

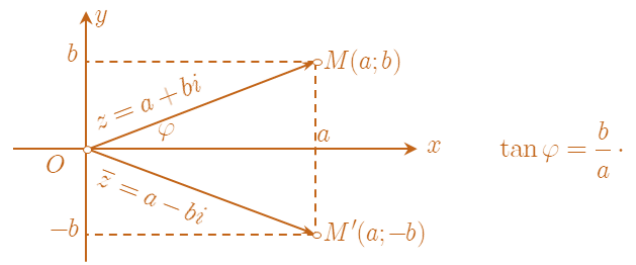
BÀI 2.

TẬP HỢP ĐIỂM – CỰC TRỊ CỦA SỐ PHỨC

A-LÝ THUYẾT

I. ĐIỂM BIỂU DIỄN CỦA SỐ PHỨC.

1. Định nghĩa: Điểm $M(a;b)$ trong hệ trục tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn của số phức $z = a + bi$.



2. Tính chất.

Các điểm $M(a;b)$, $M'(a;-b)$ biểu diễn z và $\bar{z}$ đối xứng với nhau qua trục hoành Ox .

Ví dụ 1. Quan sát hình vẽ bên cạnh, ta có:

Điểm $A(2;1)$ biểu diễn cho số phức $z_1 = 2 + i$.

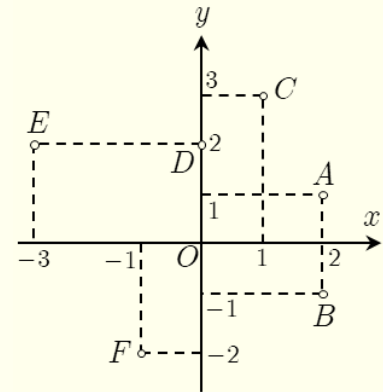
Điểm $B(....;....)$ biểu diễn cho số phức $z_2 =$

Điểm $C(....;....)$ biểu diễn cho số phức $z_3 =$

Điểm $D(....;....)$ biểu diễn cho số phức $z_4 =$

Điểm $E(....;....)$ biểu diễn cho số phức $z_5 =$

Điểm $F(....;....)$ biểu diễn cho số phức $z_6 =$



Lời giải

Ví dụ 2. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$, $z_3 = 5 + 4i$.

1). Chứng minh A, B, C là ba đỉnh của tam giác. Tính chu vi tam giác đó.

2). Gọi D là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm z để $ABCD$ là hình bình hành.

3). Gọi E là điểm biểu diễn của số phức z' . Tìm z' sao cho tam giác AEB vuông cân tại E .

Lời giải

Ví dụ 3. Gọi A_1, A_2, A_3, A_4 lần lượt là biểu diễn hình học của các số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -3 + 2i$, $z_3 = 5 - i$, $z_4 = 4 + 5i$.

- 1). Tính độ dài các đoạn A_1A_2 , A_1A_3 , A_1A_4 .
- 2). Tìm số phức có biểu diễn là điểm M sao cho $A_1A_2A_4M$ là hình bình hành.

Lời giải

Ví dụ 4. Gọi các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức lần lượt theo thứ tự biểu diễn các số $\frac{4i}{i-1}$, $(1-i)(1+2i)$, $\frac{2+6i}{3-i}$.

- 1). Chứng minh ABC là tam giác vuông cân
- 2). Tìm số phức biểu diễn bởi điểm D sao cho $ABCD$ là hình vuông.

Lời giải

3. Một số bài toán tìm tập hợp điểm và phương pháp.

Bài toán 1. Tập hợp là một đường một đường thẳng $Ax + By + C = 0$

1. Nhận dạng trắc nghiệm.

Khi gặp giả thiết số phức có dạng $|z - a - bi| = |z - c - di|$ (1). Ta nghĩ ngay tập hợp biểu diễn của số phức z là điểm $M(x, y)$ nằm trên đường thẳng $Ax + By + C = 0$ (đường trung trực của đoạn AB với $A(a, b), B(c, d)$)

Đặt biệt: Khi biến đổi điều kiện của giả thiết về:

- ♦ $x = 0$ là trục tung.
- ♦ $y = 0$ là trục hoành.

2. Phương pháp.

- ① **Bước 1.** Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + y.i$ ($x, y \in \mathbb{R}$)
- ② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện (1) để tìm mối liên của x và y giống như các dạng trên.
- ③ **Bước 3.** Kết luận.

3. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Trong mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều

Lời giải.

Lời giải

Lời giải

Lời giải

77

2). $|z + 3i| = |z + 2 - i|$

[illegible]

[illegible]

D. $(-5; 0)$.

.....	
.....	
.....	
.....	

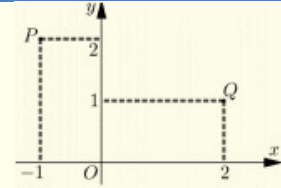
Câu 2.(Triệu Thái Vĩnh Phúc Lần 3) Tìm tọa độ điểm M trong mặt phẳng Oxy là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$.

- A. $M(3; -4)$. B. $M(3; 4)$. C. $M(-3; 4)$. D. $M(-3; -4)$.

Lời giải

Câu 3.(Đặng Thành Nam) Trong hình vẽ bên, điểm P biểu diễn số phức z_1 , điểm Q biểu diễn số phức z_2 . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $z_1 = \overline{z_2}$. B. $|z_1| = |z_2| = 5$. C. $|z_1| = |z_2| = \sqrt{5}$. D. $z_1 = -z_2$.



Lời giải

Câu 4.(Sở GD & ĐT Nam Định 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = -4 + 5i$ có tọa độ là

- A. $(-4; 5)$. B. $(-4; -5)$. C. $(4; -5)$. D. $(5; -4)$.

Lời giải

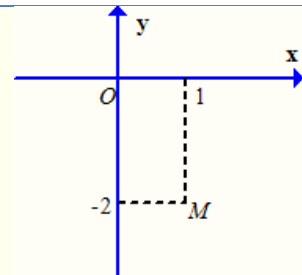
Câu 5.(THPT Thanh Chương 2019) Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn hình học các số phức $z = 2 - i$ và $w = 4 + 5i$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

- A. $I(2; 3)$. B. $I(4; 6)$. C. $I(3; 2)$. D. $I(6; 4)$.

Lời giải

Câu 6.(THPT Nguyễn Tất Thành 2019) Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.
B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.
C. Phần thực là -2 và phần ảo là i .
D. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .



Lời giải

Câu 7.(THPT KonTum 2019) Cho số phức z có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -4)$. Môđun của z bằng

- A. 25. B. 5. C. 1. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

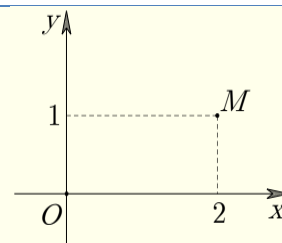
Câu 8.(THPT Gia Lộc 2019) Cho số phức z có số phức liên hợp là $\bar{z}$. Gọi M và M' tương ứng là điểm biểu diễn hình học của z và $\bar{z}$. Hãy chọn mệnh đề đúng.

- A. M và M' đối xứng nhau qua trục ảo. B. M và M' trùng nhau.
C. M và M' đối xứng nhau qua trục thực. D. M và M' đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Lời giải

Câu 9.(THPT Hùng Vương 2019) Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là:

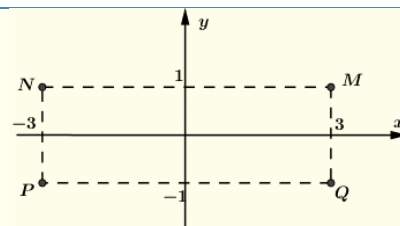
- A. $1-2i$. B. $2+i$. C. $1+2i$. D. $2-i$.



Lời giải

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z = 7-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình dưới?

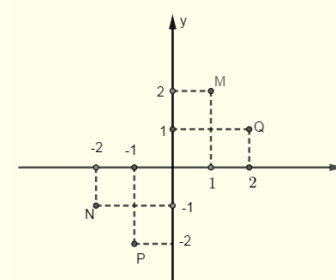
- A. Điểm P . B. Điểm Q . C. Điểm M . D. Điểm N .



Lời giải

Câu 11.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Cho số phức $z = -2+i$. Trong hình bên điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là

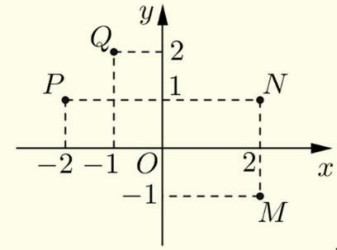
- A. M . B. Q . C. P . D. N .



Lời giải

Câu 12. (Đặng Thành Nam) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 - i$?

- A. N . B. P .
C. M . D. Q .



Lời giải

Câu 13. (THPT Triệu Thái 2019) Gọi A, B, C là điểm biểu diễn cho các số phức sau $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -3 - 2i$, $z_3 = 4 + i$. Tìm kết luận đúng nhất?

- A. Tam giác ABC cân. B. Tam giác ABC vuông cân.
C. Tam giác ABC đều. D. Tam giác ABC vuông.

Lời giải

Câu 14. (THPT ISCHOOL Nha Trang) Cho số phức $z = \frac{25}{3 + 4i}$. Điểm biểu diễn hình học số phức liên hợp của z trong mặt phẳng Oxy là

- A. M (3; -4). B. N (2; -3). C. P (3; -2). D. Q (3; 4).

Lời giải

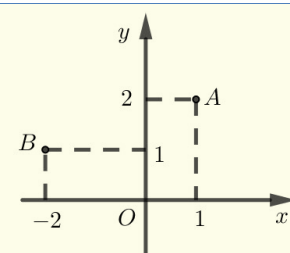
Câu 15. (Chuyên Đại Học Vinh 2019) Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + 2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

- A. (2; -2). B. (-2; -2). C. (2; 2). D. (-2; 2).

Lời giải

Câu 16. (Đặng Thành Nam) Các điểm A và B trong hình vẽ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Số phức $z_1 + z_2$ là

- A. $2 - i$. B. $-1 + 3i$. C. $2 + i$. D. $1 + 3i$.



Lời giải

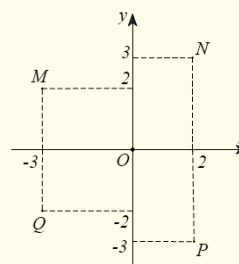
Câu 17.(Tạp Chí Toán Học 2019) Trong mặt phẳng Oxy, gọi M, N theo thứ tự là các điểm biểu diễn cho số phức z và $\bar{z}$ (với $z \neq 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. M và N đối xứng với nhau qua trục Ox .
- B. M và N đối xứng với nhau qua trục Oy .
- C. M và N đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
- D. M và N đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ hai.

Lời giải

Câu 18.(THPT Hai Bà Trưng 2019) Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = -3i + 2$?

- A. M .
- B. N .
- C. Q .
- D. P .



Lời giải

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 19.(THPT Kim Liên 2017) Trên mặt phẳng tọa độ, các điểm A, B, C theo thứ tự biểu diễn các số phức $2 + 3i, 3 + i, 1 + 2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z

- A. $z = 1 + i$.
- B. $z = 2 + 2i$.
- C. $z = 2 - 2i$.
- D. $z = 1 - i$.

Lời giải

Câu 20.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2019) Trong mặt phẳng Oxy, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -3i, z_2 = 2 - 2i, z_3 = -5 - i$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó điểm G biểu diễn số phức

- A. $z = -1 - i$.
- B. $z = -1 - 2i$.
- C. $z = 1 - 2i$.
- D. $z = 2 - i$.

Lời giải

Câu 21.(THPT Đô Lương 2019) Biết $M(4; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức. Khi đó điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = -\bar{z}$?

- A. $N(-4; -3)$.
- B. $R(-3; -4)$.
- C. $Q(4; -3)$.
- D. $P(-4; 3)$.

Lời giải

Câu 22.(THPT chuyên Lê Quý Đôn 2017) Số nào sau đây là số đối của số phức z , biết z có phần thực dương thỏa mãn $|z| = 2$ và trong mặt phẳng phức thì z có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$.

- A. $1 + \sqrt{3}i$. B. $-1 - \sqrt{3}i$. C. $-1 + \sqrt{3}i$. D. $1 - \sqrt{3}i$.

Lời giải

Câu 23.(Cụm Trường Sóc Sơn Mê Linh 2019) Cho các số phức z_1, z_2 có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là M, N . Gọi P là trung điểm của MN , khi đó P biểu diễn số phức

- A. $\frac{z_1 + z_2}{2}$. B. $\frac{|z_1 - z_2|}{2}$. C. $z_1 + z_2$. D. $z_1 - z_2$.

Lời giải

Câu 24.(THPT Thanh Chương 2019) Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của các số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = -1 + i$ và $z_3 = 3 + 4i$. Điểm G trọng tâm $\triangle ABC$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $z = 1 - i$ B. $z = 3 + 3i$. C. $z = 1 + 2i$. D. $z = 1 + i$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Chuyên Lê Khiết 2017) Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -3 - 2i$, $z_3 = 4 + i$ trong hệ tọa độ Oxy. Hãy chọn kết luận đúng nhất.

- A. Tam giác ABC vuông cân. B. Tam giác ABC đều.
C. Tam giác ABC vuông. D. Tam giác ABC cân.

Lời giải

Câu 26.(THPT KonTum 2019) Cho các số phức $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 1 + 4i$ và $z_3 = -1 + i$ có biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy lần lượt là các điểm A, B, C . Diện tích tam giác ABC bằng:

A. $2\sqrt{17}$.

B. 12.

C. $4\sqrt{13}$.

D. 9.

Lời giải

Câu 27.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2019) Trong mặt phẳng Oxy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 4i$ và M' là điểm biểu diễn của số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Diện tích của tam giác OMM' bằng

A. $\frac{25}{4}$.

B. $\frac{25}{2}$.

C. $\frac{15}{4}$.

D. $\frac{15}{2}$.

Lời giải

Câu 28.(THPT chuyên Lam Sơn 2017) Cho các điểm A, B, C nằm trong mặt phẳng phức lần lượt biểu diễn các số phức $1 + 3i$, $-2 + 2i$, $1 - 7i$. Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Điểm D biểu diễn số phức nào trong các số phức sau đây?

A. $z = -2 - 8i$.

B. $z = 4 - 6i$.

C. $z = 4 + 6i$.

D. $z = 2 + 8i$.

Lời giải

Câu 29.(THPT Kinh Môn 2019) Biết rằng ba điểm A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 3 + i$; $z_3 = -2 - 2i$. Tìm tọa độ đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$.

A. $D(-6; -5)$.

B. $D(-6; -3)$.

C. $D(-4; -3)$.

D. $D(-4; -5)$.

Lời giải

.....

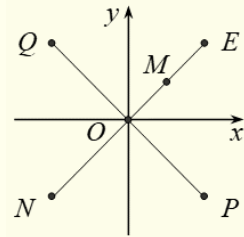
.....

.....

.....

Câu 30.(Đề tham khảo 2017) Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?

- A. Điểm N B. Điểm Q C. Điểm E D. Điểm P



Lời giải

.....

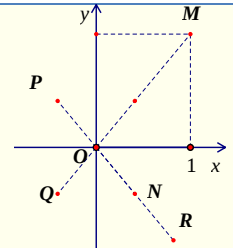
.....

.....

.....

Câu 31.(THPT Ngô Quyền Hải Phòng 2019) Trong mặt phẳng phức, cho số phức z có điểm biểu diễn là M . Biết rằng số phức $w = \frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm N, P, Q, R như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của w là điểm nào?

- A. N . B. Q . C. P . D. R .



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 32.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu 2019) Gọi M là điểm biểu diễn số phức z , N là điểm biểu diễn số phức w trong mặt phẳng tọa độ. Biết N là điểm đối xứng với M qua trục Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $w = -z$. B. $w = -\bar{z}$. C. $w = \bar{z}$. D. $|w| > |z|$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

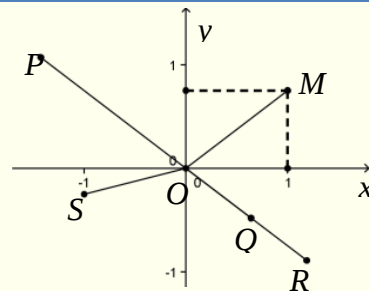
.....

.....

.....

Câu 33.(Chuyên Đại Học Vinh 2017) Cho số phức z có điểm biểu diễn là M . Biết rằng số phức $w = \frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm P, Q, R, S như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của w là điểm nào?

- A. S. B. P. C. Q. D. R.

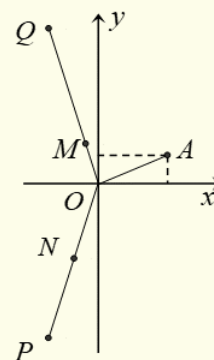


Lời giải

Câu 34.(THPT Chuyên Đại Học Vinh) Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z .

Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{1}{iz}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q . Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là.

- A. điểm Q. B. điểm P. C. điểm M. D. điểm N.



Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 35.(THPT chuyên Nguyễn Trãi) Cho số phức z thỏa mãn $(1+z)^2$ là số thực. Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là.

- A. Đường thẳng. B. Parabol. C. Đường tròn. D. Hai đường thẳng.

Lời giải

Câu 36.(THPT chuyên Thái Bình) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z(1+i)$ là số thực là.

- A. Trục Ox .
 B. Đường tròn bán kính bằng 1.
 C. Đường thẳng $y = x$.
 D. Đường thẳng $y = -x$.

Lời giải

Câu 37.(THPT Hoàng Hoa Thám 2019) Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của các số phức $z = 3 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ luôn nằm trên đường có phương trình là :

- A. $y = 3$.
 B. $y = x + 3$.
 C. $x = 3$.
 D. $y = x$.

Lời giải

Câu 38.(THPT Lý Nhân Tông 2019) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+2-3i}{z-4+i} \right| = 1$

- A. Đường thẳng $3x + y - 1 = 0$.
 B. Đường thẳng $3x - y - 1 = 0$.
 C. Đường tròn tâm $I(-2;3)$ bán kính 1.
 D. Đường tròn tâm $I(-4;1)$ bán kính 1.

Lời giải

Câu 39.(THPT Tiên Du 2017) Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = (\bar{z})^2$ là.

- A. Gồm cả trục hoành và trục tung.
 B. Đường thẳng $y = x$.
 C. Trục hoành.
 D. Trục tung.

Lời giải

Câu 40.(THPT Nguyễn Khuyến 2017) Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i| = |2-3i-z|$.

- A. Đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$.
 B. Elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$.
 C. Đường thẳng có phương trình $x - 2y - 3 = 0$.
 D. Đường thẳng có phương trình $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Câu 41.(THPT Nguyễn Huệ-Huế) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| = 1$.

- A. Đường tròn $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$.
- B. Hai đường thẳng $y = \pm 1$, trừ điểm $(0; -1)$.
- C. Hình chữ nhật giới hạn bởi các đường thẳng $x = \pm 1; y = \pm 1$.
- D. Trục Ox.

Lời giải

Câu 42.(TTLT ĐH Diệu Hiền 2017) Cho số phức z thỏa: $2|z-2+3i| = |2i-1-2\bar{z}|$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là.

- A. Một đường thẳng có phương trình: $20x - 16y - 47 = 0$.
- B. Một đường có phương trình: $3y^2 + 20x + 2y - 20 = 0$.
- C. Một đường thẳng có phương trình: $20x + 16y + 47 = 0$.
- D. Một đường thẳng có phương trình: $-20x + 32y + 47 = 0$.

Lời giải

Câu 43.(THPT Hai Bà Trưng- Huế) Tìm tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2i| = |\bar{z}+1|$.

- A. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $2x + 4y - 3 = 0$.
- B. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $4x - 2y + 3 = 0$.
- C. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $2x + 4y + 3 = 0$.
- D. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $4x + 2y + 3 = 0$.

Lời giải

Câu 44.(Cụm 8 Hồ Chí Minh 2017) Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2|=|i-z|$ là đường thẳng Δ có phương trình.

- A. $-2x+4y-13=0$. B. $4x-2y+3=0$. C. $4x+2y+3=0$. D. $2x+4y+13=0$.

Lời giải

Câu 45.(THPT Chuyên Bến Tre 2017) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+2i|=|\bar{z}+2+3i|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho z là đường thẳng có phương trình.

- A. $y=x-1$. B. $y=-x+1$. C. $y=x+1$. D. $y=x$.

Lời giải

Câu 46.(THPT Gia Lộc 2019) Cho số phức $z=m+(m-3)i$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

- A. $m=\frac{3}{2}$. B. $m=\frac{2}{3}$. C. $m=\frac{1}{2}$. D. $m=0$.

Lời giải

Câu 47.(THPT Chuyên Lê Khiết 2019) Cho số phức z thỏa mãn $2|z-2+3i|=|2i-1-2\bar{z}|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường thẳng có phương trình nào sau đây:

- A. $20x+16y-47=0$. B. $20x-16y+47=0$. C. $20x-16y-47=0$. D. $20x+16y+47=0$.

Lời giải

Câu 48.(Sở GD & ĐT Hà Tĩnh 2019) Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2=z^2$ là.

- A. một đường tròn. B. một điểm. C. một đường thẳng. D. một đoạn thẳng.

Lời giải

Câu 49.(THPT Hoàng Văn Thụ 2019) Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

- A. $4x+6y-3=0$. B. $4x+6y+3=0$. C. $4x-6y+3=0$. D. $4x-6y-3=0$.

Lời giải

Câu 50.(Sở GD&ĐT Bình Phước 2019) Trong mặt phẳng phức tập hợp điểm $M(z)$ thỏa mãn $z_0 z + \overline{z_0} z + 1 = 0$ với $z_0 = 1-i$ là đường thẳng có phương trình.

- A. $-2x+2y-1=0$. B. $-2x-2y-1=0$. C. $2x-2y-1=0$. D. $2x+2y-1=0$.

Lời giải

Câu 51. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z+3\overline{z}=(2+\sqrt{3}i)|\overline{z}|$ là:

- A. Là một phần của đường thẳng $y=\sqrt{3}x$. B. Là một phần của đường thẳng $y=-3x$.
C. Là một phần của đường thẳng $y=-\sqrt{3}x$. D. Là một phần của đường thẳng $y=3x$.

Lời giải

Câu 52. Cho số phức $w=(1+i)z+2$ biết $|1+iz|=|z-2i|$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường elip.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là 2 điểm.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.

Lời giải

Câu 53. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$ là?

A. Đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$.

B. Đường tròn $x^2 + y^2 - 4 = 0$.

C. Elip $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$.

D. Parabol $y^2 = 4x$.

Lời giải

Câu 54.(THPT Nguyễn Thái Học 2017) Cho số phức $w = (1+i)z + 2$ biết $|1+iz| = |z-2i|$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là 2 điểm.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường elip.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.

Lời giải

Câu 55.(Sở GD & ĐT Đồng Nai 2019) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tìm tập hợp T các điểm biểu diễn của các số phức z thỏa $|z| = 10$ và phần ảo của z bằng 6.

A. $T = \{(6;8), (6;-8)\}$.

B. $T = \{(8;6), (-8;6)\}$.

C. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 6$.

D. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 10$.

Lời giải

Câu 56.(THPT Thanh Thủy 2019) Cho số phức $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$.

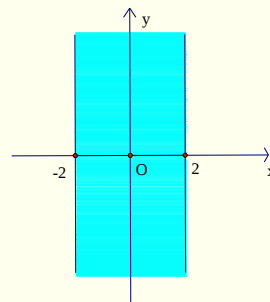
Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-2; 2)$ (Hình vẽ) điều kiện của a, b là.

A. $-2 < a < 2$; $b \in \mathbb{R}$.

B. $a, b \in (-2; 2)$.

C. $\begin{cases} a \leq -2 \\ b \leq -2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a \geq 2 \\ b \geq 2 \end{cases}$.



Lời giải

Câu 57.(TTGDTX Cam Lâm-Khánh Hòa) Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Tập hợp các điểm biểu diễn của z sao cho $\frac{z+i}{z-i}$ là một số thực âm là?

A. Các điểm trên trục tung với $-1 \leq y < 1$.

B. Các điểm trên trục tung với $\begin{cases} y \leq -1 \\ y \geq 1 \end{cases}$.

C. Các điểm trên trục tung với $-1 < y < 1$.

D. Các điểm trên trục hoành với $-1 < x < 1$.

Lời giải

Bài toán 2. Tập hợp là một đường một đường tròn $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \end{cases}$

1. Nhận dạng trắc nghiệm.

Khi gặp giả thiết số phức có dạng $|z - a - bi| = R$ (1). Ta nghĩ ngay tập hợp biểu diễn của số phức z là điểm $M(x; y)$ nằm trên đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b)$, bán kính R hoặc $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Đặc biệt:

★ Nếu $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq R^2$ hoặc $|z - a - bi| \leq R$ thì tập hợp biểu diễn là **hình tròn** tâm $I(a; b)$, bán kính R .

★ Nếu $r^2 \leq (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq R^2$ hoặc $r \leq |z - a - bi| \leq R$ thì tập hợp biểu diễn là **hình vành khăn** giới hạn bởi hai đường tròn đồng tâm $I(a; b)$, bán kính lần lượt là r, R .

2. Phương pháp.

① **Bước 1.** Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện (1) để tìm mối liên của x và y giống như các dạng trên.

③ **Bước 3.** Kết luận.

3. Kiến thức bổ trợ.

① Để viết phương trình đường tròn ta cần tìm tâm $I(a; b)$ và bán kính R .

Loại 1: $(C): \begin{cases} \text{Tâm } I(a;b) \\ \text{BK: } R \end{cases} \Rightarrow (C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2.$

Loại 2: $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, với $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} > 0$.

② Chu vi đường tròn $p_{(C)} = 2\pi R$ và diện tích đường tròn $S_{(C)} = \pi R^2$.

4. Bài tập minh họa.

Bài tập 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp những điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (3 - 4i)| = 2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 9. Trong mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z - 1 + 2i| = 1$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 10. Trong mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z - i| = |(1 + i)z|$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Tìm tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa $\frac{2z-i}{z-2i}$ có phần thực bằng 3.

Lời giải

.....

.....

.....

Bài tập 12. Trong mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức

a). $|2z + 3 - 5i| \leq 2$

b). $|5 - 4i - 3z| \leq 1$

Lời giải

Bài tập 13. Hãy xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn $1 < |z - 1| < 2$.

Lời giải

5. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 58. Nếu tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là một đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 9$ thì

A. $|z| = \frac{1}{3}$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = 9$.

D. $|z| = \frac{1}{9}$.

Lời giải

Câu 59.(Đặng Thành Nam 2019) Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - i| = 4$ là đường cong có phương trình

- A. $(x-1)^2 + y^2 = 4$. B. $x^2 + (y-1)^2 = 4$. C. $(x-1)^2 + y^2 = 16$ D. $x^2 + (y-1)^2 = 16$.

Lời giải

Câu 60.(THPT Nguyễn Văn Cừ 2019) Cho số phức z thỏa $|z - 1 + i| = 2$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.

Lời giải

Câu 61.(Cho số phức z có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 - 25 = 0$. Tính môđun của số phức z ?

- A. $|z| = 3$. B. $|z| = 25$. C. $|z| = 5$ D. $|z| = 2$.

Lời giải

Câu 62.(THPT Chuyên Phan Bội Châu 2017) Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 3$.

- A. Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R = 3$. B. Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.
C. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 3$. D. Đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R = 1$.

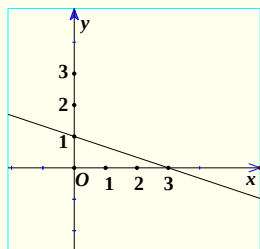
Lời giải

Câu 63. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa $|zi + 1| = 1$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

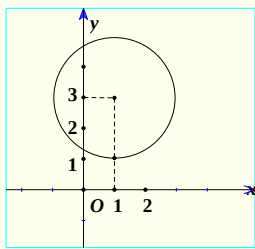
- A. $I(-1;0)$. B. $I(1;0)$. C. $I(0;-1)$. D. $I(0;1)$.

Lời giải

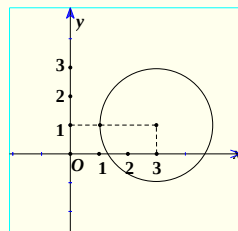
Câu 64.(THPT Thái Phiên 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|iz - (-3 + i)| = 2$. Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn số phức z là hình vẽ nào dưới đây?



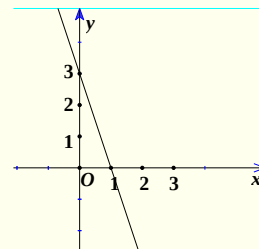
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Câu 65.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z^2 + 1| = |z - i|$ là một hình (H) chứa điểm nào trong số bốn điểm sau?

A. $M_1(0; -1)$.

B. $M_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $M_3(1; 1)$.

D. $M_4\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 66.(THPT Chuyên Bến Tre 2017) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + 3 + 2i| = 3|z + 2 + 3i|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường có phương trình.

A. $\left(x + \frac{15}{8}\right)^2 + \left(y + \frac{25}{8}\right)^2 = \frac{9}{32}$.

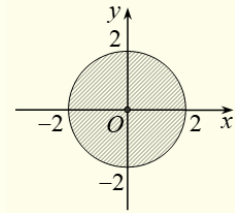
B. $\left(x + \frac{15}{8}\right)^2 + \left(y - \frac{25}{8}\right)^2 = \frac{9}{32}$.

C. $\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 + \left(y + \frac{25}{8}\right)^2 = \frac{9}{32}$.

D. $\left(x - \frac{15}{8}\right)^2 + \left(y - \frac{25}{8}\right)^2 = \frac{9}{32}$.

Lời giải

Câu 67.(Cụm Hồ Chí Minh) Cho số phức $z = a + bi$, với a và b là hai số thực. Để điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy nằm hẳn bên trong hình tròn tâm O bán kính $R = 2$ như hình bên thì điều kiện cần và đủ của a và b là.



- A. $a^2 + b^2 < 4$. B. $a^2 + b^2 < 2$. C. $a + b < 2$. D. $a + b < 4$.

Lời giải

Câu 68.(THPT Lý Văn Thịnh 2017) Trong mp tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z - i| = |(1 + i)z|$.

- A. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.
 B. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.
 C. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.
 D. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 69.(THPT Lương Tài 2018) Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - (3 - 4i)| = 2$ trong mặt phẳng Oxy là.

- A. Đường tròn $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 21 = 0$. B. Đường thẳng $2x + y + 1 = 0$.
 C. Parabol $y = 2x^2 - 3x$. D. Đường tròn $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 70.(TTGDTX Vạn Ninh 2019) Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số z phức thoả mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = 4$ là:

- A. Một đoạn thẳng. B. Một đường thẳng. C. Một hình vuông. D. Một đường tròn.

Lời giải

Câu 71.(THPT Thanh Thủy 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp những điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là.

- A. Đường tròn có phương trình $x^2 + (y + 1)^2 = 2$.
 B. Hai đường thẳng có phương trình $x = 1, x = -2$.
 C. Đường thẳng có phương trình $x + y - 1 = 0$.
 D. Đường tròn có phương trình $(x + 1)^2 + y^2 = 2$.

Lời giải

Câu 72.(THPT TH Cao Nguyên 2019) Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả mãn điều kiện $|z + 2 - 5i| = 6$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

- A. $I(2; -5), R = 6$. B. $I(-2; 5), R = 36$. C. $I(2; -5), R = 36$. D. $I(-2; 5), R = 6$.

Lời giải

Câu 73. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thoả mãn $|zi - (2 + i)| = 2$.

- A. $x + 2y - 1 = 0$. B. $3x + 4y - 2 = 0$. C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

Lời giải

Câu 74. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa $|z+1|=1$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(-1;0)$. B. $I(1;0)$. C. $I(0;-1)$. D. $I(0;1)$.

Lời giải

Câu 75. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ thỏa điều kiện $|z+1+2i|=1$ nằm trên đường tròn có tâm là:

- A. $I(-1;-2)$. B. $I(1;-2)$. C. $I(-1;2)$. D. $I(1;2)$.

Lời giải

Câu 76.(THPT Trần Phú 2018) Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+3i-2|=10$ là.

- A. Đường tròn $(x-2)^2+(y+3)^2=100$. B. Đường thẳng $2x-3y=100$.
C. Đường thẳng $3x-2y=100$. D. Đường tròn $(x-3)^2+(y+2)^2=100$.

Lời giải

Câu 77. Trong mặt phẳng Oxy . Cho tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|-2+i(z-1)|=5$. Phát biểu nào **sai**?

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;-2)$.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có bán kính $R=5$.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một hình nón.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có đường kính 10.

Lời giải

Câu 78. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z-2+i|=2$.

- A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x+2y+1=0$.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x-2y+1=0$.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x+2y-4=0$.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x-2y-4=0$.

Lời giải

Câu 79.(Cụm 7-TP Hồ Chí Minh 2018) Tập hợp các điểm M biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 5i| = 4$ là:

- A. Đường tròn tâm O và bán kính bằng 2 .
- B. Đường tròn tâm $I(2; -5)$ và bán kính bằng 4 .
- C. Đường tròn tâm $I(2; -5)$ và bán kính bằng 2 .
- D. Đường tròn tâm $I(-2; 5)$ và bán kính bằng 4 .

Lời giải

Câu 80. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$ là một đường tròn, đường tròn đó có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 1 = 0$.
- B. $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 + 2x - 1 = 0$.
- D. $x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Câu 81.(THPT chuyên Phan Bội Châu 2019) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn: $|z - i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo:

- A. 2.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 1.

Lời giải

Câu 82.(THPT chuyên Vĩnh Phúc 2019) Trong mặt phẳng xOy , gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$. Tìm phần ảo của z trong trường hợp góc xOM nhỏ nhất.

- A. $\sqrt{3}$.
- B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
- C. 0 .
- D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 83.(Sở GD & ĐT Lâm Đồng 2018) Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số z thỏa mãn điều kiện: $|z - i| = |(1 + i)z|$ là đường tròn có bán kính là.

A. $R = \sqrt{2}$.

B. $R = 2$.

C. $R = 4$.

D. $R = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 84.(THPT Chuyên Nguyễn Bình Khiêm 2019) Cho số phức z thỏa mãn $(z + 1)(\bar{z} - 2i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có diện tích bằng.

A. 5π .

B. 25π .

C. $\frac{5\pi}{2}$.

D. $\frac{5\pi}{4}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 85. Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\left| \frac{z + 2i}{z - i} \right| = 2$.

A. Đường tròn tâm $I(0; 2)$ bán kính $R = 2$.

B. Đường tròn tâm $I(0; -2)$ bán kính $R = 2$.

C. Đường tròn tâm $I(-2; 0)$ bán kính $R = 2$.

D. Đường tròn tâm $I(2; 0)$ bán kính $R = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 86.(THPT Lê Thủy 2019) Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa $|z + m - 1 + \sqrt{3}i| = 4$. Tìm tất cả các số thực m sao cho tập hợp các điểm M là đường tròn tiếp xúc với trục Oy .

A. $m = -5; m = 3$. B. $m = 5; m = -3$. C. $m = -3$. D. $m = 5$.

Lời giải

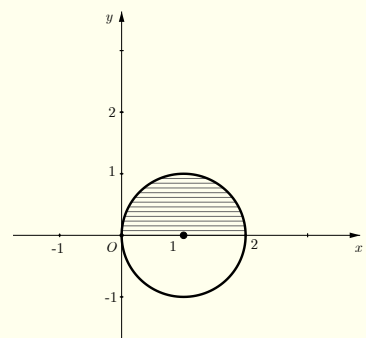
Câu 87.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + i| = |2\bar{z} - i|$ là một đường tròn có bán kính là R . Tính giá trị của R .

A. $R = 1$. B. $R = \frac{1}{9}$. C. $R = \frac{2}{3}$. D. $R = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 88.(Sở GD & ĐT Hà Tĩnh 2019) Biết số phức z thỏa mãn $|z - 1| \leq 1$ và $z - \bar{z}$ có phần ảo không âm. Phần mặt phẳng biểu diễn số phức z có diện tích là:

A. π . B. 2π . C. π^2 . D. $\frac{\pi}{2}$.



Lời giải

.....

.....

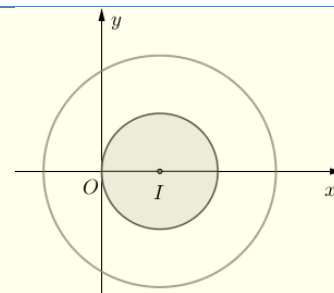
.....

.....

.....

Câu 89.(PTNK-ĐHQG TP HCM 2018) Gọi (H) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $1 \leq |z-1| \leq 2$ trong mặt phẳng phức. Tính diện tích hình (H) .

- A. 2π . B. 3π . C. 4π . D. 5π .



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài toán 3. Tập hợp là một đường một đường Parabol

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ x = ay^2 + by + c \end{cases} \quad (c \neq 0)$$

1. Phương pháp.

- ① **Bước 1.** Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + y.i$ ($x, y \in \mathbb{R}$)
- ② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện (1) để tìm mối liên của x và y giống như các dạng trên.
- ③ **Bước 3.** Kết luận là một parabol (P) có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 14. Trong mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện: $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ. Nhận biết

Câu 90.(THPT Nguyễn Trãi 2019) Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là hình gì?

- A.** Một đường thẳng. **B.** Một đường tròn. **C.** Một đường Parabol. **D.** Một đường Elip.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 91.(THPT Lý Thái Tổ 2019) Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là.

- A.** Một parabol. **B.** Một đường tròn. **C.** Một đường thẳng. **D.** Một elip.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 92.(THPT Nguyễn Thái Học 2019) Cho số phức $z = a + a^2i$, với $a \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn của số phức z nằm trên :

- A. Đường thẳng $y = -x + 1$. B. Parabol $y = -x^2$. C. Đường thẳng $y = 2x$. D. Parabol $y = x^2$.

Lời giải

Câu 93.(THPT Chuyên Đại Học Vinh 2019) Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $3|z + i| = |2\bar{z} + -z + 3i|$. Tìm tập hợp tất cả những điểm M như vậy.

- A. Một parabol. B. Một elip. C. Một đường tròn. D. Một đường thẳng.

Lời giải

Câu 94.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2019) Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp những điểm $M(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{R}$ biểu diễn các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ là đường có phương trình nào sau đây?

- A. $y^2 = -4x$. B. $y^2 = 4x$. C. $y^2 = 2x$. D. $y^2 = -2x$.

Lời giải

Câu 95.(THPT Kim Liên 2019) Cho số phức $z = m + 3 + (m^2 - m - 6)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (P) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục hoành bằng

- A. $\frac{125}{6}$. B. $\frac{17}{6}$. C. 1. D. $\frac{55}{6}$.

Lời giải

Câu 96.(THPT Đô Lương 2019) Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z-1+i}{(z+\bar{z})i+1}$ là số thực. Tập hợp các

điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{z}{2}$ là parabol có đỉnh

- A. $I\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $I\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Câu 97.(THPT Kim Liên 2019) Cho số phức thỏa mãn $|z-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=(2-i)z+1$ trên mặt phẳng phức là một đường thẳng. Phương trình của đường thẳng

- A. $x+7y+9=0$ B. $x+7y-9=0$ C. $x-7y-9=0$ D. $x-7y+9=0$

Lời giải

Câu 98.(THPT Chuyên Sơn La Lần 2019) Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z+1-i)(\bar{z}-i)$ là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn hình học của z là một đường thẳng. Hệ số góc của đường thẳng đó là

- A. -1 . B. 1 . C. -2 . D. 2 .

Lời giải

Câu 99.(Đặng Thành Nam 2019) Cho số phức $z=m+(m^3-m)i$, với m là tham số thực thay đổi. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường cong (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 100. (Tạp Chí Toán Học Số 3 tháng 2018) Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

A. đường thẳng. B. đường tròn. C. parabol. D. hypebol.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 101. (Sở GD & ĐT Phú Thọ 2019) Cho số phức z thỏa mãn $(z+3-i)(\bar{z}+1+3i)$ là một số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng đó bằng

A. $4\sqrt{2}$. B. 0. C. $2\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 102. (THPT Chuyên Hùng Vương 2019) Cho số phức z thỏa điều kiện $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức là 1 đường parabol.
- B. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức là 1 đường thẳng.
- C. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức là 1 đường hypebol.
- D. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức là 1 đường tròn.

Lời giải

Bài toán 4. Tập hợp là một đường một đường Elíp (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

1. Nhận dạng trắc nghiệm.

Khi gặp giả thiết số phức có dạng $|z - a_1 - b_1i| + |z - a_2 - b_2i| = 2a$ (1).

Ta nghĩ ngay tập hợp biểu diễn của số phức z là điểm $M(x; y)$ nằm trên:

① Đoạn thẳng AB nếu $2a = AB$ với $A(a_1; b_1), B(a_2; b_2)$.

② Elíp nếu $2a > AB$ với $A(a_1; b_1), B(a_2; b_2)$.

Khi đó (E) nhận $A(a_1; b_1), B(a_2; b_2)$ làm hai tiêu điểm và độ dài trục lớn là $2a$.

2. Phương pháp.

① **Bước 1.** Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + y.i$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện (1) để tìm mối liên của x và y giống như các dạng trên.

③ **Bước 3.** Kết luận.

3. Kiến thức bổ trợ.

Định nghĩa: Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 với $F_1F_2 = 2c > 0$. Đường elíp là tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$, ($a > c$). Hai điểm F_1, F_2 gọi là các tiêu điểm của elíp.

Khoảng cách $2c$ được gọi là tiêu cự của elíp.

Phương trình chính tắc của elíp:

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ với } a > b > 0.$$

Các thông số cần nhớ:

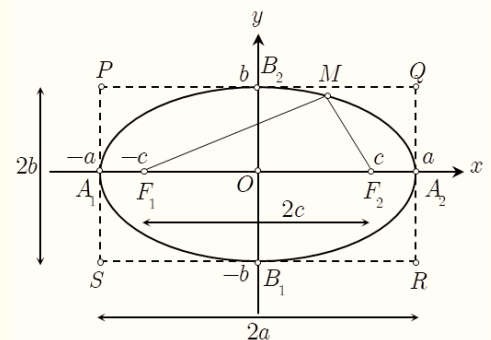
★ Trục lớn $A_1A_2 = 2a$.

★ Trục bé $B_1B_2 = 2b$.

★ Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$.

★ Mối liên hệ $a^2 = b^2 + c^2$.

★ Bán kính qua tiêu của M là $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$, $MF_2 = a - \frac{c}{a}x \Rightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.



4. Bài tập minh họa.

Bài tập 15. Trong mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z - 2| + |z + 2| = 5$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 16. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z thỏa $|z + 4| + |z - 4| = 10$ là một elip (E) . Hãy viết phương trình elip đó.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 17. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z thỏa $|z - i| + |z + i| = 4$ là một elip (E) . Hãy viết phương trình elip đó.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 18. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức

$$|z + 4 + 3i| + |z - 3 + 2i| = 10.$$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

5. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 103.(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp 2019) Gọi H là hình biểu diễn tập hợp các số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho $|2z - \bar{z}| \leq 3$, và số phức z có phần ảo không âm. Tính diện tích hình H .

A. 3π .

B. $\frac{3\pi}{2}$.

C. $\frac{3\pi}{4}$.

D. 6π .

Lời giải

Câu 104.(THPT Chuyên Bến Tre 2019) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + 4| + |z - 4| = 10$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường có phương trình.

A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$.

B. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Câu 105.(THPT Kim Liên 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4| + |z + 4| = 10$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một parabol.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một elip.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.

Lời giải

Câu 106.(Sở GD & ĐT Bình Phước 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z+2|+|z-2|=8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm M biểu diễn cho số phức z là?

A. (C): $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$.

B. (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

C. (E): $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.

D. (C): $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Lời giải

Câu 107.(THPT Hai Bà Trưng-Huế) Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4|+|z-4|=10$.

A. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$.

B. Tập hợp các điểm cần tìm là những điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn phương trình $\sqrt{(x+4)^2 + y^2} + \sqrt{(x-4)^2 + y^2} = 12$.

C. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn có tâm $O(0;0)$ và có bán kính $R=4$.

D. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Câu 108.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z+2|+|z-2|=4$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng tọa độ là
A. Một đường elip. **B.** Một đường parabol. **C.** Một đoạn thẳng. **D.** Một đường tròn.

Lời giải

Câu 109.(Sở GD & ĐT Ninh Bình 2019) Hình phẳng giới hạn bởi tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-3|+|z+3|=10$ có diện tích bằng
A. 12π . **B.** 20π . **C.** 15π . **D.** 25π .

Lời giải

Câu 110.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong mặt phẳng Oxy , gọi (H) là hình biểu diễn tập hợp các số phức z thỏa mãn $|7z-\bar{z}|\leq 10$. Diện tích của hình (H) bằng
A. $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $\frac{25\pi}{12}$. **C.** $\frac{7\pi}{2}$. **D.** 5π .

Lời giải

Câu 111.(Chuyên KHTT 2019) Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-i|+|z+i|=6$. Gọi S là đường cong tạo bởi tất cả các điểm biểu diễn số phức $(z-i)(i+1)$ khi z thay đổi. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong S .
A. 12π . **B.** $12\pi\sqrt{2}$. **C.** $9\pi\sqrt{2}$. **D.** BF .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài toán 5. Tập hợp biểu diễn của số phức $w = f(z)$ (1) thỏa mãn điều kiện (2) của số phức z .

1. Phương pháp.

- ① Sử dụng phương pháp rút thế: tức là từ (1): $w = f(z) \Rightarrow$ rút z theo hàm số theo biến w .
 - ② Sau đó thay vào điều kiện (2) rồi biến đổi tìm mối liên của x và y giống như các dạng trên.
 - ③ Kết luận.
- Đặt biệt:** nếu điều kiện (2) cho $|z| = a$ hoặc $|z + b| = a$ thì ta sử dụng kỹ thuật lấy môđun hai vế.

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 19.** Cho các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |z - 1 + 2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (2 - i)z + 1$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Bài tập 20.** Trong mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$, trong đó z là số phức thỏa mãn $|z - 1| = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Bài tập 21.** Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn của số phức $w = (1 - 2i)z + 3$ là một đường tròn tâm I và bán kính R . Tìm I và R .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 22. Cho số phức z thỏa $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$. Biết tập hợp điểm biểu diễn của số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là một đường tròn tâm I và bán kính R . Tìm I và R .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 112.(Cụm 6-Hồ Chí Minh 2017) Cho số phức z có $|z|=4$. Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $w = \bar{z} + 3i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\frac{4}{3}$. B. 4. C. $4\sqrt{2}$. D. 3.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 113.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2018) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|=3$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2-i)z$ là một đường tròn. Hãy tính bán kính của đường tròn đó.

A. $3\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 114.(TTGDTX Vạn Ninh 2019) Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 6$. B. $r = \sqrt{6}$. C. $r = 20$. D. $r = \sqrt{20}$.

Lời giải

Câu 115.(THPT Gia Lộc 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó?

A. $I(3; -2)$. B. $I(-3; 2)$. C. $I(3; 2)$. D. $I(-3; -2)$.

Lời giải

Câu 116.(Sở GD & ĐT Quảng Nam 2019) Cho số phức z có mô đun bằng $2\sqrt{2}$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức $w = (1 - i)(z + 1) - i$ là đường tròn có tâm $I(a; b)$ bán kính R . Tổng $a + b + R$ bằng:

A. 5. B. 7. C. 1. D. 3.

Lời giải

Câu 117.(Sở GD & ĐT Nam Định 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z|=3$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $(0;1)$. B. $(0;-1)$. C. $(-1;0)$. D. $(1;0)$.

Lời giải

Câu 118. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 20$. B. $r = 4$. C. $r = 5$. D. $r = 22$.

Lời giải

Câu 119.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2017) Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1+i\sqrt{3})z + 2$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó

- A. $r = 2$. B. $r = 4$. C. $r = 8$. D. $r = 16$.

Lời giải

Câu 120.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=2z-i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.
A. $r=-2$. **B.** $r=1$. **C.** $r=2$. **D.** $r=4$.

Lời giải

Câu 121.(TTGDTX Cam Lâm 2018) Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ và $w=2z+1-i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm I , bán kính R . Khi đó:
A. $I(-7;9), R=16$. **B.** $I(-7;9), R=4$. **C.** $I(7;-9), R=16$. **D.** $I(7;-9), R=4$.

Lời giải

Câu 122.(Cụm 6 Hồ Chí Minh 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$; $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó.

A. $R = 3$.

B. $R = 4$.

C. $R = 5$.

D. $R = 2$.

Lời giải

Câu 123. Cho số phức $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ biết rằng $|z - 1| = 2$. Khi đó khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một parabol.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một elip.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Lời giải

Câu 124.(THPT Trần Phú 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm I , bán kính R là.

A. $I(7; -9), R = 4$.

B. $I(7; -9), R = 16$.

C. $I(-7; 9), R = 4$.

D. $I(-7; 9), R = 16$.

Lời giải

A. $r = 25$. **B.** $r = 4$. **C.** $r = 9$. **D.** $r = 16$.

[illegible]

A. $r = 4$. **B.** $r = \sqrt{2}$. **C.** $r = 2\sqrt{2}$. **D.** $r = 2$.

[illegible]

A. 2π . B. π . C. 3π . D. 4π .

Câu 128.(THPT Chuyên Quang Trung 2019) Cho thỏa mãn $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn I , bán kính R . Khi đó.

- A. $I(-1; -2), R = \sqrt{5}$. B. $I(-1; 2), R = 5$. C. $I(1; 2), R = \sqrt{5}$. D. $I(1; -2), R = 5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 129.(THPT Thuận Thành 2019) Cho số phức z . Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn có bán kính bằng 20. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = 10$. C. $|z| = 8$. D. $|z| = 4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 130.(THPT Chuyên Huỳnh Mẫn Đạt 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i| = 2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \frac{\bar{z}}{1-i}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có tâm là

- A. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $I\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 131.(Đặng Thành Nam 2019) Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-3-4i| \leq 2$.

Đặt $w=(z-2)(2-2i)+1$, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức w là một hình tròn có diện tích bằng

A. 8π .

B. 12π .

C. 16π .

D. 32π .

Lời giải

Câu 132.(Cụm Trần Kim Hưng 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tìm tập hợp điểm M biểu diễn số phức $w=(1-2i).z+3$, biết z thỏa mãn $|z+2|=5$?

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=125$.

B. $x=2$.

C. $(x+5)^2+(y-4)^2=125$.

D. $(x-1)^2+(y-4)^2=125$.

Lời giải

Câu 133.(THPT TX Quảng Trị 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i|=m^2+4m+6$, với m là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=(4-3i)z+2i$ là đường tròn. Bán kính của đường tròn đó có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 2.

C. 10.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Câu 134.(THPT Ngô Quyền Hải Phòng 2019) Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các số phức $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$ là đường tròn có bán kính bằng R . Tính R .

A. $R=8$. B. $R=2$. C. $R=16$. D. $R=4$.

Lời giải

Câu 135.(THPT Chuyên Thái Nguyên) Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(1+i\sqrt{8})z+i$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là

A. 9. B. 36. C. 6. D. 3.

Lời giải

Câu 136.(THPT Kinh Môn-Hải Dương 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+3i|=3\sqrt{2}$. Biết rằng số phức $w=(1-i^{2019})(\bar{z}+3i)+2019$ có tập hợp các điểm biểu diễn thuộc đường tròn (C) . Diện tích S của hình tròn (C) bằng

A. 18π . B. 36π . C. 9π . D. 12π .

Lời giải

Câu 137.(Chuyên Đại Học Vinh) Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho tồn tại 2 số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời các phương trình $|z-1|=|z-i|$ và $|z+2m|=m+1$. Tổng tất cả các phần tử của S là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

Mức độ 4. Vận dụng cao

1. Phương pháp.

- ① **Bước 1.** Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + y.i$ ($x, y \in \mathbb{R}$)
 ② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện đã cho để tìm mối liên của x và y .
 ③ **Bước 3.** Sử dụng các phép tương giao của đường thẳng, đường tròn... hoặc các tính chất tọa độ trong hình học phẳng Oxy như trung điểm, trọng tâm, độ dài...

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 138.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2019) Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z-5-3i|=5$ đồng thời $|z_1 - z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình

- A. $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$. B. $(x-10)^2 + (y-6)^2 = 16$.
 C. $(x-\frac{5}{2})^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = 9$. D. $(x-\frac{5}{2})^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$.

Lời giải

Câu 139.(Chuyên Đại Học Vinh) Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho tồn tại đúng một số phức z thỏa mãn đồng thời các phương trình $|z+2+i|=|z+1|$ và $\sqrt{2}|z-3+2i|=m^2-5m+9$. Tích tất cả các phần tử của S là

- A. 6. B. 5. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 140.(Chuyên Đại Học Vinh) Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m sao cho tồn tại 2 số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn đồng thời các phương trình $|(3+4i)z+25|=20$ và $|z+m+2i|=5$. Số các phần tử của S là

- A. 8. B. 7. C. 6. D. 5.

Lời giải

Câu 141.(Sở GD & ĐT Thanh Hóa 2019) Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 8$. Tìm mô đun của số phức $w = z_1 + z_2 - 2 + 4i$.

- A. $|w| = 6$. B. $|w| = 10$. C. $|w| = 16$. D. $|w| = 13$.

Lời giải

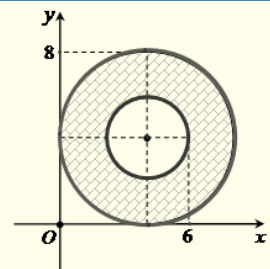
Câu 142.(Đặng Thành Nam) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| \leq 1$ và $z - \bar{z}$ có phần ảo không âm. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một miền phẳng. Tính diện tích S của miền phẳng này

- A. $S = \pi$. B. $S = 2\pi$. C. $S = \frac{1}{2}\pi$. D. $S = 1$.

Lời giải

Câu 143.(Tập Chí Toán Học 2019) Phần gạch trong hình vẽ dưới là hình biểu diễn của tập các số phức thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

- A. $6 \leq |z| \leq 8$. B. $2 \leq |z + 4 + 4i| \leq 4$.
C. $2 \leq |z - 4 - 4i| \leq 4$. D. $4 \leq |z - 4 - 4i| \leq 16$.



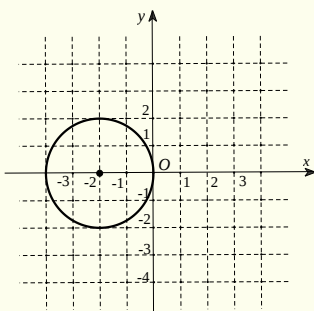
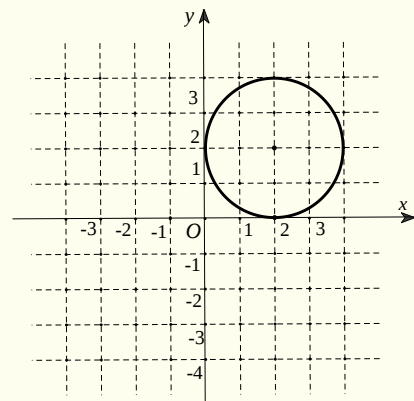
Lời giải

Câu 144.(Sở GD&ĐT Bình Thuận 2019) Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 6$ và $|z - 3 + 5i| = 5$. Tìm môđun của số phức $\omega = z_1 + z_2 - 6 + 10i$.

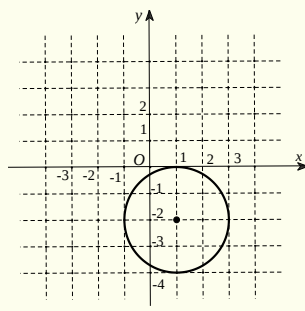
A. $|\omega| = 10$. B. $|\omega| = 32$. C. $|\omega| = 16$. D. $|\omega| = 8$.

Lời giải

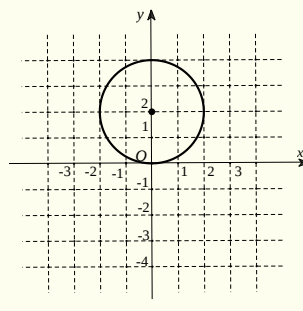
Câu 145. Biết tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn cho bởi hình vẽ bên. Hỏi tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z - 3 - 4i$ được thể hiện bởi đường tròn trong hình vẽ nào trong bốn hình vẽ dưới đây?



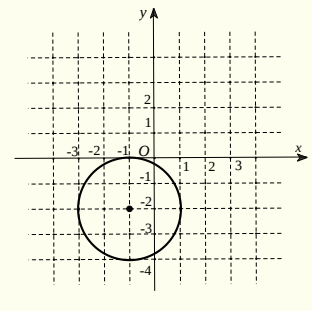
A.



B.



C.



D.

Lời giải

Câu 146. (THPT Chuyên Quốc Học Huế) Cho số phức z thỏa mãn $|3z + i|^2 \leq z\bar{z} + 9$. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức ω thỏa mãn $\omega = \bar{z} + 1 - i$

A. Hình tròn $(x-1)^2 + \left(y + \frac{5}{8}\right)^2 \leq \frac{73}{64}$.

B. Đường tròn $(x-1)^2 + \left(y + \frac{5}{8}\right)^2 \leq \frac{73}{64}$.

C. Đường tròn $(x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 9$.

D. Hình tròn $(x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 9$.

Lời giải

Câu 147. (Chuyên Sư phạm Hà Nội 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là tập hợp các điểm biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z + \bar{z}| \geq 12 \\ |z - 4 - 3i| \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$. Diện tích của hình phẳng (H) là

A. $4\pi - 4$.

B. $8\pi - 8$.

C. $2\pi - 4$.

D. $8\pi - 4$.

Lời giải

Câu 148. (THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|z_1 - z_2| = 6$ và $|z - 2 - 3i| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $R = 8$.

B. $R = 4$.

C. $R = 2\sqrt{2}$.

D. $R = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 149.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 2i^{2020}| = |\bar{z} - 1 + 2i|$.
 Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 2\bar{z} - 1 + 4i$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng.
 Khoảng cách từ $I(2; -3)$ đến đường thẳng đó bằng

A. $\frac{18\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{18\sqrt{13}}{13}$. C. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{10\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 150.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2019) Cho hai số phức z_1, z_2 khác 0, thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2$.
 M, N lần lượt là hai điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng Oxy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tam giác OMN nhọn và không đều. B. Tam giác OMN đều.
 C. Tam giác OMN tù. D. Tam giác OMN vuông.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 151.(THPT Thanh Chương 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4 + \bar{z}| + |z - \bar{z}| \geq 4$ và số phức $w = (z - 2i)(\bar{z}i + 2 - 4i)$ có phần ảo là số thực không dương. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hình phẳng (H) là tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z . Diện tích hình (H) gần nhất với số nào sau đây?

A. 7. B. 17. C. 21. D. 193.

Lời giải

Câu 152.(THPT Đoàn Thượng 2019) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy gọi hình (H) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z + 2 - i| \leq 2 \\ x + y + 1 \geq 0 \end{cases}$. Tính diện tích (S) của hình phẳng (H)

A. $S = 4\pi$. B. $S = \frac{1}{4}\pi$. C. $S = \frac{1}{2}\pi$. D. $S = 2\pi$.

Lời giải

Câu 153.(THPT Nguyễn Công Trứ 2019) Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|2z - i| = |2 + iz|$, biết $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

[illegible]

Câu 154. (Sở GD&ĐT Kiên Giang 2019) Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $|z_1| = 4, |z_2| = 6$ và $|z_1 + z_2| = 10$. Giá trị của $\frac{|z_1 - z_2|}{2}$ là

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

[illegible]

Câu 155. (Tạp Chí Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2 + 3| = 2|z + \bar{z}|$ và $|z - 4 + 3i| = 3$?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

[illegible]

Câu 156.(THPT Chuyên Quang Trung 2019) Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại 4 số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m$ là số thuần ảo. Tổng các phần tử của S là.

A. $\sqrt{2} + 1$.

B. $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 157.(Sở GD & ĐT Nam Định 2018). Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\angle MON = 60^\circ$. Tính $T = |z_1^2 + 9z_2^2|$.

A. $T = 18$.

B. $T = 24\sqrt{3}$.

C. $T = 36\sqrt{2}$.

D. $T = 36\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 158.(Cụm 5 Chuyên Đồng Bằng Sông Cửu Long 2018) . Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=2, |z_2|=\sqrt{3}$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\angle MON = 30^\circ$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$.

A. $5\sqrt{2}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{7}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 159. Xét các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có tập hợp điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = z + \bar{z} + 2i$.

A. Đường thẳng. B. Đoạn thẳng. C. Điểm. D. Đường tròn.

Lời giải

Câu 160. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 và số phức $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) trên mặt phẳng tọa độ. Khi đó tập hợp điểm P trên mặt phẳng phức để tam giác MNP vuông tại P là:

A. Đường thẳng có phương trình $x^2 - 2x + y^2 - 1 = 0$
 B. Là đường tròn có phương trình $(x-2)^2 + y^2 = 5$.
 C. Là đường tròn có phương trình $(x-2)^2 + y^2 = 5$ nhưng không chứa M, N .
 D. Là đường tròn có phương trình $x^2 - 2x + y^2 - 1 = 0$ nhưng không chứa M, N .

Lời giải

Câu 161. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích S bằng:
A. $S = 19\pi$. **B.** $S = 12\pi$. **C.** $S = 16\pi$. **D.** $S = 25\pi$.

Lời giải

Câu 162. Cho z, w là các số phức thỏa mãn $|z| = 1, |z - w| = 1$. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w .
A. Hình tròn $(C): x^2 + y^2 \leq 4$. **B.** Đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 4$.
C. Hình tròn $(C): (x - 1)^2 + y^2 \leq 4$. **D.** Đường tròn $(C): (x - 1)^2 + y^2 = 4$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 163. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 6i| = \sqrt{5}$ và $|(1 + 2i)z - 1 - 12i| = 15$?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 164. (Đề Chính Thức BGD 2017) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn điều kiện $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Câu 165. (THPT Chuyên Quang Trung 2018) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = |z - 2 - 3i|$. Biết $|z - 1 - 2i| + |z - 7 - 4i| = 6\sqrt{2}$, $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z , khi đó x thuộc khoảng

A. $(0; 2)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(4; 8)$.

D. $(2; 4)$.

Lời giải

II. CỰC TRỊ CỦA SỐ PHỨC.

1. Nhận xét: Trong nhóm bài toán tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức số phức có nhiều phương pháp giải, nhưng không có công cụ nào gọi là “vạn năng” để giải quyết hết tất cả các bài toán. Tùy vào đặc điểm của từng đề bài mà ta chọn phương pháp phù hợp sao cho nhanh, gọn, phù hợp với trắc nghiệm. Nhưng trước tiên ta cần nắm vững thật kỹ các phương pháp.

- ① Ta có thể sử dụng phương pháp hàm số (hoặc tam thức) để tìm max – min.
- ② Phương pháp hình học .
- ③ Phương pháp lượng giác hóa.
- ④ Phương pháp bất đẳng thức.

2. Bài toán: Cho các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện (1). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|f(z)|$ (2).

3. Một số bài toán tìm cực trị và phương pháp.

Bài toán 1. Nếu tập hợp là một đường một đường thẳng $Ax + By + C = 0$

1. Phương pháp.

- ① **Bước 1.** Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + y.i$ ($x, y \in \mathbb{R}$).
- ② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện (1) ban đầu để tìm đường đường thẳng $Ax + By + C = 0$.
- ③ **Bước 3.** Ta sử dụng hai cách sau

Cách 1. Phương pháp hàm số:

Từ $Ax + By + C = 0 \Rightarrow y = \frac{C - Ax}{B}$ rồi thay vào số phức $|f(z)|$ (2) theo biến x và khảo sát hàm số tìm được giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Cách 2. Phương pháp hình học:

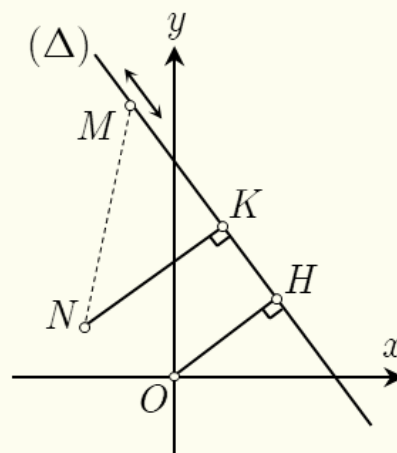
Cho đường thẳng $(\Delta): Ax + By + C = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Điểm $H \in (\Delta)$ sao cho MH nhỏ nhất thì H là hình chiếu vuông góc của M lên (Δ) .

$$\bullet |z|_{\min} = OH = d_{[O, (\Delta)]} = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Khi đó $M \equiv H$ và tọa độ $H = (\Delta) \cap (OH)$.

$$\bullet |z - (x_0 + y_0.i)|_{\min} = NK = d_{[N, (\Delta)]} = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Khi đó $M \equiv K$ và tọa độ $K = (\Delta) \cap (MK)$.



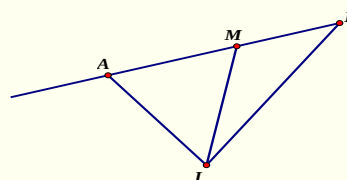
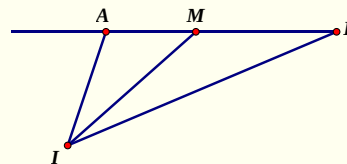
Đặc biệt: Nếu điểm biểu diễn thuộc đoạn thẳng thì ta xét 2 trường hợp

Trường hợp 1. Nếu tam giác ABI có IAB tù hoặc ABI tù thì $MI_{\min} = \min\{IA; IB\}$.

$$MI_{\max} = \max\{IA; IB\}.$$

Trường hợp 2. Nếu tam giác ABI có IAB tù và ABI đều không tù thì $MI_{\min} = d(I; AB)$.

$$MI_{\max} = \max\{IA; IB\}.$$



Bài tập 23. Trong các số phức thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$, tìm số phức có môđun nhỏ nhất ?

[illegible][illegible]

Lời giải.

Lời giải.

Lời giải.

Bài tập 28. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|iz + 1|$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 166.(THPT Chuyên Bến Tre 2017) Trong các số phức thỏa mãn điều kiện: $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

A. $z = 2 + i$.

B. $z = 3 + i$.

C. $z = 2 + 2i$.

D. $z = 1 + 3i$.

Lời giải

Câu 167.(THPT Nguyễn Du 2019) Số phức z có môđun nhỏ nhất thỏa mãn $|-2 - 3i + \bar{z}| = |z - i|$ là

A. $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$.

B. $\frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$.

C. $\frac{6}{5} + \frac{3}{5}i$.

D. $\frac{6}{5} - \frac{3}{5}i$.

Lời giải

C. $\sqrt{2}$.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains ten rows of lines, and the right column also contains ten rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

D. $z = 3 + 2i$.

[illegible]

D. $M=8$.

Câu 171.(THPT Hàm Long 2017) Trong các số phức z thỏa điều kiện $|z| = |\bar{z} - 2 + 4i|$, số phức có môđun nhỏ nhất là.

A. $z = 5$.

B. $z = \frac{5}{2}i$.

C. $z = 1 + 2i$.

D. $z = 3 + i$.

Lời giải

Câu 172.(THPT Lý Thường Kiệt 2018) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(4; 4)$ và M là điểm biến diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = |z + 2 - i|$. Tìm tọa độ điểm M để đoạn thẳng AM nhỏ nhất.

A. $M(-1; -1)$.

B. $M(-2; -4)$.

C. $M(1; 5)$.

D. $M(2; 8)$.

Lời giải

Câu 173.(THPT Lương Tài 2018) Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 3i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, hãy tìm phần ảo của số phức có môđun nhỏ nhất ?

A. $\frac{10}{13}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. -2 .

D. $-\frac{2}{13}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 174.(THPT Nguyễn Huệ-Huế) Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-3i|$.

Tính môđun nhỏ nhất của $z-i$.

- A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. B. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{7\sqrt{5}}{10}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 175.(THPT chuyên Lương Thế Vinh 2018)

Cho số phức z thỏa mãn $|z^2-2z+5|=|(z-1+2i)(z+3i-1)|$. Tính $\min |w|$, với $w=z-2+2i$.

- A. $\min |w|=\frac{3}{2}$. B. $\min |w|=\frac{1}{2}$. C. $\min |w|=1$. D. $\min |w|=2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 176.(Cụm 1 Hồ Chí Minh 2018) Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng ?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Câu 177.(Cụm THPT Vũng Tàu 2019) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức $|z - 2 + 5i| = |z - i|$ và $|z + 1 - i|$ nhỏ nhất. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. $\frac{16}{5}$.

B. $\frac{-3}{5}$.

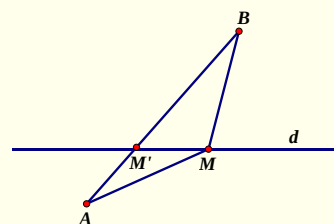
C. $\frac{11}{5}$.

D. $\frac{-11}{5}$.

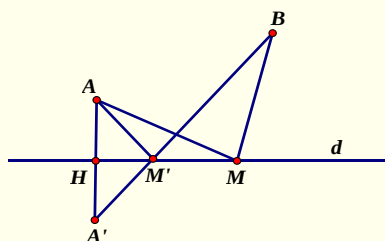
Lời giải

Đặc biệt: Cho đường thẳng d cố định và hai điểm A, B cố định không nằm trên d . Một điểm M thay đổi trên d . Khi đó:

Trường hợp 1. Nếu A, B thuộc hai nửa mặt phẳng khác nhau bờ là đường thẳng d thì $(MA+MB)_{\min} = AB$ khi $M = AB \cap d$.



Trường hợp 2. Nếu A, B thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d thì $(MA+MB)_{\min} = (MA'+MB)_{\min} A'B$ khi $M = A'B \cap d$ với A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d



Câu 178. Nếu z là số phức thỏa mãn $|\bar{z}| = |z + 2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ là

A. 4.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.

D. 5.

Lời giải

Câu 179.(THPT Năng Khiếu TP Hồ Chí Minh 2018) Nếu z là số phức thỏa $|\bar{z}| = |z + 2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ là

A. 2.

B. $\sqrt{3}$.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Câu 180.(ĐHQG TPHCM-2018) Nếu z là số phức thỏa $|\bar{z}| = |z + 2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ là

A. 2. B. $\sqrt{3}$. C. 4. D. 5.

Lời giải

Câu 181.(Sở GD & ĐT Trà Vinh 2018) Xét các số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z| = |\bar{z} + 4 - 3i|$ và $|z + 1 - i| + |z - 2 + 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $P = a + 2b$ là:

A. $P = -\frac{252}{50}$ B. $P = -\frac{41}{5}$. C. $P = -\frac{61}{10}$. D. $P = -\frac{18}{5}$.

Lời giải

Câu 182.(Tạp Chí Toán Học 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + i| + |z - 3i|$.

A. $\min P = 2\sqrt{2}$.

B. $\min P = 2\sqrt{5}$.

C. $\min P = 5\sqrt{2}$.

D. $\min P = \sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 183.(Sở GD & ĐT Hà Nam 2019) Cho số phức $z = a + bi$ với a, b là hai số thực thỏa mãn điều kiện $a - 2b = 1$. Tính $|z|$ khi biểu thức $|z + 1 + 4i| + |z - 2 - 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{\frac{1}{5}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Mức độ 4. Vận dụng Cao.

A. $M = \sqrt{17} + \sqrt{5}, m = 3\sqrt{2}.$

B. $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5}, m = \sqrt{2}.$

C. $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5}, m = 3\sqrt{2}.$

D. $M = \sqrt{17} + \sqrt{5}, m = \sqrt{2}.$

147 *Lớp Toán Thầy-Diệp Tuân*

Câu 185.(Đề Chính Thức BGD 2017) Xét các số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P=m+M$.

- A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. C. $P = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$. D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Lời giải

Câu 186. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i|+|z-3-2i|=\sqrt{5}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M+m$.

Lời giải

Câu 187. Xét số phức z thỏa mãn $|z+3-2i|+|z-3+i|=3\sqrt{5}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|+|z-1-3i|$.

A. $M = \sqrt{17} + \sqrt{5}, m = 3\sqrt{2}$.

B. $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5}, m = 3\sqrt{2}$.

C. $M = \sqrt{26} + 2\sqrt{5}, m = \sqrt{2}$.

D. $M = \sqrt{17} + \sqrt{5}, m = \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 188. Xét số phức z thỏa mãn $|z+2-3i|+|z-6-i|=2\sqrt{17}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=||z+1-2i|-|z-2+i||$.

A. $M = 3\sqrt{2}, m = 0$.

B. $M = 3\sqrt{2}, m = \sqrt{2}$.

C. $M = 3\sqrt{2}, m = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$.

D. $M = \sqrt{2}, m = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 189. Xét số phức z thỏa mãn $|z-2+2i|-|z+1-3i|=\sqrt{34}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1+i|$.

A. $P_{\min} = \frac{9}{\sqrt{34}}$.

B. $P_{\min} = 3$.

C. $P_{\min} = \sqrt{13}$.

D. $P_{\min} = 4$.

Lời giải

Bài toán 7. Nếu tập hợp là một đường một đường tròn

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \end{cases}$$

1. Phương pháp.

① **Bước 1.** Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện ban đầu để tìm đường tròn $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \\ x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \end{cases}$.

③ **Bước 3.** Ta sử dụng hai cách sau

Cách 1. Phương pháp hình học:

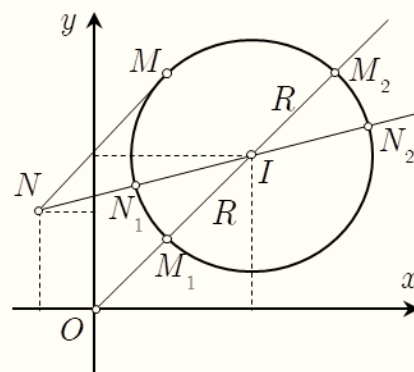
Cho tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một đường tròn (C) có tâm $I(a; b)$ và bán kính R . Gọi N là điểm biểu diễn số phức z' . Khi đó:

$$\begin{cases} |z|_{\min} = OM_{\min} = OM_1 = |OI - R| \text{ khi } M \equiv M_1 \\ |z|_{\max} = OM_{\max} = OM_2 = |OI + R| \text{ khi } M \equiv M_2 \end{cases}$$

Khi đó $(OI) \cap (C) = \{M_1; M_2\}$.

$$\begin{cases} |z - z'|_{\min} = MN_{\min} = NN_1 = |NI - R| \text{ khi } M \equiv N_1 \\ |z - z'|_{\max} = MN_{\max} = NN_2 = |NI + R| \text{ khi } M \equiv N_2 \end{cases}$$

Khi đó $(NI) \cap (C) = \{N_1; N_2\}$.



Cách 2. Phương pháp lượng giác hóa:

Giả sử có được giả thiết $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \Leftrightarrow \left(\frac{x-a}{R}\right)^2 + \left(\frac{y-b}{R}\right)^2 = 1$, sẽ gọi ta đến công

giác quen thuộc. Ngoài ra, ta cần nhớ những đánh giá thường được sử dụng:

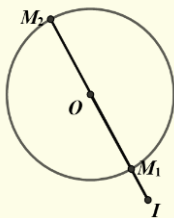
- $$\text{Điều "}" \text{ xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{\sin t}{a} = \frac{\cos t}{b} \\ a \sin t + b \cos t = -\sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}.$$

 Bài tập 29. Cho số phức z thỏa $|z-3+4i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của $P=|z|$.

Lời giải.

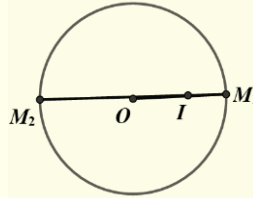
This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains ten rows of lines, and the right column also contains ten rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

Nhận xét: Cho đường tròn (C) tâm O , bán kính R và điểm I cố định. Một điểm M thay đổi trên (C) . Khi đó



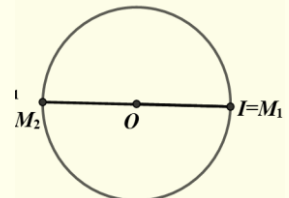
Nếu I nằm ngoài (C) thì

$$MI_{\min} = OI - R, MI_{\max} = OI + R$$



Nếu I nằm trong (C) thì

$$MI_{\min} = R - OI, MI_{\max} = OI + R.$$



Nếu I nằm trên (C) thì

$$MI_{\min} = 0, MI_{\max} = 2R.$$

Bài tập 30. Cho các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - (2 + 4i)| = 2$. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai số phức có môđun lớn nhất và môđun nhỏ nhất. Tính tổng phần ảo của hai số phức z_1, z_2 đó.

Lời giải

Bài tập 31. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - 2 - 3i| = 1$ và biểu thức $|\bar{z} + i + 1|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị của biểu thức $|3x - 2y|$.

Lời giải

Bài tập 32. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z + 2 - i}{z + 1 - i} \right| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $|z|$.

Lời giải

 **Bài tập 33.** Cho số phức z thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{|z-3+4i|+1}{2|z-3+4i|+8} \right) = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $|z|$.

Lời giải

 **Bài tập 34.** Cho số phức z thỏa mãn: $|z^2 - 6z + 25| = 2|z - 3 + 4i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 3 + 5i|$

Lời giải

Bài tập 35. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{3-3\sqrt{2}i}{1+2\sqrt{2}i} z - 1 - \sqrt{2}i \right| = \sqrt{3}$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $|\bar{z} - 3 - 2i|$

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 190.(THPT Hùng Vương 2017) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1| = |(1+i)z|$. Đặt $m = |z|$, tìm giá trị lớn nhất của m .

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{2}-1$.

D. $\sqrt{2}+1$.

Lời giải

Câu 191.(THPT chuyên ĐHKH Huế) Trong các số phức z thỏa $|z + 3 + 4i| = 2$, gọi z_0 là số phức có mô đun nhỏ nhất. Khi đó.

A. $|z_0| = 7$.

B. $|z_0| = 2$.

C. $|z_0| = 3$.

D. Không tồn tại số phức z_0 .

Lời giải

Câu 192.(THPT chuyên Lam Sơn 2019) Cho số phức z , tìm giá trị lớn nhất của $|z|$ biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2-3i}{3-2i} z + 1 \right| = 1$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 193.(THPT Tiên Du 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = \sqrt{5}$ và $|z|_{\min}$.

Khi đó số phức z

A. $z = 3 + 2i$.

B. $z = 2 - i$.

C. $z = 1 + 2i$.

D. $z = 4 + 5i$.

Lời giải

Câu 194.(THPT Thái Phiên 2019) Trong tập hợp các số phức z thỏa mãn: $\left| \frac{z + 2 - i}{z + 1 - i} \right| = \sqrt{2}$.

Tìm môđun lớn nhất của số phức $z + i$.

A. $2 + \sqrt{2}$.

B. $3 + \sqrt{2}$.

C. $3 - \sqrt{2}$.

D. $2 - \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 195.(THPT TH Cao Nguyên 2019) Cho số phức thỏa mãn $|z - 2 + 2i| = 1$.

Giá trị lớn nhất của $|z|$

A. $4\sqrt{2} - 2$.

B. $2 + \sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2} + 1$.

D. $3\sqrt{2} + 1$.

Lời giải

Câu 196.(THPT Thanh Thủy 2018) Trong mặt phẳng tọa độ, hãy tìm số phức z có môđun nhỏ nhất, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = \sqrt{5}$.

A. $z = 1 + 2i$.

B. $z = 1 - 2i$.

C. $z = -1 + 2i$.

D. $z = -1 - 2i$.

Lời giải

Câu 197.(Sở GD & ĐT Long An 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $2 + \sqrt{13}$.

B. $\sqrt{13} - 1$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $1 + \sqrt{13}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 198.(THPT Gia Lộc 2017) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 199.(THPT Kim Liên 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.

A. 6.

B. $\sqrt{13} + 1$.

C. $\sqrt{13} + 2$.

D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 200.(THPT chuyên Phan Bội Châu) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$.

Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là.

A. 4.

B. $\sqrt{13} + 1$.

C. $\sqrt{13} + 2$.

D. 6.

Lời giải

A. $\sqrt{5}-1$. **B.** $\sqrt{5}+1$. **C.** $\sqrt{5}+2$. **D.** $\sqrt{5}-2$.

160 *Lớp Toán Thầy-Diệp Tuân*

D. $2\sqrt{5}$.

[illegible]

D. 4.

[illegible]

Câu 204.(THPT Chuyên Hạ Long 2019) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn: $\frac{z+2}{z+2i}$ là một số thuần ảo. Khi số phức z có môđun lớn nhất, hãy tính $a+b$.

A. $a+b = 2\sqrt{2}-1$. B. $a+b = 4$. C. $a+b = -4$. D. $a+b = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 205.(THPT Đoàn Thượng 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z-3+4i|$ bằng:

A. 5. B. 3. C. -3. D. 7.

Lời giải

D. $\sqrt{13} + 2$.

[illegible]

D. $\frac{3}{2} < |z| < 2$.

[illegible]

Bài toán 8. Nếu tập hợp là một đường một đường Elíp $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

1. Nhận dạng trắc nghiệm.

Khi gặp giả thiết số phức có dạng $|z - a_1 - b_1i| + |z - a_2 - b_2i| = 2a$ (1).

Ta nghĩ ngay tập hợp biểu diễn của số phức z là điểm $M(x; y)$ nằm trên Elíp nếu $2a > AB$ với $A(a_1; b_1), B(a_2; b_2)$.

Khi đó (E) nhận $A(a_1; b_1), B(a_2; b_2)$ làm hai tiêu điểm và độ dài trục lớn là $2a$.

2. Phương pháp.

- ① **Bước 1.** Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + y.i$ ($x, y \in \mathbb{R}$)
- ② **Bước 2.** Biến đổi điều kiện (1) để tìm mối liên của x và y giống như các dạng trên.
- ③ **Bước 3.** Kết luận:
 - ★ Giá trị lớn nhất của môđun z là a .
 - ★ Giá trị nhỏ nhất của môđun z là b .

3. Kiến thức bổ trợ.

Định nghĩa: Cho hai điểm cố định F_1 và F_2 với $F_1F_2 = 2c > 0$. Đường elíp là tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$, ($a > c$). Hai điểm F_1, F_2 gọi là các tiêu điểm của elíp.

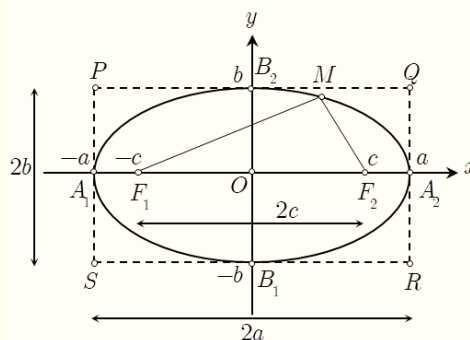
Khoảng cách $2c$ được gọi là tiêu cự của elíp.

Phương trình chính tắc của elíp:

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ với } a > b > 0.$$

Các thông số cần nhớ:

- ★ Trục lớn $A_1A_2 = 2a$.
- ★ Trục bé $B_1B_2 = 2b$.
- ★ Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$.
- ★ Mối liên hệ $a^2 = b^2 + c^2$.
- ★ Bán kính qua tiêu của M là $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$, $MF_2 = a - \frac{c}{a}x \Rightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.



4. Bài tập minh họa.

Bài tập 36. (THPT Thuận Thành 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4| + |z + 4| = 10$.

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là.

- A. 10 và 4. B. 5 và 4. C. 4 và 3. D. 5 và 3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

D. $\frac{9}{2}$.

D. $M + m = 4$.

Tel: 0935.660.880

Câu 39.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu 2019)

Gọi S là tập hợp các số phức thỏa $|z-3|+|z+3|=10$. Gọi $z_1; z_2$ là hai số phức thuộc S có mô đun nhỏ nhất. Giá trị biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$ là

- A. 16. B. -16. C. 32. D. -32.

Lời giải

Câu 40.(THPT Chuyên Hạ Long 2019) Cho số phức z thỏa mãn $|z-6|+|z+6|=20$. Gọi M, n lần lượt là mô đun lớn nhất và nhỏ nhất của z . Tính $M-n$

- A. $M-n=2$. B. $M-n=4$. C. $M-n=7$. D. $M-n=14$.

Lời giải