

Câu 1. (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ (1)

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1).
- b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $x - 2y + 2 = 0$.

Câu 2. (1 điểm)

a) Tìm môđun của số phức z biết: $z = 1 - 2i + \frac{2 - 4i}{1 - i}$

b) Giải phương trình $7.25^x + 9.35^x - 10.49^x = 0$

Câu 3. (1 điểm) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin^2 x dx$

Câu 4. (1đ) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$ và điểm $A(0; 3; -1)$

- a) Viết phương trình tham số đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ giao điểm B của d và (P) .
- b) Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

Câu 5. (1đ)

- a) Giải phương trình $2\sqrt{3}\cos^2 x + \sin 2x - 4\cos x = 0$.
- b) Một hộp đựng 4 quả cầu đỏ, 5 quả cầu xanh và 6 quả cầu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để được 3 quả cầu có đủ 3 màu.

Câu 6. (1đ) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = DC = a$. SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

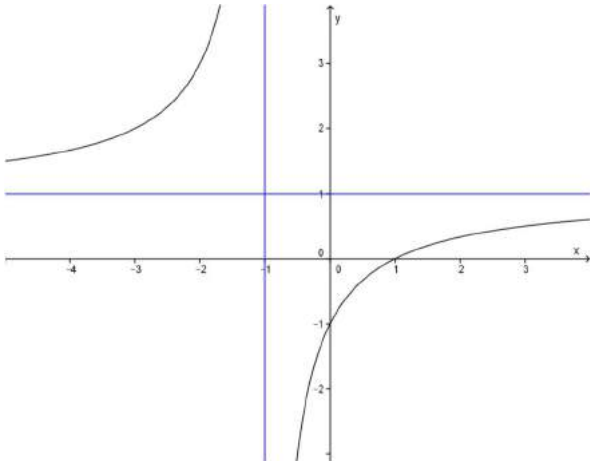
Câu 7. (1đ) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (4x^2 + 1)x + (y - 3)\sqrt{5 - 2y} = 0 \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3 - 4x} = 7 \end{cases}$$

Câu 8. (1đ) Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC , biết điểm $B(2; -1)$ và đường cao AH có phương trình $3x - 4y + 27 = 0$, phân giác trong góc C có phương trình $x + 2y - 5 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh A và C .

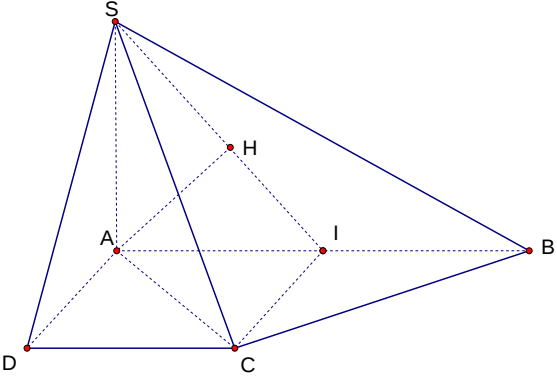
Câu 9. Cho $x > 0$, $y > 0$ thỏa mãn $xy^2 + x^2y = x + y + 3xy$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^2 + y^2 + \frac{(1 + 2xy)^2 - 3}{2xy}$$

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	YÊU CẦU CẦN ĐẠT	ĐIỂM											
1a	Txđ $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$	0.25											
	$y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq 1$												
	Hàm số đồng biến trên từng khoảng hàm số xác định	0.25											
	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$, đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số												
	$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty; x=-1$ là tiệm cận đứng của đt hàm số	0.25											
	Bảng biến thiên												
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	1	$+\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
y'	+		+										
y	1	$+\infty$	$-\infty$										
Đồ thị		0.25											
1b	Viết phương trình tiếp tuyến												
	Hệ số góc của tiếp tuyến $k = \frac{1}{2}$	0.25											
	Hoành độ tiếp điểm là nghiệm phương trình $\frac{2}{(x+1)^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$	0.25											
	+ $x=1$, tiếp tuyến $y = \frac{1}{2}(x-1)$	0.25											
	+ $x=-3$, tiếp tuyến $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$	0.25											
2a	Tìm modul số phức...												
	$z = 4-3i$	0.25											
	$ z = 5$	0.25											
2b	pt $\Leftrightarrow 7\left(\frac{25}{49}\right)^x + 9\left(\frac{5}{7}\right)^x - 10 = 0$	0.25											

	Đặt $t = \left(\frac{5}{7}\right)^x, t > 0$ Giải được $t = -2$ hoặc $t = \frac{5}{7}$ Với $t = \frac{5}{7} \Leftrightarrow x = 1$	0.25
3	Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin^2 x dx$	
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1 - \cos 2x) dx$	0.25
	Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = (1 - \cos 2x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = x - \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$	0.25
	$I = x\left(x - \frac{1}{2} \sin 2x\right) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x\right) dx$ $I = \frac{\pi^2}{8} + \frac{1}{2}$	0.25
4a	Viết phương trình đường thẳng... Phương trình đường thẳng d : $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$	0.25
	$B(-1; 1; 1)$	0.25
4b	Viết phương trình mặt cầu... Tâm $I\left(-\frac{1}{2}; 2; 0\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$	0.25
	Phương trình mặt cầu $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = \frac{5}{4}$	0.25
5a	$pt \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sqrt{3} \cos x + \sin x - 2 = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	0.25
5b	$n(\Omega) = C_{15}^4$	0.25
	$n(A) = C_4^2 \cdot 5 \cdot 6 + 4 \cdot C_5^2 \cdot 6 + 4 \cdot 5 \cdot C_6^2$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$	0.25

6		
	Góc SCA là góc giữa SC và (ABCD), $SA = a\sqrt{6}$	0.25
	$V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$	0.25
	Tính khoảng cách...	
	Gọi I là trung điểm AB, ta có $AD \parallel (SCI)$ Khoảng cách giữa AD và SC bằng khoảng cách từ A đến (SCI)	0.25
	Gọi H là hình chiếu của A lên SI, $AH \perp CI$ $AH = d(A, (SCI)) = \frac{a\sqrt{42}}{7}$	0.25
7	Giải hệ phương trình $\begin{cases} (4x^2 + 1)x + (y - 3)\sqrt{5 - 2y} = 0(1) \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3 - 4x} = 7(2) \end{cases}$ Điều kiện $\begin{cases} x \leq \frac{3}{4} \\ y \leq \frac{5}{2} \end{cases}$ $(1) \Leftrightarrow ((2x)^2 + 1)2x = ((\sqrt{5 - 2y})^2 + 1)\sqrt{5 - 2y} \quad (3)$ Xét $f(t) = (t^2 + 1)t$ trên $\mathbb{R}$ $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ $(3) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{5 - 2y} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = \frac{5 - 4x^2}{2} \end{cases}$ Thay vào (2) $4x^2 + \left(\frac{5 - 4x^2}{2}\right)^2 + 2\sqrt{3 - 4x} = 7 \quad (4)$ Xét $g(x) = 4x^2 + \left(\frac{5 - 4x^2}{2}\right)^2 + 2\sqrt{3 - 4x}$ trên $\left[0; \frac{3}{4}\right]$ $g(x)$ là hàm số nghịch biến trên $\left[0; \frac{3}{4}\right]$ $g\left(\frac{1}{2}\right) = 7$ nên $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm duy nhất của (4)	0.25 0.25 0.25

	suy ra $y = 2$ Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$	0.25
9	<i>Tìm giá trị nhỏ nhất...</i>	
	$xy^2 + xy^2 = x + y + 3xy \Rightarrow x + y = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 3 \geq \frac{4}{x+y} + 3 \Rightarrow x + y \geq 4$	0.25
	Từ giả thiết ta có $\frac{1}{xy} = 1 - \frac{3}{x+y}$	0.25
	$P = (x+y)^2 + 1 + \frac{3}{x+y}$ Đặt $t = x + y$ $P = t^2 + \frac{3}{t} + 1$ Xét $f(t) = t^2 + \frac{3}{t} + 1, t \geq 4$	0.25
	Suy ra GTNN của P là $\frac{71}{4}$ khi $x = y = 2 + \sqrt{3}$	0.25

(Mọi cách giải khác nếu đúng, cho điểm tối đa)