

PHẦN I. GIẢI TÍCH

A. NGUYÊN HÀM.

Vấn đề 1. Các câu hỏi lý thuyết.

Câu 1. Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Khẳng định nào sau đây **đúng**.

A. Chỉ có duy nhất một hằng số C sao cho hàm số $y = F(x) + C$ là một nguyên hàm của hàm f trên K .

B. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì tồn tại một hằng số C sao cho $G(x) = F(x) + C$ với x thuộc K .

C. Chỉ có duy nhất hàm số $y = F(x)$ là nguyên hàm của f trên K .

D. Với mỗi nguyên hàm G của f trên K thì $G(x) = F(x) + C$ với mọi x thuộc K và C bất kỳ.

Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**.

A. $\int f(x)dx = F(x) + C$.

B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$.

C. $\left(\int f(x)dx\right)' = f'(x)$.

D. $\left(\int f(x)dx\right)' = F'(x)$.

Câu 3. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ là hàm số liên tục, có $F(x), G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x), g(x)$. Xét các mệnh đề sau:

(I). $F(x) + G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) + g(x)$.

(II). $k.F(x)$ là một nguyên hàm của $kf(x)$ với $k \in \mathbb{R}$.

(III). $F(x).G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x).g(x)$.

Các mệnh đề **đúng** là

A. (I).

B. (I) và (II).

C. Cả 3 mệnh đề.

D. (II).

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**.

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) - G(x) = C$ là hằng số.

C. $F(x) = \sqrt{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2\sqrt{x}$.

D. $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2x$.

Câu 5. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**.

A. $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx$.

B. $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = 2 \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx.$

C. $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx \cdot \int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right) dx.$

D. $\int \left(2x - 1 + \frac{1}{x}\right)^2 dx = 4 \int x^2 dx + \int dx + \int \frac{1}{x^2} dx - 4 \int x dx - \int \frac{2}{x} dx + 4 \int dx.$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó $\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng:

A. $\frac{1}{2} f(\sqrt{x}) + C$ **B.** $f(\sqrt{x}) + C$ **C.** $-2f(\sqrt{x}) + C$ **D.** $2f(\sqrt{x}) + C$

Câu 7. Biết $\int f(x) dx = 3x \cos(2x - 5) + C$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $\int f(3x) dx = 3x \cos(6x - 5) + C$ **B.** $\int f(3x) dx = 9x \cos(6x - 5) + C$

C. $\int f(3x) dx = 9x \cos(2x - 5) + C$ **D.** $\int f(3x) dx = 3x \cos(2x - 5) + C$

Câu 8. Biết $\int f(2x) dx = \sin^2 x + \ln x$. Tìm nguyên hàm $\int f(x) dx$.

A. $\int f(x) dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C.$

B. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \ln x + C.$

C. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 x + 2 \ln x - \ln 2 + C.$

D. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 2x + 2 \ln x - \ln 2 + C.$

Vấn đề 2. Nguyên hàm của hàm số đa thức.

Câu 9. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $\frac{1}{5} x^5 + \frac{1}{3} x^3 + C$

B. $x^4 + x^2 + C$

C. $x^5 + x^3 + C.$

D. $4x^3 + 2x + C$

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

A. $\frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{3} x^3 + C$

B. $3x^2 + 2x + C$

C. $x^3 + x^2 + C$

D. $x^4 + x^3 + C$

Câu 11. Tìm nguyên hàm $\int x(x^2 + 7)^{15} dx$?

A. $\frac{1}{2} (x^2 + 7)^{16} + C$

B. $-\frac{1}{32} (x^2 + 7)^{16} + C$

C. $\frac{1}{16} (x^2 + 7)^{16} + C$

D. $\frac{1}{32} (x^2 + 7)^{16} + C$

Câu 12. Nếu $\int f(x) dx = 4x^3 + x^2 + C$ thì hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3} + Cx.$

B. $f(x) = 12x^2 + 2x + C.$

C. $f(x) = 12x^2 + 2x.$

D. $f(x) = x^4 + \frac{x^3}{3}.$

Câu 13. Nguyên hàm của hàm số $x^3 + x^2$?

A. $3x^2 + 2x + C.$

B. $\frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{3} x^3 + C.$

C. $x^4 + x^3 + C.$

D. $4x^4 + 3x^3 + C.$

Câu 14. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2019$ là

A. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C.$

B. $\frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2019x + C.$

C. $\frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2019x + C.$

D. $\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - \frac{x^2}{2} - 2019x + C.$

Câu 15. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2019}$?

A. $\frac{x^{2020}}{2020} + 1.$

B. $\frac{x^{2020}}{2020}.$

C. $y = 2019x^{2018}.$

D. $\frac{x^{2020}}{2020} - 1.$

Câu 16. Tìm nguyên $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)(x+3)$?

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - 6x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 6x + C.$

B. $F(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + C.$

C. $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 6x + C.$

D. $F(x) = x^3 + 6x^2 + 11x^2 + 6x + C.$

Câu 17. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+3)^5$ là

A. $F(x) = \frac{(2x+3)^6}{12} + C.$

B. $F(x) = \frac{(2x+3)^6}{6} + C.$

C. $F(x) = 10(2x+3)^4 + C.$

D. $F(x) = 5(2x+3)^4 + C.$

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3(x^2+1)^{2019}$ là

A. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} \right].$

B. $\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020}.$

C. $\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} + C.$

D. $\frac{1}{2} \left[\frac{(x^2+1)^{2021}}{2021} - \frac{(x^2+1)^{2020}}{2020} \right] + C.$

Câu 19. Biết rằng hàm số $F(x) = mx^3 + (3m+n)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$. Tính mn .

A. $mn = 1.$

B. $mn = 2.$

C. $mn = 0.$

D. $mn = 3.$

Vấn đề 3. Nguyên hàm của hàm số hữu tỉ.

Câu 20. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}.$

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}.$

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

A. $\frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$. **B.** $\frac{1}{2} \ln(1-2x) + C$. **C.** $-\frac{1}{2} \ln|2x-1| + C$. **D.** $\ln|2x-1| + C$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$.

D. $\int f(x) dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$.

Câu 25. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $3 \ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C$

B. $3 \ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C$

C. $3 \ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C$

D. $3 \ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C$.

Câu 26. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$.
Tìm $F(x)$.

A. $2 \ln(x-1) + 2$

B. $\ln(x-1) + 3$

C. $4 \ln(x-1)$

D. $\ln(x-1) - 3$

Câu 27. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a + 2b = 8$.

B. $a + b = 8$.

C. $2a - b = 8$.

D. $a - b = 8$.

Câu 28. Cho biết $\int \frac{1}{x^3 - x} dx = a \ln|(x-1)(x+1)| + b \ln|x| + C$. Tính giá trị biểu thức: $P = 2a + b$.

A. 0.

B. -1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Câu 29. Cho biết $\int \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+3| + C$. Tính giá trị biểu thức:

$P = a^2 + ab + b^2$.

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

Câu 30. Tìm tất cả các họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^9 + 3x^5}$

$$\text{A. } \int f(x) dx = -\frac{1}{3x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$$

$$\text{B. } \int f(x) dx = -\frac{1}{12x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$$

$$\text{C. } \int f(x) dx = -\frac{1}{3x^4} - \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$$

$$\text{D. } \int f(x) dx = -\frac{1}{12x^4} + \frac{1}{36} \ln \left| \frac{x^4}{x^4 + 3} \right| + C$$

Câu 31. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx$ và $F(0) = 1$.

$$\text{A. } F(x) = \ln(x^4 + 1) + 1.$$

$$\text{B. } F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + \frac{3}{4}.$$

$$\text{C. } F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + 1.$$

$$\text{D. } F(x) = 4 \ln(x^4 + 1) + 1.$$

Câu 32. Biết $\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^b + C$, $x \neq -1$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } a = 2b.$$

$$\text{B. } b = 2a.$$

$$\text{C. } a = 2018b.$$

$$\text{D. } b = 2018a.$$

Câu 33. Đổi biến $t = x - 1$ thì $\int \frac{x}{(x-1)^4} dx$ trở thành

$$\text{A. } \int \frac{t-1}{t^4} dt.$$

$$\text{B. } \int \frac{(t+1)^4}{t} dt.$$

$$\text{C. } \int \frac{t+1}{t^4} dt.$$

$$\text{D. } \int \frac{t+1}{t} dt.$$

Câu 34. Cho $I = \int \frac{1}{x^3(1+x^2)} dx = \frac{-a}{x^2} - b \ln|x| + 2c \ln(1+x^2) + C$. Khi đó $S = a + b + c$ bằng

$$\text{A. } \frac{-1}{4}.$$

$$\text{B. } \frac{3}{4}.$$

$$\text{C. } \frac{7}{4}.$$

$$\text{D. } 2.$$

Vấn đề 4. Nguyên hàm của hàm số chứa căn.

Câu 35. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

$$\text{A. } \int f(x) dx = \frac{2}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x) dx = \frac{1}{3} (2x-1) \sqrt{2x-1} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sqrt{2x-1} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x-1} + C.$$

Câu 36. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x-1}}$ có dạng:

$$\text{A. } \int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x+1} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x) dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C.$$

Câu 37. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ là

$$\text{A. } \int f(x) dx = (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C.$$

$$\text{B. } \int f(x) dx = \sqrt[3]{3x+1} + C.$$

$$\text{C. } \int f(x) dx = \frac{1}{3} \sqrt[3]{3x+1} + C.$$

$$\text{D. } \int f(x) dx = \frac{1}{4} (3x+1) \sqrt[3]{3x+1} + C.$$

Câu 38. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+2}$ là

A. $\frac{2}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$

B. $\frac{1}{3}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$

C. $\frac{2}{9}(3x+2)\sqrt{3x+2} + C$

D. $\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{3x+2}} + C$

Câu 39. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$ là

A. $-\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$

B. $\frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

C. $\frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$

D. $\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$

Câu 40. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2(u^2-4) du.$

B. $\int (u^2-4) du.$

C. $\int (u^2-3) du.$

D. $\int 2u(u^2-4) du.$

Câu 41. Biết $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+2} + (x+2)\sqrt{x}} = a\sqrt{x} - b\sqrt{x+2} + C$ với a, b là các số nguyên dương và C là

hằng số thực. Giá trị của biểu thức $P = a + b$ là:

A. $P = 2$

B. $P = 8$

C. $P = 46$

D. $P = 22$

Câu 42. Nguyên hàm $P = \int x\sqrt[3]{x^2+1} dx$ là:

A. $P = \frac{3}{8}(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1} + C$

B. $P = \frac{3}{8}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} + C$

C. $P = \frac{3}{8}\sqrt[3]{x^2+1} + C$

D. $P = \frac{3}{4}(x^2+1)\sqrt[3]{x^2+1} + C$

Câu 43. Nguyên hàm $R = \int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$ là:

A. $R = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} \right| + C$

B. $R = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| + C$

C. $R = \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} \right| + C$

D. $R = \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} \right| + C$

Câu 44. Nguyên hàm $S = \int x^3\sqrt{x^2+9} dx$ là:

A. $S = \frac{(x^2+9)^2\sqrt{x^2+9}}{5} - 3(x^2+9)\sqrt{x^2+9} + C$

B. $S = \frac{(x^2+9)^4\sqrt{x^2+9}}{5} - 3(x^2+9)\sqrt{x^2+9} + C$

C. $S = \frac{(x^2+9)\sqrt{x^2+9}}{5} - 3(x^2+9)^2\sqrt{x^2+9} + C$

D. $S = \frac{(x^2 + 9)^2 \sqrt{x^2 + 9}}{5} - 3\sqrt{x^2 + 9} + C$

Câu 45. Nguyên hàm $I = \int \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^3}} dx$ là:

A. $\sqrt[3]{(1-x^2)^2} + C$ **B.** $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C$ **C.** $\frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}} + C$ **D.** $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + C$

Câu 46. Cho $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx$. Bằng phép đổi biến $u = \sqrt{x^2+1}$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $x^2 = u^2 - 1$ **B.** $xdx = udu$ **C.** $I = \int (u^2 - 1).udu$ **D.** $I = \frac{u^3}{3} - u + C$

Câu 47. Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(2\sqrt{x^2+1} + 5)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn

$F(0) = 6$. Giá trị của $F\left(\frac{3}{4}\right)$ là:

A. $\frac{125}{16}$ **B.** $\frac{126}{16}$ **C.** $\frac{123}{16}$ **D.** $\frac{127}{16}$

Câu 48. Nguyên hàm $I = \int \frac{dx}{x^2\sqrt{9-x^2}}$ là:

A. $I = -\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + C$ **B.** $I = \frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + C$
C. $I = \frac{\sqrt{9-x^2}}{9x^2} + C$ **D.** $I = -\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x^2} + C$

Câu 49. Nguyên hàm $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ là:

A. $I = -\frac{1}{3}(x^2 - 2)\sqrt{1+x^2} + C$ **B.** $I = \frac{1}{3}(x^2 - 2)\sqrt{1+x^2} + C$
C. $I = -\frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1+x^2} + C$ **D.** $I = \frac{1}{3}(x^2 + 2)\sqrt{1+x^2} + C$

Vấn đề 5. Nguyên hàm của hàm số lượng giác.

Câu 50. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ **B.** $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$
C. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ **D.** $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

Câu 51. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ **B.** $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$

C. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$

D. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$

Câu 52. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ là:

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

D. $\int f(x) dx = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$

Câu 53. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int \sin 2x dx = \frac{\cos 2x}{2} + C, C \in \mathbb{R}$

B. $\int \sin 2x dx = \cos 2x + C, C \in \mathbb{R}$

C. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C, C \in \mathbb{R}$

D. $\int \sin 2x dx = \frac{-\cos 2x}{2} + C, C \in \mathbb{R}$

Câu 54. Biết $\int (\sin 2x - \cos 2x)^2 dx = x + \frac{a}{b} \cos 4x + C$, với a, b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $C \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b$ bằng:

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 55. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 3x \cos x$, biết đồ thị $y = F(x)$ đi qua gốc tọa độ là:

A. $F(x) = \frac{\sin 4x}{4} + \frac{\sin 2x}{2}$

B. $F(x) = \frac{\sin 4x}{8} + \frac{\sin 2x}{2}$

C. $F(x) = \frac{\cos 4x}{8} + \frac{\cos 2x}{4}$

D. $F(x) = \frac{\sin 8x}{8} + \frac{\sin 4x}{4}$

Câu 56. Biết $\int (\cos^2 x - \sin^2 x)^5 \sin 4x dx = -\frac{\cos^m nx}{p} + C$, với $m, n, p \in \mathbb{Z}$ và C là hằng số thực. Giá trị của biểu thức $T = m + n + p$ là:

A. $T = 9$

B. $T = 14$

C. $T = 16$

D. $T = 18$

Câu 57. Nguyên hàm $M = \int \frac{2 \sin x}{1 + 3 \cos x} dx$ là:

A. $M = \frac{1}{3} \ln(1 + 3 \cos x) + C$

B. $M = \frac{2}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + C$

C. $M = -\frac{2}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + C$

D. $M = -\frac{1}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + C$

Câu 58. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. Giá trị $F(2019\pi)$ là:

A. $F(2019\pi) = -\frac{1}{15}$

B. $F(2019\pi) = 0$

C. $F(2019\pi) = -\frac{2}{15}$

D. $F(2019\pi) = \frac{1}{15}$

Câu 59. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

A. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$

B. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

D. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$

Câu 60. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -\cos x$ và $f(0) = 2020$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = -\sin x + 2020$

B. $f(x) = \cos x + 2020$

C. $f(x) = \sin x + 2020$.

D. $f(x) = 2020 - \cos x$

Câu 61. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \sin^2 x \cos x$ là

A. $\sin^3 x + C$.

B. $-\sin^3 x + C$.

C. $\cos^3 x + C$.

D. $-\cos^3 x + C$.

Câu 62. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1 + 3 \cos x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln |1 + 3 \cos x| + C$.

B. $\int f(x) dx = \ln |1 + 3 \cos x| + C$.

C. $\int f(x) dx = 3 \ln |1 + 3 \cos x| + C$.

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \ln |1 + 3 \cos x| + C$.

Câu 63. Tìm các hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{\cos x}{(2 + \sin x)^2}$.

A. $f(x) = \frac{\sin x}{(2 + \sin x)^2} + C$.

B. $f(x) = \frac{1}{(2 + \cos x)} + C$.

C. $f(x) = -\frac{1}{2 + \sin x} + C$.

D. $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \sin x} + C$.

Câu 64. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^5 x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x - \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln |\cos x| + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + \frac{1}{2} \tan^2 x - \ln |\cos x| + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x + \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln |\cos x| + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \tan^4 x - \frac{1}{2} \tan^2 x - \ln |\cos x| + C$.

Câu 65. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin 2x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin x}}$ và $F(0) = 2$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $\frac{2\sqrt{2} - 8}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{2} + 8}{3}$

C. $\frac{4\sqrt{2} - 8}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2} + 8}{3}$

Câu 66. Cho nguyên hàm $I = \int \frac{\sin 2x}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$. Nếu $u = \cos 2x$ đặt thì mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \int \frac{-1}{u^2 + 1} du$

B. $I = \int \frac{1}{2u^2 + 1} du$

C. $I = \frac{1}{2} \int \frac{1}{u^2 + 1} du$

D. $I = \int \frac{2}{u^2 + 1} du$

Câu 67. Cho $\int \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3} dx = -\frac{(\sin x + \cos x + 1)^m}{(\sin x + \cos x + 2)^n} + C$, với $m, n \in \mathbb{N}$ và C là hằng số

thực. Giá trị của biểu thức $A = m + n$ là:

A. $A = 5$

B. $A = 2$

C. $A = 3$

D. $A = 4$

Vấn đề 6. Nguyên hàm của hàm số mũ, logarit.

Câu 68. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

B. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

C. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

D. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

Câu 69. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

A. $3e^x + C$.

B. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$.

C. $\frac{1}{3}e^x + C$.

D. $3e^{3x} + C$.

Câu 70. Nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x-1}$ là

A. $2e^{2x-1} + C$.

B. $e^{2x-1} + C$.

C. $\frac{1}{2}e^{2x-1} + C$.

D. $\frac{1}{2}e^x + C$.

Câu 71. Tính $F(x) = \int e^2 dx$, trong đó e là hằng số và $e \approx 2,718$.

A. $F(x) = \frac{e^2 x^2}{2} + C$.

B. $F(x) = \frac{e^3}{3} + C$.

C. $F(x) = e^2 x + C$.

D. $F(x) = 2ex + C$.

Câu 72. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau:

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$.

B. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$.

C. $f(x) = e^{2x}$.

D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Câu 73. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x (2^{-x} + 5)$ là

A. $x + 5 \left(\frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$.

B. $x + 5 \cdot 2^x \ln 2 + C$.

C. $\frac{2^x}{\ln 2} \left(-\frac{2^x}{\ln 2} x + 5x \right) + C$.

D. $1 + 5 \left(\frac{2^x}{\ln 2} \right) + C$.

Câu 74. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2e^x + 3}$ thỏa mãn $F(0) = 10$. Hàm số $F(x)$ là:

A. $\frac{1}{3} \left(x - \ln(2e^x + 3) \right) + 10 + \frac{\ln 5}{3}$

B. $\frac{1}{3} \left(x + 10 - \ln(2e^x + 3) \right)$

C. $\frac{1}{3} \left(x - \ln \left(2e^x + \frac{3}{2} \right) \right) + \ln 5 - \ln 2$

D. $\frac{1}{3} \left(x - \ln(2e^x + 3) \right) + 10 + \frac{\ln 5 - \ln 2}{3}$

Câu 75. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và: $f'(x) = 2e^{2x} + 1, \forall x, f(0) = 2$. Hàm $f(x)$ là

A. $y = 2e^x + 2x$.

B. $y = 2e^x + 2$.

C. $y = e^{2x} + x + 2$.

D. $y = e^{2x} + x + 1$.

Câu 76. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ là:

A. $\frac{\ln^2 x}{2} + C$

B. $\frac{1 - \ln x}{x^2} + C$

C. $\frac{\ln x}{2} + C$

D. $\ln^2 x + C$

Câu 77. Nguyên hàm $T = \int \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$ là:

A. $T = \frac{1}{2\sqrt{\ln x + 1}} + C$

B. $T = 2\sqrt{\ln x + 1} + C$

C. $T = \frac{2}{3}(\ln x + 1)\sqrt{\ln x + 1} + C$

D. $T = \sqrt{\ln x + 1} + C$

Câu 78. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} \cdot e^{x^3+1} + C$.

B. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C$.

C. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}e^{x^3+1} + C$.

Câu 79. Nguyên hàm của $f(x) = \sin 2x \cdot e^{\sin^2 x}$ là

A. $\sin^2 x \cdot e^{\sin^2 x-1} + C$.

B. $\frac{e^{\sin^2 x+1}}{\sin^2 x + 1} + C$.

C. $e^{\sin^2 x} + C$.

D. $\frac{e^{\sin^2 x-1}}{\sin^2 x - 1} + C$.

Câu 80. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là

A. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \sqrt{x^2 + 1} + C$.

B. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \sqrt{x^2 + 1} + C$.

C. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C$.

D. $F(x) = x^2 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C$.

Câu 81. Xét nguyên hàm $V = \int \frac{\ln^2 x}{x(1 + \sqrt{\ln x + 1})} dx$. Đặt $u = 1 + \sqrt{1 + \ln x}$, khẳng định nào sau đây

sai?

A. $\frac{dx}{x} = (2u - 2) du$

B. $V = \int \frac{(u^2 - 2u)^2}{u} \cdot (2u - 2) du$

C. $V = \frac{2}{5}u^5 - \frac{5}{2}u^4 + \frac{16}{3}u^3 - 4u^2 + C$

D. $V = \frac{u^5}{5} + \frac{u^4}{2} - \frac{16}{3}u^3 + 4u^2 + C$

Câu 82. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 e^{x^3+2} + 2xe^{2x}$, ta có $\int f(x) dx = me^{x^3+2} + nxe^{2x} - pe^{2x} + C$. Giá trị của biểu thức $m + n + p$ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. 2

C. $\frac{13}{6}$

D. $\frac{7}{6}$

Vấn đề 7. Nguyên hàm tổng hợp.

Câu 83. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + 1 + C$

B. $e^x + x^2 + C$

C. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

D. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 84. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C.$ **B.** $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C.$ **C.** $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C.$ **D.** $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C.$

Câu 85. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}.$

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, \quad C \in \mathbb{R}.$ **B.** $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, \quad C \in \mathbb{R}.$
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, \quad C \in \mathbb{R}.$ **D.** $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, \quad C \in \mathbb{R}.$

Câu 86. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C.$ **B.** $6x + \cos x + C.$ **C.** $x^3 - \cos x + C.$ **D.** $6x - \cos x + C.$

Câu 87. Công thức nào sau đây là **sai**?

A. $\int \ln x \, dx = \frac{1}{x} + C.$ **B.** $\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \tan x + C.$
C. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C.$ **D.** $\int e^x \, dx = e^x + C.$

Câu 88. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \cos 2x \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$ **B.** $\int x^e \, dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C.$
C. $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln|x| + C.$ **D.** $\int e^x \, dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 89. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là

A. $\ln x - \cos x + C.$ **B.** $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C.$ **C.** $\ln|x| + \cos x + C.$ **D.** $\ln|x| - \cos x + C.$

Câu 90. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right).$

A. $\int f(x) \, dx = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C.$ **B.** $\int f(x) \, dx = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C.$
C. $\int f(x) \, dx = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C.$ **D.** $\int f(x) \, dx = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C.$

Câu 91. Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

A. $2e^x + \tan x + C$ **B.** $2e^x - \tan x + C$ **C.** $2e^x - \frac{1}{\cos x} + C$ **D.** $2e^x + \frac{1}{\cos x} + C$

Câu 92. Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}.$
B. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2 (\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}.$
C. $f(x) = \frac{x^2 (\sin x + \cos x)}{\sin x - \cos x}.$

D. $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}.$

Câu 93. Cho hàm số $f(x) = 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 2}{\sqrt{x}}$. Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số $f(x)$?

A. $F(x) = 2^{\sqrt{x}} + C$

B. $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$

C. $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$

D. $F(x) = 2^{\sqrt{x}+1} + C$

Câu 94. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$

A. $\int \left(-t^{-5} + 2t^{-3} - \frac{1}{t} \right) dt = \frac{1}{4} t^{-4} - t^{-2} - \ln|t| + C.$

B. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C.$

Câu 95. Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?

A. $ab = \frac{1}{8}.$

B. $ab = \frac{1}{4}.$

C. $ab = -\frac{1}{8}.$

D. $ab = -\frac{1}{4}.$

Câu 96. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là:

A. $2x^2 \ln x + 3x^2.$

B. $2x^2 \ln x + x^2.$

C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C.$

D. $2x^2 \ln x + x^2 + C.$

Câu 97. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x e^{2x}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} (x - 2) + C$

C. $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C$

D. $F(x) = 2e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$

Câu 98. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x(1 + e^x)$ là

A. $(2x - 1)e^x + x^2.$

B. $(2x + 1)e^x + x^2.$

C. $(2x + 2)e^x + x^2.$

D. $(2x - 2)e^x + x^2.$

Câu 99. Họ nguyên hàm của $f(x) = x \ln x$ là kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{2} x^2 + C.$

B. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x^2 + C.$

C. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x + C.$

Câu 100. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

A. $-x \cot x + \ln(\sin x) + C.$

B. $x \cot x - \ln|\sin x| + C.$

C. $x \cot x + \ln|\sin x| + C.$

D. $-x \cot x - \ln(\sin x) + C.$

Câu 101.Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + xe^x$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + (x+1)e^x + C.$

B. $\frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C.$

C. $\frac{1}{5}x^5 + xe^x + C.$

D. $4x^3 + (x+1)e^x + C.$

Câu 102.Họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{(2x^2 + x)\ln x + 1}{x}$ là

A. $(x^2 + x + 1)\ln x - \frac{x^2}{2} + x + C.$

B. $(x^2 + x - 1)\ln x + \frac{x^2}{2} - x + C.$

C. $(x^2 + x + 1)\ln x - \frac{x^2}{2} - x + C.$

D. $(x^2 + x - 1)\ln x - \frac{x^2}{2} + x + C.$

Câu 103.Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = xe^x$ và $f(0) = 2$. Tính $f(1)$.

A. $f(1) = 3.$

B. $f(1) = e.$

C. $f(1) = 5 - e.$

D. $f(1) = 8 - 2e.$

Câu 104.Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{-x}$. Tính $F(x)$ biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 2.$

B. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1.$

C. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2.$

D. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1.$

Câu 105.Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?

A. $ab = \frac{1}{8}.$

B. $ab = \frac{1}{4}.$

C. $ab = -\frac{1}{8}.$

D. $ab = -\frac{1}{4}.$

Câu 106.Biết $F(x) = -\frac{(x-a)\cos 3x}{b} + \frac{1}{c}\sin 3x + 2019$ là một nguyên hàm của hàm số

$f(x) = (x-2)\sin 3x$, (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$). Giá trị của $ab + c$ bằng

A. 14.

B. 15.

C. 10.

D. 18.

Câu 107.Cho hàm số $f(x) = 2x^2e^{x^3+2} + 2xe^{2x}$, ta có $\int f(x)dx = me^{x^3+2} + nxe^{2x} - pe^{2x} + C$. Giá trị của biểu thức $m + n + p$ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. 2

C. $\frac{13}{6}$

D. $\frac{7}{6}$

Câu 108.Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 2019^x(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2)$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $F(x)$ là

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 109.Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Vấn đề 8. Nguyên hàm của hàm ẩn

Câu 110.Hàm số $F(x)$ nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x).g(x)$, biết $F(1) = 3$,

$\int f(x)dx = x + C_1$ và $\int g(x)dx = x^2 + C_2.$

A. $F(x) = x^2 + 1$

B. $F(x) = x^2 + 3$

C. $F(x) = x^2 + 2$

D. $F(x) = x^2 + 4$

Câu 111. Cho $\int f(x) dx = 4x^3 + 2x + C_0$. Tính $I = \int xf(x^2) dx$.

- A.** $I = 2x^6 + x^2 + C$. **B.** $I = \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^6}{6} + C$. **C.** $I = 4x^6 + 2x^2 + C$. **D.** $I = 12x^2 + 2$.

Câu 112. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$. Biết $f(0) = 2$. Tính $f^2(2)$.

- A.** $f^2(2) = \frac{313}{15}$. **B.** $f^2(2) = \frac{332}{15}$. **C.** $f^2(2) = \frac{324}{15}$. **D.** $f^2(2) = \frac{323}{15}$.

Câu 113. Cho hai hàm số $F(x), G(x)$ xác định và có đạo hàm lần lượt là $f(x), g(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng

$F(x) \cdot G(x) = x^2 \ln(x^2 + 1)$ và $F(x) \cdot g(x) = \frac{2x^3}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của $f(x) \cdot G(x)$ là

- A.** $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + 2x^2 + C$. **B.** $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - 2x^2 + C$.
C. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C$. **D.** $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) + x^2 + C$.

Câu 114. Cho hàm số f liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(x) > -1 \forall x \in \mathbb{R}, f(0) = 0$ và thỏa mãn

$f'(x) \sqrt{x^2 + 1} = 2x \sqrt{f(x) + 1}$. Tính $f(\sqrt{3})$.

- A.** 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 115. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $f^2(x) \cdot f'(x) = 1 + 2x + 3x^2$.

Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-1; 2]$ là

- A.** $\min_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{2}; \max_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$. **B.** $\min_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{2}; \max_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$
C. $\min_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}; \max_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$. **D.** $\min_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}; \max_{[-1; 2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện: $f(0) = 2\sqrt{2}$, $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và

$f(x) \cdot f'(x) = (2x + 1) \sqrt{1 + f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

- A.** $\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{24}$. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{23}$.

Câu 117. Cho h/s $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}; f(1) = \frac{1}{2}$. Tính

$f(4)$?

- A.** 24. **B.** 14. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 118. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$.

Tính giá trị của $T = f^2(2)$.

- A.** $\frac{43}{30}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{43}{15}$. **D.** $\frac{26}{15}$.

Vấn đề 9. Các bài toán nguyên hàm có điều kiện.

Câu 119. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}, f(0) = 1, f(1) = 2$. Giá trị

của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

- A.** $2 + \ln 15$ **B.** $3 + \ln 15$ **C.** $\ln 15$ **D.** $4 + \ln 15$

Câu 120. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng
A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 121. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \cos 3x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{3}$. Tính $F\left(\frac{\pi}{9}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}+2}{6}$ **B.** $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}-2}{6}$ **C.** $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}+6}{6}$ **D.** $F\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{\sqrt{3}-6}{6}$

Câu 122. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$.
 Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4035$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = \ln 2$. **D.** $S = 1$.

Câu 123. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** 0. **C.** 5. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 124. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$, thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{\ln 2}$. Tính giá trị biểu thức $T = F(0) + F(1) + \dots + F(2018) + F(2019)$.

A. $T = 1009 \cdot \frac{2^{2019} + 1}{\ln 2}$. **B.** $T = 2^{2019 \cdot 2020}$.
C. $T = \frac{2^{2019} - 1}{\ln 2}$. **D.** $T = \frac{2^{2020} - 1}{\ln 2}$.

Câu 125. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$ với mọi $k \in \mathbb{Z}$.
 Tính $F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi)$.

A. 55. **B.** 44. **C.** 45. **D.** 0.

Câu 126. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$.

Câu 127. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $S = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(2019)$ bằng

A. $\frac{2019}{2020}$. **B.** $\frac{2019 \cdot 2021}{2020}$. **C.** $2018 \frac{1}{2020}$. **D.** $-\frac{2019}{2020}$.

Câu 128. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2) + F(1) = 0$. Giá trị của $F(-1) + F(2)$ bằng

A. $\frac{10}{3} \ln 2 - \frac{5}{6} \ln 5$. **B.** 0. **C.** $\frac{7}{3} \ln 2$. **D.** $\frac{2}{3} \ln 2 + \frac{3}{6} \ln 5$.

Câu 129. Gọi $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln(x-1)$. Cho biết $g(2) = 1$ và $g(3) = a \ln b$ trong đó a, b là các số nguyên dương phân biệt. Hãy tính giá trị của $T = 3a^2 - b^2$

- A. $T = 8$. B. $T = -17$. C. $T = 2$. D. $T = -13$.

Câu 130. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(x) \neq 0$ với mọi x và thỏa mãn $f(1) = -\frac{1}{2}$, $f'(x) = (2x+1)f^2(x)$. Biết $f(1) + f(2) + \dots + f(2019) = \frac{a}{b} - 1$ với $a, b \in \mathbb{N}$, $(a, b) = 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $a - b = -2019$. B. $ab > 2019$. C. $2a + b = 2022$. D. $b \leq 2020$.

Vấn đề 10. Một số bài toán ứng dụng của nguyên hàm.

Câu 131. Một chất điểm chuyển động với phương trình $S = \frac{1}{2}t^2$, trong đó t là thời gian tính bằng giây (s) và S là quãng đường tính bằng mét (m). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 5(s)$ là:

- A. $5(m/s)$ B. $25(m/s)$ C. $2,5(m/s)$. D. $10(m/s)$.

Câu 132. Một ô tô đang chạy với vận tốc $10(m/s)$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 2t(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

- A. $50m$. B. $25m$. C. $55m$. D. $10m$.

Câu 133. Một vận động viên điền kinh chạy với gia tốc $a(t) = -\frac{1}{24}t^3 + \frac{5}{16}t^2(m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc xuất phát. Hỏi vào thời điểm $5(m/s)$ sau khi xuất phát thì vận tốc của vận động viên là bao nhiêu?

- A. $5,6m/s$ B. $6,51(m/s)$. C. $7,72(m/s)$ D. $6,8(m/s)$

Câu 134. Số lượng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $N(x)$, trong đó x là số ngày kể từ thời điểm ban đầu. Biết rằng $N'(x) = \frac{2000}{1+x}$ và lúc đầu số lượng vi khuẩn là 5000 con. Hỏi ngày thứ 12 số lượng vi khuẩn gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 10130. B. 10120. C. 5154. D. 10132.

Câu 135. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ thỏa mãn $F(0) = -\ln 2$. Tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 3$ là:

- A. $S = \{\pm 3\}$ B. $S = \{3\}$ C. $S = \emptyset$ D. $S = \{-3\}$

Câu 136. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = \frac{2017x}{(x^2 + 1)^{2018}}$ thỏa mãn $F(1) = 0$

. Tìm giá trị nhỏ nhất m của $F(x)$.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1 - 2^{2017}}{2^{2018}}$. C. $m = \frac{1 + 2^{2017}}{2^{2018}}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 137. Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số).

Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

A. -1 .

B. 1 .

C. 3 .

D. -3 .

Câu 138. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$. Biết

rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0; \pi)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$

B. $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$

D. $F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 - \sqrt{3}$

B. TÍCH PHÂN.**Vấn đề 1. Tích phân hàm đa thức**

Câu 1. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x + 1) dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 2. Tích phân $\int_0^1 (3x + 1)(x + 3) dx$ bằng

- A. 12. B. 9. C. 5. D. 6.

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_0^2 (2x + 1) dx$

- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 4. Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 - 2ax - 1) dx$ bằng

- A. $b^3 - b^2a - b$. B. $b^3 + b^2a + b$. C. $b^3 - ba^2 - b$. D. $3b^2 - 2ab - 1$.

Câu 5. Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 f(x) dx = 8$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $m + n = 4$. B. $m + n = -4$. C. $m + n = 2$. D. $m + n = -2$.

Câu 6. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 7. Cho n là số nguyên dương khác 0, hãy tính tích phân $I = \int_0^1 (1 - x^2)^n x dx$ theo n .

- A. $I = \frac{1}{2n + 2}$. B. $I = \frac{1}{2n}$. C. $I = \frac{1}{2n - 1}$. D. $I = \frac{1}{2n + 1}$.

Vấn đề 2. Tích phân hàm số hữu tỉ.

Câu 8. $\int_1^2 \frac{dx}{2x + 3}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln 35$ B. $\ln \frac{7}{5}$ C. $\frac{1}{2} \ln \frac{7}{5}$ D. $2 \ln \frac{7}{5}$

Câu 9. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + 2b = 0$

B. $a + b = 2$

C. $a - 2b = 0$

D. $a + b = -2$

Câu 10. Tính tích phân $I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

A. $I = \frac{1}{e}$

B. $I = \frac{1}{e} + 1$

C. $I = 1$

D. $I = e$

Câu 11. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

A. $I = 1 - \ln 2$.

B. $I = \frac{7}{4}$.

C. $I = 1 + \ln 2$.

D. $I = 2 \ln 2$.

Câu 12. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)(2x+1)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. Khi đó giá trị $a + b + c$ bằng

A. -3 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 0 .

Câu 13. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 7$.

B. $S = 5$.

C. $S = 8$.

D. $S = 6$.

Câu 14. Biết $I = \int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó giá trị của $a + 4b$ bằng

A. 50

B. 60

C. 59

D. 40

Câu 15. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

A. $S = 2$.

B. $S = -2$.

C. $S = 5$.

D. $S = 10$.

Câu 16. Biết $\int_0^2 \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của abc bằng

A. -8 .

B. -10 .

C. -12 .

D. 16 .

Câu 17. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

A. $\ln 2 - 1$.

B. $-\ln 2$.

C. $\ln 2$.

D. $1 - \ln 2$.

Câu 18. Tính $K = \int_2^3 \frac{x}{x^2 - 1} dx$.

- A. $K = \ln 2$. B. $K = \frac{1}{2} \ln \frac{8}{3}$. C. $K = 2 \ln 2$. D. $K = \ln \frac{8}{3}$.

Câu 19. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$, giả sử đặt $t = 1 + x^2$. Tìm mệnh đề đúng.

- A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$. B. $I = \int_1^3 \frac{(t-1)^3}{t^5} dt$.
C. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$. D. $I = \frac{3}{2} \int_1^4 \frac{(t-1)^3}{t^4} dt$.

Câu 20. Có bao nhiêu số thực a để $\int_0^1 \frac{x}{a+x^2} dx = 1$.

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 21. Biết $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 3}{x^2 + 2x + 1} dx = a - \ln b$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $P = a^2 + b^2$.

- A. 13. B. 5. C. 4. D. 10.

Vấn đề 3. Tích phân hàm vô tỉ.

Câu 22. Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a - b = -2c$ B. $a + b = -2c$ C. $a + b = c$ D. $a - b = -c$

Câu 23. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$ B. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$ C. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$ D. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$

Câu 24. Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 25. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$

- A. $P = 18$ B. $P = 46$ C. $P = 24$ D. $P = 12$

Câu 26. Cho tích phân $I = \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16-x^2} dx$ và $x = 4 \sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt.$

B. $I = 16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt.$

C. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2t) dt.$

D. $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt.$

Câu 27. Biết $\int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. $\frac{7}{3}.$

B. $\frac{5}{3}.$

C. $\frac{8}{3}.$

D. $\frac{4}{3}.$

Câu 28. Cho biết $\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}} dx = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản. Tính $m - 7n$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 91.

Câu 29. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị $a + b + c$ bằng:

A. 9

B. 2

C. 1

D. 7

Câu 30. Tính $I = \int_0^a \frac{x^3 + x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$

A. $I = (a^2 + 1) \sqrt{a^2 + 1} - 1.$

B. $I = \frac{1}{3} [(a^2 + 1) \sqrt{a^2 + 1} - 1].$

C. $I = \frac{1}{3} [(a^2 + 1) \sqrt{a^2 + 1} + 1].$

D. $I = (a^2 + 1) \sqrt{a^2 + 1} + 1.$

Câu 31. Giá trị của tích phân $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{x}{1-x}} dx$ bằng tích phân nào dưới đây?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 y dy.$

B. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx.$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 y}{\cos y} dy.$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 y dy.$

Câu 32. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ nếu đổi biến số $x = 2 \sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì ta được.

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt.$

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt.$

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} t dt.$

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}.$

Câu 33. Biết $\int_0^1 \frac{x^3}{x + \sqrt{1+x^2}} dx = \frac{a\sqrt{b} + c}{15}$ với a, b, c là các số nguyên và $b \geq 0$. Tính

$$P = a + b^2 - c.$$

A. $P = 3$.

B. $P = 7$.

C. $P = -7$.

D. $P = 5$.

Câu 34. Giả sử $I = \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là số nguyên. Khi đó giá trị $a - b$ là

A. -17 .

B. 5 .

C. -5 .

D. 17 .

Câu 35. Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ với a, b, c là các số hữu tỷ, tính

$$P = a + 2b + c - 7.$$

A. $-\frac{1}{9}$.

B. $\frac{86}{27}$.

C. -2 .

D. $\frac{67}{27}$.

Câu 36. Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1} dx}{2x + 3\sqrt{2x+1} + 3} = a + b \ln 2 + c \ln \frac{5}{3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = 2a + b + c$.

A. $T = 4$.

B. $T = 2$.

C. $T = 1$.

D. $T = 3$.

Vấn đề 4. Tích phân hàm lượng giác.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$.

B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$.

D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng?

A. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$.

B. $\frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$.

C. $\frac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$.

D. $\frac{\pi^2 + 2}{8}$.

Câu 39. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0 .

B. 1 .

C. -1 .

D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 40. Giả sử $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x dx = a + b \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó giá trị của $a - b$ là

A. $-\frac{1}{6}$

B. $-\frac{1}{6}$

C. $-\frac{3}{10}$

D. $\frac{1}{5}$

Câu 41. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 \sin x - \cos x}{2 \sin x + 3 \cos x} dx = \frac{-11}{3} \ln 2 + b \ln 3 + c (b, c \in \mathbb{Q})$. Tính $\frac{b}{c}$?

A. $\frac{22}{3}$.

B. $\frac{22\pi}{3}$.

C. $\frac{22}{3\pi}$.

D. $\frac{22\pi}{13}$.

Câu 42. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = -\frac{1}{4}$

B. $I = -\frac{1}{4} \pi^4$

C. $I = -\pi^4$

D. $I = 0$

Câu 43. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2 + \cos x} \cdot \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?

A. $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$.

B. $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$.

C. $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$.

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$.

Câu 44. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x} dx$ bằng cách đặt $u = \tan x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} u^2 du$.

B. $I = \int_0^2 \frac{1}{u^2} du$.

C. $I = -\int_0^1 u^2 du$.

D. $I = \int_0^1 u^2 du$.

Câu 45. Cho tích phân $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $2a + b = 0$.

B. $a - 2b = 0$.

C. $2a - b = 0$.

D. $a + 2b = 0$.

Câu 46. Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$.

A. 10.

B. 9.

C. 20.

D. 19.

Câu 47. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{1 + \sin x} = \frac{a\sqrt{3} + b}{c}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, c \in \mathbb{Z}^+$ và a, b, c là các số nguyên tố cùng nhau. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

A. 5.

B. 12.

C. 7.

D. -1.

Câu 48. Cho tích phân số $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + 2} dx = a \ln 5 + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a + b = 0$.

B. $a - 2b = 0$.

C. $2a - b = 0$.

D. $a + 2b = 0$.

Câu 49. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\cos x)^2 - 5 \cos x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$, với a, b là các số hữu tỉ, $c > 0$. Tính tổng m .

A. $S = 3$.

B. $S = 0$.

C. $S = 1$.

D. $S = 4$.

Vấn đề 5. Tích phân hàm mũ và logarit.

Câu 50. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính: $I = F(e) - F(1)$?

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = \frac{1}{e}$

C. $I = 1$

D. $I = e$

Câu 51. $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$

B. $e^3 - e$

C. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$

D. $e^4 - e$

Câu 52. Cho $\int_1^2 e^{3x-1} dx = m(e^p - e^q)$ với $m, p, q \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Giá trị $m + p + q$ bằng

A. 10.

B. 6.

C. $\frac{22}{3}$.

D. 8.

Câu 53. Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1 + \sqrt{e^x + 3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số nguyên. Tính

$T = a + b + c$.

A. $T = -1$.

B. $T = 0$.

C. $T = 2$.

D. $T = 1$.

Câu 54. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln x}} dx = a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b$.

A. $S = 1$.

B. $S = \frac{1}{2}$.

C. $S = \frac{3}{4}$.

D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 55. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

A. $S = -2$.

B. $S = 0$.

C. $S = 1$.

D. $S = 2$.

Câu 56. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

A. $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt$.

B. $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt$.

C. $I = \int_1^e (3t+1) dt$.

D. $I = \int_0^1 (3t+1) dt$.

Câu 57. Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + \frac{c}{3}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A.** $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. **B.** $a^2 + b^2 + c^2 = 11$. **C.** $a^2 + b^2 + c^2 = 9$. **D.** $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Câu 58. Biết $I = \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x + 3e^{-x} + 4} = \frac{1}{c} (\ln a - \ln b + \ln c)$ với a, b, c là các số nguyên dương.

Tính $P = 2a - b + c$.

- A.** $P = -3$. **B.** $P = -1$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 3$

Vấn đề 6. Tích phân tổng hợp.

Câu 59. Biết rằng $\int_0^1 x e^{x^2+2} dx = \frac{a}{2} (e^b - e^c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A.** 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 60. Biết $\int_1^e \frac{x+1}{x^2 + x \ln x} dx = \ln(ae + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a^2 - ab + b^2.$$

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 8.

Câu 61. Biết $\int_1^2 (x+1)^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx = m e^{\frac{p}{q}} - n$, trong đó m, n, p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Tính $T = m + n + p + q$.

- A.** $T = 11$. **B.** $T = 10$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 8$.

Câu 62. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ đồng thời thỏa mãn $f(0) = f(1) = 5$. Tính tích phân

$$I = \int_0^1 f'(x) e^{f(x)} dx.$$

- A.** $I = 10$ **B.** $I = -5$ **C.** $I = 0$ **D.** $I = 5$

Câu 63. Biết $I = \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$ trong đó a, b, c là các số thực. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ là:

- A.** $T = 11$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 10$. **D.** $T = 8$.

Câu 64. Cho $\int_1^e \frac{(3x^3 - 1) \ln x + 3x^2 - 1}{1 + x \ln x} dx = a.e^3 + b + c. \ln(e + 1)$ với a, b, c là các số nguyên và

$$\ln e = 1. \text{ Tính } P = a^2 + b^2 + c^2.$$

- A.** $P = 9$. **B.** $P = 14$. **C.** $P = 10$. **D.** $P = 3$.

Câu 65. Biết $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2+x\ln x} dx = \ln(\ln a + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính

$$P = a^2 + b^2 + ab.$$

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 6.

Câu 66. Cho $\int_0^1 \frac{(x^2+x)e^x}{x+e^{-x}} dx = a.e + b \ln(e+c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a + 2b - c$.

A. $P = 1$.

B. $P = -1$.

C. $P = 0$.

D. $P = -2$.

Vấn đề 7. Tích phân dùng tính chất.

Câu 67. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 8.

B. -4.

C. 4.

D. -8.

Câu 68. Biết tích phân $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. -7.

B. 7.

C. -1.

D. 1.

Câu 69. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 6.

B. -6.

C. -2.

D. 2.

Câu 70. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi S bằng

A. -8

B. 1

C. -3

D. 12

Câu 71. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b là các số bất kỳ thuộc K ?

A. $\int_a^b [f(x) + 2g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + 2 \int_a^b g(x) dx.$ B. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}.$

C. $\int_a^b [f(x).g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$ D. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2.$

Câu 72. Cho. $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1.$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

A. $I = 5$.

B. $I = -3$.

C. $I = 3$.

D. $I = -5$.

Câu 73. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$ và $\int_0^2 g(x) dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

A. 16.

B. $-18.$

C. 24.

D. 10.

Câu 74. Cho $\int_0^1 f(x)dx = -1, \int_0^3 f(x)dx = 5$. Tính $\int_1^3 f(x)dx$

A. 1.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Câu 75. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 12.

B. 7.

C. 1.

D. -12 .

Câu 76. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1; 2]$, $f(-1) = 8; f(2) = -1$. Tích phân

$$\int_{-1}^2 f'(x)dx \text{ bằng}$$

A. 1.

B. 7.

C. -9.

D. 9.

Câu 77. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có $\int_0^2 f(x)dx = 9; \int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 36$.

C. $I = \frac{9}{4}$.

D. $I = 13$.

Câu 78. Cho $\int_{-1}^0 f(x) dx = 3$ và $\int_0^3 f(x) dx = 3$. Tính phân $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 6

B. 4

C. 2

D. 0

Câu 79. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x) dx = 10$, $\int_3^4 f(x) dx = 4$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 7.

C. 3.

D. 6.

Câu 80. Nếu $F'(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(1) = 1$ thì giá trị của $F(4)$ bằng

A. $\ln 7$.

B. $1 + \frac{1}{2} \ln 7$.

C. ln 3.

D. $1 + \ln 7$.

Câu 81. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^8 f(x) dx = 9, \int_4^{12} f(x) dx = 3, \int_4^8 f(x) dx = 5$.

Tính $I = \int_1^{12} f(x) \mathrm{d}x$.

A. $I = 17$.

B. $I = 1$.

C. $I = 11$.

D. $I = 7$.

Câu 82. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$, $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

- A.** $P = 10$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = -6$.

Câu 83. Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[1; 3]$ thỏa mãn:

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10, \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 84. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$; $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

- A.** $P = 4$ **B.** $P = 10$ **C.** $P = 7$ **D.** $P = -4$

Câu 85. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = 5$.

- A.** $I = 7$ **B.** $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ **C.** $I = 3$ **D.** $I = 5 + \pi$

Câu 86. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A.** $I = \frac{17}{2}$ **B.** $I = \frac{5}{2}$ **C.** $I = \frac{7}{2}$ **D.** $I = \frac{11}{2}$

Câu 87. Cho hai tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$

- A.** 13. **B.** 27. **C.** -11. **D.** 3.

Câu 88. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng:

- A.** 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10

Câu 89. Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng

- A.** -140. **B.** -130. **C.** -120. **D.** -133.

Câu 90. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 (f(x) + 3x^2) dx = 10$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

D. $-18.$

Câu 91. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

D. $I = 6$

Câu 92. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = \int_{2x}^{x^2} \frac{2tdt}{1+t^2}$ là

D. 3

Câu 93. Cho biết $\int_{-1}^5 f(x) dx = 15$. Tính giá trị của $P = \int_0^2 [f(5 - 3x) + 7] dx$.

D. $P = 19$.

Câu 94. Cho $\int_0^4 f(x) dx = 2018$. Tính tích phân $I = \int_0^2 [f(2x) + f(4 - 2x)] dx$.

D. $I = 1009$.

Câu 95. Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, liên tục trên $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$;

$\int_1^3 f(-2x) \, dx = 3$. Giá trị của $I = \int_{-1}^6 f(x) \, dx$ là

D. $I = 11$.

Câu 96. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\pi^2} f(x) dx = 2018$, tính $I = \int_0^{\pi} xf(x^2) dx$.

D. $I = 1009$.

Câu 97. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ bằng

D. 8.

Câu 98. Cho $\int_1^2 f(x^2 + 1) dx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x) dx$ bằng

D. $x_\theta = 1$.

Câu 99. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = f(10 - x)$ và $\int_3^7 f(x) dx = 4$. Tính

$$I = \int_3^7 xf(x) dx.$$

A. 80.

B. 60.

C. 40.

D. 20.

Câu 100. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 9$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x) \cos 3x dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 9$.

C. $I = 3$.

D. $I = 2$.

Câu 101. Cho hàm $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^{2017} f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(2017x) dx$.

A. $I = \frac{1}{2017}$.

B. $I = 0$.

C. $I = 2017$.

D. $I = 1$.

Câu 102. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x^2; x \geq 1 \\ 5 - x; x < 1 \end{cases}$. Tính

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx + 3 \int_0^1 f(3 - 2x) dx.$$

A. $I = \frac{71}{6}$.

B. $I = 31$.

C. $I = 32$.

D. $I = \frac{32}{3}$.

Câu 103. Cho $I = \int_1^2 f(x) dx = 2$. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin xf(\sqrt{3 \cos x + 1})}{\sqrt{3 \cos x + 1}} dx$ bằng

A. 2.

B. $-\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. -2.

Câu 104. Biết $\int_1^4 f(x) dx = 5$ và $\int_4^5 f(x) dx = 20$. Tính $\int_1^2 f(4x - 3) dx - \int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) e^{2x} dx$.

A. $I = \frac{15}{4}$.

B. $I = 15$.

C. $I = \frac{5}{2}$.

D. $I = 25$.

Câu 105. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(2 - x) = xe^{x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích

phân $I = \int_0^2 f(x) dx$.

A. $I = \frac{e^4 - 1}{4}$.

B. $I = \frac{2e - 1}{2}$.

C. $I = e^4 - 2$.

D. $I = e^4 - 1$.

Câu 106. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng

$$\int_0^1 f(x) dx = 1. \text{ Tính tích phân } I = \int_1^2 f(x) dx.$$

A. $I = 5$

B. $I = 6$

C. $I = 3$

D. $I = 2$

Câu 107. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^{2018} f(x) dx = 2$. Khi đó tích phân

$$\int_0^{\sqrt{e^{2018}-1}} \frac{x}{x^2+1} f(\ln(x^2+1)) dx \text{ bằng}$$

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 108. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 3$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1} dx = 1$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $I = 2$.

B. $I = 6$.

C. $I = 3$.

D. $I = 4$.

Câu 109. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot x \cdot f(\sin^2 x) dx = \int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{x} dx = 1$.

Tính tích phân $\int_{\frac{1}{8}}^1 \frac{f(4x)}{x} dx$.

A. $I = 3$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = 2$.

D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 110. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 4]$ và thỏa mãn $f(x) = \frac{f(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{x}$. Tính tích

phân $I = \int_3^4 f(x) dx$.

A. $I = 3 + 2 \ln^2 2$.

B. $I = 2 \ln^2 2$.

C. $I = \ln^2 2$.

D. $I = 2 \ln 2$.

Câu 111. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $7f(x) + 4f(4-x) = 2018x\sqrt{x^2+9}$, $\forall x \in \mathbb{R}$

. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $\frac{2018}{11}$.

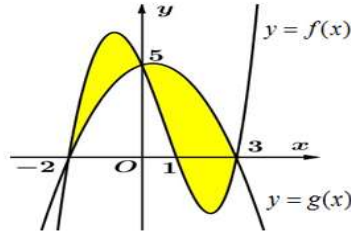
B. $\frac{7063}{3}$.

C. $\frac{98}{3}$.

D. $\frac{197764}{33}$.

C. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN.

Câu 1. Diện tích phần hình phẳng tô đen trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



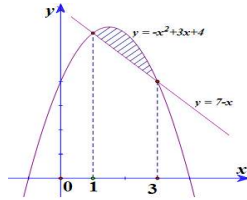
A. $\int_{-2}^3 (f(x) - g(x)) dx$.

B. $\int_{-2}^3 (g(x) - f(x)) dx$.

C. $\int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$.

D. $\int_{-2}^0 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$.

Câu 2. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



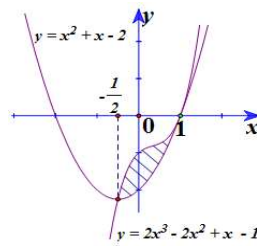
A. $\int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$.

B. $\int_1^3 (-x^2 + 2x + 11) dx$.

C. $\int_1^3 (x^2 - 2x - 11) dx$.

D. $\int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.

Câu 3. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



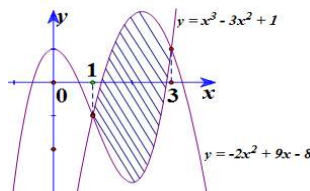
A. $\int_{-\frac{1}{2}}^1 (-2x^3 + 3x^2 - 1) dx$.

B. $\int_{-\frac{1}{2}}^1 (2x^3 - x^2 + 2x - 3) dx$.

C. $\int_{-\frac{1}{2}}^1 (2x^3 - 3x^2 + 1) dx$.

D. $\int_{-\frac{1}{2}}^1 (-2x^3 + x^2 - 2x + 3) dx$.

Câu 4. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_1^3 (x^3 - 5x^2 + 9x - 7) dx$.

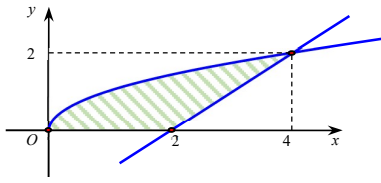
B. $\int_1^3 (-x^3 + 5x^2 - 9x + 7) dx$.

C. $\int_1^3 (-x^3 + x^2 + 9x - 9) dx$.

D. $\int_1^3 (x^3 - x^2 - 9x + 9) dx$.

Câu 5. Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số

$f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = x - 2$ và trục hoành là:



A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = \frac{10}{3}$.

C. $S = \frac{11}{3}$.

D. $S = \frac{13}{3}$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục Ox, Oy và đường thẳng $x = 2$. Tính S hình phẳng trên.

A. $e^4 - 1$.

B. $\frac{1}{2}(e^4 - 1)$.

C. $\frac{1}{2}e^4$.

D. $\frac{1}{2}(e^4 + 1)$.

Câu 7. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\ln x}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.

B. $S = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.

C. $S = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx$.

D. $S = \pi \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x^2} \right)^2 dx$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \sin 2x$; $y = \cos x$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{2}$ là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - 1$; $y = \frac{6}{x}$; $x = 3$ là:

A. $4 - 6 \ln 6$.

B. $4 + 6 \ln \frac{2}{3}$.

C. $\frac{443}{24}$.

D. $\frac{25}{6}$.

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = 1$ và $x = 1$ là:

A. $e - 2$.

B. e .

C. $e + 1$.

D. $1 - e$.

Câu 11. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox

A. 11.

B. $\frac{34}{3}$.

C. $\frac{31}{3}$.

D. $\frac{32}{3}$.

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^3 + 11x - 6$ và $y = 6x^2$ là

A. 52.

B. 14.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 13. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = 2 \ln 2 - 1$.

B. $S = \ln 2 + 1$.

C. $S = \ln 2 - 1$.

D. $S = 2 \ln 2 + 1$.

Câu 14. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $(P): y = -\frac{1}{3}(x^2 - 8x + 7)$, $(H): y = \frac{x-7}{3-x}$.

A. 3,455.

B. $9 - 8 \ln 2$.

C. $3 - \ln 4$.

D. $\frac{161}{9} + 4 \ln 3 + 8 \ln 2$.

Câu 15. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = |x^2 - 4x + 3|$ và $y = x + 3$ là:

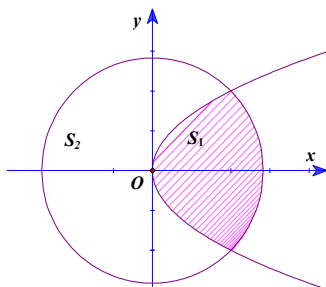
A. $\frac{55}{6}$.

B. $\frac{205}{6}$.

C. $\frac{109}{6}$.

D. $\frac{126}{5}$.

Câu 16. Biết rằng parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (như hình vẽ). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.



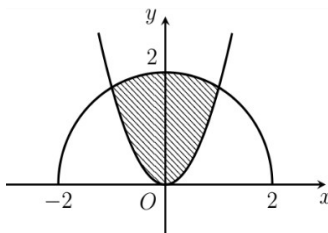
A. $S = 13$.

B. $S = 16$.

C. $S = 15$.

D. $S = 14$.

Câu 17. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và nửa đường tròn tâm (H) bán kính bằng 2 nằm phía trên trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Diện tích của (H) được tính theo công thức nào dưới đây?



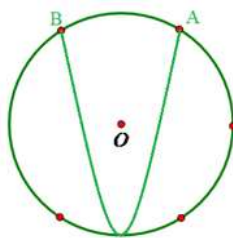
A. $S = \int_0^1 [\sqrt{2-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

B. $S = 2 \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

C. $S = \int_0^1 [\sqrt{3}x^2 - \sqrt{4-x^2}] dx$.

D. $S = \int_0^1 [\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2] dx$.

Câu 18. Bạn An xây một bể cá hình tròn tâm O bán kính 10m và chia nó thành 2 phần như hình vẽ sau. Bạn An sẽ thả cá cảnh với mật độ 4 con cá cảnh trên $1m^2$ ở phần bể giới hạn bởi đường tròn tâm O và Parabol có trục đối xứng đi qua O và chứa O . Gọi S là phần nguyên của diện tích phần thả cá. Hỏi bạn An thả được bao nhiêu con cá cảnh trên phần bể có diện tích S , biết $A, B \in (O)$ và $AB = 12m$?



A. 560.

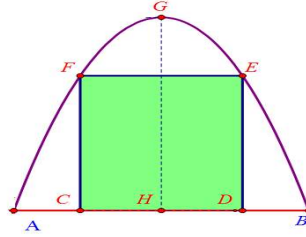
B. 650.

C. 460.

D. 640.

Câu 19. Lương giáo viên thấp nên thầy Nam chăn nuôi thêm 2 con bò. Do diện tích đất của nhà thầy hẹp nên thầy xây chuồng bò như hình vẽ bên dưới và chia thành 2 phần bằng nhau để nhốt 2 con bò. Biết $ABCD$ là hình vuông cạnh 4m và I là đỉnh của một Parabol có trục đối xứng là trung trực của BC và parabol đi qua hai điểm A, D . Tiền xây chuồng bò hết 350000 đồng/ $1m^2$. Biết I cách BC một khoảng 5m, hãy tính số tiền chi phí thầy Nam bỏ ra để xây dựng chuồng bò (Làm tròn đến hàng nghìn)?

Câu 20. Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm giá là 1200000 đồng/m^2 , còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/m^2 .



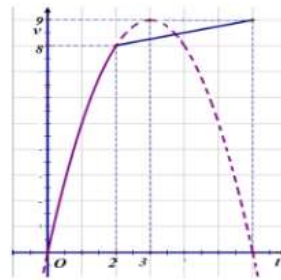
Hỏi tổng chi phí để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 11445000 (đồng). B. 7368000 (đồng). C. 4077000 (đồng). D. 11370000 (đồng)

Câu 21. Một gia đình có khu vườn hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 9 m và 4 m. Chủ nhà muốn đào một chiếc ao hình Elip, hỏi diện tích lớn nhất của mặt ao bằng

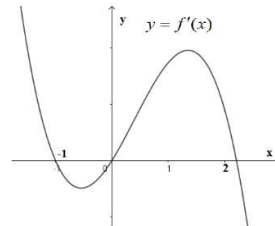
- A. $9\pi \text{ m}^2$. B. $10\pi \text{ m}^2$. C. $\frac{81\pi}{4} \text{ m}^2$.. D. $4\pi \text{ m}^2$.

Câu 22. Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị như hình dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



- A. $\frac{130}{3}(\text{km})$. B. $9(\text{km})$. C. $40(\text{km})$. D. $\frac{134}{3}(\text{km})$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



- A. $a + c > 0$. B. $a + b + c + d < 0$. C. $a + c < b + d$. D. $b + d - c > 0$.

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = mx \cos x$; Ox ; $x = 0$; $x = \pi$ bằng 3π . Khi đó m là:

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = -4$. D. $m = \pm 3$.

Câu 25. Cho Parabol $(P): y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$ với m là tham số. Gọi m_0 là giá trị của m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d là nhỏ nhất. Hỏi m_0 nằm trong khoảng nào?

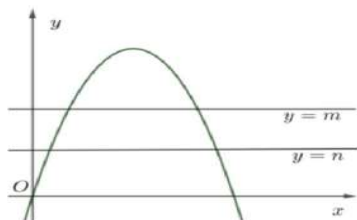
A. $(-\sqrt{2}; -\frac{1}{2})$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; \frac{1}{\sqrt{2}})$.

D. $(\frac{1}{2}; 3)$.

Câu 26. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m$ và $y = n$ chia (H) thành 3 phần có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Giá trị của biểu thức $T = (4-m)^3 + (4-n)^3$ bằng



A. $T = \frac{320}{9}$.

B. $T = \frac{512}{15}$.

C. $T = 405$.

D. $T = \frac{75}{2}$.

Câu 27. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = \sin x$; Ox ; $x = 0$; $x = \pi$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là.

A. $\frac{\pi^2}{2}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. π^2 .

Câu 28. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} \ln x$, trục Ox , $x = 1$, $x = e$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

A. $\frac{\pi(e^2 + 1)}{4}$.

B. $\frac{\pi(e-1)}{3}$.

C. $\frac{\pi(e+1)}{3}$.

D. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{4}$.

Câu 29. Thể tích của khối tròn xoay được giới hạn bởi $y = \sqrt{x \cos x + \sin^2 x}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{2}$, là:

A. $\frac{\pi(3\pi - 4)}{4}$

B. $\frac{\pi(5\pi + 4)}{4}$

C. $\frac{\pi(3\pi + 4)}{4}$

D. $\frac{\pi(3\pi + 4)}{5}$

Câu 30. Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{\ln x}$, trục Ox và đường thẳng $x = 2$ quay xung quanh trục Ox .

A. $2\ln 2 + 1$.

B. $2\pi \ln 2 + \pi$.

C. $2\pi \ln 2 - \pi$.

D. $2\ln 2 - 1$.

Câu 31. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.

B. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.

C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$.

D. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x) dx$.

Câu 32. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$ có giá trị bằng $\frac{\pi}{a}(b.e^3 - 2)$ trong đó a, b là hai số thực nào dưới đây?

A. $a = 27, b = 5$.

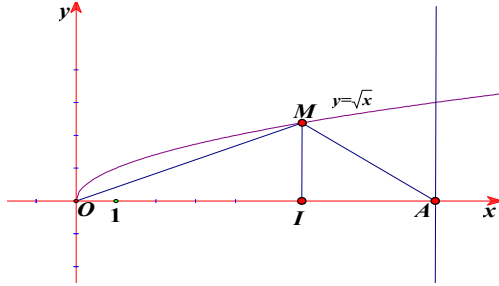
B. $a = 24, b = 6$.

C. $a = 27, b = 6$.

D. $a = 24, b = 5$.

Câu 33. Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9$, trục Ox . Cho M là điểm thuộc (C) , $A(9; 0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay

quanh Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh Ox . Biết $V_1 = \frac{9}{4}V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi (C) và OM . (Hình vẽ không thể hiện chính xác điểm M).



- A. $S = \frac{4\sqrt{5}}{3}$. B. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $S = \frac{27\sqrt{3}}{16}$. D. $S = \sqrt{6}$.

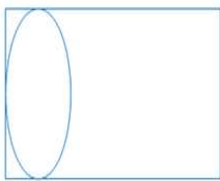
Câu 34. Thể tích khối tròn xoay khi cho Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ quay quanh trục Ox :

- A. $\frac{4}{3}\pi a^2 b$. B. $\frac{4}{3}\pi ab^2$. C. $\frac{2}{3}\pi a^2 b$. D. $-\frac{2}{3}\pi ab^2$.

Câu 35. Thầy Nam dự định xây một bể bơi hình elip có độ dài trục lớn gấp hai lần trục bé và có diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng 128m^2 . Mỗi khối nước đổ vào bể có giá là 8500 đồng/ lm^3 . Biết bể bơi sâu 2 m. Hỏi thầy Nam cần bao nhiêu tiền để đổ nước vào 80% bể? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 1 126 000 đồng. B. 1 367 000 đồng. C. 1 224 000 đồng. D. 1 046 000 đồng.

Câu 36. Thầy Nam mở trung tâm luyện thi Đại học và làm biển hiệu trung tâm hình chữ nhật có kích thước 3 m x 2 m như hình vẽ bên. Ở phần bên trái thầy đặt một hình elip tiếp xúc với 3 cạnh hình chữ nhật và khoảng cách từ tâm hình elip cách chiều rộng biển trung tâm 0,5 m. Kinh phí làm biển hiệu là 900.000 đồng. Biết tiền công trang trí phần bên trong hình elip là 100.000 đồng/ lm^2 . Hỏi phần còn lại làm bao nhiêu tiền trên 1m^2 (Làm tròn đến hàng nghìn)?



- A. 260 000 đồng. B. 186 000 đồng. C. 168 000 đồng. D. 206 000 đồng.

Câu 37. Một tàu lửa đang chạy với vận tốc 200 m/s thì người lái tàu đạp phanh; từ thời điểm đó, tàu chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 200 - 20t$ m/s. Trong đó t khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, tàu còn di chuyển được:

- A. 1000 m. B. 500 m. C. 1500 m. D. 2000 m.

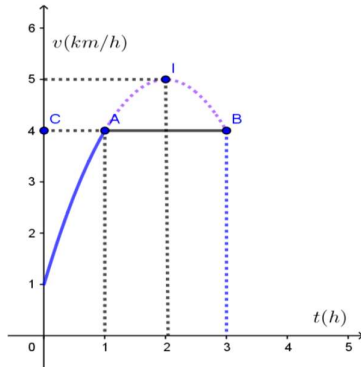
Câu 38. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô đi được trong 8 giây cuối cùng.

- A. 55 (m). B. 25 (m). C. 50 (m). D. 16 (m).

Câu 39. Hai người A, B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t$ mét trên giây, người còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t$ mét trên giây. Tính khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn.

- A. 25 mét. B. 22 mét. C. 20 mét. D. 24 mét.

Câu 40. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



- A. 15 (km). B. $\frac{32}{3}$ (km). C. 12 (km). D. $\frac{35}{3}$ (km).

D. SỐ PHỨC.

Vấn đề 1. Câu hỏi lý thuyết.

Câu 1. Cho hai số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $z = a' + b'i$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Điều kiện giữa a, b, a', b' để $z + z'$ là một số ảo là

- A. $b + b' = 0$. B. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' \neq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a + a' = 0 \\ b + b' = 0 \end{cases}$. D. $a + a' = 0$.

Câu 2. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) tùy ý. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Mô đun của z là một số thực dương.
B. $z^2 = |z|^2$.
C. Số phức liên hợp của z có mô đun bằng mô đun của số phức iz .
D. Điểm $M(-a; b)$ là điểm biểu diễn của $\bar{z}$.

Câu 3. Cho số phức $z = a + bi$ với a, b là các số thực bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Phần ảo của z là bi . B. Mô đun của z^2 bằng $a^2 + b^2$.
C. $z - \bar{z}$ không phải là số thực. D. Số z và $\bar{z}$ có mô đun khác nhau.

Câu 4. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a, b \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $z - \bar{z} \in \mathbb{R}$. B. $z^2 = |z|^2$. C. $|\bar{z} \cdot z^{-1}| = 1$. D. $|z \cdot \bar{z}| = |z|^2$.

Câu 5. Cho hai số phức z và z' . Trong các mệnh đề sai, mệnh đề nào **sai**?

- A. $|z + z'| = |z| + |z'|$. B. $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$. C. $\overline{z \cdot z'} = \overline{z} \cdot \overline{z'}$. D. $\overline{z + z'} = \overline{z} + \overline{z'}$.

Câu 6. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. B. $\bar{z} = a - bi$. C. z^2 là số thực. D. $z\bar{z}$ là số thực.

Vấn đề 2. Các phép toán số phức.

Câu 7. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

- A. -12 . B. 18 . C. 12 . D. $-12i$.

Câu 8. Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

- A. $1 + 2i$ B. $-1 - 2i$ C. $2 - i$ D. $-1 + 2i$

Câu 9. Tính môđun của số phức $z = 4 - 3i$.

- A. $|z| = 7$. B. $|z| = \sqrt{7}$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 25$.

Câu 10. Cho số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$?

- A. $\bar{w} = 3 - 2i$. B. $\bar{w} = 1 - 4i$. C. $\bar{w} = -1 + 4i$. D. $\bar{w} = 3 + 2i$.

Câu 11. Tính môđun của số phức $z = (1 - 2i)[2 + i + i(3 - 2i)]$.

- A. $|z| = 4\sqrt{10}$. B. $|z| = 4\sqrt{5}$. C. $|z| = 160$. D. $|z| = 2\sqrt{10}$.

Câu 12. Biết $\frac{1}{3 + 4i} = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính ab .

- A. $\frac{12}{625}$. B. $-\frac{12}{625}$. C. $-\frac{12}{25}$. D. $\frac{12}{25}$.

Câu 13. Cho số phức $z = 1 + i$. Khi đó $|z^3|$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 4 . D. 1 .

Câu 14. Tính môđun của số phức là nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 15. Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w = 1 + z + z^2$.

- A. $2 - \sqrt{3}i$. B. 1 . C. 0 . D. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 16. Tính $P = |1 + \sqrt{3}i|^{2018} + |1 - \sqrt{3}i|^{2018}$.

- A. $P = 2$ B. $P = 2^{1010}$ C. $P = 2^{2019}$ D. $P = 4$

Câu 17. Tính $S = 1 + i + i^2 + \dots + i^{2017} + i^{2018}$

- A. $S = -i$. B. $S = 1 + i$. C. $S = 1 - i$. D. $S = i$.

Câu 18. Tính $S = 1009 + i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2017i^{2017}$.

- A. $S = 2017 - 1009i$. B. $1009 + 2017i$. C. $2017 + 1009i$. D. $1008 + 1009i$.

Câu 19. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn: $|z_1| = 4$, $|z_2| = 3$, $|z_3| = 2$ và $|4z_1z_2 + 16z_2z_3 + 9z_1z_3| = 48$.

Giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2 + z_3|$ bằng:

- A. 1 B. 8 . C. 2 D. 6

Câu 20. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn 2 điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 2017$ và $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$.

Tính $P = \left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right|$.

- A. $P = 2017$. B. $P = 1008,5$. C. $P = 2017^2$. D. $P = 6051$.

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \left| 1 + \frac{5i}{z} \right|$.

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 + z| + 3|1 - z|$.

- A. $3\sqrt{15}$. B. $6\sqrt{5}$. C. $\sqrt{20}$. D. $2\sqrt{20}$.

Câu 23. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - i| = |\bar{z} - 2 - 3i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

- A. $z = \frac{27}{5} + \frac{6}{5}i$. B. $z = -\frac{6}{5} - \frac{27}{5}i$. C. $z = -\frac{6}{5} + \frac{27}{5}i$. D. $z = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}i$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức

$M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức $z - 2 - i$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 9. C. 25. D. 5.

Vấn đề 3. Phương trình bậc nhất - bậc hai trong tập số phức

Câu 25. Trên tập số phức, cho phương trình: $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Chọn kết luận **sai**.

- A. Nếu $b = 0$ thì phương trình có hai nghiệm mà tổng bằng 0.
 B. Nếu $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình có hai nghiệm mà môđun bằng nhau.
 C. Phương trình luôn có hai nghiệm phức là liên hợp của nhau.
 D. Phương trình luôn có nghiệm.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)z - 2 = 2 + 3i$. Môđun của z là:

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{5}}{3}$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 27. Tìm môđun của số phức z thỏa $3iz + (3 - i)(1 + i) = 2$.

- A. $|z| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $|z| = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $|z| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $|z| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Tính môđun của số phức z biết $(1 + 2i)z^2 = 3 + 4i$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = \sqrt[4]{5}$. C. $|z| = 2\sqrt{5}$. D. $|z| = 5$.

Câu 29. Phương trình $z^2 + 3z + 9 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Tính $S = z_1 z_2 + z_1 + z_2$.

- A. $S = -6$. B. $S = 6$. C. $S = 12$. D. $S = -12$.

Câu 30. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 11 = 0$. Giá trị của biểu thức $|3z_1| - |z_2|$ bằng

- A. 22. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $\sqrt{11}$.

Câu 31. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $T = |z_1^{2018}| + |z_2^{2018}|$

- A. $T = 0$. B. $T = 2^{2019}$. C. $T = 1$. D. $T = 2^{1010}$.

Câu 32. Cho m là số thực, biết phương trình $z^2 + mz + 5 = 0$ có hai nghiệm phức trong đó có một nghiệm có phần ảo là 1. Tính tổng môđun của hai nghiệm.

- A. 3 B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. 4

Câu 33. Tìm tổng các giá trị của tham số thực a sao cho phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$.

- A. 0. B. 2. C. 6. D. 4.

Vấn đề 4. Điều kiện của bài toán có chứa modul, số phức liên hợp...

Câu 34. Nếu 2 số thực x, y thỏa: $x(3 + 2i) + y(1 - 4i) = 1 + 24i$ thì $x + y$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 2. D. -3.

Câu 35. Tìm số thực m sao cho $(m^2 - 1) + (m + 1)i$ là số ảo.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Câu 36. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 13 + 2i$?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 37. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z + \bar{z}| = 1$?

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 38. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 3| = |z - 1|$ và $(z + 2)(\bar{z} - i)$ là số thực

- A. $z = 2$ B. $z = -2 + 2i$ C. $z = 2 - 2i$ D. không có z

Câu 39. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $|z + 2 + 5i| = 5$ và $z\bar{z} = 82$. Tính giá trị của $P = a + b$.

- A. 10 B. -8 C. -35 D. -7

Câu 40. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = -5$. C. $S = 5$. D. $S = -\frac{7}{3}$.

Câu 41. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 + z_2| = 3$. Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 42. Tìm môđun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

- A. $|z| = \frac{1}{2}$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = 1$.

Câu 43. Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z\bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 48 - 2016i$.

- A. $|z| = 4$. B. $|z| = \sqrt{2016}$. C. $|z| = \sqrt{2017}$. D. $|z| = 2$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{1+i}{z}$ là số thực và $|z - 2| = m$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi m_0 là một giá trị của m để có đúng một số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó:

- A. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $m_0 \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. D. $m_0 \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Vấn đề 5. Biểu diễn của số phức

Câu 45. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 . Khi đó độ dài đoạn AB bằng

- A. $|z_2 + z_1|$. B. $|z_2 - z_1|$. C. $|z_1| + |z_2|$. D. $|z_1| - |z_2|$.

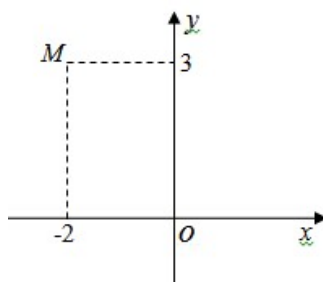
Câu 46. Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $(z - \bar{z})^2$ với $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$). Chọn kết luận **đúng**.

- A. M thuộc tia Ox . B. M thuộc tia Oy .
C. M thuộc tia đối của tia Ox . D. M thuộc tia đối của tia Oy .

Câu 47. Điểm $M(3; -1)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

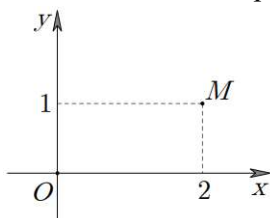
- A. $z = -1 + 3i$ B. $z = 1 - 3i$ C. $z = 3 - i$ D. $z = -3 + i$

Câu 48. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức nào?



- A. $3 - 2i$. B. $-2 + 3i$. C. $2 - 3i$. D. $3 + 2i$.

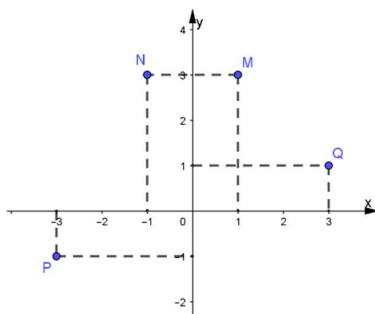
Câu 49. Trong hình vẽ dưới đây, M là điểm biểu diễn của số phức z .



Số phức $\bar{z}$ là

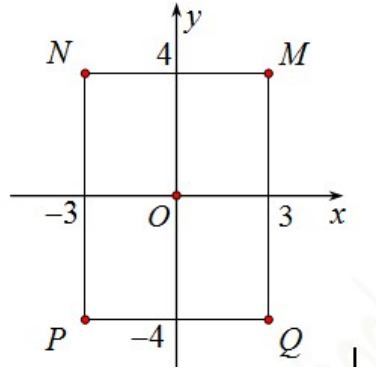
- A. $2 - i$. B. $1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $2 + i$.

Câu 50. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = (1 + i)(2 - i)$?



- A. P . B. M . C. N . D. Q .

Câu 51. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z = 10-5i$. Hỏi điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q trong hình vẽ sau?



- A. Điểm Q . B. Điểm M . C. Điểm P . D. Điểm N .

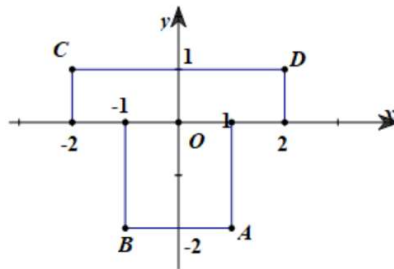
Câu 52. Cho số phức $z = 2 - i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm biểu diễn số phức $w = iz$.

- A. $M(-1; 2)$. B. $M(2; -1)$. C. $M(2; 1)$. D. $M(1; 2)$.

Câu 53. Cho số phức z thỏa mãn $iz + 2 - i = 0$. Khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3; -4)$ là

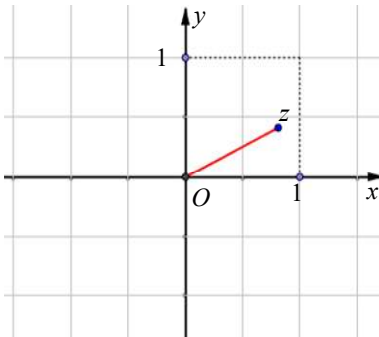
- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 54. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Số phức $w = \frac{5}{iz}$ có điểm biểu diễn là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình vẽ sau?

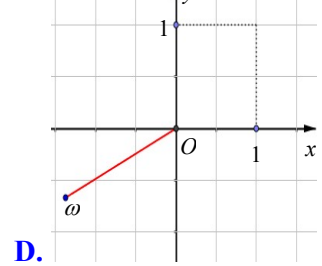
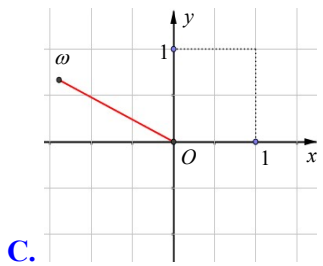
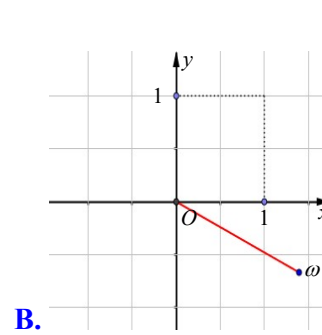
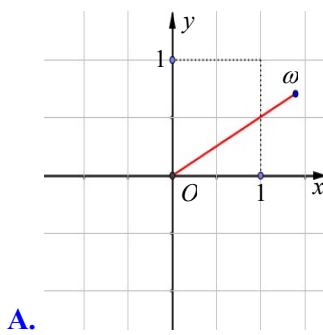


- A. Điểm D . B. Điểm C . C. Điểm B . D. Điểm A .

Câu 55. Số phức z được biểu diễn bởi một điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ:



Trong các hình dưới đây, hình nào có thể là điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{i}{z}$?



Vấn đề 6. Vận dụng các tính chất hình học để giải toán về số phức

Câu 56. Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -2 + 5i$, $z_3 = 2 + 4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là
A. $-1 + 7i$. **B.** $5 + i$. **C.** $1 + 5i$. **D.** $3 + 5i$.

Câu 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM' .

A. $S_{\triangle OMM'} = \frac{25}{4}$. **B.** $S_{\triangle OMM'} = \frac{25}{2}$. **C.** $S_{\triangle OMM'} = \frac{15}{4}$. **D.** $S_{\triangle OMM'} = \frac{15}{2}$.

Câu 58. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3$, $|z_2| = 4$, $|z_1 - z_2| = 5$. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích S của $\triangle OAB$ với O là gốc tọa độ.

A. $S = 5\sqrt{2}$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = \frac{25}{2}$. **D.** $S = 12$.

Câu 59. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$. Khi đó $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 60. Cho A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_0, z_1 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1$. Tam giác OAB là tam giác gì? Chọn phương án đúng nhất.

A. Đều **B.** Cân tại O **C.** Vuông tại O **D.** Vuông cân tại O

Câu 61. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2 . Biết $\widehat{MON} = 60^\circ$. Tính $T = |z_1^2 + 9z_2^2|$.

A. $T = 18$. **B.** $T = 24\sqrt{3}$. **C.** $T = 36\sqrt{2}$. **D.** $T = 36\sqrt{3}$.

Câu 62. Trên mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y = x + 1$. **B.** $y = -x + 1$. **C.** $y = -x - 1$. **D.** $y = x - 1$.

Câu 63. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 - i - |z|(1 - i) = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Hỏi M thuộc đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x - y + 5 = 0$. B. $x - y + 2 = 0$. C. $x + y - 2 = 0$. D. $x + y + 1 = 0$.

Câu 64. Trên mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |iz|$ là

- A. Đường thẳng $y = 2$. B. Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$.
C. Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$. D. Đường tròn tâm $I(0; 1)$.

Câu 65. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(-2; -1); R = 4$. B. $I(-2; -1); R = 2$. C. $I(2; -1); R = 4$. D. $I(2; -1); R = 2$.

Câu 66. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích là

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 12\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = 25\pi$.

Câu 67. Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{z}{z-1} \right| = 3$ là

- A. Đường tròn $x^2 + y^2 - \frac{9}{4}x - \frac{9}{8} = 0$. B. Đường tròn $x^2 + y^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{8} = 0$.
C. Đường tròn $x^2 + y^2 + \frac{9}{4}x + \frac{9}{8} = 0$. D. Đường tròn tâm $I\left(0; \frac{9}{8}\right)$ và $R = \frac{1}{8}$.

Câu 68. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = iz + 1 - i$ là đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. $r = 20$. B. $r = 22$. C. $r = 4$. D. $r = 5$.

Câu 69. Cho số phức z thỏa mãn $(z - 2 + i)(\bar{z} - 2 - i) = 25$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2\bar{z} - 2 + 3i$ là đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính c . Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 17. B. 20. C. 10. D. 18.

Câu 70. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2| + |z + 2| = 10$.

- A. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 100$. B. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.
C. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 10$. D. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Câu 71. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |iz - i + 1| = 2 \\ |z - 1| = |z + 2i| \end{cases}$?

- A. 2. B. 0. C. Có vô số số. D. 1.

Câu 72. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M + m$.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Câu 73. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z-1+i$.

A. 4.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 74. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Đặt $w=(1+2i)z-1+2i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

A. 2.

B. $3\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 75. Cho số phức z thỏa mãn: $|z+2i-1|=|z+i|$. Trong mặt phẳng Oxy , z được biểu diễn bởi điểm M . Tìm z sao cho độ dài đoạn MA ngắn nhất với $A(1,3)$.

A. $3+i$.

B. $1+3i$.

C. $2-3i$.

D. $-2+3i$.

Câu 76. Nếu z là số phức thỏa $|\bar{z}|=|z+2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z-i|+|z-4|$ là

A. 2.

B. $\sqrt{3}$.

C. 4.

D. 5.

Câu 77. Cho số phức z thỏa mãn $5|z-i|=|z+1-3i|+3|z-1+i|$. Tìm giá trị lớn nhất M của $|z-2+3i|$?

A. $M=\frac{10}{3}$

B. $M=1+\sqrt{13}$

C. $M=4\sqrt{5}$

D. $M=9$

Câu 78. Cho số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=12$ và $|z_2-3-4i|=5$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ là

A. 0.

B. 2

C. 7

D. 17

Câu 79. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P=\left|\frac{z+i}{z}\right|$, với z là số phức khác 0 và thỏa mãn $|z|\geq 2$. Tính tỷ số $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{M}{m}=5$

B. $\frac{M}{m}=3$

C. $\frac{M}{m}=\frac{3}{4}$

D. $\frac{M}{m}=\frac{1}{3}$

PHẦN II. HÌNH HỌC

Vấn đề 1. Hệ tọa độ trong không gian.

Câu 1. Cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}$ và $\overrightarrow{OB} = 9\vec{i} + 7\vec{j} + 4\vec{k}$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(7; 3; 10)$. B. $(-7; -3; -10)$. C. $(11; 11; -2)$. D. $(7; -3; 10)$.

Câu 2. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I . Biết $A(2; 1; -1)$, $I(1; 2; 0)$. Khi đó điểm B có tọa độ là

- A. $(1; -1; -1)$. B. $(3; 0; -2)$. C. $(0; 3; 1)$. D. $(-1; 1; 1)$.

Câu 3. Cho hình bình hành $ABCD$, biết $A(1; 1; 1)$, $B(-2; 2; 3)$, $C(-5; -2; 2)$. Tọa độ điểm D là

- A. $(-2; -3; 0)$. B. $(2; 3; 4)$. C. $(-2; 3; 0)$. D. $(-8; -1; 4)$.

Câu 4. Cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $P(0; 0; 1)$.

Câu 5. Cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz . Điểm đối xứng với M qua H có tọa độ:

- A. $(0; 0; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(-1; -2; 3)$.

Câu 6. Cho hai điểm $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính tọa độ điểm M .

- A. $M(-1; 4; -2)$. B. $M(-1; 4; 2)$. C. $M(1; -4; -2)$. D. $M(-1; -4; 2)$.

Câu 7. Cho $A(m-1; 2)$, $B(2; 5-2m)$ và $C(m-3; 4)$. Tìm giá trị m để A , B , C thẳng hàng?

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Câu 8. Cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(3; -2; -1)$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (yOz) ?

- A. $\left(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$ B. $(0; -3; -1)$ C. $(0; 1; 5)$ D. $(0; -1; -3)$

Câu 9. Cho véc tơ $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- A. $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$. B. $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương. C. $|\vec{b}| = \sqrt{3}$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 10. Cho sáu điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(3; 3; -3)$, A' , B' , C' thỏa mãn $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$. Gọi $G'(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Giá trị $3(a+b+c)$ bằng

- A. 6. B. 1. C. 11. D. -3.

Câu 11. Cho $A(-1;-1;0)$, $B(3;1;-1)$. Điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai điểm A , B có tọa độ là:

- A. $M\left(0;-\frac{9}{4};0\right)$. B. $M\left(0;\frac{9}{2};0\right)$. C. $M\left(0;-\frac{9}{2};0\right)$. D. $M\left(0;\frac{9}{4};0\right)$.

Câu 12. Cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;1;0)$, $C(3;1;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oxz) cách đều 3 điểm A, B, C . Giá trị $3(a+b+c)$ bằng

- A. 6. B. 1. C. -3. D. -1.

Câu 13. Cho hai điểm $M(2;2;1)$, $N\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác OMN .

- A. $I(1;1;1)$. B. $I(0;1;1)$. C. $I(0;-1;-1)$. D. $I(1;0;1)$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Giá trị của $a+b+2c$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 14. D. 15.

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là:

- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.

Câu 16. Góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3};0;1)$ là

- A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .

Câu 17. Cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ bằng

- A. $\frac{-9}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. C. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. D. $\frac{-9}{2\sqrt{35}}$.

Câu 18. Cho $A(1;2;0)$, $B(2;-1;1)$. Tìm C có hoành độ dương trên Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- A. $C(3;0;0)$. B. $C(2;0;0)$. C. $C(1;0;0)$. D. $C(5;0;0)$.

Câu 19. Cho ba điểm không thẳng hàng $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;4)$, $C(0;0;4)$. Tam giác ABC là tam giác gì?

- A. Tam giác tù. B. Tam giác vuông. C. Tam giác đều. D. Tam giác nhọn.

Câu 20. Cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(1;m-1;3)$. Tìm m thì tam giác MNP vuông tại N

- A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 0$.

Câu 21. Cho hai vecto $\vec{a}, \vec{b}$ khác $\vec{0}$. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $[\vec{a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. **B.** $[\vec{2a}, \vec{b}] = 2[\vec{a}, \vec{b}]$. **C.** $[\vec{3a}, 3\vec{b}] = 3[\vec{a}, \vec{b}]$. **D.**

$[\vec{a}, \vec{b}] = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Câu 22. Cho $\vec{u} = (1; 1; 2)$, $\vec{v} = (-1; m; m-2)$. Khi đó $[\vec{u}, \vec{v}] = \sqrt{14}$ thì

A. $m = 1, m = -\frac{11}{5}$. **B.** $m = -1, m = -\frac{11}{3}$. **C.** $m = 1, m = -3$. **D.** $m = -1$.

Câu 23. Cho $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$, $D(-2; m; n)$. Trong các hệ thức liên hệ giữa m, n dưới đây, hệ thức nào để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng?

A. $2m + n = 13$. **B.** $2m - n = 13$. **C.** $m + 2n = 13$. **D.** $2m - 3n = 10$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 1; 1)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(-1; 1; 0)$ và $D(2; 1; -2)$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** 5. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 1; -1)$; $B(1; 1; 2)$; $C(1; -1; 0)$; $D(0; 0; 1)$. Tính độ dài đường cao AH của hình chóp $ABCD$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; -1; 3)$, $D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D .

A. -6. **B.** 2. **C.** 7. **D.** -4.

Câu 27. Cho hai điểm $A(9; -3; 4)$, $B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng (Oxy) , (Oxz) , (Oyz) . Biết các điểm M, N, P đều nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của $ab + bc + ca$ bằng

A. -17. **B.** 17. **C.** -9. **D.** 12.

Câu 28. Cho $A(1; -2; 3)$; $B(2; 2; 4)$; $C(3; -3; 2)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho: $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ ngắn nhất?

A. $M(2; 1; 0)$ **B.** $M(2; -1; 0)$ **C.** $M(0; -1; 3)$ **D.** $M(2; 0; 3)$

Câu 29. Cho ba điểm $A(-1; 2; 2)$, $B(3; -1; -2)$, $C(-4; 0; 3)$. Tọa độ điểm I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $|\vec{IA} - 2\vec{IB} + 3\vec{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $I\left(-\frac{19}{2}; 0; \frac{15}{2}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{19}{2}; 0; -\frac{15}{2}\right)$. **C.** $I\left(\frac{19}{2}; 0; \frac{15}{2}\right)$. **D.** $I\left(\frac{19}{2}; 0; -\frac{15}{2}\right)$.

Câu 30. Cho $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 31. Cho $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; -2)$ và điểm M thay đổi trên (Oxy) . Tìm giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$.

A. $\sqrt{14}$. B. 14. C. 6. D. $\sqrt{6}$.

Câu 32. Cho các điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(6; -5; 8)$ và $\overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{k}$ với a, b là các số thực luôn thay đổi. Nếu $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $a - b$ bằng

A. -25. B. -13. C. 0. D. 26.

Vấn đề 2. Phương trình mặt phẳng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$.

Câu 33. Cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau:

A. (P) đi qua gốc tọa độ O . B. (P) song song với (Oxy) .
C. (P) vuông góc với trục Oz . D. (P) song song với trục Oy .

Câu 34. Ba mặt phẳng $x + 2y - z - 6 = 0$, $2x - y + 3z + 13 = 0$, $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm M . Tọa độ của M là:

A. $M(-1; 2; -3)$. B. $M(1; -2; 3)$. C. $M(-1; -2; 3)$. D. $M(1; 2; 3)$.

Câu 35. Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$.

A. $m + n = 0$. B. $m + n = 2$. C. $m + n = 1$. D. $m + n = 3$.

Câu 36. Cho điểm $H(2; 1; 2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (P) , số đo góc của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$.

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 37. Cho các điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(1; 1; 1)$. Có bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O, A, B, C, D ?

A. 10. B. 5. C. 7. D. 6.

Câu 38. Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + y = 0$.

Câu 39. Mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxz) và đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ có phương trình là

A. $y - 1 = 0$. B. $x + y + z - 1 = 0$. C. $x - 1 = 0$. D. $z - 1 = 0$.

Câu 40. Cho $A(1; -1; 5)$, $B(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với trục Oy có phương trình là

A. $4x - z + 1 = 0$. B. $4x + y - z + 1 = 0$. C. $2x + z - 5 = 0$. D. $x + 4z - 1 = 0$.

Câu 41. Cho hai điểm $A(1; 3; -4)$, $B(-1; 2; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $4x+2y-12z-17=0$. **B.** $4x+2y+12z-17=0$. **C.** $4x-2y-12z-17=0$. **D.** $4x-2y+12z+17=0$.

Câu 42. Cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau là đúng?

A. $a+b+c=5$. **B.** $a+b+c=15$. **C.** $a+b+c=-5$. **D.** $a+b+c=-15$.

Câu 43. Cho điểm $A(-2;0;-2), B(0;3;-3)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$. **B.** $\frac{4}{\sqrt{14}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{14}}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{14}}$.

Câu 44. Mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với 2 mặt phẳng $(P): x-y+z-7=0$, $(Q): 3x+2y-12z+5=0$ có phương trình là

A. $(\alpha): 2x-3y-z=0$. **B.** $(\alpha): 10x-15y+5z+2=0$.
C. $(\alpha): 10x+15y+5z-2=0$. **D.** $(\alpha): 2x+3y+z=0$.

Câu 45. Cho 2 mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0; (\beta): 2x-y+z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với (α) và (β) và khoảng cách từ $M(2;-3;1)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{14}$. Có hai mặt phẳng thỏa mãn là:

A. $(P_1)x+2y-3z+16=0$ và $(P_2)x+2y-3z-12=0$
B. $(P_1)2x+y-3z-16=0$ và $(P_2)2x+y-3z+12=0$
C. $(P_1)2x+y-3z+16=0$ và $(P_2)2x+y-3z-12=0$
D. $(P_1)x+2y-3z-16=0$ và $(P_2)2x+y-3z+12=0$

Câu 46. Cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) với (Q) song song với (P) và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{7}{3}$ là

A. $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z-17=0$. **B.** $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z+17=0$.
C. $x+2y+2z+3=0; x+2y+2z-17=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0; x+2y+2z+17=0$.

Câu 47. Phương trình của mp đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;-1;0), C\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$ là

A. $x-y+2z-1=0$. **B.** $x-y+2z=0$. **C.** $x-y+2z+1=0$. **D.** $x-y+\frac{z}{2}-1=0$.

Câu 48. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(1;2;3)$ và cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC .

A. $x+2y+3z-14=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}+\frac{z}{9}=1$ **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{9}=1$

Câu 49. Cho điểm $M(1; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $x + y + z - 8 = 0$. **B.** $x + 2y + 5z - 30 = 0$. **C.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. **D.** $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 50. Cho điểm $A(1; 2; 3)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các mặt phẳng $(Oyz), (Ozx), (Oxy)$. Phương trình của mặt phẳng $(A_1A_2A_3)$ là:

- A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Câu 51. Cho điểm $M'(4; -7; -5)$, $N(3; -9; -10)$ và các đường thẳng d_1, d_2, d_3 cùng đi qua điểm N và lần lượt song song với Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (P') đi qua M' cắt d_1, d_2, d_3 lần lượt tại A', B', C' sao cho M' là trực tâm $\triangle A'B'C'$. Phương trình mặt phẳng (P') là

- A.** $x + 2y + 5z - 35 = 0$. **B.** $x + 2y + 5z + 35 = 0$. **C.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{-7} + \frac{z}{-5} = 0$. **D.** $\frac{x}{4} + \frac{y}{-7} + \frac{z}{-5} = 1$.

Câu 52. Cho điểm $A(3; -1; 1)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng Oxy .

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 53. Cho mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ và điểm $A(2; -1; -1)$. Gọi H là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (P) . Tính độ dài đoạn thẳng AH .

- A.** 5. **B.** $\frac{11}{5}$. **C.** $\frac{11}{25}$. **D.** $\frac{22}{5}$.

Câu 54. Cho điểm $M(1; 2; 3)$ gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Khi đó khoảng cách từ điểm $O(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (ABC) có giá trị bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{6}{7}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

Câu 55. Cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 3), B(-3; 0; 0), C(0; -3; 0), D(0; 0; 6)$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$.

- A.** 9. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 56. Cho hai mặt phẳng $(P): 5x + 5y - 5z - 1 = 0$ và $(Q): x + y - z + 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A.** $\frac{2\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

Câu 57. Cho $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, ($b > 0, c > 0$) và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Tính $S = b + c$ biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng $\frac{1}{3}$.

- A. $S = 1$. B. $S = \sqrt{2}$. C. $S = 0$. D. $S = \frac{3}{2}$.

Câu 58. Xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z = 0$

- A. $M'\left(2; \frac{5}{2}; 3\right)$. B. $M'(1;3;5)$. C. $M'\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{3}{2}\right)$. D. $M'(3;1;2)$.

Câu 59. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-3;2;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 5z - 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P).

- A. $A'(1;8;-5)$ B. $A'(2;-4;3)$ C. $A'(7;6;-4)$ D. $A'(0;1;-3)$

Câu 60. Trong không gian Oxyz, cho $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;1)$. Trục tâm tam giác ABC có tọa độ là

- A. $\left(\frac{4}{9}; \frac{2}{9}; \frac{4}{9}\right)$. B. $(2;1;2)$. C. $(4;2;4)$. D. $\left(\frac{4}{9}; \frac{2}{9}; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 61. Cho $A(0;1;2)$, $B(0;1;0)$, $C(3;1;1)$ và mặt phẳng $(Q): x + y + z - 5 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng

- A. 12. B. 0. C. 8. D. 10.

Câu 62. Cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$ và ba điểm $A(1;2;1)$, $B(0;1;2)$ và $C(0;0;3)$. Điểm $M(x;y;z)$ thuộc (α) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $P = x + y + z$.

- A. 3. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. 4.

Câu 63. Cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng:

- A. 135. B. 105. C. 108. D. 145.

Câu 64. Cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB , AC , AD lần lượt lấy các điểm B' , C' , D' thỏa: $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

- A. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$. B. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.
C. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$. D. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai điểm $A(3; 4; 1); B(7; -4; -3)$. Điểm $M(a; b; c) (a > 2)$ thuộc (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $T = a + b + c$ bằng:

- A. $T = 6$. B. $T = 8$. C. $T = 4$. D. $T = 0$.

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; m; 0), C(0; 0; n)$ với m, n là các số thực dương thỏa mãn $3mn = 4\sqrt{m^2 + n^2}$. Mặt phẳng qua A vuông góc với OA cắt đường thẳng qua O vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại điểm H . Tính OH ?

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

Vấn đề 3. Phương trình mặt cầu

Câu 67. Cho tam giác ABC . Tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = a (a > 0)$ là

- A. Mặt cầu bán kính $R = \frac{a}{3}$. B. Đường tròn bán kính $R = \frac{a}{3}$
C. Mặt cầu bán kính $R = a$. D. Đoạn thẳng có độ dài bằng a .

Câu 68. Cho hai điểm $A(-2; 1; 0), B(2; -1; 2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là

- A. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{24}$. B. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = \sqrt{6}$.
C. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 24$. D. $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 6$.

Câu 69. Phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 2; 0)$ và đi qua điểm $A(2; -2; 0)$ là

- A. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 100$. B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 10$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 25$.

Câu 70. Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0), B(1; 3; 0), C(-1; 0; 3), D(1; 2; 3)$. Tính bán kính R của (S)

- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = 3$. C. $R = 6$. D. $R = \sqrt{6}$.

Câu 71. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$.

Câu 72. Cho điểm $I(-1; 2; 3)$ và mp $(P): 4x + y - z - 1 = 0$. Viết pt trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) .

- A. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 2$. B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 2$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$.

Câu 73. Cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 4$. Tập các giá trị của m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là:

- A. $\{\sqrt{5}\}$. B. $\{\pm\sqrt{5}\}$. C. $\{0\}$. D. $\emptyset$.

Câu 74. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$. Xác định bán kính R của mặt cầu (S) và viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tại $M(1;1;1)$?

- A. $R = 5, (P): 4y + 3z - 7 = 0$ B. $R = 5, (P): 4x + 3z - 7 = 0$
C. $R = 5, (P): 4y + 3z + 7 = 0$ D. $R = 3, (P): 4x + 3y - 7 = 0$

Câu 75. Cho mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ bán kính $R = 3$ và hai điểm $M(2;0;0), N(0;1;0)$. $(X): x + by + cz + d = 0$ là mặt phẳng qua MN và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r lớn nhất. Tính $T = b + c + d$.

- A. -1 . B. 4 . C. 2 . D. 3 .

Câu 76. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4z + 12 = 0$. Khẳng định nào sau đúng?

- A. Mặt phẳng (α) đi qua tâm mặt cầu (S) .
B. Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) .
C. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.
D. Mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

Câu 77. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + 2z + 6m = 0$ là phương trình của một mặt cầu trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$.

- A. $m \in (1;5)$ B. $m \in (-\infty;1) \cup (5;+\infty)$
C. $m \in (-5;-1)$ D. $m \in (-\infty;-5) \cup (-1;+\infty)$

Câu 78. Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo một thiết diện là đường tròn (C) . Diện tích của đường tròn (C) là

- A. 8π B. 12π C. 16π D. 4π

Câu 79. Cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 80. Cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 15$. (P) song song với (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 6π đi qua điểm nào sau đây?

- A. $A(0; -1; -5)$ B. $B(1; -2; 0)$ C. $C(2; -2; 1)$ D. $D(-2; 2; -1)$

Câu 81. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng 2 là

- A. $(Q): 2y - z = 0$. B. $(Q): 2x - z = 0$. C. $(Q): y - 2z = 0$. D. $(Q): 2y + z = 0$.

Câu 82. Cho hai mặt phẳng song song $(\alpha_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$, $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và một điểm $A(-1; 1; 1)$ nằm trong khoảng giữa của hai mặt phẳng đó. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với $(\alpha_1), (\alpha_2)$. Biết rằng khi (S) thay đổi thì tâm I của nó nằm trên một đường tròn cố định (ω) . Tính diện tích hình tròn giới hạn bởi (ω) .

- A. $\frac{2}{3}\pi$. B. $\frac{4}{9}\pi$. C. $\frac{8}{9}\pi$. D. $\frac{16}{9}\pi$.

Câu 83. Cho $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 2)$. Có tất cả bao nhiêu điểm M trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm A, B, C và $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $S(1; -1; 6)$, $A(1; 2; 3)$, $B(3; 1; 2)$, $C(4; 2; 3)$, $D(2; 3; 4)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp. Tính khoảng cách d từ I đến mặt phẳng (SAD) .

- A. $d = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $d = \frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $d = \frac{\sqrt{21}}{2}$. D. $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 85. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và điểm $A(2; 2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB) , biết rằng điểm B thuộc mặt cầu (S) , có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

- A. $x - y - z = 0$. B. $x - y + z = 0$. C. $x - y - 2z = 0$. D. $x - y + 2z = 0$.

Câu 86. Cho hai điểm $A(3; 1; -3)$, $B(0; -2; 3)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng

- A. 102. B. 78. C. 84. D. 52.

Câu 87. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5; -3; 5)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B . Tính OA biết $AB = 4$.

- A. $OA = \sqrt{11}$. B. $OA = 5$. C. $OA = 3$. D. $OA = \sqrt{6}$.

Câu 88. Cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y + z = 2$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Gọi điểm $M(a; b; c)$ thuộc giao tuyến giữa (P) và (S) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\min c \in (-1; 1)$. B. $\min b \in [1; 2]$. C. $\max a = \min b$. D. $\max c \in [\sqrt{2}; 2]$.

Câu 89. Cho mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(3;2;2)$ bán kính $R_1 = 2$, mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(1;0;1)$ bán kính $R_2 = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) đồng thời tiếp xúc với (S_1) và (S_2) và cắt đoạn I_1I_2 có dạng $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

- A. -5. B. -1. C. -3. D. 2.

Câu 90. Cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$. Hai m phẳng

$(P), (Q)$ chứa d tiếp xúc với mặt cầu tại T và T' . Điểm $H(a;b;c)$ là trung điểm đoạn TT' , giá trị $T = a + b + c$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

Vấn đề 4. Phương trình đường thẳng trong hệ tọa độ $Oxyz$.

Câu 91. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(7;2;1)$ và $B(-5;-4;-3)$,

mặt phẳng $(P): 3x - 2y - 6z + 3 = 0$. Chọn đáp án đúng?

- A. AB không đi qua điểm $(1, -1, -1)$ B. AB vuông góc với mặt phẳng:
 $6x + 3y - 2z + 10 = 0$

- C. AB song song với đthẳng $\begin{cases} x = 1 - 12t \\ y = -1 - 6t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$ D. AB vuông góc với đường thẳng $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$

Câu 92. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$?

- A. $Q(-2;1;-3)$. B. $P(2;-1;3)$. C. $M(-1;1;-2)$. D. $N(1;-1;2)$.

Câu 93. đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - t \end{cases}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1;2;3)$. B. $M(3;-1;2)$. C. $P(2;-2;3)$. D. $N(-1;5;4)$.

Câu 94. Cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{2}$. Mệnh đề nào đúng?

- A. d song song với (α) . B. d vuông góc với (α) . C. d nằm trên (α) . D. d cắt (α)

Câu 95. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$;

$d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-7}{-3}$ có vị trí tương đối là:

- A. song song B. trùng nhau C. cắt nhau D. chéo nhau

Câu 96. Cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(4;-1;-1)$, $C(2;0;2)$ và đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. Gọi M là giao điểm của (d) và mp (ABC) . Độ dài đoạn OM bằng

A. $2\sqrt{2}$

B. 3

C. $\sqrt{6}$

D. $\sqrt{3}$

Câu 97. Cho ba điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;4)$ và $C(1;1;4)$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với mp (ABC)

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

Câu 98. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(2;-3;1)$.

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 5t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -8 + 5t \\ z = 5 - 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

Câu 99. Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) qua $I(-1;5;2)$ và song song với trục Ox .

A. $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 5 \\ z = 2 \end{cases}; t \in \mathbb{R}$

B. $\begin{cases} x = -m \\ y = 5m; m \in \mathbb{R} \\ z = 2m \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2t \\ y = 10t; t \in \mathbb{R} \\ z = 4t \end{cases}$

D. Hai câu A và C đều

đúng

Câu 100. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - 3y + 2z + 5 = 0$ là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{2}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$.

C. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$.

Câu 101. Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $P: x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$

C. $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{3}$

D. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{3}$

Câu 102. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 7 = 0$ và $(\beta): x - 2y + z - 2 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$.

B. $M(1;0;-3)$.

C. $P(-1;0;3)$.

D. $N(1;-2;1)$.

Câu 103. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d?

- A.** $x-7y-4z+9=0$ **B.** $x-7y-4z+8=0$ **C.** $x-6y-4z+9=0$ **D.** $x-y-4z+3=0$

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;2;-3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 có dạng:

- A.** $5x+4y+z-16=0$ **B.** $5x-4y+z-16=0$ **C.** $5x-4y-z-16=0$ **D.** $5x-4y+z+16=0$

Câu 105. Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=3-2t \\ y=1+t \\ z=-2-t \end{cases}; (d_2): \begin{cases} x=m-3 \\ y=2+2m \\ z=1-4m \end{cases}$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là:

- A.** $x+7y+5z-20=0$ **B.** $2x+9y+5z-5=0$ **C.** $x-7y-5z=0$ **D.** $x-7y+5z+20=0$

Câu 106. Cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là:

- A.** $2x-y+2z-1=0$ **B.** $10x-7y+13z+3=0$ **C.** $2x+y-z=0$ **D.** $-x+6y+4z+5=0$

Câu 107. Cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(4;3;4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là:

- A.** $2x+y+2z-19=0$ **B.** $x-2y+2z-1=0$ **C.** $2x+2y+z-18=0$ **D.** $2x+y-2z-10=0$

Câu 108. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \\ z=1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) . Viết phương trình đường thẳng d' .

- A.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=0 \\ z=1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-2t \\ z=1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=-3+2t \\ z=1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \\ z=0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 109. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng $(P): x-5=0$.

- A.** $\begin{cases} x=5 \\ y=-7+t \\ z=11+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5 \\ y=-7-t \\ z=11+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-5+2t \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-5-t \\ z=3+4t \end{cases}$.

Câu 110. Phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng

$$(P), \text{ biết } d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ và } (P): 3x + 5y - z - 2 = 0. \text{ Đường thẳng } d' \text{ là giao tuyến của hai mp}$$

nào?

A. $3x + 5y - z - 2 = 0$ và $8x - 7y - 11z - 22 = 0$. **B.** $3x + 5y - z - 2 = 0$ và $4x - 7y - z - 22 = 0$.

C. $3x + 5y - z - 2 = 0$ và $x - y - 11z - 22 = 0$. **D.** $3x + 5y - z - 2 = 0$ và $8x - 3y - z - 2 = 0$.

Câu 111. Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d'

đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}$.

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại điểm B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $(-2; -19; 3)$. **B.** $(3; 0; 15)$. **C.** $(18; -2; 41)$. **D.** $(-3; 20; 7)$.

Câu 113. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1; -1; 1)$, vuông góc và cắt đường thẳng

$$d: \frac{x-4}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{1}.$$

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-8}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{-4}$. **C.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{-4}$. **D.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{8}$.

Câu 114. Cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương

trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ **B.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$ **C.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ **D.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 115. Cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mp

$(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B . Độ dài đoạn AB là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{15}$.

Câu 116. Cho đường thẳng d_1 có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; -2)$ và đi qua điểm

$M(1; -3; 2)$, $d_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Giá trị $a + 2b + 3c$ bằng

A. -42.

B. -32.

C. 11.

D. 20.

Câu 117. Cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng

$(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc (P) thỏa mãn đường thẳng AB vừa cắt vừa vuông góc với d .

Tọa độ điểm B là:

A. $(6;-7;0)$.

B. $(3;-2;-1)$.

C. $(-3;8;-3)$.

D. $(0;3;-2)$.

Câu 118. Cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và

$x + y - 2z + 8 = 0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-5}{2}$.

B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-5}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{2}$.

D. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$.

Câu 119. Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(0;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất.

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 120. Trong không gian Oxyz cho 2 điểm $A(1;3;0)$ và $B(-2;1;1)$ và đường thẳng

$(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B có tâm I thuộc đường thẳng (Δ) ?

A. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$

B. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

C. $\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$

D. $\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

Câu 121. Trong mặt phẳng Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và 2 mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có

phương trình $x + 2y + 2z + 3 = 0$; $x + 2y + 2z + 7 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng (d) , tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$

B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$

C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$

D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$

Câu 122. Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(1;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-4}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$.

Phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm I và cắt Δ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho đoạn thẳng AB có độ dài bằng 4 là:

- A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$ B. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$
 C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 9$ D. $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$

Câu 123. Cho $E(0;-1;-5)$, mp $(P): 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

Gọi Δ là đt đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất. Phương trình của Δ là

- A. $\begin{cases} x = 11t \\ y = -1 - 2t \\ z = -5 + 26t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 50t \\ y = -1 + 23t \\ z = -5 + 7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 11t \\ y = -1 + 2t \\ z = -5 + 26t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 50t \\ y = -1 + 23t \\ z = -5 - 7t \end{cases}$

Câu 124. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm m để $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$ cắt (S) tại

hai điểm phân biệt

- A. $m \leq \frac{31}{2}$ B. $m < \frac{31}{2}$ C. $m > \frac{31}{2}$ D. $m \geq \frac{31}{2}$

Câu 125. Góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$ bằng:

- A. 45° B. 90° C. 60° D. 30°

Câu 126. Góc giữa đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5-t \\ y = 6 \\ z = 2+t \end{cases}$ và mp $(P): y - z + 1 = 0$ là:

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 45°

Câu 127. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và (P) tạo với mp (Oyz) góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$?

- A. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z + 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z - 1 = 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 2x + 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x + 3y - 6z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - 3y + 6z - 12 = 0 \\ 2x - 3y - 6z + 1 = 0 \end{cases}$

Câu 128. Cho điểm $A(1;1;1)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 \\ z = -2 + t \end{cases}; d_2: \begin{cases} x = 5 + 3s \\ y = 1 \\ z = 3 - s \end{cases}$.

Gọi B, C là các điểm lần lượt di động trên $d_1; d_2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = AB + BC + CA$ là:

A. $2\sqrt{29}$

B. $2\sqrt{985}$

C. $\sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{29}$

D. $\sqrt{5} + \sqrt{10}$

Câu 129. Cho điểm $A(0;1;9)$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=25$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (S) với $mp(Oxy)$; điểm B và C di chuyển trên (C) sao cho $BC=2\sqrt{5}$. Khi tứ diện $OABC$ có thể tích lớn nhất thì đường thẳng BC có phương trình là

A. $\begin{cases} x = \frac{21}{5} - 4t \\ y = \frac{28}{5} - 3t \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 21 + 4t \\ y = 28 - 3t \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{21}{5} - 3t \\ y = \frac{28}{5} + 4t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{21}{5} - 4t \\ y = \frac{28}{5} + 3t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 130. Cho điểm $E(2;1;3)$, $mp(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu

$(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Biết Δ có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2018;y_0;z_0)$. Tính $T=z_0-y_0$.

A. $T=0$.

B. $T=-2018$.

C. $T=2018$.

D. $T=1009$.

Câu 131. Cho điểm $A(0;1;-2)$, mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$ và mặt cầu

$(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-7=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm B,C sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất với I là tâm của mặt cầu (S) .

Phương trình của Δ là

A. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=-2+t \end{cases}$

B. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-2 \end{cases}$

C. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-2 \end{cases}$

D. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=-2-t \end{cases}$

Câu 132. Cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B . Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

A. $S=\sqrt{7}$.

B. $S=4$.

C. $S=2\sqrt{7}$.

D. $S=2\sqrt{2}$.

Câu 133. Cho điểm $A(1;1;1)$, $B(2;2;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z-10=0$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A,B và cắt (S) theo một thiết diện là đường tròn (C) . Đường thẳng AB cắt (C) tại hai điểm E,F . Điểm C thuộc đường tròn (C) sao cho tam giác CEF cân tại C , CH là đường cao ứng với cạnh EF . Khi thiết diện có diện tích nhỏ nhất thì phương trình của CH là

A. $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$

B. $\Delta:\begin{cases} x=1-t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$

C. $\Delta:\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$

D. $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=2-t \end{cases}$

Câu 134. Cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{2-z}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z - 2 = 0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Điểm $A(1; 2; 3)$ cách (P) một khoảng bằng:

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{7\sqrt{11}}{11}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 135. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ và hai điểm $A(1; 0; -1)$, $B(2; 1; 1)$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất.

- A. $M(1; 1; 0)$. B. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. C. $M\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 136. Cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta': \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Xét điểm M thay đổi. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ và Δ' . Biểu thức $a^2 + 2b^2$ đạt nhỏ nhất khi và chỉ khi $M \equiv M_0(x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + y_0$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 0. C. $\frac{4}{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 137. Cho ba điểm không thẳng hàng $A(3; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 9 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4z + 8 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA ?

- A. vô số B. 1 C. 3 D. Không có

Câu 138. Cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$. Hai mặt phẳng

$(P), (Q)$ chứa d , tiếp xúc với (S) tại T và T' . Điểm $H(a; b; c)$ là trung điểm của đoạn TT' , giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

Câu 139. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a; b; c)$, $(a > 0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB} = 60^\circ$, $\widehat{BMC} = 60^\circ$, $\widehat{CMA} = 120^\circ$. Tính $a^3 + b^3 + c^3$

- A. $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{173}{9}$. B. $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{112}{9}$. C. $a^3 + b^3 + c^3 = -8$. D. $a^3 + b^3 + c^3 = \frac{23}{9}$.

Vấn đề 5. Tọa độ hóa bài toán hình trong Không gian

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$ với α là góc tạo bởi đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 141. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tính $\cos$ của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 142. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , biết $SO = a$ và SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là trung điểm của SA, BC . Gọi α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Câu 143. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB và N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{1}{12}a^3$.

B. $V = \frac{1}{8}a^3$.

C. $V = \frac{1}{6}a^3$.

D. $V = \frac{1}{36}a^3$.