) $\frac{1-4a}{2}$.
 ☒ (B) $\frac{1+4a}{2}$.
 ☐ (C) $2(1+4a)$.
 ☐ (D) $2(1-4a)$.

Lời giải.

$$\log_4 1250 = \log_2^2 (2 \cdot 5^4) = \frac{1 + 4 \log_2 5}{2}.$$

Chọn đáp án ☒ (B)

Câu 21. Cho hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh là $2a$, góc ở đỉnh của hình nón bằng 60° . Thể tích V của khối nón đã cho là

- ☐ (A) $V = \frac{\pi a^3}{3}$.
 ☐ (B) $V = \pi \sqrt{3} a^3$.
 ☐ (C) $V = \pi a^3$.
 ☒ (D) $V = \frac{\pi \sqrt{3} a^3}{3}$.

Lời giải.

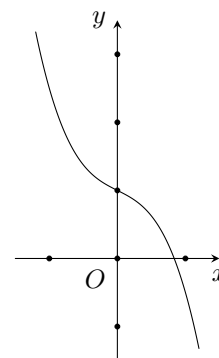
Tính được $r = a$, $h = a\sqrt{3}$ nên $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{\pi \sqrt{3} a^3}{3}$.

Chọn đáp án ☒ (D)

Câu 22.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng

- ☐ (A) $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.
 ☒ (B) $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.
 ☐ (C) $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$.
 ☐ (D) $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta có $a < 0$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $y' = 3ax^2 + 2bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow b^2 - 3ac < 0$.

Chọn đáp án ☒ (B)

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Hàm số $y = -2f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- ☐ (A) $(-4; 2)$.
 ☒ (B) $(-1; 2)$.
 ☐ (C) $(-2; -1)$.
 ☐ (D) $(2; 4)$.

Lời giải.

$y = g(x) = -2f(x) + 2019 \Rightarrow g'(x) = -2f'(x)$. Ta có bảng xét dấu đạo hàm của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-

Chọn đáp án ☒ (B)

Câu 24. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 (B) Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 (C) Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
 (D) Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Hình thang cân là tứ giác nội tiếp.

Chọn đáp án (C)

Câu 25. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà SAC là tam giác đều cạnh a .

- (A) $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. (B) $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. (C) $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. (D) $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Lời giải.

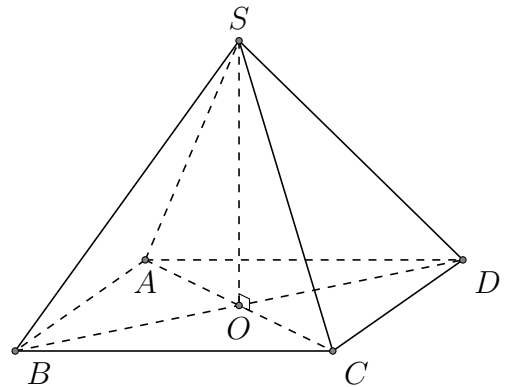
Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $SO \perp (ABCD)$.

ΔSAC là tam giác đều cạnh a nên tính được

$$SO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3.$$



Chọn đáp án (B)

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 (C) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

$f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có bảng xét dấu đạo hàm của hàm $y = f(x)$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -

Chọn đáp án (A)

Câu 27. Cho a và b lần lượt là số hạng thứ hai và thứ mười của một cấp số cộng có công sai d .

Giá trị của biểu thức $\log_2 \frac{b-a}{d}$ là một số nguyên có số ước tự nhiên bằng

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Gọi số hạng đầu của cấp số cộng là u_1 .

$$\text{Ta có } \log_2 \frac{b-a}{d} = \log_2 \frac{(u_1 + 9d) - (u_1 + d)}{d} = \log_2 8 = 3.$$

Chọn đáp án **(C)**

Câu 28. Bất phương trình $\log_3(x^2 - 2x) > 1$ có tập nghiệm là

(A) $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty).$

(B) $S = (-1; 3).$

(C) $S = (3; +\infty).$

(D) $S = (-\infty; -1).$

Lời giải.

$$\log_3(x^2 - 2x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 29. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $S.ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

(A) $V = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3.$

(B) $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3.$

(C) $V = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3.$

(D) $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3.$

Lời giải.

$$V = 2V_{S.ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 30. Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) d có hệ số góc âm.

(B) d có hệ số góc dương.

(C) d song song với đường thẳng $y = -4$.

(D) d song song với trục Ox .

Lời giải.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $x = -1$ là $y = y'(-1)(x + 1) + y(-1) = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

Câu 31. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đỉnh S và đáy là tam giác ABC . Gọi V là thể tích của khối chóp. Mặt phẳng đi qua trọng tâm của ba mặt bên của khối chóp chia khối chóp thành hai phần. Tính theo V thể tích của phần chứa đáy của khối chóp.

(A) $\frac{37}{64}V.$

(B) $\frac{27}{64}V.$

(C) $\frac{19}{27}V.$

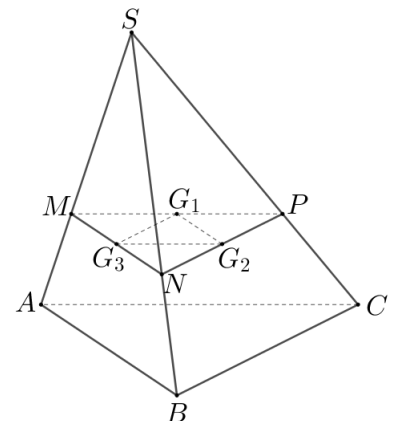
(D) $\frac{8}{27}V.$

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua ba trọng tâm G_1, G_2, G_3 là mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy (ABC) và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại các điểm M, N, P .

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

$$\text{Suy ra } V_{MNP.ABC} = V - V_{S.MNP} = V - \frac{8}{27}V = \frac{19}{27}V.$$



Chọn đáp án **C**

Câu 32. Cho mặt cầu S tâm O , bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo một đường tròn (C) . Hình nón (N) có đáy là (C) , đỉnh thuộc (S) , đỉnh cách (P) một khoảng lớn hơn 2. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu S và khối nón (N) .

Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) $\frac{16}{9}$.

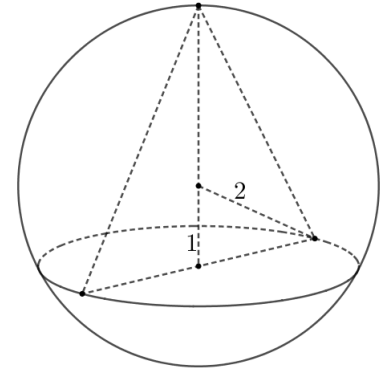
(D) $\frac{32}{9}$.

Lời giải.

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3_{\text{cầu}} = \frac{32}{3}\pi.$$

$$r_{\text{nón}} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

$$V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi r_{\text{nón}}^2 \cdot h = 3.$$



Chọn đáp án **D**

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất.

(A) $m < 1$.

(B) $m \leq 0$.

(C) $m < 0$.

(D) $0 < m < 1$.

Lời giải.

$$x^3 - 3mx + 2 = 0(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ m = \frac{x^3 + 2}{3x} \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 2}{3x}$ trên $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ta có $f'(x) = \frac{2x^3 - 2}{3x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f = f(x)$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 1	↗ $+\infty$	

Phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất $\Leftrightarrow m < 1$.

Chọn đáp án **A**

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $\widehat{C} = 60^\circ$, $AC = 2$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách d giữa SM và BC là

- (A)** $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$. **(B)** $d = \frac{2\sqrt{21}}{7}$. **(C)** $d = \frac{\sqrt{21}}{3}$. **(D)** $d = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

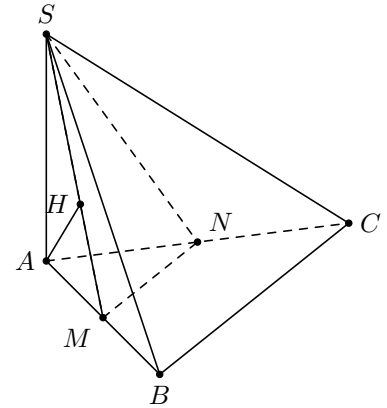
Lời giải.

Gọi N là trung điểm AC , H là hình chiếu của A trên SM . Khi đó $AH \perp (SMN)$. Lại có $BC \parallel (SMN)$ nên

$$d(SM, BC) = d(B, (SMN)) = d(A, (SMN)) = AH.$$

Ta có $AB = AC \sin C = \sqrt{3}$, $AH = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d(SM, BC) = \frac{\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 35. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \cos x - 1}{3 + \cos x}$.

Tổng $M + m$ là

- (A)** $-\frac{7}{3}$. **(B)** $\frac{1}{6}$. **(C)** $-\frac{5}{2}$. **(D)** $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$).

Xét hàm số $y = \frac{3t - 1}{t + 3}$ trên $[-1; 1]$. Ta có $y = \frac{10}{(t + 3)^2} > 0 \forall x \in [-1; 1]$.

Suy ra $M = \max_{[-1; 1]} y = y(1) = \frac{1}{2}$, $m = \min_{[-1; 1]} y = y(-1) = -2$. Khi đó, $M + m = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$.

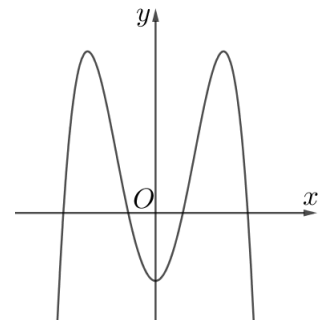
Chọn đáp án **(D)**

Câu 36.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)** $a < 0, b > 0, c < 0$. **(B)** $a < 0, b < 0, c > 0$.
(C) $a < 0, b > 0, c > 0$. **(D)** $a < 0, b < 0, c < 0$.



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta có $a < 0$.

Hàm số có ba cực trị nên $ab < 0$, suy ra $b > 0$.

$y(0) = c$. Dựa vào đồ thị ta có $c < 0$.

Chọn đáp án **(A)**

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = AD\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của AB . Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) bằng

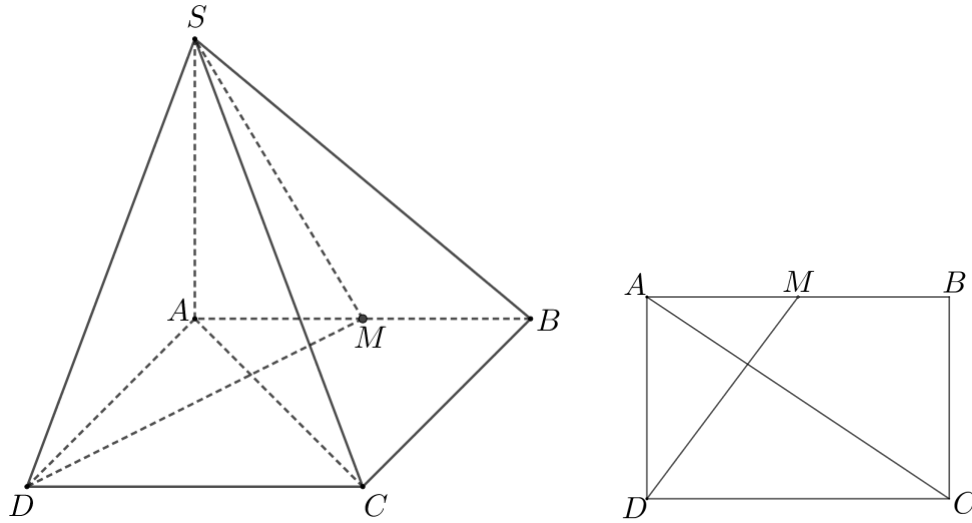
(A) 45° .

(B) 90° .

(C) 60° .

(D) 30° .

Lời giải.



Đặt $AD = a$. Ta tính được $AB = a\sqrt{2}$, $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, $DM = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Ta có:

$$\sin(\widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cos(\widehat{AMD}) = \frac{AM}{DM} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $\widehat{BAC} + \widehat{AMD} = 90^\circ$, hay $DM \perp AC$.

$\Rightarrow DM \perp (SAC) \Rightarrow (SDM) \perp (SAC) \Rightarrow ((SDM), (SAC)) = 90^\circ$.

Chọn đáp án (B)

Câu 38. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = -(x-1)^3 + 3m^2(x-1) - 2$$

có hai điểm cực trị cách đều gốc tọa độ. Tổng các giá trị tuyệt đối của tất cả các phần tử thuộc S là

(A) 4.

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) 1.

(D) 5.

Lời giải.

Ta có $y' = -3(x-1)^2 + 3m^2$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1+m \\ x = 1-m \end{cases}$. Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $(1+m; 2m^3-2)$ và $(1-m; -2m^3-2)$. Hai điểm này cách đều gốc tọa độ nên

$$(1+m)^2 + (2m^3-2)^2 = (1-m)^2 + (-2m^3-2)^2$$

$$\Leftrightarrow 4m^3 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $S = 1$.

Chọn đáp án (C)

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) lần lượt có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ và $(x+1)^2 + y^2 = 1$. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ đi qua tâm của (C_1) , đi qua tâm của (C_2) và có các đường tiệm cận tiếp xúc với cả (C_1) và (C_2) . Tổng $a+b+c$ là

(A) 8.

(B) 2.

(C) -1.

(D) 5.

Lời giải.

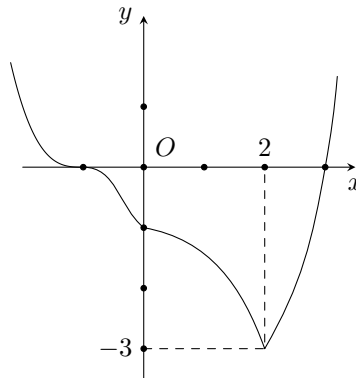
Đường tròn (C_1) có tâm là $I_1(1;2)$. Đường tròn (C_2) có tâm là $I_2(-1;0)$ thuộc đồ thị hàm số nên $a=b$.

Đồ thị đã cho có hai đường tiệm cận là $x=-c$ và $y=a$. Suy ra $I(-c;a)$ là tâm đối xứng của đồ thị. Vì hai đường tròn (C_1) , (C_2) cùng tiếp xúc với hai đường tiệm cận nên tâm của chúng nằm trên trục đối xứng của đồ thị hàm số, suy ra I là trung điểm I_1I_2 , do đó $a=1$, $c=0$.

Vậy $a+b+c=1+1+0=2$.

Chọn đáp án (B)

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2f(x) + x^2 > 4x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1;3)$.

(A) $m < -3$.

(B) $m < -10$.

(C) $m < -2$.

(D) $m < 5$.

Lời giải.

Ta có $\min_{(-1;3)} f(x) = -3$ nên $\min_{(-1;3)} 2f(x) = -6$, đạt được khi $x=2$. Mặt khác, parabol $g(x) = x^2 - 4x$ có hoành độ đỉnh là $x_0 = 2$ nên $\min_{(-1;3)} g(x) = g(2) = -4$. Suy ra $\min_{(-1;3)} (2f(x) + x^2 - 4x) = -10$.

Vậy bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-1;3)$ khi và chỉ khi $m < -10$.

Chọn đáp án (B)

Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 + 2(m-2)x^2 - 5x + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -2$.

(A) $\frac{7}{2}$.

(B) -1.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) 5.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 4(m-2)x - 5$, tam thức bậc hai này có $ac < 0$ nên nó có hai nghiệm trái dấu. Do đó hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị $x_1 < 0 < x_2$. Theo định lý Viète, $x_1 + x_2 = \frac{4(2-m)}{3}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} |x_1| - |x_2| = -2 &\Rightarrow (|x_1| - |x_2|)^2 = 4 \Rightarrow x_1^2 - 2|x_1x_2| + x_2^2 = 4 \\ \Rightarrow x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 4 &\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 = 4 \Rightarrow \frac{16(m-2)^2}{9} = 4 \\ \Rightarrow (m-2)^2 = \frac{9}{4} &\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{7}{2} \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Thử lại, ta thấy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

Câu 42. Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Biết $\log \sin x + \log \cos x = -1$ và $\log (\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$. Giá trị của n là

A 11.

B 12.

C 10.

D 15.

Lời giải.

Ta có $\log \sin x + \log \cos x = -1$ nên $\sin x \cos x = \frac{1}{10}$. Lại có $\log (\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$ nên

$$\begin{aligned} (\sin x + \cos x)^2 &= \frac{n}{10} \Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{n}{10} \\ \Rightarrow n &= 12. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

Câu 43. Số nghiệm của phương trình $50^x + 2^{x+5} = 3 \cdot 7^x$ là

A 1.

B 2.

C 3.

D 0.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 50^x + 2^{x+5} - 3 \cdot 7^x$.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 50^x \ln 50 + 32 \cdot 2^x \ln 2 - 3 \cdot 7^x \ln 7 \\ f''(x) &= 50^x (\ln 50)^2 + 32 \cdot 2^x (\ln 2)^2 - 3 \cdot 7^x (\ln 7)^2 \end{aligned}$$

Vì $(\ln 50)^2 > 3 \cdot (\ln 7)^2$ nên $f''(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, hay $f'(x)$ là hàm đồng biến. Mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = 0$ nên $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $f(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$, mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **D**

Câu 44. Cho tứ giác $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CA, AD lần lượt lấy 3; 4; 5; 6 điểm phân biệt khác các điểm A, B, C, D . Số tam giác phân biệt có các đỉnh là các điểm vừa lấy là

A 781.

B 624.

C 816.

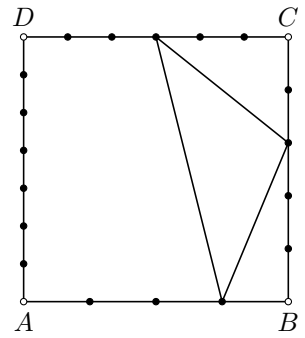
D 342.

Lời giải.

Số cách lấy ra 3 điểm bất kì từ các điểm đã lấy là C_{18}^3 .

Để lấy ra bộ ba điểm không tạo thành một tam giác, ta lấy ba điểm nằm trên một cạnh và số bộ như vậy là $C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 + C_6^3 = 35$.

Vậy số tam giác có ba đỉnh thuộc các điểm đã cho là $C_{18}^3 - 35 = 781$.



Chọn đáp án **(A)**

Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 2, điểm M thuộc cạnh SA sao cho $SA = 4SM$ và SA vuông góc với mặt phẳng (MBC) . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

- (A)** $V = \frac{2}{3}$. **(B)** $V = \frac{2\sqrt{5}}{9}$. **(C)** $\frac{4}{3}$. **(D)** $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

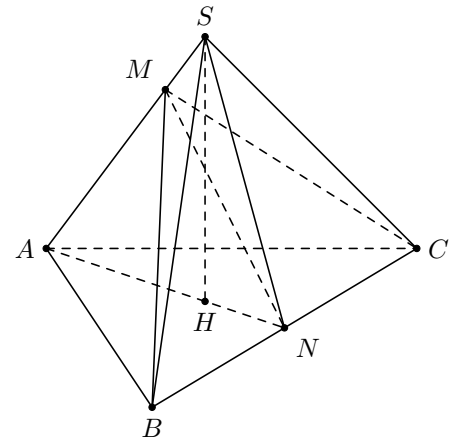
Lời giải.

Gọi H là tâm của tam giác ABC và N là trung điểm của BC . Do $SA \perp (MBC)$ nên $SA \perp MN$, lại có $SH \perp AN$ nên tứ giác $SMHN$ nội tiếp. Suy ra

$$\frac{3}{4}AS^2 = AM \cdot AS = AH \cdot AN = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2} = 2$$

$$\Rightarrow AS^2 = \frac{8}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3}.$$



Chọn đáp án **(A)**

Câu 46. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính theo R thể tích V của khối trụ đã cho.

- (A)** $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. **(B)** $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. **(C)** $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. **(D)** $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB . Khi đó $\widehat{O'HO} = 60^\circ$. Suy ra

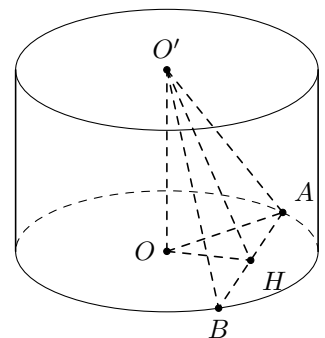
$$\frac{O'A\sqrt{3}}{2} = O'H = \frac{2O'O\sqrt{3}}{3} \Rightarrow O'A = \frac{4O'O}{3}.$$

Suy ra

$$\frac{16O'O^2}{9} = O'A^2 = O'O^2 + OA^2 \Rightarrow O'O = \frac{3\sqrt{7}R}{7}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 \cdot \frac{3\sqrt{7}R}{7} = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)**



Câu 47. Biết $\log_2 \left(\sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) - 2 \right) = a + \log_c b$ với a, b, c là các số nguyên và $a > b > c > 1$.

Tổng $a + b + c$ là

(A) 203.

(B) 202.

(C) 201.

(D) 200.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) &= (2 + 2^2 + \dots + 2^{100}) + (2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}) + \dots + 2^{100} \\ &= 2(2^{100} - 1) + 2^2(2^{99} - 1) + \dots + 2^{99}(2^2 - 1) + 2^{100}(2 - 1) \\ &= 100 \cdot 2^{101} - (2 + 2^2 + \dots + 2^{100}) = 100 \cdot 2^{101} - 2(2^{100} - 1) \\ &= 99 \cdot 2^{101} + 2. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\log_2 \left(\sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) - 2 \right) = \log_2(99 \cdot 2^{101}) = 101 + \log_2 99.$$

Vậy $a = 101, b = 99, c = 2$ và $a + b + c = 202$.

Chọn đáp án (B)

Câu 48. Số giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(0; 2020)$ để phương trình

$$||x - 1| - |2019 - x|| = 2020 - m$$

có nghiệm là

(A) 2020.

(B) 2021.

(C) 2019.

(D) 2018.

Lời giải.

Ta có $f(x) = ||x - 1| + |2019 - x|| = \begin{cases} 2018 & \text{nếu } x \notin [1; 2019] \\ |2x - 2020| & \text{nếu } x \in [1; 2019] \end{cases}$. Suy ra $\min f(x) = 0$ và $\max f(x) = 2018$. Do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

$$0 \leq 2020 - m \leq 2018 \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 2020.$$

Từ đó có 2018 giá trị nguyên của m trong khoảng $(0; 2020)$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án (D)

Câu 49. Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m + n$ là

(A) 12.

(B) 13.

(C) 11.

(D) 10.

Lời giải.

Giả sử chiều dài, chiều rộng của hộp là $2x$ và x ; giá thành làm đáy và mặt bên hộp là 3, giá thành làm nắp hộp là 1. Theo giả thiết ta có

$$2x^2h = V_{\text{hộp}} = 48 \Rightarrow x^2h = 24.$$

Giá thành làm hộp là

$$3(2x^2 + 2xh + 4xh) + 2x^2 = 8x^2 + 9xh + 9xh \geq 3\sqrt[3]{8 \cdot 9^2 \cdot x^4 h^2} = 216.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} 8x^2 = 9xh \\ x^2 h = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9h}{8} \\ \frac{9^2}{8^2} \cdot h^3 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ h = \frac{8}{3} \end{cases}.$$

Vậy $m = 8$, $n = 3$ và $m + n = 11$.

Chọn đáp án **C**

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ ($m \neq 0$). Chia $f(x)$ cho $x - 2$ được phần dư bằng 2019, chia $f'(x)$ cho $x - 2$ được phần dư là 2018. Gọi $g(x)$ là phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x - 2)^2$. Giá trị của $g(-1)$ là

(A) -4033.

(B) -4035.

(C) -4039.

(D) -4037.

Lời giải.

Theo dữ kiện đề bài ta có thể viết

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x - 2)^4 + b(x - 2)^3 + c(x - 2)^2 + d(x - 2) + e \\ \Rightarrow f'(x) &= 4a(x - 2)^3 + 3b(x - 2)^2 + 2c(x - 2) + d. \end{aligned}$$

Theo giả thiết $f(2) = 2019$, $f'(2) = 2018$ nên $e = 2019$ và $d = 2018$. Suy ra $g(x) = 2018(x - 2) + 2019$ nên $g(-1) = -4035$.

Chọn đáp án **B**