

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 - \frac{3}{2}$

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Tìm m để phương trình $-x^4 + 2x^2 - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 2 (1,0 điểm)

- 1) Cho hàm số $y = x + \cos x - \sqrt{3} \sin x$. Giải phương trình $y' = 0$.
- 2) Giải phương trình $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$

Câu 3 (1,0 điểm) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$, trục hoành và đường thẳng $x = 0$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay D xung quanh trục Ox .

Câu 4 (1,0 điểm)

- 1) Tìm các số thực a, b sao cho phương trình $z^2 + a\bar{z} + b = 0$ nhận $z = 2 - 3i$ làm nghiệm.
- 2) Gọi E là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 7. Xác định số phần tử của E. Chọn ngẫu nhiên một số từ E, tính xác suất để số được chọn là số lẻ.

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S):

$(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ giao

điểm của Δ và (S). Viết phương trình mặt phẳng song song với Δ và trục Ox đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 3HA$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB theo a .

Câu 7 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 + xy - 5x + y + 2 = \sqrt{y-2x+1} - \sqrt{3-3x} \\ x^2 - y - 1 = \sqrt{4x+y+5} - \sqrt{x+2y-2} \end{cases}$$

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi K là điểm đối xứng của A qua C. Đường thẳng đi qua K vuông góc với BC cắt BC tại E và cắt AB tại N(-1; 3). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết $\widehat{AEB} = 45^\circ$, phương trình đường thẳng BK là $3x + y - 15 = 0$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 3.

Câu 9 (1,0 điểm) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $4(a+b+c) - 9 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \left(a + \sqrt{a^2 + 1}\right)^b \left(b + \sqrt{b^2 + 1}\right)^c \left(c + \sqrt{c^2 + 1}\right)^a$

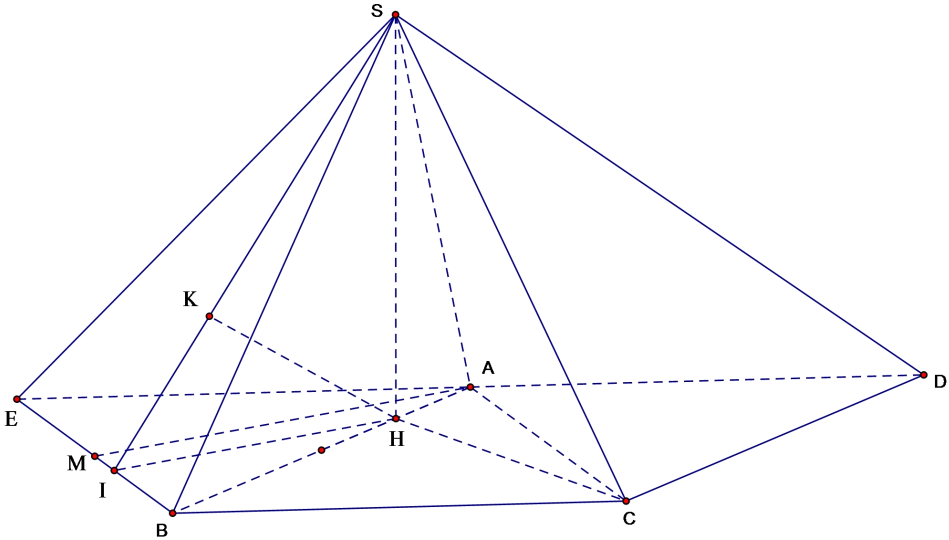
.....Hết.....

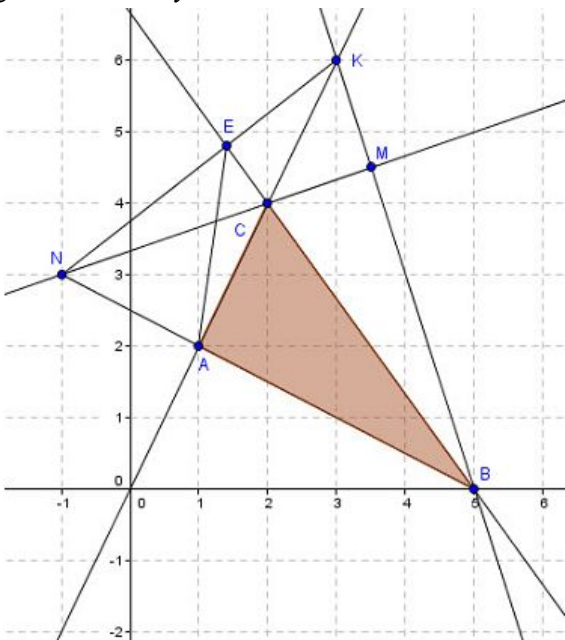
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 - \frac{3}{2}$	1,00
		TXĐ: $\mathbb{R}$. $y' = -2x^3 + 2x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$	0,25
		Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$ Điểm cực đại $(\pm 1; 0)$, điểm cực tiểu $\left(0; -\frac{3}{2}\right)$	0,25
		$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$. Lập được bảng biến thiên	0,25
		Vẽ đúng đồ thị	0,25
1	2	Tìm m để phương trình $-x^4 + 2x^2 - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt	1,00
		Viết lại phương trình dưới dạng $-\frac{1}{2}x^4 + x^2 - \frac{3}{2} = \frac{m-3}{2}$	0,25
		Pt có 4 nghiệm $\Leftrightarrow y = \frac{m-3}{2}$ cắt (C) tại 4 điểm pb	0,25
		Từ đồ thị suy ra $-\frac{3}{2} < \frac{m-3}{2} < -1$	0,25
		$0 < m < 1$	0,25
2	1	Cho hàm số $y = x + \cos x - \sqrt{3} \sin x$. Giải phương trình $y' = 0$.	0,50
		$y' = 1 - \sin x - \sqrt{3} \cos x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
2	2	Giải phương trình $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$	0,50
		Đặt $t = 3^x, t > 0$ ta được $t^2 - 7t - 18 = 0 \Leftrightarrow t = 9$ (TM), $t = -2$ (Loại)	0,25
		$t = 9 \Rightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$	0,25
3		Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$, trục hoành và đường thẳng $x = 0$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay D xung quanh trục Ox .	1,00
		$\frac{x+2}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -2$.	0,25

		Gọi V là thể tích khối tròn xoay thu được thì $V = \pi \int_{-2}^0 \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2 dx$	
		$V = \pi \int_{-2}^0 \left(1 + \frac{3}{x-1} \right)^2 dx = \pi \int_{-2}^0 \left(1 + \frac{6}{x-1} + \frac{9}{(x-1)^2} \right) dx$	0,25
		$= \pi \left(x + 6 \ln x-1 - \frac{9}{x-1} \right) \Big _{-2}^0$	0,25
		$V = (8 - 6 \ln 3) \pi$	0,25
4	1	Tìm các số thực a, b sao cho phương trình $z^2 + a\bar{z} + b = 0$ nhận $z = 2 - 3i$ làm nghiệm	0,50
		$z = 2 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 2 + 3i$. Thay vào pt ta được $(2 - 3i)^2 + a(2 + 3i) + b = 0$ $\Leftrightarrow 2a + b - 5 + (3a - 12)i = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b - 5 = 0 \\ 3a - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -3 \end{cases}$	0,25
4	2	Gọi E là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 7. Xác định số phần tử của E. Chọn ngẫu nhiên một số từ E, tính xác suất để số được chọn là số lẻ.	0,50
		Mỗi số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt có thể coi là một chỉnh hợp chập 3 của 5 pt đã cho. Do đó số phần tử của E là $A_5^3 = 60$	0,25
		Gọi A là biến cố số được chọn là số lẻ $\Rightarrow n(A) = 3 \cdot A_4^2 = 36$ $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}$	0,25
5		Tìm tọa độ giao điểm của Δ và (S). Viết phương trình mặt phẳng song song với Δ và trục Ox đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).	1,00
		Δ có ptts là $x = 2 + t; y = 3 - 2t; z = -t$ thế vào pt (S) ta được $t^2 + (6 - 2t)^2 + (t + 1)^2 = 25$	0,25
		$3t^2 - 11t + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow A(5; -3; -3) \\ t = \frac{2}{3} \Rightarrow B\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right) \end{cases}$	0,25
		Gọi (P) là mp chứa Ox và song song Δ . Hai vectơ $\vec{i} = (1; 0; 0)$ và $\vec{u} = (1; -2; -1)$ không cùng phương, có giá song song hoặc nằm trên (P) nên (P) có vpt $\vec{n} = \vec{i} \wedge \vec{u} = (0; 1; -2) \Rightarrow (P): y - 2z + D = 0$	0,25
		(P) tiếp xúc (S) $\Leftrightarrow d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{ -3 - 2 + D }{\sqrt{5}} = 5$ $\Leftrightarrow D - 5 = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow D = 5 \pm 5\sqrt{5} \Rightarrow (P): y - 2z + 5 \pm 5\sqrt{5} = 0$	0,25
6		Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB theo a	1,00
		Tam giác BCH vuông tại B $\Rightarrow HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{5a}{2}$ Góc giữa SC và (ABCD) là góc $\widehat{SCH} \Rightarrow \widehat{SCH} = 45^\circ \Rightarrow$ tam giác SHC	0,25

		vuông cân tại H $\Rightarrow SH = HC = \frac{5a}{2}$	
		$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} 4a^2 \cdot \frac{5a}{2} = \frac{10}{3} a^3$	0,25
		Gọi E là đỉnh thứ 4 của hhh BCAE $\Rightarrow BE // AC$ $\Rightarrow d_{(AC;SB)} = d_{(AC;(SBE))} = d_{(A;(SBE))} = \frac{4}{3} d_{(H;(SBE))}$ (Do $AB = \frac{4}{3} HB$)	0,25
		Gọi M là trung điểm của BE. Tam giác ABE vuông cân tại A $\Rightarrow AM \perp BE, AM = a\sqrt{2}$ Kẻ HI // AM $\Rightarrow HI \perp BE, HI = \frac{3}{4} AM = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$ Kẻ HK $\perp SI \Rightarrow HK \perp (SBE) \Rightarrow d_{(H;(SBE))} = HK$ Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \frac{15}{2\sqrt{59}} a$ $\Rightarrow d_{(AC;SB)} = \frac{4}{3} \cdot \frac{15}{2\sqrt{59}} a = \frac{10}{\sqrt{59}} a$	0,25
			
7		Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 - y^2 + xy - 5x + y + 2 = \sqrt{y - 2x + 1} - \sqrt{3 - 3x} \\ x^2 - y - 1 = \sqrt{4x + y + 5} - \sqrt{x + 2y - 2} \end{cases}$	1,00
		ĐK: $y - 2x + 1 \geq 0, 4x + y + 5 \geq 0, x + 2y - 2 \geq 0, x \leq 1$ TH 1. $\begin{cases} y - 2x + 1 = 0 \\ 3 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ -1 = \sqrt{10} - 1 \end{cases}$ (Không TM hệ) TH 2. $x \neq 1, y \neq 1$. Đưa pt thứ nhất về dạng tích ta được $(x + y - 2)(2x - y - 1) = \frac{x + y - 2}{\sqrt{y - 2x + 1} + \sqrt{3 - 3x}}$	0,25
		$(x + y - 2) \left[\frac{1}{\sqrt{y - 2x + 1} + \sqrt{3 - 3x}} + y - 2x + 1 \right] = 0$. Do $y - 2x + 1 \geq 0$	0,25

		nên $\frac{1}{\sqrt{y-2x+1}+\sqrt{3-3x}} + y - 2x + 1 > 0 \Rightarrow x + y - 2 = 0$	
		Thay $y = 2 - x$ vào pt thứ 2 ta được $x^2 + x - 3 = \sqrt{3x+7} - \sqrt{2-x}$ $\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = \sqrt{3x+7} - 1 + 2 - \sqrt{2-x}$ $\Leftrightarrow (x+2)(x-1) = \frac{3x+6}{\sqrt{3x+7}+1} + \frac{2+x}{2+\sqrt{2-x}}$	0,25
		$\Leftrightarrow (x+2) \left[\frac{3}{\sqrt{3x+7}+1} + \frac{1}{2+\sqrt{2-x}} + 1 - x \right] = 0$ Do $x \leq 1$ nên $\frac{3}{\sqrt{3x+7}+1} + \frac{1}{2+\sqrt{2-x}} + 1 - x > 0$ Vậy $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2 \Rightarrow y=4$ (TMDK)	0,25
8		Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết $\widehat{AEB} = 45^\circ$, phương trình đường thẳng BK là $3x + y - 15 = 0$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 3 	1,00
		Tứ giác $ABKE$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AKB} = \widehat{AEB} = 45^\circ \Rightarrow \Delta AKB$ vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{ABK} = 45^\circ$	0,25
		Đt BK có vtpt $\vec{n}_1 = (3; 1)$, gọi $\vec{n}_2 = (a; b)$ là vtpt của đt AB và φ là góc giữa BK và $AB \Rightarrow \cos \varphi = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 } = \frac{ 3a + b }{\sqrt{10} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $3a + b = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 4a^2 + 6ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ a = -2b \end{cases}$ Với $a = -2b$, chọn $\vec{n}_2 = (-2; 1) \Rightarrow AB: -2x + y - 5 = 0 \Rightarrow B(2; 9)$ (Loại) Với $b = 2a$, chọn $\vec{n}_2 = (1; 2) \Rightarrow AB: x + 2y - 5 = 0 \Rightarrow B(5; 0)$ (TM)	0,25
		Tam giác BKN có BE và KA là đường cao $\Rightarrow C$ là trực tâm của $BKN \Rightarrow CN \perp BK \Rightarrow CN: x - 3y + 10 = 0$. ΔABK và ΔKCM vuông cân	0,25

		$\Rightarrow KM = \frac{1}{\sqrt{2}}CK = \frac{1}{2\sqrt{2}}AC = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}BK = \frac{BK}{4} \Rightarrow \overrightarrow{BK} = 4\overrightarrow{KM}$ $M = MN \cap BK \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right) \Rightarrow K(3; 6)$	
		AC qua K vuông góc AB $\Rightarrow AC: 2x - y = 0$ $A = AC \cap AB \Rightarrow A(1; 2)$. C là trung điểm của AK $\Rightarrow C(2; 4)$	0,25
9		Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $4(a + b + c) - 9 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \left(a + \sqrt{a^2 + 1}\right)^b \left(b + \sqrt{b^2 + 1}\right)^c \left(c + \sqrt{c^2 + 1}\right)^a$	1,00
		Ta có $\ln S = b \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) + c \ln(b + \sqrt{b^2 + 1}) + a \ln(c + \sqrt{c^2 + 1})$ Xét hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, $x > 0$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $\left(\frac{3}{4}; \ln 2\right)$ có phương trình $y = \frac{4}{5}x + \ln 2 - \frac{3}{5}$	0,25
		Chứng minh được $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \leq \frac{4}{5}x + \ln 2 - \frac{3}{5}$, $\forall x > 0$	0,25
		$\Rightarrow \ln(a + \sqrt{a^2 + 1}) \leq \frac{4}{5}a + \ln 2 - \frac{3}{5}$. Tương tự, cộng lại ta được $\ln S \leq \frac{4}{5}(ab + bc + ca) + \left(\ln 2 - \frac{3}{5}\right)(a + b + c)$	0,25
		Cuối cùng sử dụng bất đẳng thức $(ab + bc + ca) \leq \frac{1}{3}(a + b + c)^2$ và giả thiết $a + b + c = \frac{9}{4}$, rút gọn ta thu được $\ln S \leq \frac{9}{4} \ln 2$. Từ đó $S \leq 4\sqrt[4]{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \frac{3}{4}$. Vậy giá trị lớn nhất của S là $4\sqrt[4]{2}$.	0,25