

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1 (2,0 điểm). Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1-|1-2x|}} + \sqrt{x^2 - 7x + 6}$

Câu 2 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^2 + 2mx - 3m$ và hàm số $y = -2x + 3$. Tìm m để hai đồ thị đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $AB = 4\sqrt{5}$.

Câu 3 (2,0 điểm). Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x + m} = x + 1$ có nghiệm.

Câu 4 (2,0 điểm). Tìm tham số m để bất phương trình $\frac{x+1}{mx^2 - 4x + m - 3} < 1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 5 (2,0 điểm). Giải phương trình $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x + 5}$

Câu 6 (2,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{4x+10y} - \sqrt{2x+2y} = 4 \\ x+2y + \frac{2\sqrt{2x^2+7xy+5y^2}}{3} = 24 \end{cases}$$

Câu 7 (2,0 điểm). Cho tam giác ABC đều cạnh $3a$. Lấy các điểm M, N lần lượt trên các cạnh BC, CA sao cho $BM = a, CN = 2a$. Gọi P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho AM vuông góc với PN . Tính độ dài PN theo a .

Câu 8 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $BC = 2AB$, phương trình đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh B là $(d): x + y - 2 = 0$. Biết $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và $A(3;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác.

Câu 9 (2,0 điểm). Cho tam giác ABC gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, biết $IG \perp IC$.

Chứng minh rằng $\frac{a+b+c}{3} = \frac{2ab}{a+b}$ (Với $AB = c, BC = a, CA = b$).

Câu 10 (2,0 điểm). Cho các số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c \leq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của $S = \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$.

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

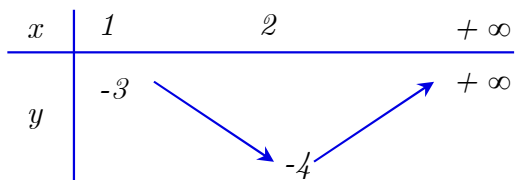
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

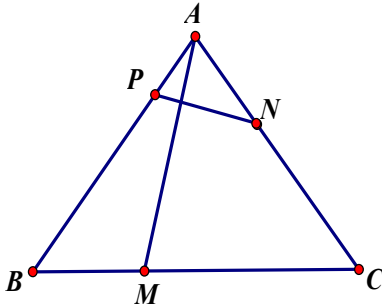
I. LƯU Ý CHUNG:

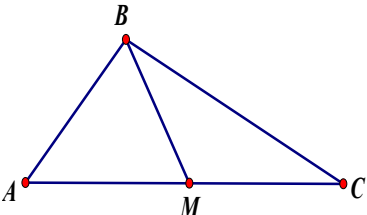
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

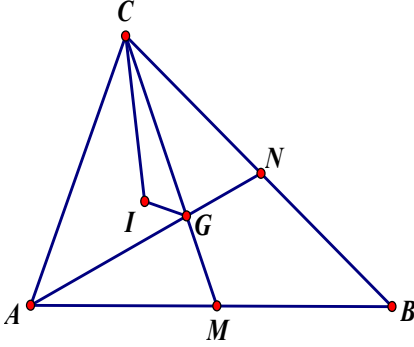
II. ĐÁP ÁN:

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	(2,0 điểm). Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1- 1-2x }} + \sqrt{x^2 - 7x + 6}$	
	Hàm số có xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 \geq 0 \\ 1 - 1 - 2x > 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \geq 0 \\ 1 - 1 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 6 \\ -1 < 1 - 2x < 1 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 6 \\ 0 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 1$	0,5
	Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (0; 1)$	0,5
2	(2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^2 + 2mx - 3m$ và hàm số $y = -2x + 3$. Tìm m để hai đồ thị đã cho cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $AB = 4\sqrt{5}$.	
	Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là: $x^2 + 2mx - 3m = -2x + 3$ $\Leftrightarrow x^2 + 2(m+1)x - 3m - 3 = 0$ (*)	0,5
	Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < -4 \end{cases}$ Gọi $A(x_1; -2x_1 + 3); B(x_2; -2x_2 + 3)$ với $x_1; x_2$ là nghiệm phương trình (*)	0,5
	Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = -3(m+1) \end{cases}$ Ta có: $AB = \sqrt{5(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{5(x_1 + x_2)^2 - 20x_1 \cdot x_2} = \sqrt{20(m+1)^2 + 60(m+1)}$	0,5
	$AB = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{20(m+1)^2 + 60(m+1)} = 4\sqrt{5} \Leftrightarrow (m+1)^2 + 2(m+1) - 4 = 0$ $\Leftrightarrow m = 0; m = -5$. So sánh với điều kiện ta được $m=0$ và $m=-5$	0,5
3	(2,0 điểm). Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x + m} = x + 1$ có nghiệm.	
	Ta có $\sqrt{2x^2 - 2x + m} = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 4x + m - 1 = 0(*) \end{cases}$	0,5

	$(*) \Leftrightarrow x^2 - 4x = 1 - m$. Xét $y = x^2 - 4x$ và $y = 1 - m$	0,5
	 Ta có bảng biến thiên hàm số $y = x^2 - 4x$ là:	0,5
	Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (*) phải có nghiệm $x \geq 1$ hay $1 - m \geq -4 \Leftrightarrow m \leq 5$	0,5
4	(2,0 điểm). Tìm tham số m để bất phương trình $\frac{x+1}{mx^2 - 4x + m - 3} < 1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.	
	Để bất phương trình có tập nghiệm $\mathbb{R}$ ta cần có $mx^2 - 4x + m - 3 \neq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ $(m = 0 \text{ không thỏa mãn}) \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -m^2 + 3m + 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 4 \end{cases}$	0,5
	Với $m < -1$. Khi đó ta có $mx^2 - 4x + m - 3 < 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ Bpt $\Leftrightarrow x + 1 > mx^2 - 4x + m - 3 \Leftrightarrow mx^2 - 5x + m - 4 < 0$ (1) Bpt có tập nghiệm $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta_{(1)} < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m - 25 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{4 - \sqrt{41}}{2} \\ m > \frac{4 + \sqrt{41}}{2} \end{cases}$ Mà $m < -1 \Rightarrow m < \frac{4 - \sqrt{41}}{2}$	0,5
	Với $m > 4$. Khi đó ta có $mx^2 - 4x + m - 3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ Bpt $\Leftrightarrow x + 1 < mx^2 - 4x + m - 3 \Leftrightarrow mx^2 - 5x + m - 4 > 0$ (2) Bpt có tập nghiệm $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta_{(2)} < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m - 25 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{4 - \sqrt{41}}{2} \\ m > \frac{4 + \sqrt{41}}{2} \end{cases}$ Mà $m > 4 \Rightarrow m > \frac{4 + \sqrt{41}}{2}$	0,5
	KL: $m < \frac{4 - \sqrt{41}}{2}$; $m > \frac{4 + \sqrt{41}}{2}$	0,5
5	(2,0 điểm). Giải phương trình $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x + 5}$	

	Điều kiện: $x \geq -\frac{4}{5}$. Đặt $t = \sqrt{4x+5} \Rightarrow t \geq 0$	0,5
	Ta có $x = \frac{t^2-5}{4}$ thay vào ta được phương trình sau: 2. $\frac{t^4-10t^2+25}{16} - \frac{6}{4}(t^2-5) - 1 = t \Leftrightarrow t^4 - 22t^2 - 8t + 77 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (t^2+2t-7)(t^2-2t-11) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1-2\sqrt{2} \\ t_2 = -1+2\sqrt{2} \\ t_3 = 1+2\sqrt{3} \\ t_4 = 1-2\sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow{t \geq 0} \begin{cases} t = -1+2\sqrt{2} \\ t = 1+2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1-\sqrt{2} \\ x = 2+\sqrt{3} \end{cases}$	0,5
6	(2,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{4x+10y} - \sqrt{2x+2y} = 4 \\ x+2y + \frac{2\sqrt{2x^2+7xy+5y^2}}{3} = 24 \end{cases}$	
	Đặt $a = \sqrt{4x+10y}; b = \sqrt{2x+2y} (a, b \geq 0)$ Khi đó hệ trở thành $\begin{cases} a-b=4 \\ \frac{a^2+b^2}{6} + \frac{ab}{3} = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=4 \\ a^2+b^2+2ab=144 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=4 \\ (a+b)^2=144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=4 \\ a+b=12 \\ a-b=4 \\ a+b=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=4 \\ a=-4 \\ b=-8 \end{cases} \xrightarrow{a,b \geq 0} \begin{cases} a=8 \\ b=4 \end{cases}$	0,5
	Với $\begin{cases} a=8 \\ b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{4x+10y}=8 \\ \sqrt{2x+2y}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5y=32 \\ x+y=8 \end{cases}$	0,5
	Giải hệ trên ta được $x = \frac{8}{3}; y = \frac{16}{3}$.	0,5
7	(2,0 điểm). Cho tam giác ABC đều cạnh $3a$. Lấy các điểm M, N lần lượt trên các cạnh BC, CA sao cho $BM=a, CN=2a$. Gọi P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho AM vuông góc với PN. Tính độ dài PN theo a.	
	 Đặt $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} (x > 0)$ Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	0,5

	$\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AN} = -x\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	
	$AM \perp PN \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{PN} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) \cdot \left(-x\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) = 0$ $\Leftrightarrow -\frac{2x}{3}a^2 + \frac{1}{9}a^2 + \left(\frac{2}{9} - \frac{x}{3}\right)\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \quad \left(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}\right)$ $\Leftrightarrow -\frac{2x}{3}a^2 + \frac{1}{9}a^2 + \left(\frac{2}{9} - \frac{x}{3}\right)\frac{a^2}{2} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2x}{3} + \frac{1}{9} + \left(\frac{2}{9} - \frac{x}{3}\right)\frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{15}$	0,5
	Khi đó $\overrightarrow{PN} = -\frac{4}{15}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \Rightarrow PN^2 = \left(-\frac{4}{15}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)^2$ $= \frac{16}{225}a^2 + \frac{1}{9}a^2 - \frac{8}{45} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{21}{225}$	0,5
	$\Rightarrow PN = \frac{\sqrt{21}}{15}$	0,5
8	(2,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $BC = 2AB$, phương trình đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh B là $(d): x + y - 2 = 0$. Biết $\widehat{ABC} = 120^\circ$ và $A(3;1)$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của tam giác.	
	 Đặt $AB = a (a > 0)$ Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos 120^\circ} = a\sqrt{7}$ $\Rightarrow BM = \sqrt{\frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 + 4a^2}{2} - \frac{7a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,5
	Ta có $AB^2 + BM^2 = a^2 + \frac{3a^2}{4} = \frac{7a^2}{4} = AM^2$ Suy ra tam giác ABM vuông tại B. Khi đó phương trình AB: $x - y - 2 = 0$ B là giao của AB và BM $\Rightarrow B(2;0)$	0,5
	Ta có: $AB = d(A, BM) = \sqrt{2} \Rightarrow a = \sqrt{2} \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{6}}{2}$ Gọi $M(m; 2-m)$. $BM = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow m = 2 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ M là trung điểm AC nên $C(2 + \sqrt{3}; 4 + \sqrt{3})$ hoặc $C(2 - \sqrt{3}; 4 - \sqrt{3})$	0,5
9	(2,0 điểm). Cho tam giác ABC gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$, biết $IG \perp IC$. Chứng minh rằng $\frac{a+b+c}{3} = \frac{2ab}{a+b}$ (Với $AB = c, BC = a, CA = b$).	

	 Ta chứng minh $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ $\Rightarrow a(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CA}) + b(\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CB}) + c\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CI} = \frac{1}{a+b+c}(a\overrightarrow{CA} + b\overrightarrow{CB})$	0,5
	$\Rightarrow \overrightarrow{GI} = \overrightarrow{CI} - \overrightarrow{CG} = \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{CA} + \left(\frac{b}{a+b+c} - \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{CB}$	0,5
	Khi đó $\Leftrightarrow [(2a-b-c)\overrightarrow{CA} + (2b-a-c)\overrightarrow{CB}](a\overrightarrow{CA} + b\overrightarrow{CB}) = \vec{0}$ $\Leftrightarrow (ab + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB})[b(2a-b-c) + a(2b-a-c)] = 0$ Do $ab + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = ab + ab \cos C = ab(1 + \cos C) > 0$	0,5
	Nên ta có: $b(2a-b-c) + a(2b-a-c) = 0$ $\Leftrightarrow b(3a-a-b-c) + a(3b-a-b-c) = 0 \Leftrightarrow 6ab = (a+b)(a+b+c) \Leftrightarrow \frac{a+b+c}{3} = \frac{2ab}{a+b}$	0,5
10	(2,0 điểm). Cho các số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c \leq \frac{3}{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = \sqrt{a^2 + \frac{1}{b^2}} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{c^2}} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{a^2}}$.	
	Ta thấy $S = \sqrt{a^2 + \underbrace{\frac{1}{16b^2} + \dots + \frac{1}{16b^2}}_{16}} + \sqrt{b^2 + \underbrace{\frac{1}{16c^2} + \dots + \frac{1}{16c^2}}_{16}} + \sqrt{c^2 + \underbrace{\frac{1}{16a^2} + \dots + \frac{1}{16a^2}}_{16}}$	0,5
	$\geq \sqrt{17} \sqrt[17]{\frac{a^2}{16^{16}b^{32}}} + \sqrt{17} \sqrt[17]{\frac{a^2}{16^{16}b^{32}}} + \sqrt{17} \sqrt[17]{\frac{a^2}{16^{16}b^{32}}}$	0,5
	$= \sqrt{17} \left[17 \sqrt[17]{\frac{a}{16^8b^{16}}} + 17 \sqrt[17]{\frac{b}{16^8c^{16}}} + 17 \sqrt[17]{\frac{c}{16^8a^{16}}} \right] \geq 3\sqrt{17} \sqrt[17]{\frac{1}{16^8a^5b^5c^5}}$	0,5
	$= \frac{3\sqrt{17}}{2^{17}\sqrt[17]{(2a2b2c)^5}} \geq \frac{3\sqrt{17}}{2^{17}\sqrt[17]{\left(\frac{2a+2b+2c}{3}\right)^{15}}} \geq \frac{3\sqrt{17}}{2}$	0,5
	Vậy $\text{Min} S = \frac{3\sqrt{17}}{2}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{2}$.	