CHUYÊN ĐỀ 8	THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI 2
Dạng 1.THỂ TÍCH KHỐI CHÓP 2
Dạng 1.1 Biết chiều cao và diện tích đáy 2
Dạng 1.2 Cạnh bên vuông góc với đáy 2
Dạng 1.3 Mặt bên vuông góc với đáy 5
Dạng 1.4 Biết hình chiếu của đỉnh lên đáy 6
Dạng 1.5 Thể tích khối chóp đều 7
Dạng 1.6 Thể tích khối chóp khác 8
Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ 9
Dạng 2.1 Biết chiều cao và diện tích đáy 9
Dạng 2.2 Thể tích khối lăng trụ đứng 10
Dạng 2.3 Thể tích khối lăng trụ xiên 12
Dạng 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN KHÁC 14
Dạng 4. TỈ SỐ THỂ TÍCH 16
Dạng 4.1 Tỉ số thể tích của khối chóp 16
Dạng 4.2 Tỉ số thể tích các khối đa diện 16
Dạng 4.3 Ứng dụng tỉ số thể tích để tìm thể tích 18
Dạng 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ BÀI TOÁN CỰC TRỊ 20
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO 23
Dạng 1.THỂ TÍCH KHỐI CHÓP 23
Dạng 1.1 Biết chiều cao và diện tích đáy 23
Dạng 1.2 Cạnh bên vuông góc với đáy 23
Dạng 1.3 Mặt bên vuông góc với đáy 31
Dạng 1.4 Biết hình chiếu của đỉnh lên đáy 36
Dạng 1.5 Thể tích khối chóp đều 38
Dạng 1.6 Thể tích khối chóp khác 43
Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ 48
Dạng 2.1 Biết chiều cao và diện tích đáy 48
Dạng 2.2 Thể tích khối lăng trụ đứng 48
Dạng 2.3 Thể tích khối lăng trụ xiên 53
Dạng 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN KHÁC 62
Dạng 4. TỈ SỐ THỂ TÍCH 68
Dạng 4.1 Tỉ số thể tích của khối chóp 68

Dạng 4.2 Tỉ số thể tích các khối đa diện 70
Dạng 4.3 Ứng dụng tỉ số thể tích để tìm thể tích 78
Dạng 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ BÀI TOÁN CỰC TRỊ 85

PHẦN A. CÂU HỎI

Dạng 1.THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Dạng 1.1 Biết chiều cao và diện tích đáy

Câu 1. **(ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018)** Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V=\frac{1}{2}Bh$ **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$ **C.** $V=Bh$ **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$

Câu 2. **(Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$ **B.** $\frac{2}{3}a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $\frac{4}{3}a^3$

Câu 3. **(Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $16a^3$ **B.** $\frac{16}{3}a^3$ **C.** $4a^3$ **D.** $\frac{4}{3}a^3$

Câu 4. **(ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $V=\sqrt{2}a^3$ **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Dạng 1.2 Cạnh bên vuông góc với đáy

Câu 5. **(MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=4$, $AB=6$, $BC=10$ và $CA=8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=32$ **B.** $V=192$ **C.** $V=40$ **D.** $V=24$

Câu 6. **(KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 7. **(THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 8. **(THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{2}$ **C.** $\frac{a^3}{4}$ **D.** $\frac{3a^3}{4}$

Câu 9. **(ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng $30°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$ **B.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **D.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$

Câu 10. **(GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 11. **(THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD = 10, AB = 10, BC = 24$. Tính thể tích của tứ diện $ABCD$.

A. $V = 1200$ **B.** $V = 960$ **C.** $V = 400$ **D.** $V = \frac{1300}{3}$

Câu 12. **(THPT HÙNG VƯƠNG BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SA = a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **D.** $V = 2a^3$.

Câu 13. **(CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a, AC = 2a, SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 14. **(MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$ **B.** a^3 **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$ **D.** $\frac{a^3}{2}$

Câu 15. **(MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^o. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$ **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $V = a^3$ **D.** $V = \frac{a^3}{3}$

Câu 16. (MÃ ĐỀ 123 BGD&DT NĂM 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{2a^3}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ **D.** $\sqrt{2}a^3$

Câu 17. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a, SB = 6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}}{40}$ **C.** $\frac{\sqrt{5}}{20}$ **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

Câu 18. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60°$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $V = \frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

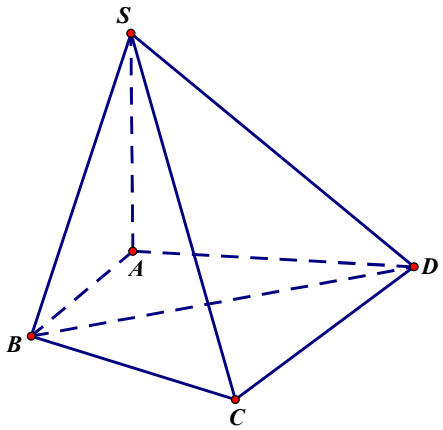
Câu 19. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ **C.** $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 20. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^0$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3\sqrt{105}}{28}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{105}}{21}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{105}}{42}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{105}}{7}$.

Câu 21. (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AB = 5\sqrt{3}, BC = 3\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 90°$, $SA = 9$ và SA vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $66\sqrt{3}$, tính cotang của góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy.



Câu 22. **A.** $\frac{20\sqrt{273}}{819}$. **B.** $\frac{\sqrt{91}}{9}$. **C.** $\frac{3\sqrt{273}}{20}$. **D.** $\frac{9\sqrt{91}}{9}$

Câu 23. **(THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{8a^3}{9}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{4a^3}{9}$.

Dạng 1.3 Mặt bên vuông góc với đáy

Câu 24. **(GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 45^o. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Câu 25. **(THPT THIỆU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt phẳng (SCD) tạo với đáy góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ **D.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 26. **(GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 27. **(KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

.

A. $h = \frac{4}{3}a$ **B.** $h = \frac{3}{2}a$ **C.** $h = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$ **D.** $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

Câu 28. **(ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$ **B.** $h = \frac{2}{3}a$ **C.** $h = \frac{4}{3}a$ **D.** $h = \frac{8}{3}a$

Câu 29. **(CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 30. **(KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng $\sqrt{21}$. Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{21}$ **B.** 21 **C.** $7\sqrt{3}$ **D.** 7

Câu 31. **(THPT MINH KHAI HÀ TĨNH NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $BC=\dfrac{1}{2}AD=a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α sao cho $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ theo a.

A. $V_{S.ACD}=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V_{S.ACD}=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ACD}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V_{S.ACD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 32. **(THPT GANG THÉP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật; $AB=a;AD=2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mp$(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến (SAC).

A. $d=\dfrac{a\sqrt{1513}}{89}$. **B.** $d=\dfrac{2a\sqrt{1315}}{89}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{1315}}{89}$. **D.** $d=\dfrac{2a\sqrt{1513}}{89}$.

Dạng 1.4 Biết hình chiếu của đỉnh lên đáy

Câu 33. **(SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, $SB=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 34. **(CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA=3HD$. Biết rằng $SA=2a\sqrt{3}$ và SC tạo với đáy một góc bằng $30°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=8\sqrt{6}a^3$. **B.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}a^3}{3}$. **C.** $V=8\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}a^3}{9}$.

Câu 35. **(GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=a$, $CD=2a$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt $(ABCD)$ trùng với trung điểm của BD. Biết thể tích tứ diện $SBCD$ bằng $\dfrac{a^3}{\sqrt{6}}$. Khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (SBC) là?

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$

Câu 36. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD; gọi M là trung điểm của CD; cạnh bên SB hợp với đáy góc 60°. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABM$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$

Câu 37. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH=\frac{2}{3}AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60^o. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Dạng 1.5 Thể tích khối chóp đều

Câu 38. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ **B.** $\frac{8a^3}{3}$ **C.** $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$ **D.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 40. (MÃ ĐỀ 123 BGD&DT NĂM 2017) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$ **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 41. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4\sqrt{5}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 42. (MĐ 104 BGD&DT NĂM 2017) Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{4}$ **C.** $V=\frac{\sqrt{13}a^3}{12}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$

Câu 43. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 44. (TRƯỜNG THPT LƯƠNG TÀI SỐ 2 NĂM 2018-2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{6}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$?

A. $V=9a^3$ **B.** $V=2a^3$ **C.** $V=3a^3$ **D.** $V=6a^3$

Câu 45. **(THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46. **(CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 47. **(HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm của đáy là O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$

Câu 48. **(ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V=7a^3$ **B.** $V=14a^3$ **C.** $V=\frac{28}{3}a^3$ **D.** $V=\frac{7}{2}a^3$

Dạng 1.6 Thể tích khối chóp khác

Câu 49. **(SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và M, N, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SC, SD, AD. Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

A. $\frac{1}{8}V$. **B.** $\frac{1}{4}V$. **C.** $\frac{1}{16}V$. **D.** $\frac{1}{32}V$.

Câu 50. **(THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V=7a^3$. **B.** $V=\frac{28a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{7a^3}{2}$. **D.** $V=14a^3$.

Câu 51. **(THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=6$, $AC=4$; ABC là tam giác vuông cân tại B. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=16\sqrt{7}$ **B.** $V=\frac{16\sqrt{7}}{3}$ **C.** $V=16\sqrt{2}$ **D.** $V=\frac{16\sqrt{2}}{3}$

Câu 52. **(THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019)** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau. Gọi G_1, G_2, G_3 và G_4 lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD, ACD và BCD. Biết $AB=6a$, $AC=9a$, $AD=12a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $4a^3$. **B.** a^3. **C.** $108a^3$. **D.** $36a^3$.

Câu 53. (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90°$. Gọi M là trung điểm của SA. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MBC) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $V=\frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{7\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 54. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABC$ biết rằng $SA=SB=SC=a$, $\widehat{ASB}=120°$, $\widehat{BSC}=60°$ và $\widehat{ASC}=90°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 55. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC. Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{36}$ **B.** $\frac{1}{48}$ **C.** $\frac{1}{12}$ **D.** $\frac{1}{24}$

Câu 56. (CỤM LIÊN TRƯỜNG HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^0$. Gọi M là trung điểm của SA. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MBC) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$ **B.** $V=\frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$ **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ **D.** $V=\frac{7\sqrt{3}a^3}{12}$

Câu 57. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA=BC=3$; $SB=AC=4$; $SC=AB=2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$ **B.** $\frac{\sqrt{390}}{4}$ **C.** $\frac{\sqrt{390}}{6}$ **D.** $\frac{\sqrt{390}}{8}$

Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Dạng 2.1 Biết chiều cao và diện tích đáy

Câu 58. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A. Bh. **B.** $\frac{4}{3}Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 59. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $16a^3$ **B.** $4a^3$ **C.** $\frac{16}{3}a^3$ **D.** $\frac{4}{3}a^3$

Câu 60. (Mã 103 - BGD - 2019) Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là:

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** Bh. **C.** $\frac{4}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 61. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$ **B.** $\frac{4}{3}a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $4a^3$

Câu 62. (THPT THIỆU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ

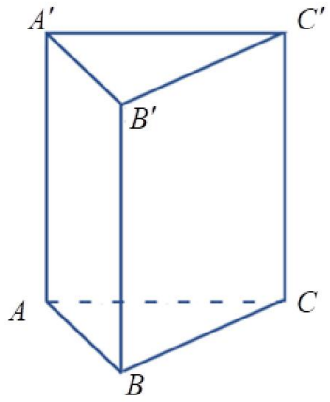
A. $V=3a^3\sqrt{2}$ **B.** $V=a^3\sqrt{2}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$

Dạng 2.2 Thể tích khối lăng trụ đứng

Câu 63. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $8a^3$ **B.** $2a^3$ **C.** a^3 **D.** $6a^3$

Câu 64. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



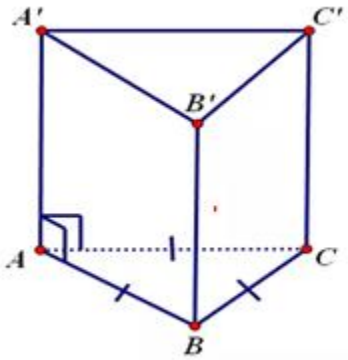
Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 65. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 66. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$ (minh họa như hình vẽ bên).



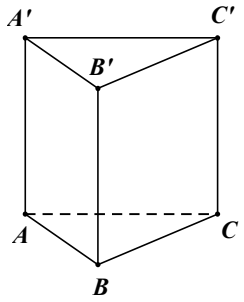
Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 67. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{3}$ **B.** $V=\frac{a^3}{2}$ **C.** $V=a^3$ **D.** $V=\frac{a^3}{6}$

Câu 68. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

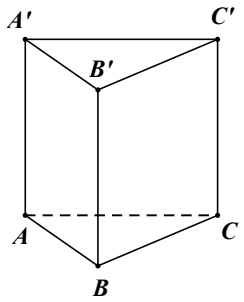
Câu 69. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=a^3$ **B.** $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$ **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$

Câu 70. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Hình lập phương có đường chéo bằng a thì có thể tích bằng

A. $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$. **D.** a^3.

Câu 71. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.



A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 72. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3a^3}{8}$ **B.** $V=\frac{9a^3}{8}$ **C.** $V=\frac{a^3}{8}$ **D.** $V=\frac{3a^3}{4}$

Câu 73. **(GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$ và $A'B=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{a^3}{6}$ **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

Câu 74. **(THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $30°$, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 8. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Câu 75. **(THPT THIỆU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 76. **(THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{3a^3}{2}$

Dạng 2.3 Thể tích khối lăng trụ xiên

Câu 77. **(SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, đường cao BH. Biết $A'H\perp(ABC)$ và $AB=1, AC=2, AA'=\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Câu 78. **(SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, các cạnh bên tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **B.** $\frac{3a^3}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $\frac{a^3}{8}$

Câu 79. **(HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AC=2\sqrt{2}$, biết góc giữa AC' và (ABC) bằng 60^0 và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{8}{3}$ **B.** $V=\frac{16}{3}$ **C.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **D.** $8\sqrt{3}$

Câu 80. **(KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30^0. Hình chiếu của A' lên (ABC) là trung điểm I của BC. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{13}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 81. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{9}{4}$ **B.** $\frac{27}{4}$ **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

Câu 82. (GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Hình chiếu của A' xuống (ABC) là trung điểm BC. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{a^3}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 83. (THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA'=\frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=a^3$ **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$ **C.** $V=\frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$ **D.** $V=a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$

Câu 84. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** 2

Câu 85. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M=\frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\sqrt{5}$ **C.** $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Câu 86. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 2 **B.** 1 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Câu 87. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

Câu 88. (GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60°$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với tâm O của đáy $ABCD$; góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng $60°$. Thể tích lăng trụ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **D.** $\frac{3a^3}{4}$

Câu 89. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 90. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ NĂM 2018 - 2019 LẦN 01) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=2a$, tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC}=60°$, góc giữa cạnh bên BB' và mặt đáy (ABC) bằng $60°$. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$ theo a bằng

A. $\frac{9a^3}{208}$. **B.** $\frac{3a^3}{26}$. **C.** $\frac{9a^3}{26}$. **D.** $\frac{27a^3}{208}$.

Câu 91. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 1 và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 92. (THPT THIỆU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) trùng vào trọng tâm G của tam giác ABC. Biết tam giác $A'BB'$ có diện tích bằng $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{6a^3\sqrt{2}}{7}$ **B.** $\frac{3a^3\sqrt{7}}{8}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{5}}{8}$ **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Dạng 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN KHÁC

Câu 93. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Cho hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng của B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\frac{7}{6}$ **B.** $\frac{11}{12}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Câu 94. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A', ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{14\sqrt{3}}{3}$.

Câu 95. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$, $BCC'B'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $9\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $7\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 96. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A', ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 97. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $30\sqrt{3}$. **B.** $36\sqrt{3}$. **C.** $27\sqrt{3}$. **D.** $21\sqrt{3}$.

Câu 98. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Thể tích của bát diện đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$ là.

A. $6a^3$. **B.** $\sqrt{6}a^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** a^3.

Câu 99. (THPT THIỆU HÓA – THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M là trung điểm của BC, N thuộc cạnh CD thỏa $\dfrac{CN}{CD}=\dfrac{1}{3}$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lập phương thành hai khối, gọi (H) là khối chứa điểm A. Thể tích của khối (H) theo a là?

A. $\dfrac{53a^3}{137}$ **B.** $\dfrac{55a^3}{144}$ **C.** $\dfrac{47a^3}{154}$ **D.** $\dfrac{65a^3}{113}$

Câu 100. Cho một hình lập phương có cạnh bằng a. Tính theo a thể tích của khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương.

A. $\dfrac{1}{4}a^3$. **B.** $\dfrac{1}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{1}{12}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{8}a^3$.

Câu 101. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Cho hình hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$. Khoảng cách giữa AB và $B'C$ là $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa BC và AB' là $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$, giữa AC và BD' là $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối hộp đó là

A. $8a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** a^3.

Câu 102. (THPT NGÔ GIA TỰ VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, BC=2a, AC'=3a$. Điểm N thuộc cạnh BB' sao cho $BN=2NB'$, điểm M thuộc cạnh DD' sao cho $D'M=2MD$. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia hình hộp chữ nhật làm hai phần, tính thể tích phần chứa điểm C'.

A. $4a^3$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 103. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi A', B', C' tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S. Thể tích V của khối bát diện có các mặt ABC, $A'B'C'$, $A'BC$, $B'CA$, $C'AB$, $AB'C'$, $BA'C'$, $CA'B'$ là

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Dạng 4. TỈ SỐ THỂ TÍCH

Dạng 4.1 Tỉ số thể tích của khối chóp

Câu 104. **(THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}}$ bằng

A. 12. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 105. **(THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I; J; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN; MP; MQ. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{1}{4}$ **C.** $\dfrac{1}{6}$ **D.** $\dfrac{1}{8}$

Câu 106. **(THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\dfrac{1}{16}$ **B.** $\dfrac{1}{4}$ **C.** $\dfrac{1}{8}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Câu 107. **(GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, G và song song với BC. Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại các điểm M và N. Thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng

A. $\dfrac{V}{9}$ **B.** $\dfrac{V}{2}$ **C.** $\dfrac{4V}{9}$ **D.** $\dfrac{V}{4}$

Dạng 4.2 Tỉ số thể tích các khối đa diện

Câu 108. **(ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

A. $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{5}{8}$. **C.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 109. **(GKI THPT VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCDE$ có đáy là hình ngũ giác và có thể tích là V. Nếu tăng chiều cao của chóp lên 3 lần đồng thời giảm độ dài cạnh đáy đi 3 lần ta được khối chóp mới $S'.A'B'C'D'E'$ có thể tích V'. Tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ là

A. 3 **B.** $\dfrac{1}{5}$ **C.** 1 **D.** $\dfrac{1}{3}$

Câu 110. **(SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đỉnh S và đáy là tam giác ABC. Gọi V là thể tích của khối chóp. Mặt phẳng đi qua trọng tâm của ba mặt bên của khối chóp chia khối chóp thành hai phần. Tính theo V thể tích của phần chứa đáy của khối chóp.

A. $\dfrac{37}{64}V$. **B.** $\dfrac{27}{64}V$. **C.** $\dfrac{19}{27}V$. **D.** $\dfrac{8}{27}V$.

Câu 111. **(CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm CC'. Mặt phẳng (ABM) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích khối lăng trụ chứa đỉnh C và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{5}$

Câu 112. **(CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có I là giao điểm của AC và BD. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của các khối $ABCD.A'B'C'D'$ và $I.A'B'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{V_1}{V_2}=6$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=3$.

Câu 113. **(HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của $AD;SC$. I là giao điểm của BM và AC. Tính tỷ số thể tích của hai khối chóp $ANIB$ và $S.ABCD$

A. $\frac{1}{16}$ **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $\frac{1}{12}$ **D.** $\frac{1}{24}$

Câu 114. **(ĐỀ MẪU KSNL ĐHQG TPHCM NĂM 2018-2019)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AA', CC'. Mặt phẳng (BEF) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

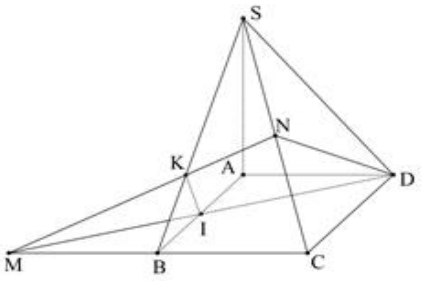
Câu 115. **(THPT QUANG TRUNG ĐỐNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chop $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là α thoả mãn $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. Mặt phẳng (P) qua AC và vuông góc với mặt phẳng (SAD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện là khối chop $N.ACD$ và đa diện chứa đỉnh S. Tỉ số hai khối đa diện đó gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 0.11 **B.** 0.13 **C.** 0.7 **D.** 0.9

Câu 116. **(THPT HÀM RỒNG THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 1)** Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh BC, BD, AC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $BC=3BM$, $BD=\frac{3}{2}BN$, $AC=2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{26}{19}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{19}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{15}{19}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{26}{13}$.

Câu 117. **(THPT MINH KHAI HÀ TĨNH NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^o$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45^o. Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích là V_1, khối còn lại có thể tích là V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{12}{7}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Câu 118. **(CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA=2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) qua A và vuông góc SC, cắt các cạnh SB,SC,SD lần lượt tại B',C',D'. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$ và khối đa diện $ABCD.D'C'B'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{8}{7}$. **C.** $\frac{32}{13}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 119. **(THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Gọi V_1 là thể tích phần không gian bên trong chung của hai hình tứ diện $ACB'D'$ và $A'C'BD$, V_2 là phần không gian bên trong hình lập phương đã cho mà không bị chiếm chỗ bởi hai khối tứ diện nêu trên. Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$?

A. 3. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{2}}$. **D.** 2.

Câu 120. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA=2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) qua A và vuông góc SC, cắt các cạnh SB,SC,SD lần lượt tại B',C',D'. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$ và khối đa diện $ABCD.D'C'B'$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{8}{7}$. **C.** $\frac{32}{13}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 121. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB,SBC,SCD,SDA. Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt phẳng đáy $ABCD$. Biết thể tích khối chóp $OMNPQ$ bằng V. Tính thể tích khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{27}{8}V$. **B.** $\frac{27}{2}V$. **C.** $\frac{9}{4}V$. **D.** $\frac{27}{4}V$.

Câu 122. **(THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, gọi M là trung điểm của SC. Mặt phẳng chứa AM và song song với BD cắt SB,SD lần lượt tại P,Q. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V. Tính thể tích khối chóp $S.APMQ$.

A. $\frac{V}{4}$ **B.** $\frac{V}{8}$ **C.** $\frac{V}{3}$ **D.** $\frac{V}{6}$

Dạng 4.3 Ứng dụng tỉ số thể tích để tìm thể tích

Câu 123. **(ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AA' và N là điểm nằm trên cạnh BB' sao cho $BN = 2B'N$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A. $\frac{7}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{13}{9}$.

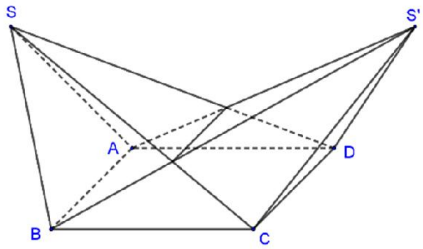
Câu 124. **(THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA = a\sqrt{3}$; $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $SB; SD$, mặt phẳng (AMN) cắt SC tại I. Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMIN$

A. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{18}$. **C.** $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{13\sqrt{3}a^3}{36}$.

Câu 125. **(THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Cho khối hộp $ABCDA'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối chóp $ABCDA'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A.

A. $\frac{5045}{6}$ **B.** $\frac{7063}{6}$ **C.** $\frac{10090}{17}$ **D.** $\frac{7063}{12}$

Câu 126. **(KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và thể tích $V = 270$. Lấy điểm S' trong không gian thỏa mãn $\overrightarrow{SS'} = -2\overrightarrow{CB}$. Tính thể tích v của phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$. (*tham khảo hình vẽ sau*)



A. $v = 120$. **B.** $v = 150$. **C.** $v = 180$. **D.** $v = 90$.

Câu 127. **(THPT CHUYÊN BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $SABC$ có $SA = 1, SB = 2, SC = 3$ và $\widehat{ASB} = 60°, \widehat{BSC} = 120°, \widehat{CSA} = 90°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 128. **(ĐỀ 04 VTED NĂM 2018-2019)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành thể tích bằng 1. Gọi M là điểm đối xứng của C qua $B; N$ là trung điểm cạnh SC. Mặt phẳng (MDN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện,thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S bằng

A. $\frac{5}{6}$ **B.** $\frac{5}{8}$ **C.** $\frac{12}{19}$ **D.** $\frac{7}{12}$

Câu 129. **(TRƯỜNG THPT LƯƠNG TÀI SỐ 2 NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là một tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và có diện tích bằng $\frac{27\sqrt{3}}{4}$(đvdt). Một mặt phẳng đi qua trọng tâm tam giác SAB và song song với mặt đáy $(ABCD)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, tính thể tích V của phần chứa điểm S?

A. $V = 24$ **B.** $V = 8$ **C.** $V = 12$ **D.** $V = 36$

Câu 130. **(GKI THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019).** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh SB,SC. Tính thể tích khối chóp $S.AMND$, biết rằng khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3.

A. $\frac{a^3}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{8}$ **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** $\frac{3a^3}{8}$

Câu 131. **(THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi I,J,K,H lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,SB,SC,SD. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng thể tích khối chóp $S.IJKH$ là 1

A. 16. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 132. **(CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC. Một mặt phẳng đi qua hai điểm A, G và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại B' và C'. Thể tích khối chóp $S.AB'C'$ bằng:

A. $\frac{2a^3}{27}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{4a^3}{27}$. **D.** $\frac{2a^3}{9}$.

Câu 133. **(CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Trên cạnh SB,SD lấy điểm M,N sao cho $SM=MB$, $SD=3SN$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại P. Tính thể tích V của khối tứ diện $SMNP$.

A. $V=\frac{1}{2}$. **B.** $V=\frac{1}{3}$. **C.** $V=2$. **D.** $V=1$.

Câu 134. **(TT THANH TƯỜNG NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là trung điểm SB, P thuộc đoạn SC sao cho $SP=2PC$, M thuộc đoạn SA sao cho $SM=\frac{4}{5}MA$. Mặt phẳng (MNP) cắt SD tại Q. NP cắt BC tại E, CQ cắt DP tại R. Biết rằng thể tích khối chóp $EPQR$ bằng $18cm^3$. Thể tích khối chóp $SMNPQ$ bằng

A. $65cm^3$. **B.** $\frac{260}{9}cm^3$. **C.** $75cm^3$. **D.** $70cm^3$.

Dạng 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ BÀI TOÁN CỰC TRỊ

Câu 135. **(Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Ông A dự định sử dụng hết $6,7\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. $1,23\text{m}^3$ **B.** $2,48\text{m}^3$ **C.** $1,57\text{m}^3$ **D.** $1,11\text{m}^3$

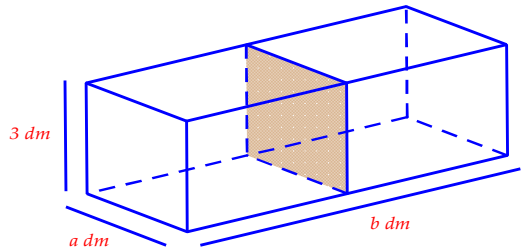
Câu 136. **(Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Ông A dự định sử dụng hết $5,5\ m^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?:

A. $1,40\ m^3$ **B.** $1,01\ m^3$ **C.** $1,51\ m^3$ **D.** $1,17\ m^3$

Câu 137. **(THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Người ta cần xây dựng một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích là $125m^3$. Đáy bể bơi là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Tính chiều rộng của đáy bể bơi để khi thi công tiết kiệm nguyên vật liệu nhất (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân)?

A. 3,12 m **B.** 3,82m **C.** 3,62m **D** 3,42m

Câu 138. **(THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019)** Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72\,\text{dm}^3$, chiều cao là $3\,\text{dm}$. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước a, b (đơn vị dm) như hình vẽ. Tính a, b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.



A. $a=\sqrt{24}\,\text{dm}$; $b=\sqrt{24}\,\text{dm}$. **B.** $a=6\,\text{dm}$; $b=4\,\text{dm}$.

C. $a=3\sqrt{2}\,\text{dm}$; $b=4\sqrt{2}\,\text{dm}$. **D.** $a=4\,\text{dm}$; $b=6\,\text{dm}$.

Câu 139. **(MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017)** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\sqrt{14}$ **B.** $x=3\sqrt{2}$ **C.** $x=\sqrt{6}$ **D.** $x=2\sqrt{3}$

Câu 140. **(SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC NĂM 2018 - 2019 LẦN 01)** Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC), giá trị $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 141. **(CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=x$, $AD=1$. Biết rằng góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng $30°$. Tìm giá trị lớn nhất V_{max} của thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V_{max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V_{max}=\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V_{max}=\frac{1}{2}$. **D.** $V_{max}=\frac{3}{2}$.

Câu 142. **(THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019)** Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 8 – 3 năm 2019. Ông A đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x. Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của h và x là?

A. $h=2, x=4$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}}{2}, x=4$. **C.** $h=2,\ x=1$. **D.** $h=4,\ x=2$.

Câu 143. **(THPT LÊ VĂN THỊNH BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB=BC=CD=DA=1$ và AC, BD thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$ **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{27}$ **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

Câu 144. **(THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hình chóp $SABC$ có $SA=x, SB=y, AB=AC=SB=SC=1$. Thể tích khối chóp $SABC$ đạt giá trị lớn nhất khi tổng $x+y$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$ **D.** $4\sqrt{3}$

Câu 145. **(THPT MINH CHÂU HƯNG YÊN NĂM 2018 – 2019)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu?

A. $8\sqrt{2}$ **B.** $6\sqrt{6}$ **C.** $24\sqrt{3}$ **D.** $16\sqrt{2}$

Câu 146. **(CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC=x$ $\left(0<x<a\sqrt{3}\right)$, các cạnh còn lại đều bằng a. Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x=\dfrac{a\sqrt{m}}{n}$ $\left(m,n\in\mathbb{N}^*\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m+2n=10$. **B.** $m^2-n=30$. **C.** $2n^2-3m<15$. **D.** $4m-n^2=-20$.

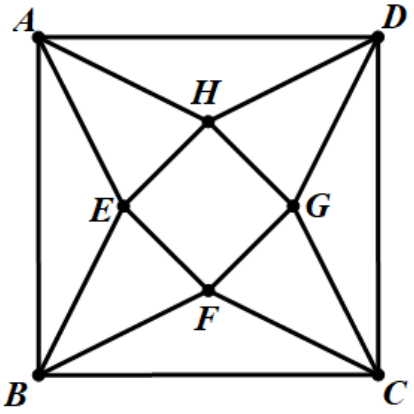
Câu 147. **(CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=x$, $CD=y$, tất cả các cạnh còn lại bằng 2. Khi thể tích tứ diện $ABCD$ là lớn nhất tính xy.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 148. **(THPT QUANG TRUNG ĐỐNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Giá trị lớn nhất của $\dfrac{V_1}{V}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(0;\dfrac{1}{5}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 149. **(THPT QUANG TRUNG ĐỐNG ĐA HÀ NỘI NĂM 2018-2019)** Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn An nhờ bố làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $5cm$ (tham khảo hình vẽ).



Cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA và sau đó gò các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh A, B, C, D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{10}}{3}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$.

Câu 150. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M,N lần lượt di động trên các tia $AC,B'D'$ sao cho $AM+B'N=a\sqrt{2}$ .Thể tích khối tứ diện $AMNB'$ có giá trị lớn nhất là

A. $\dfrac{a^3}{12}$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 151. **(SỞ GD&ĐT BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho tứ diện $SABC$ có G là trọng tâm tứ diện, mặt phẳng quay quanh AG cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại M, N. Giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$ là?

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1.THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Dạng 1.1 Biết chiều cao và diện tích đáy

Câu 1.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là: $V = \frac{1}{3}Bh$

Câu 2. **Chọn B**

Khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a nên có diện tích đáy: $S_{đáy} = a^2$.

Chiều cao $h = 2a$.

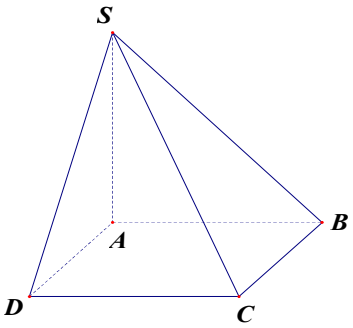
Vậy thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}.S_{đáy}.h = \frac{1}{3}.a^2.2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 3. **Chọn D**

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}a^2.4a = \frac{4}{3}a^3$.

Dạng 1.2 Cạnh bên vuông góc với đáy

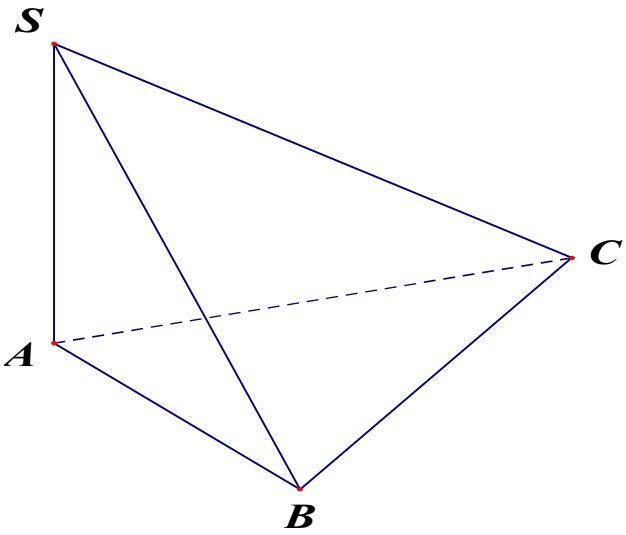
Câu 4. **Chọn D**



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

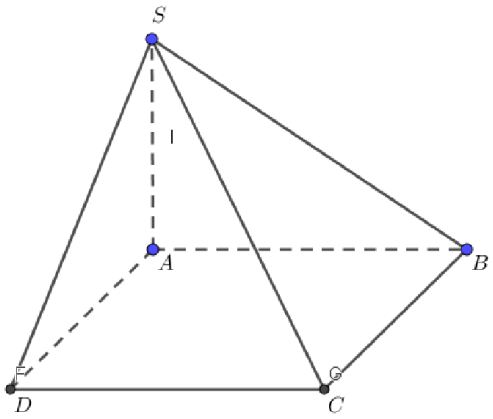
Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 5. **Chọn A**

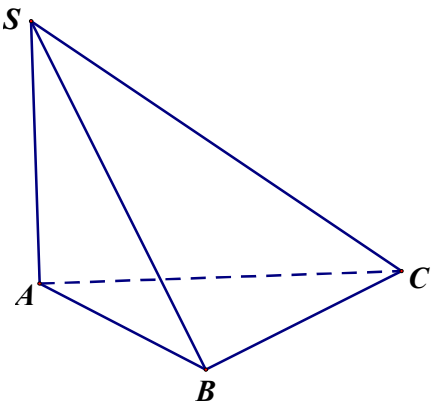


Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ suy ra ΔABC vuông tại A. $S_{ABC} = 24$, $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = 32$

Câu 6. Chọn D



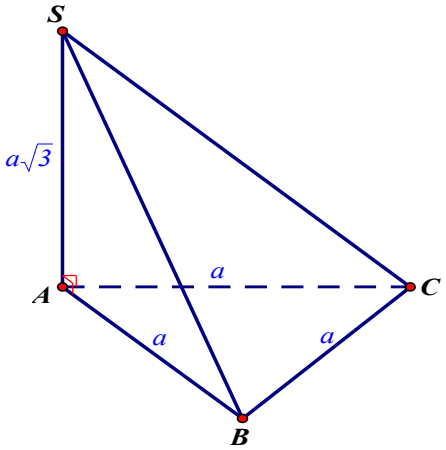
Ta có $S_{ABCD} = a^2$. $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.



Câu 7.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3.\frac{a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = a\sqrt{3}$.

Câu 8. Chọn C

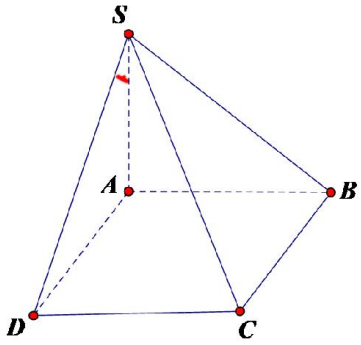


Ta có SA là đường cao hình chóp

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy thể tích cần tìm là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 9. Chọn C

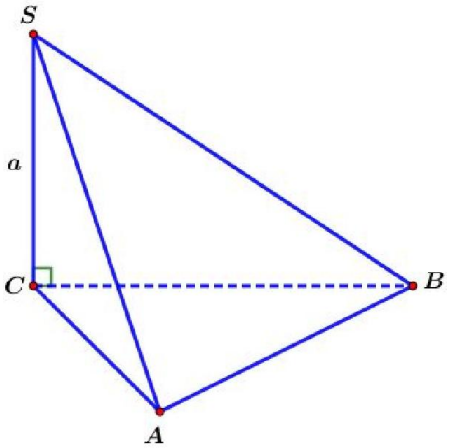


Góc giữa SD và mp là $\widehat{DSA}=30^0$.

Ta có $SA=\dfrac{AD}{\tan 30^0}=a\sqrt{3}$.

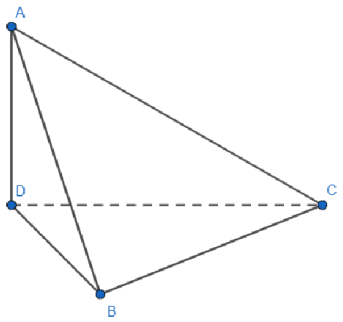
$V=\dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10. Chọn D



$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

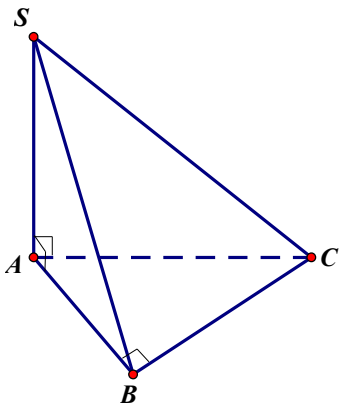
Câu 11. Chọn C



Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}AD.\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{1}{6}10.10.24=400$

Câu 12. Diện tích tam giác ABC vuông cân tại A là: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{1}{2}2a.2a=2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.a.2a^2=\dfrac{2a^3}{3}$.

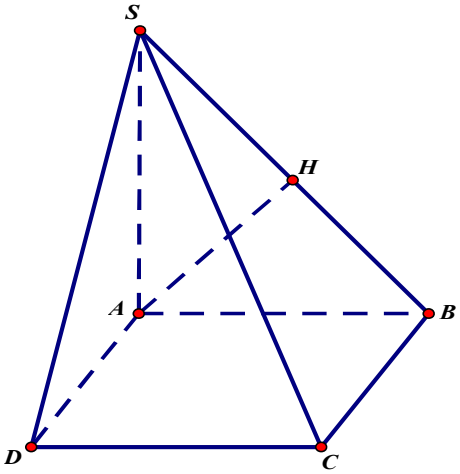


Câu 13.

Ta có $BC^2=AC^2-AB^2=3a^2\Rightarrow BC=a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}AB.BC.SA=\dfrac{1}{6}.a.a\sqrt{3}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 14. Chọn A



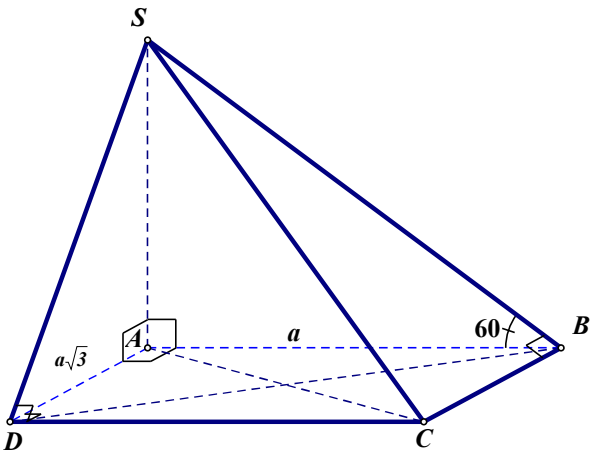
Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp AH$. Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Suy ra $d(A;(SBC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$.

Vậy $V_{SABCD} = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 15. Chọn.C



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

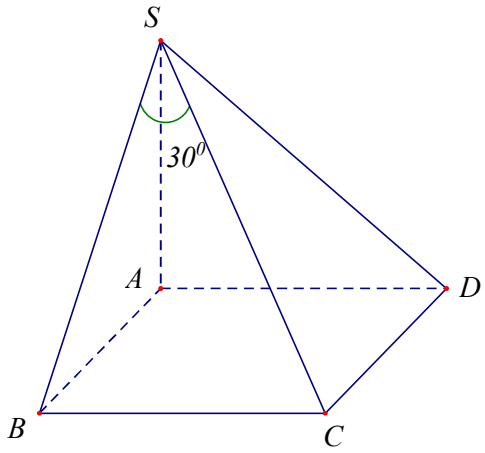
Vì $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \widehat{((SBC),(ABCD))} = \widehat{(SB;AB)} = \widehat{SBA}$.

Vậy $\widehat{SBA} = 60^o$

Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^o = \dfrac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB.\tan 60^o = a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3} a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3} = a^3$.

Câu 16. Chọn B



+) Do ABCD là hình vuông cạnh a nên: $S_{ABCD} = a^2$

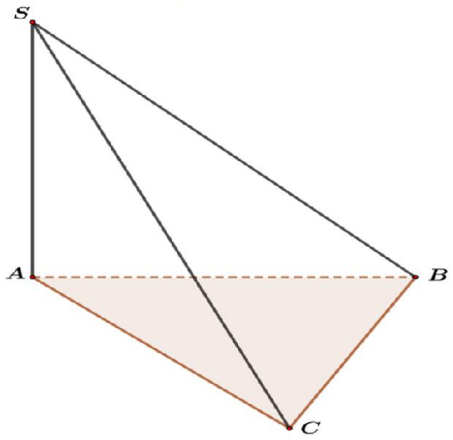
+) Chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là $\widehat{CSB} = 30^0$.

+) Đặt $SA = x \Rightarrow SB = \sqrt{x^2 + a^2}$. Tam giác SBC vuông tại B nên $\tan\widehat{CSA} = \tan 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{SB}$

Ta được: $SB = BC\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\mathrm{a}^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (Đvtt)

Câu 17. Chọn B



Ta có:

+ ΔABC vuông cân tại $C, AB = 4\mathrm{a}$ suy ra

$AC = BC = 2\mathrm{a}\sqrt{2}$.

Do đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC.BC = 4\mathrm{a}^2$.

+ $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

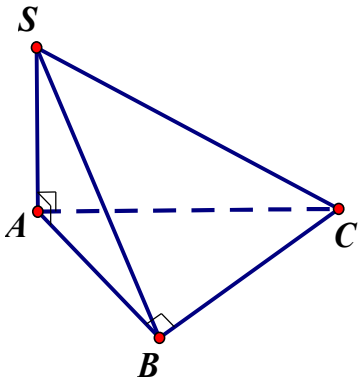
$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(6\mathrm{a})^2 - (4\mathrm{a})^2} = 2\mathrm{a}\sqrt{5}$.

+ Khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}4\mathrm{a}^2.2\mathrm{a}\sqrt{5} = \frac{8\mathrm{a}^3\sqrt{5}}{3}$

Vậy tỷ số: $\frac{a^3}{3V} = \frac{a^3}{\frac{3.8\mathrm{a}^3\sqrt{5}}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{40}$.

Câu 18. Chọn A

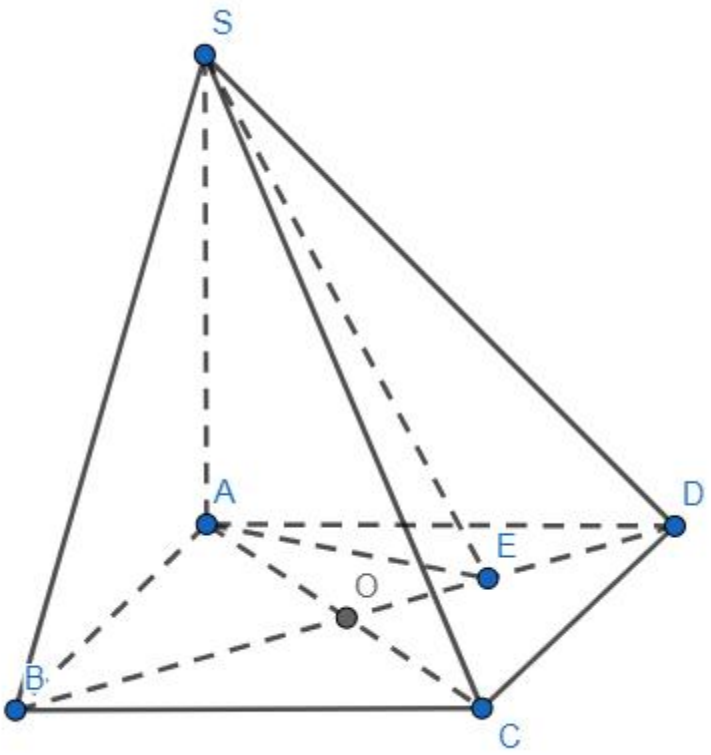


ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60° \Rightarrow BC = \dfrac{AB}{\tan 60^0} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

$\widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{(SB,AB)} = 45^0$ nên tam giác SAB vuông cân tại $S \Rightarrow SA = AB = a$

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}BA.BC.SA = \dfrac{1}{6}a.a\dfrac{\sqrt{3}}{3}a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$

Câu 19. Chọn C



Kẻ $AE \perp BD$

$\widehat{((SBD),(ABCD))} = \widehat{SEA} = 60^0$

Xét ΔABD vuông tại A

$AE = \dfrac{AD.AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \dfrac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

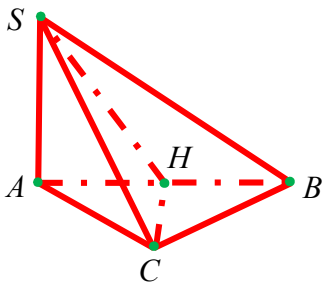
Xét ΔSAE vuông tại A

$SA = AE.\tan 60^0 = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}.\sqrt{3} = \dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$

Khi đó thể tích $S.ABCD$

$V = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{2a\sqrt{15}}{5}.2a^2 = \dfrac{4a^3\sqrt{15}}{15}$

Câu 20. Chọn C



Theo giả thiết ta có đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30^0.

Nên $\widehat{ASC}=30^0$.

Ta $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BC.\sin\widehat{ACB}=\frac{1}{2}.a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác ΔABC ta có $AB^2=AC^2+BC^2-2AC.BC.\cos\widehat{ACB}=7a^2$

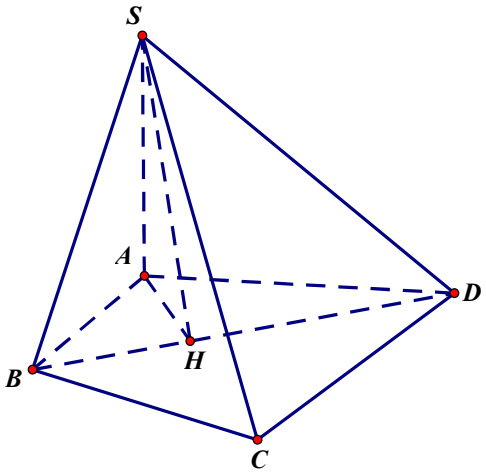
Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB khi đó do đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30^0 nên $\widehat{CSH}=30^0$.

Xét ΔABC ta có $\frac{1}{2}.CH.AB=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\Rightarrow CH=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Xét ΔSCH vuông tại H ta có $SC=\frac{CH}{\sin 30^0}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Xét ΔSAC vuông tại A ta có $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\frac{a\sqrt{35}}{7}$.

Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{35}}{7}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{105}}{42}$.



Câu 21.

Có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}\Leftrightarrow 66\sqrt{3}=\frac{1}{3}.9.S_{ABCD}\Rightarrow S_{ABCD}=44\sqrt{3}$

Suy ra $\frac{1}{2}AB.AD+\frac{1}{2}BC.CD=44\sqrt{3}\Leftrightarrow 5AD+3CD=44$. (1)

Áp dụng định lí Pitago trong 2 tam giác vuông $ABD;BCD$, ta có:

$AB^2+AD^2=BD^2=BC^2+CD^2\Leftrightarrow CD^2-AD^2=48$ (2)

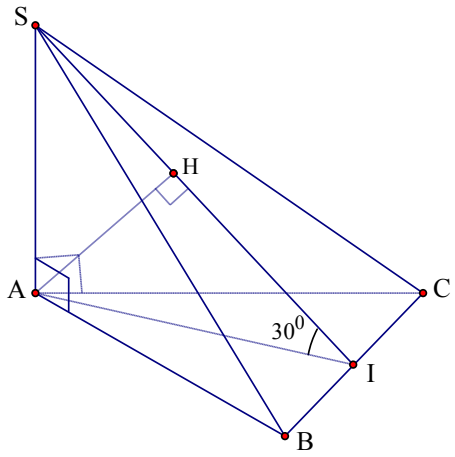
Từ (1) và (2) suy ra $\left[\begin{array}{l} AD=4 \\ AD=\frac{47}{2} \end{array}\right.$

$AD=\frac{47}{2}$ không thỏa mãn do từ (1) ta có: $AD<\frac{44}{5}\Rightarrow AD=4$.

Trong tam giác ABD, dựng $AH\perp BD$ lại có $SA\perp BD\Rightarrow BD\perp SH$.

Vậy góc giữa (SBD) và đáy là góc $\widehat{SHA}$.

Dễ tính $BD=\sqrt{91}, AH=\dfrac{AB.AD}{BD}=\dfrac{20\sqrt{273}}{91}$, $\cot\widehat{SHA}=\dfrac{AH}{SA}=\dfrac{20\sqrt{273}}{819}$.



Câu 23.

Gọi I là trung điểm sủa BC suy ra góc giữa mp(SBC) và mp(ABC) là $\widehat{SIA}=30^0$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d\left(A,(SBC)\right)=AH=a$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI=\dfrac{AH}{\sin 30^0}=2a$.

Giả sử tam giác đều ABC có cạnh bằng x, mà AI là đường cao suy ra $2a=x\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{4a}{\sqrt{3}}$.

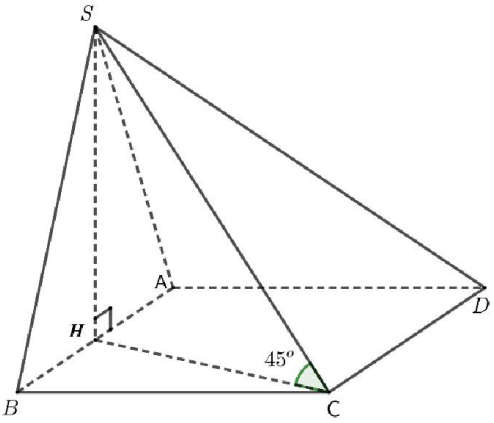
Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC}=\left(\dfrac{4a}{\sqrt{3}}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA=AI.\tan 30^0=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{3}.\dfrac{2a}{\sqrt{3}}=\dfrac{8a^3}{9}$.

Dạng 1.3 Mặt bên vuông góc với đáy

Câu 24. Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB, ΔSAB cân tại $S\Rightarrow SH\perp AB$

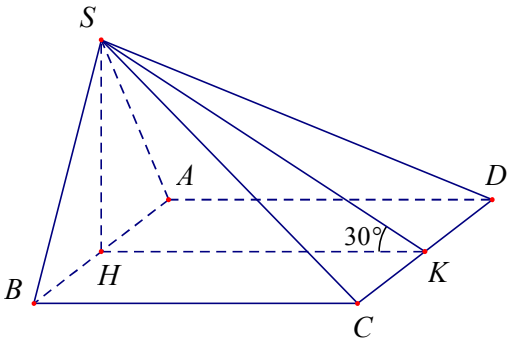
$$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\SH\subset(SAB);SH\perp AB\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$$

$\widehat{(SC;(ABCD))} = \widehat{SCH} = 45^o \Rightarrow \Delta SHC$ vuông cân tại H

$\Rightarrow SH = HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Câu 25. Chọn A



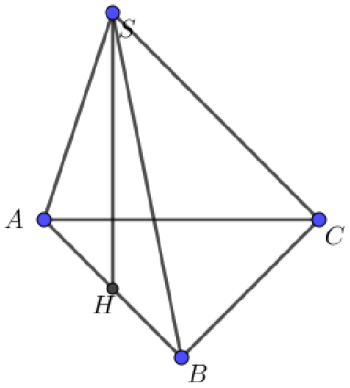
Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD.

Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $\left(\widehat{(SCD),(ABCD)}\right) = \widehat{SKH} = 30°$.

Xét ΔSHK vuông tại H, có $HK = \frac{SH}{\tan 30°} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a.\frac{3a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 26. Chọn D

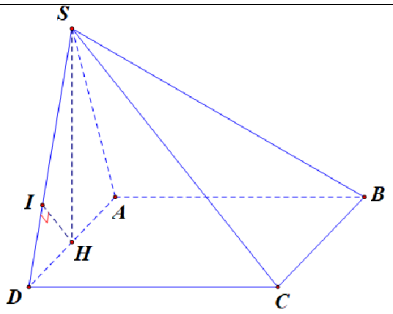


Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH = a\sqrt{3}$

$AB = 2a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(2a)^2 = 2a^2$

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}2a^2a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 27. Chọn A



Gọi H là trung điểm của AD. Nên $SH \perp AD$

$$\begin{cases}(SAD)\perp(ABCD)\\(SAD)\cap(ABCD)=AD\Rightarrow SH\perp(ABCD)\\AD\perp SH\end{cases}$$

Ta có: $S_{ABCD}=2a^2$

$$\Rightarrow SH=\frac{3V}{S_{ABCD}}=\frac{3.4a^3/3}{2a^2}=2a$$

Gọi I là hình chiếu của H lên SD

$$d\left(B;(SCD)\right)=d\left(A;(SCD)\right)=2d\left(H;(SCD)\right)=2IH$$

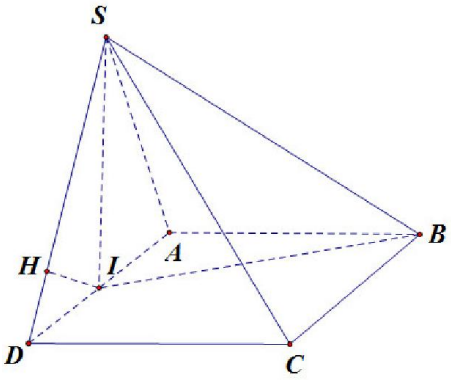
Mà $IH=\dfrac{SH.HD}{SD}=\dfrac{SH.HD}{\sqrt{SH^2+HD^2}}=\dfrac{2a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(2a)^2+\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}}=\dfrac{2}{3}a$

Vậy $d\left(B;(SCD)\right)=\dfrac{4}{3}a$

Câu 28.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của AD. Tam giác SAD cân tại S

$\Rightarrow SI\perp AD$

Ta có $\begin{cases}SI\perp AD\\(SAD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SI\perp(ABCD)$

$\Rightarrow SI$ là đường cao của hình chóp.

Theo giả thiết $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SI.S_{ABCD}\Leftrightarrow\dfrac{4}{3}a^3=\dfrac{1}{3}SI.2a^2\Leftrightarrow SI=2a$

Vì AB song song với (SCD)

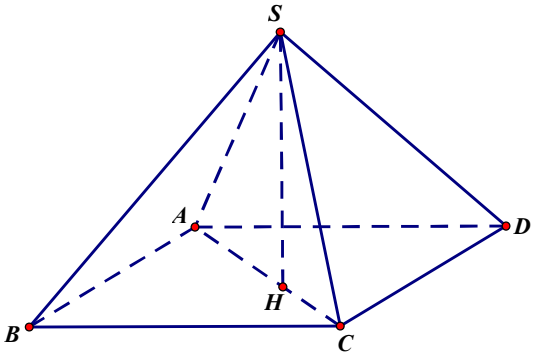
$$\Rightarrow d\left(B,(SCD)\right)=d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(I,(SCD)\right)$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD.

Mặt khác $\begin{cases}SI\perp DC\\ID\perp DC\end{cases}\Rightarrow IH\perp DC$. Ta có $\begin{cases}IH\perp SD\\IH\perp DC\end{cases}\Rightarrow IH\perp(SCD)\Rightarrow d\left(I,(SCD)\right)=IH$

Xét tam giác SID vuông tại I: $\dfrac{1}{IH^2}=\dfrac{1}{SI^2}+\dfrac{1}{ID^2}=\dfrac{1}{4a^2}+\dfrac{4}{2a^2}\Rightarrow IH=\dfrac{2a}{3}$

$$\Rightarrow d\left(B,(SCD)\right)=d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(I,(SCD)\right)=\frac{4}{3}a.$$



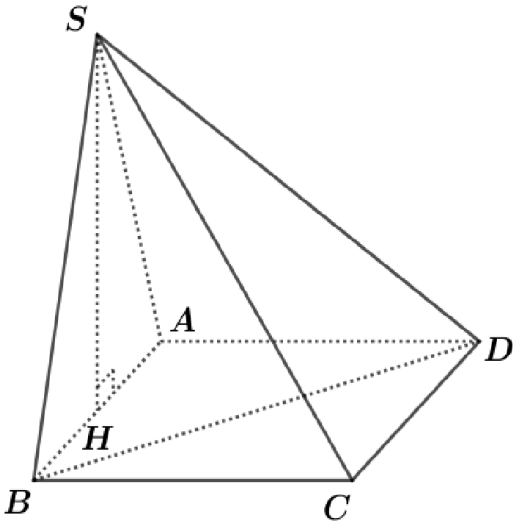
Câu 29.

Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC$ H suy ra $SH \perp (ABCD)$.

$AC = 2a$, tam giác SAC vuông ở S, góc $SAC = 60^\circ$ nên $SA = a, SC = a\sqrt{3}, SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích hình chóp là $V = \dfrac{1}{3}\left(a\sqrt{2}\right)^2 . \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30. Chọn D



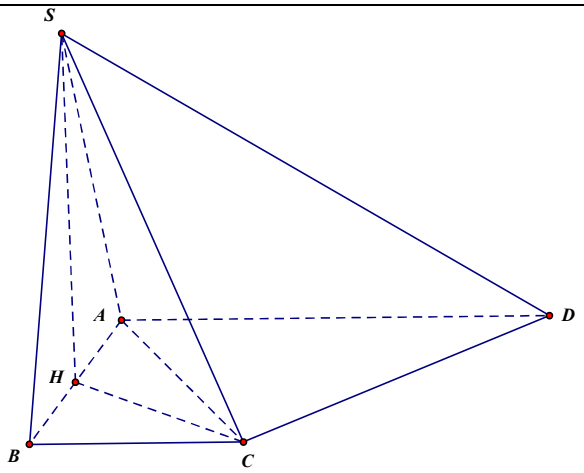
Giả sử $AB = a$. Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Ta có $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BD} = \left(\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HA}\right)\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right) = \overrightarrow{HA}.\overrightarrow{BA} = \dfrac{1}{2}a^2$

$\Leftrightarrow a^2\sqrt{2}.cos\left(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}\right) = \dfrac{1}{2}a^2 \Leftrightarrow cos\left(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}\right) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sin(SA, BD) = \sqrt{\dfrac{7}{8}}$

$V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}SH.AB.AD = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3 \Rightarrow V_{SABD} = \dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{6}SA.BD.d_{(SA,BD)}.\sin(SA, BD) = \dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{6}a.a\sqrt{2}.\sqrt{21}.\sqrt{\dfrac{7}{8}} = \dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3 \Leftrightarrow a = 7$



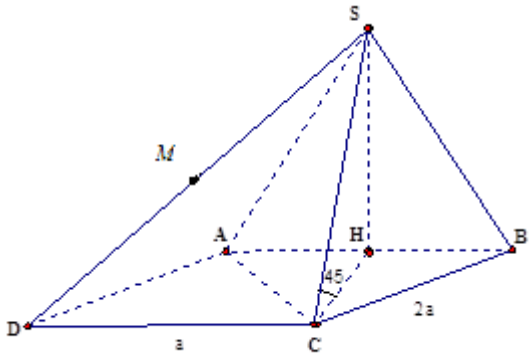
Câu 31.

Gọi H là trung điểm AB, từ giả thiết ta có: $SH \perp (ABCD)$, $(SC,(ABCD)) = \widehat{SCH} = \alpha$.

Đặt $AB = x$, ta có: $HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2}$, $SH = HC.\tan\alpha = \sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2}.\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Mặt khác $SH = \frac{x\sqrt{3}}{2}$. Vậy ta có: $\sqrt{\frac{x^2}{4} + a^2}.\frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = a$.

$S_{ABCD} = \frac{(AD+BC).AB}{2} = \frac{3a^2}{2}$; $S_{ACD} = \frac{2}{3}S_{ABCD} = a^2$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SH.S_{ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Câu 32.

Gọi H là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét $\triangle BCH$ vuông tại B, có: $CH = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Xét $\triangle SHC$ vuông cân tại H, có: $SH = \frac{a\sqrt{17}}{2}; SC = \frac{a\sqrt{34}}{2}$.

Xét $\triangle SAH$ vuông tại H, có: $SA = \sqrt{\frac{17a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

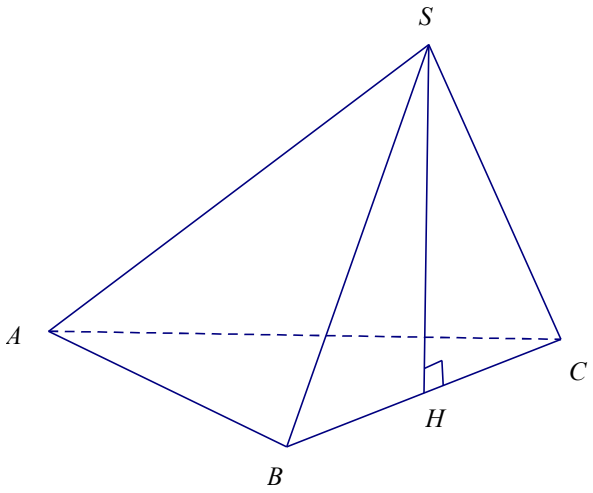
Xét $\triangle ABC$ vuông tại B, có: $AC = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

$\Rightarrow S_{\triangle SAC} = \frac{\sqrt{89}}{4}a^2$.

Ta có: $V_{S.ABCD} = V = \frac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{17}}{3}$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{2}V = \frac{a^3\sqrt{17}}{6}$.

$V_{S.ACM} = \frac{1}{2}V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{17}}{12}$. Mà $V_{S.MAC} = \frac{1}{3}.d.S_{\triangle SAC} = \frac{\sqrt{89}}{12}a^2.d \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$.

Dạng 1.4 Biết hình chiếu của đỉnh lên đáy



Câu 33.

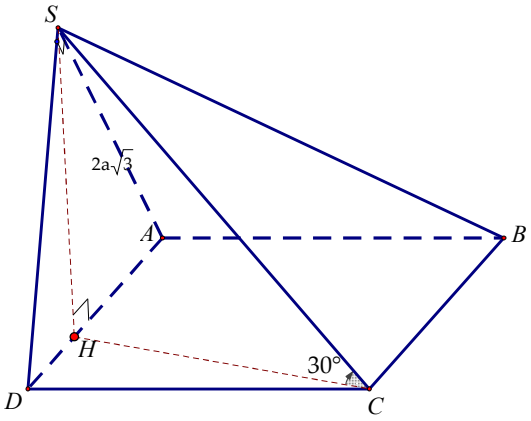
Xét tam giác ABC vuông tại A có: $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=2a$.

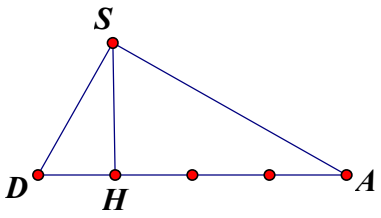
H là trung điểm của BC nên $BH=a$.

Xét tam giác SBH vuông tại H có: $SH=\sqrt{SB^2-HB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2-a^2}=a$.

Diện tích đáy ABC là: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}.a^2\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.





Câu 34.

$SH^2=HD.HA=3HD^2\Rightarrow SH=\sqrt{3}HD$

Có: $\begin{cases}\tan\widehat{SDH}=\dfrac{SH}{DH}=\sqrt{3}\\ \tan\widehat{SDH}=\dfrac{SA}{SD}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{SA}{SD}=\sqrt{3}\Rightarrow SD=\dfrac{SA}{\sqrt{3}}=2a\Rightarrow DA=\sqrt{SD^2+SA^2}=4a$.

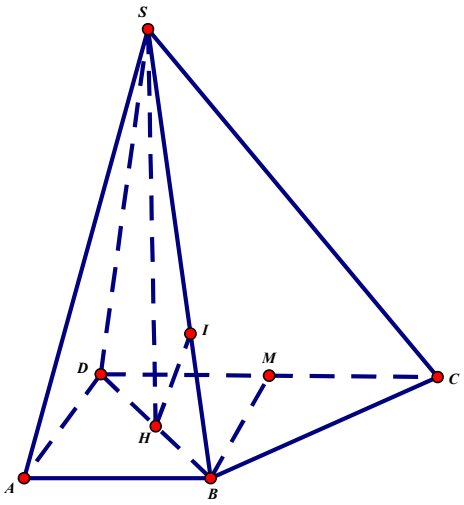
$DH=\frac{1}{4}DA=a$.

Tam giác SHC có $\tan\widehat{SCH}=\dfrac{SH}{HC}\Rightarrow\tan 30^\circ=\dfrac{SH}{HC}\Rightarrow HC=\dfrac{SH}{\tan 30^\circ}=3a$.

Tam giác DHC có $DC=\sqrt{DH^2+HC^2}=2\sqrt{2}a$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.AD.DC=\frac{1}{3}.\sqrt{3}a.4a.2\sqrt{2}a=\frac{8\sqrt{6}a^3}{3}$

Câu 35. Chọn D



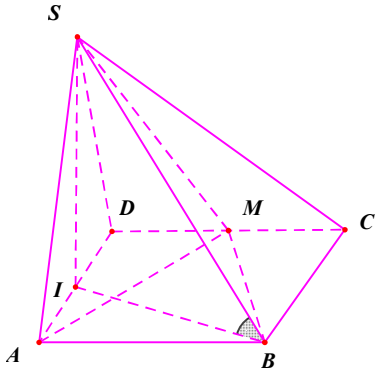
Gọi M là trung điểm của CD thì ta có $ABMD$ là hình vuông cạnh a do đó $BC=BD=a\sqrt{2}$
$\Rightarrow CD^2=4a^2=BC^2+BD^2$ do đó tam giác BCD vuông cân tại B.
Gọi H là trung điểm của BD thì $SH\perp(ABCD)$.

Khi đó $V_{S.BCD}=\frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}BD.BC\Rightarrow SH=\frac{6.\frac{a^3}{\sqrt{6}}}{2a^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hạ $HI\perp SB$.
Vì $ABMD$ là hình vuông nên H là trung điểm của AM và ta có $AMCB$ là hình bình hành do đó $AH//BC$
$\Rightarrow d\left(A;(SBC)\right)=d\left(H;(SBC)\right)=HI$.

Khi đó $\frac{1}{HI^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HB^2}=\frac{4}{6a^2}+\frac{2}{a^2}=\frac{8}{3a^2}\Rightarrow HI=\frac{a\sqrt{6}}{4}$ hay $d\left(A;(SBC)\right)=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 36. Chọn D



Ta có $S_{\Delta ABM}=\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{1}{2}a^2$.

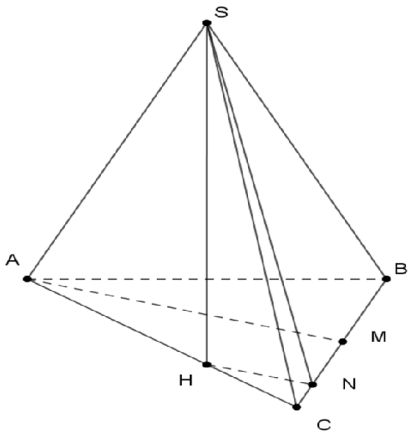
Gọi I là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$

$IB=\sqrt{IA^2+AB^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$

Ta có IB là hình chiếu vuông góc của SB lên $mp(ABCD) \Rightarrow (SB,(ABCD)) = (SB,IB) = 60^\circ$

Ta có $SI = IB.\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABM} = \dfrac{1}{3}.SI.S_{\Delta ABM} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{15}}{2}.\dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{12}$.



Câu 37.

Gọi M là trung điểm của BC.

$N \in CM : \dfrac{CN}{CM} = \dfrac{CH}{CA} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow HN // AM$. Mà

ΔABC đều nên $AM \perp BC \Rightarrow HN \perp BC \Rightarrow BC \perp (SHN)$.

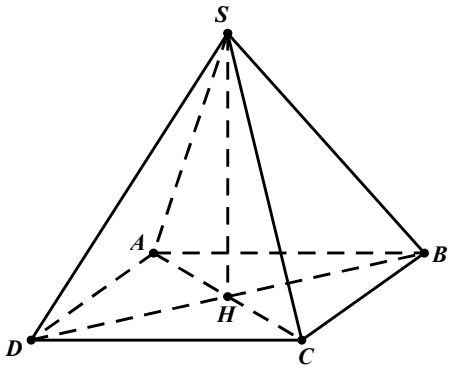
Nên $\widehat{(SBC);(ABC)} = \widehat{SN;HN} = \widehat{SNH} = 60^o$.

Do ΔABC đều nên $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HN = \dfrac{1}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

ΔSHN vuông tại H có $SH = HN.\sin\widehat{SNH} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sin 60^o = \dfrac{a}{4}$.

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{4}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Dạng 1.5 Thể tích khối chóp đều



Câu 38.

Giả sử khối chóp tứ giác đều đã cho là $S.ABCD$. Khi đó $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = SB = SC = SD = a$.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$ thì $SH \perp (ABCD)$ nên SH là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

Tính SH:

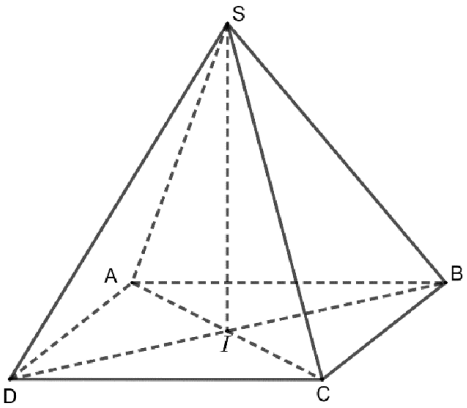
Xét tam giác ABC vuông tại B ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Nhận thấy $AC^2 = SA^2 + SC^2$ nên tam giác SAC vuông tại S. Suy ra $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Diện tích đáy của khối chóp $S.ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 39. Chọn D



Gọi hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 2a là $S.ABCD$ và I tâm của đáy ta có:
$SA = SC = BA = BC = DA = DC \Rightarrow \Delta SAC = \Delta BAC = \Delta DBC \Rightarrow \Delta SAC; \Delta BAC; \Delta DAC$ lần lượt vuông tại S, B, D.

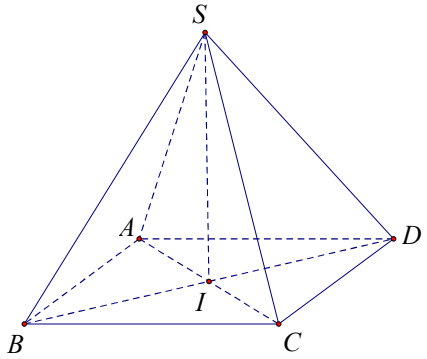
I là trung điểm của AC suy ra $SI = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}2a.\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SI = \frac{1}{3}(2a)^2.a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 40.

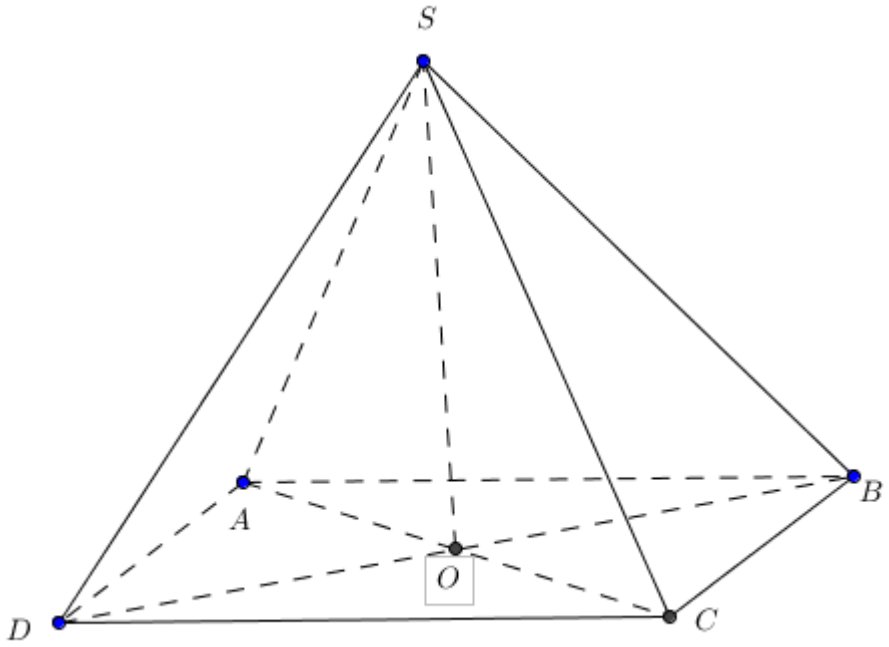
Lời giải

Chọn D



Chiều cao của khối chóp: $SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{14}}{2}a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

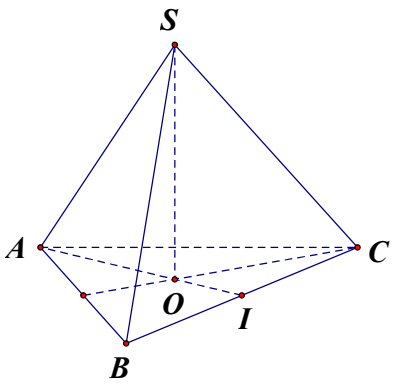


Câu 41.

Ta có $S_{ABCD}=4a^2$; $SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{5a^2-2a^2}=a\sqrt{3}$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{a\sqrt{3}.4a^2}{3}=\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 42. Chọn D

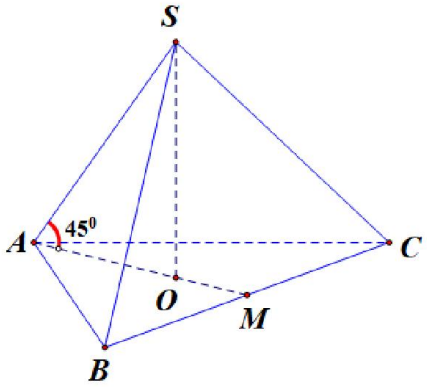


Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC, khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Theo định lý Pitago ta có $AI=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO=\frac{2}{3}AI=\frac{2a\sqrt{3}}{3.2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Câu 43. Chọn B

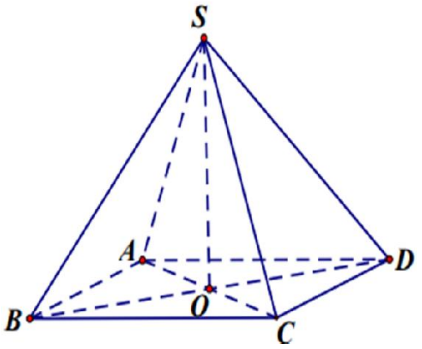


+ $\left(SA;\left(ABC\right)\right)=\widehat{SAO}=45°$

+ $SO=AO.\tan 45°=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

+ $V=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3}{12}$

Câu 44. Chọn D



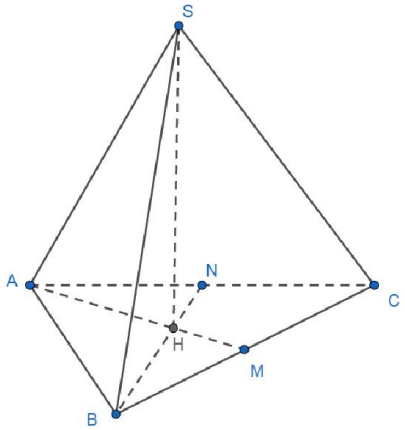
Diện tích đáy là: $S_{ABCD}=AB^2=\left(a\sqrt{6}\right)^2=6a^2.$

Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $\left(ABCD\right)$ là $\widehat{SD,\left(ABCD\right)}=\widehat{SDO}\Rightarrow\widehat{SDO}=60^0$

$ABCD$ là hình vuông suy ra $DO=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}AB\sqrt{2}=\dfrac{1}{2}a\sqrt{6}.\sqrt{2}=a\sqrt{3}.$

Xét tam giác vuông $SOD:SO=DO.\tan\widehat{SDO}=a\sqrt{3}.\tan 60^0=3a.$

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.3a.6a^2=6a^3.$



Câu 45.

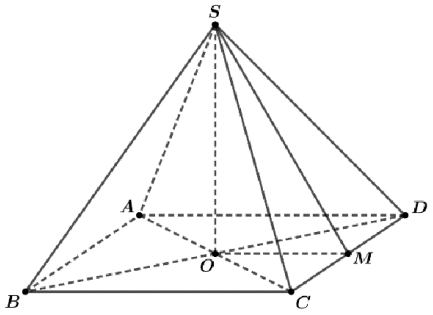
Gọi H là tâm của tam giác đều ABC.

Khi đó $SH \perp (ABC)$, $BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Theo đề bài ta có: $\widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{SBH} = 60°$.

Xét ΔSBH vuông tại H. Có $SH = BH.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a$.

Thể tích $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



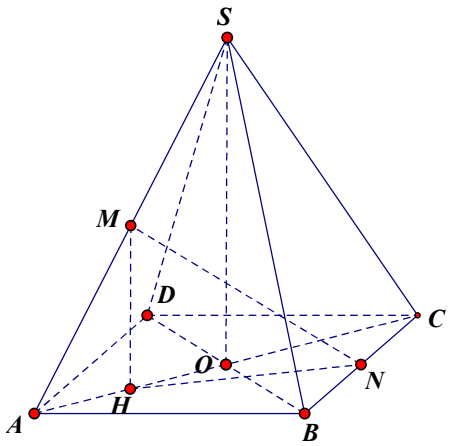
Câu 46.

Gọi O là tâm của đáy, gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $\begin{cases} SO \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$ nên $(SOM) \perp BC$, suy ra $\left[(SCD),(ABCD)\right] = (SM,OM) = \widehat{SMO} = 60^0$.

Có $OM = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{a}{2}$, $SO = OM\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Câu 47.

Gọi H là trung điểm AO. Khi đó góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{MNH}$.

Ta có $HN = \sqrt{CN^2 + CH^2 - 2CN.CH.\cos 45^0} = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.

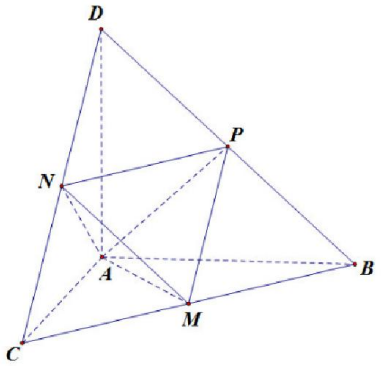
Suy ra $MH = HN.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}.\sqrt{3} = \dfrac{a\sqrt{30}}{4}$.

Do đó $SO = 2MH = \dfrac{a\sqrt{30}}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}a^2.a\frac{\sqrt{30}}{2}=\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$.

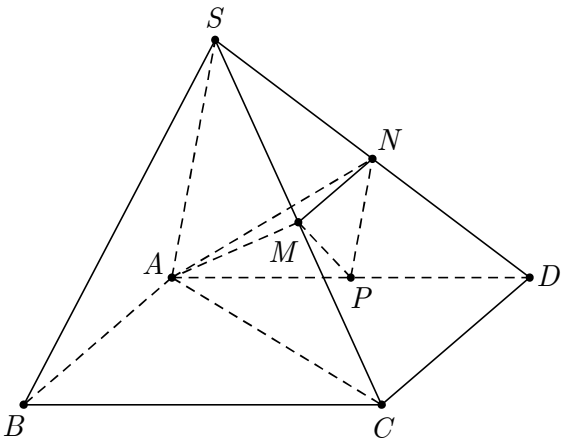
Dạng 1.6 Thể tích khối chóp khác

Câu 48. Chọn A



Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{3}AB.\frac{1}{2}AD.AC=\frac{1}{6}6a.7a.4a=28a^3$

Ta nhận thấy $S_{MNP}=\frac{1}{2}S_{MNPD}=\frac{1}{4}S_{BCD}\Rightarrow V_{AMNP}=\frac{1}{4}V_{ABCD}=7a^3$.



Câu 49.

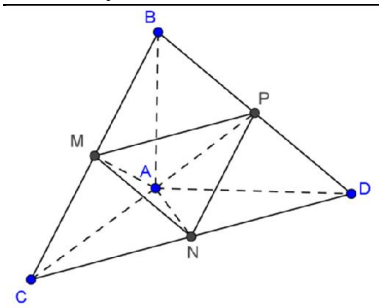
Do N, P lần lượt là trung điểm của SD, AD nên $\frac{S_{\Delta ANP}}{S_{\Delta SAD}}=\frac{1}{4}$.

Lại có, M là trung điểm của SC nên $\frac{d\left(M,(SAD)\right)}{d\left(C,(SAD)\right)}=\frac{MS}{CS}=\frac{1}{2}$.

$\Rightarrow\frac{V_{M.ANP}}{V_{C.SAD}}=\frac{\frac{1}{3}.d\left(M,(SAD)\right).S_{\Delta ANP}}{\frac{1}{3}.d\left(C,(SAD)\right).S_{\Delta SAD}}=\frac{1}{2}.\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$.

Mặt khác, $V_{C.SAD}=V_{S.ACD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}V\Rightarrow V_{M.ANP}=\frac{1}{16}V$.

Câu 50. Chọn A



$\left.\begin{array}{l} AB \perp AC \\ AB \perp AD \end{array}\right\} \Rightarrow AB \perp (ACD)$

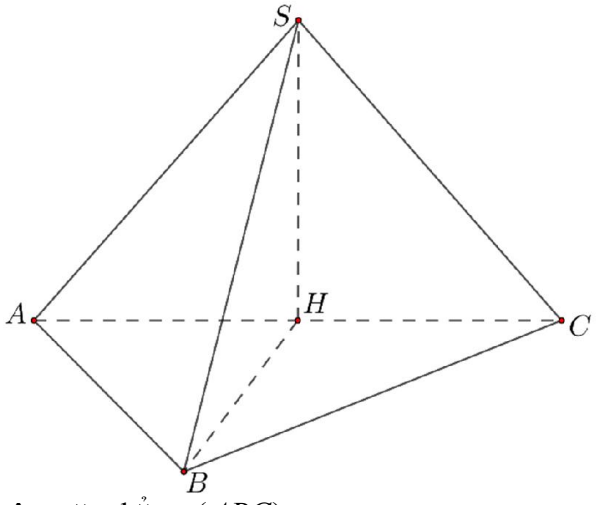
$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2} AC.AD.AB = \frac{7a.4a.6a}{6} = 28a^3$

Gọi H là hình chiếu của A lên $(BCD) \Rightarrow h = AH$ là 1 đường cao của hình chóp $ABCD$.

M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh $BC, CD, DB \Rightarrow MN, NP, PM$ tương ứng là đường trung bình của $\Delta BCD \Rightarrow \Delta MNP$ đồng dạng với ΔBCD với tỉ số $k = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta BCD}} = k^2 = \frac{1}{4}$

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{3}.S_{\Delta MNP}.h}{\frac{1}{3}.S_{\Delta BCD}.h} = \frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4}.V_{ABCD} = 7a^3.$$

Câu 51. Chọn D



• Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC).

Do $SA = SB = SC$ nên $\Delta SHA = \Delta SHB = \Delta SHC$ (cạnh huyền-cạnh góc vuông)

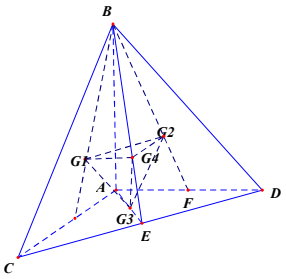
$\Rightarrow HA = HB = HC \Rightarrow$ H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên H là trung điểm AC.

Suy ra $HA = HC = \frac{1}{2} AC = 2 \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = 4\sqrt{2}$

• Ta có: $BA = BC = \frac{AC\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

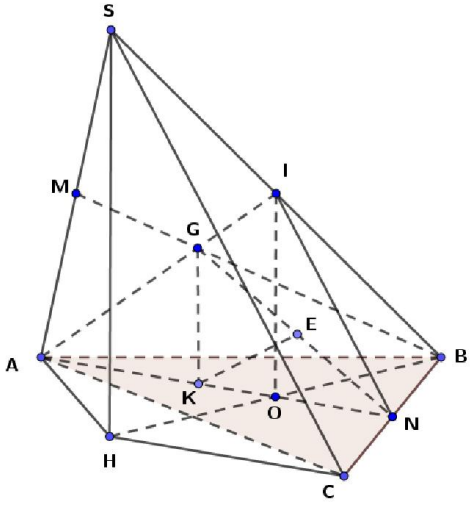
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}\left(2\sqrt{2}\right)\left(2\sqrt{2}\right).4\sqrt{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}.$



Câu 52.

$\Delta G_1G_2G_3$ đồng dạng với ΔACD theo tỉ số $\frac{1}{3}$ và nằm trong hai mặt phẳng song song.

$S_{\Delta G_1G_2G_3}=\frac{1}{9}S_{\Delta ABD}=6a^2$. $G_3G_4//AB$ và $G_3G_4=\frac{1}{3}AB=2a$. $V_{G_1G_2G_3G_4}=\frac{1}{3}G_3G_4.S_{\Delta G_1G_2G_3}=4a^3$.



Câu 53.

Gọi I là trung điểm của SB.

Do $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi O là tâm của đáy $ABC \Rightarrow OI\perp(ABC)$.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC). Ta có $AB\perp(SAH)\Rightarrow AB\perp AH$. Tương tự, $BC\perp CH$.

Suy ra H thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, có tâm là O nên O là trung điểm của BH. Do đó, $SH=2OI$.

Gọi N là trung điểm của $BC\Rightarrow IN//SC$ nên $BC\perp IN\Rightarrow BC\perp(AIN)$(*)

Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và K là hình chiếu của G lên mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow K\in AO$ và

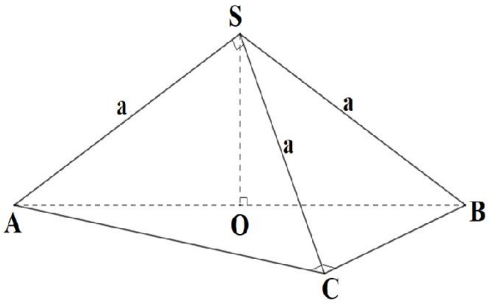
$GK//OI\Rightarrow AK=\frac{2}{3}AO=\frac{4}{9}AN\Rightarrow KN=\frac{5}{9}AN.$

$\Rightarrow d\left[K,(MBC)\right]=\frac{5}{9}d\left[A,(MBC)\right]=\frac{10a}{21}.$

Kẻ $KE\perp GN\overset{(*)}{\Rightarrow}KE\perp BC\Rightarrow KE\perp(MBC)\Rightarrow d\left[K,(MBC)\right]=KE=\frac{10a}{21}.$

Tam giác GKN vuông tại K có $\frac{1}{KE^2}=\frac{1}{GK^2}+\frac{1}{KN^2}\Rightarrow GK=\frac{10a}{3}\Rightarrow SH=2OI=3GK=10a.$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.10a=\frac{5a^3\sqrt{3}}{6}.$



Câu 54.

Ta có $SB=SC=a$, $\widehat{BSC}=60^\circ$ suy ra tam giác BSC đều $\Rightarrow BC=a$.

Lại có $SA=SC=a$, $\widehat{ASC}=90^\circ$ suy ra tam giác ASC vuông cân tại $S \Rightarrow AC=a\sqrt{2}$.

Mặt khác, $SA=SB=a$, $\widehat{ASB}=120^\circ$, áp dụng định lí cosin cho tam giác ASB, ta được:

$AB^2=SA^2+SB^2-2SA.SB.\cos\widehat{ASB}=3a^2 \Leftrightarrow AB=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác ABC có $BC^2+AC^2=a^2+2a^2=3a^2=AB^2$ suy ra tam giác ABC vuông tại C.

Vậy diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BC=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

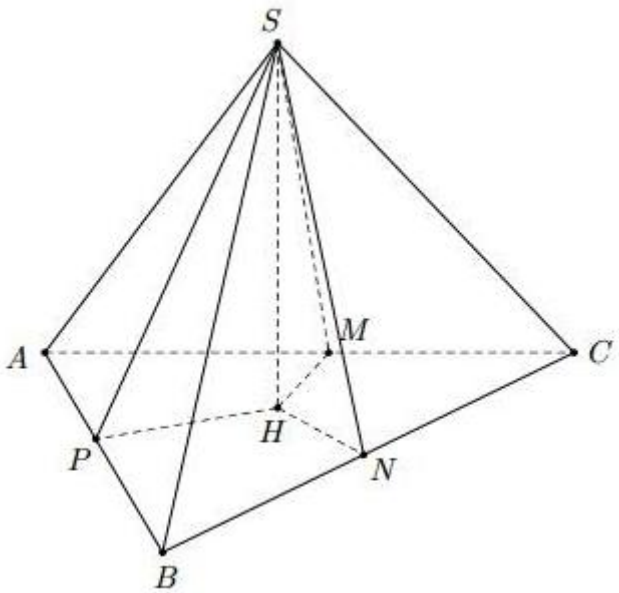
Gọi O là trung điểm của cạnh AB suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Mà $SA=SB=SC \Rightarrow SO\perp(ABC)$.

Xét tam giác vuông ASO vuông tại O có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2}=\frac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SO=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 55. Chọn B



Gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AC,BC,AB.

Đặt $SH=h \Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.h.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{h\sqrt{3}}{12}$.

Ta có $AP=\frac{2S_{SAB}}{AB}=2S_{SAB}=\frac{6V_{S.ABC}}{d\left(C;(SAB)\right)}=\frac{h\sqrt{3}}{2}:\frac{\sqrt{30}}{20}=h\sqrt{10}$

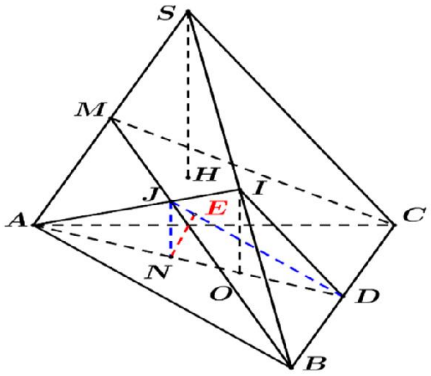
Tương tự, tính được $HM=2h, HN=h$

$\Rightarrow PH=\sqrt{SP^2-SH^2}=3h$

Ta có $S_{ABC}=S_{HAB}+S_{HAC}+S_{HBC}=\frac{1}{2}\left(HP+HM+HN\right)\Leftrightarrow 3h=\frac{\sqrt{3}}{4}\Leftrightarrow h=\frac{\sqrt{3}}{12}$

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{3}}{12}.\frac{\sqrt{3}}{12}=\frac{1}{48}$.

Câu 56. Chọn B



Vì $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^0\Rightarrow S,A,B,C$ cùng thuộc mặt cầu đường kính SB.

Gọi D là trung điểm BC, I là trung điểm SB và O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, ta có $OI\perp\left(ABC\right)$.

Gọi H là điểm đối xứng với B qua $O\Rightarrow SH\perp\left(ABC\right)$(vì OI là đường trung bình ΔSHB).

Gọi $BM\cap AI=J$, ta có J trọng tâm ΔSAB.

Trong ΔAID, kẻ $JN//IO$. Khi đó, vì $BC\perp\left(JND\right)$ nên $\left(JND\right)\perp\left(MBC\right)$.

Kẻ $NE\perp JD$, ta có $NE\perp\left(MBC\right)$. Do đó $d\left(N;\left(MBC\right)\right)=NE$.

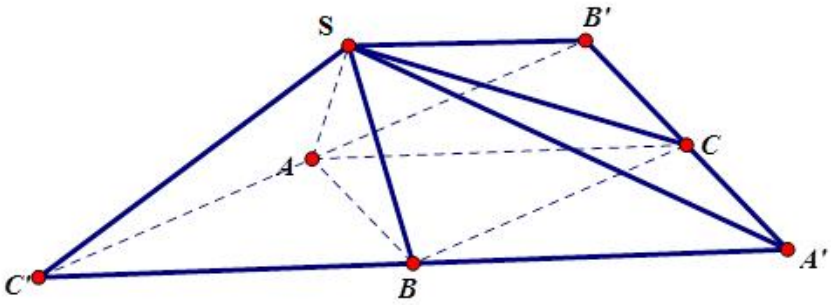
Ta có $\frac{d\left(A,\left(MBC\right)\right)}{d\left(N,\left(MBC\right)\right)}=\frac{AD}{ND}=\frac{AD}{AD-AN}=\frac{AD}{AD-\frac{2}{3}AO}=\frac{AD}{AD-\frac{4}{9}AD}=\frac{9}{5}$.

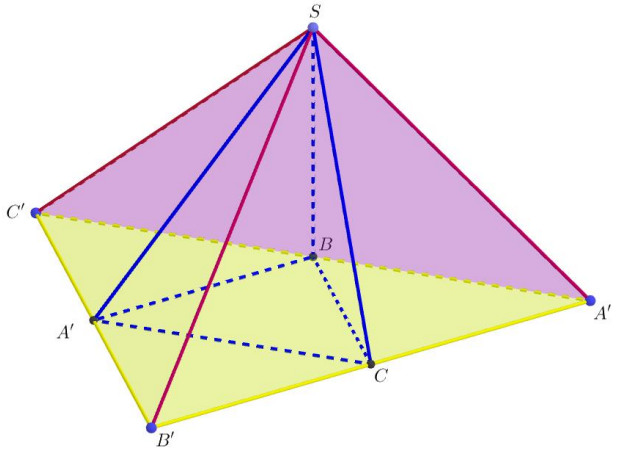
Suy ra, $d\left(N,\left(MBC\right)\right)=\frac{5}{9}d\left(A,\left(MBC\right)\right)=\frac{10a}{21}$.

Xét ΔJND có $\frac{1}{NE^2}=\frac{1}{ND^2}+\frac{1}{NJ^2}$ nên $NJ=\frac{10a}{3}\Rightarrow OI=\frac{3}{2}NJ=5a\Rightarrow SH=10a$.

Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.10a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 57.





+ Dựng hình chóp $S.A'B'C'$ sao cho A là trung điểm $B'C'$, B là trung điểm $A'C'$, C là trung điểm $A'B'$.

+ Khi đó $SB = AC = BA' = BC' = 4$ nên $\Delta SA'C'$ vuông tại S và $SA'^2 + SC'^2 = (2.SB)^2 = 64$ (1).

+ Tương tự $\Delta SB'C'$, $\Delta SA'B'$ vuông tại S và $\begin{cases} SA'^2 + SB'^2 = 80 & (2) \\ SB'^2 + SC'^2 = 36 & (3) \end{cases}$.

+ Từ $(1);(2);(3)$ ta suy ra $SC' = \sqrt{10}$; $SB' = \sqrt{26}$; $SA' = \sqrt{54}$.

+ Ta tính được $V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{3}SC'.\frac{1}{2}.SA'.SB' = \sqrt{390}$ và $V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V_{S.A'B'C'} = \frac{\sqrt{390}}{4}$ (đvtt).

Dạng 2. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Dạng 2.1 Biết chiều cao và diện tích đáy

Câu 58. **Chọn A**

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là: $V = B.h$.

Câu 59. **Chọn B**

$V = S_{day}.h = a^2.4a = 4a^3$.

Câu 60. **Chọn B**

Theo công thức tính thể tích lăng trụ.

Câu 61. **Chọn C**

Ta có: $V_{langtru} = S_{day}.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 62. **Chọn A**

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = a^2\sqrt{3}.a\sqrt{6} = 3a^3\sqrt{2}$

Dạng 2.2 Thể tích khối lăng trụ đứng

Câu 63. **Chọn A**

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng: $V = (2a)^3 = 8a^3$

Câu 64. **Chọn B**

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

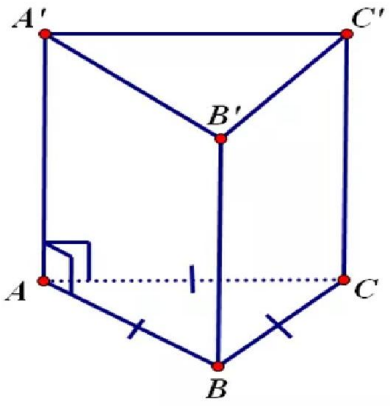
Câu 65.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} h = a \\ S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V = h.S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 66. Chọn A

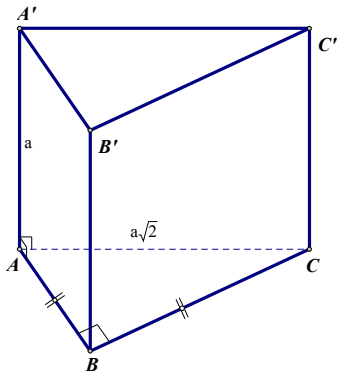


Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2a$

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{\Delta ABC} = 2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}.$

Câu 67. Chọn B



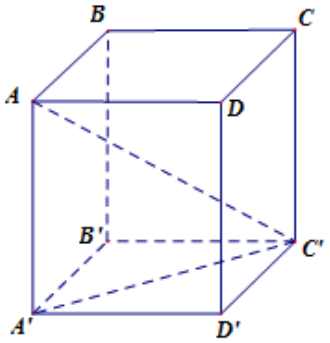
Tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AB = BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = a$. Suy ra: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}a^2$.

Khi đó: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB' = \dfrac{1}{2}a^2.a = \dfrac{a^3}{2}$

Câu 68. Chọn B

Khối lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều có diện tích là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao là $AA' = 3a$ (do là lăng trụ đứng) nên có thể tích là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.3a = 3\sqrt{3}a^3$

Câu 69. Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x;(x>0)$

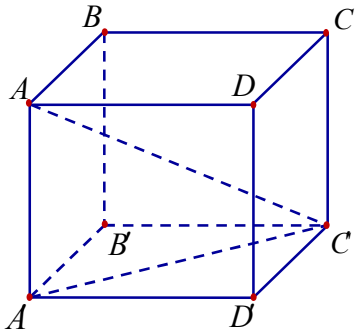
Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.



Câu 70.

Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ ta có:

$$AC'^2 = AA'^2 + A'C'^2 = AA'^2 + A'B'^2 + A'D'^2 = 3AA'^2 = a^2 \Rightarrow AA' = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

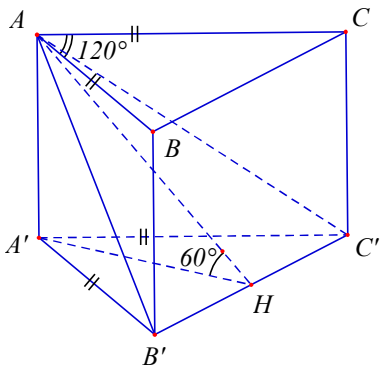
$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{9}a^3.$$

Câu 71. Chọn C

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AA' = a\sqrt{3}$.

Từ đó suy ra $V = a\sqrt{3}.a^2\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 72. Chọn A



Gọi H là trung điểm của $B'C'$, khi đó góc giữa mp $(AB'C')$ và đáy là góc $\widehat{AHA'} = 60°$.

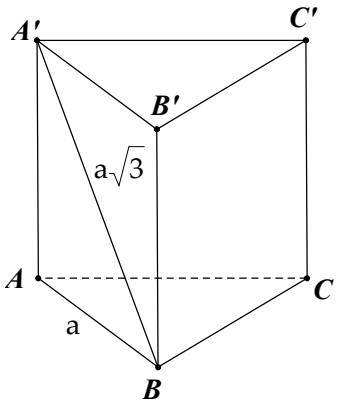
Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC.AB.\sin 120° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$B'C' = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 120°} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2.a.a.\frac{-1}{2}} = a\sqrt{3} \Rightarrow A'H = \frac{2S_{\Delta ABC}}{B'C'} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow AA' = A'H.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V = S_{\Delta ACB}.AA' = \frac{3a^3}{8}$.

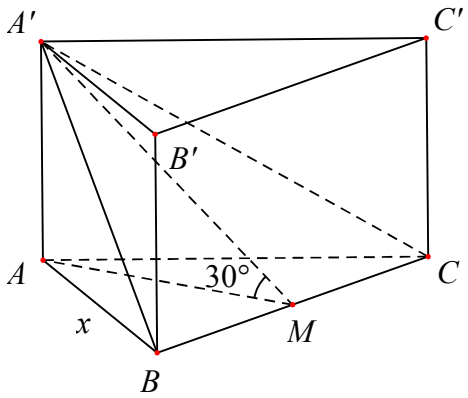
Câu 73. Chọn D



Ta có $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$, $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 74. Chọn A



Đặt $AB = x, (x > 0)$, gọi M là trung điểm BC.

Ta có $\begin{cases} (A'BC) = (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ A'M \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{((A'BC),(ABC))} = \widehat{A'MA} = 30°$.

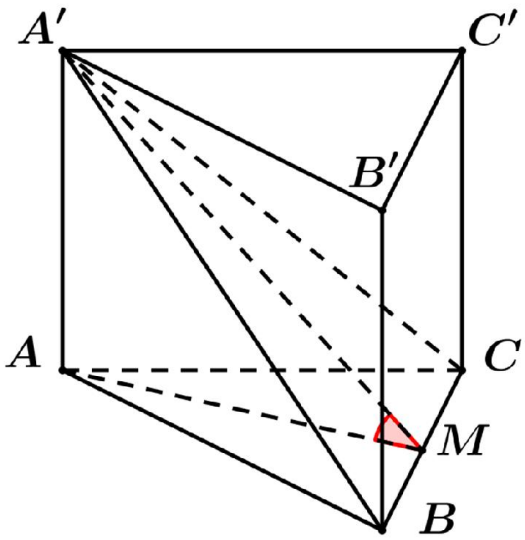
Xét $\Delta A'AM$, có $A'M = \frac{AM}{\cos 30°} = \frac{x\sqrt{3}}{2}.\frac{2}{\sqrt{3}} = x$.

$S_{A'BC}=8\Leftrightarrow\frac{1}{2}A'M.BC=8\Leftrightarrow x^2=16\Rightarrow x=4$

Suy ra $A'A=AM.\tan 30°=\frac{4.\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}}=2$; $S_{ABC}=\frac{16.\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'A.S_{ABC}=2.4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$.

Câu 75. Chọn A



Vì đáy ABC là tam giác đều có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow$ cạnh đáy bằng a.

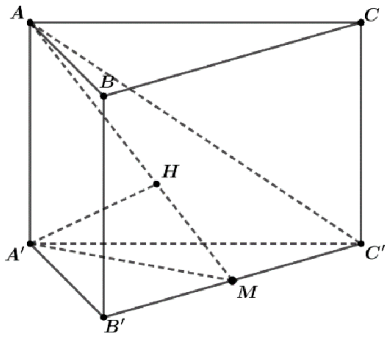
Gọi M trung điểm BC, ta có $\begin{cases}BC\perp AM\\BC\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BC\perp A'M$

Từ đó ta có $\left(\widehat{(A'BC),(ABC)}\right)=\widehat{(A'M,AM)}=\widehat{A'MA}=60^0$.

Xét $\Delta A'AM$ ta có $AA'=AM.\tan 60^0=\frac{3a}{2}$

Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 76. Chọn C



Gọi M là trung điểm của $B'C'$.

Ta có $\begin{cases}AA'\perp B'C'\\A'M\perp B'C'\end{cases}\Rightarrow B'C'\perp(AA'M)\Rightarrow(AB'C')\perp(AA'M)$ theo giao tuyến AM.

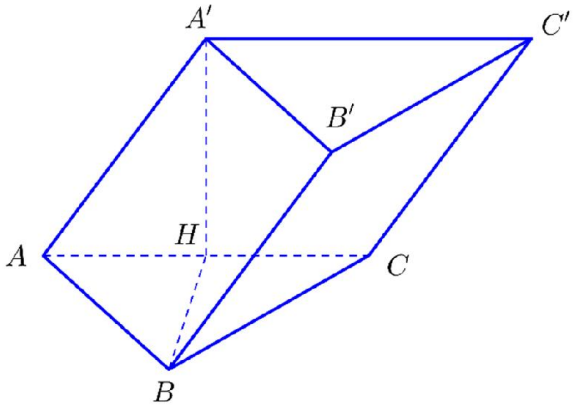
Kẻ $A'H\perp AM$ trong mặt phẳng $(AA'M)$, suy ra $\Rightarrow A'H\perp(AB'C')$.

Vậy khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ là $A'H=\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Ta có $\dfrac{1}{A'H^2}=\dfrac{1}{A'A^2}+\dfrac{1}{A'M^2}\Rightarrow\dfrac{1}{A'A^2}=\dfrac{1}{A'H^2}-\dfrac{1}{A'M^2}=\dfrac{1}{4a^2}\Rightarrow A'A=2a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{A'B'C'}=2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Dạng 2.3 Thể tích khối lăng trụ xiên



Câu 77.

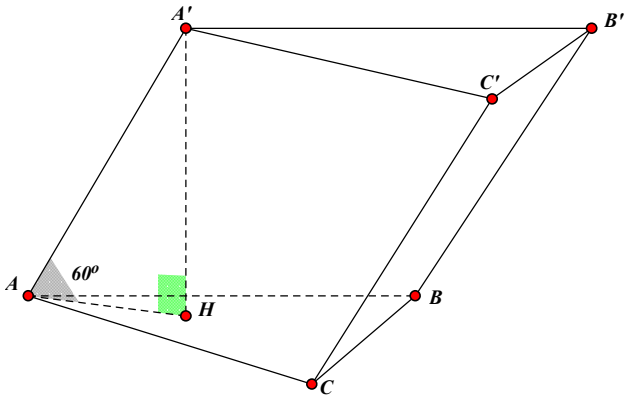
Tam giác ABC vuông tại B có $AB=1;AC=2$ nên $BC=\sqrt{2^2-1}=\sqrt{3}$.

Độ dài của đường cao BH : $BH=\dfrac{AB.BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $AH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}:\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}$.

Khi đó độ dài đường cao $A'H$ của hình lăng trụ bằng : $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\sqrt{2-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng : $V=\dfrac{1}{2}AB.BC.A'H=\dfrac{1}{2}.1.\sqrt{3}\dfrac{\sqrt{7}}{2}=\dfrac{\sqrt{21}}{4}$.

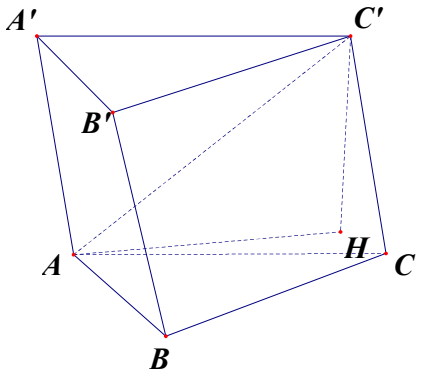
Câu 78. Chọn B



Kẻ $AH'\perp(ABC)\Rightarrow(A'A,(ABC))=\widehat{A'AH}=60°$.

Xét $\Delta AHA':\sin 60°=\dfrac{A'H}{AA'}\Leftrightarrow A'H=AA'.\sin 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C':V=S_{\Delta ABC}.A'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a^3}{8}$.



Câu 79.

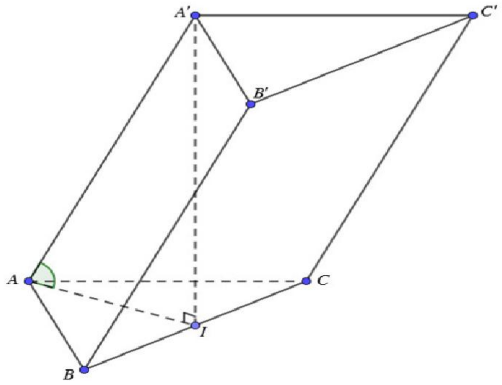
Gọi H là hình chiếu của C' lên mặt phẳng (ABC), khi đó $C'H$ là đường cao

$\Rightarrow \widehat{AC',(ABC)} = \widehat{C'AH} = 60^0$

Xét tam giác vuông $AC'H$ ta có $C'H = C'A.\sin 60^0 = 2\sqrt{3}$

Khi đó $V_{ABC.A'B'C} = S_d.C'H = \frac{1}{2}\left(2\sqrt{2}\right)^2.2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

Câu 80. Chọn C



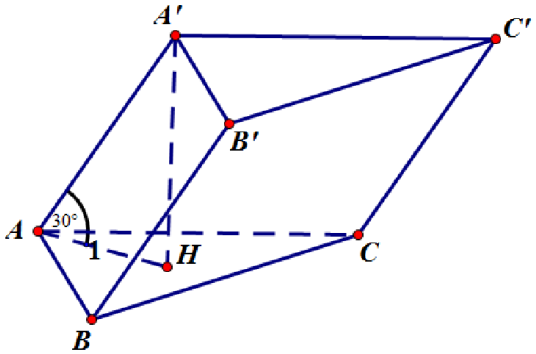
Ta có $A'I \perp (ABC) \Rightarrow AI$ là hình chiếu vuông góc của AA' lên (ABC)

Nên $\left(\widehat{AA',(ABC)}\right) = \left(\widehat{AA',AI}\right) = \widehat{A'AI} = 30^0$

Ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'I = AI\tan 30^0 = \frac{a}{2}, S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 81. Chọn B

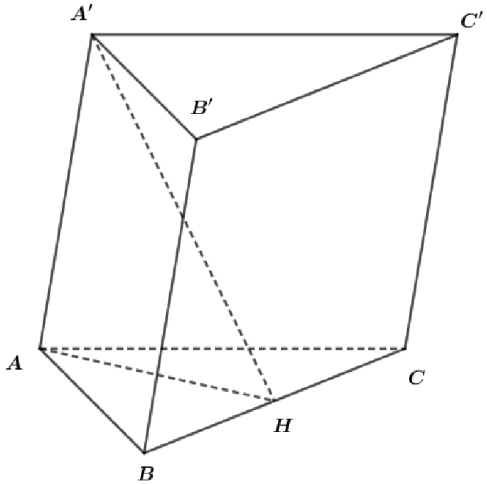


Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt đáy. Suy ra góc $\widehat{A'AH}=30°$

$\sin 30°=\dfrac{A'H}{A'A}\Rightarrow A'H=A'A.\sin 30°=2\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$

Khi đó: $V_{ABC.A'B'C}=3^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3}=\dfrac{27}{4}$.

Câu 82. Chọn A



Gọi H là trung điểm BC suy ra $A'H\perp(ABC)$

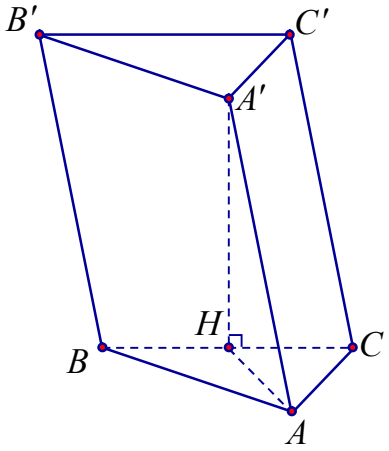
Ta có $(A'A,(ABC))=(A'A,AH)=\widehat{A'AH}=30^0$

Ta có $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $A'H=AH.\tan 30^0=\dfrac{a}{2}$ và $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy $V=A'H.S_{ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 83. Chọn C

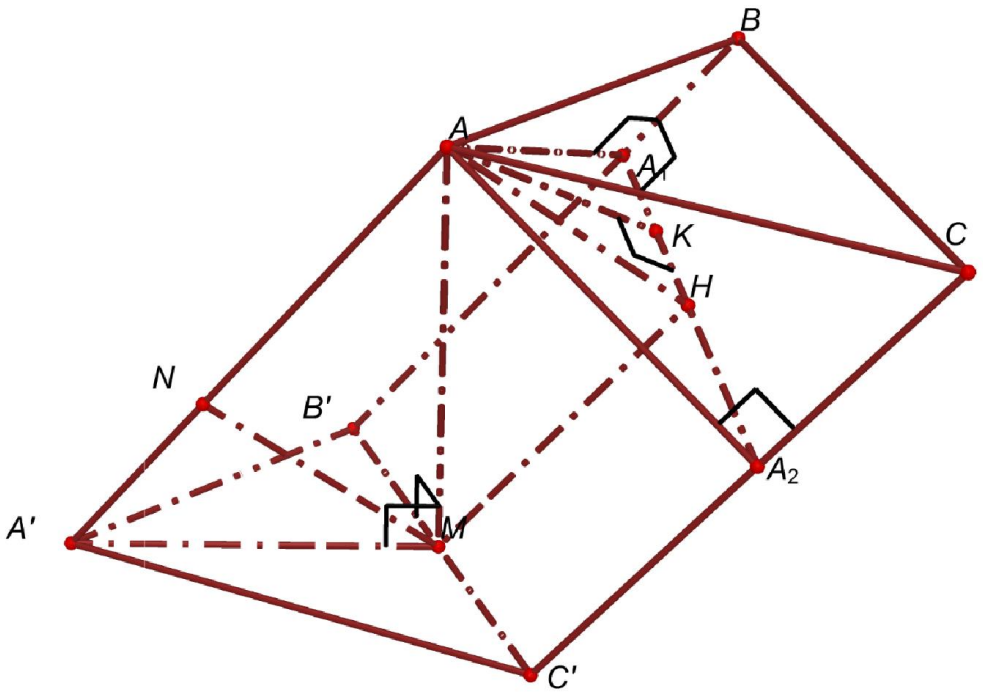


Gọi H là trung điểm BC.

Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao hình lăng trụ và $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=S_{\Delta ABC}.A'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 84. Chọn D



Gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của A trên BB', CC'. Theo đề ra $AA_1 = 1; AA_2 = \sqrt{3}; A_1A_2 = 2$.

Do $AA_1^2 + AA_2^2 = A_1A_2^2$ nên tam giác AA_1A_2 vuông tại A.

Gọi H là trung điểm A_1A_2 thì $AH = \dfrac{A_1A_2}{2} = 1$.

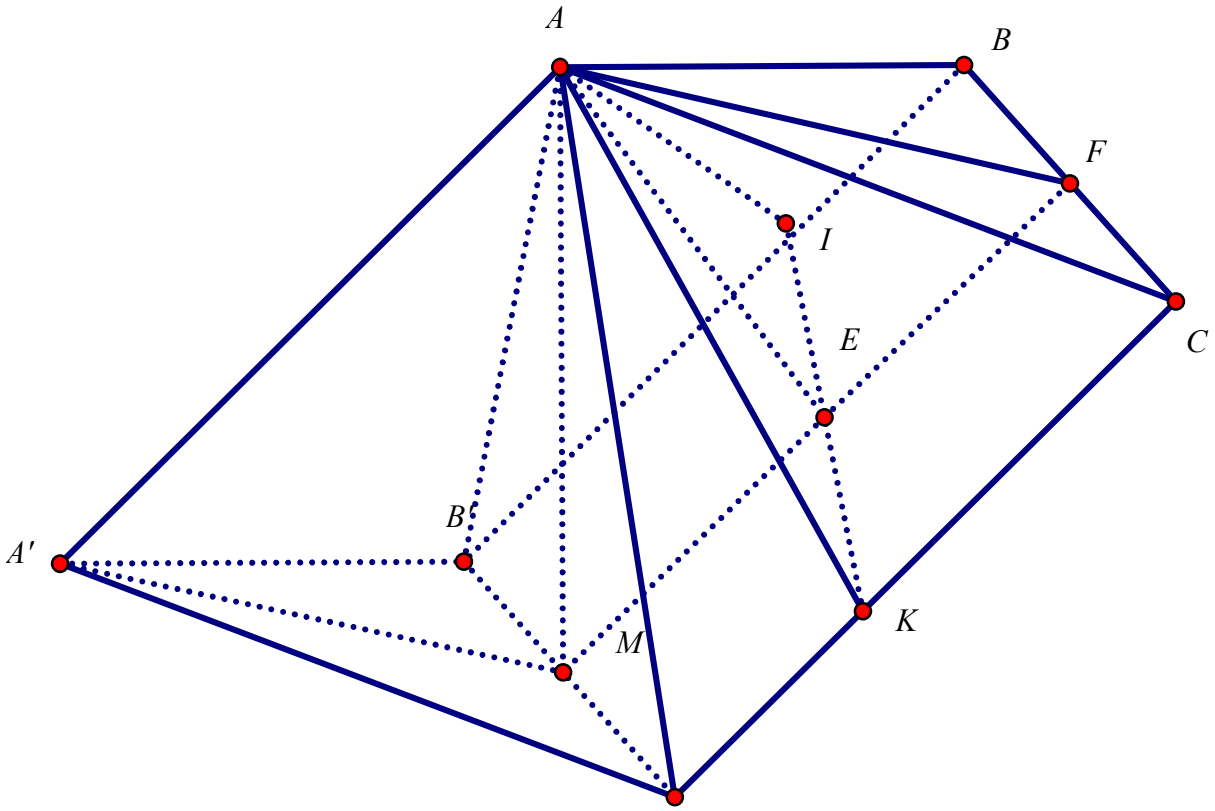
Lại có $MH \parallel BB' \Rightarrow MH \perp (AA_1A_2) \Rightarrow MH \perp AH$ suy ra $MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{3}$.

nên $\cos((ABC),(AA_1A_2)) = \cos(MH, AM) = \cos HMA = \dfrac{MH}{AM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $S_{ABC} = \dfrac{S_{AA_1A_2}}{\cos((ABC),(AA_1A_2))} = 1$. Thể tích lăng trụ là $V = AM \cdot S_{ABC} = 2$.

Nhận xét. Ý tưởng câu này là dùng diện tích hình chiếu $S' = S\cos\alpha$.

Câu 85. **Chọn C**



Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$ (hình vẽ).

Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; $2 \Rightarrow AI = 1,\ AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của BC. $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$

Ta có $\left.\begin{matrix} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{matrix}\right\} \Rightarrow BB' \perp (AIK) \Rightarrow BB' \perp IK$.

Vì $CC' \parallel BB' \Rightarrow d(C, BB') = d(K, BB') = IK = \sqrt{5} \Rightarrow \Delta AIK$ vuông tại A.

Gọi E là trung điểm của $IK \Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.

Lại có $AM \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AIK) là góc giữa EF và AM bằng góc $\widehat{AME} = \widehat{FAE}$. Ta có $\cos\widehat{FAE} = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30°$.

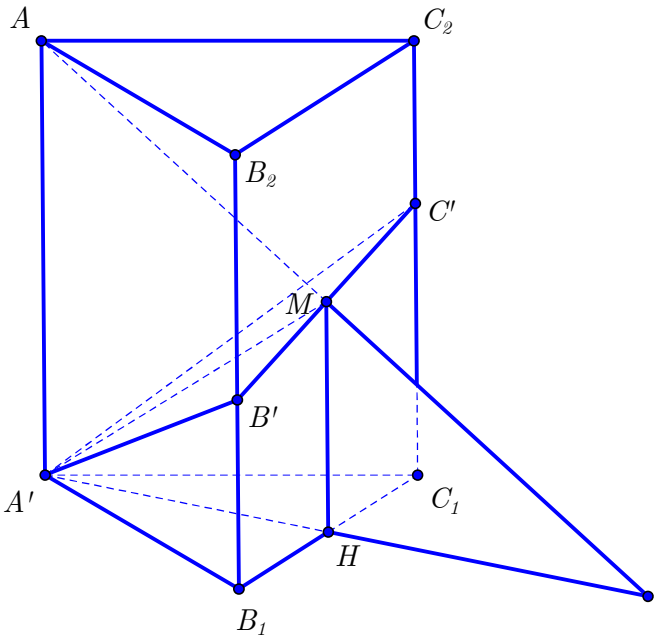
Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là ΔAIK nên ta có: $S_{AIK} = S_{ABC} \cos\widehat{EAF}$

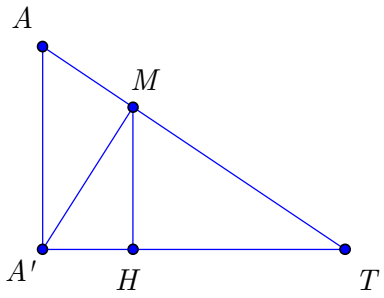
$\Rightarrow 1 = S_{ABC} \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{2}{\sqrt{3}} = S_{ABC}$.

Xét ΔAMF vuông tại A: $\tan\widehat{AMF} = \dfrac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \dfrac{\frac{\sqrt{15}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow AM = \sqrt{5}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5}.\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Câu 86. Chọn A





Cắt lăng trụ bởi một mặt phẳng qua A' và vuông góc với AA' ta được thiết diện là tam giác $A'B_1C_1$ có các cạnh $A'B_1=1$; $A'C_1=\sqrt{3}$; $B_1C_1=2$.

Suy ra tam giác $A'B_1C_1$ vuông tại A' và trung tuyến $A'H$ của tam giác đó bằng 1.

Gọi giao điểm của AM và $A'H$ là T.

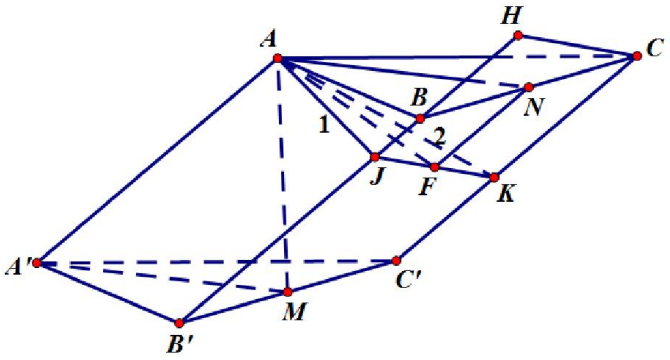
Ta có: $A'M=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$; $A'H=1 \Rightarrow MH=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\widehat{MA'H}=30°$.

Do đó $\widehat{MA'A}=60° \Rightarrow AA'=\dfrac{A'M}{\cos\widehat{MA'A}}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng thể tích khối lăng trụ $A'B_1C_1.AB_2C_2$ và bằng

$V=AA'.S_{A'B_1C_1}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2$.

Câu 87. Chọn D



Gọi J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC', H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'

Ta có $AJ \perp BB'$ (1).

$AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BB' \perp (AJK) \Rightarrow BB' \perp JK \Rightarrow JK // CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.

Xét ΔAJK có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5$ suy ra ΔAJK vuông tại A.

Gọi F là trung điểm JK khi đó ta có $AF = JF = FK = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC, xét tam giác vuông ANF ta có:

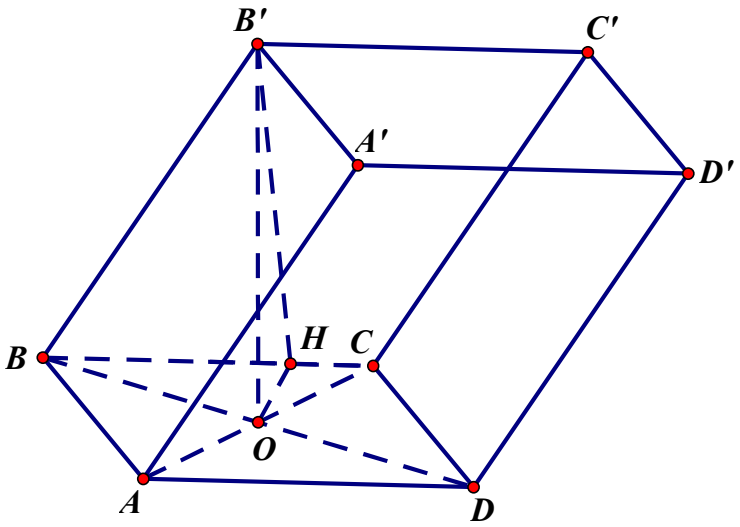
$\cos\widehat{NAF} = \dfrac{AF}{AN} = \dfrac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{5}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ$. ($AN = AM = \sqrt{5}$ vì $AN // AM$ và $AN = AM$).

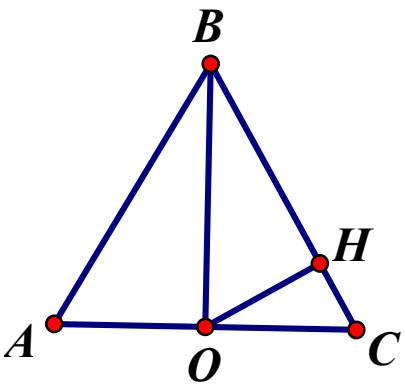
Vậy ta có $S_{\Delta AJK} = \dfrac{1}{2} AJ.AK = \dfrac{1}{2}.1.2 = 1 \Rightarrow S_{\Delta AJK} = S_{\Delta ABC}.\cos 60^\circ \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{S_{\Delta AJK}}{\cos 60^\circ} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 2$.

Xét tam giác AMA' vuông tại M ta có $\widehat{MAA'} = \widehat{AMF} = 30^\circ$ hay $AM = A'M.\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AM.S_{\Delta ABC} = \dfrac{\sqrt{15}}{3}.2 = \dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Câu 88. Chọn D





$ABCD$ là hình thoi nên $AB = BC$. Lại có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ΔABC là tam giác đều. $OH \perp BC$. Góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy khi đó là $\widehat{B'HO} = 60^\circ$.

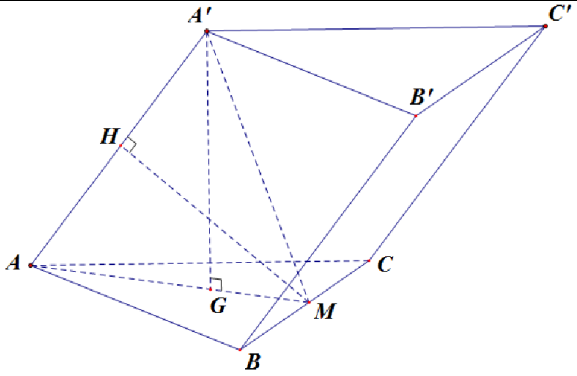
Ta có $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{1}{\frac{3a^2}{4}} + \dfrac{1}{\frac{a^2}{4}} = \dfrac{4}{3a^2} + \dfrac{4}{a^2} = \dfrac{16}{3a^2}. \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

Theo giả thiết, $B'O$ là đường cao lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

$B'O = OH.\tan\widehat{B'HO} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}\tan 60^\circ = \dfrac{3a}{4}$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{day}.h = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3a}{4} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

Câu 89. Chọn D



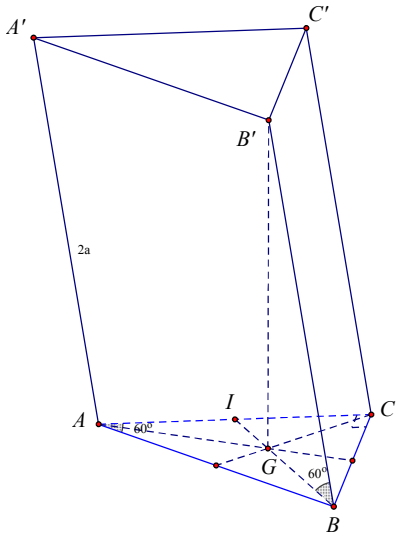
Ta có $\left.\begin{matrix} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp AA'$

Kẻ $MH \perp AA'$ tại H, suy ra MH là đoạn vuông góc chung của giữa hai đường thẳng AA' và BC

Tam giác MHA vuông tại H có $AH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \frac{3}{4}a$

Tam giác $A'GA$ đồng dạng tam giác MHA nên $\frac{A'G}{MH} = \frac{GA}{HA} \Rightarrow A'G = \frac{MH.GA}{HA} = \frac{a}{3}$

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC}.A'G = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$



Câu 90.

Ta có

$B'G = BB'\sin 60° = 2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

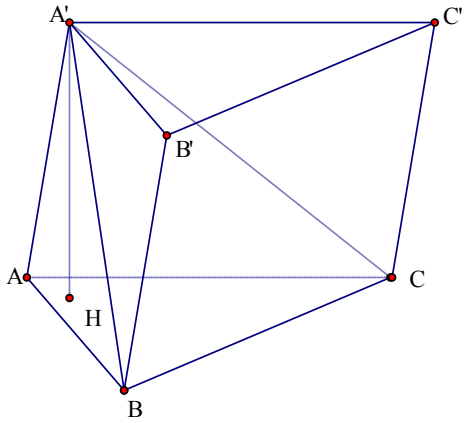
$BG = BB'\cos 60° = 2a.\frac{1}{2} = a \Rightarrow BI = \frac{3}{2}BG = \frac{3a}{2}$.

Đặt $AC = 2x\ (x > 0) \Rightarrow CI = x; BC = AC.\tan 60° = 2x\sqrt{3}$.

Khi đó

$x^2 + \left(2x\sqrt{3}\right)^2 = \left(\frac{3a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x = \frac{3a\sqrt{13}}{26} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC.BC = \frac{1}{2}.2.\frac{3a\sqrt{13}}{26}.2.\frac{3a\sqrt{13}}{26}.\sqrt{3} = \frac{9a^2\sqrt{3}}{26}.$

Vậy $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{9a^2\sqrt{3}}{26}.a\sqrt{3} = \frac{9a^3}{26}$



Câu 91.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' trên mp(ABC) suy ra $A'H$ là chiều cao của lăng trụ.

Xét khối chóp $A.A'BC$ có diện tích đáy $B = S_{A'BC} = 1$, chiều cao $h = d\left(A,\left(A'BC\right)\right) = 2$ suy ra thể tích của khối chóp $A.A'BC$ là $V_{A.A'BC} = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.1.2 = \frac{2}{3}$.

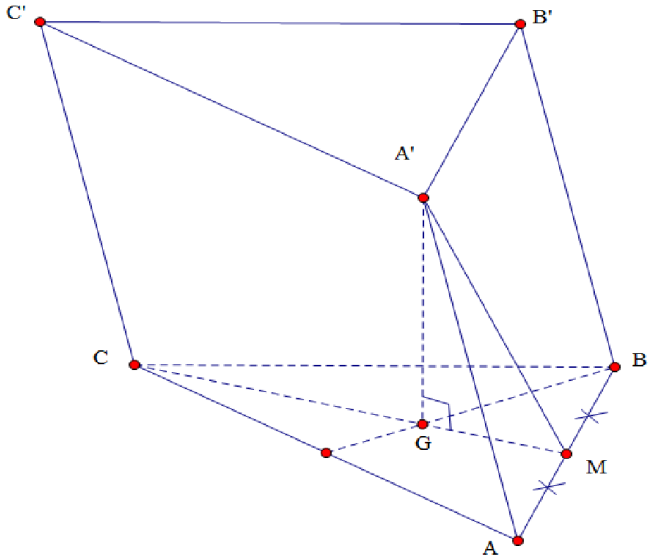
Mặt khác $\begin{cases} V_{A.A'BC} = V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.A'H = \frac{2}{3} \\ V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'H \end{cases} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = 3.\frac{2}{3} = 2$.

* Cách khác.

Ta thấy lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được chia thành ba khối chóp có thể thích bằng nhau là $A'.ABC,\ A'.BCB',\ A'.B'C'C$.

Mà $V_{A'.ABC} = V_{A.A'BC} = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.1.2 = \frac{2}{3}$ suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = 3.\frac{2}{3} = 2$.

Câu 92. **Chọn B**



+ Ta có $\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp A'M \end{cases} \Rightarrow AB \perp \left(A'CM\right) \Rightarrow AB \perp A'M$

Nên $S_{\Delta A'AB} = \frac{1}{2}A'M.AB = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow A'M = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$

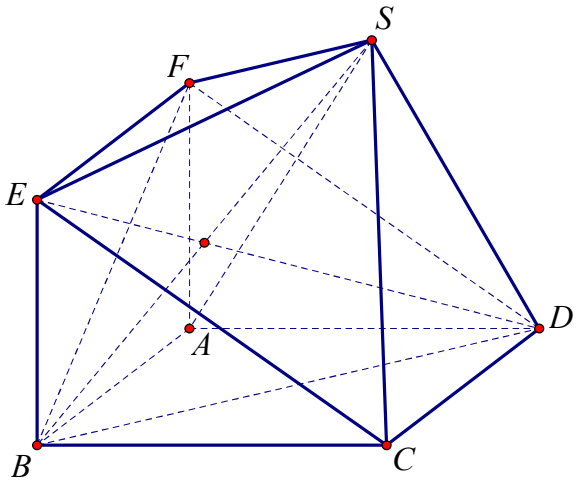
Do ΔABC đều cạnh bằng a nên $GM = \frac{1}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

+ Trong $\Delta A'GM$ vuông tại G ta có $A'G=\sqrt{A'M^2-GM^2}=\dfrac{a\sqrt{21}}{2}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'G.\text{dt}\left(\Delta ABC\right)=\dfrac{a\sqrt{21}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3\sqrt{7}}{8}$

Dạng 3. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN KHÁC

Câu 93. Chọn D



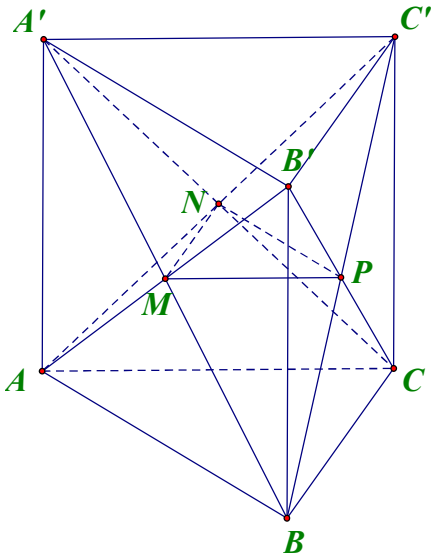
Ta có:ADF.BCE là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân

Dựa vào hình vẽ ta có:

$V_{ABCDSEF}=V_{ADF.BCE}+V_{S.CDFE}=V_{ADF.BCE}+V_{B.CDFE}=2V_{ADF.BCE}-V_{BADE}$

$V_{ADF.BCE}=AB.S_{\Delta BCE}=\dfrac{1}{2};V_{BADE}=\dfrac{1}{3}AD.S_{\Delta ABE}=\dfrac{1}{6}\Rightarrow V_{ABCDSEF}=2.\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

Câu 94. Chọn B



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=4.\dfrac{4^2.\sqrt{3}}{4}=16\sqrt{3}$.

Gọi thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P là V_1.

Ta có: $V_1=V_{AMNCB}+V_{BMNP}+V_{BNPC}$.

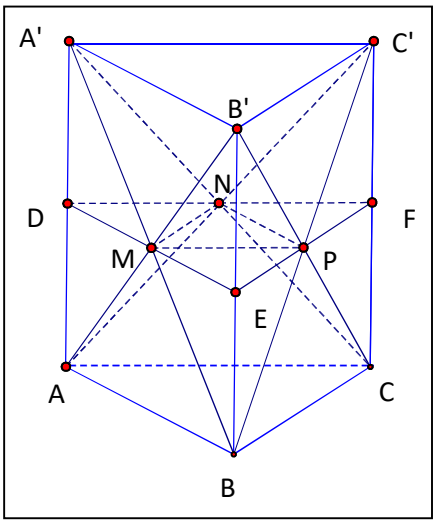
Dễ thấy $V_{A'ABC}=\dfrac{1}{3}V$ và $V_{AMNCB}=\dfrac{3}{4}V_{A'ABC}$ nên $V_{AMNCB}=\dfrac{1}{4}V$.

$V_{BA'B'C'}=\frac{1}{3}V$ và $V_{BMNP}=\frac{1}{8}V_{BA'B'C'}$ nên $V_{BMNP}=\frac{1}{24}V$.

$V_{A'BCB'}=V_{A'B'CC'}=\frac{1}{3}V$ và $V_{BNPC}=\frac{1}{4}V_{BA'B'C}$ nên $V_{BNPC}=\frac{1}{12}V$.

Vậy $V_1=V_{AMNCB}+V_{BMNP}+V_{BNPC}=\frac{3}{8}V=6\sqrt{3}$.

Câu 95. Chọn A



Gọi DEF là thiết diện của lăng trụ cắt bởi mặt phẳng (MNP).

Dễ chứng minh được $(DEF)//(ABC)$ và D,E,F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA', BB',CC' suy ra $V_{ABC.DEF}=\frac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}=12\sqrt{3}$.

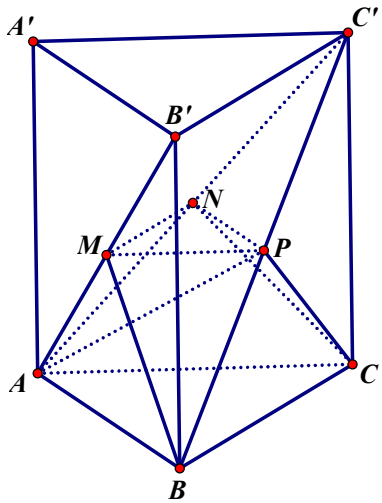
Ta có $V_{ABCPNM}=V_{ABC.DEF}-V_{ADMN}-V_{BMPE}-V_{CPMF}$.

Mặt khác $V_{ADMN}=V_{BMPE}=V_{CPMF}=\frac{1}{12}V_{ABC.DEF}\Rightarrow V_{ABCPNM}=\frac{3}{4}V_{ABC.DEF}=9\sqrt{3}$.

Câu 96.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $V_{ABC.A'B'C'}=8.\frac{\sqrt{3}}{4}.4^2=32\sqrt{3}$; $V_{C'.ABC}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$; $V_{A.BC'B'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Khối đa diện cần tìm $V = V_{C.ABPN} + V_{P.AMN} + V_{P.ABM}$

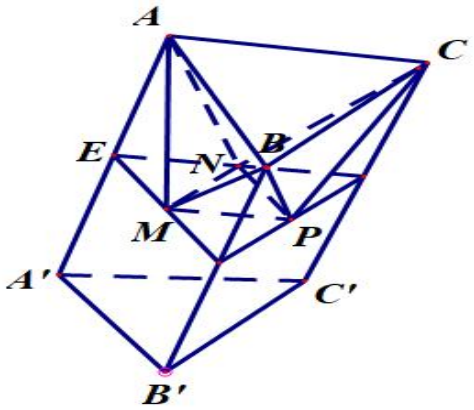
Ta có $V_{C.ABPN} = \frac{3}{4}V_{C'.ABC} = \frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'}$

Ta có $V_{PAMN} = \frac{1}{8}V_{ABC'B'} = \frac{1}{24}V_{ABC.A'B'C'}$

Ta có $V_{PABM} = \frac{1}{4}V_{ABC'B'} = \frac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'}$

Vậy thể tích khối cần tìm $V = \frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'} + \frac{1}{24}V_{ABC.A'B'C'} + \frac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'} = 12\sqrt{3}$.

Câu 97. Chọn C



Gọi h là chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Vì ΔABC đều có độ dài cạnh bằng 6 nên $S_{\Delta ABC} = 6^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$.

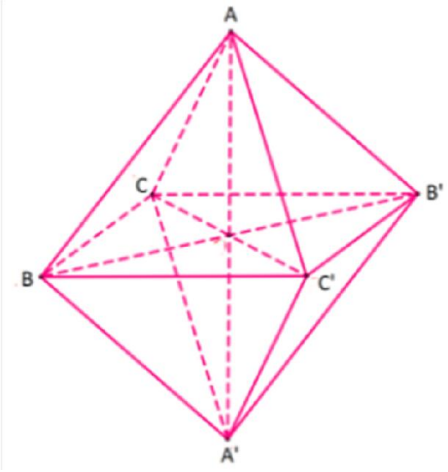
Thể tích lặng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = h.S_{\Delta ABC} = 8.9\sqrt{3} = 72\sqrt{3}$.

Gọi E là trung điểm của cạnh AA'.

Thể tích khối chóp $A.EMN$ là $V_{A.EMN} = \frac{1}{3}d\left(A,(EMN)\right).S_{\Delta EMN} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}h.\frac{1}{4}S_{\Delta ABC} = \frac{1}{24}V$.

Thể tích khối đa diện $ABCMNP$ là:

$V_{ABCMNP} = \frac{1}{2}V - 3V_{A.EMN} = \frac{1}{2}V - 3.\frac{1}{24}V = \frac{3}{8}V = 27\sqrt{3}$.



Câu 98.

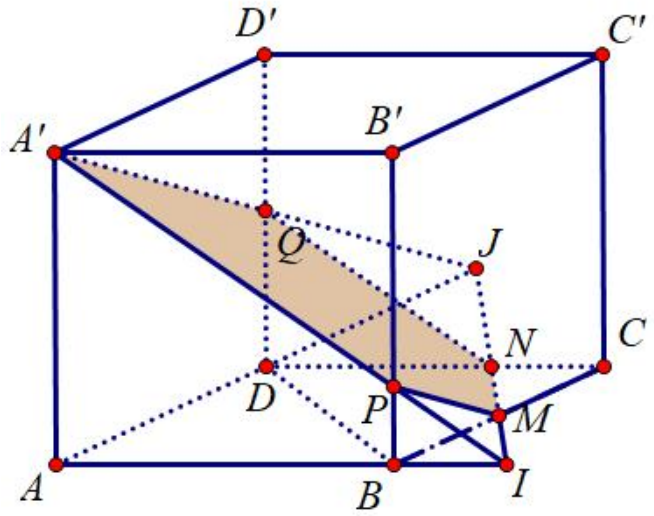
Ta có khối bát diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ được tạo từ 2 khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$.

Chiều cao của khối chóp là: $h=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích của khối chóp: $V_{chop}=\frac{1}{3}\left(a\sqrt{3}\right)^2.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ (đvtt).

Vậy thể tích khối bát diện là: $V=2V_{chop}=a^3\sqrt{6}$ (đvtt).

Câu 99. Chọn B



Ta có: MN cắt AB và AD lần lượt tại I và J. $A'I$ cắt BB' tại P. $A'J$ cắt DD' tại Q.

Do $MC//JD$ nên $\frac{MC}{JD}=\frac{NC}{ND}=\frac{1}{2}\Rightarrow JD=2MC=a.$

Do $DQ//AA'$ nên $\frac{DQ}{AA'}=\frac{JD}{JA}=\frac{1}{2}\Rightarrow DQ=\frac{AA'}{2}=\frac{a}{2}.$

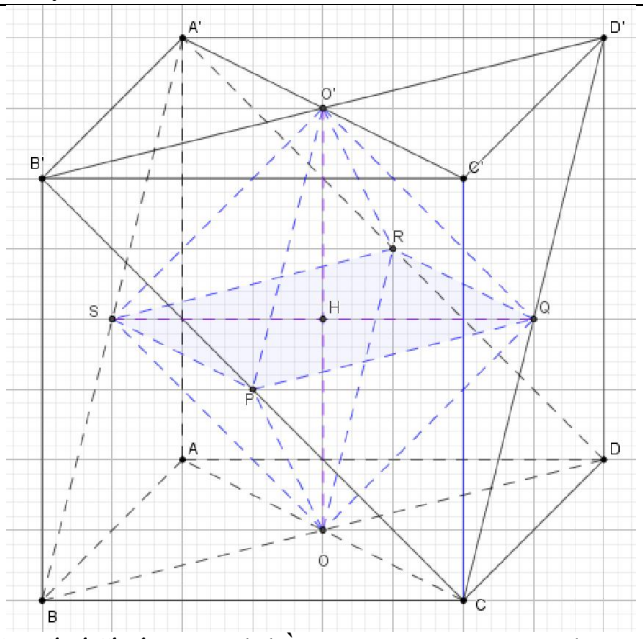
Do $BI//NC$ nên $\frac{BI}{NC}=\frac{BM}{CM}=1\Rightarrow BI=NC=\frac{a}{3}.$

Do $PB//AA'$ nên $\frac{PB}{AA'}=\frac{IB}{IA}=\frac{1}{4}\Rightarrow PB=\frac{AA'}{4}=\frac{a}{4}.$

Ta có: $V_{(H)}=V_{A'AIJ}-V_{JDNQ}-V_{IBMP}=\frac{1}{6}AA'.AI.AJ-\frac{1}{6}DN.DQ.DJ-\frac{1}{6}BM.BP.BI$

$=\frac{1}{6}a.\frac{4a}{3}.2a-\frac{1}{6}.\frac{2a}{3}.\frac{a}{2}.a-\frac{1}{6}.\frac{a}{2}.\frac{a}{4}.\frac{a}{3}=\frac{55}{144}a^3.$

Câu 100. Chọn B

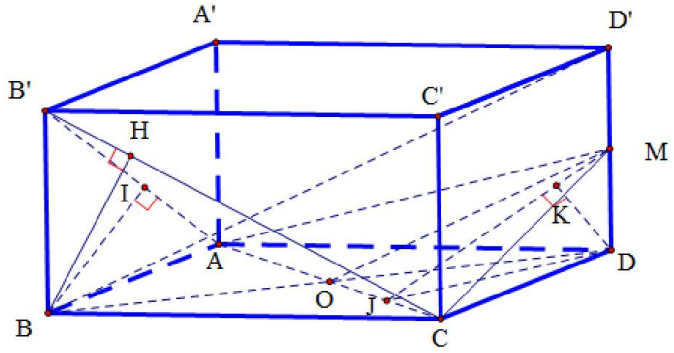


Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a và tâm các mặt là P,Q,R,S,O,O' như hình vẽ.

Ta có PQ là đường trung bình của tam giác đều $B'CD'$ cạnh $a\sqrt{2}$ nên $PQ=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $S_{PQRS}=PQ^2=\dfrac{1}{2}a^2$ và $OO'=a$.

Vậy thể tích bát diện cần tìm là $V=\dfrac{1}{3}S_{PQRS}.OO'=\dfrac{1}{6}a^3$ (đvtt).



Câu 101.

Đặt $AB=x$, $AD=y$, $AA'=z$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $B'C$, ta có BH là đoạn vuông góc chung của AB và $B'C$ nên $d\left(AB,B'C\right)=BH=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}\Rightarrow\dfrac{1}{BH^2}=\dfrac{1}{z^2}+\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{5}{4a^2}$. (1)

Gọi I là hình chiếu vuông góc của B trên AB', ta có BI là đoạn vuông góc chung của BC và AB' nên $d\left(BC,AB'\right)=BI\Rightarrow\dfrac{1}{BI^2}=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{z^2}=\dfrac{5}{4a^2}$. (2)

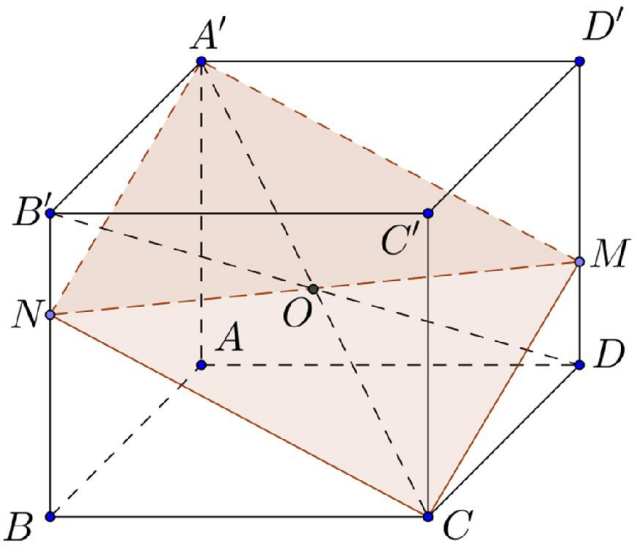
Gọi M là trung điểm của DD', O là giao điểm của AC và BD, ta có mặt phẳng $\left(ACM\right)$ chứa AC và song song với BD' nên $d\left(AC,BD'\right)=d\left(BD',\left(ACM\right)\right)=d\left(D',\left(ACM\right)\right)$.

Gọi J là hình chiếu vuông góc của D trên AC, K là hình chiếu vuông góc của D trên MJ, ta có $d\left(D',(ACM)\right)=d\left(D,(ACM)\right)=DK\Rightarrow\frac{1}{DK^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{4}{z^2}=\frac{3}{a^2}$. (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có $\frac{2}{z^2}=\frac{1}{2a^2}\Leftrightarrow z=2a\Rightarrow x=y=a$.

Thể tích khối hộp là $V=xyz=2a^3$.

Câu 102. Chọn C



Nhận xét: $B'NDM$ là hình bình hành $\left(B'N=DM,B'N//DM\right)$

$\Rightarrow MN\cap B'D=O$ là trung điểm của mỗi đoạn nên O cũng là trung điểm của đường chéo $A'C$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt $(A'MN)$ và hình chóp là hình bình hành $A'NCM$.

Ta có: $C'A^2=B'B^2+BA^2+BC^2\Rightarrow B'B=2a$.

Cách 1:

Thể tích phần chứa C' là

$V=V_{A'.B'C'CN}+V_{A'.C'CMD}=\frac{1}{3}.A'B'.S_{B'C'CN}+\frac{1}{3}.A'D'.S_{C'D'MC}$

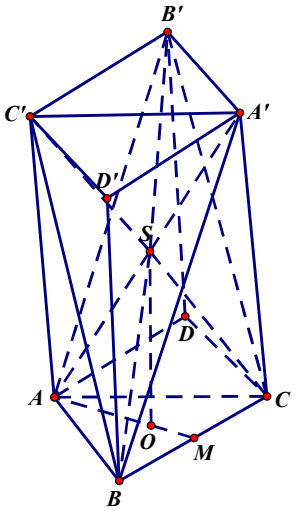
$=\frac{1}{3}.a.2a\frac{\frac{2a}{3}+2a}{2}+\frac{1}{3}.2a.a\frac{\frac{4a}{3}+2a}{2}=2a^3$.

Cách 2: Áp dụng công thức tính nhanh

Gọi thể tích phần chứa C' là V'.

Ta có: $\frac{V'}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{\frac{B'N}{B'B}+\frac{D'M}{D'D}}{2}=\frac{1}{2}\Rightarrow V'=\frac{1}{2}.4a^3=2a^3$.

Cách 3: Nhận xét nhanh do đa diện chứa C' đối xứng với đa diện không chứa C' qua O nên thể tích của hai phần này bằng nhau, suy ra $V'=\frac{1}{2}.V_{ABCD.A'B'C'D'}=2a^3$.



Câu 103.

Gọi D, D' theo thứ tự là đỉnh thứ tư của hình thoi $ABCD$, $A'B'C'D'$.

Thể tích của bát diện cần tìm:

$$V = V_{ABCD.C'D'A'B'} - V_{BC'D'A'} - V_{B'ACD} = V_{ABCD.C'D'A'B'} - \frac{1}{6}V_{ABCD.C'D'A'B'} - \frac{1}{6}V_{ABCD.C'D'A'B'}$$

$$= \frac{2}{3}V_{ABCD.C'D'A'B'}{}' = \frac{2}{3}.2SO.2S_{\Delta ABC}.(*)$$

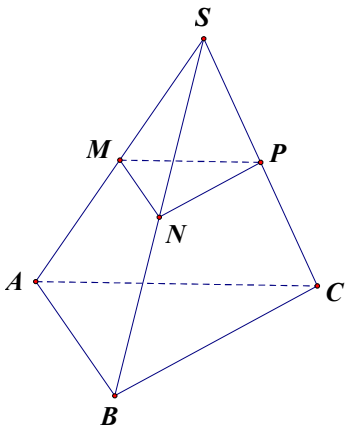
Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \widehat{SAO} = 60° \Rightarrow SO = OA.\tan 60° = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = a$.

Do đó: $V = \frac{8}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Dạng 4. TỈ SỐ THỂ TÍCH

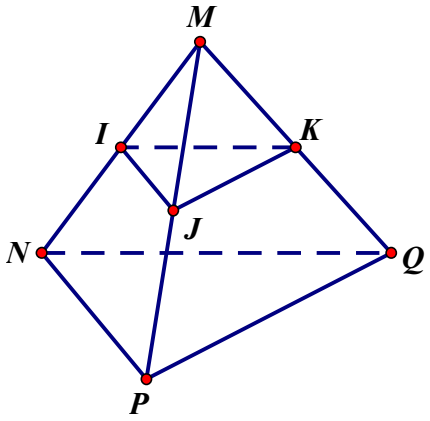
Dạng 4.1 Tỉ số thể tích của khối chóp



Câu 104.

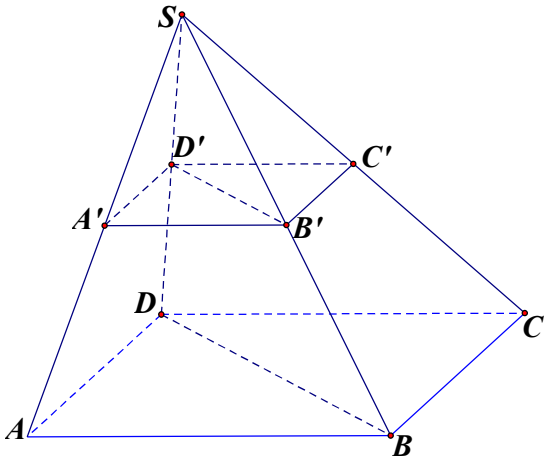
Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}} = \frac{SA}{SM}.\frac{SB}{SN}.\frac{SC}{SP} = 2.2.2 = 8$, suy ra đáp án **C.**

Câu 105. Chọn D



Ta có: $\frac{V_{M.IJK}}{V_{M.NPQ}} = \frac{MI}{MN}.\frac{MJ}{MP}.\frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$

Câu 106. **Chọn C**

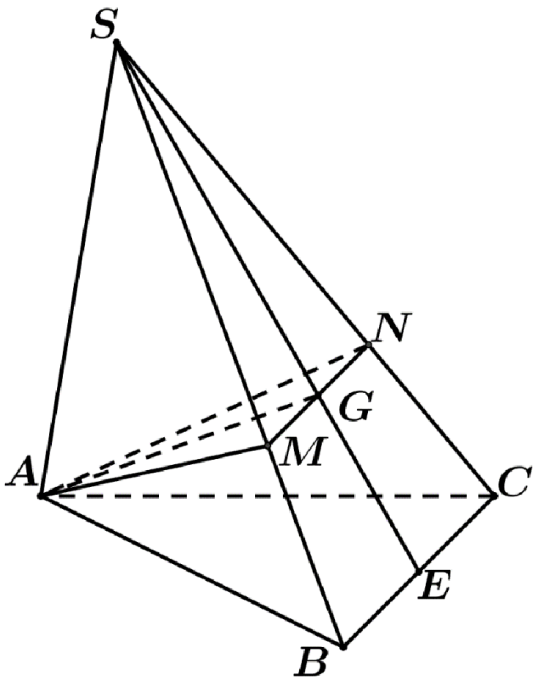


Ta có $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SD'}{SD} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}.$

Và $\frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.BDC}} = \frac{SB'}{SB}.\frac{SD'}{SD}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16}.$

Suy ra $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}} + \frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$

Câu 107. **Chọn D**



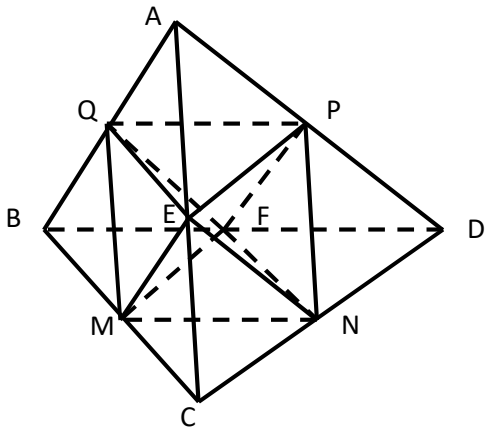
Ta có $\begin{cases}(\alpha)\cap(SBC)=G\\ BC\ //\ (\alpha)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)\cap(SBC)=MM//BC$ (MN đi qua $G; M\in SB; N\in SC$).

Vì G là trọng tâm $\Delta SBC\Rightarrow\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{SG}{SE}=\dfrac{2}{3}$.

Ta có $\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{9}\Rightarrow V_{SAMN}=\dfrac{4V}{9}$.

Dạng 4.2 Tỉ số thể tích các khối đa diện

Câu 108. Chọn C



Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a. Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\dfrac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V''=4.\dfrac{V}{8}=\dfrac{V}{2}$.

Vậy $V'=\dfrac{V}{2}\Leftrightarrow\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{2}$.

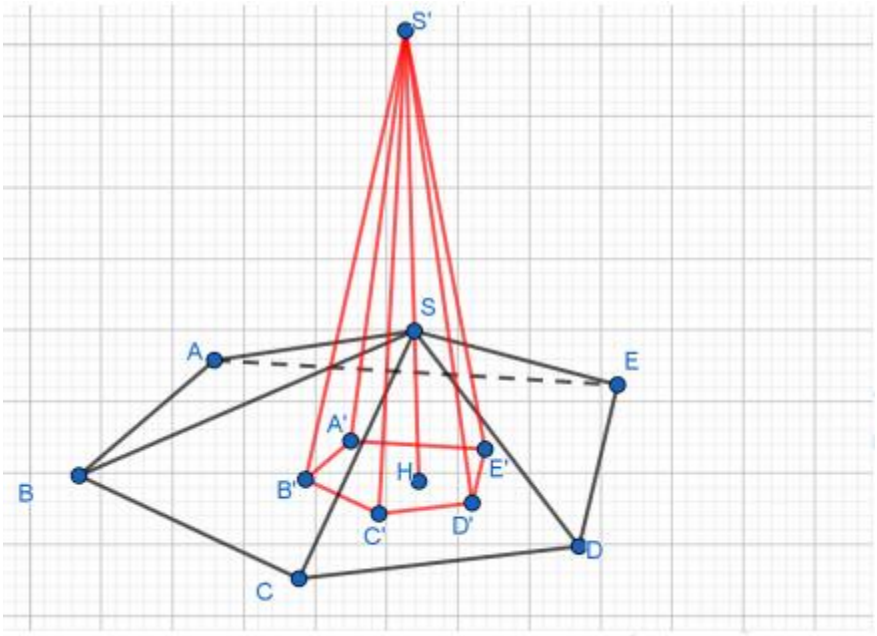
Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác có cùng đáy là hình bình hành úp lại. Suy ra:

$V' = 2V_{N.MEPF} = 4.V_{N.MEP} = 4.V_{P.MNE} = 4.\frac{1}{2}.\frac{1}{4}V = \frac{1}{2}V$

Cách 3. Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{V - V_{A.QEP} - V_{B.QMF} - V_{C.MNE} - V_{D.NPF}}{V}$

$= 1 - \frac{V_{A.QEP}}{V} - \frac{V_{B.QMF}}{V} - \frac{V_{C.MNE}}{V} - \frac{V_{D.NPF}}{V} = 1 - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$

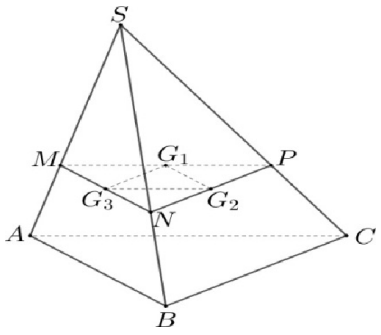
Câu 109. Chọn D



Hai đa giác đáy đồng dạng nên Sau khi giảm độ dài cạnh đáy đi 3 lần thì diện tích đáy giảm đi 9 lần

$S_{A'B'C'D'E'} = \frac{1}{9}S_{ABCDE}$.

Do đó $\frac{V'}{V} = \frac{\frac{1}{3}.3h.\frac{B}{9}}{\frac{1}{3}.Bh} = \frac{1}{3}.$



Câu 110.

Gọi $G_1;G_2;G_3$ lần lượt là trọng tâm tam giác SAC ; SBC ; SAB

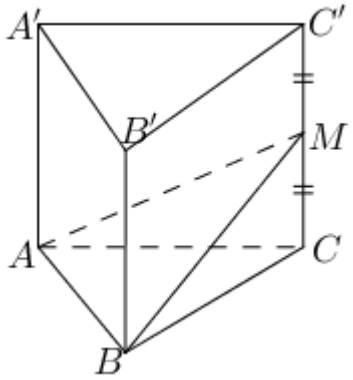
Khi đó $(G_1G_2G_3)\cap(SAB) = MN$ với $MN//AB//G_1G_2$, $G_3 \in MN$

$(G_1G_2G_3)\cap(SAC) = MP$ với $MP//AC//G_2G_3$, $G_1 \in MP$

$(G_1G_2G_3)\cap(SBC) = NP$ với $NP//BC//G_1G_3$, $G_2 \in NP$

Do đó $(G_1G_2G_3)$ chia khối chóp thành 2 phần: $SMNP$ và $MNPABC$

Ta có: $\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{MNPABC}=V_{SABC}-V_{SMNP}=V_{SABC}-\frac{8}{27}V_{SABC}=\frac{19}{27}V_{SABC}=\frac{19}{27}V$.



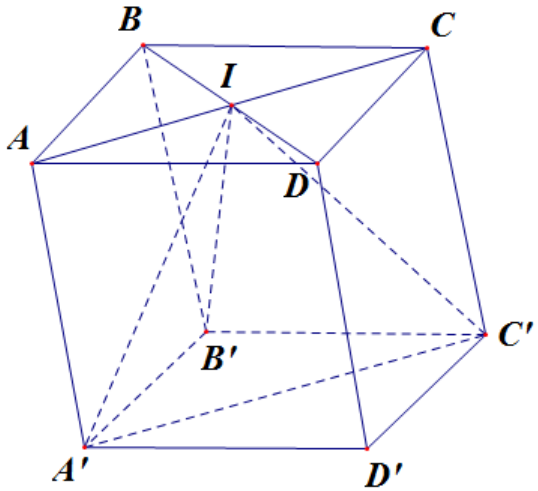
Câu 111.

V_1 là thể tích khối lăng trụ chứa đỉnh C tức là $V_1=V_{M.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.MC$

V_2 là thể tích khối đa diện còn lại $\Rightarrow V_2=V_{ABC.A'B'C'}-V_1=S_{ABC}.CC'-\frac{1}{6}S_{ABC}.CC'=\frac{5}{6}S_{ABC}.CC'$

Khi đó ta có tỉ số

$$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}S_{ABC}MC}{\frac{5}{6}S_{ABC}.CC'}=\frac{\frac{1}{6}S_{ABC}.CC'}{\frac{5}{6}S_{ABC}.CC'}=\frac{1}{5}.$$

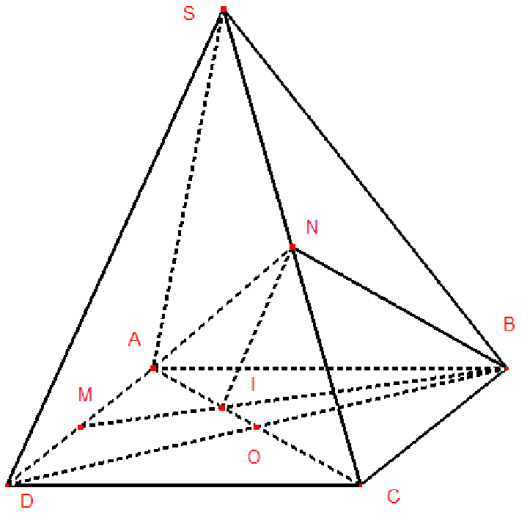


Câu 112.

$V_1=V_{ABCD.A'B'C'D'}=h.S_{A'B'C'D'}$.

$V_2=V_{I.A'B'C'}=\frac{1}{3}d\left(I,\left(A'B'C'\right)\right).S_{A'B'C'}=\frac{1}{3}h.\frac{1}{2}.S_{A'B'C'D'}=\frac{1}{6}\text{h}.S_{A'B'C'D'}$.

$\frac{V_1}{V_2}=\frac{h.S_{A'B'C'D'}}{\frac{1}{6}h.S_{A'B'C'D'}}=6$.



Câu 113.

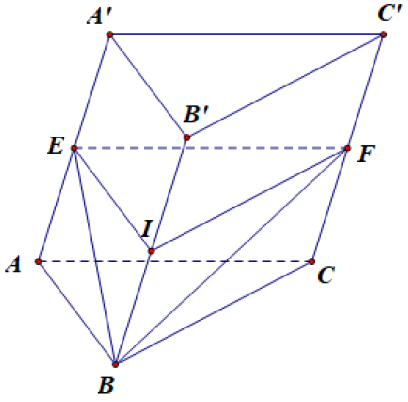
Ta có $\frac{V_{ANIB}}{V_{S.ABCD}}=\frac{S_{AIB}}{S_{ABCD}}.\frac{h_N}{h_S}$.

Trong đó $h_N;h_S$ lần lượt là chiều cao kẻ từ đỉnh $N;S$ nên $\frac{h_N}{h_S}=\frac{NC}{SC}=\frac{1}{2}$ (1)

Ta có $AO;BM$ lần lượt là các trung tuyến của tam giác ABD nên I là trọng tâm từ đó $AI=\frac{2}{3}AO=\frac{1}{2}AC$

từ đó $\frac{S_{AIB}}{S_{ABCD}}=\frac{S_{AIB}}{2S_{ABC}}=\frac{AI}{2AC}=\frac{1}{6}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $\frac{V_{ANIB}}{V_{S.ABCD}}=\frac{S_{AIB}}{S_{ABCD}}.\frac{h_N}{h_S}=\frac{1}{6}.\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$



Câu 114.

Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$; V_1 là thể tích khối chóp $B.AEFC$; V_2 là thể tích khối đa diện $BB'EFC'A'$; I là trung điểm của cạnh BB' và h là chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

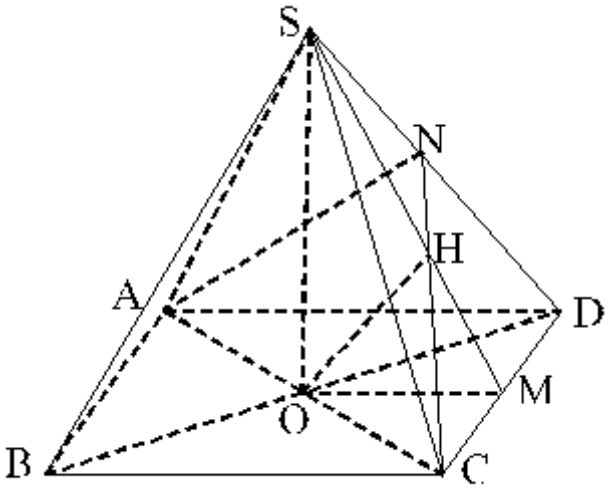
Ta có: $(EIF)//(ABC)$ nên $d(B,(EIF))=\frac{h}{2}$.

$V_{B.IEF}=\frac{1}{3}.\frac{h}{2}.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{6}h.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{6}V$.

Do đó $V_1=V_{ABC.EIF}-V_{B.EIF}=\frac{1}{2}V-\frac{1}{6}V=\frac{1}{3}V$.

$V_2=V-V_1=V-\frac{1}{3}V=\frac{2}{3}V$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$.



Câu 115.

Gọi M là trung điểm CD, H là hình chiếu vuông góc của 0 lên S, trong mặt phẳng (SCD) kẻ $CH \perp SD$ tại N ta có:

$$\left.\begin{array}{l} CD \perp SO \\ CD \perp OM \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp SM .$$

$$\left.\begin{array}{l} CD \perp SM, SM \subset (SCD) \\ CD \perp OM, OM \subset (ABCD) \\ (SCD) \cap (ABCD) = CD \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{SMO} = \alpha .$$

ΔSOM vuông tại $O \Rightarrow \cos\widehat{SMO} = \dfrac{OM}{SM} \Rightarrow SM = 3OM$; $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = a\sqrt{2}$.

ΔSOD vuông tại 0, $SO = a\sqrt{2}, OD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SD = \dfrac{a\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \dfrac{SD}{OD} = 5$.

Có: $CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp OH$ mà $OH \perp SM \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow (ACN) \perp (SCD)$ hay $(P) \equiv (ACN)$.

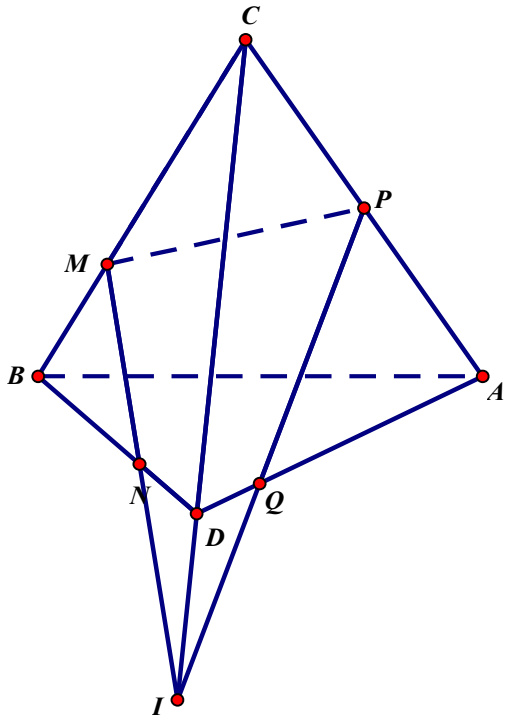
Khi đó hình chóp $S.ABCD$ được chia thành hai khối đa diện S.ABCN và N.ACD, gọi

$V_{N.ACD} = V_1; V_{S.ABCN} = V_2$.

Có ΔSOD vuông tại O, ON là đường cao nên $OD^2 = ND.SD \Rightarrow ND = \dfrac{OD^2}{SD}$.

$$\frac{V_{S.ACD}}{V_{N.ACD}} = \frac{SD}{ND} = \frac{SD^2}{OD^2} = 5 \Rightarrow \frac{V_{S.ACD}}{5} = V_{N.ACD} \Rightarrow V_1 = \frac{V_{S.ABCD}}{10} = \frac{V_1 + V_2}{10}.$$

Vậy: $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{9} \approx 0.11$.



Câu 116.

Gọi I là giao điểm của MN và CD, Q là giao điểm của IP và AD. Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ là tứ giác ABC.

Ta có:

$\frac{NB}{ND}.\frac{ID}{IC}.\frac{MC}{MB}=1 \Rightarrow \frac{ID}{IC}=\frac{1}{4}$ và $\frac{ID}{IC}.\frac{PC}{PA}.\frac{QA}{QD}=1 \Rightarrow \frac{QA}{QD}=4$.

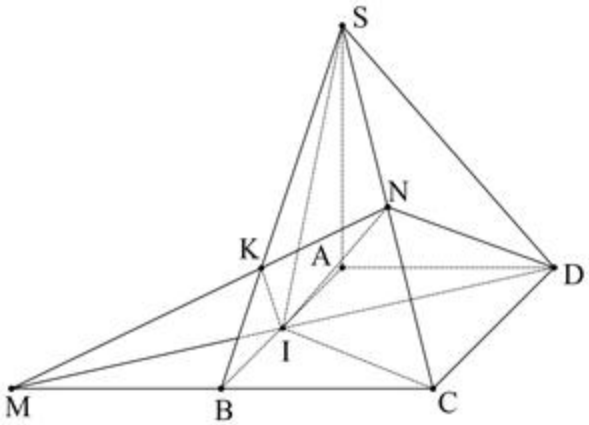
$\frac{V_{ANPQ}}{V_{ANCD}}=\frac{AP}{AC}.\frac{AQ}{AD}=\frac{2}{5} \Rightarrow V_{ANPQ}=\frac{2}{5}V_{ANCD}=\frac{2}{15}V \Rightarrow V_{N.PQDC}=\frac{1}{3}V-\frac{2}{15}V=\frac{1}{5}V$.

Và $\frac{V_{CMNP}}{V_{ABCD}}=\frac{CM}{CB}.\frac{CP}{CA}=\frac{1}{3} \Rightarrow V_{CMND}=\frac{1}{3}V_{CBNA}=\frac{2}{9}V$.

Suy ra $V_2=V_{NPQDC}+V_{CMNP}=\frac{19}{45}V$.

Do đó, $V_1=V-V_2=\frac{26}{45}V$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{26}{19}$.



Câu 117.

Trong tam giác SMC, SB và MN là hai trung tuyến cắt nhau tại trọng tâm $K \Rightarrow \dfrac{SK}{SB}=\dfrac{2}{3}$.

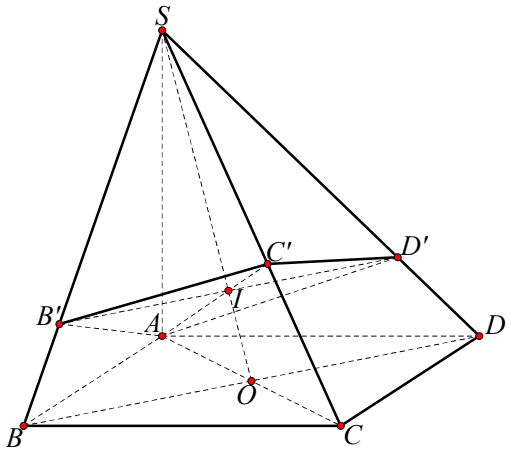
BI là đường trung bình của tam giác $MCD \Rightarrow I$ là trung điểm AB.

$V_1 = V_{S.AID} + V_{S.IKN} + V_{S.IND}$

Đặt: $V_{S.ABCD} = V$

$\Rightarrow V_{S.AID} = \dfrac{1}{4}.V$; $V_{S.IKN} = \dfrac{SK}{SB}.\dfrac{SN}{SC}.V_{S.IBC} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{4}V = \dfrac{1}{12}V$; $V_{S.IND} = \dfrac{SN}{SC}.V_{S.ICD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}V = \dfrac{1}{4}.V$

$\Rightarrow V_1 = \left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{4}\right).V = \dfrac{7}{12}.V \Rightarrow V_2 = \dfrac{5}{12}.V \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{7}{5}$.



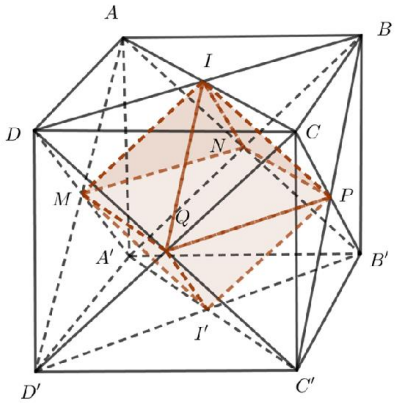
Câu 118.

Gọi $O = AC \cap BD, I = SO \cap AC' \Rightarrow B', I, D'$ thẳng hàng và $B'D' \parallel BD$.

$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = a\sqrt{6} \Rightarrow AC' = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}, SC' = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$

Ta có $\dfrac{AO}{AC}.\dfrac{C'C}{C'S}.\dfrac{IS}{IO} = 1 \Rightarrow \dfrac{IS}{IO} = 4 \Rightarrow \dfrac{SI}{SO} = \dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{SD'}{SD} = \dfrac{4}{5}$

$\dfrac{V_1}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{2V_{S.AB'I}}{2V_{S.ABC}} = \dfrac{SA.SB'.SC'}{SA.SB.SC} = \dfrac{8}{15} \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{8}{7}$.



Câu 119.

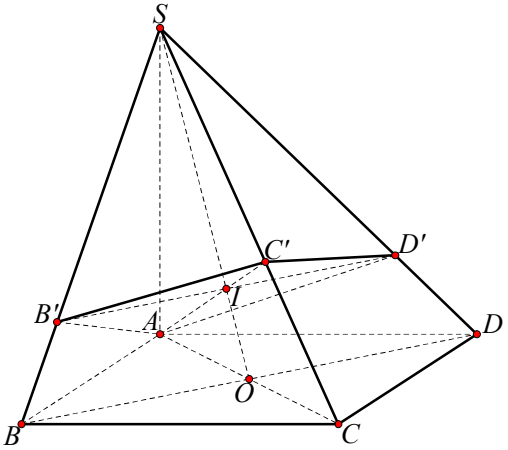
Gọi I, I', M, N, P, Q lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$, $A'B'C'D'$, $AA'D'D$, $ABB'A'$, $BB'C'C$, $CDD'C'$. Ta được V_1 là thể tích khối bát diện đều với 6 đỉnh I, I', M, N, P, Q cạnh $MN = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow V_1 = 2V_{I.MNPQ} = 2.\dfrac{1}{3}d\left(I,(MNPQ)\right).S_{MNPQ} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{6}$.

$\frac{V_{ABIN}}{V_{ABCB'}}=\frac{AI}{AC}.\frac{AN}{AB'}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}.$

$V_2=8V_{ABIN}=8.\frac{1}{4}V_{ABCB'}==8.\frac{1}{4}.\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$. Vậy $\frac{V_2}{V_1}=2$

Câu 120. Chọn B

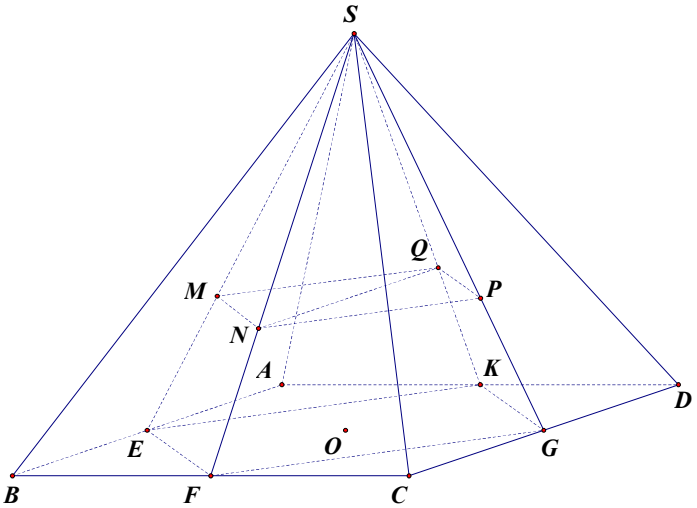


Gọi $O=AC\cap BD, I=SO\cap AC'\Rightarrow B',I,D'$ thẳng hàng và $B'D'\,||\,BD.$

$AC=a\sqrt{2}\Rightarrow SC=a\sqrt{6}\Rightarrow AC'=\frac{2a\sqrt{3}}{3}, SC'=\frac{2a\sqrt{6}}{3}$

Ta có $\frac{AO}{AC}.\frac{C'C}{C'S}.\frac{IS}{IO}=1\Rightarrow\frac{IS}{IO}=4\Rightarrow\frac{SI}{SO}=\frac{SB'}{SB}=\frac{SD'}{SD}=\frac{4}{5}$

$\frac{V_1}{V_{S.ABCD}}=\frac{2V_{S.AB'I}}{2V_{S.ABC}}=\frac{SA.SB'.SC'}{SA.SB.SC}=\frac{8}{15}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{8}{7}.$



Câu 121.

Ta có $(MNPQ)\ //\ (ABCD)\Rightarrow d\left(S,(MNPQ)\right)=2d\left(O,(MNPQ)\right)\Rightarrow V_{SMNPQ}=2V_{OMNPQ}=2V$

- $\frac{V_{SMNQ}}{V_{SEFK}}=\frac{SM}{SE}.\frac{SN}{SF}.\frac{SQ}{SK}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{SMNQ}=\frac{8}{27}V_{SEFK}.$
- $\frac{V_{SNPQ}}{V_{SFGK}}=\frac{SN}{SF}.\frac{SP}{SG}.\frac{SQ}{SK}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{SNPQ}=\frac{8}{27}V_{SFGK}.$

$\Rightarrow V_{SMNQ}+V_{SNPQ}=\frac{8}{27}V_{SEFK}+\frac{8}{27}V_{SFGK}\Leftrightarrow V_{SMNPQ}=\frac{8}{27}V_{SEFGK}\Rightarrow V_{SEFGK}\ \frac{27}{8}V_{SMNPQ}=\frac{27}{4}V.$

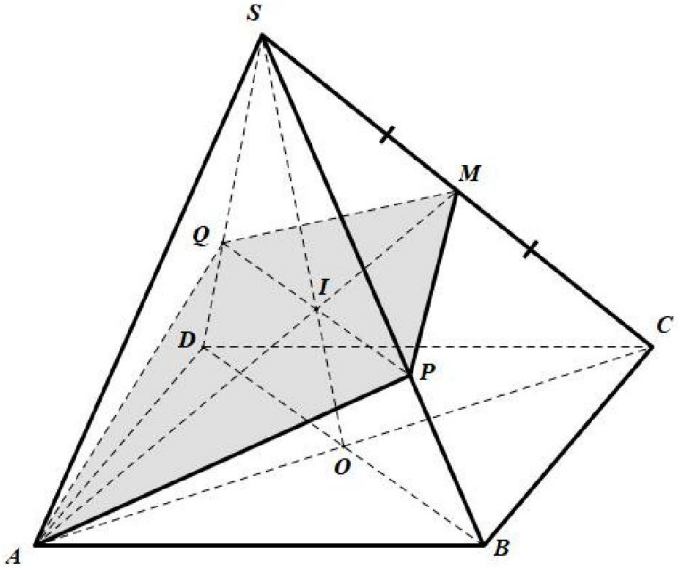
Ta có: $\frac{S_{EBF}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{1}{2}BE.BF.\sin\hat{B}}{\frac{1}{2}BA.BC.\sin\hat{B}}=\frac{1}{4}\Rightarrow S_{EBF}=\frac{1}{4}S_{ABC}=\frac{1}{8}S_{ABCD}$.

Khi đó, $S_{EFGK}=S_{ABCD}-\left(S_{ABF}+S_{FCG}+S_{GDK}+S_{KAE}\right)=S_{ABCD}-4S_{EBF}$

$\Rightarrow S_{EFGK}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$

Nên $\frac{V_{SEFGK}}{V_{SABCD}}=\frac{\frac{1}{3}d\left(S,(EFGK)\right)S_{EFGK}}{\frac{1}{3}d\left(S,(ABCD)\right)S_{ABCD}}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{SABCD}=2V_{SEFGK}=\frac{27}{2}V$.

Câu 122. **Chọn C**



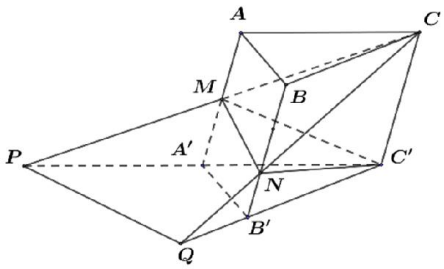
Gọi $O=AC\cap BD; I=SO\cap AM$

Do (P) chứa AM và song song BD nên (P) qua I và song song BD. Kẻ đường thẳng qua I song song BD cắt SB tai P, cắt SD tại Q vậy $(P)\equiv(APMQ)$; Ta có I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}=\frac{SP}{SB}=\frac{SQ}{SD}$;

Ta có $\frac{V_{S.AMQ}}{V_{S.ACD}}=\frac{SM}{SC}.\frac{SQ}{SD}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{SAMQ}=\frac{1}{3}.\frac{V}{2}=\frac{V}{6}$

$\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ACB}}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{SAMP}=\frac{1}{3}.\frac{V}{2}=\frac{V}{6}$; Vậy $V_{SAPMQ}=2.\frac{V}{6}=\frac{V}{3}$

Dạng 4.3 Ứng dụng tỉ số thể tích để tìm thể tích



Câu 123.

Ta có: $\frac{V_{ABC.MNC'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+\frac{CC'}{CC'}\right)=\frac{13}{18}\Rightarrow V_{ABC.MNC'}=\frac{13}{9}$.

Lại có: $\frac{V_{ABC.MNC}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+\frac{CC}{CC'}\right)=\frac{7}{18}\Rightarrow V_{ABC.MNC}=\frac{7}{9}$.

Suy ra: $V_{C.MNC'}=V_{ABC.MNC'}-V_{ABC.MNC}=\frac{2}{3}$.

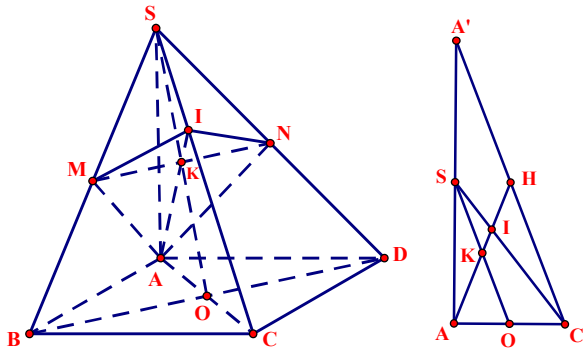
Mà: $\frac{V_{C.MNC'}}{V_{C.PQC'}}=\frac{CM}{CP}.\frac{CN}{CQ}.\frac{CC'}{CC'}\quad(*)$

Ta có: $\begin{cases}\Delta CMA\sim\Delta PMA'\\ \Delta CNB\sim\Delta QNB'\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{CM}{PM}=\frac{AM}{A'M}=1\\ \frac{CN}{QN}=\frac{BN}{B'N}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{CM}{CP}=\frac{1}{2}\\ \frac{CN}{CQ}=\frac{2}{3}\end{cases}$.

Thay vào $(*)$ ta có: $\frac{V_{C.MNC'}}{V_{C.PQC'}}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.1=\frac{1}{3}\Leftrightarrow V_{C.PQC'}=3V_{C.MNC'}=2$.

Có: $V_{A'B'C'.MNC}=V_{LT}-V_{ABC.MNC}=\frac{11}{9}$.

$\Rightarrow V_{A'MPB'NQ}=V_{C.PQC'}-V_{A'B'C'.MNC}=\frac{7}{9}$.



Câu 124.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, SO cắt MN tại $K\Rightarrow I$ là giao điểm của AK với SC.

Vì MN là đường trung bình của tam giác SBD nên K là trung điểm của SO.

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua S, H là giao điểm của AK với SC.

Vì $SO\,||\,A'C$ và K là trung điểm của $SO\Rightarrow H$ là trung điểm của $A'C\Rightarrow I$ là trọng tâm của tam giác $AA'C$

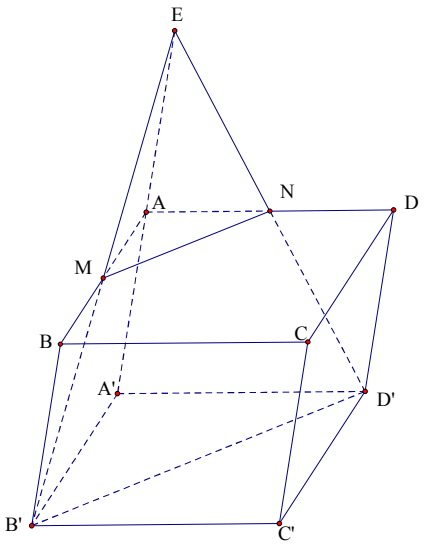
$\Rightarrow SI=\frac{1}{3}SC$.

Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$, $V_{S.ABC}=V_{S.BCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

$V_{S.AMIN}=V_{S.AMN}+V_{S.MIN}=\frac{1}{1}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}V_{S.ABC}+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{3}V_{S.BCD}=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right).\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{6}V_{S.ABCD}$.

Do đó $V_{ABCDMIN}=V_{S.ABCD}-V_{S.AMIN}=\frac{5}{6}V_{S.ABCD}=\frac{5a^3\sqrt{3}}{18}$.

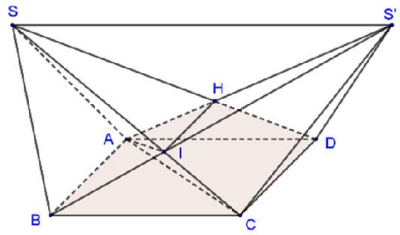
Câu 125. Chọn D



+) Gọi $BM \cap AA' = E$; $ED' \cap AD = N$.
Ta có M là trung điểm của AB
$\Rightarrow M$ là trung điểm là EB'
$\Rightarrow N$ là trung điểm của ED' và AD
+) Ta có $\frac{V_{E.AMN}}{V_{E.A'B'D'}} = \frac{EA}{EA'}.\frac{EM}{EB'}.\frac{EN}{ED} = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow V_{AMN.A'B'D'} = \frac{7}{8}V_{E.A'B'D'} = \frac{7}{8}.2.\frac{1}{2}.V_{A.A'B'D'} = \frac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{7063}{12}$

Câu 126. Chọn A.



Gọi H, I lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng SC và $S'B$, SD và $S'A$.

Vì $\overrightarrow{SS'} = -2\overrightarrow{CB}$ nên $BC \,||\, SS'$ và $\frac{SS'}{BC} = 2$.

Suy ra $\frac{SI}{IC} = \frac{SS'}{BC} = 2$. Tương tự, ta cũng có $\frac{SH}{HD} = 2$.

Do đó $\frac{SI}{SC} = \frac{SH}{SD} = \frac{2}{3}$.

Dễ thấy hai khối chóp $S.ACB$ và $S.ACD$ có diện tích đáy bằng nhau và chiều cao bằng nhau nên thể tích của chúng bằng nhau và bằng $\frac{1}{2}V = 135$.

Mà: $\frac{V_{S.AIB}}{V_{S.ACB}} = \frac{SI}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.AIB} = \frac{2}{3}.V_{S.ACB} = \frac{2}{3}.135 = 90$.

Và $\frac{V_{S.AIH}}{V_{S.ACD}} = \frac{SI}{SC}.\frac{SH}{SD} = \frac{2}{3}.\frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.AIB} = \frac{4}{9}.V_{S.ACD} = \frac{4}{9}.135 = 60$.

Suy ra thể tích của khối đa diện là phần chung của hai khối chóp $S.ABCD$ và $S'.ABCD$ bằng:

$V_{S.ABCD}-\left(V_{S.AIB}+V_{S.AIH}\right)=270-\left(90+60\right)=120.$

Câu 127. Chọn A

Trên cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm M,N thỏa mãn $SM=SN=1$

Ta có $AM=1,AN=\sqrt{2},MN=\sqrt{3}\rightarrow$ tam giác AMN vuông tại A

Hình chóp $S.AMN$ có $SA=SM=SN=1$

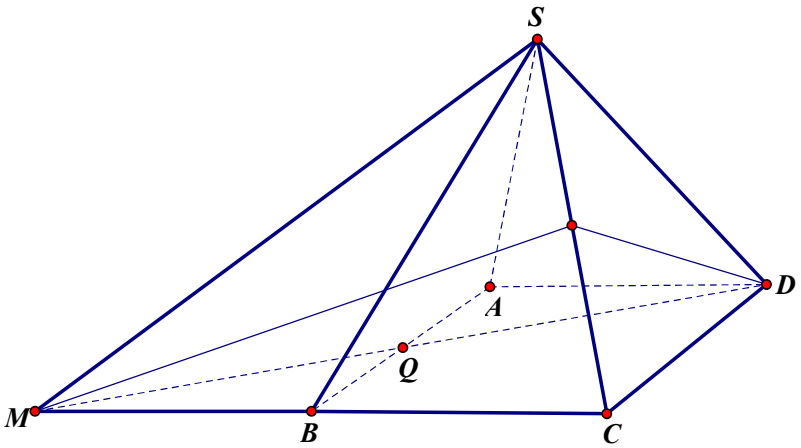
$\rightarrow$ hình chiếu của S trên (AMN) là tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN, ta có I là trung điểm của MN

Trong $\Delta SIM, SI=\sqrt{SN^2-IN^2}=\dfrac{1}{2}$

$V_{S.AMN}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

Ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S,ABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{6}\rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

Câu 128. Chọn D



+) Gọi $P=MN\cap SB\Rightarrow P$ là trọng tâm của ΔSCM vì là giao của hai đường trung tuyến SB,MN

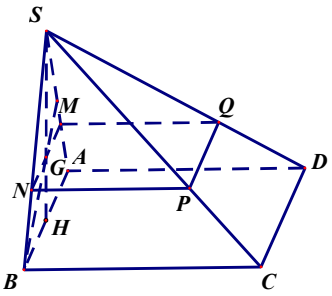
+) Gọi $Q=MD\cap AB\Rightarrow Q$ là trung điểm của MD

+) Ta có $V_{BCDQNP}=V_{M.CDN}-V_{M.CDN}=V_{M.CDN}-\dfrac{MB}{MC}.\dfrac{MQ}{MD}.\dfrac{MP}{MN}V_{M.CDN}=\left(1-\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}\right)V_{M.CDN}=\dfrac{5}{6}V_{M.CDN}$

+) Mặt khác $V_{M.CDN}=V_{N.MCD}=\dfrac{S_{MCD}}{S_{ABCD}}.\dfrac{d\left(N,(ABCD)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)}V_{S.ABCD}=\dfrac{\dfrac{1}{2}CD.CM}{CD.CB}.\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{2}$

+) Vậy $V_{BCDQNP}=\dfrac{5}{12}\Rightarrow V_{SANPQD}=V_{S.ABCD}-V_{BCDQNP}=1-\dfrac{5}{12}=\dfrac{7}{12}$

Câu 129. Chọn C



Gọi G là trọng tâm tam giác SAB, H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Ta có $S_{ABC} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{27\sqrt{3}}{4} \Rightarrow AB = 3\sqrt{3}$.

Qua G kẻ đường thẳng song song với AB cắt SB tại N, qua N kẻ song song với BC cắt SC tại P, qua P kẻ đường thẳng song song với CD cắt SD tại Q.

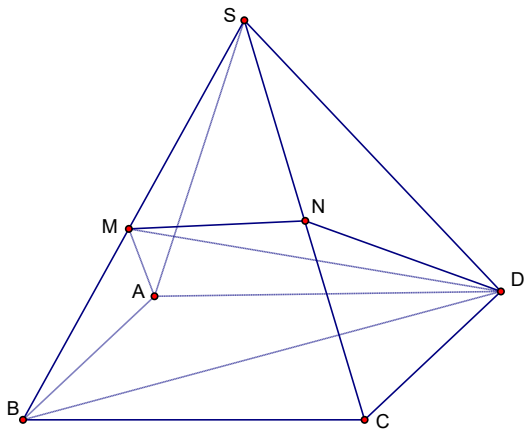
Ta có: $V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = 2V_{S.MNP}$.

$$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{8}{27}V_{S.ABC} = \frac{8}{27}.\frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{8}{27}.\frac{1}{3}.\frac{3\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}\left(3\sqrt{3}\right)^2 = 6.$$

$\Rightarrow V_{S.MNPQ} = 12$.

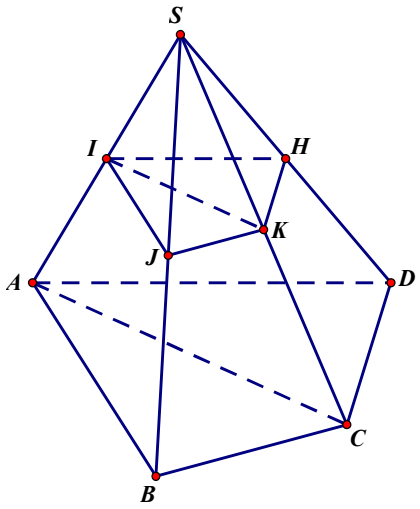
Câu 130. Chọn D



Ta có $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3}{2}$

$\dfrac{V_{S.AMD}}{V_{S.ABD}} = \dfrac{SM}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow V_{S.AMD} = \dfrac{a^3}{4}$, $\dfrac{V_{S.MND}}{V_{S.BCD}} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMD} = \dfrac{a^3}{8}$.

Từ đó suy ra $V_{S.AMND} = V_{S.AMD} + V_{S.MND} = \dfrac{a^3}{4} + \dfrac{a^3}{8} = \dfrac{3a^3}{8}$.

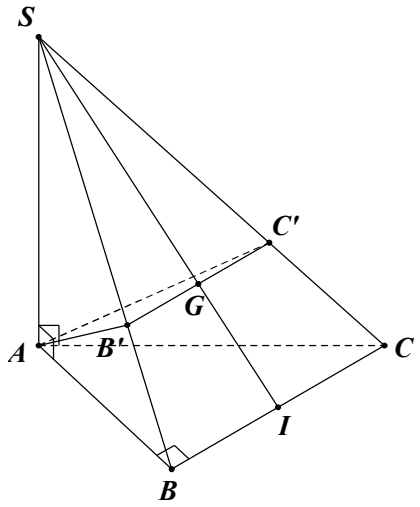


Câu 131.

Ta có : $\frac{V_{S.IJK}}{V_{S.ABC}}=\frac{SI}{SA}.\frac{SJ}{SB}.\frac{SK}{SC}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{S.ABC}=8V_{S.IJK}$.

Tương tự : $\frac{V_{S.IKH}}{V_{S.ACD}}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{S.ACD}=8V_{S.IKH}$.

Suy ra : $V_{S.ABCD}=V_{S.ABC}+V_{S.ACD}=8\left(V_{S.IJK}+V_{S.IKH}\right)=8V_{S.IJKH}=8$.



Câu 132.

Xét tam giác vuông cân ABC có $AB^2+BC^2=AC^2\Rightarrow 2AB^2=\left(a\sqrt{2}\right)^2\Rightarrow AB^2=a^2\Rightarrow AB=a$.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2}{2}$

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{a^3}{3}$.

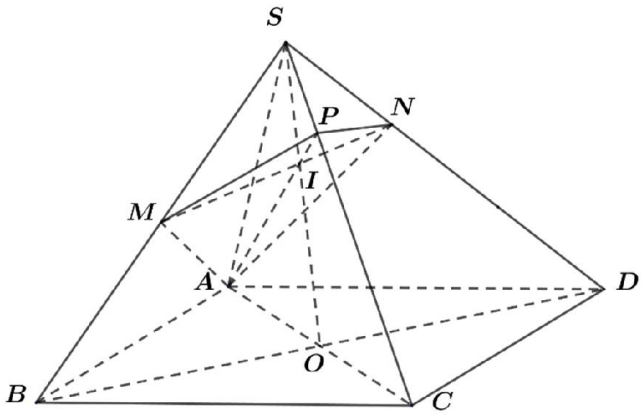
Gọi I là trung điểm của BC. Ta có $\frac{SB'}{SB}=\frac{SC'}{SC}=\frac{SG}{SI}=\frac{2}{3}$.

Ta có $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA.SB'.SC'}{SA.SB.SC}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$.

$\Rightarrow V_{S.AB'C'}=\frac{4}{9}.\frac{a^3}{3}=\frac{4a^3}{27}$.

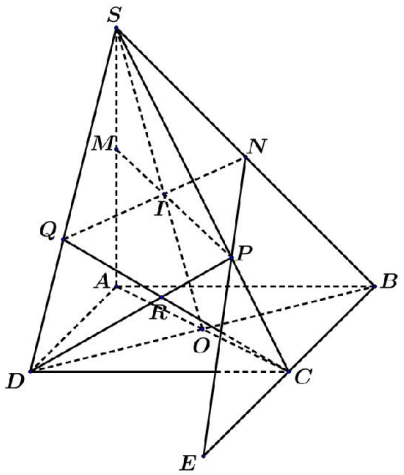
Câu 133. Gọi O là tâm $ABCD$, I là giao điểm của MN và SO. Khi đó P là giao điểm của AI và SC.

+) Mặt phẳng (AMN) cắt hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành theo thiết diện là tứ giác $AMPN$ nên ta có $\frac{SA}{SA}+\frac{SC}{SP}=\frac{SB}{SM}+\frac{SD}{SN}\Leftrightarrow\frac{SC}{SP}=4\Leftrightarrow\frac{SP}{SC}=\frac{1}{4}$.



+) Xét hình chóp $S.ABCD$ có: $V_{S.BCD}=\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}=24$.

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.BDC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{24}\Rightarrow V_{S.MNP}=1$.



Câu 134.

Gọi $O=AC\cap BD, I=MP\cap SO\Rightarrow Q=NI\cap SD$

ÁP dụng định lí Menelauyt cho tam giác SBC với cát tuyết $\overline{NPE}$, ta được $\frac{NB}{NS}.\frac{PS}{PC}.\frac{EC}{EB}=1\Rightarrow CE=CB$ (1)

Do $\overline{MIP}$ nên $\overrightarrow{SI}=x\overrightarrow{SP}+(1-x)\overrightarrow{SM}=x\frac{2}{3}\overrightarrow{SC}+(1-x)\frac{4}{9}\overrightarrow{SA}$

$\overrightarrow{SI}=k\overrightarrow{SO}=k\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}\right)\Rightarrow x=\frac{3}{5},k=\frac{8}{15}$. Tương tự với ba điểm thẳng hàng N,I,Q ta có $\overrightarrow{SQ}=\frac{4}{7}\overrightarrow{SD}$ (2)

ÁP dụng định lí Menelauyt cho tam giác SCQ với cát tuyết $\overline{PRD}$, ta được $\frac{RQ}{RC}=\frac{6}{7}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có

$S_{PRQ}=\frac{6}{13}S_{PQC}=\frac{6}{13}.\frac{1}{3}S_{SQC}=\frac{2}{13}.\frac{4}{7}.S_{SDC}=\frac{8}{91}S_{SDC}$

$\Rightarrow V_{EPQR}=\frac{8}{91}V_{ESDC}=\frac{8}{91}V_{SBDC}=\frac{4}{91}V_{SABCD}\Rightarrow V_{SABCD}=\frac{18.91}{4}$

Do đó $V_{SMNPQ}=V_{SMNP}+V_{SMPQ}=\left(\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD}\right)\frac{V_{SABCD}}{2}$

$=\left(\frac{4}{9}.\frac{2}{3}.\frac{1}{2}+\frac{2}{3}.\frac{4}{9}.\frac{4}{7}\right).\frac{V_{SABCD}}{2}=65\text{cm}^3$

Dạng 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ BÀI TOÁN CỰC TRỊ

Câu 135. Chọn C

Gọi x là chiều rộng, ta có chiều dài là $2x$

Do diện tích đáy và các mặt bên là $6,7m^2$ nên có chiều cao $h=\frac{6,7-2x^2}{6x}$,

ta có $h>0$ nên $x<\sqrt{\frac{6,7}{2}}$.

Thể tích bể cá là $V(x)=\frac{6,7x-2x^3}{3}$ và $V'(x)=\frac{6,7-6x^2}{3}=0\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{6,7}{6}}$

Bảng biến thiên

x	0		$\sqrt{\frac{6,7}{6}}$		$\sqrt{\frac{6,7}{2}}$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	$1,57m^3$	↘	0

Bể cá có dung tích lớn nhất bằng $1,57\text{m}^3$.

Câu 136. Chọn D

Gọi $x,2x,h$ lần lượt là chiều rộng, dài, cao của bể cá.

Ta có $2x^2+2(xh+2xh)=5,5\Leftrightarrow h=\frac{5,5-2x^2}{6x}$ (Điều kiện $0<x<\sqrt{\frac{5,5}{2}}$).

Thể tích bể cá $V=2x^2.\frac{5,5-2x^2}{6x}=\frac{1}{3}(5,5x-2x^3)$.

$V'=\frac{1}{3}(5,5-6x^2)$. $V'=0\Rightarrow x=\sqrt{\frac{5,5}{6}}$.

Lập BBT suy ra $V_{\max}=\frac{11\sqrt{33}}{54}\approx 1,17\ m^3$.

Câu 137. Thể tích của bế cá: $V=3ab=72\,\text{dm}^3\Leftrightarrow b=\frac{72}{3a}=\frac{24}{a}$, với $a,b>0$.

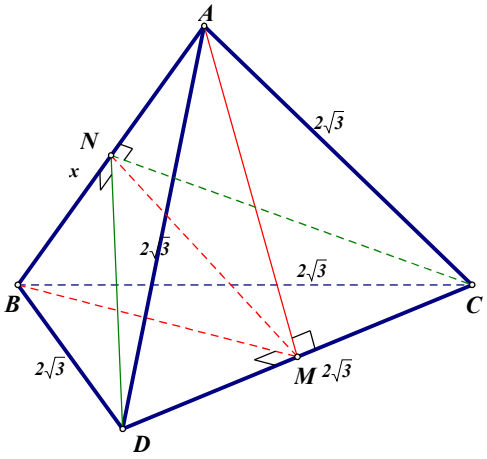
Diện tích kính để làm bể cá như hình vẽ:

$S=3.3a+2.3b+ab=9a+6.\frac{24}{a}+a.\frac{24}{a}=9a+\frac{144}{a}+24\ge 2\sqrt{9a.\frac{144}{a}}+24\Leftrightarrow S\ge 96$.

$S=96\Leftrightarrow 9a=\frac{144}{a}\Leftrightarrow a=4\Rightarrow b=6$.

Vậy để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất thì $a=4\,\text{dm}$; $b=6\,\text{dm}$.

Câu 139. Chọn B



Gọi M,N lần lượt là trung điểm của CD và AB.

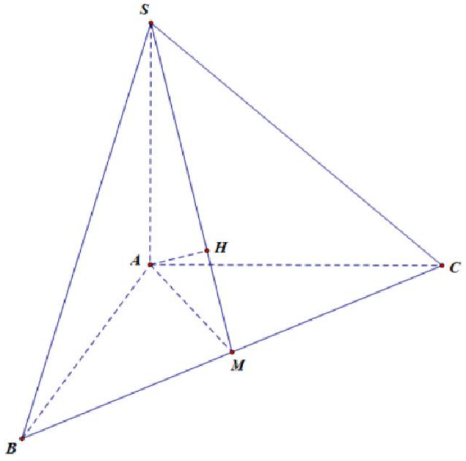
Ta có $\left.\begin{matrix} CD\perp MB \\ CD\perp MA \end{matrix}\right\}\Rightarrow CD\perp (MAB)\Rightarrow \begin{cases} CD\perp MN \\ CD\perp AB \end{cases}$.

Tam giác MAB cân tại M nên $MN\perp AB$.

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.CD.d(AB,CD).\sin(AB,CD)=\frac{1}{6}x.2\sqrt{3}.MN.\sin 90^\circ$

$=\frac{1}{6}x.2\sqrt{3}.\sqrt{3^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{6}x.\sqrt{36-x^2}\le\frac{\sqrt{3}}{6}.\left[\frac{x^2+(36-x^2)}{2}\right]=3\sqrt{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\sqrt{36-x^2}\Leftrightarrow x=3\sqrt{2}$.



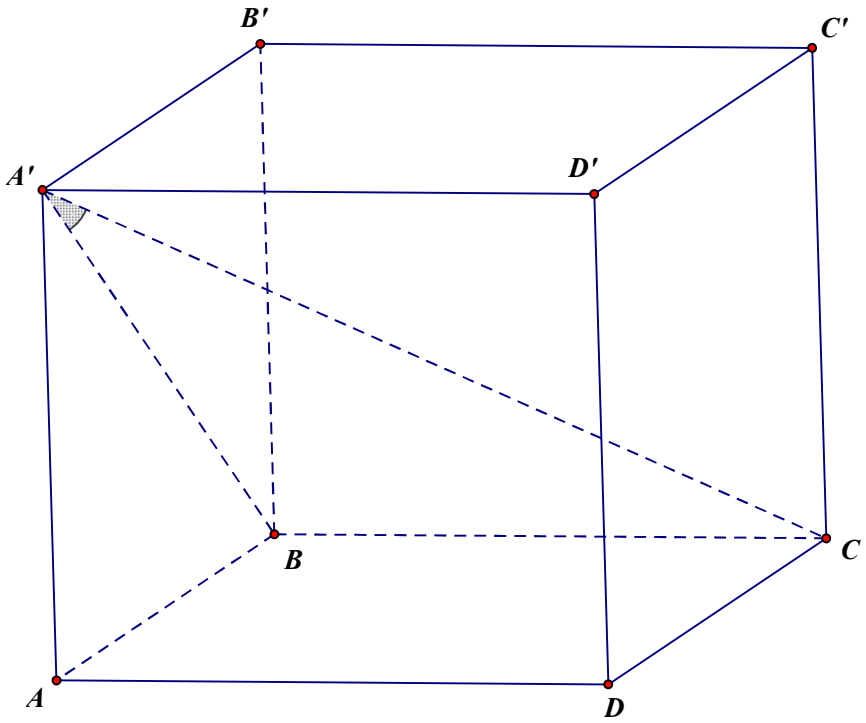
Câu 140.

Đặt $SA=h, AB=AC=a$. Ta có

$d(A;(SBC))=AH=3;\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}\Leftrightarrow\frac{1}{9}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{h^2}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{a^4h^2}}\Rightarrow a^2h\ge 6$.

$\widehat{((SBC),(ABC))}=\widehat{SMA}=\alpha$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{6}a^2h\ge 1$. Thể tích nhỏ nhất bằng 1 khi $a=h\Rightarrow SM=a\sqrt{\frac{3}{2}}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{AM}{SM}=\frac{a\sqrt{2}}{2}\frac{\sqrt{2}}{a\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.



Câu 141.

Ta có $\left.\begin{matrix} BC\perp BB' \\ BC\perp AB \end{matrix}\right\}\Rightarrow CB\perp (ABB'A')\Rightarrow A'B$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABB'A')\Rightarrow$ góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ là góc $(A'B,A'C)=\widehat{BA'C}$ (vì $\widehat{BA'C}$ nhọn do $\Delta BA'C$ vuông tại B). Vậy $\widehat{BA'C}=30°$.

Ta có $A'B=\dfrac{BC}{\tan\widehat{BA'C}}=\dfrac{1}{\tan 30°}=\sqrt{3}$; $A'A=\sqrt{A'B^2-AB^2}=\sqrt{3-x^2}$.

$$V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AD.AA'=x\sqrt{3-x^2}\le\frac{x^2+\left(3-x^2\right)}{2}=\frac{3}{2}.$$

Dấu $=$ xảy ra $\Leftrightarrow x=\sqrt{3-x^2}\Leftrightarrow x^2=3-x^2=x=\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ (vì $x>0$).

Vậy $V_{max}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 142. Ta có thể tích chiếc hộp: $V=x^2h=32$ (đvtt), với $x,h>0$. Suy ra $h=\dfrac{32}{x^2}$.

Phần mạ vàng của chiếc hộp: $S=2x^2+8xh\ =2x^2+8x.\dfrac{32}{x^2}=2x^2+\dfrac{256}{x}$.

Cách 1

Ta có $2x^2+\dfrac{256}{x}=2x^2+\dfrac{128}{x}+\dfrac{128}{x}\ge 3\sqrt[3]{2x^2.\dfrac{128}{x}.\dfrac{128}{x}}=96$ (BĐT AM-GM).

Đẳng thức xảy ra khi $2x^2=\dfrac{128}{x}$ hay $x=4$, khi đó $h=2$.

Cách 2.

Xét hàm số $f(x)=2x^2+\dfrac{256}{x}$ với $x>0$.

Ta có $f'(x)=4x-\frac{256}{x^2}=\frac{4x^3-256}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-256\Leftrightarrow x=4$; $f(4)=96$.

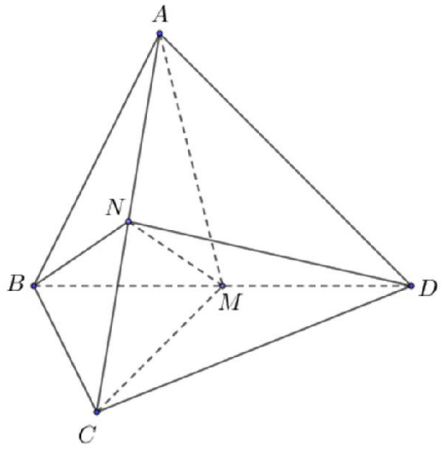
BBT

x		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$		‖ $+\infty$	↘	96	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt GTNN tại $x=4$, khi đó $h=2$.

Vậy phương án A đúng.

Câu 143. Chọn A



Gọi M,N lần lượt là trung điểm của BD, AC. Đặt $BD=2x$, $AC=2y$ $(x,y>0)$.

Ta có $CM\perp BD, AM\perp BD\Rightarrow BD\perp(AMC)$.

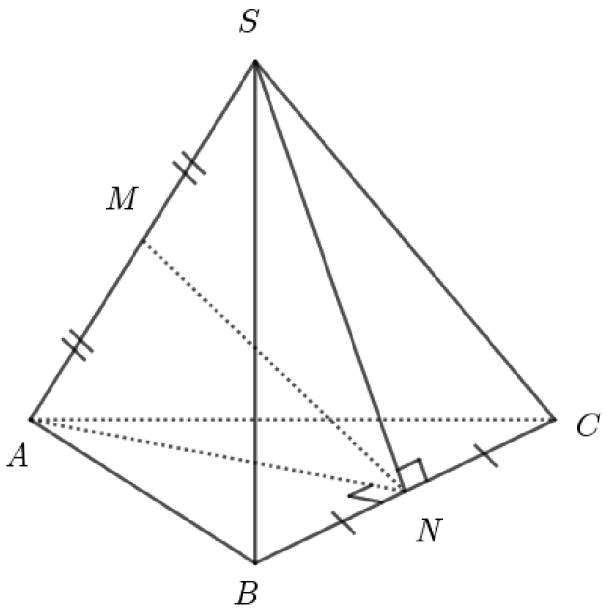
Ta có $MA=MC=\sqrt{1-x^2}$, $MN=\sqrt{1-x^2-y^2}$, $S_{AMC}=\frac{1}{2}MN.AC=\frac{1}{2}y.\sqrt{1-x^2-y^2}$.

$$V_{ABCD}=\frac{1}{3}.DB.S_{AMC}=\frac{1}{3}.2x.y\sqrt{1-x^2-y^2}=\frac{2}{3}\sqrt{x^2.y^2.\left(1-x^2-y^2\right)}\le\frac{2}{3}\sqrt{\frac{\left(x^2+y^2+1-x^2-y^2\right)^3}{27}}$$

$\Rightarrow V_{ABCD}\le\frac{2\sqrt{3}}{27}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x=y=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $\frac{2\sqrt{3}}{27}$.

Câu 144. Chọn C



Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,BC và đặt $2a=x,2b=y.$

$BC\perp AN,BC\perp SN\Rightarrow BC\perp (SAN)$

$V_{SABC}=V_{BSAN}+V_{CSAN}=2V_{BSAN}=\frac{1}{3}BC.S_{SAN}$

$AN^2=\frac{AB^2+AC^2}{2}-\frac{BC^2}{4}=1-b^2\Rightarrow MN^2=AN^2-MA^2=1-b^2-a^2$

$\Rightarrow S_{SAN}=\frac{1}{2}SA.NM=a\sqrt{1-a^2-b^2}$

$\Rightarrow V_{SABC}=\frac{1}{3}2ab\sqrt{1-a^2-b^2}\Rightarrow V^2{}_{SABC}=\frac{1}{9}.4a^2b^2.\left(1-a^2-b^2\right)\le\frac{4}{9}.\left(\frac{a^2+b^2+1-a^2-b^2}{3}\right)^3$

$\Rightarrow V^2{}_{SABC}\le\frac{4}{243}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a^2=b^2=1-a^2-b^2\Leftrightarrow a=b=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow x=y=\frac{2}{\sqrt{3}}\Rightarrow x+y=\frac{4}{\sqrt{3}}.$

Câu 145. Chọn A

+) Gọi độ dài $AB=a,AD=b$ và $AA'=c$

Ta có tổng diện tích tất cả các mặt là 36 nên $2ab+2bc+2ca=36\Leftrightarrow ab+bc+ca=18\ (1)$

Do độ dài đường chéo AC' bằng 6 nên $a^2+b^2+c^2=36\ (2)$

+) Thể tích khối hộp là $V=abc$

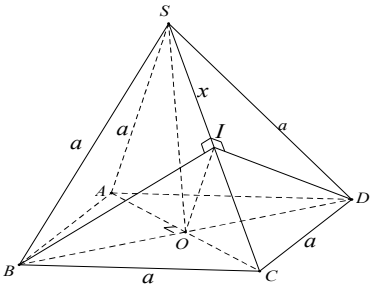
Ta có $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=72\Leftrightarrow a+b+c=6\sqrt{2}$

Từ $(1)\Leftrightarrow ab=18-c(a+b)=18-c\left(6\sqrt{2}-c\right)=c^2-6\sqrt{2}c+18$

Nên $V=abc=c^3-6\sqrt{2}c^2+18c=f(c),\ c\in\left(0;6\sqrt{2}\right)$

Ta có $f'(c)=3c^2-12\sqrt{2}c+18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=3\sqrt{2}\\c=\sqrt{2}\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên ta được $\underset{\left(0;6\sqrt{2}\right)}{Max}V=f\left(\sqrt{2}\right)=8\sqrt{2}$



Câu 146.

□ Gọi I là trung điểm SC, $O = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} BI \perp SC \\ DI \perp SC \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$

Mà $ABCD$ là hình thoi nên $BD \perp AC$

Khi đó, $BD \perp (SAC)$.

□ $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{B.SAC}$.

□ $AO^2 = AB^2 - BO^2 = AB^2 - \left(BI^2 - OI^2\right) = AB^2 - \left(SB^2 - SI^2\right) + OI^2 = \dfrac{x^2 + a^2}{4}$

$\Rightarrow AC^2 = 4AO^2 = x^2 + a^2 = SA^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S.

□ $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \dfrac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2}$.

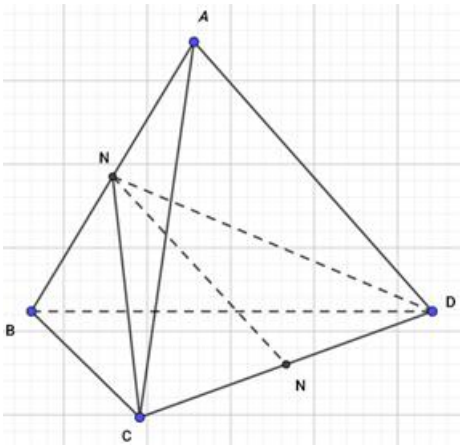
$\Rightarrow V_{S.ABCD} = 2V_{B.SAC} = 2 \cdot \dfrac{1}{3} BO \cdot \dfrac{1}{2} SA \cdot SC = \dfrac{1}{3} \dfrac{\sqrt{3a^2 - x^2}}{2} \cdot a \cdot x = \dfrac{ax\sqrt{3a^2 - x^2}}{6}$.

□ Ta có $x\sqrt{3a^2 - x^2} = \sqrt{x^2 . \left(3a^2 - x^2\right)} \le \dfrac{x^2 + \left(3a^2 - x^2\right)}{2} = \dfrac{3a^2}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD} \le \dfrac{a^3}{4}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = 3a^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy, thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow m = 6; n = 2$

$\Rightarrow m + 2n = 10$.



Câu 147.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD.

Tam giác ADB, CAB là hai tam giác cân cạnh đáy AB nên $DM \perp AB$ và $CM \perp AB$. Suy ra $AB \perp (MCD)$.

$V_{ABCD}=V_{B.MCD}+V_{A.MCD}=\frac{1}{3}.BM.S_{MCD}+\frac{1}{3}.AM.S_{MCD}=\frac{x}{3}.S_{MCD}$.

Tam giác $\Delta ABC=\Delta ABD(c.c.c)$ nên $CM=DM\Rightarrow MN\perp CD$.

$S_{MCD}=\frac{1}{2}.CD.MN=\frac{1}{2}y.\sqrt{MC^2-CN^2}=\frac{1}{2}y.\sqrt{\left(BC^2-BM^2\right)-CN^2}=\frac{1}{2}y\sqrt{4-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}}$

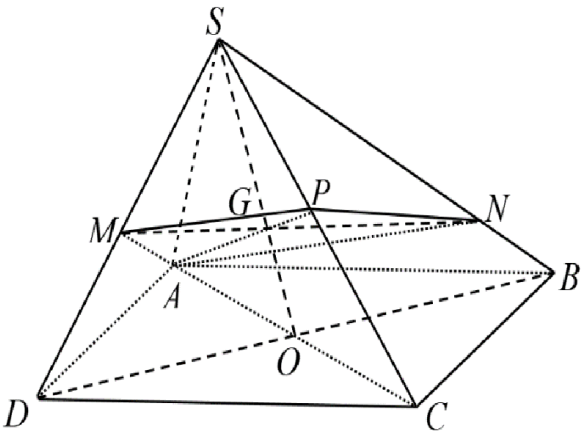
$=\frac{1}{4}y\sqrt{16-\left(x^2+y^2\right)}$.

$V_{ABCD}=\frac{xy}{12}\sqrt{16-\left(x^2+y^2\right)}\le\frac{xy}{12}\sqrt{16-2xy}=\frac{1}{12}\sqrt{xy.xy.(16-2xy)}$

$\le\frac{1}{12}\sqrt{\left(\frac{xy+xy+(16-2xy)}{3}\right)^3}=\frac{1}{12}\sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^3}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}x=y\\xy=16-2xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y\\xy=\frac{16}{3}\end{cases}$.

Vậy thể tích $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất khi $xy=\frac{16}{3}$.



Câu 148.

Gọi $O=AC\cap BD$, $G=AP\cap SO$, suy ra G là trọng tâm tam giác SAC.

Gọi (P) là mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N.

Dễ thấy: $\begin{cases}(P)\cap(SBD)=MN\\(P)\cap(SAC)=AP\\(SBD)\cap(SAC)=SO\end{cases}\Rightarrow MN$, AP, SO đồng quy hay M, N, G thẳng hàng.

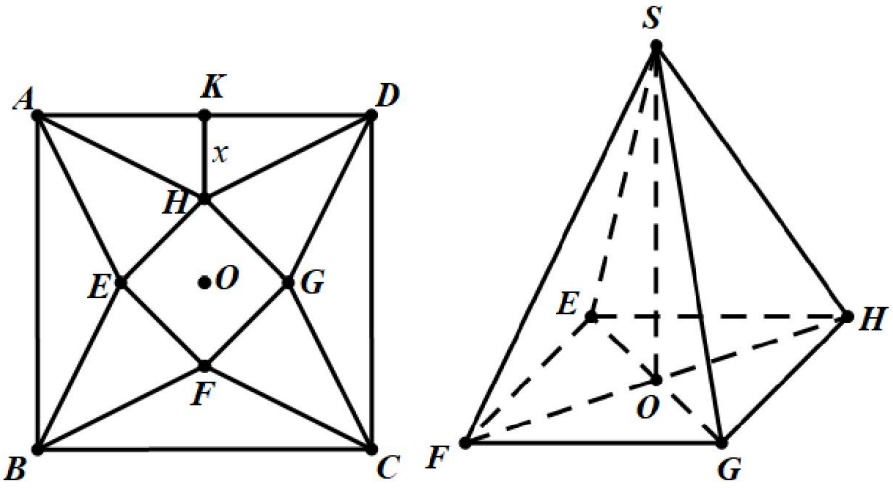
Đặt: $x=\frac{SM}{SD}\ (0<x\le 1)$ và $y=\frac{SN}{SB}\ (0<y\le 1)$.

$\Rightarrow\frac{V_1}{V}=\frac{1}{2}\left(\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ADC}}+\frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABP}}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SD}.\frac{SP}{SC}+\frac{SA}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{4}(x+y)$.

Từ tỷ lệ: $\frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{S_{\Delta SMG}}{S_{\Delta SDO}}+\frac{S_{\Delta SNG}}{S_{\Delta SBO}}\right)\Leftrightarrow\frac{SM}{SD}.\frac{SN}{SB}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SD}.\frac{SG}{SO}+\frac{SN}{SB}.\frac{SG}{SO}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{SM}{SD}+\frac{SN}{SB}\right)$.

$\Rightarrow xy=\frac{1}{3}(x+y)$. Lại có: $(x-1)(y-1)\ge 0\Rightarrow xy-(x+y)+1\ge 0$.

Từ đó suy ra: $-\frac{2}{3}(x+y)+1\ge 0$ hay $x+y\le\frac{3}{2}$. Vậy $\frac{V_1}{V}$ lớn nhất bằng $\frac{3}{8}$.



Câu 149.

Gọi K là trung điểm AD, đặt $HK=x, 0<x\le\frac{5}{2}$.

Ta có $EF=FG=GH=HE=\left(\frac{5}{2}-x\right)\sqrt{2}$; $HD=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+x^2}$.

Suy ra $SO=\sqrt{SH^2-OH^2}=\sqrt{HD^2-OH^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+x^2-\left(\frac{5}{2}-x\right)^2}$.

Ta có $V=\frac{1}{3}.2.\left(\frac{5}{2}-x\right)^2\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+x^2-\left(\frac{5}{2}-x\right)^2}=\frac{2}{3}.\left(\frac{5}{2}-x\right)^2.\sqrt{5x}$.

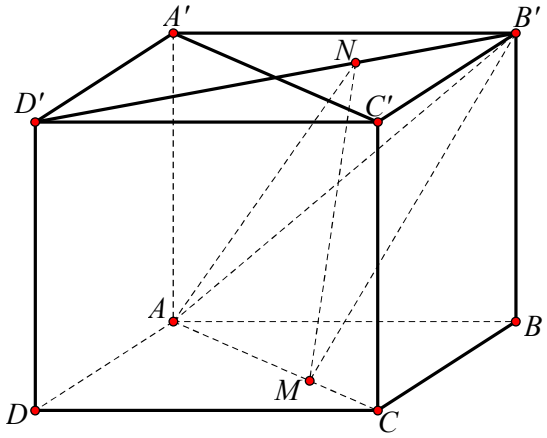
$\Rightarrow V'=\frac{2}{3}\left[-2\left(\frac{5}{2}-x\right)\sqrt{5x}+\left(\frac{5}{2}-x\right)^2\frac{5}{2\sqrt{5x}}\right]$, $V'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5}{2}\\ x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$
V'		$+$	0	$-$	0
V		↗	$\frac{4\sqrt{10}}{3}$	↘	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $V_{\max}=\frac{4\sqrt{10}}{3}$ khi $x=\frac{1}{2}$.

Câu 150. Chọn A



Ta có $V_{AB'MN}=\frac{1}{3}d\left(N,\left(AB'M\right)\right).S_{\Delta AB'M}$

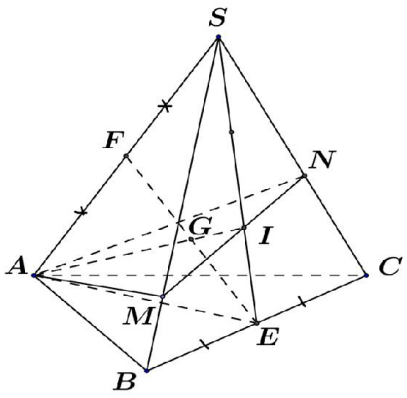
Do $ACB'D'$ là tứ diện đều nên $\sin\left(\widehat{B'D',\left(AB'M\right)}\right)=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\sin\widehat{B'AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

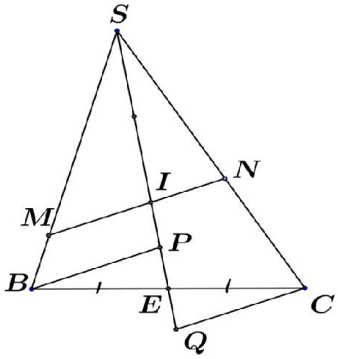
Suy ra $V_{AB'MN}=\frac{1}{3}\left(B'N.\sin\left(\widehat{B'D',\left(AB'M\right)}\right)\right).\frac{1}{2}AB'.AM.\sin\widehat{B'AM}=\frac{a}{6}.AM.B'N$

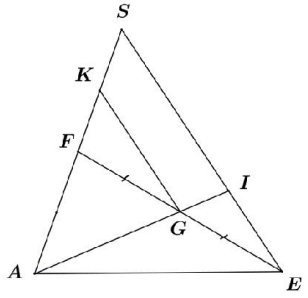
$\le\frac{a}{6}\left(\frac{AM+B'N}{2}\right)^2=\frac{a^3}{12}$

Vậy $\left(V_{AB'MN}\right)_{\max}=\frac{a^3}{12}$

Câu 151.







Gọi E,F,G lần lượt là trung điểm BC,SA,EF suy ra G là trọng tâm tứ diện $SABC$. Điểm I là giao điểm của AG và SE. Qua I dựng đường thẳng cắt các cạnh SB,SC lần lượt tại M,N. Suy ra $\left(AMN\right)$ là mặt phẳng quay quanh AG thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Kẻ $GK // SE, (K \in SA)$ suy ra K là trung điểm FS.

$\Rightarrow \frac{KG}{SI} = \frac{AK}{AS} = \frac{3}{4}$. Mà $\frac{KG}{SE} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SI}{SE} = \frac{2}{3}$.

Cách 1:

Kẻ $BP // MN, CQ // MN$; $(P, Q \in SE)$.

Ta có: $\frac{SM}{SB} = \frac{SI}{SP}; \frac{SN}{SC} = \frac{SI}{SQ}$.

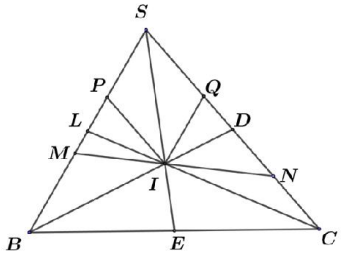
$\Rightarrow \Delta BEP = \Delta CEQ \Rightarrow E$ là trung điểm $PQ \Rightarrow SP + SQ = 2SE$ (đúng cả trong trường hợp $P \equiv Q \equiv E$).

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC} = 1.\frac{SI}{SP}.\frac{SI}{SQ} \overset{AM-GM}{\geq} \frac{SI^2}{\frac{(SP+SQ)^2}{4}} = \frac{SI^2}{SE^2} = \left(\frac{SI}{SE}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $SP = SQ = SE$. Hay $P \equiv Q \equiv E \Leftrightarrow MN // BC$.

Cách 2:

Ta chứng minh được $\frac{SB}{SM} + \frac{SC}{SN} = 3$.



Thật vậy, qua I kẻ các đường thẳng lần lượt song song SB, SC cắt SC, SB tương ứng tại D, L.

Ta có: $\left.\begin{array}{l}\frac{SB}{IQ} = \frac{DB}{DI} = 3 \\ \frac{IQ}{SM} = \frac{NI}{NM}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{SB}{IQ}.\frac{IQ}{SM} = 3.\frac{NI}{NM} \Leftrightarrow \frac{SB}{SM} = \frac{3NI}{NM}, (1)$.

Lại có: $\left.\begin{array}{l}\frac{SC}{IP} = \frac{LC}{LI} = 3 \\ \frac{IP}{SN} = \frac{MI}{MN}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{SC}{IP}.\frac{IP}{SN} = 3.\frac{MI}{MN} \Leftrightarrow \frac{SC}{SN} = \frac{3MI}{MN}, (2)$.

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{SB}{SM} + \frac{SC}{SN} = 3\left(\frac{NI}{NM} + \frac{MI}{MN}\right) = 3$.

Đặt $x = \frac{SB}{SM}; y = \frac{SC}{SN}$. Suy ra $x + y = 3$.

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC} = \frac{1}{xy} \overset{AM-GM}{\geq} \frac{1}{\frac{(x+y)^2}{4}} = \frac{4}{9}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \frac{3}{2} \Leftrightarrow MN // BC$.

Cách 3:

Đặt $\frac{SB}{SM} = x$; $\frac{SC}{SN} = y$, với $x > 0$, $y > 0$.

Ta có $\overrightarrow{SI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{SE}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC})=\frac{1}{3}(x\overrightarrow{SM}+y\overrightarrow{SN})=\frac{x}{3}\overrightarrow{SM}+\frac{y}{3}\overrightarrow{SN}$.

Do I, M, N thẳng hàng nên $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1\Leftrightarrow x+y=3$.

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{1}{x}.\frac{1}{y}=\frac{1}{xy}\geq\frac{1}{(\frac{x+y}{2})^2}=\frac{4}{9}$.

Vậy $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{4}{9}$ khi $x=y$, hay MN đi qua I và song song với BC.