CỤM NBHL	**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT**
LẦN THI CHUNG THỨ HAI	**Năm học 2019 – 2020**
	MÔN: TOÁN
Mã đề thi: 001	Thời gian làm bài: 90 phút
	(Đề thi gồm 50 câu, 06 trang)

Câu 1: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=(2-2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $P(0;-8)$. **B.** $Q(0;8)$. **C.** $N(4;-4)$. **D.** $M(4;4)$.

Câu 2: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}(a+b)=2+\log_2(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

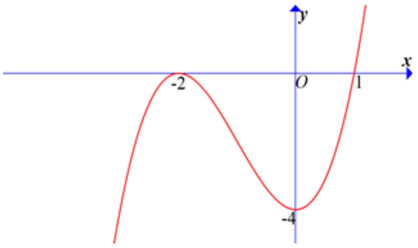
A. $a=b$. **B.** $a^2=b^2+ab$. **C.** $a^2=4-b^2$. **D.** $a=2-b$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-5}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n}=(2;3;5)$. **B.** $\vec{n}=(4;6;-10)$.

C. $\vec{n}=(-2;3;5)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-3;-5)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tọa độ điểm cực tiểu của (C) là:



A. $(0;-4)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 5: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 60π. Thể tích của khối nón đã cho bằng:

A. 360π. **B.** 288π. **C.** 120π. **D.** 96π.

Câu 6: Diện tích của mặt cầu đường kính $2a$ bằng:

A. $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $A(-2;7;5)$ qua mặt phẳng (Oxz) là điểm B có tọa độ là:

A. $B(2;7;-5)$. **B.** $B(-2;-7;5)$. **C.** $B(-2;7;-5)$. **D.** $B(2;-7;-5)$

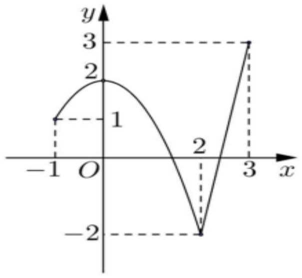
Câu 8: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông, $BD=3\sqrt{2}a$ và $AA'=6a$. Thể tích của hình hộp đã cho là:

A. $54a^3$. **B.** $216a^3$. **C.** $\dfrac{54a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{216a^3}{3}$.

Câu 9: Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-2z+4=0$. Giá trị biểu thức $P=\dfrac{z_1^2}{z_2}+\dfrac{z_2^2}{z_1}$ bằng:

A. $P=4$. **B.** $P=-\dfrac{11}{4}$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=8$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị hình bên.



Hỏi phương trình $7f(x)-5=0$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-1;3]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+x^2$ là

A. $\cos x+3x^3+C$.
B. $-\cos x+\frac{1}{3}x^3+C$.
C. $\cos x+\frac{1}{3}x^3+C$.
D. $-\cos x+\frac{1}{3}x^3$.

Câu 12: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $[-2;5]$ và $\int_{-2}^{5}f(x)dx=8, \int_{1}^{3}f(x)dx=-3$. Tính $P=\int_{-2}^{1}f(x)dx+\int_{3}^{5}f(x)dx.$

A. $P=-5.$ **B.** $P=11.$ **C.** $P=-11.$ **D.** $P=5.$

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=\frac{1}{3}$ và $u_4=-9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. $q=3$. **B.** $q=\frac{1}{3}$. **C.** $q=-\frac{1}{3}$. **D.** $q=-3$.

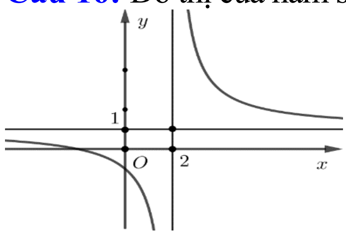
Câu 14: Nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_4 x=\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}$ là:

A. $x=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ **B.** $x=\frac{1}{3}$ **C.** $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$ **D.** $x=\sqrt[3]{3}$

Câu 15: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3, đáy $ABCD$ là hình vuông . Biết chiều cao của khối chóp là $h=3a$. Cạnh hình vuông $ABCD$ bằng:

A. a. **B.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=\frac{-x+2}{x+2}$. **B.** $y=\frac{-x+1}{x-2}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\frac{x-2}{x+2}$.

Câu 17: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AC=2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

A. $2\pi a^2\sqrt{5}$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 18: Hàm số $f(x)=7^{x^2+6}$ có đạo hàm là:

A. $f'(x)=(x^2+6)7^{x^2+5}.$
B. $f'(x)=7^{x^2+6}\ln 7.$
C. $f'(x)=(x^2+6)7^{x^2+6}\ln 7.$
D. $f'(x)=2x7^{x^2+6}\ln 7.$

Câu 19: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp

X = { 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8}?

A. C_8^2. **B.** 8^2. **C.** A_8^2. **D.** 2^8.

Câu 20: Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P=a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P=a^{\frac{19}{15}}$. **B.** $P=a^{\frac{1}{15}}$. **C.** $P=a^{\frac{2}{5}}$. **D.** $P=a^{-\frac{1}{15}}$.

Câu 21: Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $(3+i)z=5-7i$

A. 3. **B.** $-\dfrac{13}{5}i$. **C.** $-\dfrac{13}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 22: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(x-1).\ln(5-x)>0$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\parallel$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{3}$	$\nearrow$	$+\infty \parallel -7$	$\nearrow$	-2

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 24: Số phức z thỏa mãn $|z-2|=|z|$ và $(z+1)(\overline{z}-i)$ là số thực. Giá trị của z là:

A. $1+2i$. **B.** $-1-2i$. **C.** $2-i$. **D.** $1-2i$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox.

A. $(P):x-2z-2=0$. **B.** $(P):y+z-2=0$.

C. $(P):x-2y+1=0$. **D.** $(P):y-z+2=0$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^4}{2}+x^3-x+2020$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

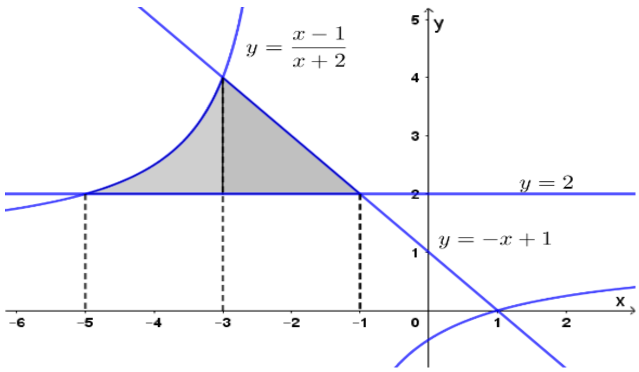
Câu 27: Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $2z+\overline{z}=3+i$. Giá trị của biểu thức $3a+b$ là:

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 28: Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=2x-1$ cắt nhau tại hai điểm A và B khi đó độ dài đoạn AB bằng:

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y=2$, $y=-x+1$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình phẳng (H).



A. $S=8+3\ln 3$. **B.** $S=8-3\ln 3$. **C.** $S=3\ln 3$. **D.** $S=-4+3\ln 3$.

Câu 30: Cho $y=f(x)$ là một hàm số bất kỳ có đạo hàm trên R, đặt $I=\int\limits_0^1 xf'(x)dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng:

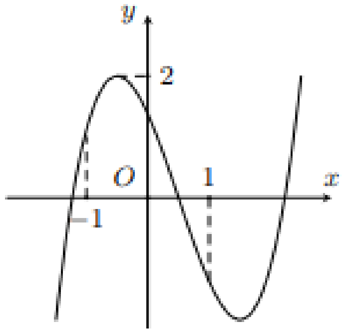
A. $I=\int\limits_0^1 f(x)dx-f(1)$. **B.** $I=\int\limits_1^0 f(x)dx+f(1)$.

C. $I=\int\limits_0^1 f(x)dx+f(1)$. **D.** $I=\int\limits_1^0 f(x)dx-f(1)$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\le\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}$ là:

A. $S=[1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1]$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a<0, b<0, c<0, d<0$. **B.** $a>0, b>0, c>0, d<0$.

C. $a>0, b<0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b>0, c<0, d>0$.

Câu 33: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\angle SAO=30^O$, $\angle SAB=60^O$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

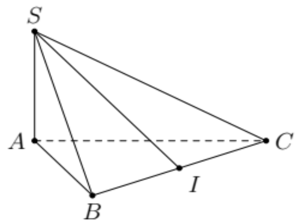
A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $S_{xq}=2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hình cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Oy cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có chu vi bằng 8π.

A. $(\alpha): 3x+z+2=0$. **B.** $(\alpha): 3x+z=0$.

C. $(\alpha): x-3z=0$. **D.** $(\alpha): 3x-z=0$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\dfrac{a}{2}$, gọi I là trung điểm của BC (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng (ABC) bằng :



A. 45°. **B.** 40°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với hai đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{1}$, $\Delta': \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+1}{1}$ có phương trình là:

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$.
C. $x-y+4z-6=0$. **D.** $x+y-4z+8=0$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-6x+\frac{3}{4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-2;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục Ox. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=25$. **B.** $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=4$.
C. $(x+2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=25$.

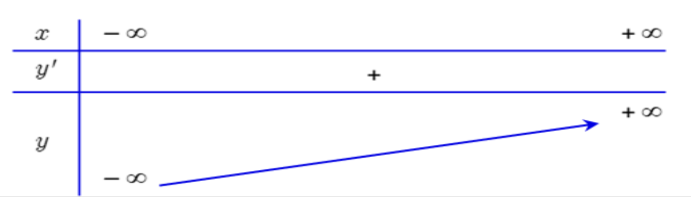
Câu 39: Cho hàm số $y=\frac{(2m+1)\tan x+1}{\tan x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2020;2020)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2020. **B.** 4037. **C.** 2019. **D.** 4038.

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x\log_3(x+1)=\log_9\left[9(x+1)^{2m}\right]$ có hai ngiệm thực phân biệt.

A. $m\in(-1;0)$. **B.** $m\in[-1;0)$. **C.** $m\in(-2;0)$. **D.** $m\in(-1;+\infty)$.

Câu 41: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+c^2+b$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $-\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{-3}{4}$.

Câu 42: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn bán kính R và có tâm lần lượt là O và O'. Gọi AB là một dây cung của đường tròn $(O;R)$ (AB không đi qua O). Một mặt phẳng đi qua AB và tạo với đường thẳng OO' một góc $60°$ cắt hình trụ theo thiết diện là một hình thoi. Tính thể tích khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho theo R.

A. $\frac{2\pi R^3\sqrt{7}}{21}$. **B.** πR^3. **C.** $\frac{\pi R^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

Câu 43: Biết $\int_0^1 \frac{(x^2+5x+6)e^x}{x+2+e^{-x}}dx = ae-b-\ln\frac{ae+c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S=2a+b+c$.

A. $S=10$. **B.** $S=9$. **C.** $S=5$. **D.** $S=0$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $45°$. E là trung điểm của SD, $AB=2a, AD=DC=a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE)

A. $\frac{4a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Câu 45: Cho đa giác đều 20 cạnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều. Xác suất để 3 đỉnh lấy được là 3 đỉnh của một tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của đa giác đều bằng:

A. $\frac{7}{114}$. **B.** $\frac{3}{38}$. **C.** $\frac{5}{114}$. **D.** $\frac{7}{57}$.

Câu 46: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $e^{2x+y+1} - e^{3x+2y} = x + y - 1$. Khi đó có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25;25]$ để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:

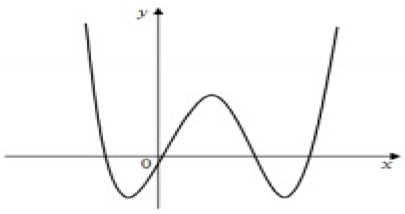
$\log_2\left(\frac{\sqrt{2x^2 - my + m + 1}}{x+2}\right) + \sqrt{x^2 + y^2 - 2y + mx + 2} = 2x + y + 1$?

A. 28. **B.** 26. **C.** 30. **D.** 32.

Câu 47: Tổng tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - \left(m^2 - m - 20\right)x + 1$ đồng biến trên R bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** -2. **D.** $\frac{3}{2}$.

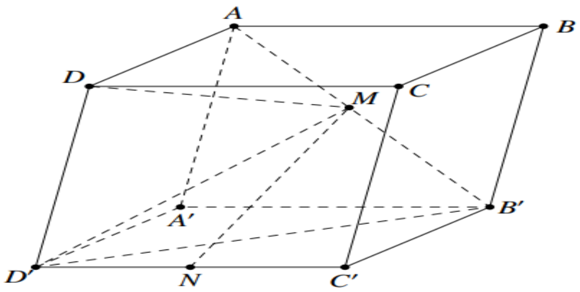
Câu 48: Biết rằng đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho bởi hình vẽ sau:



Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = \left[f'(x)\right]^2 - f(x).f''(x)$ và trục hoành.

A. 2. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Gọi M là điểm thuộc đoạn AB', N là trung điểm của $D'C'$, V_1 là thể tích khối đa diện lồi gồm 5 đỉnh D, M, B', N, D'. Để $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{10}$ thì tỷ số $\frac{MB'}{MA}$ bằng:



A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 50: Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn $2\left(2^{a^2+b^2+c^2} - 1\right) + (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 4^{a+b+c}$. Đặt $P = \frac{3a+2b+c}{a+b+c}$ và gọi S là tập hợp gồm những giá trị nguyên của P. Số phần tử của tập hợp S là:

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

----------- HẾT ----------

CỤM NBHL
LẦN THI CHUNG THỨ HAI

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
Năm học 2019 – 2020
MÔN: TOÁN

Câu \ Mã đề	001	002	003	004	005	006	007	008
1	A	D	D	D	D	D	B	D
2	A	A	B	C	A	C	C	B
3	B	A	B	B	B	B	A	B
4	A	C	A	D	A	A	B	B
5	D	D	D	A	C	D	D	D
6	C	B	D	D	A	D	A	B
7	B	A	C	A	C	B	D	C
8	A	C	A	C	D	D	B	D
9	C	D	C	D	D	D	A	D
10	B	A	C	A	D	B	C	B
11	B	B	A	C	A	A	D	C
12	B	B	B	A	C	D	C	D
13	D	A	D	C	D	A	D	A
14	A	C	B	A	A	A	D	B
15	A	B	C	A	D	D	B	D
16	C	C	D	C	C	C	A	C
17	C	C	C	C	C	B	C	D
18	D	C	C	B	A	C	D	B
19	C	C	B	D	C	D	B	C
20	A	D	D	A	B	B	C	D
21	C	A	D	A	D	C	D	D
22	B	C	A	B	B	D	D	A
23	A	D	C	C	B	A	D	C
24	D	D	B	D	C	C	B	A
25	D	B	D	B	A	A	C	B
26	D	A	B	D	C	B	C	C
27	C	C	B	B	B	C	C	C
28	A	B	B	D	B	D	B	A
29	C	A	A	C	A	A	C	A
30	B	C	A	C	C	B	A	A
31	B	A	C	D	D	A	C	C
32	C	C	A	B	A	C	A	B
33	C	B	B	A	B	C	B	A

Mã đề / Câu	001	002	003	004	005	006	007	008
34	D	D	A	B	C	C	D	B
35	D	D	A	C	B	C	A	A
36	D	A	C	B	B	A	B	A
37	B	C	B	A	D	A	D	C
38	A	B	C	A	A	B	A	A
39	C	A	D	A	D	C	B	D
40	D	D	D	A	A	C	B	A
41	B	B	D	D	C	D	D	C
42	D	B	C	D	C	C	A	A
43	B	D	A	B	B	A	A	D
44	A	A	A	B	D	B	A	A
45	D	B	C	B	B	A	D	D
46	C	D	A	C	B	A	B	B
47	A	D	B	D	B	D	C	C
48	B	A	A	C	D	B	B	B
49	D	A	C	B	A	B	C	A
50	D	B	D	A	B	B	A	C

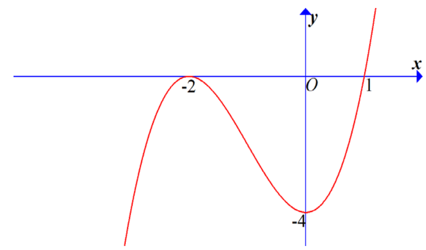
Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp X = { 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8}?

A. 2^8. **B.** C_8^2. **C.** 8^2. **D.** A_8^2.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = \dfrac{1}{3}$ và $u_4 = -9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. $q = \dfrac{1}{3}$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = 3$. **D.** $q = -\dfrac{1}{3}$.

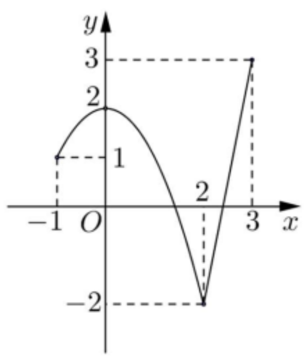
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tọa độ điểm cực tiểu của (C) là



A. $(0;-2)$. **B.** $(0;-4)$.

C. $(1;0)$. **D.** $(-2;0)$.

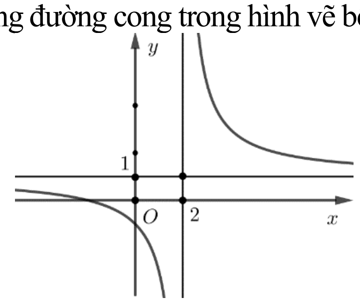
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị hình bên.



Hỏi phương trình $7f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-1;3]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = \dfrac{-x+1}{x-2}$. **B.** $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. **C.** $y = \dfrac{-x+2}{x+2}$. **D.** $y = \dfrac{x-2}{x+2}$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$ là

A. $x = \dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}$ **B.** $x = \sqrt[3]{3}$ **C.** $x = \dfrac{1}{3}$ **D.** $x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 7. Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

A. $P = a^{\frac{1}{15}}$. **B.** $P = a^{\frac{2}{5}}$. **C.** $P = a^{-\frac{1}{15}}$. **<u>D.</u>** $P = a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 8. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}(a+b) = 2 + \log_2(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 = 4 - b^2$. **B.** $a^2 = b^2 + ab$. **C.** $a = 2 - b$. **<u>D</u>.** $a = b$.

Câu 9. Hàm số $f(x) = 7^{x^2+6}$ có đạo hàm là:

<u>A.</u> $f'(x) = 2x7^{x^2+6}\ln 7.$ **B.** $f'(x) = (x^2+6)7^{x^2+5}.$

C. $f'(x) = (x^2+6)7^{x^2+6}\ln 7.$ **D.** $f'(x) = 7^{x^2+6}\ln 7.$

Câu 10. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x^2$ là

A. $\cos x + \frac{1}{3}x^3 + C$. **B.** $-\cos x + \frac{1}{3}x^3$. **C.** $\cos x + 3x^3 + C$. **<u>D</u>.** $-\cos x + \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 11. Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $[-2;5]$ và $\int_{-2}^{5} f(x)dx = 8, \int_{1}^{3} f(x)dx = -3$. Tính

$P = \int_{-2}^{1} f(x)dx + \int_{3}^{5} f(x)dx.$

A. $P = 5.$ **B.** $P = -11.$ **<u>C</u>.** $P = 11.$ **D.** $P = -5.$

Câu 12. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Giá trị biểu thức $P = \frac{z_1^2}{z_2} + \frac{z_2^2}{z_1}$ bằng

A. $P = -\frac{11}{4}.$ **B.** $P = 4.$ **C.** $P = 8.$ **<u>D.</u>** $P = -4.$

Câu 13. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $(3+i)z = 5 - 7i$

A. 3. **B.** $-\frac{13}{5}i$. **<u>C.</u>** $-\frac{13}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 14. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z = (2-2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

<u>A</u>. $P(0;-8)$. **B.** $Q(0;8)$. **C.** $N(4;-4)$. **D.** $M(4;4)$.

Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông, $BD = 3\sqrt{2}a$ và $AA' = 6a$. Thể tích của hình hộp đã cho là

A. $\frac{216a^3}{3}$. **B.** $\frac{54a^3}{3}$. **<u>C</u>.** $54a^3$. **D.** $216a^3$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3, đáy $ABCD$ là hình vuông . Biết chiều cao của khối chóp là $h = 3a$. Cạnh hình vuông $ABCD$ bằng:

<u>A</u>. a. **B.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 17: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 10 và diện tích xung quanh bằng 60π. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 360π. **B.** 288π. **C.** 120π. **<u>D.</u>** 96π.

Câu 18. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật

$ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $2\pi a^2\sqrt{5}$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 19. Diện tích của mặt cầu đường kính $2a$ bằng

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\frac{16\pi a^2}{3}$.

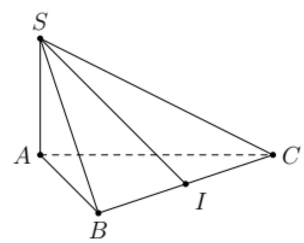
Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-5}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

A. $\vec{n}=(2;3;5)$. **B.** $\vec{n}=(-2;-3;-5)$. **C.** $\vec{n}=(4;6;-10)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;5)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $A(-2;7;5)$ qua mặt phẳng (Oxz) là điểm B có tọa độ là:

A. $B(2;7;-5)$. **B.** $B(-2;-7;5)$. **C.** $B(-2;7;-5)$. **D.** $B(2;-7;-5)$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\frac{a}{2}$, gọi I là trung điểm của BC (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng (ABC) bằng :



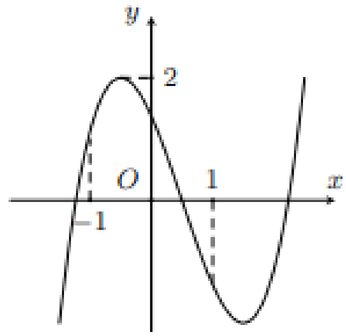
A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 40°.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-6x+\frac{3}{4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;3)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a>0,b>0,c<0,d>0$.   **B.** $a<0,b<0,c<0,d<0$.

C. $a>0,b<0,c<0,d>0$.   **D.** $a>0,b>0,c>0,d<0$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	1 ↘		$-\sqrt{3}$	↗ $+\infty$	‖	-7 ↗	-2

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.   **B.** 4.   **C.** 2.   **D.** 3.

Câu 26. Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=2x-1$ cắt nhau tại hai điểm A và B khi đó độ dài đoạn AB bằng?

A. $2\sqrt{3}$.   **B.** $2\sqrt{2}$.   **C.** $2\sqrt{5}$.   **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^4}{2}+x^3-x+2020$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 4.   **B.** 3.   **C.** 2.   **D.** 1.

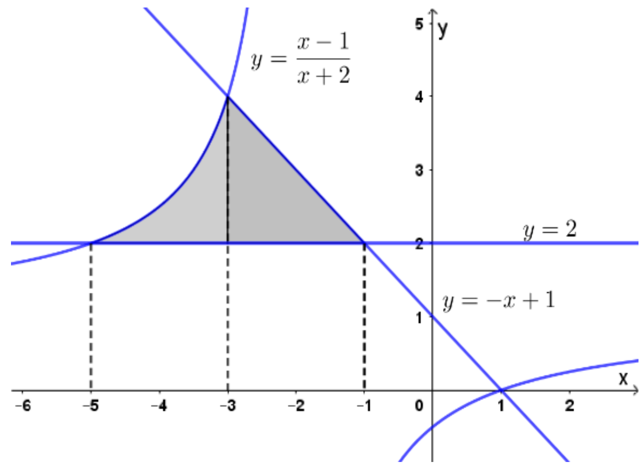
Câu 28: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(x-1).\ln(5-x)>0$ là:

A. 3.   **B.** 4.   **C.** 1.   **D.** 2.

Câu 29.Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}\le\left(\sqrt{5}-2\right)^{x-1}$ là:

A. $S=(-\infty;1]$.   **B.** $S=[1;+\infty)$.   **C.** $S=(-\infty;1)$.   **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 30: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y=2$, $y=-x+1$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình phẳng (H).



A. $S = 8 + 3\ln 3$. **B.** $S = 8 - 3\ln 3$. **C.** $S = 3\ln 3$. **D.** $S = -4 + 3\ln 3$.

Câu 31. Cho $y = f(x)$ là một hàm số bất kỳ có đạo hàm trên R,đặt $I = \int_0^1 xf'(x)dx$. Khẳng định nào dưới đây đúng:

A. $I = \int_0^1 f(x)dx - f(1)$.
B. $I = \int_1^0 f(x)dx - f(1)$.
C. $I = \int_0^1 f(x)dx + f(1)$.
D. $I = \int_1^0 f(x)dx + f(1)$.

Câu 32. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $2z + \overline{z} = 3 + i$. Giá trị của biểu thức $3a + b$ là:

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 33. Số phức z thỏa mãn $|z-2| = |z|$ và $(z+1)(\overline{z} - i)$ là số thực. Giá trị của z là

A. $1 + 2i$. **B.** $-1 - 2i$. **C.** $2 - i$. **D.** $1 - 2i$.

Câu 34. Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\angle SAO = 30^O$, $\angle SAB = 60^O$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq} = \frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $S_{xq} = 2\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục Ox. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 4$.
B. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$.
C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4$.
D. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 25$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Oy cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có chu vi bằng 8π.

A. $(\alpha): 3x + z + 2 = 0$.
B. $(\alpha): 3x + z = 0$.

C. $(\alpha): x-3z=0$. **D.** $(\alpha): 3x-z=0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(-1;1;2)$ và song song với hai đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{1}$, $\Delta': \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+1}{1}$ có phương trình là

A. $x-y-4z+10=0$. **B.** $x+y+4z-8=0$. **C.** $x-y+4z-6=0$. **D.** $x+y-4z+8=0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d song song với trục Ox.

A. $(P): x-2z-2=0$. **B.** $(P): x-2y+1=0$.

C. $(P): y-z+2=0$. **D.** $(P): y+z-2=0$.

VD

Câu 39. Cho đa giác đều 20 cạnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều. Xác suất để 3 đỉnh lấy được là 3 đỉnh của một tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của đa giác đều bằng

A. $\dfrac{3}{38}$. **B.** $\dfrac{7}{114}$. **C.** $\dfrac{7}{57}$. **D.** $\dfrac{5}{114}$.

Lời giải

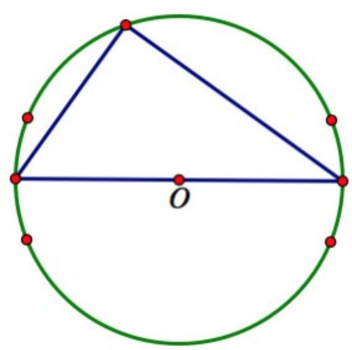
Đa giác đều nội tiếp một đường tròn tâm O. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh có C_{20}^3 cách.

Để 3 đỉnh là 3 đỉnh một tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của đa giác đều thực hiện theo các bước:

Lấy một đường kính qua tâm đường tròn có 10 cách ta được 2 đỉnh.

Chọn đỉnh còn lại trong $20-2-4=14$ đỉnh (loại đi 2 đỉnh thuộc đường kính và 4 đỉnh gần ngay đường kính đó) cách.

Vậy có tất cả $10\times 14=140$ tam giác thoả mãn.

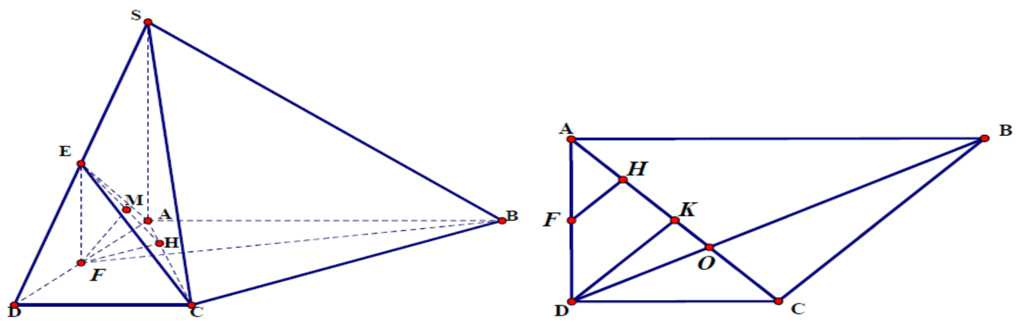


Xác suất cần tính bằng $\dfrac{140}{C_{20}^3}=\dfrac{7}{57}$.

Câu 40 . Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $45°$. E là trung điểm của SD, $AB=2a, AD=DC=a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACE)

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Lời giải



Coi như $a=1$. Ta có $(SB,(ABCD))=\widehat{SBA}=45°\Rightarrow SA=AB=2$. Gọi F là trung điểm của AD, ta có ngay $FE\perp(ABCD), FE=\frac{SA}{2}=1$.

$d\left(B,(EAC)\right)=2d\left(D,(EAC)\right)$ và $d(D,(AEC))=2\,d(F,(EAC))$

Nên $d\,(B,(ACE))=4\,d(F,(ACE))$

Kẻ $FH\perp AC, FM\perp EH\Rightarrow FM=d\left(\mathrm{F},(EAC)\right)$ và $\frac{1}{FM^2}=\frac{1}{FE^2}+\frac{1}{FH^2}=1+\frac{1}{FH^2}$

Kẻ $DK\perp AC\ \Rightarrow DK=2\ FH$ mà $\frac{1}{DK^2}=\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DC^2}=2\Rightarrow DK=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow FH=\frac{\sqrt{2}}{4}$

Vậy $\frac{1}{FM^2}=1+8\Rightarrow FM=\frac{1}{3}\Rightarrow d\left(B,(AEC)\right)=\frac{4}{3}$

Câu 41: Cho hàm số $y=\frac{(2m+1)\tan x+1}{\tan x+m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2020;2020)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 4037. **D.** 4038.

Lời giải

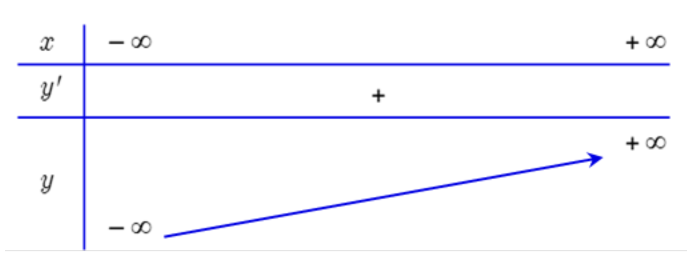
Điều kiện xác định: $\tan x\neq -m$.

Ta có $y'=\frac{2m^2+m-1}{\cos^2 x\left(\tan x+m\right)^2}$.

Hàm số $y=\frac{\left(2m+1\right)\tan x+1}{\tan x+m}$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow y'>0,\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

$$\Leftrightarrow \frac{2m^2+m-1}{\cos^2 x\left(\tan x+m\right)^2}>0, \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow \begin{cases}2m^2+m-1>0\\ -m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\\ m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m>\frac{1}{2}.$$

Câu 42: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\ne 0)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=a^2+c^2+b$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{-3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **<u>D.</u>** $-\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết ta có

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$

+ Hàm số không có điểm cực trị $\Leftrightarrow b^2-3ac\le 0\Leftrightarrow ac\ge \dfrac{b^2}{3}$

Ta có $P=a^2+c^2+b\ge 2ac+b\ge \dfrac{2}{3}b^2+b$

Ta có $\dfrac{2}{3}b^2+b=\dfrac{2}{3}\left(b+\dfrac{3}{4}\right)^2-\dfrac{3}{8}\ge -\dfrac{3}{8}$, suy ra $P\ge -\dfrac{3}{8}$.

Vậy $\min P=-\dfrac{3}{8}$ khi $\begin{cases}a=c\\ b=-\dfrac{3}{4}\end{cases}$.

Câu 43 . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x\log_3\left(x+1\right)=\log_9\left[9\left(x+1\right)^{2m}\right]$ có hai ngiệm thực phân biệt.

A. $m\in\left(-1;0\right)$. **B.** $m\in\left(-2;0\right)$. **<u>C.</u>** $m\in\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $m\in\left[-1;0\right)$.

Lời giải

Điều kiện $x>-1$. Dễ thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình. Do đó phương trình tương đương

$$x\log_3(x+1)=1+m\log_3(x+1)\Leftrightarrow m=x-\frac{1}{\log_3(x+1)}.$$

Đặt $f(x) = x - \dfrac{1}{\log_3(x+1)}$; ($x > -1$ *và* $x \neq 0$)

Ta có $f'(x) = 1 + \dfrac{1}{(x+1)\ln 3.\left(\log_3(x+1)\right)^2} > 0 \Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0);(0;+\infty)$

Bảng biến thiên

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	-1 ↗		$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy rằng phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-1;+\infty)$

Câu 44. Biết $\displaystyle\int_0^1 \frac{\left(x^2+5x+6\right)e^x}{x+2+e^{-x}}dx = ae - b - \ln\frac{ae+c}{3}$ với a , b , c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

A. $S = 10$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{\left(x^2+5x+6\right)e^x}{x+2+e^{-x}}dx = \int_0^1 \frac{(x+2)(x+3)e^{2x}}{(x+2)e^x+1}dx$.

Đặt $t = (x+2)e^x \Rightarrow dt = (x+3)e^x dx$. Đổi cận : $x = 0 \Rightarrow t = 2$, $x = 1 \Rightarrow t = 3e$.

$I = \displaystyle\int_2^{3e} \frac{t\,dt}{t+1} = \int_2^{3e}\left(1 - \frac{1}{t+1}\right)dt = \left(t - \ln|t+1|\right)\Big|_2^{3e} = 3e - 2 - \ln\frac{3e+1}{3}$.

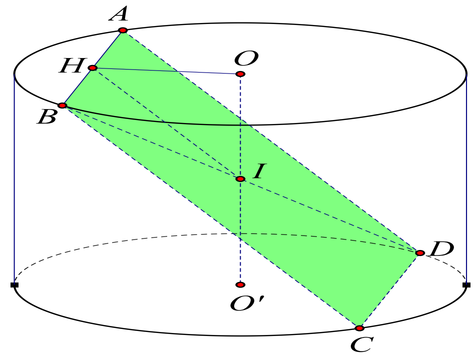
Vậy $a = 3$, $b = 2$, $c = 1 \Rightarrow S = 9$.

Câu 45. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn bán kính R và có tâm lần lượt là O và O' . Gọi AB là một dây cung của đường tròn $(O;R)$ (AB không đi qua O). Một mặt phẳng đi qua AB và tạo với đường thẳng OO' một góc $60°$ cắt hình trụ theo thiết diện là một hình thoi. Tính thể tích khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho theo R .

A. $\dfrac{2\pi R^3\sqrt{7}}{21}$. **B.** πR^3 . **C.** $\dfrac{\pi R^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử thiết diện là hình thoi $ABCD$

Gọi I là giao điểm của OO' với $(ABCD) \Rightarrow I$ là trung điểm của OO'.

Gọi H là trung điểm của AB.

$\Rightarrow \widehat{OIH} = \widehat{(OO';(ABCD))} = 60^0$.

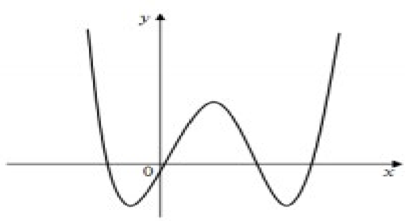
Đặt: $OI = x > 0 \Rightarrow OH = OI.\tan\widehat{OIH} = x\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{R^2 - 3x^2}$

Ta có: $BC = 2HI = 2.\dfrac{OI}{\cos\widehat{OIH}} = 4x$

Do $ABCD$ là hình thoi nên $AB = BC \Leftrightarrow 2\sqrt{R^2 - 3x^2} = 4x \Leftrightarrow x = \dfrac{R\sqrt{7}}{7} \Rightarrow OO' = h = \dfrac{2R\sqrt{7}}{7}$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \dfrac{2\pi R^3\sqrt{7}}{7}$.

Câu 46: Biết rằng đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho bởi hình vẽ sau:



Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = \left[f'(x)\right]^2 - f(x).f''(x)$ và trục hoành.

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải:

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và trục Ox là:

$\left[f'(x)\right]^2 - f(x).f''(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\dfrac{f'(x)}{f(x)}\right]' = 0$

Ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt. Giả sử x_1, x_2, x_3, x_4 là hoành độ giao điểm. Khi đó $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$

Ta có
$f^{'}(x)=\mathrm{a}(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)+\mathrm{a}(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)+\mathrm{a}(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)\,\mathrm{a}+(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$\Rightarrow \dfrac{f^{'}(x)}{f(x)}=\dfrac{1}{x-x_1}+\dfrac{1}{x-x_2}+\dfrac{1}{x-x_3}+\dfrac{1}{x-x_4}$

$\left[\dfrac{f^{'}(x)}{f(x)}\right]^{'}=0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{(x-x_1)^2}-\dfrac{1}{(x-x_2)^2}-\dfrac{1}{(x-x_3)^2}-\dfrac{1}{(x-x_4)^2}=0$ (vô nghiệm)

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=g(x)=\left[f^{'}(x)\right]^2-f(x).f^{''}(x)$ và trục hoành là 0.

Câu 47. Tổng tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{5}m^2x^5-\dfrac{1}{3}mx^3+10x^2-\left(m^2-m-20\right)x+1$ đồng biến trên R bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** -2. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=m^2x^4-mx^2+20x-\left(m^2-m-20\right)$.

Hàm số đã cho đồng biến trên R khi và chỉ khi $y'\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Khi đó $y'\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2x^4-mx^2+20x-\left(m^2-m-20\right)\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Trường hợp 1: Nếu $m=0$ thì $y'\geq 0 \Leftrightarrow 20x+20\geq 0 \Leftrightarrow x\geq -1$.
Vậy $m=0$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Trường hợp 2: Nếu $m\neq 0$ thì
$y'\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2x^4-mx^2+20x-\left(m^2-m-20\right)\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có $y'=m^2\left(x^4-1\right)-m\left(x^2-1\right)+20x+20=\left(x+1\right)\left[m^2\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-m\left(x-1\right)+20\right]$.

Vì $y'=0$ có nghiệm $x=-1$ nên để $y'\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ thì phương trình
$m^2\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-m\left(x-1\right)+20=0$ phải có nghiệm $x=-1$ suy ra $-4m^2+2m+20=0$

Vậy $-4m^2+2m+20=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng $\dfrac{1}{2}$.

*Thử lại với $m=-2$ ta có hàm số $y=\dfrac{4}{5}x^5+\dfrac{2}{3}x^3+10x^2+14x+1$.

Ta có $y'=4x^4+2x^2+20x+14=\left(x+1\right)\left[4\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)+2\left(x-1\right)+20\right]$.

$=\left(x+1\right)\left[4x^3-4x^2+6x+14\right]=\left(x+1\right)^2\left[\left(2x-2\right)^2+10\right]\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên R với $m=-2$.

*Thử lại với $m=\dfrac{5}{2}$ ta có hàm số $y=\dfrac{5}{4}x^5-\dfrac{5}{6}x^3+10x^2+\dfrac{65}{4}x+1$.

Ta có $y'=\frac{25}{4}\left(x^4-1\right)-\frac{5}{2}\left(x^2-1\right)+20x+20=\left(x+1\right)\left[\frac{25}{4}\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-\frac{5}{2}\left(x-1\right)+20\right]$

$=\frac{x+1}{4}\left[25\left(x^2+1\right)\left(x-1\right)-10\left(x-1\right)+80\right]=\left(x+1\right)^2\left[\left(5x-5\right)^2+40\right]\geq 0\,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên R với $m=\frac{5}{2}$.

Kết luận: Tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 48. Cho hai số thực x,y thỏa mãn $e^{2x+y+1}-e^{3x+2y}=x+y-1$. Khi đó có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-25;25\right]$ để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt: $\log_2\left(\frac{\sqrt{2x^2-my+m+1}}{x+2}\right)+\sqrt{x^2+y^2-2y+mx+2}=2x+y+1$?

A. 28. **B.** 30. **C.** 26. **D.** 32.

Lờigiải

ChọnB

Theo bài ra $e^{2x+y+1}-e^{3x+2y}=x+y-1\Leftrightarrow e^{2x+y+1}+\left(2x+y+1\right)=e^{3x+2y}+\left(3x+2y\right)$ (*).

Xét hàm số $f(t)=e^t+t$ trên R có $f^{'}(t)=e^t+1>0$ với $\forall t\in\mathbb{R}$ nên $f(t)=e^t+t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó từ (*) ta có: $2x+y+1=3x+2y\Leftrightarrow y=1-x$.

Thế $y=1-x$ vào $\log_2\left(\frac{\sqrt{2x^2-my+m+1}}{x+2}\right)+\sqrt{x^2+y^2-2y+mx+2}=2x+y+1$ ta được :

$$\log_2\left(\frac{\sqrt{2x^2+mx+1}}{x+2}\right)+\sqrt{2x^2+mx+1}=x+2.$$

Điều kiện: $\begin{cases}x+2>0\\2x^2+mx+1>0\end{cases}$.

Ta có $\log_2\left(\frac{\sqrt{2x^2+mx+1}}{x+2}\right)+\sqrt{2x^2+mx+1}=x+2$.

$\Leftrightarrow \log_2\sqrt{2x^2+mx+1}+\sqrt{2x^2+mx+1}=\log_2\left(x+2\right)+x+2$ (1).

Xét hàm số $f\left(t\right)=\log_2 t+t$ với $t\in\left(0;+\infty\right)$ có $f'\left(t\right)=\frac{1}{t\ln 2}+1>0$, $\forall t\in\left(0;+\infty\right)$.

$\Rightarrow f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ nên $\left(1\right)\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+mx+1}=x+2$.

Từ đó $\begin{cases}x>-2\\2x^2+mx+1=\left(x+2\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\x^2+\left(m-4\right)x-3=0\quad\left(2\right)\end{cases}$.

YCBT $\Leftrightarrow\left(2\right)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn -2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m-4)^2 + 12 > 0 \\ (x_1+2)+(x_2+2) > 0 \\ (x_1+2)(x_2+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m \in \mathbb{R} \\ x_1 + x_2 + 4 > 0 \\ x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall m \in \mathbb{R} \\ 4 - m + 4 > 0 \\ -3 + 2(4-m) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m < \dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{9}{2}$$

.

Mà $m \in [-25;25] \Rightarrow m \in \{-25;-24;...;0;1;2;3;4\}$. Vậy đáp án là **B .**

Câu 49. Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn $2\left(2^{a^2+b^2+c^2}-1\right)+(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=4^{a+b+c}$. Đặt $P=\dfrac{3a+2b+c}{a+b+c}$ và gọi S là tập hợp gồm những giá trị nguyên của P. Số phần tử của tập hợp S là

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$2\left(2^{a^2+b^2+c^2}-1\right)+(a-1)^2+(\mathrm{b}-1)^2+(\mathrm{c}-1)^2=4^{a+b+c}$$

$$\Leftrightarrow 2^{a^2+b^2+c^2+1}+a^2+b^2+c^2+1=2^{2a+2b+2c}+(2a+2b+2c)$$

Xét hàm $f(t)=2^t+t$ trên R

Ta có, $f'(t)=2^t\ln 2+1>0, \forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó, phương trình đã cho có dạng $f\left(a^2+b^2+c^2+1\right)=f(2a+2b+2c)$.

Suy ra: $2a+2b+2c=a^2+b^2+c^2+1 \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=2$ (*)

Ta lại có, $P=\dfrac{3a+2b+c}{a+b+c} \Leftrightarrow (P-3)a+(P-2)b+(P-1)c=0$ (**)

Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ lấy $M(a;b;c)$.

Theo (*) ta có M thuộc mặt cầu tâm $I(1;1;1)$,bán kính $R=\sqrt{2}$.

Theo (**) thì M thuộc mặt phẳng (α) có phương trình $(P-3)x+(P-2)y+(P-1)z=0$.

Tồn tại bộ $(a;b;c)$ khi và chỉ khi tồn tại M (mặt cầu và mặt phẳng có điểm chung).

Suy ra $d(I;(\alpha))\le R$ hay

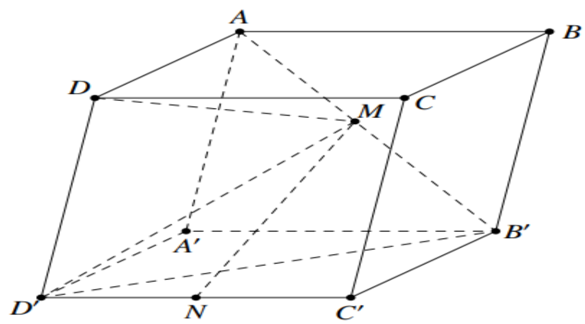
$$\frac{|3P-6|}{\sqrt{(P-3)^2+(P-2)^2+(P-1)^2}} \le \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (3P-6)^2 \le 2.\left[(P-3)^2+(P-2)^2+(P-1)^2\right]$$

$$\Leftrightarrow 3P^2-12P+8 \le 0 \Leftrightarrow \frac{6-2\sqrt{3}}{3} \le P \le \frac{6+2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $S=\{1;2;3\}$.

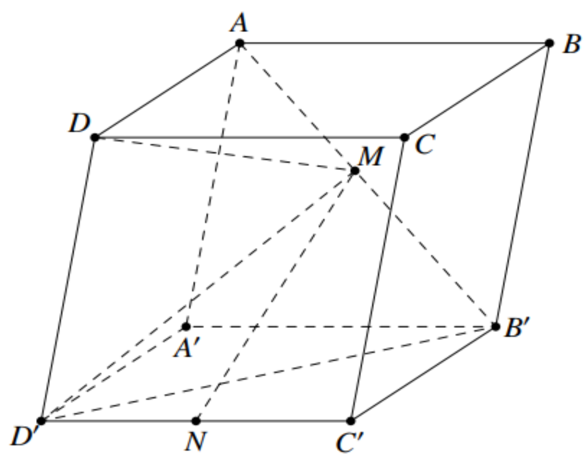
Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Gọi M là điểm thuộc đoạn AB', N là trung điểm của $D'C'$, V_1 là thể tích khối đa diện lồi gồm 5 đỉnh D,M,B',N,D'. Để $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{10}$ thì tỷ số $\frac{MB'}{MA}$ bằng



A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

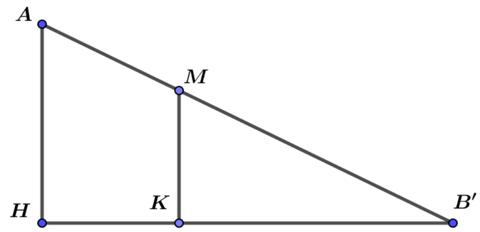
Chọn B



Theo giả thiết, $V_1=V_{MDD'N}+V_{MD'NB'}$.

Ta có $V_{MDD'N}=\frac{1}{3}d(M,(CDD'C')).S_{\Delta DD'N}=\frac{1}{12}d(M,(CDD'C')).S_{CDD'C'}=\frac{1}{12}V$.

Gọi AH là đường cao của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, MK là đường cao của khối chóp $M.D'NB'$.



Khi đó, $V_{MD'NB'} = \dfrac{1}{3}MK.S_{D'NB'} = \dfrac{1}{12}MK.S_{A'B'C'D'} = \dfrac{1}{12}\dfrac{MK}{AH}AH.S_{A'B'C'D'} = \dfrac{1}{12}\dfrac{MB'}{AB'}V$.

Do đó, $V_1 = V_{MDD'N} + V_{MD'NB'} = \dfrac{1}{12}V\left(1+\dfrac{MB'}{AB'}\right) \Rightarrow \dfrac{V_1}{V} = \dfrac{1}{12}\left(1+\dfrac{MB'}{AB'}\right) = \dfrac{1}{12}\left(1+\dfrac{MB'}{AM+MB'}\right)$.

Vậy để $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{1}{10}$ thì $\dfrac{1}{12}\left(1+\dfrac{MB'}{AM+MB'}\right) = \dfrac{1}{10} \Rightarrow \dfrac{MB'}{MA} = \dfrac{1}{4}$.