

GV: TRẦN QUỐC NGHĨA

☎: 098 373 4349

Trường THPT

Họ và tên học sinh:

Lớp: STT:

Tài liệu tự học

TOÁN

LỚP 12 - NH 18-19

Chủ đề 1

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- *Tóm tắt lý thuyết*
- *Các dạng toán thường gặp*
- *Phương pháp giải toán*
- *Toán mẫu*
- *Bài tập cơ bản*
- *Bài tập nâng cao*
- *Bài tập tổng ôn*

Năm học 2018 - 2019

Lưu hành nội bộ

Vấn đề 1. TÍNH CHẤT ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

1. Định nghĩa:

Hàm số f xác định trên khoảng (đoạn hoặc nửa khoảng) K và $x_1, x_2 \in K$.

- Hàm số f gọi là đồng biến (tăng) trên K nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số f gọi là nghịch biến (giảm) trên K nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

2. Điều kiện cần để hàm số đơn điệu:

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu hàm số đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.
- Nếu hàm số nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$.

3. Điều kiện đủ để hàm số đơn điệu:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .

🔍 Chú ý:

- Nếu K là một đoạn hoặc nửa khoảng thì phải bổ sung giả thiết “Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó”. Chẳng hạn: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số đồng biến trên đoạn $[a; b]$.
- Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ (hoặc $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$) và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số điểm hữu hạn của K thì hàm số đồng biến trên khoảng K (hoặc nghịch biến trên khoảng K).

Dạng 1: Xét tính đơn điệu của hàm số

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập xác định
- Tính y'
- Cho $y' = 0$
- Lập bảng biến thiên
- Kết luận

🔍 Chú ý:

- Đối với hàm số nhất biến, không cho $y' = 0$ (Vì y' luôn dương hoặc luôn âm với mọi x thuộc tập xác định).
- Dấu của tam thức bậc hai: $P(x) = ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$).

- ✓ Nếu $P(x)=0$ có hai nghiệm thì $P(x)$ “Trong trái ngoài cùng”.

✓ Nếu $P(x)=0$ có nghiệm kép thì $P(x)$ luôn cùng dấu với a . Với mọi x khác nghiệm kép)

✓ Nếu $P(x)=0$ vô nghiệm thì $P(x)$ luôn cùng dấu với a . (Với mọi $x\in\mathbb{R}$)

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 1. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 2$.

Ví dụ 2. Xét chiều biến thiên của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

Ví dụ 3. Xét sự đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 5$.

Ví dụ 4. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 4$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Xét tính đơn điệu của hàm số a) $y = \sqrt{x^2 - x - 20}$ b) $y = x + 1 - \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Tìm khoảng đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x + \frac{1}{2}$ b) $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1$ c) $y = x^3 + x^2 + 5x - \frac{2}{3}$

Bài 2. Xét tính đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = -x^4 + 3x^2 + 1$ b) $y = x^4 + x^2 + \frac{1}{3}$

Bài 3. Xét chiều biến thiên của các hàm số sau:

a) $y = \frac{3-x}{x+3}$ b) $y = \frac{-5}{x-1}$

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 4. Xét sự đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{3x - 2}$ b) $y = \frac{-x^2}{x+1}$ c) $y = \frac{x^2 - 5}{x+2}$ d) $y = \frac{-x^2 + 2x}{x-1}$

Bài 5. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ b) $y = 3x + \sqrt{10 - x^2}$ c) $y = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$
d) $y = \frac{x}{\sqrt{16 - x^2}}$ e) $y = -x + \sqrt{x^2 + 8}$ f) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3}}$

Bài 6. Xét tính đơn điệu của các hàm số sau:

a) $y = x - \sin x$ b) $y = x + \cos^2 x$ c) $y = \cos 2x - 2x + 3$ d) $y = x + \sin^2 x$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.
 - Đạo hàm $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$.
 - ✓ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow ad - bc > 0$.
 - ✓ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow ad - bc < 0$.
- ✎ Chú ý: Điều kiện: $y' > 0$ (hoặc $y' < 0$) không có dấu “=”.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 9. Tìm m để hàm số $y = \frac{(m-1)x-2m}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

[illegible]

Ví dụ 10. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-2m+2}{x-m+1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

[illegible]

Ví dụ 11. Chứng minh rằng hàm số $y = 2 - m - \frac{m^2 + 1}{x + 2m}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Ví dụ 12. Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{(m - 1)x + m^2}{x + 2}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 7.** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx - m^2 + 3}{x + 2}$ đồng biến trên hai khoảng xác định của nó.
- Bài 8.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = 3m - \frac{m^2 - 3}{x + 2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
- Bài 9.** Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{m^2x - 1}{x + 2}$ luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
- Bài 10.** Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{mx + m^2 + 3}{x + 2}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Dạng 3: Tìm tham số (hoặc chứng minh) hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

▪ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

▪ $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

1. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a > 0 \end{cases}$.

2. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases}$.

✎ **Chú ý:**

✓ Điều kiện: $y' \geq 0$ (hoặc $y' \leq 0$) có dấu “=”.

✓ Nếu a có chứa tham số thì chia làm hai trường hợp: $a = 0$ và $a \neq 0$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 13. Tìm m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m^2 - 3m)x + m^3 - 2$ luôn đồng biến.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 14. Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 + (m-2)x + m$ luôn nghịch biến.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 15. Chứng minh hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + 2(m^2+2)x + m - 8$ luôn đồng biến.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 16. Chứng minh hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - (m^2 - 2m + 5)x + 3m - 1$ luôn nghịch biến.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 11. Tìm các giá trị của tham số m để các hàm số sau:

- a) $y = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + (2m + 1)x - 3m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- b) $y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (4 - 3m)x - m^2 + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- c) $y = \frac{(1-m)x^3}{3} - 2(2-m)x^2 + 2(2-m)x + 1$ luôn đồng biến.

Bài 12. Chứng minh hàm số:

- a) $y = (m+1)x^3 + x^2 + (2m^2 + 1)x - 3m + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- b) $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - (m^2 + 4)x + m$ luôn nghịch biến.

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 13. Với giá trị nào của m thì hàm số sau:

- a) $y = \sin x - mx$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- b) $y = x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- c) $y = (m-3)x + (2m+1)\sin x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- d) $y = mx - x^3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- e) $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- f) $y = x^3 - 3mx^2 + 4mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- g) $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (2m+5)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bài 14. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

- a) $\sin x < x, \forall x > 0$.
- b) $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}, \forall x \neq 0$.
- c) $\sin x + \tan x > 2x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- d) $\tan x > x + \frac{x^3}{3} \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- ## B. TOÁN MẪU

Ví dụ 18. Tìm tham số m để hàm số: $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-2)x^2 - m(m-3)x - \frac{1}{3}$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

C. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 15. Tìm các giá trị m để hàm số:

a) $y = x^3 + 3x^2 + (m+1)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

b) $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m-3)x + 4m$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

c) $y = x^3 - 3mx^2 + m - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

h) $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (2m+5)x + 2$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Dạng 5: [NC] Giải phương trình. Tìm tham số để phương trình (hoặc bất phương trình) có nghiệm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Biến đổi phương trình đã cho về dạng $g(x) = h(m)$ (hoặc $h(m) \geq g(x)$ hoặc $h(m) \leq g(x) \dots$).
 - Lập bảng biến thiên cho hàm số $y = g(x)$ và dựa vào bảng biến thiên này để kết luận.
- 📌 **Chú ý:** Nếu bài toán có đặt ẩn số phụ thì phải xác định điều kiện chính xác cho ẩn số phụ đó.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 19. Giải phương trình: $\sqrt{4x-1} + \sqrt{4x^2-1} = 1$

Ví dụ 23. Tìm tham số thực m để phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 5} \geq x^2 - 4x + m$ (1) có nghiệm thực trong đoạn $[2; 3]$.

C. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để các phương trình sau .

- a) $x^2 + (2 - m)x + 2 - m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$.
 b) $\cos^2 x + (1 - m)\cos x - 2m - 2 = 0$ có nghiệm.
 c) $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất.
 d) $x^6 + 3x^5 - 6x^4 - mx^3 - 6x^2 + 3x + 1 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Bài 17. Tìm tham số thực m để bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 2x + 24} \leq x^2 - 2x + m$ có nghiệm thực trong $[-4; 6]$.

Bài 18. Tìm tham số thực m để phương trình: $mx + \sqrt{(m-1)x + 2} = 1$ có nghiệm thực trong $[0; 1]$.

Bài 19. Tìm tham số thực m để bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 4x + 5} \geq x^2 - 4x + m$ có nghiệm thực trong $[2; 3]$.

Bài 20. Tìm điều kiện của tham số để các phương trình sau có nghiệm.

- a) $\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1} = m$ b) $\sqrt[4]{x^2 + 1} - \sqrt{x} = m$
 c) $\sqrt[4]{x^4 - 13x + m} + x - 1 = 0$ d) $x\sqrt{x} + \sqrt{x + 12} = m(\sqrt{5 - x} + \sqrt{4 - x})$
 e) $\sqrt{x} + \sqrt{9 - x} = \sqrt{-x^2 + 9x + m}$ f) $\sqrt{3 + x} + \sqrt{6 - x} - \sqrt{(3 + x)(6 - x)} = m$
 g) $m(\sqrt{x - 2} + 2\sqrt[4]{x^2 - 4}) - \sqrt{x + 2} = 2\sqrt[4]{x^2 - 4}$ h) $\tan^2 x + \cot^2 x + m(\tan x + \cot x) + 3 = 0$

Bài 21. Xác định m để phương trình sau có nghiệm thực.

- a) $2\sqrt{x+1} = x + m$ b) $\sqrt{4 - x^2} = mx - m + 2$
 c) $\sqrt{x} + \sqrt{4 - x} = \sqrt{-x^2 + 4x + m}$ d) $\sqrt{2x^2 - 2mx + 1} + 2 = x$
 e) $\sqrt[4]{x^2 + 1} - \sqrt{x} = m$ f) $x + \sqrt{3x^2 + 1} = m$

Vấn đề 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

1. Định nghĩa:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a; b)$ (có thể a là $-\infty$; b là $+\infty$) và điểm $x_0 \in (a; b)$.

- Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực đại** tại x_0 .
- Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực tiểu** tại x_0 .

2. Điều kiện đủ để hàm số có cực trị:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.

- Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Minh họa bằng bảng biến thiên

x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$	↗ f_{CD} ↘		

x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	↘ f_{CT} ↗		

⚠ Chú ý.

Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị.

Bảng sau đây tóm tắt các khái niệm được sử dụng trong phần này:

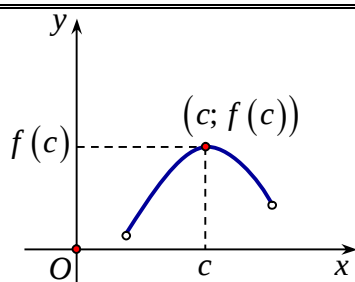
x_0	$f(x_0)$	$(x_0; f(x_0))$
Điểm cực đại của f	Giá trị cực đại (cực đại) của f	Điểm cực đại của đồ thị hàm số f
Điểm cực tiểu của f	Giá trị cực tiểu (cực tiểu) của f	Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số f
Điểm cực trị của f	Cực trị của f	Điểm cực trị của đồ thị hàm số f

3. Minh họa đồ thị

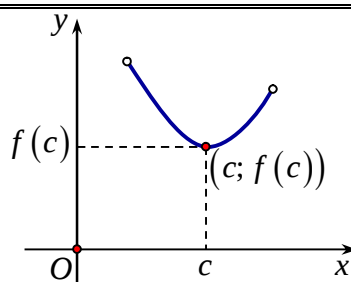
Giả sử hàm số f xác định trên một khoảng $(a; b)$ chứa điểm c .

Nếu giá trị của f tại c lớn hơn hoặc bằng giá trị của f trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số f đạt cực đại tại $x = c$.

Nếu giá trị của f tại c nhỏ hơn hoặc bằng giá trị của f trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại $x = c$.



Hàm số f đạt cực đại tại $x = c$.



Hàm số f đạt cực tiểu tại $x = c$.

Với $(a; b)$ là khoảng chứa tất cả các số thực thỏa $a < x < b$.

4. Các quy tắc tìm cực trị của hàm số

➤ Quy tắc 1:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Tìm các điểm tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không xác định.

Bước 3. Lập bảng biến thiên.

Bước 4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

➤ Quy tắc 2:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x)$ và ký hiệu x_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) là các nghiệm của nó.

Bước 3. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.

Bước 4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i .

$$f''(x_i) > 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực tiểu tại } x = x_i.$$

$$f''(x_i) < 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực đại tại } x = x_i.$$

$$f''(x_i) = 0 \Rightarrow \text{chưa đủ cơ sở để kết luận } x = x_i \text{ có là cực trị hay không!}$$

5. Một số điểm cần lưu ý

a) Hàm số f có cực trị $\Leftrightarrow y'$ đổi dấu.

b) Hàm số f không có cực trị $\Leftrightarrow y'$ không đổi dấu.

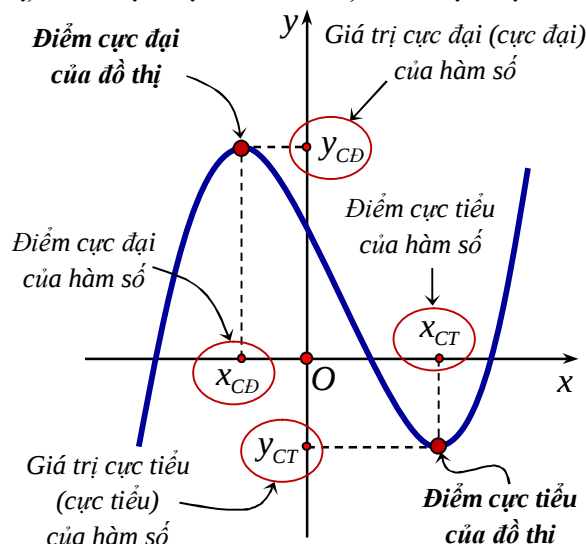
c) Hàm số f chỉ có 1 cực trị $\Leftrightarrow y'$ đổi dấu 1 lần.

d) Hàm số f có 2 cực trị (cực đại và cực tiểu) $\Leftrightarrow y'$ đổi dấu 2 lần.

e) Hàm số f có 3 cực trị $\Leftrightarrow y'$ đổi dấu 3 lần.

f) Chú ý: Đối với một hàm số bất kì, hàm số chỉ có thể đạt cực trị tại những điểm mà tại đó đạo hàm triệt tiêu hoặc đạo hàm không xác định.

g) Cách gọi tên: cực trị, điểm cực trị của hàm số, điểm cực trị của đồ thị hàm số,...



Dạng 1: Tìm cực trị của hàm số bậc ba và bậc bốn trùng phương

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Lập bảng biến thiên cho hàm số và dựa vào bảng biến thiên này để kết luận.
- ✎ Chú ý: Tên gọi:
 - ✓ $x = a$: Gọi là điểm cực đại của **hàm số**.
(Hoặc **hàm số** đạt cực đại tại $x = a$)
 - ✓ $M(a;b)$: Gọi là điểm cực đại của **đồ thị hàm số**.
(Hoặc **đồ thị hàm số** có điểm cực đại là $M(a;b)$)
 - ✓ $y = b$: Gọi là giá trị cực đại của **hàm số**.
(Hoặc **hàm số** có giá trị cực đại là $y = b$)

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 24. Tìm cực trị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 25. Tìm giá trị cực trị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 26. Tìm điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 22. Tìm điểm cực trị của đồ thị các hàm số sau:

a) $y = x^3 + 3x^2 + 4$.

b) $y = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 + 2$.

c) $y = x^3 - 3x^2 + 3$

d) $y = x(x^2 - 3)$

e) $y = x^4 - 2x^2$

f) $y = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 5$

g) $y = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 3$

h) $y = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x + 1$

Bài 23. Tìm cực trị và giá trị cực trị của các hàm số sau:

a) $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$.

b) $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + 1$.

c) $y = -x^4 + x^2 - 5$.

b) $y = -x^4 - 3x^2 + 2$.

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 24. Tìm cực trị và giá trị cực trị của các hàm số sau:

a) $y = x\sqrt{4-x^2}$.

b) $y = \sqrt{8-x^2}$.

c) $y = |x|(x+2)$.

d) $y = (x+2)^2(x-3)^3$.

e) $y = \frac{x^3}{x+1}$

f) $y = \sqrt{8-x^2}$

f) $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$

h) $y = x - \sqrt{4-x^2}$

i) $y = x + \sqrt{1+2x^2}$

j) $y = x + \sqrt{3+x}$

k) $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$

l) $y = |x|(x+2)^2$

Dạng 2: Tìm tham số (hoặc chứng minh) hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có cực đại và cực tiểu

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$
- $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
- $y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$.
- Hàm số có **cực đại và cực tiểu** $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta y' > 0 \end{cases}$.
- ✎ **Chú ý:**
 - ✓ Hàm số bậc 3: hoặc có 2 cực trị hoặc không có cực trị.
 - ✓ Nếu bài toán yêu cầu hàm số có cực trị và a có chứa tham số thì chia hai trường hợp: $a = 0$ và $a \neq 0$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 27. Tìm m để hàm số: $y = x^3 - 2mx^2 + mx - 1$ có cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 28. Tìm m để hàm số: $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m+1)x^2 + mx - 4$ có cực trị.

Ví dụ 29. Tìm m để hàm số: $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + (m+1)x - 1$ có cực đại và cực tiểu.

Ví dụ 30. Chứng minh hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 3x - 1$ có cực đại và cực tiểu.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 25. Tìm m để các hàm số sau có cực đại và cực tiểu:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (3m+1)x - m^2$.

b) $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - m^2 + m$.

c) $y = mx^3 - 2mx^2 + 3x - 1$.

b) $y = \frac{(m-1)x^3}{3} - mx^2 + mx - 1$.

Bài 26. Tìm m để các hàm số sau có cực trị:

a) $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$

b) $y = x^3 - 6x^2 + 3(m+2)x - m - 6$

c) $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$

d) $y = x^3 + 2(m+3)x^2 - mx + 2$

e) $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$

f) $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$

Bài 27. Chứng minh rằng các hàm số sau luôn có cực đại, cực tiểu:

a) $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-3)x^2 - 2mx + 5$.

b) $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 + (m+1)x - 3$.

c) $y = x^3 + (2m-1)x^2 - 5x + 2$.

d) $y = x^3 + m^2x^2 - (m^2 + 1)x + 2m - 1$.

Dạng 3: Tìm tham số để hàm số **$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) không có cực đại và cực tiểu****A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$
 - $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
 - $y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$.
 - Hàm số không có cực đại và cực tiểu
 $\Leftrightarrow y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta y' \leq 0$.
- 🔍 **Chú ý:** Nếu a có chứa tham số thì chia hai trường hợp: $a = 0$ và $a \neq 0$.

B. TOÁN MẪU**Ví dụ 31.** Tìm m để hàm số: $y = x^3 - mx^2 + 2mx - 1$ không có cực trị.**Ví dụ 32.** Tìm m để hàm số: $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - (m-3)x - 2m$ không có cực đại và cực tiểu.**C. BÀI TẬP CƠ BẢN****Bài 28.** Bài 22 Tìm m để các hàm số sau không có cực trị:

a) $y = x^3 - mx^2 + mx - 2$.

b) $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m-2)x - m$.

c) $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 - x - 2m$.

d) $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - (m^2-1)$

Dạng 4: Tìm tham số để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có ba cực trị hoặc có 1 cực trị
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$
 - $y' = 4ax^2 + 2bx$.
 - $y' = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0 \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \quad (2) \end{cases}$
 - Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt
 $\Leftrightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0$.
 - Hàm số có đúng một cực trị khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 1 nghiệm
 $\Leftrightarrow (2)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng 0 $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} \leq 0$.
- 🔍 **Chú ý:**
- ✓ Hàm số bậc 4 trùng phương luôn luôn có cực trị: hoặc có 3 cực trị, hoặc có 1 cực trị. Do đó, để tìm m để hàm số có 1 cực trị thì ta nên tìm m để hàm số có 3 cực trị rồi suy ra m để hàm số có 1 cực trị.
 - ✓ Với $a > 0$, hàm số có 3 cực trị thì gồm có 1 CĐ và 2 CT
 - ✓ Với $a < 0$, hàm số có 3 cực trị thì gồm có 1 CT và 2 CĐ
 - ✓ Nếu a có chứa tham số thì chia làm hai trường hợp: $a = 0$ và $a \neq 0$.

B. TOÁN MẪU
Ví dụ 33. Tìm m để hàm số: $y = x^4 - (3m - 1)x^2 + m - 2$ có 3 cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 34. Tìm m để hàm số: $y = x^4 - (m - 2)x^2$ có 1 cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 36. Tìm m để hàm số: $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Ví dụ 37. Tìm m để hàm số: $y = \frac{x^3}{3} - mx^2 + (m^2 + m + 1)x + 1$ đạt cực trị tại $x = 1$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 33. Tìm các giá trị của m để hàm số

a) $y = -(m^2 + 5m)x^3 + 6mx^2 + 6x + 2m - 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

b) $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

c) $y = -x^3 + (m + 3)x^2 - (m^2 + 2m)x - 2$ đạt cực đại tại $x = 2$.

d) $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

e) $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 3mx + 5$ đạt cực đại tại $x = -3$.

f) $y = x^3 - 3mx^2 + (m^2 - 1)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

g) $y = \frac{1}{3}x^3 + (3m - 2)x^2 + (1 - 2m)x + 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

h) $y = x^3 - (m + 2)x + m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

i) $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

j) $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x + 1$ đạt cực tiểu tại $x_0 = 1$.

k) $y = x^3 - mx^2 + 2(m + 1)x - 1$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 34. Biết $M(0; 2)$, $N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

Bài 35. Tìm các giá trị a, b để hàm số:

a) $y = \frac{x^4}{4} + ax^2 + b$ đạt cực trị tại $x = -1$ và giá trị cực trị tương ứng của nó bằng -2 .

b) $y = x^3 + ax^2 - 9x + b$ đạt cực trị tại $x = 1$ và đồ thị qua $A(1; -4)$.

c) $y = x + a + \frac{b}{x+1}$ có đồ thị nhận $M(-2; -2)$ làm điểm cực trị.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- ✎ **Chú ý:** Nếu đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương có 3 cực trị thì 3 cực trị này luôn tạo thành một tam giác cân tại đỉnh nằm trên trục tung.

B. TOÁN MẪU

$$x_1 + x_2 = -3 \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right).$$
This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

Ví dụ 39. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác vuông cân.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 36. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2)x + m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

Bài 37. Tìm m để hàm số $y = 2x^3 - (9m+3)x^2 + 12m(m+1)x - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa $x_1 - 2x_2 = 4$.

Bài 38. Tìm m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + (1-m)x^2 + 3(m-2)x - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa $x_1 + 2x_2 = 2$.

Bài 39. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ có hai điểm cực trị có hoành độ dương.

Bài 40. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (m^2-3m+2)x - m$ có 2 điểm cực trị thuộc hai phía đối với Oy .

Bài 41. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB cân tại O .

Bài 42. Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 + mx^2 - 12x - 13$ có điểm cực đại, điểm cực tiểu cách đều trục tung.

Bài 43. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có cực đại và cực tiểu đồng thời các điểm cực đại và cực tiểu lập thành một tam giác đều.

Bài 44. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác nhận gốc toạ độ làm trọng tâm.

Bài 45. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2mx^2 + m$ có 3 điểm cực trị là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $32\sqrt{2}$.

Ví dụ 41. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ trên $[-1; 3]$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 42. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{2-x}{1-x}$ trên $[-3; -2]$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 43. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 4}{x + 2}$ trên $[0; 1]$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 44. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \cos^3 x - 6\cos^2 x + 9\cos x + 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 45. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2$.

Ví dụ 46. Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 46. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

- | | |
|---|--|
| a) $y = f(x) = -x^3 + 3x + 2$ trên $[0; 3]$. | b) $y = f(x) = -x^4 - 2x^2 + 5$ trên $[-1; 2]$. |
| c) $y = f(x) = \frac{3-x}{1+x}$ trên $[2; 4]$. | d) $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$ trên $[2; 4]$. |
| e) $y = f(x) = x\sqrt{1-x^2}$. | f) $y = f(x) = \sqrt{5-4x}$ trên $[-4; 4]$. |
| g) $y = f(x) = \cos^2 2x - \sin x \cos x + 4$. | h) $y = f(x) = \cos^2 2x - \sin x \cos x + 4$. |
| i) $y = f(x) = \sin^4 x + \cos^2 x + 2$. | j) $y = f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. |

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 47. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

- | | |
|---|--|
| a) $y = 2 \sin x + \sin 2x$ trên $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$. | b) $y = \frac{1}{\sin x}$ trên $(0; \pi)$. |
| c) $y = \frac{1}{\cos x}$ trên $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$. | d) $y = \sin 2x - x$ trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. |

Dạng 2: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ không phải trên $[a; b]$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.
- Dựa vào bảng biến thiên của hàm số để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 47. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 48. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{(2x+1)^2}{x^2 - x + 1}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 49. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{4}{1+x^2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 48. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a) $y = 1 + 8x - 2x^2$

b) $y = 4x^3 - 3x^4$

c) $y = \frac{(x+2)^2}{x} \quad (x > 0)$

d) $y = x^2 + \frac{2}{x} \quad (x > 0)$

e) $y = \frac{x^2 + 3}{x^2 + x + 2}$

f) $y = \frac{8x-3}{x^2 - x + 1}$

g) $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x + 1} \quad (x < -1)$

h) $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 2} \quad (x > -2)$

Dạng 3: Ứng dụng GTLN, GTNN CỦA HÀM SỐ trong bài toán phương trình, bất phương trình tham số

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bài toán 1: Tìm m để $F(x; m) = 0$ có nghiệm trên D ?

- + Bước 1: Cô lập tham số m và đưa về dạng $f(x) = A(m)$.
- + Bước 2: Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ trên D .
- + Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên để xác định giá trị tham số $A(m)$ sao cho đường thẳng $y = A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.
- + Bước 4: Kết luận giá trị của $A(m)$ để phương trình $f(x) = A(m)$ có nghiệm trên D .

Chú ý:

- + Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên D thì phương trình $f(x) = A(m) \Leftrightarrow \min_D f(x) \leq A(m) \leq \max_D f(x)$.
- + Nếu bài toán yêu cầu tìm tham số để phương trình có k nghiệm phân biệt, ta chỉ cần dựa vào bảng biến thiên để xác định sao cho đường thẳng $y = A(m)$ nằm ngang cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại k điểm phân biệt.

Bài toán 2: Tìm m để bất phương trình $\begin{cases} F(x; m) > 0; F(x; m) \geq 0 \\ F(x; m) < 0; F(x; m) \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm trên D ?

- + Bước 1: Cô lập tham số m và đưa về dạng $A(m) > f(x)$ hoặc $A(m) \geq f(x)$ hoặc $A(m) \leq f(x)$ hoặc $A(m) < f(x)$.
- + Bước 2: Khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(x)$ trên D .
- + Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên xác định các giá trị của tham số m .

Chú ý: Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên D thì

- + Bất phương trình $A(m) \leq f(x)$ có nghiệm trên $D \Leftrightarrow A(m) \leq \max_D f(x)$.
- + Bất phương trình $A(m) \leq f(x)$ nghiệm đúng $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \leq \min_D f(x)$.
- + Bất phương trình $A(m) \geq f(x)$ có nghiệm trên $D \Leftrightarrow A(m) \geq \min_D f(x)$.
- + Bất phương trình $A(m) \geq f(x)$ nghiệm đúng $\forall x \in D \Leftrightarrow A(m) \geq \max_D f(x)$.
- Khi đặt ẩn số phụ để đổi biến, ta cần đặt điều kiện cho biến mới chính xác, nếu không sẽ làm thay đổi kết quả của bài toán do đổi miền giá trị của nó, dẫn đến kết quả sai lầm.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 50. Tìm tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$ có nghiệm trong $[1; +\infty)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 51. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4 < 0$ có nghiệm $x \in [1; 3]$

C. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 49. Tìm m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Bài 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + m(\sqrt{4-x^2} + 1) - 7$ có điểm chung với trục hoành.

Bài 51. Tìm giá trị m không âm sao cho phương trình $x^3 - 3\sqrt{3x+2m} = 2m$ có nghiệm duy nhất.

Bài 52. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sqrt{2+\tan^2 x} = m + \tan x$ có ít nhất một nghiệm thực.

Bài 53. Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất khi điều kiện của m là:

Bài 54. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 + x^2 + x = m(x^2 + 1)^2$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$?

Bài 55. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình sau có nghiệm:
 $\sqrt{x+5} + \sqrt{4-x} \geq m$.

Dạng 4: Ứng dụng GTLN, GTNN của hàm số vào bài toán thực tế

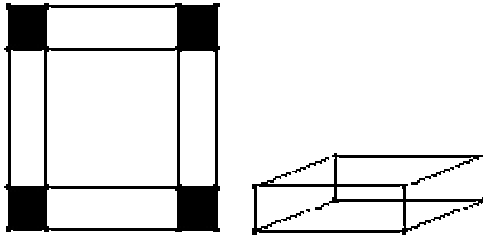
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bước 1: Thiết lập hàm số dựa vào giả thiết đề cho.

Bước 2: sử dụng kiến thức GTLN, GTNN để tìm giá trị cần tìm

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 52.



[Đề Minh Họa – 2017]: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được thể tích lớn nhất.

[illegible]

Ví dụ 53. Khi xây dựng nhà, chủ nhà cần làm một bể nước bằng gạch có dạng hình hộp có đáy là hình chữ nhật chiều dài d (m) và chiều rộng r (m) với $d = 2r$. Chiều cao bể nước là h (m) và thể tích bể là 2 m^3 . Hỏi chiều cao bể nước như thế nào thì chi phí xây dựng là thấp nhất?

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

C. BÀI TẬP NÂNG CAO

- Bài 56.** a) Trong các hình chữ nhật có cùng chu vi 16 cm, hãy tìm hình chữ nhật có diện tích lớn nhất.
b) Trong các hình chữ nhật có diện tích 48 m², hãy tìm hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất.
- Bài 57.** Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 ngàn đồng thì có thêm 2 phòng trống. Giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất.
- Bài 58.** Một doanh nghiệp bán xe gắn máy trong đó có loại xe A bán ẻ nhất với giá mua vào mỗi chiếc xe là 26 triệu VNĐ và bán ra 30 triệu VNĐ, với giá bán này thì số lượng bán một năm là 600 chiếc. Cửa hàng cần đẩy mạnh việc bán được loại xe này nên đã đưa ra chiến lược kinh doanh giảm giá bán và theo tính toán của CEO nếu giảm 1 triệu VNĐ mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi cửa hàng định giá bán loại xe đó bao nhiêu thì doanh thu loại xe đó của cửa hàng đạt lớn nhất.
- Bài 59.** Công ty du lịch Ban Mê dự định tổ chức một tua xuyên Việt. Công ty dự định nếu giá tua là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tua 100 ngàn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải bán giá tua là bao nhiêu để doanh thu từ tua xuyên Việt là lớn nhất.

Bài 60. Ông A muốn mua một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 384m^2 để xây nhà. Nhưng vợ ông muốn có khuôn viên sân vườn đẹp nên ông mua thêm về hai phía chiều dài mỗi chiều 3m và về hai phía chiều rộng mỗi chiều 2m . Vậy, để ông A mua được mảnh đất có diện tích nhỏ nhất (tiết kiệm chi phí) thì mảnh đất đó chu vi là bao nhiêu?

Bài 61. Ta có một miếng tôn phẳng hình vuông với kích thước $a(\text{cm})$, ta muốn cắt đi ở 4 góc 4 hình vuông cạnh bằng $x(\text{cm})$ để uốn thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Phải cắt như thế nào để hình hộp có thể tích lớn nhất?

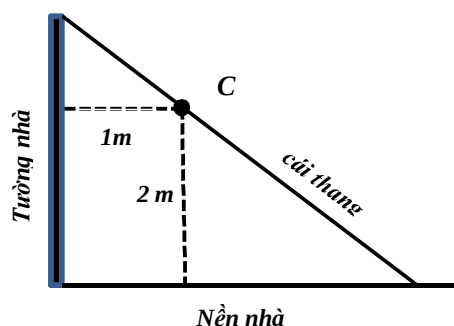
Bài 62. Chi phí về nhiên liệu của một tàu được chia làm hai phần. Trong đó phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 ngàn đồng/giờ. Phần thứ hai tỷ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10\text{km/h}$ thì phần thứ hai bằng 30 ngàn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nhiên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất?

Bài 63. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = \frac{-1}{4}t^4 + 3t^2 - 2t - 4$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Tại thời điểm nào, vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất?

Bài 64. Một tấm thiếc hình chữ nhật dài 45 cm, rộng 24 cm được làm thành một cái hộp không nắp bằng cách cắt bốn hình vuông bằng nhau từ mỗi góc và gấp mép lên. Hỏi các hình vuông được cắt ra có cạnh là bao nhiêu để hộp nhận được có thể tích lớn nhất?

Bài 65. Một sợi dây có chiều dài 28 m là được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện của hình vuông và hình tròn là tối thiểu?

Bài 66.



Ông An cần sản xuất một cái thang để treo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn được đặt qua vị trí C, biết rằng điểm C cao 2 m so với nền nhà và điểm C cách tường nhà 1 m (như hình vẽ bên). Giả sử kinh phí để sản xuất thang là 300.000 đồng/1 mét dài. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất thang? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

Bài 67. Số sản phẩm của một hãng đầu DVD sản xuất được trong 1 ngày là giá trị của hàm số: $f(m, n) = m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}}$, trong đó m số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng. Biết rằng mỗi ngày hãng đó phải trả lương cho một nhân viên là 6 USD và cho một lao động chính là 24 USD. Tìm giá trị nhỏ nhất chi phí trong 1 ngày của hãng sản xuất này.

Bài 68. Một vùng đất hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 25\text{km}$, $BC = 20\text{km}$ và M , N lần lượt là trung điểm của AD , BC . Một người cưỡi ngựa xuất phát từ A đi đến C bằng cách đi thẳng từ A đến một điểm X thuộc đoạn MN rồi lại đi thẳng từ X đến C . Vận tốc của ngựa khi đi trên phần $ABNM$ là 15km/h , vận tốc của ngựa khi đi trên phần $MNCD$ là 30km/h . Thời gian ít nhất để ngựa di chuyển từ A đến C là mấy giờ?

Vấn đề 4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) .

1. Tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ là **tiệm cận đứng** của đồ thị (C) nếu ít nhất một trong bốn điều kiện sau được thỏa:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty.$$

2. Tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ là **tiệm cận ngang** của đồ thị (C) nếu:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$$

3. Tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là **đường tiệm cận xiên** (gọi tắt là **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Dạng 1: Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) .

1. Tiệm cận đứng

- Tính các giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x); \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x); \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x); \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ với x_0 là nghiệm của mẫu.
- Nếu một trong bốn giới hạn trên tồn tại thì đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C) .

2. Tiệm cận ngang

- Tính các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$ thì đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

🔍 **Chú ý:** Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{d}{c}$; tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 54. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số: $y = \frac{3-2x}{x+5}$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 55. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số: $y = \frac{4}{x-1}$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 69. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số:

a) $y = \frac{2x}{4-5x}$

b) $y = 5 - \frac{2}{x+1}$

c) $y = \frac{4}{x+1}$

d) $y = 7 - \frac{1}{x}$

Dạng 2: [NC] Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Tiệm cận xiên: (2 cách)

- Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$; $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = b \Rightarrow \text{TCX: } y = ax + b$

- Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \Rightarrow \text{TCX: } y = ax + b$.

👉 **Chú ý:** - Nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = b$

$\Rightarrow y = ax + b$ là TCX bên phải.

- Nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax] = b$

$\Rightarrow y = ax + b$ là TCX bên trái.

B. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 70. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số:

a) $y = 2x + 1 + \frac{1}{x-2}$

b) $y = -2x + \frac{1}{x-1}$

c) $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{2x + 1}$

d) $y = \frac{2x^2 - 3x - 1}{x - 2}$

e) $y = \sqrt{x^2 - 1}$

f) $y = \sqrt{x^2 + x} + 2x$

g) $y = x + \sqrt{2 - x^2}$

h) $y = -2x + 2\sqrt{x^2 + 1}$

i) $y = \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1}}{x}$

j) $y = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x}}$

k) $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$

l) $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$

Vấn đề 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Dạng 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tính y' và cho $y' = 0$. ($y' = 0$ hoặc có 2 nghiệm, hoặc có nghiệm kép, hoặc vô nghiệm)
- Tính các giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Lập bảng biến thiên:
 - ✓ Nếu $y' = 0$ có hai nghiệm thì dấu của y' là: “**Trong trái ngoài cùng**”.
 - ✓ Nếu $y' = 0$ có nghiệm kép thì dấu của y' là: “**Luôn cùng dấu với a** ” (Ngoại trừ tại nghiệm kép)
 - ✓ Nếu $y' = 0$ vô nghiệm thì dấu của y' là: “**Luôn cùng dấu với a** ”
- Kết luận:
 - ✓ Tính chất đơn điệu của hàm số.
 - ✓ Cực trị của hàm số.
- Tính y'' và cho $y'' = 0$. Suy ra điểm uốn.
- Chọn hai điểm đặc biệt của đồ thị.
- Vẽ đồ thị: Đồ thị có 6 dạng và luôn luôn nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

$y' = 0$	$a > 0$	$a < 0$
Có 2 nghiệm		
Có nghiệm kép		
Vô nghiệm		

Ví dụ 56. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

Ví dụ 57. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

Ví dụ 60. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x - 1$.

Ví dụ 61. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 71. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:

a) $y = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5$

b) $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x$

c) $y = \frac{-x^3}{3} + x^2 - x + 2$

d) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

e) $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

f) $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 5x + 2$

Dạng 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
- Tính y' và cho $y' = 0$ ($y' = 0$ có 3 nghiệm, hoặc có 1 nghiệm và luôn có nghiệm $x = 0$)
- Lập bảng biến thiên: “*Bên phải bảng biến thiên, dấu y' luôn luôn cùng dấu với a* ”
- Kết luận:
 - ✓ Tính chất đơn điệu của hàm số.
 - ✓ Cực trị của hàm số.
 - ✓ Giới hạn của hàm số.
- Chọn hai điểm đặc biệt của đồ thị.
- Vẽ đồ thị: Đồ thị có 4 dạng và luôn luôn nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

$y' = 0$	$a > 0$	$a < 0$
Có 3 nghiệm		
Có 1 nghiệm		

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 62. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Ví dụ 64. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 + x^2 - \frac{1}{2}$.

[illegible]

Bài 72. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:

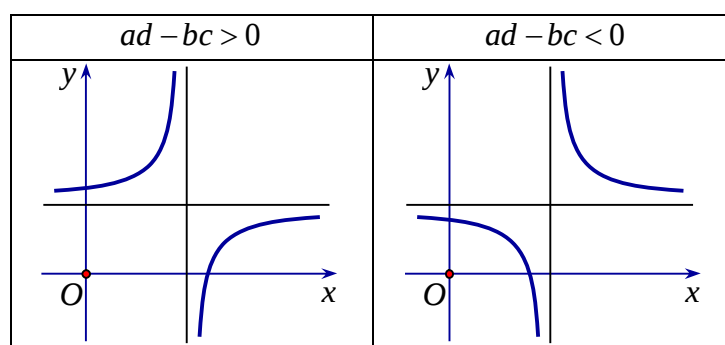
f) $y = -x^4 - 2x^2$

Dạng 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ

$$\text{thị hàm số } y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$
- Tính $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$ (y' hoặc luôn dương, hoặc luôn âm $\forall x \in D$)
- Đường tiệm cận:
 - ✓ Tiệm cận đứng: $x = -\frac{d}{c}$, vì $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{d}{c}\right)^-} y = \dots$ và $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{d}{c}\right)^+} y = \dots$
 - ✓ Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$, vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{c}$.
- Lập bảng biến thiên: Nhớ: Khi $x \rightarrow \pm\infty$, thì $y \rightarrow \frac{a}{c}$
“Nghĩa là hai đầu của bảng biến thiên là giá trị của tiệm cận ngang”
- Kết luận:
 - ✓ Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định hoặc luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.
 - ✓ Hàm số không có cực trị.
- Chọn ít nhất 4 điểm đặc biệt của đồ thị và phải có tọa độ giao điểm của đồ thị với 2 trục tọa độ.
- Vẽ đồ thị: Đồ thị có 2 dạng và luôn luôn nhận giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng.
- Vẽ đồ thị: Đồ thị có 2 dạng và luôn luôn nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

**B. TOÁN MẪU**

Ví dụ 66. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 67. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 73. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:

a) $y = \frac{x}{1-x}$

b) $y = \frac{3}{1-x}$

c) $y = \frac{x}{2x+1}$

d) $y = 4 + \frac{1-x}{x}$

Vấn đề 6. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ CHỨA GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C)

a) Vẽ đồ thị $(C_1): y_1 = |f(x)|$

Theo định nghĩa ta có: $y_1 = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$

Từ đồ thị (C) suy ra đồ thị (C_1) bằng cách:

- Bên trên Ox giữ nguyên (C) .
- Bỏ phần (C) bên dưới Ox và lấy phần bỏ này đối xứng qua Ox .

b) Vẽ đồ thị $(C_2): y_2 = f(|x|)$ (với TXĐ D là tập đối xứng)

Ta có $f(|-x|) = f(|x|)$: đây là hàm số chẵn nên đồ thị (C_2) nhận Oy làm trục đối xứng.

Đồ thị (C_2) suy ra từ đồ thị (C) bằng cách:

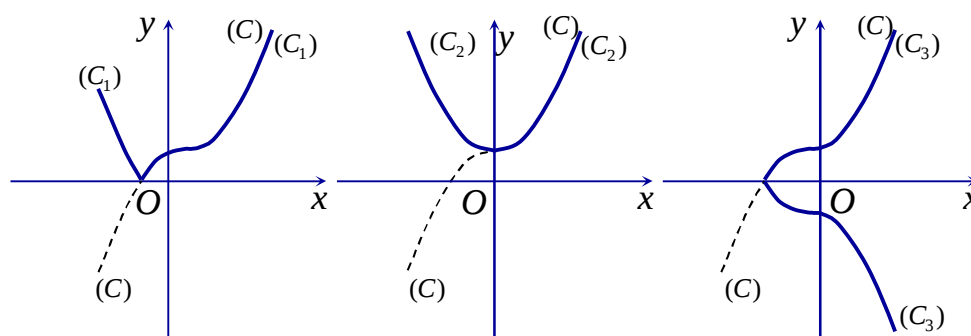
- Bên phải Oy giữ nguyên (C) .
- Bỏ phần (C) bên trái Oy và lấy phần giữ nguyên đối xứng qua Oy .

c) Vẽ đồ thị $(C_3): |y_3| = f(x)$

- Nếu $y_3 \geq 0$ thì $y_3 = f(x): (C_3) \equiv (C)$ ở trên trục Ox .
- Nếu $y_3 \leq 0$ thì $y_3 = -f(x): (C_3)$ đối xứng của (C) ở trên trục Ox qua trục Ox .

Đồ thị (C_3) suy ra từ đồ thị (C) bằng cách:

- Phần của (C) ở phía trên Ox giữ nguyên.
- Bỏ phần của (C) ở phía dưới Ox và lấy phần (C) ở trên trục Ox đối xứng qua Ox .



$$(C_1): y_1 = |f(x)| \quad (C_2): y_2 = f(|x|) \quad (C_3): |y_3| = f(x)$$

2. Hàm số $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ có đồ thị (C)

a) Vẽ đồ thị $(C_1): y_1 = \frac{P(x)}{|Q(x)|}$

$$\text{Ta có: } y_1 = \frac{P(x)}{|Q(x)|} = \begin{cases} \frac{P(x)}{Q(x)} & \text{khi } Q(x) > 0 \\ -\frac{P(x)}{Q(x)} & \text{khi } Q(x) < 0 \end{cases}$$

Đồ thị (C_1) suy ra từ đồ thị (C) bằng cách:

- Lấy phần của (C) ứng với $Q(x) > 0$.
- Bỏ phần của (C) ứng với $Q(x) < 0$ và lấy phần đối xứng của phần này qua trục Ox .

b) Vẽ đồ thị (C_2): $y_2 = \frac{|P(x)|}{Q(x)}$

$$\text{Ta có: } y_2 = \frac{P(x)}{|Q(x)|} = \begin{cases} \frac{P(x)}{Q(x)} & \text{khi } P(x) \geq 0 \\ -\frac{P(x)}{Q(x)} & \text{khi } P(x) < 0 \end{cases}$$

Đồ thị (C_2) suy ra từ đồ thị (C) bằng cách:

- Phần của (C) ở miền $P(x) \geq 0$ giữ nguyên.
- Bỏ phần của (C) ở miền $P(x) < 0$ và lấy phần đối xứng của phần này qua trục Ox .

🔪 **Chú ý:** Dạng toán này thường đi kèm với biện luận số nghiệm của phương trình có chứa dấu trị tuyệt đối.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 74. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số:

a) $y = x^3 - 3x^2 - 1$. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 1|$ và $y = |x^3| - 3x^2 - 1$.

b) $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

c) $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$, $y = \frac{2|x|-1}{|x|-1}$, $y = \frac{|2x-1|}{x-1}$, $y = \frac{2x-1}{|x-1|}$.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

- a) $(C): y = x^3 + x^2 - x + 1$ và $(P): y = 2x^2 - x + 1$.
- b) $(C): y = x^4 - 5x^2 + 4$ và trục Ox .
- c) $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ và $d: y = 3x - 1$.
- d) $(C): y = \frac{x^2 - x + 3}{x - 1}$ và $d: 4x - y - 3 = 0$.
- e) $(P): y = x^2 - x - 4$ và $(C): y = \frac{-4}{x}$.

Dạng 2: Tìm tham số để đồ thị (C) : $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ cắt đường thẳng d tại hai điểm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$g(x) = ax^2 + bx + c = 0. (*) \quad (x \neq x_0). \text{ (với } x_0 \text{ là nghiệm của mẫu số)}$

- d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác x_0 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ g(x_0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{Tìm được tham số.}$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 69. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Tìm m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) của hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

[illegible]

Ví dụ 70. Chứng minh đường thẳng $y = -x + m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt.

[illegible]

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 76. Tìm m để đồ thị $(C): y = \frac{2x-3}{x-2}$ cắt đường thẳng $d: y = mx - 3m - 1$ tại hai điểm phân biệt.

Bài 77. Tìm k để đường thẳng d đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc k cắt đồ thị $(C): y = \frac{4}{x-4}$ tại hai điểm phân biệt.

Bài 78. Chứng minh đồ thị $(C): y = \frac{x-2}{x+1}$ luôn cắt đường thẳng $d: y = -x + m$ tại hai điểm phân biệt.

Dạng 3: Tìm tham số để đồ thị $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt đường thẳng d tại 3 điểm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: y = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. (*)
- Nhằm nghiệm của phương trình (*) và giả sử được 1 nghiệm $x = x_0$. Dùng sơ đồ Hoocner để biến đổi phương trình (*) về dạng:

$$(x - x_0)(ax^2 + Bx + C) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ g(x) = ax^2 + Bx + C = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- d cắt (C) tại 3 điểm $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác x_0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta g > 0 \\ g(x_0) \neq 0 \end{cases} \quad \text{Tìm được tham số.}$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 71. Tìm m để đường thẳng d đi qua $M(1;2)$ có hệ số góc m cắt đồ thị $(C): y = x^3 - 2x^2 + x + 2$ tại 3 điểm phân biệt.

Ví dụ 72. Tìm m để đồ thị $(C): y = x^3 - 3x + 1$ cắt đường thẳng $d: y = mx + 1$ tại 3 điểm phân biệt.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 79.** Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 + mx + m)$ (1) (m là tham số). Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
- Bài 80.** Cho hàm số: $y = x^3 - 3x + 2$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(3; 20)$ và có hệ số góc là m . Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt.
- Bài 81.** Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $M(0; 1)$ và có hệ số góc bằng k . Tìm k để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

Dạng 4: Tìm tham số để đồ thị (C): $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt đường thẳng d tại 4 điểm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: y = ax^4 + bx^2 + c = 0$. (*)
- Đặt $t = x^2$. Phương trình (*) trở thành $at^2 + bt + c = 0$. (1)
- d cắt (C) tại 4 điểm
 - $\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 4 nghiệm
 - $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm dương
 - $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$ (Với $S = -\frac{b}{a}$ và $P = \frac{c}{a}$) $\Leftrightarrow$ Tìm được tham số.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 73. Tìm m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C): $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 74. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$ (1). Chứng minh rằng đồ thị của hàm số (1) luôn cắt Ox tại 2 điểm phân biệt với mọi $m < 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 85.** Cho hàm số $y = \frac{2x+4}{1-x}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;1)$ và cắt đồ thị hàm số tại hai điểm sao cho khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $3\sqrt{10}$.
- Bài 86.** Tìm m để đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x+2}$ cắt đường thẳng $d: y = -x+m$ sao cho tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho đoạn AB ngắn nhất.
- Bài 87.** Tìm m để đồ thị $(C): y = x+1 + \frac{1}{x+2}$ cắt đường thẳng $d: y = m(x+1)+1$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.
- Bài 88.** Tìm m để đồ thị $(C): y = \frac{mx^2+x+m}{x-1}$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương.
- Bài 89.** Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (m+2)x^2 + 3x + m - 2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.
- Bài 90.** Tìm m để đường thẳng $d: y = m - x$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$ tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm AB nằm trên trục tung.
- Bài 91.** Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ (1). Chứng minh rằng đồ thị hàm số (1) luôn cắt đường thẳng $d: y = 3x + m$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm m để trung điểm đoạn AB nằm trên đường thẳng $\Delta: y = 2x + 3$.
- Bài 92.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Chứng minh rằng d luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm m để tam giác OAB vuông tại O .
- Bài 93.** Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + 3x$ có đồ thị (C) và đường thẳng d đi qua điểm $A(3;0)$ có hệ số m . Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tam giác OBC vuông tại O .
- Bài 94.** Với giá trị nào của m thì đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$.
- Bài 95.** Tìm m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m + 1$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 sao cho $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 20$.
- Bài 96.** Cho hàm số $y = x^3 + (1-m)x^2 - m^2$ (C_m). Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.
ĐH QG Hà Nội - 96 ĐS: Không có m
- Bài 97.** Cho hàm số $(C_m): y = x^3 - mx^2 + (2m+1)x - m - 2$. Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.
ĐH Cần Thơ khối B - 99 ĐS: $m > 7$

[illegible]

Ví dụ 77. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ tại giao điểm của (C) với trục tung.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 78. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x$ tại điểm trên (C) có tung độ bằng 2.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 79. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x\sqrt{x+1}$ tại giao điểm của (C) với trục hoành.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 80. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ tại giao điểm của (C) với đường thẳng $d : y = 2x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 98. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị C của hàm số:

a) $y = x^3 + x + 3$ tại điểm M có hoành độ bằng 1.

b) $y = x^4 - 3x^2 + 1$ tại điểm A có hoành độ bằng -1 .

c) $y = \frac{2x-1}{x+3}$ tại điểm M có hoành độ bằng 1.

d) $y = \sqrt{2-x}$ tại điểm trên (C) có hoành độ bằng 1.

Bài 99. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục tung:

a) $(C): y = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4} + 3$

b) $(C): y = \frac{1-2x}{x-1}$

Bài 100. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) của hàm số

a) $y = 1 + \frac{2}{x-1}$ tại giao điểm của (C) với đường thẳng $d: y = 2x - 1$

b) $y = \frac{x^2 - x + 2}{x-1}$ tại giao điểm của (C) với đường thẳng $d: 3x - y - 2 = 0$

Dạng 2: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có phương cho trước

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ có phương trình

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \quad (*)$$

1. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng k

- Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.
- Hệ số góc tiếp tuyến bằng k nên $f'(x_0) = k$. Giải phương trình này tìm được x_0 .
- Thế $x = x_0$ vào phương trình $y = f(x)$ tìm được y_0 .
- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = ax + b$

- Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.
- Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = ax + b \Rightarrow f'(x_0) = a$. Giải phương trình này tìm được x_0 .
- Thế $x = x_0$ vào phương trình $y = f(x)$ tìm được y_0 .
- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

✎ **Chú ý:** nhớ kiểm tra tính song song của tiếp tuyến cần tìm để loại bỏ đáp án.

3. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: y = ax + b$

- Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

- Tiếp tuyến vuông với đường thẳng $d : y = ax + b \Leftrightarrow f'(x_0) = -\frac{1}{a}$. Giải phương trình này tìm được x_0 .
- Thế $x = x_0$ vào phương trình $y = f(x)$ tìm được y_0 .
- Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 81. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$ biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 7.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 82. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 1$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d : y = -x + 5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 83. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d : y = 3x + 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

- Bài 101.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số sau, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d :
- a) $(C): y = x^4 - x^2 + 1, d: y = 2x + 3$.
- b) $(C): y = \frac{x+1}{x+2}, d: 3x + y - 4 = 0$.
- Bài 102.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số sau, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng d :
- a) $(C): y = x^3 + 2x^2 - x + 1, d: x - 2y + 3 = 0$.
- b) $(C): y = x^4 + 2x^2 + 1, (d): x + 8y - 1 = 0$.
- c) $(C): y = \frac{x+1}{x-1}, (d): x + 2y - 1 = 0$.
- Bài 103.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -1 .
- Bài 104.** Tìm các điểm trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$ mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.
- Bài 105.** Tìm các điểm trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{2 - x}$ mà tiếp tuyến tại đó song song với đường thẳng $y = -\frac{3}{4}x + 4$.
- Bài 106.** Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 + \frac{1}{3}$ và M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng -1 . Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $5x - y = 0$.

Dạng 3: [NC] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến d đi qua M .
- Suy ra: $d: y - y_0 = k(x - x_0) \Leftrightarrow y = kx - kx_0 + y_0$. (*)
- d tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} f(x) = kx - kx_0 + y_0 & (1) \\ f'(x) = k & (2) \end{cases}$$

- Thế (2) vào (1) để tìm hoành độ tiếp điểm x .
- Thế x vào phương trình (2) để tìm hệ số góc k của tiếp tuyến.
- Thế k vào (*) tìm được phương trình tiếp tuyến đi qua M .

⚡ **Chú ý:** Khi thế (2) vào (1) giả sử thu được phương trình ẩn số là x và được kí hiệu là (I). Thông thường phương trình (I) có bao nhiêu nghiệm x thì qua điểm M có bấy nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị (C) . Từ đó ta giải quyết được bài toán “Tìm điều kiện để qua M có thể vẽ được đến đồ thị (C) n tiếp tuyến”.

Ví dụ 84. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - x^2 + 9x - 3$ biết tiếp tuyến đi qua $A(2; -1)$.

Ví dụ 85. Tìm trên trục hoành những điểm vẽ được đến đồ thị (C): $y = x^3 - x^2$ ba tiếp tuyến.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 107. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số.

a) $y = \frac{3x+2}{x+2}$, biết tiếp tuyến đi qua $M(1;3)$.

b) $y = x^4 - 2x^2 + 1$, biết tiếp tuyến kẻ từ $N(0;1)$.

c) $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$, biết tiếp tuyến vẽ từ $Q(1;2)$.

Bài 108. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm uốn và chứng minh rằng Δ là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

Bài 109. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt trục Ox, Oy tại A, B là tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Bài 110. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ (C) . Cho điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$. Tiếp tuyến của (C) tại M_0 cắt các tiệm cận của (C) tại A và B . Chứng minh M_0 là trung điểm đoạn AB .

Bài 111. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C) . Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng IM .

Bài 112. Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = -x^3 + (2m+1)x^2 - m - 1$. Tìm m để đồ thị (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $y = 2mx - m - 1$.

Bài 113. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (1). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc tọa độ O .

Bài 114. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số, biết tiếp tuyến cắt Ox và Oy lần lượt tại A và B (khác O) sao cho $OB = 4OA$.

Bài 115. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ (C) . Tìm m sao cho đường thẳng $d: y = mx + m + 2$ cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(-1;2), B, C$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại B và C vuông góc.

Bài 116. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tìm m sao cho đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm A, B và hai tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau.

Bài 117. Cho hàm số $y = \frac{x^2-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm trên trục hoành các điểm mà từ đó kẻ được duy nhất một tiếp tuyến đến đồ thị (C) .

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
- b) Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 118. Cho $(C): y = (x+1)^2(x-1)^2$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
- Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm phương trình $(x-1)^2 - 2a + 1 = 0$.

Bài 119. Cho $(C): y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
- Tìm m để phương trình $2x^3 - 3x^2 - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Bài 120. Cho $(C): y = \frac{x^4}{2} - x^2 - \frac{3}{2}$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
- Tìm m để phương trình $x^4 - 2x^2 - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 121. Cho $(C): y = 2 - \frac{2}{x+1}$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
- Biện luận theo m số nghiệm phương trình $2|x| = m|x+1|$.

Bài 122. Cho $(C): y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
- Tìm m để phương trình sau có 6 nghiệm phân biệt: $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| = m$.

Bài 123. Cho $(C): y = -x^3 + 3x^2$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .
- Tìm m để phương trình $-x^3 + 3x^2 + m^3 - 3m^2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vấn đề 10. ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ

Dạng 1: ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA HỌ ĐƯỜNG

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Phương pháp: Cho họ đường (C_m) có phương trình: $y = f(x, m)$.

- Với điểm $M(x_0; y_0)$ bất kỳ ta có:

$$M(x_0; y_0) \in (C_m) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0, m) \quad (*)$$

Khai triển và đặt thừa số chung các số hạng có chứa tham số m của phương trình $(*)$ rồi đưa về dạng: $Am + B = 0$ (1) hoặc $Am^2 + Bm + C = 0$ (2)

- Việc tìm điểm cố định của họ (C_m) được dựa vào lập luận sau:

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định của họ (C_m)

$$\Leftrightarrow M(x_0; y_0) \in (C_m) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0, m) \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow \text{Phương trình (1) hoặc (2) có nghiệm } \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad (I) \text{ hoặc } \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases} \quad (II)$$

- Giải hệ phương trình (I) hoặc (II) nếu ta tìm được nghiệm $(x_0; y_0)$ thì cặp số $(x_0; y_0)$ chính là tọa độ điểm cố định phải tìm.
- Tùy theo hệ phương trình có **bao nhiêu nghiệm** mà ta có **bấy nhiêu điểm cố định**. Nếu hệ vô nghiệm thì họ (C_m) không có điểm cố định.

Ghi chú:

- Nếu bài toán yêu cầu tìm điểm mà họ (C_m) **không bao giờ qua** thì ta lập luận như sau:

Giả sử $M(x_0; y_0)$ là điểm mà họ (C_m) không bao giờ qua.

$$\Leftrightarrow M(x_0; y_0) \notin (C_m) \Leftrightarrow y_0 \neq f(x_0, m) \quad \forall m$$

$$\Leftrightarrow \text{Phương trình (1) hoặc (2) vô nghiệm.}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C \neq 0 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} A \neq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

- Bài toán tìm điểm cố định còn gặp trong đường tròn, đường thẳng, ... ta lập luận tương tự như trên.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 87. Tìm điểm cố định của họ đường (C_m) có phương trình sau:

a) $y = \frac{mx+1}{m(x-1)+2}$.

b) $y = x^3 - mx^2 - (2m^2 - 7m + 7)x + 2(m-1)(2m-3)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 88. Tìm điểm mà đồ thị $(C_m): y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 5m + 5$ không bao giờ qua.

C. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 124. Tìm điểm cố định của họ đường (C_m) có phương trình sau:

- a) $y = x^4 + mx^2 - (m+1)$ b) $y = x^3 - 2m^2x^2 + 3mx + 2m^2 - 3m + 1$
 c) $y = x^2 - 2(m+1)x - 4m + 1$ d) $y = (m-1)x^2 + 4(m+1)x + 3(m+2)$
 e) $y = (m+3)x - 2m + 1$ f) $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 + 3m + 2)x + 2m(2m-1)$
 g) $y = \frac{mx^2 - (m-1)x - 1}{x-m} \quad (m \neq 1)$ h) $y = \frac{mx^2 - (m^2 + m - 1)x + m^2 - m + 2}{x-m}$

Bài 125. Tìm điểm mà (C_m) có phương trình sau không bao giờ qua:

- a) $y = \frac{2x^2 + (6-m)x + 4}{mx + 2}$ b) $y = \frac{(3m+1)x - (m^2 - m)}{x + m}$

Bài 126. Cho hàm số $y = x^3 - 2mx^2 - mx$ có đồ thị là (C_m) . Chứng minh rằng trên parabol $(P): y = x^2 + 1$ tồn tại ít nhất hai điểm mà (C_m) không bao giờ qua.

Bài 127. Cho hàm số $y = x^2(m-x) - m \quad (1)$. Chứng minh rằng đường thẳng $y = kx + k + 1$ luôn luôn cắt đường cong (1) tại một điểm cố định.

BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP

Bài 131. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.

- Khảo sát hàm số. Gọi (C) là đồ thị.
- Dùng (C) biện luận số nghiệm của: $3x^2 - (m+2)x + m + 2 = 0$.
- Từ (C) suy ra đồ thị (C') của hàm số $y = \frac{x+2}{|x-1|}$.
- Biện luận theo a số nghiệm của phương trình: $\frac{x+2}{|x-1|} = a + 1$.

Bài 132. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 - bx}{x-1}$ (C). Tìm a, b biết rằng (C) đi qua $A\left(1 - \frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và tiếp tuyến của (C) tại $O(0;0)$ có hệ số góc bằng -3 .

Bài 133. Cho hàm số: $y = \frac{2x^2 - x - 1}{x-1}$.

- Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = m - x$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt?
- Gọi A, B là hai giao điểm đó. Tìm tập hợp các trung điểm I của AB khi m thay đổi.

Bài 134. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$ (C).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Tìm các giao điểm của (C) với $(P): y = g(x) = 2x^2 + 1$
- Viết phương trình các tiếp tuyến của (C) và (P) tại mỗi giao điểm của chúng.
- Xác định các khoảng trên đó (C) nằm phía trên hoặc dưới (P) .

Bài 135. Cho hàm số: $y = \frac{x+2}{2x+1}$ (H).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H) của hàm số.
- Chứng minh rằng đường thẳng $y = mx + m - 1$ luôn đi qua một điểm cố định của đường cong (H) khi m thay đổi.
- Tìm các giá trị của m sao cho đường thẳng đã cho cắt đường cong (H) tại hai điểm phân biệt cùng một nhánh của (H) .

Bài 136. Cho hàm số: $y = x^3 + 3x + 1$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm uốn U của nó.
- Gọi (d_m) là đường thẳng qua U và có hệ số góc m . Tìm m sao cho (d_m) cắt (C) tại ba điểm phân biệt.
- Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $-x^3 - 3x + m = 0$.

Bài 137. Cho hàm số $(C_m): y = x^4 - (m+1)x^2 + m$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 2$.
- Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $\frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 1 = m$
- Chứng minh rằng (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định $\forall m$.
- Tìm các giá trị của m sao cho (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm tạo thành ba đoạn thẳng bằng nhau.

Bài 138. Cho hàm số $(C_m): y = \frac{x-4m}{2(mx-1)}$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 1$.
- Chứng minh rằng với mọi $m \neq \pm \frac{1}{2}$, các đường (C_m) đều đi qua hai điểm cố định A và B .
- Chứng minh rằng các hệ số góc của các tiếp tuyến với (C_m) tại A và B là một hằng số khi m thay đổi.

Bài 139. Cho hai hàm số $(P): y = x^2 - x + 1$ và $(H): y = \frac{1}{x+1}$.

- Khảo sát sự biến thiên, vẽ (P) và (H) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm giao điểm của (P) và (H) . Chứng minh rằng (P) và (H) có tiếp tuyến chung tại giao điểm của chúng.

Bài 140. Cho họ đường cong bậc ba (C_m) và họ đường thẳng (D_k) lần lượt có phương trình là

$$(C_m): y = -x^3 + mx^2 - m \text{ và } (D_k): y = kx + k + 1.$$

✱ Trong phần này cho $m = 3$.

- Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Gọi A và B là 2 điểm cực đại và cực tiểu của (C) và M là điểm bất kỳ trên cung AB với M khác A, B . Chứng minh rằng trên (C) ta tìm được hai điểm tại đó có tiếp tuyến vuông góc với tiếp tuyến tại M với (C) .
- Gọi đường thẳng $\Delta: y = 1$. Cho $E \in \Delta$, biện luận số tiếp tuyến với (C) vẽ từ E .
- Tìm $E \in \Delta$ để qua E có 3 tiếp tuyến với (C) và có 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau.
- Định p để trên (C) có 2 tiếp tuyến có hệ số góc bằng p , trong trường hợp này chứng tỏ trung điểm của hai tiếp điểm là điểm cố định.
- Tìm $M \in (C)$ để qua M chỉ có một tiếp tuyến với (C) .

✱ Trong phần này cho tham số m thay đổi

- Tìm điểm cố định của (C_m) . Định m để hai tiếp tuyến tại hai điểm cố định này vuông góc nhau.
- Định m để (C_m) có 2 điểm cực trị. Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm cực trị.
- Định m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt.
- Định m để:
 - hàm số đồng biến trong $(1, 2)$.
 - hàm số nghịch biến trong $(0, +\infty)$.
- Tìm m để (C_m) cắt Ox tại 3 điểm có hoành độ tạo thành cấp số cộng.
- Tìm điều kiện giữa k và m để (D_k) cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt. Tìm k để (D_k) cắt (C_m) thành hai đoạn bằng nhau.
- Viết phương trình tiếp tuyến với (C_{-m}) và đi qua điểm $(-1; 1)$.
- CMR trong các tiếp tuyến với (C_m) thì tiếp tuyến tại điểm uốn có hệ số góc lớn nhất.

Bài 141. Cho hàm số bậc bốn có đồ thị (C_a) : $y = x^4 + 8ax^3 - 4(1+2a)x^2 + 3$ với phương trình:

✖ **Trong phần này ta khảo sát hàm số ứng với $a = 0$**

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C_0) . Tìm tọa độ điểm uốn.
- Định m để tiếp tuyến với (C_0) tại M có hoành độ m , cắt (C_0) tại hai điểm P, Q khác điểm M . Có giá trị nào của m để M là trung điểm đoạn PQ .
- Tìm quỹ tích trung điểm I của đoạn PQ khi m thay đổi trong điều kiện câu b.

✖ **Trong phần này ta khảo sát hàm số ứng với $a = -\frac{1}{2}$**

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C)
- Cho đường thẳng (D) có phương trình $y = ax + b$. Tìm a, b để phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (D) có hai nghiệm kép phân biệt và. Tìm tọa độ hai điểm chung.
- Viết phương trình tiếp tuyến với (C) và có hệ số góc bằng -8 . Tìm tọa độ các tiếp điểm.

✖ **Trong phần này ta khảo sát hàm số trong trường hợp tổng quát**

- Biện luận theo a số điểm cực trị của hàm số. Định a để hàm số chỉ có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại.
- Trong trường hợp đồ thị hàm số có ba điểm cực trị hãy viết phương trình parabol đi qua ba điểm cực trị này.
- Định a để đồ thị có hai điểm uốn. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm uốn này.

Bài 142. Cho hàm số (C) : $y = \frac{x-1}{x-2}$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
- Tìm các điểm trên (C) có tọa độ là số nguyên.
- Tìm m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt mà hai tiếp tuyến của (C) tại hai điểm đó song song với nhau.
- Tìm M thuộc (C) để:
 - Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang.
 - Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.
 - Tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ nhỏ nhất.
- Chứng minh rằng từ một điểm M bất kỳ thuộc (C) , tích khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là một số không đổi.
- Chứng minh rằng đồ thị (C) có tâm đối xứng.
- Tìm những điểm trên trục tung mà từ đó kẻ được đúng một tiếp tuyến đến đồ thị (C) .

Bài 143. Cho hàm số (C_m) : $y = \frac{(1+m)x+m}{x+m}$.

✖ **Với $m = 1$:**

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại các giao điểm của (C) với các trục tọa độ.
- M là điểm có hoành độ $a \neq 1$, và thuộc đồ thị hàm số, tiếp tuyến d của (C) tại M cắt hai tiệm cận tại A, B .
 - Chứng minh rằng: M là trung điểm AB .
 - Chứng minh rằng: ΔIAB có diện tích không đổi, với I là giao của hai tiệm cận.

iii) Tính khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng d . Xác định a để khoảng cách trên đạt giá trị nhỏ nhất?

iv) Xác định a để tiếp tuyến d lập với hai tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

✱ **Tìm m để:**

d) Đồ thị có hai tiệm cận.

e) Hàm số đồng biến trên khoảng $[0; +\infty)$.

Bài 144. Cho hàm số $(C): y = \frac{-x^2 + 3x - 3}{2(x-1)}$.

a) Tìm các điểm trên (C) có tọa độ là số nguyên.

b) Tìm m để đường thẳng $d: y = m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho:

i) $AB = 1$.

ii) AB nhỏ nhất.

c) Tìm M thuộc (C) để:

i) Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến tiệm cận xiên.

ii) Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.

iii) Tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ nhỏ nhất.

d) Chứng minh rằng từ một điểm M bất kỳ thuộc (C) , tích khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là một số không đổi.

e) Chứng minh rằng đồ thị (C) có tâm đối xứng.

f) Tìm hai điểm M, N thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị (C) để khoảng cách giữa chúng là nhỏ nhất.

Bài 145. Cho hàm số $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số. Từ đó suy ra đồ thị của hàm số

$$y = \frac{2x+1}{|x-1|} \text{ (vẽ hình riêng).}$$

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $2x - m|x-1| + 1 = 0$

c) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $2\cos x - m|\cos x - 1| + 1 = 0$ với $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$

ĐH Tổng hợp TPHCM - 77

ĐS: b) $k = -2/3$ c) $a \leq -1$: 1 nghiệm;

Bài 146. Cho hàm số $(C): y = -x^3 + 3x$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số. Từ đó suy ra đồ thị hàm số

$$y = -|x|^3 + 3|x| \text{ (vẽ hình riêng).}$$

b) Tìm m để phương trình $x^3 - 3x = \frac{2m}{m^2 + 1}$ có ba nghiệm phân biệt:

ĐH Quốc gia TPHCM - 98

ĐS: b) $\forall m$

Bài 147. Cho hàm số $(C): y = x^3 - 3x + 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) qua $A(1; -1)$.

c) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $|x|(x^2 - 3) = m$

ĐH Mĩ thuật Công nghiệp - 98

ĐS: b) $y = -3x + 2$; $y = 15x/4 - 19/4$

c) $m < -2$: vn; $m = -2 \vee m = 0$: 2 nghiệm; $m = 0$: 4 nghiệm; $-2 < m < 0$: 4 nghiệm

Bài 148. Cho hàm số $(C): y = x^3 - x^2 - x + 1$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $(x-1)^2 |x+1| = m$

ĐH Thủy sản Nha Trang - 98

Bài 149. Cho hàm số $(C): y = f(x) = \frac{2x}{x-1}$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Từ đồ thị (C) , suy ra đồ thị (C_1) của hàm số $y = \frac{2|x|}{|x|-1}$ (vẽ hình riêng).
- Dùng đồ thị (C_1) để biện luận theo tham số m số nghiệm $x \in [-1; 2]$ của phương trình: $(m-2)|x| - m = 0$.

ĐH QG TP HCM - 99

ĐS: c) $m < 0$: 2 nghiệm; $m = 0$: 1 nghiệm $x = 0$; $0 < m < 4$: VN;

Bài 150. Cho hàm số $(C_k): y = x^3 - 3kx^2 - 6kx$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho khi $k = \frac{1}{4}$.
- Biện luận theo a số nghiệm của phương trình: $4|x|^3 - 3x^2 - 6|x| - 4a = 0$
- Tìm k để trong các giao điểm của đồ thị (C_k) với trục Ox chỉ có một điểm có hoành độ dương.

ĐH Hàng hải TP HCM - 00

ĐS: c) $k > 0$

Bài 151. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Từ đồ thị (C) suy ra đồ thị của hàm số $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.
- Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $|x|^3 - 6x^2 + 9|x| - 3 + m = 0$

ĐH Sư phạm HN Khối B - 01

ĐS: c) $m > 3$: vô nghiệm; $m = 3$: 3 nghiệm;

$-1 < m < 3$: 6 nghiệm; $m = -1$: 4 nghiệm; $m < -1$: 2 nghiệm

Bài 152. [TNPT 2006] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$

- Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Dựa vào đồ thị (C) , biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $-x^3 + 3x^2 - m = 0$.

Bài 153. [TNPT 2006] Viết phương trình của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 2}$, biết các tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = 3x + 2006$.

Bài 154. [TNPT 2006] Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ $x_0 = -3$.

Bài 155. [TNPT 2007] Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$, gọi đồ thị hàm số là (C) .

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm cực đại của (C) .

- Bài 156.** [TNPT 2007] Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$.
- Bài 157.** [TNPT 2007] Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$.
- Bài 158.** [TNPT 2008] Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$.
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
b) Biện luận theo m số nghiệm thực của phương trình $2x^3 - 3x^2 - 1 = m$.
- Bài 159.** [TNPT 2008] Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{2} \cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
- Bài 160.** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$.
- Bài 161.** [TNPT 2009] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng -5 .
- Bài 162.** [TNPT 2010] Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 5$.
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho.
b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 6x^2 + m = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.
- Bài 163.** [TNPT 2011] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$.
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
b) Xác định tọa độ giao điểm của đồ thị (C) của đường thẳng $y = x + 2$.
- Bài 164.** [TNPT 2011] Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- Bài 165.** [TNPT 2012] Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2 .
- Bài 166.** [TNPT 2012] Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x^2$.
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 . Biết $f''(x) = -1$.
- Bài 167.** [TNPT 2013] Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 1$.
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).
b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng 9.
- Bài 168.** [CĐ 2012] Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ (1)
a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
b) Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số (1), biết rằng d vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

Bài 169. [CD 2011] Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

Bài 170. [CD 2010]

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 .

Bài 171. [CD 2009] Cho hàm số $y = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$ (1), với m là tham số thực

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 2$.
- Tìm các giá trị của m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) có hoành độ dương.

Bài 172. [CD 2008] Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Tìm m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

Bài 173. [ĐH 2009 Khối A] Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ (1)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1)
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc toạ độ O.

Bài 174. [ĐH 2009 Khối B] Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$ (1)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).
- Với các giá trị nào của m , phương trình $x^2|x^2 - 2| = m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt?

Bài 175. [ĐH 2009 Khối D] Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 0$.
- Tìm m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2

Bài 176. [ĐH 2009 Khối D] Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -2x + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc trục tung.

Bài 177. [ĐH 2010 Khối A] Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ (1), m là tham số thực

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 1$.
- Tìm m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$

Bài 178. [ĐH 2010 Khối B] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Tìm m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ [O là gốc toạ độ].

Bài 179. [ĐH 2010 Khối D] Cho hàm số $y = -x^4 - x^2 + 6$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{6}x - 1$.

Bài 180. [ĐH 2011 Khối A] Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng $y = x + m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B . Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 181. [ĐH 2011 Khối B] Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (1), m là tham số.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.
- Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$, O là gốc tọa độ, A là cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.

Bài 182. [ĐH 2011 Khối D] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho
- Tìm k để đường thẳng $y = kx + 2k + 1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.

Bài 183. [ĐH 2012 Khối A&A1] Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 0$
- Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

Bài 184. [ĐH 2012 Khối B] Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.
- Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

Bài 185. [ĐH 2012 Khối D] Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ (1), m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
- Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

Bài 186. [ĐH 2013 Khối A&A1] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ (1)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.
- Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Bài 187. [ĐH 2013 Khối B] Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ (1)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.
- Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$

Bài 188. [ĐH 2013 Khối D] Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1$ (1), m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
- Tìm m để đường thẳng $y = -x + 1$ cắt đồ thị của hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

Bài 189. [ĐH 2014 Khối D] Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (1), với m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc bằng 9.

Bài 190. [CĐ 2014 Khối D] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ (1), với m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ bằng 1.

Bài 191. [ĐH 2014 Khối A, A1] Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (1).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $y = -x$ bằng $\sqrt{2}$.

Bài 192. [ĐH 2014 Khối B] Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1), với m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.
- Cho điểm $A(2; 3)$. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A .

Bài 193. [MH 2015] Cho hàm số: $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến có hoành độ $x = 1$.

Bài 194. [THPTQG 2015]

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$.
- Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

Bài 195. [THPTQG 2015]

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$
- Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$ trên đoạn $[1; 2]$.

Bài 196. [THPTQG 2016]

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$.
- Tìm m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị đó, tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 3$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

- Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên K . Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng K , thì Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A.** $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$. **B.** $f'(x) > 0, \forall x \in K$.
- C.** $f'(x) < 0, \forall x \in K$. **D.** Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm.
- Câu 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên K . Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng K , thì Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A.** $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$. **B.** $f'(x) > 0, \forall x \in K$.
- C.** $f'(x) < 0, \forall x \in K$. **D.** Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm.
- Câu 3.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(a;b)$, với x_1, x_2 bất kỳ thuộc $(a;b)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi.... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A.** $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$. **B.** $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$.
- C.** $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$. **D.** $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(a;b)$, với x_1, x_2 bất kỳ thuộc $(a;b)$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi.... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A.** $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$. **B.** $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) = f(x_2)$.
- C.** $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$. **D.** $x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- Câu 5.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi..... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} > 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.
- B.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} < 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.
- C.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} \geq 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.
- D.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} \leq 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.
- Câu 6.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi.... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} > 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.
- B.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} < 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.
- C.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} \geq 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.
- D.** $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_1 - x_2} \leq 0$ với mọi $x_1, x_2 \in (a;b)$ và $x_1 \neq x_2$.

- Câu 7.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. thì đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải trên $(a;b)$.
 B. thì đồ thị của nó đi xuống từ trái sang phải trên tập xác định của nó.
 C. thì đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải trên $(c;b)(a < c)$.
 D. thì đồ thị của nó đi xuống từ trái sang phải trên $(a;b)$.
- Câu 8.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi.... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. thì đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải trên $(a;b)$.
 B. thì đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải trên tập xác định của nó.
 C. thì đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải trên $(a;b)$.
 D. thì đồ thị của nó đi xuống từ trái sang phải trên $(a;b)$.
- Câu 9.** Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. đồng biến trên $(a;b)$.
 B. nghịch biến trên $(a;b)$.
 C. hàm số hằng trên $(a;b)$.
 D. chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 10.** Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x) + g(x) \dots$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. đồng biến trên $(a;b)$.
 B. nghịch biến trên $(a;b)$.
 C. hàm số hằng trên $(a;b)$.
 D. chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 11.** Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x) \cdot g(x) \dots$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. đồng biến trên $(a;b)$.
 B. nghịch biến trên $(a;b)$.
 C. hàm số hằng trên $(a;b)$.
 D. chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 12.** Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x) \cdot g(x) \dots$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. đồng biến trên $(a;b)$.
 B. nghịch biến trên $(a;b)$.
 C. hàm số hằng trên $(a;b)$.
 D. chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 13.** Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ và $g(x) \neq 0$ thì hàm số $\frac{f(x)}{g(x)} \dots$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. đồng biến trên $(a;b)$.
 B. nghịch biến trên $(a;b)$.
 C. hàm số hằng trên $(a;b)$.
 D. chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 14.** Nếu các hàm số $f(x)$, $g(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ và $g(x) \neq 0$ thì hàm số $\frac{f(x)}{g(x)} \dots$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
- A. đồng biến trên $(a;b)$.
 B. nghịch biến trên $(a;b)$.
 C. hàm số hằng trên $(a;b)$.
 D. chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.

- Câu 15.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $-f(x)$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 16.** Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $-f(x)$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 17.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $\frac{1}{f(x)}$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 18.** Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $\frac{1}{f(x)}$... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 19.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x)+2018$... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 20.** Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $f(x)+2018$... Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 21.** Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số $-f(x)-2019$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 22.** Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số $-f(x)-2019$ Điền vào chỗ chấm chấm để được mệnh đề đúng.
A. đồng biến trên $(a;b)$. **B.** nghịch biến trên $(a;b)$.
C. hàm số hằng trên $(a;b)$. **D.** chưa kết luận về tính đơn điệu trên $(a;b)$.
- Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đơn điệu trên khoảng $(a;b)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b)$. **B.** $f'(x) \leq 0, \forall x \in (a;b)$.
C. $f'(x) \neq 0, \forall x \in (a;b)$. **D.** $f'(x)$ không đổi dấu trên $(a;b)$.

Câu 24. Phát biểu nào sau đây là sai về tính đơn điệu của hàm số?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên miền $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2$, ta có:
 $f(x_1) < f(x_2)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên miền $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2$, ta có:
 $f(x_1) > f(x_2)$.
- C.** Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- D.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi
 $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi
 $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi
 $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi
 $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$ và
 $f'(x) = 0$ tại hữu hạn giá trị $x \in (a; b)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$ và
 $f'(x) = 0$ tại hữu hạn giá trị $x \in (a; b)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi
 $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi
 $\forall x_1, x_2 \in (a; b), x_1 \neq x_2: \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_2 - x_1} > 0$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ và
 $f'(x) = 0$ tại hữu hạn giá trị $x \in (a; b)$.

- Câu 29.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Phát biểu nào sau đây là sai?
- A.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $\forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- B.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- C.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$.
- D.** Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) < 0, \forall x \in (a; b)$ và $f'(x) = 0$ tại hữu hạn giá trị $x \in (a; b)$.
- Câu 30.** Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$ thì hàm số $y = f(x+2)$ luôn đồng biến trên khoảng nào?
- A.** $(-1; 2)$. **B.** $(1; 4)$. **C.** $(-3; 0)$. **D.** $(-2; 4)$.
- Câu 31.** Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ thì hàm số $y = f(2x)$ luôn đồng biến trên khoảng nào?
- A.** $(0; 2)$. **B.** $(0; 4)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(-2; 0)$.
- Câu 32.** Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.** Hàm số $y = f(x+1)$ đồng biến trên $(a; b)$.
- B.** Hàm số $y = -f(x) - 1$ nghịch biến trên $(a; b)$.
- C.** Hàm số $y = -f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$.
- D.** Hàm số $y = f(x) + 1$ đồng biến trên $(a; b)$.
- Câu 33.** Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ đồng biến trên khoảng nào?
- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- Câu 34.** Chỉ ra khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ trong các khoảng dưới đây:
- A.** $(-1; 3)$. **B.** $(-\infty; -3)$ hoặc $(1; +\infty)$.
- C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty; -1)$ hoặc $(3; +\infty)$.
- Câu 35.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên toàn trục số?
- A.** $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.
- C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3$.
- Câu 36.** Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:
- A.** $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.
- C.** $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$.
- Câu 37.** Hàm số $y = x^3 + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi:
- A.** Chỉ khi $m = 0$. **B.** Chỉ khi $m \geq 0$.
- C.** Chỉ khi $m \leq 0$. **D.** Với mọi m .

- Câu 38.** Tìm m lớn nhất để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (4m-3)x + 2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** Đáp án khác. **D.** $m = 3$.
- Câu 39.** Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2x^2 + (m+3)x + m$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì giá trị m nhỏ nhất là
A. $m = -4$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 1$.
- Câu 40.** Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x + 7$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện của m là
A. $m > 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m \leq 1$. **D.** $m \geq 2$.
- Câu 41.** Hàm số $y = (m+2)\frac{x^3}{3} - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì:
A. $m < -2$. **B.** $m > -2$. **C.** $m \leq -2$. **D.** $m \geq -2$.
- Câu 42.** Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m-1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số luôn nghịch biến. **B.** Hàm số luôn đồng biến.
C. Hàm số không đơn điệu trên $\mathbb{R}$. **D.** Các khẳng định A, B, C đều sai.
- Câu 43.** Hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m-1)$ đồng biến trên miền $[2; +\infty)$ khi:
A. $m < 5$. **B.** $-2 \leq m \leq \frac{3}{2}$. **C.** $m > -2$. **D.** $m < \frac{3}{2}$.
- Câu 44.** Tập tất cả các giá trị của m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 10$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$ là
A. $m = 0$. **B.** $m \leq \frac{12}{7}$. **C.** $m \geq \frac{12}{7}$. **D.** m tùy ý.
- Câu 45.** Biết rằng hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 3(m-1)x^2 + 9x + 1$ nghịch biến trên $(x_1; x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1 - x_2| = 6\sqrt{3}$ thì giá trị m là
A. -1 . **B.** 3 . **C.** -3 hoặc 1 . **D.** -1 hoặc 3 .
- Câu 46.** Giá trị của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ giảm trên đoạn có độ dài bằng 1 là
A. $m = -\frac{9}{4}$. **B.** $m = 3$. **C.** $m \leq 3$. **D.** $m = \frac{9}{4}$.
- Câu 47.** Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?
A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $(-\infty; 0)$.
- Câu 48.** Cho $y = 2x^4 - 4x^2$. Hãy chọn mệnh đề sai trong bốn phát biểu sau:
A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
C. Trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$, $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến.
D. Trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.
- Câu 49.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$:
A. $y = x^3 + 3x^2 - 4$. **B.** $y = -x^3 + x^2 - 2x - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

- Câu 50.** Hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên $(1;3)$ khi:
A. $m \in [-5;2)$. **B.** $m \in (-\infty;2]$. **C.** $m \in (-\infty;-5)$. **D.** $m \in (2;+\infty)$.
- Câu 51.** Hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi:
A. $m \leq 0$. **B.** $m = 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \neq 0$.
- Câu 52.** Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là
A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $(-\infty;1) \cup (1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.
- Câu 53.** Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ luôn:
A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Đồng biến trên từng khoảng xác định. **D.** Nghịch biến trên từng khoảng xác định.
- Câu 54.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?
A. $y = \frac{x-2}{x+2}$. **B.** $y = \frac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y = \frac{x-2}{-x+2}$. **D.** $y = \frac{x+2}{-x+2}$.
- Câu 55.** Nếu hàm số $y = \frac{(m-1)x+1}{2x+m}$ nghịch biến thì giá trị của m là
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $(-1;2)$.
- Câu 56.** Hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ khi và chỉ khi:
A. $m > 2$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m > 1$.
- Câu 57.** Hàm số $y = \frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên $(-1;+\infty)$ khi:
A. $m < 1$. **B.** $m > 2$. **C.** $1 \leq m < 2$. **D.** $-1 < m < 2$.
- Câu 58.** Hàm số $y = \frac{x^2 - mx - 1}{1-x}$ nghịch biến trên các khoảng xác định khi:
A. $m < 0$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m = 0$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 59.** Tìm điều kiện của a, b để hàm số $y = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$
A. $a^2 + b^2 \leq 2$. **B.** $a^2 + b^2 \geq 2$. **C.** $a^2 + b^2 \leq 4$. **D.** $a^2 + b^2 \geq 4$.
- Câu 60.** Giá trị của b để hàm số $f(x) = \sin x - bx + c$ nghịch biến trên toàn trục số là
A. $b \geq 1$. **B.** $b < 1$. **C.** $b = 1$. **D.** $b \leq 1$.
- Câu 61.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.
A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. **B.** $m \leq 0$.
C. $1 \leq m < 2$. **D.** $m \geq 2$.
- Câu 62.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. **B.** $m \leq -\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. **D.** $m \geq \sqrt{2}$.
- Câu 63.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng
- | | | | | | |
|---------|----|---|----|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f'(x)$ | 3 | 1 | -1 | 2 | 4 |
- A.** $(2;4)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-4;-2)$.

- Câu 64.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (2m - 1)x - (3m + 2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- A. $-3 \leq m \leq -\frac{1}{5}$. B. $-3 < m < -\frac{1}{5}$. C. $m < -3$. D. $m \geq -\frac{1}{5}$.
- Câu 65.** Cho hàm số $y = \sqrt{1 - x^2}$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:
- A. Hàm số đồng biến trên $[0; 1]$. B. Hàm số đồng biến trên toàn tập xác định.
C. Hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$. D. Hàm số nghịch biến trên toàn tập xác định.
- Câu 66.** Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
- A. $(0; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-1; 1)$.
- Câu 67.** Cho hàm số $y = \sqrt{x^3 - 3x}$. Hãy chọn Câu đúng:
- A. Tập xác định $D = [-\sqrt{3}; 0] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; \sqrt{3})$ và $(\sqrt{3}; +\infty)$.
- Câu 68.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = 2x - \cos 2x - 5$. C. $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. D. $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$.
- Câu 69.** Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = (x-1)^2 - 3x + 2$. B. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$. C. $y = \frac{x}{x+1}$. D. $y = \tan x$.
- Câu 70.** Khẳng định nào sau đây sai?
- A. Hàm số $y = 2x + \cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = -x^3 - 3x + 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
D. Hàm số $y = 2x^4 + x^2 + 1$ luôn nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Vấn đề 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

- Câu 71.** Phát biểu nào sau đây là đúng?
- A. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .
B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.
C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số $y = f(x)$ đã cho.
D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0 .
- Câu 72.** Cho khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 , hàm số $f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a; b)$ (có thể từ điểm x_0). Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:
- A. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại x_0 .
B. Nếu $f'(x) = 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .
C. Nếu $f'(x) = 0$ và $f''(x_0) = 0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0 .
D. Nếu $f'(x) = 0$ và $f''(x) \neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .

Câu 73. Phát biểu nào dưới đây là sai?

- A.** Nếu tồn tại số h sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$, ta nói rằng hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .
- B.** Giả sử $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$. Khi đó nếu $f'(x) < 0$ trên $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.
- C.** $x = a$ là hoành độ điểm cực tiểu khi và chỉ khi $y'(a) = 0$; $y''(a) > 0$.
- D.** Nếu $M(x_0; f(x_0))$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số thì $y_0 = f(x_0)$ được gọi là giá trị cực trị của hàm số.

Câu 74. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a; b)$. Tìm mệnh đề sai?

- A.** Nếu $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a; b)$.
- B.** Nếu $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a; b)$.
- C.** Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \in (a; b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.
- D.** Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a; b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a; x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0; b)$.

Câu 75. Cho khoảng $(a; b)$ chứa m . Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a; b)$. Có các phát biểu sau đây:

- (1) m là điểm cực trị của hàm số khi $f'(m) = 0$.
- (2) $f(x) \geq f(m)$, $\forall x \in (a; b)$ thì $x = m$ là điểm cực tiểu của hàm số.
- (3) $f(x) < f(m)$, $\forall x \in (a; b) \setminus \{m\}$ thì $x = m$ là điểm cực đại của hàm số.
- (4) $f(x) \geq M$, $\forall x \in (a; b)$ thì M được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(a; b)$.

Số phát biểu đúng là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 76. Giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?

- A.** $y_{CD} = 4$. **B.** $y_{CD} = 1$. **C.** $y_{CD} = 0$. **D.** $y_{CD} = -1$.

Câu 77. Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị khi:

- A.** $\begin{cases} x = -3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{10}{3} \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{10}{3} \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$

Câu 78. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có hai điểm cực trị là

- A.** $(0; 0)$ hoặc $(1; -2)$. **B.** $(0; 0)$ hoặc $(2; 4)$.
C. $(0; 0)$ hoặc $(2; -4)$. **D.** $(0; 0)$ hoặc $(-2; -4)$.

Câu 79. Hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7$ đạt cực tiểu tại x_{CT} . Kết luận nào sau đây đúng ?

- A.** $x_{CT} = \frac{1}{3}$. **B.** $x_{CT} = -3$. **C.** $x_{CT} = -\frac{1}{3}$. **D.** $x_{CT} = 1$.

- Câu 80.** Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x$ là
- A. $y_{CT} = 2y_{CD}$. B. $y_{CT} = \frac{3}{2}y_{CD}$. C. $y_{CT} = y_{CD}$. D. $y_{CT} = -y_{CD}$.
- Câu 81.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_1 và cực tiểu tại x_2 thì tích của $y(x_1) \cdot y(x_2)$ có giá trị bằng
- A. -302 . B. -82 . C. -207 . D. 25 .
- Câu 82.** Khoảng cách giữa hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = (x+1)(x-2)^2$ là
- A. $2\sqrt{5}$. B. 2 . C. 4 . D. $5\sqrt{2}$.
- Câu 83.** Trong các đường thẳng dưới đây, đường thẳng nào đi qua trung điểm đoạn thẳng nối các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$?
- A. $y = 2x - 3$. B. $y = -\frac{x}{3} + \frac{1}{3}$. C. $y = 2x + 3$. D. $y = -2x - 1$.
- Câu 84.** Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có hai điểm cực trị khi m thỏa mãn điều kiện:
- A. $0 < m < 2$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 8 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $0 < m < 8$.
- Câu 85.** Hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + x^2 + x + 2017$ có cực trị khi và chỉ khi:
- A. $m \leq 1$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. D. $m < 1$.
- Câu 86.** Với điều kiện nào của a và b để hàm số $y = (x+a)^3 + (x+b)^3 - x^3$ đạt cực đại và cực tiểu?
- A. $ab > 0$. B. $ab < 0$. C. $ab \geq 0$. D. $ab \leq 0$.
- Câu 87.** Hàm số $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$ không có cực trị khi:
- A. $m = 3$. B. $m = 0$ hoặc $m = 3$. C. $m = 0$. D. $m \neq 3$.
- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 4$ đạt cực trị tại $x = 3$ hoặc $x = 5$, ta được:
- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.
- Câu 89.** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Nếu đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là gốc tọa độ O và điểm $A(2; -4)$ thì phương trình của hàm số là
- A. $y = -3x^3 + x^2$. B. $y = -3x^3 + x$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = x^3 - 3x^2$.
- Câu 90.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - m$ có các giá trị cực trị trái dấu.
- A. -1 và 0 . B. $(-\infty; 0) \cup (-1; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $[0; 1]$.
- Câu 91.** Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx + m^3$. Tìm m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho độ dài $AB = \sqrt{2}$.
- A. $m = 0$. B. $m = 0$ hoặc $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.
- Câu 92.** Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2-3)x + 1$ đạt cực trị tại $x = -1$ thì m bằng
- A. $m = 0$. B. $m = -2$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$.

- Câu 93.** Biết hàm số $y = 3x^3 - mx^2 + mx - 3$ có một điểm cực trị $x = -1$. Khi đó, hàm số đạt cực trị tại điểm khác có hoành độ là
- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{4}$.
- Câu 94.** Nếu $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 5$ thì tập tất cả các giá trị của m có thể nhận được là
- A. 1. B. -3. C. 1 hoặc -3. D. $[-3; 1]$.
- Câu 95.** Hàm số $y = ax^3 - ax^2 + 1$ có điểm cực tiểu $x = \frac{2}{3}$ khi điều kiện của a :
- A. $a = 0$. B. $a > 0$. C. $a = 2$. D. $a < 0$.
- Câu 96.** Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ là
- A. $m = 0$. B. $m = \pm \frac{9}{2}$. C. $m = \pm \frac{1}{2}$. D. $m = \pm 2$.
- Câu 97.** Giá trị của m để hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 4x_2 = 0$ là
- A. $m = \pm \frac{9}{2}$. B. $m = \pm \frac{3}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = \pm \frac{1}{2}$.
- Câu 98.** Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ có phương trình:
- A. $y = -8x + m$. B. $y = -8x + m - 3$.
C. $y = -8x + m + 3$. D. $y = -8x - m + 3$.
- Câu 99.** Nếu $x = 1$ là hoành độ trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m + 2)x^2 + (2m + 3)x + 2018$ thì tập tất cả các giá trị của m là
- A. $m = -1$. B. $m \neq -1$. C. $m = -\frac{3}{2}$. D. Không có giá trị m .
- Câu 100.** Giá trị của m để khoảng cách từ điểm $M(0; 3)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3mx + 1$ bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$ là
- A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$. B. $m = -1$. C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$. D. Không tồn tại m .
- Câu 101.** Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 1$. Xác định m để hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trong khoảng $(-2; 3)$
- A. $m \in (-1; 3) \cup (3; 4)$. B. $m \in (1; 3)$. C. $m \in (3; 4)$. D. $m \in (-1; 4)$.
- Câu 102.** Để hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m + 2)x - m - 6$ có cực đại, cực tiểu tại x_1, x_2 sao cho $x_1 < -1 < x_2$ thì giá trị của m là
- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m > -1$. D. $m < -1$.
- Câu 103.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m + 2)x$ có hai điểm cực trị nằm trong khoảng $(0; +\infty)$?
- A. $m > 2$. B. $m < 2$. C. $m = 2$. D. $0 < m < 2$.

A. $m > 0$. **B.** $m < 1$. **C.** $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$. **D.** $0 < m < 1$.

A. $a+1$. **B.** a . **C.** $a-1$. **D.** 1.

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

A. $m = \frac{1}{2}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \frac{3}{4}$. **D.** $m = \frac{4}{3}$.

A. $m < 2$. **B.** $m \leq 3$. **C.** $m < 3$. **D.** $m \leq 2$.

A. $m \leq \frac{1}{2}$. **B.** $m > 1$. **C.** $\begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m > 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$.

A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** a và c trái dấu. **C.** $b^2 - 12ac \geq 0$. **D.** $b^2 - 12ac > 0$.

A. $m = 0$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

A. $m = 0$. **B.** $m = \sqrt{2}$. **C.** $m = -\sqrt{2}$. **D.** $m = \pm\sqrt{2}$.

A. $m = -1$. **B.** $m > 0$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = 0$.

A. 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
C. 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu. **D.** 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 116. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ dương?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 117. Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 3)^2$. Giá trị cực đại của hàm số $f'(x)$ bằng

- A. 8. B. -8. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 118. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$). Trong điều kiện nào sau đây thì hàm số có ba cực trị:

- A. a, b cùng dấu và c bất kì. B. a, b trái dấu và c bất kì.
C. $b = 0$ và a, c bất kì. D. $c = 0$ và a, b bất kì.

Câu 119. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ ($a \neq 0$). Để hàm số có một cực tiểu và hai cực đại thì a, b cần thỏa mãn:

- A. $a < 0, b < 0$. B. $a < 0, b > 0$. C. $a > 0, b < 0$. D. $a > 0, b > 0$.

Câu 120. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ ($a \neq 0$). Để hàm số chỉ có một cực trị và là cực tiểu thì a, b cần thỏa mãn:

- A. $a < 0, b \leq 0$. B. $a < 0, b > 0$. C. $a > 0, b < 0$. D. $a > 0, b \geq 0$.

Câu 121. Hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m^2 + m$ có ba cực trị khi:

- A. $m = 0$. B. $m > 0$. C. $m < 0$. D. $m \neq 0$.

Câu 122. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Tìm tổng $(a + b)$.

- A. -14. B. 14. C. -20. D. 34.

Câu 123. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có điểm đại $A(0; -3)$ và có điểm cực tiểu $B(-1; -5)$. Khi đó giá trị của a, b, c lần lượt là

- A. -3; -1; -5. B. 2; -4; -3. C. 2; 4; -3. D. -2; 4; -3.

Câu 124. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m^2 - m + 1)x^2 + m - 1$ có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu và thỏa mãn khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu ngắn nhất.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = \frac{3}{2}$. D. $m = -\frac{3}{2}$.

Câu 125. Cho hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 - 4$ có đồ thị là (C_m) . Tìm các giá trị của m để tất cả các điểm cực trị của (C_m) đều nằm trên các trục tọa độ.

- A. $m \leq 0$. B. $m = 2$. C. $m > 0$. D. $m \leq 0$ hoặc $m = 2$.

Câu 126. Giá trị của tham số m bằng bao nhiêu để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0; 1), B, C$ thỏa mãn $BC = 4$?

- A. $m = \pm 4$. B. $m = \sqrt{2}$. C. $m = 4$. D. $m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 127. Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$, với m là tham số thực. Tìm m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông.

- A. $m = -1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. Đáp án khác.

Câu 128. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác vuông cân.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

Câu 129. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (3m+1)x^2 + 2(m+1)$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ.

- A. $m = -\frac{2}{3}$. B. $m = \frac{2}{3}$. C. $m = -\frac{1}{3}$. D. $m = \frac{1}{3}$.

Câu 130. Hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có cực đại và cực tiểu thì điều kiện của m là

- A. $m < 0$. B. $m = 0$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m > 0$.

Câu 131. Hàm số $y = \frac{x^2 + mx + m}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ khi giá trị thực m bằng

- A. -1 . B. -3 . C. 1 . D. 3 .

Câu 132. Điểm cực trị của hàm số $y = \sin 2x - x$ là

- A. $x_{CD} = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x_{CT} = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x_{CD} = \frac{\pi}{6} + k\pi$; $x_{CT} = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x_{CD} = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 133. Giá trị cực đại của hàm số $y = x + 2\cos x$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

- A. $\frac{5\pi}{6} + \sqrt{3}$. B. $\frac{5\pi}{6} - \sqrt{3}$. C. $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$. D. $\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$.

Câu 134. Cho hàm số $y = \sin x - \sqrt{3}\cos x$. Khẳng định nào sau đây **sai**:

- A. $x = \frac{5\pi}{6}$ là một nghiệm của phương trình.
B. Trên khoảng $(0; \pi)$ hàm số có duy nhất một cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{5\pi}{6}$.
D. $y + y'' = 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 135. Hàm số $y = \sin 3x + m \sin x$ đạt cực đại tại $x = \frac{\pi}{3}$ khi m bằng

- A. 5 . B. -6 . C. 6 . D. -5 .

Câu 136. Biết hàm số $y = a \sin x + b \cos x + x$ ($0 < x < 2\pi$) đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{3}$; $x = \pi$. Khi đó tổng $a + b$ bằng

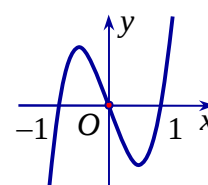
- A. 3 . B. $\frac{\sqrt{3}}{3} + 1$. C. $\sqrt{3} + 1$. D. $\sqrt{3} - 1$.

Câu 137. Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = x^2 \sqrt{x^2 + 2}$

- A. $x_{CT} = 1$. B. $x_{CT} = 0$. C. $x_{CD} = -1$. D. $x_{CD} = 2$.

Câu 138. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 2 . B. 1 .
C. 0 . D. 3 .



Câu 139. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 140. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$ trong đó x (mg) và $x > 0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng

- A. 15mg.
- B. 30mg.
- C. 40mg.
- D. 20mg.

Vấn đề 3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT – GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 141. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Trong các khẳng định sau có bao nhiêu khẳng định đúng?

- (1) $f(x) \geq f(a), \forall x \in [a; b] \Rightarrow \min_{[a; b]} f(x) = f(a)$.
- (2) Nếu hàm số đồng biến trên $(a; b) \Rightarrow \max_{[a; b]} f(x) = f(a)$.
- (3) Nếu hàm số nghịch biến trên $(a; b) \Rightarrow \exists \min_{[a; b]} f(x)$.

- A. 0.
- B. 2.
- C. 1.
- D. 3.

Câu 142. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Chắc chắn tồn tại giá trị $\min_{[a; b]} f(x)$.
- B. $\max_{[a; b]} f(x) = f(b)$.
- C. Nếu $f'(x)$ có nghiệm $x_0 \in (a; b)$ thì $\min_{[a; b]} f(x) = f(x_0)$.
- D. Nếu $f'(x)$ có nghiệm $x_0 \in (a; b)$ thì $\max_{[a; b]} f(x) = f(x_0)$.

Câu 143. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\min_{[a; b]} f(x) = f(a) \Rightarrow \max_{[a; b]} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{f(x)} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^{f(a)}$, với $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$.
- B. $f(x) \geq m, \forall x \in [a; b], g(x) \geq n, \forall x \in [a; b] \Rightarrow \min_{x \in [a; b]} [f(x) + g(x)] = m + n$.
- C. Nếu $\min_{x \in [a; b]} f(x) = m, \max_{x \in [a; b]} f(x) = M$ thì $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$.
- D. Nếu $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(a), \max_{x \in [a; b]} f(x) = f(b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$.

Câu 144. Biết hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $[a; b]$ và x_0 là nghiệm duy nhất của $f'(x)$ trên $(a; b)$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(a)$.
- B. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(b)$.
- C. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = f(x_0)$.
- D. $\min_{x \in [a; b]} f(x) = \min \{ f(a), f(x_0), f(b) \}$.

Câu 145. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a; b]$.
 B. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.
 C. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.
 D. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a; b]$.

Câu 146. Cho hàm số $y = \frac{mx+n}{x+1}$, với tham số m, n thỏa mãn $m < n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\min_{x \in [0;1]} y = n$. B. $\min_{x \in [0;1]} y = \frac{m+n}{2}$. C. $\max_{x \in [0;1]} y = m$. D. $\max_{x \in [0;1]} y = \frac{m+n}{2}$.

Câu 147. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			-2		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$			$-\infty$		2	

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.
 B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng -2 và giá trị nhỏ nhất bằng 2 .
 C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng 2 .
 D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ bằng -2 .

Câu 148. Xét hàm số $y = \sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[-1; 1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$.
 B. Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$.
 D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $x = 1$, giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{7}$ khi $x = -1$.

Câu 149. Khi tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$, một học sinh làm như sau:

(1) Tập xác định $D = [-1; 4]$ và $y' = \frac{-2x+3}{\sqrt{-x^2+3x+4}}$.

(2) Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1; x = 4$ và $\forall x \in (-1; 4): y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

(3) Kết luận: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{5}{2}$ khi $x = \frac{3}{2}$ và giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi $x = -1; x = 4$.

Cách giải trên:

- A. Sai ở bước (3). B. Sai từ bước (1).
 C. Sai từ bước (2). D. Cả ba bước (1), (2), (3) đều đúng.

Câu 150. Khi tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2 - x^2}$, một học sinh làm như sau:

(1). Tập xác định: $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ và $y' = \frac{\sqrt{2 - x^2} - x}{\sqrt{2 - x^2}}$.

(2). $y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2 - x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

(3). Kết luận: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2 khi $x = 1$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-\sqrt{2}$ khi $x = -\sqrt{2}$.

Cách giải trên:

A. Sai từ bước (1).

B. Sai từ bước (2).

C. Sai ở bước (3).

D. Cả ba bước (1), (2), (3) đều đúng.

Câu 151. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$ lần lượt là

A. 0 và 2.

B. $-\sqrt{2}$ và $\sqrt{2}$.

C. -2 và 2.

D. 0 và $\sqrt{2}$.

Câu 152. Cho hàm số $y = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0; +\infty)$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 153. Gọi m là giá trị nhỏ nhất và M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M - m$ bằng

A. -5.

B. 1.

C. 4.

D. 5.

Câu 154. Trên đoạn $[-1; 1]$, hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$

A. có giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$ và giá trị lớn nhất tại $x = 1$.

B. có giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$ và giá trị lớn nhất tại $x = -1$.

C. có giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$ và không có giá trị lớn nhất.

D. không có giá trị nhỏ nhất và có giá trị lớn nhất tại $x = 1$.

Câu 155. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

A. $\min_{[2;4]} y = 6$.

B. $\min_{[2;4]} y = -2$.

C. $\min_{[2;4]} y = -3$.

D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 156. Trong các số dưới đây, đâu là số ghi giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^2 + 4x - 5|$ trên đoạn $[-6; 6]$?

A. 0.

B. 9.

C. 55.

D. 110.

Câu 157. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^2 - 3x + 2| - x$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng

A. 2.

B. 17.

C. 34.

D. 68.

Câu 158. Cho hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$. Với $x > 0$ hàm số:

A. Có giá trị nhỏ nhất là -1.

B. Có giá trị nhỏ nhất là 0.

C. Có giá trị nhỏ nhất là 3.

D. Không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 159. Tập giá trị của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ với $x \in [3; 5]$ là

- A. $\left[\frac{38}{3}; \frac{526}{15}\right]$. B. $\left[\frac{38}{3}; \frac{142}{5}\right]$. C. $\left[\frac{29}{3}; \frac{127}{5}\right]$. D. $\left[\frac{29}{3}; \frac{526}{15}\right]$.

Câu 160. Gọi $T = [a; b]$ là tập giá trị của hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x}$ với $x \in [2; 4]$. Khi đó $b - a$?

- A. 6. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 161. Trên đoạn $[-1; 2]$. Hàm số $y = -x - \frac{4}{x}$:

- A. Có giá trị nhỏ nhất là -4 và giá trị lớn nhất là 2.
B. Có giá trị nhỏ nhất là -4 và không có giá trị lớn nhất.
C. Không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất là 2.
D. Không có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất.

Câu 162. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\cos^3 x - \frac{9}{2}\cos^2 x + 3\cos x + \frac{1}{2}$ là

- A. 1. B. -24 . C. -12 . D. -9 .

Câu 163. Khi tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^2 x$. Một học sinh làm như sau.

(I). Với mọi x ta đều có $0 \leq \sin^4 x \leq 1$ (1) và $0 \leq \cos^2 x \leq 1$ (2).

(II). Cộng (1) và (2) theo vế ta được $0 \leq \sin^4 x + \cos^2 x \leq 2$.

(III). Vậy GTLN của hàm số là 2 và GTNN của hàm số là 0.

Cách giải trên

- A. Sai từ bước (I). B. Sai từ bước (II).
C. Sai từ bước (III). D. Cả ba bước (I), (II) và (III) đều sai.

Câu 164. Trên nửa khoảng $[0; +\infty)$, hàm số $f(x) = x^3 + x - \cos x - 4$:

- A. Có giá trị lớn nhất là -5 , không có giá trị nhỏ nhất.
B. Không có giá trị lớn nhất, có giá trị nhỏ nhất là -5 .
C. Có giá trị lớn nhất là -5 , giá trị nhỏ nhất là -5 .
D. Không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất.

Câu 165. Giá trị nào sau đây của x để tại đó hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 4]$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 166. Hàm số nào sau đây không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên $[-2; 2]$?

- A. $y = x^3 + 2$. B. $y = x^4 + x^2$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = -x + 1$.

Câu 167. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6 + \sqrt{4x - x^2}$ là

- A. 14. B. 0. C. 6. D. 8.

Câu 168. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2}{x+1}$ trên $[0; 1]$ bằng

- A. $\frac{1+m^2}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1-m^2}{2}$. D. m^2 .

Câu 169. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m^2}{x-1}$ trên $[-1; 0]$ bằng

- A. $\frac{m^2-1}{2}$. B. $-m^2$. C. $\frac{1-m^2}{2}$. D. m^2 .

Câu 170. Trên đoạn $[-1;1]$, hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + a$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 thì a bằng

- A. $a = 2$. B. $a = 6$. C. $a = 0$. D. $a = 4$.

Câu 171. Giá trị lớn nhất của m để hàm số $f(x) = \frac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;3]$ bằng -2 ?

- A. $m = 4$. B. $m = 5$. C. $m = -4$. D. $m = 1$.

Câu 172. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+m^2}$ trên đoạn $[2;5]$ bằng $\frac{1}{6}$?

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = \pm 3$. D. $m = 4$.

Câu 173. Đây là số ghi giá trị của m trong các số dưới đây, nếu 10 là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^2 + 4x - m$ trên đoạn $[-1;3]$?

- A. 3. B. -6 . C. -7 . D. -8 .

Câu 174. Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 ?

- A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Câu 175. Trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích S thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $2\sqrt{S}$. B. $4\sqrt{S}$. C. $2S$. D. $4S$.

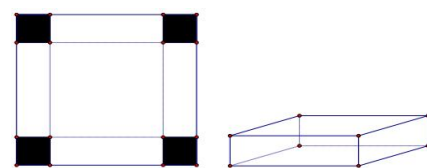
Câu 176. Trong tất cả các hình chữ nhật có chu vi bằng 16 cm thì hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng

- A. 36cm^2 . B. 20cm^2 . C. 16cm^2 . D. 30cm^2 .

Câu 177. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong tháng 8 vừa qua). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ:

- A. 12. B. 30. C. 20. D. 15.

Câu 178. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 179. Một người nông dân rào một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là 10.000m^2 . Biết rằng bờ rào ở các cạnh phía bắc và phía nam giá $1500/\text{m}$, bờ rào ở các cạnh phía đông và phía tây giá $6000/\text{m}$. Để chi phí thấp nhất thì kích thước Đông - Tây, Bắc - Nam của mảnh vườn là

- A. 50m; 200m B. 200m; 50m. C. 40m; 250m. D. 100m; 100m.

Câu 180. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,024x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm liều lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

- A. 20 mg. B. 0,5 mg. C. 2,8 mg D. 15 mg.

Câu 181. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2 + 17t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng

A. 17 m/s. B. 36 m/s. C. 26 m/s D. 29 m/s.

Câu 182. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = 6t^2 - 2t^3$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng 6 giây kể từ lúc vật bắt đầu chuyển động vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

A. 6 m/s. B. 4 m/s. C. 3 m/s. D. 5 m/s.

Câu 183. Một hộ kinh doanh có 50 phòng cho thuê. Nếu cho thuê mỗi phòng với giá là 2 triệu đồng/1 tháng thì các phòng đều được thuê hết. Nếu cứ tăng giá mỗi phòng thêm 100.000 đồng/tháng, thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chủ hộ kinh doanh nên tăng mỗi phòng bao nhiêu để có tổng thu nhập mỗi tháng cao nhất?

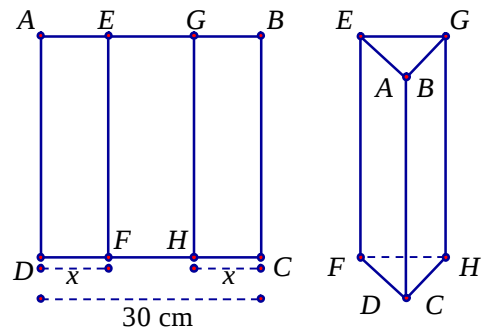
A. 500.000 đồng. B. 200.000 đồng. C. 300.000 đồng. D. 250.000 đồng.

Câu 184. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 42.000 đồng. B. 40.000 đồng. C. 43.000 đồng. D. 39.000 đồng.

Câu 185. Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gấp tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là:

A. $x = 5$ (cm). B. $x = 9$ (cm).
C. $x = 8$ (cm). D. $x = 10$ (cm).



Câu 186. Người ta xây một bể chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 600.000 đồng/m². Hãy xác định kích thước của bể sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất. Chi phí đó là

A. 85 triệu đồng. B. 90 triệu đồng. C. 75 triệu đồng. D. 86 triệu đồng.

Câu 187. Một chủ hộ kinh doanh có 32 phòng trọ cho thuê. Biết giá cho thuê mỗi tháng là 2.000.000đ/1 phòng trọ, thì không có phòng trống. Nếu cứ tăng giá mỗi phòng trọ lên 200.000đ/1 tháng, thì sẽ có 2 phòng bị bỏ trống. Hỏi chủ hộ kinh doanh sẽ cho thuê với giá là bao nhiêu để có thu nhập mỗi tháng cao nhất?

A. 2.600.000 đ. B. 2.400.000 đ. C. 2.000.000 đ. D. 2.200.000 đ.

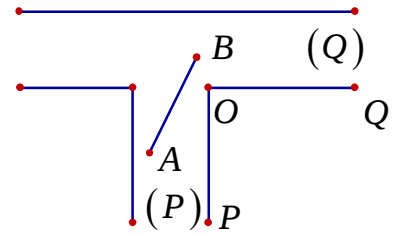
Câu 188. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 4t^3 - \frac{t^4}{2}$ (người). Nếu xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ mấy?

A. 6. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 189. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 12t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 8 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (giây) bằng

- A. $t = 4$. B. $t = 4$ hoặc $t = 2$. C. $t = 6$. D. $t = 2$.

Câu 190. Mương nước (P) thông với mương nước (Q), bờ của mương nước (P) vuông góc với bờ của mương nước (Q). Chiều rộng của hai mương bằng nhau và bằng 8m. Một thanh gỗ AB, thiết diện nhỏ không đáng kể trôi từ mương (P) sang mương (Q). Độ dài lớn nhất của thanh AB (lấy gần đúng đến chữ số phần trăm) sao cho AB khi trôi không bị vướng là



- A. 22,63 m. B. 22,61 m. C. 23,26 m. D. 23,62 m.

Câu 191. Một sợi dây kim loại dài 0,9m được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tìm độ dài cạnh của tam giác đều (tính theo đơn vị cm) sao cho tổng diện tích của tam giác và hình chữ nhật là nhỏ nhất.

- A. $\frac{60}{2-\sqrt{3}}$. B. $\frac{60}{\sqrt{3}+2}$. C. $\frac{30}{1+\sqrt{3}}$. D. $\frac{240}{\sqrt{3}+8}$.

Câu 192. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 144 (m/s). B. 36 (m/s). C. 243 (m/s). D. 27 (m/s).

Câu 193. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Tính số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất

- A. 14. B. 12. C. 15. D. 13.

Câu 194. Một chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

- A. 54 (m/s). B. 216 (m/s). C. 30 (m/s). D. 400 (m/s).

Câu 195. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

- A. $3\sqrt{3}$ (m²). B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (m²). C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (m²). D. 1 (m²).

Câu 196. Một công ti dự kiến chi 1 tỉ đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Biết rằng chi phí để làm mặt xung quanh của thùng đó là 100,000 đ/m², chi phí để làm mặt đáy là 120 000 đ/m² Hãy tính số thùng sơn tối đa mà công ty đó sản xuất (giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể).

- A. 57582 thùng. B. 58135 thùng. C. 18209 thùng. D. 12525 thùng.

- Câu 197.** Một xe buýt của hãng xe A có sức chứa tối đa là 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định đúng là
- A. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 3.200.000 (đồng).
 B. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.
 C. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 2.700.000 (đồng).
 D. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.
- Câu 198.** Chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.
- A. 20.000 đồng. B. 22.000 đồng. C. 15.000 đồng. D. 10.000 đồng.
- Câu 199.** Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + t + 10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Trong khoảng thời gian 6 giây đầu tiên của chuyển động, ở thời điểm nào thì vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất?
- A. $t = 2$ s. B. $t = 3$ s. C. $t = 6$ s. D. $t = 5$ s.
- Câu 200.** Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường s (m) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (s), hàm số đó là $s = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (s) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là
- A. $t = 4$ s. B. $t = 2$ s. C. $t = 6$ s. D. $t = 8$ s.
- Câu 201.** Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 50000 đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty đã tìm ra phương án cho thuê đạt lợi nhuận lớn nhất. Hỏi thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là bao nhiêu?
- A. 115 250 000. B. 101 250 000. C. 100 000 000. D. 100 250 000.
- Câu 202.** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (s) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?
- A. 24 (m/s). B. 108 (m/s). C. 18 (m/s). D. 64 (m/s).
- Câu 203.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^4 + y^4 = m \end{cases}$ có nghiệm thực.
- A. $m \geq 2$. B. $m \geq 1$. C. $m = 2$. D. $m \leq 2$.
- Câu 204.** Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ (km/h) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên).
- A. 10 (km/h). B. 25 (km/h). C. 15 (km/h). D. 20 (km/h).

Câu 205. Bạn A có một đoạn dây dài 20 m. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

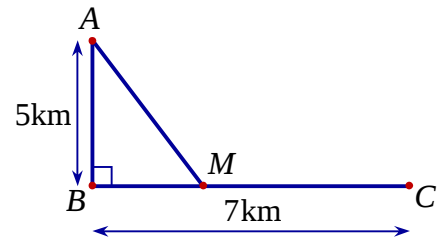
A. $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}$ m.

B. $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}$ m.

C. $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}$ m.

D. $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}$ m.

Câu 206. Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ 5 km, trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc 6 km/h. Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất.



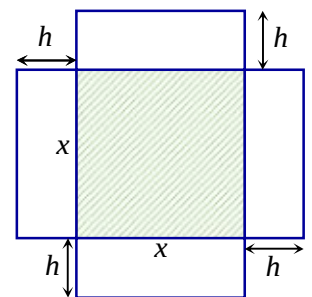
A. $3\sqrt{2}$ km.

B. $\frac{7}{3}$ km.

C. $2\sqrt{5}$ km.

D. $\frac{7}{2}$ km.

Câu 207. Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5 \text{ dm}^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh x (dm), chiều cao h (dm). Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.



A. 10,5 (dm).

B. 12 (dm).

C. 11 (dm).

D. 9 (dm).

Câu 208. Người ta muốn dùng vật liệu bằng kim loại để gò thành một thùng hình trụ tròn xoay có hai đáy với thể tích V cho trước (hai đáy cũng dùng chính vật liệu đó). Hãy xác định chiều cao h và bán kính R của hình trụ theo V để tốn ít vật liệu nhất.

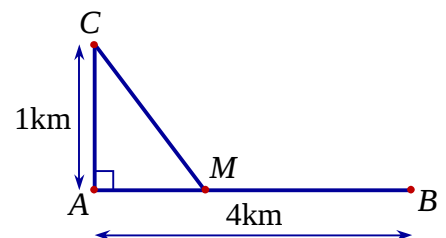
A. $R = 2h = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

B. $R = 2h = 2\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$.

C. $h = 2R = 2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

D. $h = 2R = 2\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 209. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).



A. 106,25 triệu đồng.

B. 120 triệu đồng.

C. 164,92 triệu đồng.

D. 114,64 triệu đồng.

Câu 210. Một miếng bìa hình tam giác đều ABC , cạnh bằng 16. Học sinh Trang cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M, N thuộc cạnh BC ; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB). Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $16\sqrt{3}$.

B. $8\sqrt{3}$.

C. $32\sqrt{3}$.

D. $34\sqrt{3}$.

Vấn đề 4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 211. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 212. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 0$.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên trục hoành.

Câu 213. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$ có:

- A. Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận xiên $y = x$.
- B. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = x$.
- C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = -x$.
- D. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = x$.

Câu 214. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{x-2}$ bằng

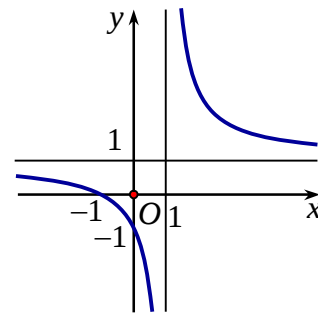
- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 215. Cho đường cong (C): $y = \frac{x-2}{x+2}$. Điểm nào dưới đây là giao của hai tiệm cận của (C)?

- A. $L(-2; 2)$.
- B. $M(2; 1)$.
- C. $N(-2; -2)$.
- D. $K(-2; 1)$.

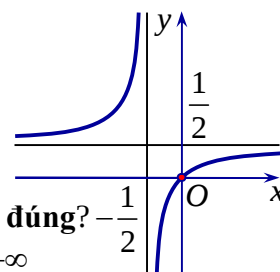
Câu 216. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là các đường thẳng

- A. $x = -1$ và $y = 1$.
- B. $x = 1$ và $y = 1$.
- C. $x = -1$ và $y = -1$.
- D. $x = 1$ và $y = -1$.



Câu 217. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là các đường thẳng

- A. $x = -\frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$.
- B. $x = -1$ và $y = 1$.
- C. $x = \frac{1}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$.
- D. $x = \frac{1}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$.



Câu 218. Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	-1	3	2

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
- D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -1$, $y = 2$.

Câu 219. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây **sai**?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'			0	
			$-$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	-1	$+\infty$

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.
 B. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 2$.
 C. Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x = -1$.
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

Câu 220. Cho đồ thị hàm số có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'			
	$-$		$-$
y	3	$+\infty$	3

Chọn khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.
 B. Hàm số có giá trị cực đại $y_{CD} = 3$.
 C. Hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 221. Đường cong $(C): y = \frac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 222. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$ có những đường tiệm cận nào?

- A. $x = 0$ và $y = 2$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 2$ và $y = 0$.

Câu 223. Đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{3x^2+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận xiên?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 224. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2-4x+1}{x-1}$:

- A. Có tiệm cận đứng. B. Có tiệm cận ngang.
 C. Có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên. D. Không có đường tiệm cận.

Câu 225. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 226. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1-\sqrt{3x+1}}{x^2-x}$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 227. Có bao nhiêu đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2017}{\sqrt{x^2+x+1}}$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 228. Cho hàm số $y = \frac{x(\sqrt{x^2 - 2x} + x)}{x^2 - 1}$ có đồ thị (C) . Kí hiệu n là số tiệm cận ngang, d là số tiệm cận đứng. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $n + d = 2$. **B.** $n > d$. **C.** $n + d = 4$. **D.** $n < d$.

Câu 229. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{x - 2}$ là
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 230. Đồ thị của hàm số nào sau đây có ba đường tiệm cận?
A. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$. **B.** $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 3x + 2}$. **C.** $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x - 3}$. **D.** $y = \frac{x + 3}{2x - 1}$.

Câu 231. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$ là
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 232. Đồ thị của hàm số $y = \frac{(2x - 1)^2}{x^2}$ có:
A. Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{1}{2}$. **B.** Đường thẳng $y = 4$ là tiệm cận ngang.
C. Đường thẳng $y = 2x$ là tiệm cận xiên. **D.** Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang.

Câu 233. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2}{x^2 - x}$ có:
 (I) Tiệm cận đứng $x = 0$. (II) Tiệm cận đứng $x = 1$. (III) Tiệm cận ngang $y = 3$.
 Mệnh đề nào đúng?
A. Chỉ I và II. **B.** Chỉ I và III. **C.** Chỉ II và III. **D.** Cả ba I, II, III.

Câu 234. Trong ba hàm số:
 I. $y = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$. II. $y = \frac{x^3}{x - 1}$. III. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$.
 Đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang?
A. Chỉ I. **B.** Chỉ II. **C.** Chỉ III. **D.** Chỉ II và III.

Câu 235. Trong các kết quả sau, kết quả nào nêu đúng cả hai đường thẳng đều là tiệm cận của đồ thị hàm số $y = x + 2 + \frac{3\sin x - 4\sin^3 x}{6x - \pi}$?
A. $\left\{x = \frac{\pi}{2}; y = x + 2\right\}$. **B.** $\left\{x = \frac{\pi}{6}; y = x + 2\right\}$. **C.** $\left\{x = \frac{4}{3}; y = x - 2\right\}$. **D.** $\left\{x = \frac{\pi}{6}; y = x - 2\right\}$.

Câu 236. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2} + 1 + \frac{\sin x}{x}$ có:
A. Tiệm cận đứng. **B.** Tiệm cận ngang.
C. Tiệm cận đứng và tiệm cận xiên. **D.** Tiệm cận xiên.

Câu 237. Cho hàm số $y = \frac{x + 2}{x^2 - 4x + m}$. Trong các giá trị của tham số m cho như sau, giá trị nào làm cho đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 238. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên?

- A. $m = \frac{7}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = 2$. D. $m = 0$.

Câu 239. Với các giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ không có tiệm cận đứng?

- A. $m = 0$. B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$. D. $m = 1$.

Câu 240. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang

- A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài. B. $m < 0$. C. $m = 0$. D. $m > 0$.

Câu 241. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng đi qua điểm $M(-1; \sqrt{2})$?

- A. 2. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 242. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{(m-1)x^2 + 2mx - 1}{x}$ có tiệm cận xiên đi qua điểm $M(3; 4)$?

- A. 1. B. 2. C. $\frac{7}{5}$. D. $\frac{5}{7}$.

Câu 243. Nếu đồ thị $y = \frac{mx^2 + (3-m)x - 2}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên tiếp xúc với đường tròn có phương trình $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2$ thì tập tất cả các giá trị của m là

- A. -1. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 244. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Gọi I là giao điểm 2 đường tiệm cận. Gọi $M(x_0, y_0)$, $x_0 > 0$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2 + IB^2 = 40$. Khi đó tích $x_0 y_0$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 2.

Câu 245. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ (C) . Gọi d là khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị đến một tiếp tuyến của (C) . Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 246. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+n}$. Biết đồ thị có tiệm cận đứng là $x=1$ và $y'(2)=1$. Giá trị của $m+n$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. -3.

- Câu 247.** Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{-4x+5}{2x+3}$ tạo với hai trục toạ độ một hình chữ nhật có diện tích bằng
- A. 1. B. 2. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 248.** Cho M là giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{2x-1}{2x+3}$ với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận là
- A. 4. B. 6. C. 8. D. 2
- Câu 249.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $ad-bc \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. Hàm số luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định.
 B. Đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận.
 C. Hàm số không có cực trị.
 D. Đồ thị hàm số luôn có tâm đối xứng.
- Câu 250.** Các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = ax + \sqrt{4x^2+1}$ có tiệm cận ngang là
- A. $a = \pm 2$. B. $a = -2$ và $a = \frac{1}{2}$. C. $a = \pm 1$. D. $a = \pm \frac{1}{2}$.
- Câu 251.** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận là
- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.
- Câu 252.** Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-1}{x^2+2mx-m}$ có 3 tiệm cận là
- A. $m < -1$ hoặc $m > 0$ và $m \neq \frac{1}{3}$. B. $m < -1$ hoặc $m > 0$.
 C. $m \neq -1$ và $m \neq \frac{1}{3}$. D. $-1 < m < 0$ và $m \neq \frac{1}{3}$.
- Câu 253.** Cho hàm số $y = \frac{mx-2}{x-1}$ (C_m). Tìm m để giao điểm của hai tiệm cận của (C_m) trùng với toạ độ đỉnh của Parabol $(P): y = x^2 - 2x + 3$.
- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -2$.
- Câu 254.** Cho hàm số $y = \frac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, (m là tham số thực). Tìm m để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; -3)$.
- A. $m = \pm 1$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.
- Câu 255.** Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-1}{x-m}$ có tiệm cận đứng.
- A. $m \notin \{-1; 1\}$. B. $m \neq 1$. C. $m \neq -1$. D. không có m .
- Câu 256.** Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-6x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?
- A. -27. B. 9 hoặc -27. C. 0. D. 9.

Câu 257. Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2mx - m}$ có ba tiệm cận là

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$.

B. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

C. $m \in (-1; 0) \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 258. Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + m}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $m \in \{-1; -4\}$.

B. $m \in \{1; 4\}$.

C. $m = -1$.

D. $m = 4$.

Câu 259. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x+m}$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Câu 260. Cho hàm số $y = \sqrt{mx^2 + 2x} - x$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang

A. $m = 1$.

B. $m \in \{-2; 2\}$.

C. $m \in \{-1; 1\}$.

D. $m > 0$.

Câu 261. Tập hợp các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{(mx^2 - 2x + 1)(4x^2 + 4m + 1)}$ có đúng một đường tiệm cận là

A. $\emptyset$.

B. $\{0\} \cup (1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1) \cup \{0\} \cup (1; +\infty)$.

Câu 262. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + a}{x^3 + ax^2}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $a \neq 0, a \neq \pm 1$.

B. $a \neq 0, a \neq -1$.

C. $a < 0, a \neq -1$.

D. $a > 0$.

Câu 263. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(4a-b)x^2 + ax + 1}{x^2 + ax + b - 12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm cận thì giá trị $a+b$ bằng

A. -10 .

B. 2 .

C. 10 .

D. 15 .

Câu 264. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 + m}}$ có 3 tiệm cận.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -9 \end{cases}$.

B. $m = 0$.

C. $m > 0$.

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -9 \end{cases}$.

Câu 265. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - \frac{m}{2}x$ có tiệm cận ngang.

A. Không tồn tại m .

B. $m = 2$ và $m = -2$.

C. $m = -1$ và $m = 2$.

D. $m = -2$.

Câu 266. Để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{(1-m)x^2 + 3x - 1}}$ có tiệm cận ngang thì điều kiện của m là

A. $m > 1$.

B. $m \neq 1$.

C. $m < 1$.

D. $0 < m < 1$.

Câu 267. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x} - m}{x - 1}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. $(-\infty; +\infty) \setminus \{1\}$.

B. $(-\infty; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 268. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14}$.

- A. $x = -2$ và $x = 7$. B. $x = -2$. C. $x = 2$ và $x = -7$. D. $x = 7$.

Câu 269. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{x - 5\sqrt{x} + 4}$?

- A. $x = 16$. B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
C. $x = 1$. D. $x = 1, x = 16$.

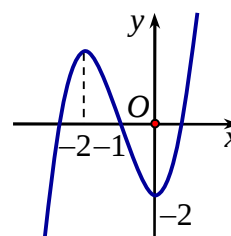
Câu 270. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x^2 - 1 - \sqrt{x^4 + x + 7}}{x^2 - 3x + 2}$. Đồ thị hàm số đã cho có

- A. tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2, x = 1$; tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
B. tiệm cận đứng $x = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$.
C. tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = 2, x = 1$; tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2, y = 3$.
D. tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$; tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2, y = 3$.

Vấn đề 5. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ VÀ PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

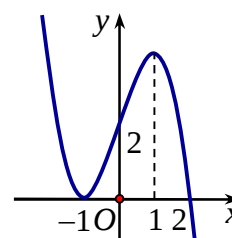
Câu 271. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.
B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.



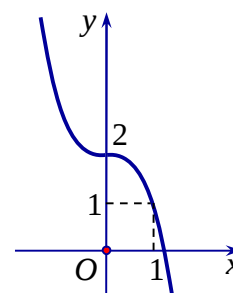
Câu 272. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = (x+1)^2(1-x)$.
B. $y = (x+1)^2(1+x)$.
C. $y = (x+1)^2(2-x)$.
D. $y = (x+1)^2(2+x)$.



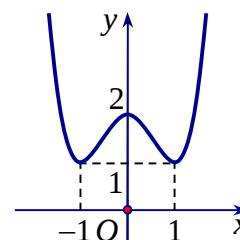
Câu 273. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 1$.
B. $y = -x^3 + 3x + 2$.
C. $y = -x^3 - x + 2$.
D. $y = -x^3 + 2$.



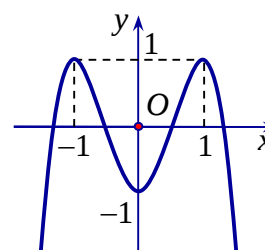
Câu 274. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.
B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.
C. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.
D. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.



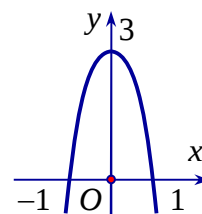
Câu 275. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
B. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



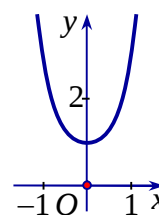
Câu 276. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.
 B. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.
 D. $y = x^4 + 2x^2 + 3$.



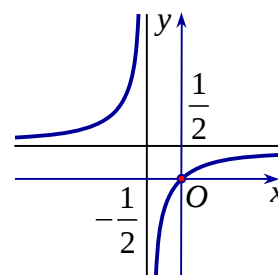
Câu 277. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = x^4 + x^2 + 2$.
 B. $y = x^4 - x^2 + 2$.
 C. $y = x^4 - x^2 + 1$.
 D. $y = x^4 + x^2 + 1$.



Câu 278. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

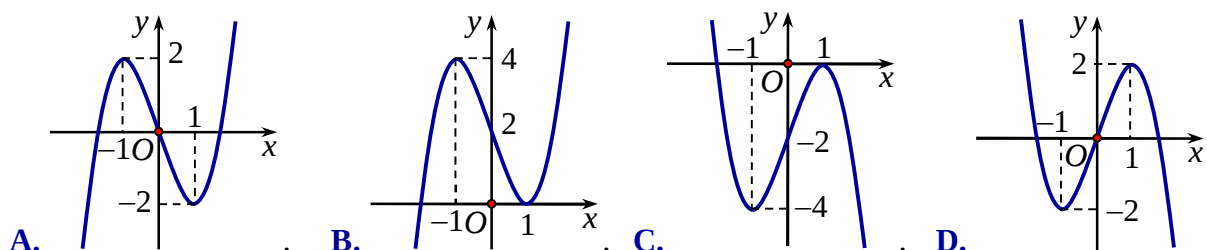
- A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$.
 B. $y = \frac{x+3}{2x+1}$.
 C. $y = \frac{x}{2x+1}$.
 D. $y = \frac{x-1}{2x+1}$.



Câu 279. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

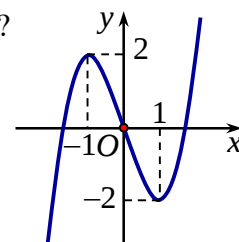
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?



Câu 280. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Chọn đáp án đúng?

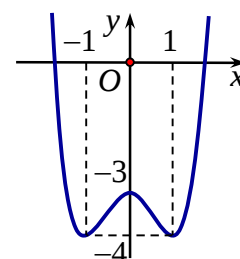
- A. Hàm số có hệ số $a < 0$.
 B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(1; 2)$.
 C. Hàm số không có cực trị.
 D. Hệ số tự do của hàm số khác 0.



Câu 281. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Chọn phát biểu **sai**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4	-3	-4		$+\infty$		

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
 C. Đồ thị hàm số đã cho biểu diễn như hình bên.
 D. Hàm số đã cho là $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

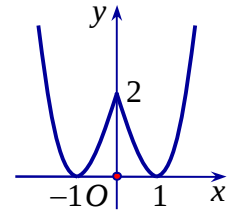


Câu 282. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây.

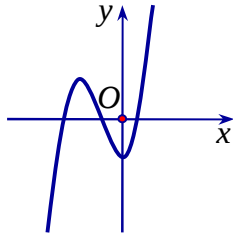
- (I). Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
 (II). Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.
 (III). Hàm số có ba điểm cực trị.
 (IV). Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là

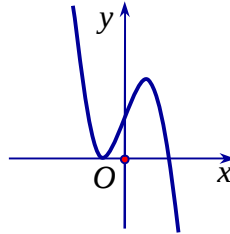
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



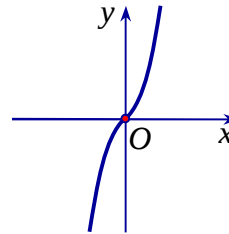
Câu 283. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$.



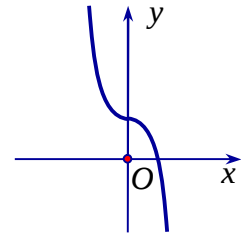
(I).



(II).



(III).

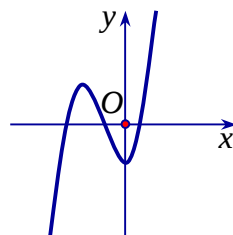


(IV).

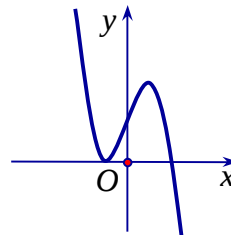
Các đồ thị nào có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?

- A. (I). B. (I) và (III). C. (II) và (IV). D. (III) và (IV).

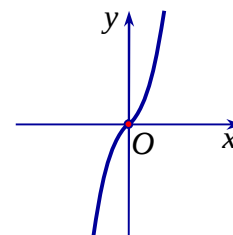
Câu 284. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 - x + d$.



(I).



(II).

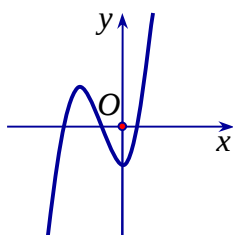


(III).

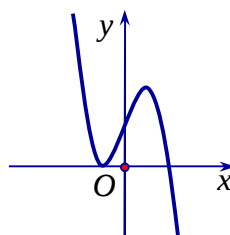
Các đồ thị nào có thể là đồ thị biểu diễn hàm số đã cho?

- A. (I). B. (I) và (II). C. (III). D. (I) và (III).

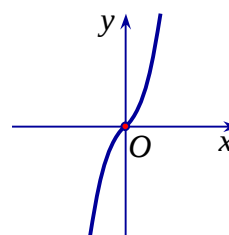
Câu 285. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



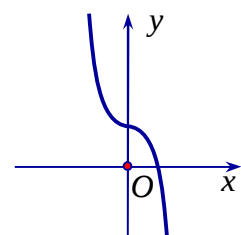
(I).



(II).



(III).



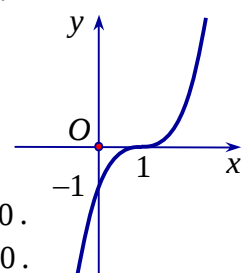
(IV).

Trong các mệnh đề sau hãy chọn mệnh đề đúng:

- A. Đồ thị (I) xảy ra khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
 B. Đồ thị (II) xảy ra khi $a \neq 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
 C. Đồ thị (III) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.
 D. Đồ thị (IV) xảy ra khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ có nghiệm kép.

Câu 286. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



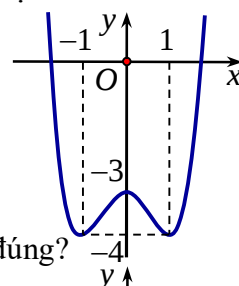
Câu 287. Xác định các hệ số a, b, c để đồ thị hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.

A. $a = -\frac{1}{4}; b = 3; c = -3$.

B. $a = 1; b = -2; c = -3$.

C. $a = 1; b = -3; c = 3$.

D. $a = 1; b = 3; c = -3$.



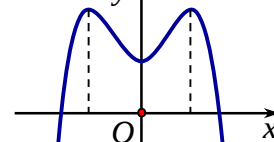
Câu 288. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



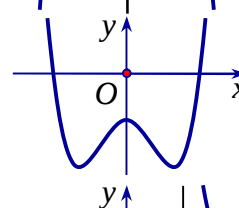
Câu 289. Hỏi a và b thỏa mãn điều kiện nào để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị dạng như hình bên?

A. $a > 0$ và $b > 0$.

B. $a > 0$ và $b < 0$.

C. $a < 0$ và $b > 0$.

D. $a < 0$ và $b < 0$.



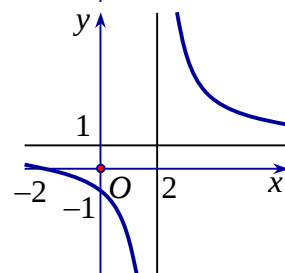
Câu 290. Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ.

A. $a = 2, b = 2, c = -1$.

B. $a = 1, b = 1, c = -1$.

C. $a = 1, b = 2, c = 1$.

D. $a = 1, b = -2, c = 1$.



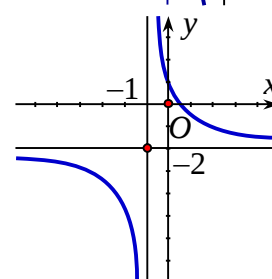
Câu 291. Tìm a, b để hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

A. $a = -1, b = -2$.

B. $a = 1, b = -2$.

C. $a = -2, b = 1$.

D. $a = 2, b = 1$.



Câu 292. Hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

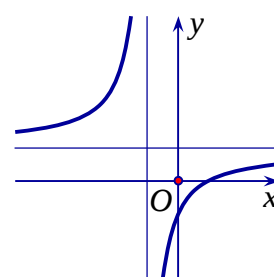
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$.

B. $ad > 0$ và $ab < 0$.

C. $bd < 0$ và $ab > 0$.

D. $ad < 0$ và $ab < 0$.



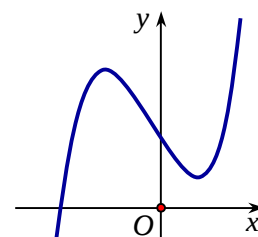
Câu 293. Cho biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$



Câu 294. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

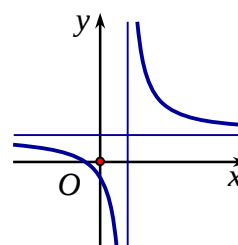
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $bd < 0$ và $ad > 0$.

B. $ac > 0$ và $bd > 0$.

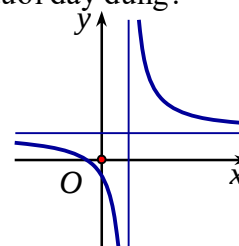
C. $bc > 0$ và $ad < 0$.

D. $ab < 0$ và $cd < 0$.



Câu 295. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

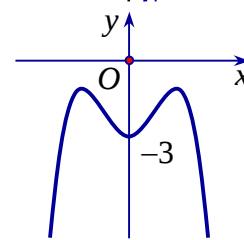
- A. $b > 0, c > 0, d < 0$.
 B. $b > 0, c < 0, d < 0$.
 C. $b < 0, c > 0, d < 0$.
 D. $b < 0, c < 0, d < 0$.



Câu 296. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

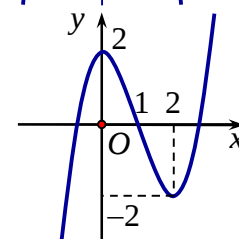
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
 B. $a < 0, b > 0, c > 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c < 0$.
 D. $a < 0, b > 0, c < 0$.



Câu 297. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau.

Tính $S = a + b$.

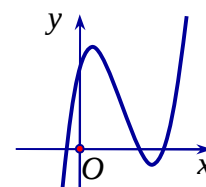
- A. $S = -1$. B. $S = 1$.
 C. $S = -2$. D. $S = 0$.



Câu 298. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên.

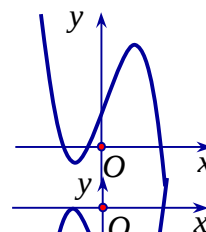
Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.
 B. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
 C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
 D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



Câu 299. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau. Mệnh đề nào sau đây đúng.

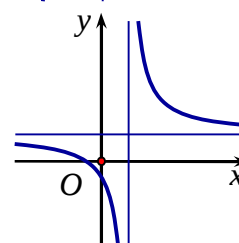
- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
 B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
 C. $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
 D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.



Câu 300. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$.
 B. $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$.
 C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
 D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.



Câu 301. Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có dạng như hình bên

Chọn kết luận **sai**.

- A. $ac > 0$. B. $ab > 0$. C. $cd > 0$. D. $bd < 0$.

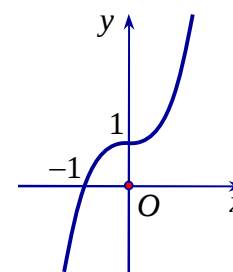
Câu 302. Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Xét các phát biểu sau:

1. $a = -1$ 2. $ad < 0$
 3. $ad > 0$ 4. $d = -1$
 5. $a + c = b + 1$

Số phát biểu **sai** là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.



Câu 303. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

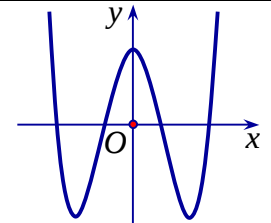
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0.$

B. $a < 0, b > 0, c > 0.$

C. $a > 0, b > 0, c > 0.$

D. $a > 0, b < 0, c > 0.$



Câu 304. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

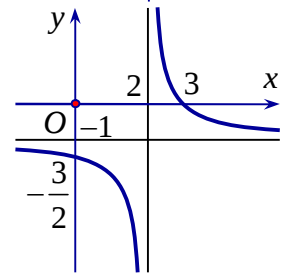
Tính giá trị của $a+2b+c$.

A. $-1.$

B. $-2.$

C. $0.$

D. $3.$



Câu 305. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

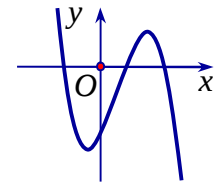
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0.$

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0.$

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0.$



Câu 306. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

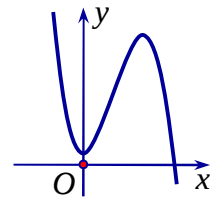
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$

B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0.$

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$

D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0.$



Câu 307. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ

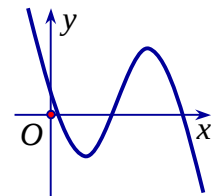
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$



Câu 308. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

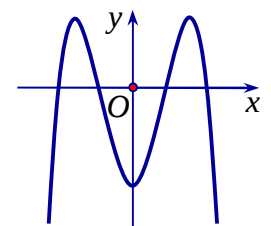
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0.$

B. $a < 0, b > 0, c < 0.$

C. $a > 0, b < 0, c > 0.$

D. $a < 0, b < 0, c < 0.$



Câu 309. Cho đường cong (C) có phương trình $y = f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Tịnh tiến (C) sang phải 2 đơn vị, ta được đường cong mới có phương trình nào sau đây?

A. $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 3}.$

B. $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}.$

C. $y = \sqrt{1-x^2} + 2.$

D. $y = \sqrt{1-x^2} - 2.$

Câu 310. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{2x+3}$ sang phải 1 đơn vị, sau đó lên trên 5 đơn vị ta được đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{11x}{2x+1}.$

B. $y = \frac{x-5}{2x+3} + 5.$

C. $y = \frac{x-3}{2x+3} + 5.$

D. $y = \frac{11x+22}{2x+5}.$

Câu 311. Bằng phép tịnh tiến, đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ như thế nào?

- A. Sang trái 1 đơn vị, sau đó xuống dưới 2 đơn vị.
- B. Sang trái 1 đơn vị, sau đó lên trên 2 đơn vị.
- C. Sang phải 1 đơn vị, sau đó lên trên 2 đơn vị.
- D. Sang phải 1 đơn vị, sau đó xuống dưới 2 đơn vị.

Câu 312. Cho hàm số $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai phương trình $f(x) = 2018$ và $f(x-1) = 2018$ có cùng số nghiệm.
- B. Hàm số $y = f(x-2018)$ không có cực trị.
- C. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x-1) = m-1$ có cùng số nghiệm với mọi m .
- D. Hai phương trình $f(x) = m$ và $f(x-1) = m+1$ có cùng số nghiệm với mọi m .

Câu 313. Cho đồ thị (C) có phương trình $y = \frac{x+2}{x-1}$, biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là

- A. $f(x) = -\frac{x-2}{x+1}$
- B. $f(x) = -\frac{x+2}{x-1}$
- C. $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$
- D. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

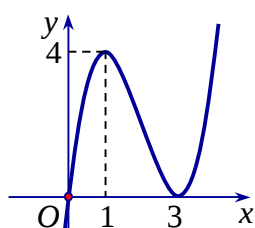
Câu 314. Đồ thị hàm số $y = 1 + f(x-2)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách tịnh tiến theo vector nào dưới đây?

- A. $\vec{v} = (-1; -2)$.
- B. $\vec{v} = (-2; 1)$.
- C. $\vec{v} = (1; -2)$.
- D. $\vec{v} = (2; 1)$.

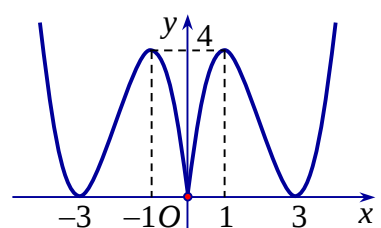
Câu 315. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ được suy ra từ (C) bằng cách nào dưới đây:

- A. Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở phía trên trục Ox , phần đồ thị dưới trục Ox thay bằng phần đối xứng qua trục Ox .
- B. Xóa bỏ phần đồ thị (C) ở phía dưới trục Ox và giữ nguyên phần còn lại.
- C. Xóa bỏ phần đồ thị (C) ở phía dưới trục Ox và vẽ thêm phần đối xứng với phần còn lại của (C) qua trục Ox .
- D. Xóa bỏ phần đồ thị (C) ở phía dưới trục Ox và vẽ thêm phần đối xứng với phần còn lại của (C) qua trục Oy .

Câu 316. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



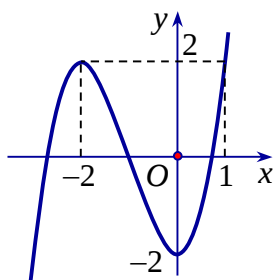
Hình 1.



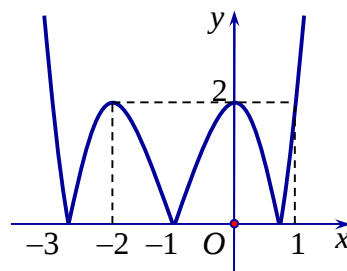
Hình 2

- A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.
- B. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.
- C. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.
- D. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

Câu 317. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1.



Hình 2

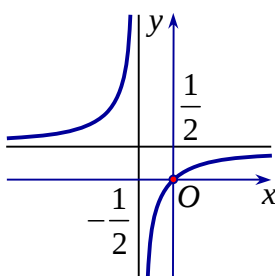
A. $y = |x|^3 + 3|x|^2 - 2$.

B. $y = |x^3 + 3x^2 - 2|$.

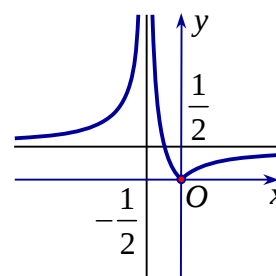
C. $y = ||x|^3 + 3x^2 - 2|$.

D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 318. Cho hàm số $y = \frac{x}{2x+1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1.



Hình 2

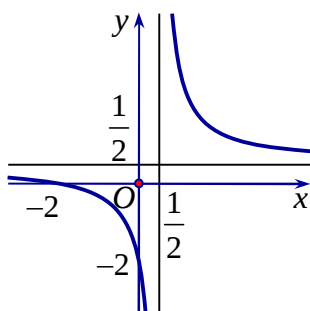
A. $y = \left| \frac{x}{2x+1} \right|$.

B. $y = \frac{|x|}{2|x|+1}$.

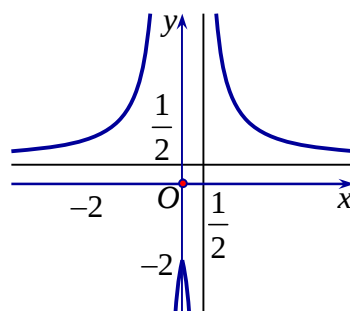
C. $y = \frac{x}{2|x|+1}$.

D. $y = \left| \frac{|x|}{2|x|+1} \right|$.

Câu 319. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như Hình 1. Đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1.



Hình 2

A. $y = -\left(\frac{x+2}{2x-1} \right)$.

B. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$.

C. $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|$.

D. $y = \frac{|x|+2}{2x-1}$.

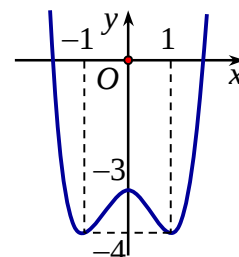
Câu 320. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|f(x)| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 6.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



Câu 321. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$						$-\infty$

$\begin{array}{c} \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow \quad \searrow \\ -4 \quad \quad \quad 0 \end{array}$

Với $m \in (1;3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 5.

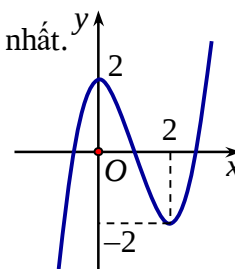
Câu 322. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3 - 3x^2 + 2 = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

A. $-2 \leq m \leq 2$.

B. $0 < m < 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $0 \leq m \leq 2$.



Câu 323. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phương trình: $|f(x)| = 4$ có bao nhiêu nghiệm?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$						$+\infty$

$\begin{array}{c} \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow \\ 4 \quad \quad \quad 0 \end{array}$

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 324. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có dạng như bên.

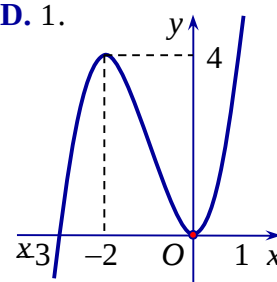
Hỏi đồ thị hàm số $y = |x^3 + 3x^2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.



Câu 325. Hàm số $y = |x^2 + 5x + 4|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 326. Biết rằng hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

$\begin{array}{c} \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow \\ -1 \quad \quad \quad 3 \quad \quad \quad -1 \end{array}$

Tìm m để phương trình $|x^4 - 4x^2 + 3| = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $1 < m < 3$.

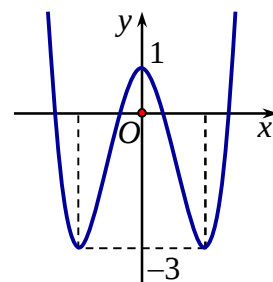
B. $m > 3$.

C. $m = 0$.

D. $m \in (1;3) \cup \{0\}$.

Câu 327. Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:

- A. $-3 < m < 1$. B. $m = 0$.
C. $m = 0, m = 3$. D. $1 < m < 3$.



Câu 328. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$						$+\infty$

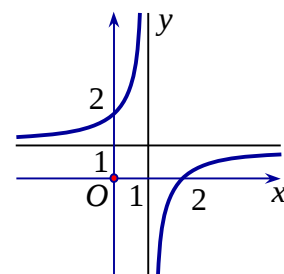
$\nearrow$ 1 $\searrow$ 0 $\nearrow$

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

- A. $\frac{1}{2} < m < 1$. B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$. C. $0 < m < 1$. D. $0 < m \leq 1$.

Câu 329. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có 2 nghiệm phân biệt là

- A. $m \geq 2$ và $m \leq 1$. B. $0 < m < 1$ và $m > 1$.
C. $m > 2$ và $m < 1$. D. $0 < m < 1$.

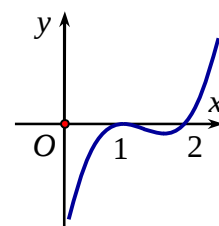


Câu 330. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm thực đôi một khác nhau là

- A. $m = 0$. B. $1 < m < 3$. C. $-3 < m < 1$. D. $m = 0, m = 3$.

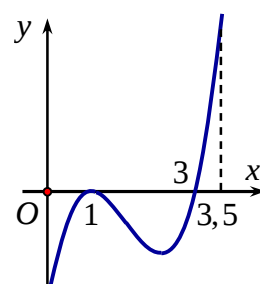
Câu 331. Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; 2)$.
C. $(0; 1)$. D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.



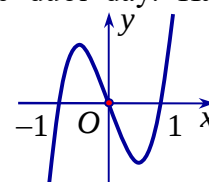
Câu 332. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

- A. $x_0 = 2$. B. $x_0 = 1$.
C. $x_0 = 0$. D. $x_0 = 3$.



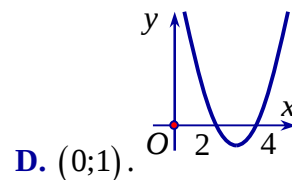
Câu 333. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; -\sqrt{2})$. B. $(-1; 1)$.
C. $(1; \sqrt{2})$. D. $(0; 1)$.



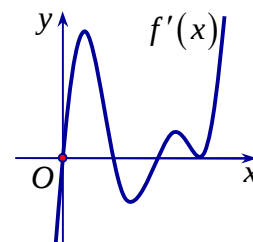
Câu 334. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(1+x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(\sqrt{3}; +\infty)$. B. $(-\sqrt{3}; -1)$. C. $(1; \sqrt{3})$.



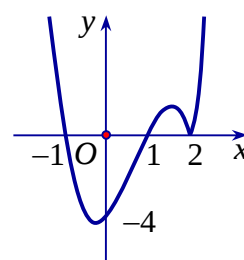
Câu 335. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 1. B. 2.
C. 3. D. 4.



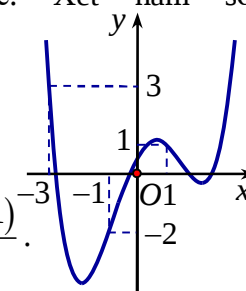
Câu 336. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 1)$ là

- A. 3. B. 4.
C. 2. D. 5.



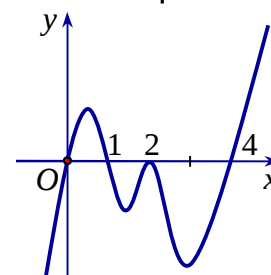
Câu 337. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. B. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$.
C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$. D. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$.



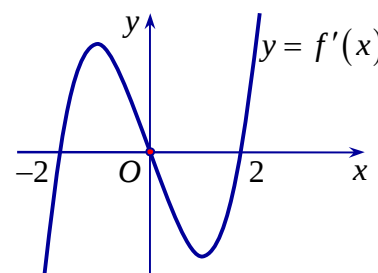
Câu 338. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$, phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm thực và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm số điểm cực của hàm số $y = f(x^2)$.

- A. 3. B. 4.
C. 5. D. 6.



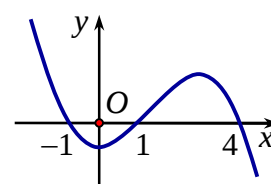
Câu 339. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.
D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \pm 2$.



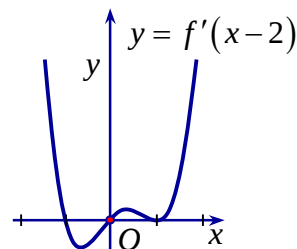
Câu 340. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$. B. $(0; 2)$.
C. $(-\frac{1}{2}; 0)$. D. $(-2; -1)$.



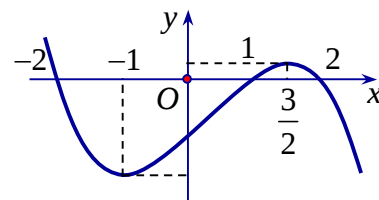
Câu 341. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x-2)$ có đồ thị như hình dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 0. B. 2.
C. 1. D. 3.



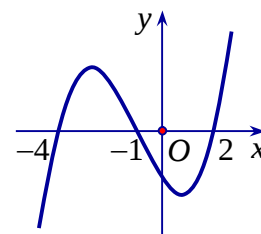
Câu 342. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2) = f(-2) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

- A. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. B. $(-2; -1)$.
C. $(-1; 1)$. D. $(1; 2)$.



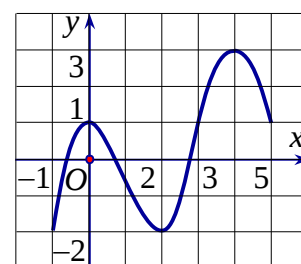
Câu 343. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 5)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.



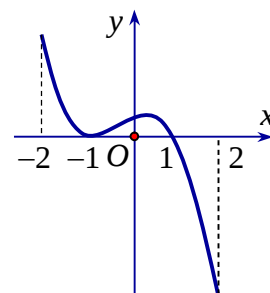
Câu 344. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y = -2f(2-x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-3; -2)$. B. $(-2; -1)$.
C. $(-1; 0)$. D. $(0; 2)$.



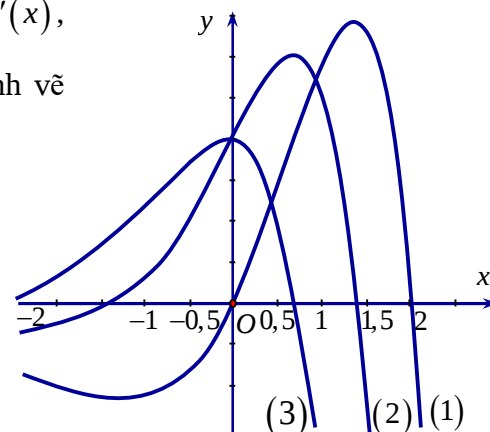
Câu 345. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Tìm giá trị x_0 để hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-2; 2]$.

- A. $x_0 = 2$. B. $x_0 = -1$.
C. $x_0 = -2$. D. $x_0 = 1$.



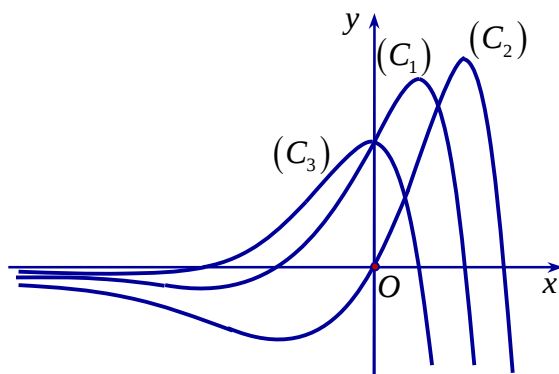
Câu 346. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $g(-1) > h(-1) > f(-1)$.
B. $h(-1) > g(-1) > f(-1)$.
C. $h(-1) > f(-1) > g(-1)$.
D. $f(-1) > g(-1) > h(-1)$.



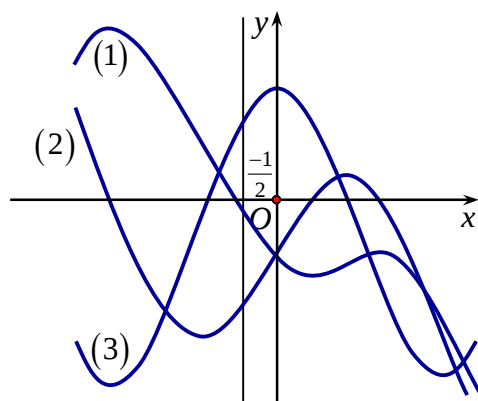
Câu 347. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây. Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A. (C_3) , (C_2) , (C_1) . B. (C_2) , (C_1) , (C_3) .
C. (C_2) , (C_3) , (C_1) . D. (C_1) , (C_3) , (C_2) .



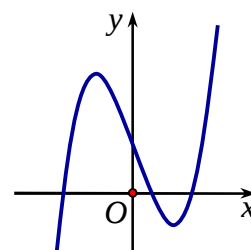
Câu 348. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được cho trong hình vẽ. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $f\left(-\frac{1}{2}\right) > f'\left(-\frac{1}{2}\right) > f''\left(-\frac{1}{2}\right)$.
B. $f'\left(-\frac{1}{2}\right) > f''\left(-\frac{1}{2}\right) > f\left(-\frac{1}{2}\right)$.
C. $f''\left(\frac{1}{2}\right) > f\left(\frac{1}{2}\right) > f'\left(\frac{1}{2}\right)$.
D. $f\left(\frac{1}{2}\right) > f''\left(\frac{1}{2}\right) > f'\left(\frac{1}{2}\right)$.



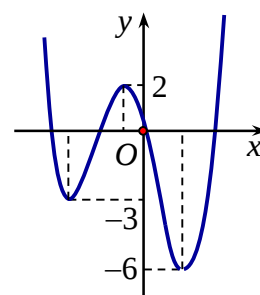
Câu 349. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(|x|) + 2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 3.
C. 2. D. 4.



Câu 350. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 12. B. 15.
C. 18. D. 9.



Vấn đề 6. TƯƠNG GIAO GIỮA HAI ĐỒ THỊ

Câu 351. Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; ký hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.

Câu 352. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ và trục hoành là

- A. 1. B. 2.
C. 3. D. Không kết luận được.

Câu 353. Cho hàm số: $y = (x-1)(x^2 + mx + m)$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- A. $m > 4$. B. $-\frac{1}{2} \neq m < 0$. C. $0 < m < 4$. D. $\begin{cases} -\frac{1}{2} \neq m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$.

- Câu 354.** Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = m$ cắt đường cong $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt?
- A. $-4 < m < 0$. B. $m > 0$. C. $m < -4$. D. $\begin{cases} m < -4 \\ m > 0 \end{cases}$.
- Câu 355.** Cho phương trình $2x^3 - 3x^2 + 2 - 2^{1-2m} = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt
- A. $\frac{1}{3} < m < 4$. B. $1 < m < \frac{3}{2}$. C. $0 < m < \frac{1}{2}$. D. $-1 < m < \frac{3}{4}$.
- Câu 356.** Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 3m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn 1?
- A. $\frac{1}{3} < m < 3$. B. $1 < m < \frac{5}{3}$. C. $2 < m < \frac{7}{3}$. D. $-2 < m < \frac{4}{3}$.
- Câu 357.** Cho phương trình $2x^3 - 3x^2 = 2m + 1$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?
- A. $m = -\frac{1}{2}$ hoặc $m = -1$. B. $m = -\frac{1}{2}$ hoặc $m = -\frac{5}{2}$.
C. $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$. D. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{5}{2}$.
- Câu 358.** Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3 + 3x^2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?
- A. $-2 < m < 2$. B. $0 < m < 4$. C. $1 < m < 5$. D. $-1 < m < 2$.
- Câu 359.** Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - mx^2 + 4$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?
- A. $m \neq 0$. B. $m > 3$. C. $m \neq 3$. D. $m > 0$.
- Câu 360.** Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2$ có đúng hai điểm chung với trục hoành?
- A. $m = \frac{1}{6}$. B. $m = \sqrt[3]{2}$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. D. $m = \sqrt{3}$.
- Câu 361.** Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có một nghiệm duy nhất khi điều kiện của m là
- A. $0 < m < 1$. B. $m < 1$. C. $m \leq 0$. D. $m > 1$.
- Câu 362.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (3m+1)x - m - 1$ luôn cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?
- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = m$. D. $x = 0$.
- Câu 363.** Tìm m để đường thẳng $d: y = m(x-1) + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ tại ba điểm phân biệt $A(1;1)$, B , C .
- A. $m \neq 0$. B. $m < \frac{9}{4}$. C. $0 \neq m < \frac{9}{4}$. D. $m = 0$ hoặc $m > \frac{9}{4}$.
- Câu 364.** Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 5$.
- A. $m > -3$. B. $m = -3$. C. $m > -2$. D. $m = -2$.
- Câu 365.** Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại ba điểm phân biệt $A(0;4)$, B , C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng 4, với $M(1;3)$. Tập tất cả các giá trị của m nhận được là
- A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. B. $m = 3$.
C. $m = -2$ hoặc $m = -3$. D. $m = -2$ hoặc $m = 3$.

- Câu 366.** Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 367.** Với điều kiện nào của k thì phương trình $4x^2(1-x^2) = 1-k$ có bốn nghiệm phân biệt?
A. $0 < k < 2$. **B.** $k < 3$. **C.** $-1 < k < 1$. **D.** $0 < k < 1$.
- Câu 368.** Cho phương trình $x^4 - 2x^2 + 2018 - m = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có đúng ba nghiệm?
A. $m = 2015$. **B.** $m = 2016$. **C.** $m = 2017$. **D.** $m = 2018$.
- Câu 369.** Đường thẳng $y = m$ và đường cong $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có hai điểm chung khi:
A. $m > -3$ hoặc $m = -4$. **B.** $m < -4$ hoặc $m = -3$.
C. $-4 < m < -3$. **D.** $m > -4$.
- Câu 370.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2(2+m)x^2 - 4 - m$ không cắt trục hoành?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 371.** Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-2018}{2x+1}$ cắt trục tung tại điểm M có tọa độ?
A. $M(0;0)$. **B.** $M(0;-2018)$. **C.** $M(2018;0)$. **D.** $(2018;-2018)$.
- Câu 372.** Số giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 2016$ với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là
A. Không có. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 373.** Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $d: y = x + 1$ và đường cong $(C): y = \frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng
A. $\frac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $-\frac{5}{2}$.
- Câu 374.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2mx + m + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{2x+1}$ tại hai điểm phân biệt.
A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m > 1$. **D.** $m < 0$.
- Câu 375.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại hai điểm phân biệt.
A. $m > -\frac{3}{2}$. **B.** $m \neq -1$. **C.** $m > -1$. **D.** $-\frac{3}{2} < m \neq -1$.
- Câu 376.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x - 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.
A. $0 < m < 1$. **B.** $\begin{cases} m < -2 \\ m > 5 \end{cases}$. **C.** $1 < m < \frac{3}{2}$. **D.** $0 < m < \frac{1}{3}$.
- Câu 377.** Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;0)$ và có hệ số góc m . Tìm các giá trị của tham số m để d cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt M, N thuộc hai nhánh của đồ thị.
A. $m \neq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $0 < m \neq 1$.

- Câu 378.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.
- A. $m = 1; m = -2$. B. $m = 1; m = -7$. C. $m = -7; m = 5$. D. $m = 1; m = -1$.
- Câu 379.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x - m + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho độ dài AB ngắn nhất.
- A. $m = -3$. B. $m = -1$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.
- Câu 380.** Tìm tất cả các giá trị của tham số k sao cho đường thẳng $d: y = x + 2k + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho các khoảng cách từ A và B đến trục hoành là bằng nhau.
- A. $k = -1$. B. $k = -3$. C. $k = -4$. D. $k = -2$.
- Câu 381.** Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại $O(0;0)$.
- A. $m = -2$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.
- Câu 382.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -3x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm A và B phân biệt sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$, với O là gốc tọa độ.
- A. $m = -2$. B. $m = -\frac{1}{5}$. C. $m = -\frac{11}{5}$. D. $m = 0$.
- Câu 383.** Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y = 2x + 3m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $\overline{OA \cdot OB} = -4$, với O là gốc tọa độ.
- A. $m = \frac{7}{2}$. B. $m = -\frac{7}{12}$. C. $m = \frac{7}{12}$. D. $m = -\frac{7}{2}$.
- Câu 384.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt M và N sao cho diện tích tam giác IMN bằng 4, với I là tâm đối xứng của (C) .
- A. $m = 3; m = -5$. B. $m = 3; m = -3$. C. $m = 3; m = -1$. D. $m = -3; m = -1$.
- Câu 385.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $4S_{\Delta IAB} = 15$, với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.
- A. $m = \pm 5$. B. $m = 5$. C. $m = -5$. D. $m = 0$.
- Câu 386.** Tiếp tuyến của đường cong $(C): y = x\sqrt{x}$ tại điểm $M(1;1)$ có phương trình:
- A. $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. B. $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$. C. $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$. D. $y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$.

- Câu 387.** Cho hàm số $y = -x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có tung độ $y_0 = -1$, với hoành độ $x_0 < 0$ là kết quả nào sau đây?
- A. $y = 2\sqrt{6}(x+6) - 1$. B. $y = -2\sqrt{6}(x+6) - 1$.
 C. $y = 2\sqrt{6}(x-6) + 1$. D. $y = 2\sqrt{6}(x-6) - 1$.
- Câu 388.** Cho hàm số $y = x^2 + 5x + 4$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) với trục Ox , có phương trình:
- A. $y = 3x - 3$ hoặc $y = -3x + 12$. B. $y = 3x + 3$ hoặc $y = -3x - 12$.
 C. $y = 2x - 3$ hoặc $y = -2x + 3$. D. $y = 2x + 3$ hoặc $y = -2x - 3$.
- Câu 389.** Cho đường cong $(C): y = x^3$. Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k = 12$, có phương trình:
- A. $y = 12x \pm 16$. B. $y = 12x \pm 8$. C. $y = 12x \pm 2$. D. $y = 12x \pm 4$.
- Câu 390.** Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ có đồ thị (C) . Tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$, tiếp tuyến có hệ số góc bằng 2 thì $x_0 + y_0$ bằng
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.
- Câu 391.** Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = -\frac{x^3}{3} - 2x^2 - 3x + 1$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng có hệ số góc bằng $\frac{3}{4}$. Đó là các tiếp tuyến:
- A. $y = \frac{3}{4}x + \frac{29}{24}$ hoặc $y = \frac{3}{4}x + 3$. B. $y = \frac{3}{4}x - \frac{37}{12}$ hoặc $y = \frac{3}{4}x - 3$.
 C. $y = \frac{3}{4}x + \frac{37}{12}$ hoặc $y = \frac{3}{4}x + \frac{13}{4}$. D. $y = \frac{3}{4}x - \frac{29}{24}$ hoặc $y = \frac{3}{4}x + 3$.
- Câu 392.** Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5$ có đồ thị là (C) . Trong số các tiếp tuyến của (C) , có một tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất. Hệ số góc của tiếp tuyến này bằng
- A. $-3,5$. B. $-5,5$. C. $-7,5$. D. $-9,5$.
- Câu 393.** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: y = 9x$ có phương trình:
- A. $y = 9x + 40$. B. $y = 9x - 40$. C. $y = 9x + 32$. D. $y = 9x - 32$.
- Câu 394.** Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^4 + x$. Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $d: x + 5y = 0$ có phương trình là
- A. $y = 5x - 3$. B. $y = 3x - 5$. C. $y = 2x - 3$. D. $y = x + 4$.
- Câu 395.** Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(1; 5)$ và B là giao điểm thứ hai của Δ với (C) . Diện tích tam giác OAB bằng
- A. 5. B. 6. C. 12. D. $6\sqrt{82}$.
- Câu 396.** Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $M(-1; -9)$ có phương trình:
- A. $y = 24x + 15$. B. $y = \frac{15}{4}x + \frac{21}{4}$.
 C. $y = 24x + 15$ hoặc $y = \frac{15}{4}x - \frac{21}{4}$. D. $y = 24x + 33$.

- Câu 397.** Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2$ có đồ thị là (C) . Các tiếp tuyến không song song với trục hoành kẻ từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến (C) là
- A. $y = 2x$ hoặc $y = -2x$. B. $y = x$ hoặc $y = -x$.
 C. $y = \frac{4}{3}x$ hoặc $y = -\frac{4}{3}x$. D. $y = 3x$ hoặc $y = -3x$.
- Câu 398.** Cho hàm số $y = \frac{x^2}{4} - x + 1$ có đồ thị (C) . Từ điểm $M(2; -1)$ có thể kẻ đến (C) hai tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến này có phương trình:
- A. $y = -x + 1$ hoặc $y = x - 3$. B. $y = -x + 3$ hoặc $y = x + 1$.
 C. $y = -x - 3$ hoặc $y = x - 1$. D. $y = -x - 1$ hoặc $y = x + 3$.
- Câu 399.** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi d là tiếp tuyến của (C) , biết d đi qua điểm $A(4; -1)$. Gọi M là tiếp điểm của d và (C) , tọa độ điểm M là
- A. $M(2; 5), M(0; -1)$. B. $M(2; 5), M(-2; 1)$.
 C. $M(0; -1), M(-2; 1)$. D. $M\left(-1; \frac{3}{2}\right), M(-2; 1)$.
- Câu 400.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Trong tất cả các tiếp tuyến của (C) , tiếp tuyến thỏa mãn khoảng cách từ giao điểm của hai tiệm cận đến nó là lớn nhất, có phương trình:
- A. $y = -x + 2$ hoặc $y = -x - 2$. B. $y = -x + 2$ hoặc $y = -x - 1$.
 C. $y = x + 2$ hoặc $y = x - 2$. D. $y = -x + 1$ hoặc $y = -x - 1$.
- Câu 401.** Từ điểm $A\left(\frac{2}{3}; 0\right)$ kẻ đến đồ thị hàm số $y = \frac{5}{6}x^3 + mx - \frac{2m}{3}$ hai tiếp tuyến vuông góc nhau thì tập tất cả các giá trị của m bằng
- A. $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = 2$. B. $m = -\frac{1}{2}$ hoặc $m = -2$.
 C. $m = \frac{1}{2}$ hoặc $m = -2$. D. $m = -\frac{1}{2}$ hoặc $m = 2$.
- Câu 402.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 đi qua $M(0; a)$ thì a nhận những giá trị nào?
- A. $a = 10$. B. $a = 9$. C. $a = 3$. D. $a = 1$.
- Câu 403.** Cho hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 2m + 1$ có đồ thị (C) . Tập tất cả các giá trị của tham số m để tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và đường thẳng $d: x = 1$ song song với đường thẳng $\Delta: y = -12x + 4$ là
- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = \pm 2$. D. $m = 3$.
- Câu 404.** Cho hàm số $y = x^3 + x + 2$ có đồ thị (C) . Để đường thẳng $d: y = 4x + m$ tiếp xúc với (C) thì tập tất cả các giá trị của m là
- A. $m = 0$ và $m = 4$. B. $m = 1$ và $m = 2$.
 C. $m = 3$. D. Không có giá trị của m .

- Câu 405.** Cho hàm số $y = x^4 - (3m+5)x^2 + 4$ có đồ thị là (C_m) . Để (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $y = -6x - 3$ tại điểm có hoành độ bằng -1 thì giá trị thích hợp của m :
- A. $m = -1$. B. $m = -2$.
C. $m = 2$. D. Không có giá trị của m .
- Câu 406.** Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{bx+3}$ có đồ thị là (C) . Tại điểm $M(-2; -4)$ thuộc (C) , tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: 7x - y + 5 = 0$. Khi đó biểu thức liên hệ giữa a và b là
- A. $b - 2a = 0$. B. $a - 2b = 0$. C. $b - 3a = 0$. D. $a - 3b = 0$.
- Câu 407.** Cho hàm số $y = \frac{x+b}{ax-2}$ có đồ thị là (C) . Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1; -2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a+b$ bằng
- A. 2. B. 1. C. -1 . D. 0.
- Câu 408.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{2x+3}$ có đồ thị là (C) . Nếu (C) đi qua $A(1; 1)$ và tại điểm B trên (C) có hoành độ bằng -2 , tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $k = 5$ thì các giá trị của a và b là
- A. $a = 2; b = 3$. B. $a = 3; b = 2$. C. $a = 2; b = -3$. D. $a = 3; b = -2$.
- Câu 409.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Nếu (C) đi qua $A(3; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: y = 2x - 4$, thì các cặp số $(a; b)$ theo thứ tự là
- A. $(2; 4)$ hoặc $(10; 28)$. B. $(2; -4)$ hoặc $(10; -28)$.
C. $(-2; 4)$ hoặc $(-10; 28)$. D. $(-2; -4)$ hoặc $(-10; -28)$.
- Câu 410.** Cho hàm số $y = \frac{ax^2 - bx}{x-2}$ có đồ thị là (C) . Để (C) qua điểm $A\left(-1; \frac{5}{2}\right)$ và tiếp tuyến của (C) tại gốc tọa độ có hệ số góc bằng -3 thì mối liên hệ giữa a và b là
- A. $4a - b = 1$. B. $a - 4b = 1$. C. $4a - b = 0$. D. $a - 4b = 0$.

Vấn đề 7. TỔNG HỢP

- Câu 411.** Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ hai điểm mà chúng đối xứng nhau qua tâm $I(-1; 3)$.
- A. $(0; 2)$ và $(-2; 4)$. B. $(-1; 0)$ và $(-1; 6)$. C. $(1; 4)$ và $(-3; 2)$. D. Không tồn tại.
- Câu 412.** Tìm trên đồ thị hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x - \frac{11}{3}$ hai điểm phân biệt mà chúng đối xứng nhau qua trục tung.
- A. $\left(3; -\frac{16}{3}\right)$ hoặc $\left(-3; -\frac{16}{3}\right)$. B. $\left(3; \frac{16}{3}\right)$ hoặc $\left(-3; \frac{16}{3}\right)$.
C. $\left(\frac{16}{3}; 3\right)$ hoặc $\left(-\frac{16}{3}; 3\right)$. D. Không tồn tại.
- Câu 413.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$ tại điểm $A(-3; -2)$ cắt đồ thị tại điểm thứ hai là B . Điểm B có tọa độ:
- A. $B(1; 10)$. B. $B(-2; 1)$. C. $B(2; 33)$. D. $B(-1; 0)$.

- Câu 414.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ tại điểm A cắt đồ thị tại điểm thứ hai là $B(-1; -2)$. Điểm A có tọa độ:
- A. $A(2; 5)$. B. $A(-1; -4)$. C. $A(0; 1)$. D. $A(1; 2)$.
- Câu 415.** Điểm M thuộc đồ thị hàm số $(C): y = -x^3 + 3x^2 + 2$ mà tiếp tuyến của (C) tại đó có hệ số góc lớn nhất, có tọa độ là
- A. $M(0; 2)$. B. $M(-1; 6)$. C. $M(1; 4)$. D. $M(2; 6)$.
- Câu 416.** Cho hàm số $(C): y = x^4 + mx^2 - m - 1$. Tọa độ các điểm cố định thuộc đồ thị (C) là
- A. $(-1; 0)$ và $(1; 0)$. B. $(1; 0)$ và $(0; 1)$. C. $(-2; 1)$ và $(-2; 3)$. D. $(2; 1)$ và $(0; 1)$.
- Câu 417.** Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $(C): y = \frac{2x-2}{x+1}$ mà tọa độ là số nguyên?
- A. 2. B. 4. C. 5. D. 6.
- Câu 418.** Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ mà khoảng cách từ M đến trục Oy bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục Ox ?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 419.** Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng ba lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của đồ thị.
- A. $M\left(-4; \frac{7}{5}\right)$ hoặc $M(2; 5)$. B. $M(4; 3)$ hoặc $M(-2; 1)$.
C. $M(4; 3)$ hoặc $M(2; 5)$. D. $M\left(-4; \frac{7}{5}\right)$ hoặc $M(-2; 1)$.
- Câu 420.** Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ những điểm M sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến trục hoành
- A. $M(2; 1)$ hoặc $M(4; 3)$. B. $M(0; -1)$ hoặc $M(4; 3)$.
C. $M(0; -1)$ hoặc $M(3; 2)$. D. $M(2; 1)$ hoặc $M(3; 2)$.
- Câu 421.** Điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$, tiếp tuyến của đồ thị tại M vuông góc với đường $d: y = 4x + 7$. Điểm M có tọa độ thỏa mãn điều kiện trên là
- A. $M\left(-1; \frac{5}{2}\right)$. B. $M\left(-1; \frac{5}{2}\right)$ hoặc $M\left(3; \frac{3}{2}\right)$.
C. $M\left(-3; \frac{3}{2}\right)$. D. $M\left(1; \frac{5}{2}\right)$ hoặc $M\left(-3; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 422.** Tìm điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến của đồ thị tại M vuông góc với đường thẳng IM , với I là giao điểm hai tiệm cận của đồ thị.
- A. $M\left(3; \frac{5}{2}\right)$, $M(0; 1)$. B. $M\left(-2; \frac{5}{3}\right)$, $M(2; 3)$.
C. $M\left(-2; \frac{5}{3}\right)$, $M\left(3; \frac{5}{2}\right)$. D. $M(2; 3)$, $M(0; 1)$.

- Câu 423.** Tiếp tuyến tại điểm M thuộc đồ thị $y = \frac{2x+1}{x-1}$ cắt Ox và Oy lần lượt tại hai điểm A và B thỏa mãn $OB = 3OA$. Khi đó điểm M có tọa độ là
A. $M(0; -1), M(2; 5)$. **B.** $M(0; -1)$. **C.** $M(2; 5), M(-2; 1)$. **D.** $M(0; -1), M(1; 2)$.
- Câu 424.** Tọa độ điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$, biết tiếp tuyến của đồ thị tại M cắt hai trục Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.
A. $M_1(1; 1), M_2\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$. **B.** $M_1(1; 1), M_2\left(\frac{1}{2}; -2\right)$.
C. $M_1(1; -1), M_2\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$. **D.** $M_1(1; 1), M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.
- Câu 425.** Cho đường cong $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{x}{2}\right)$ và điểm M thuộc đường cong. Nếu biết tiếp tuyến tại điểm của đường cong tại M song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 5$ thì tọa độ của điểm M là điểm nào sau đây?
A. $M\left(-\frac{5\pi}{3}; 1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{5\pi}{3}; -1\right)$. **C.** $M\left(-\frac{5\pi}{3}; 0\right)$. **D.** $M\left(1; \frac{5\pi}{3}\right)$.
- Câu 426.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Chọn phát biểu đúng:
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. **D.** A và C đều đúng.
- Câu 427.** Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 5$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**?
A. Các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng song song với trục hoành.
B. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất bằng -3 .
C. Tiếp tuyến của đồ thị tại điểm cực trị song song với trục hoành.
D. Đồ thị luôn cắt trục hoành.
- Câu 428.** Cho hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 4$. Chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau:
A. Hàm số có cực đại nhưng không có cực tiểu.
B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
D. A và B đều đúng.
- Câu 429.** Cho hàm số $y = x^4 + \frac{1}{2}x^2 - 1$. Chọn phát biểu **sai** sau:
A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
C. Hàm số không có cực tiểu. **D.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm.
- Câu 430.** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Chọn phát biểu **sai**:
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $x = 2$.
B. Hàm số không xác định tại điểm $x = 1$.
C. Hàm số luôn nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Đồ thị hàm số giao trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 431. Cho hàm số $y = \frac{1-x}{x+2}$ có đồ thị (C) . Chọn phát biểu đúng:

- A. Đồ thị (C) không có tâm đối xứng.
- B. Đồ thị (C) có một điểm cực đại.
- C. Đồ thị (C) có một điểm cực tiểu.
- D. Đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1; 0)$.

Câu 432. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
- B. Tập giá trị của hàm số là $[2; +\infty)$.
- C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ không tồn tại.
- D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ là $\sqrt{5}$.

Câu 433. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Câu nào sau đây là **sai**?

- A. Tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- B. $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- D. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(-1; 2)$.

Câu 434. Cho hàm số $y = x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{13}{4}$, phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có cực trị.
- B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm.
- C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.
- D. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

Câu 435. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số có đủ tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.
- B. Đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu.
- C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- D. Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Câu 436. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ có tâm đối xứng là điểm

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.
- B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.
- C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.
- D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 437. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$. Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng 1.

- A. $M(1; 0)$ hoặc $M(-1; 2)$.
- B. $M(1; 0)$.
- C. $M(2; -1)$.
- D. $M(0; 1)$ hoặc $M(2; -1)$.

Câu 438. Tìm tất cả những điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có khoảng cách đến đường tiệm cận ngang của đồ thị bằng 1.

- A. $M(-1; 0), N(0; -1)$.
- B. $M(-1; 0), N(3; 2)$.
- C. $M(3; 2), N(2; 3)$.
- D. $M(-1; 0)$.

Câu 439. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) cắt Ox , Oy lần lượt tại A , B . Tìm M thuộc (C) sao cho diện tích tam giác MAB bằng 3.

A. $M\left(2; \frac{1}{3}\right)$.

B. $M\left(3; \frac{1}{2}\right), M\left(-\frac{1}{2}; -3\right)$.

C. $M(-2; 3), M(-3; 2)$.

D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 440. Cho hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.

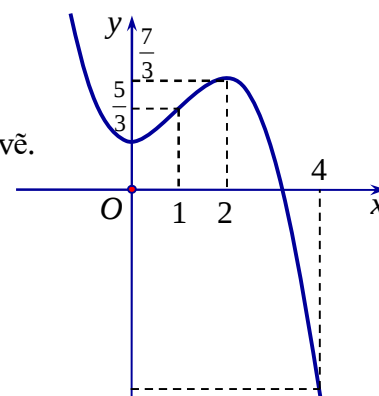
Giá trị của hàm số tại $x = -2$ là

A. $y(-2) = \frac{25}{3}$.

B. $y(-2) = \frac{22}{3}$.

C. $y(-2) = \frac{28}{3}$.

D. $y(-2) = 11$.



Câu 441. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$ có đồ thị (C) . Gọi A , B là giao điểm của (C) và trục hoành. Số điểm $M \in (C)$ sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 442. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.

A. $M(0; -1)$.

B. $M(2; 2)$.

C. $M(1; -3)$.

D. $M(4; 3)$.

Câu 443. Đồ thị của hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+1}$ có đường tiệm cận đi qua điểm $A(-2; 7)$ khi và chỉ khi

A. $m = -3$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Câu 444. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y = \frac{2x^2 + 6mx + 4}{mx + 2}$ đi qua điểm $A(-1; 4)$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = 2$.

Câu 445. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m - 4$ đi qua điểm $N(-2; 0)$.

A. $m = -\frac{6}{5}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Câu 446. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để trên đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m - 1)x^2 + (m - 1)x + m - 2$ có hai điểm A , B phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

B. $m > 2$.

C. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

D. $\frac{1}{2} < m < 2$.

Câu 447. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.

A. $0 < m < 1$.

B. $m > 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m > 1$.

Câu 448. Số điểm có tọa độ nguyên nằm trên đồ thị hàm số $y = \frac{3x+7}{2x-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 449. Tìm giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ nhận điểm $A(1;3)$ làm tâm đối xứng.

- A. $m = 3$. B. $m = 5$. C. $m = 2$. D. $m = 4$.

Câu 450. Biết rằng đồ thị các hàm số $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2$ và $y = x^2 + x - 2$ tiếp xúc nhau tại điểm $M(x_0; y_0)$. Tìm x_0 .

- A. $x_0 = \frac{3}{2}$. B. $x_0 = \frac{1}{2}$. C. $x_0 = -\frac{5}{2}$. D. $x_0 = \frac{3}{4}$.

Câu 451. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A , gốc tọa độ O và B sao cho tiếp tuyến tại A , B vuông góc với nhau.

- A. $m = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. Không có giá trị m .

Câu 452. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 4x + 3}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Tích các khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên đồ thị (C) đến các đường tiệm cận của nó bằng

- A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 453. [SGDBRVT-L1] [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 > 1$) là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính giá trị của $S = x_0 + 4y_0$.

- A. $S = 8$. B. $S = \frac{17}{4}$. C. $S = \frac{23}{4}$. D. $S = 2$.

Câu 454. [SGDBRVT-L1] [2D1-3] Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + 4x + 7$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng tất cả phần tử của S .

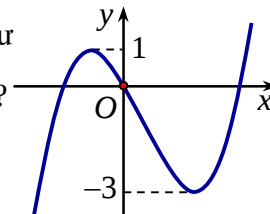
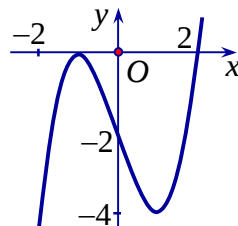
- A. 4. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 455. [SGDBRVT-L1] [2D1-3] Tổng bình phương các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x - m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với $AB = \sqrt{10}$ là

- A. 13. B. 5. C. 10. D. 17.

Câu 456. [SGDBRVT-L1] [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị là (C) . Gọi $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 > 1$) là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB} = 8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính $S = x_0 - 4y_0$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{7}{4}$. C. $S = \frac{13}{4}$. D. $S = -2$.

- Câu 457. [L.Q.ĐÔN-HNO-L1] [2D1-3]** Cho hàm số $y = |x|^3 - mx + 5$, ($m > 0$) với m là tham số. Hỏi hàm số trên có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 458. [L.Q.ĐÔN-HNO-L1] [2D1-3]** Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}$, có đồ thị là (C) và điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = a$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác M .
- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 459. [L.Q.ĐÔN-HNO-L1] [2D1-3]** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-m}$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$?
- A. $\frac{1}{2} < m \leq 1$. B. $m > \frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.
- Câu 460. [L.Q.ĐÔN-HNO-L1] [2D1-3]** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị?
- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $m = -1$ hoặc $m = 3$.
C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$. D. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.
- 
- Câu 461. [L.T.TỔ-BNI-L1] [2D1-3]** Cho $(C_m): y = 2x^3 - (3m+3)x^2 + 6mx - 4$. Gọi T là tập giá trị của m thỏa mãn (C_m) có đúng hai điểm chung với trục hoành, tính tổng S các phần tử của T .
- A. $S = 7$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $S = 6$. D. $S = \frac{2}{3}$.
- Câu 462. [L.T.TỔ-BNI-L1] [2D1-3]** Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-5; 5)$. Tìm m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành (O là gốc tọa độ).
- A. $m = 0$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.
- Câu 463. [P.C. TRINH-DLA-L1] [2D1-3]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.
B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.
D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.
- 
- Câu 464. [K.MÔN-HDU-L1] [2D1-3]** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$. Với giá trị nào của m thì $f'(x) - 6x > 0$ với mọi $x > 2$.
- A. $m > \frac{1}{2}$. B. $m < -\frac{1}{2}$. C. $m > 1$. D. $m \leq 0$.

Câu 465. [SGDBRVT-L1] [2D1-4] Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + m\sqrt{4-x^2} + m - 7$ có điểm chung với trục hoành là $[a; b]$ (với $a; b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của $S = a + b$.

- A. $S = \frac{13}{3}$. B. $S = 5$. C. $S = 3$. D. $S = \frac{16}{3}$.

Câu 466. [SGDBRVT-L1] [2D1-4] Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^2 + m\sqrt{4-x^2} + m - 7$ có điểm chung với trục hoành là $[a; b]$ (với $a; b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của $S = 2a + b$.

- A. $S = \frac{19}{3}$. B. $S = 7$. C. $S = 5$. D. $S = \frac{23}{3}$.

Câu 467. [L.Q.ĐÔN-HNO-L1] [2D1-4] Cho hàm số $y = x^3 - 2009x$ có đồ thị là (C) . M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2 , ..., tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại M_n khác M_{n-1} ($n = 4; 5; \dots$), gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ điểm M_n . Tìm n để: $2009x_n + y_n + 2^{2013} = 0$.

- A. $n = 685$. B. $n = 679$. C. $n = 672$. D. $n = 675$.

Câu 468. [L.T.TỔ-BNI-L1] [2D1-4] Cho hàm số $y = x^3 + 3x$ có đồ thị là (C) . M_1 là điểm trên (C) có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến tại điểm M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 . Tiếp tuyến tại điểm M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2 . Tiếp tuyến tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n \geq 4, n \in \mathbb{N}$)? Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $y_n - 3x_n + 2^{21} = 0$.

- A. $n = 7$. B. $n = 8$. C. $n = 22$. D. $n = 21$.

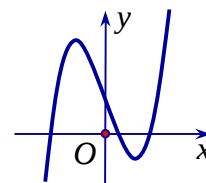
Câu 469. [P.C. TRINH-DLA-L1] [2D1-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị.

- A. 44. B. 27. C. 26. D. 16.

Vấn đề 8. TRÍCH ĐỀ THI NĂM 2017, 2018

Câu 470. [2D1-1-MH1] Đường cong hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đường cong đó là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Câu 471. [2D1-1-MH1] Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường $y = 1$ và $y = -1$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 472. [2D1-1-MH1] Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trong khoảng nào?

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 473. [2D1-2-MH1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
 B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 474. [2D1-1-MH1] Tìm giá trị y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $y_{CD} = 4$. B. $y_{CD} = 1$. C. $y_{CD} = 0$. D. $y_{CD} = -1$.

Câu 475. [2D1-2-MH1] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

- A. $\min_{[2;4]} y = 6$. B. $\min_{[2;4]} y = -2$. C. $\min_{[2;4]} y = -3$. D. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$.

Câu 476. [2D1-1-MH1] Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại một điểm duy nhất, ký hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ điểm đó. Tìm y_0 .

- A. $y_0 = 4$. B. $y_0 = 0$. C. $y_0 = 2$. D. $y_0 = -1$.

Câu 477. [2D1-3-MH1] Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

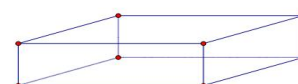
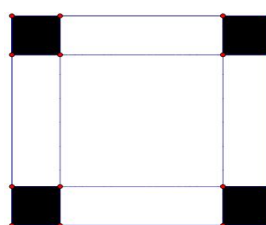
- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$. D. $m = 1$.

Câu 478. [2D1-3-MH1] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$

có hai đường tiệm cận ngang.

- A. Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài. B. $m < 0$.
 C. $m > 0$. D. $m = 0$.

Câu 479. [2D1-3-MH1] Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 (cm). Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 480. [2D1-3-MH1] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng

biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$. B. $m \leq 0$. C. $1 \leq m < 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 481. [2D1-1-MH2] Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$?

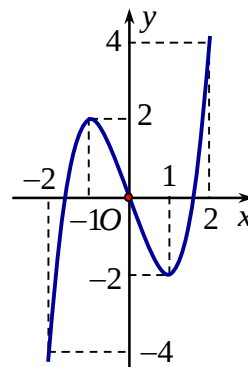
- A. $x=1$. B. $y=-1$. C. $y=2$. D. $x=-1$.

Câu 482. [2D1-1-MH2] Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 483. [2D1-1-MH2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -2$.
B. $x = -1$.
C. $x = 1$.
D. $x = 2$



Câu 484. [2D1-2-MH2] Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 485. [2D1-2-MH2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $[-1; 2]$. B. $(-1; 2)$. C. $(-1; 2]$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 486. [2D1-1-MH2] Cho hàm số $y = \frac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng -3 . B. Cực tiểu của hàm số bằng 1 .
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6 . D. Cực tiểu của hàm số bằng 2 .

Câu 487. [2D1-3-MH2] Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 216 (m/s). B. 30 (m/s). C. 400 (m/s). D. 54 (m/s).

Câu 488. [2D1-2-MH2] Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

- A. $x = -3$ và $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 3$ và $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 489. [2D1-4-MH2] Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

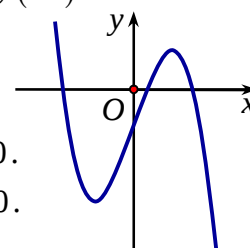
- A. $(-\infty; -1]$. B. $(-\infty; -1)$. C. $[-1; 1]$. D. $B(5; 6; 2)$.

Câu 490. [2D1-3-MH2] Biết $M(0; 2)$, $N(2; -2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$. C. $y(-2) = 6$. D. $y(-2) = -18$.

Câu 491. [2D1-3-MH2] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.



Câu 492. [2D1-2-MH3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị hàm số là (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 493. [2D1-2-MH3] Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 494. [2D1-2-MH3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$
			4				

- A. $y_{CD} = 5$. B. $y_{CT} = 0$. C. $\min_{\mathbb{R}} y = 4$. D. $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.

Câu 495. [2D1-3-MH3] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	-2		0		$+\infty$
y'		+		-	
y			$+\infty$	1	0
		$-\infty$			

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 496. [2D1-3-MH3] Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = 3x^3 + 3x - 2$. B. $y = 2x^3 - 5x + 1$. C. $y = x^4 + 3x^2$. D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 497. [2D1-3-MH3] Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min_{(0; +\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. B. $\min_{(0; +\infty)} y = 7$. C. $\min_{(0; +\infty)} y = \frac{33}{5}$. D. $\min_{(0; +\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

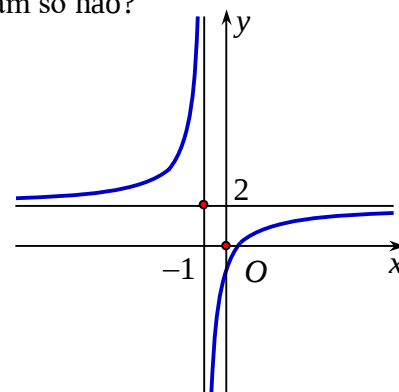
Câu 498. [2D1-2-MH3] Cho đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-2}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Câu 499. [2D1-4-MH3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại.

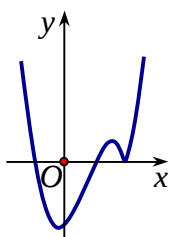
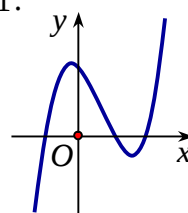
A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $m \leq 1$.

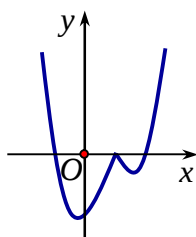
C. $m \geq 1$.

D. $1 < m < 3$.

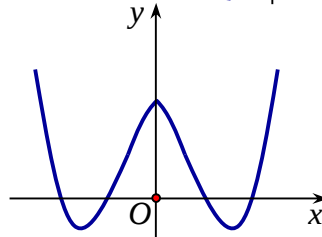
Câu 500. [2D1-3] Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



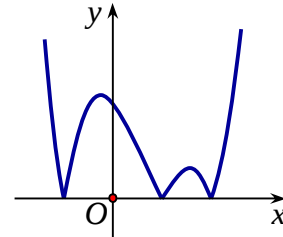
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 501. [2D1-3-MH3] Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

B. $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

C. $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

D. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

Câu 502. [2D1-4-MH3] Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2-1)x^3 + (m-1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 503. [2D1-4-MH3] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2-1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 0.

B. 6.

C. -6.

D. 3.

Câu 504. [2D1-1-101] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

D. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

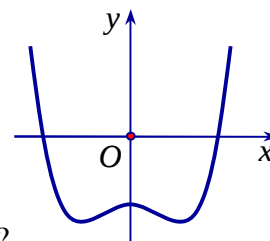
Câu 505. [2D1-1-101] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 + x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.



Câu 506. [2D1-2-101] Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 507. [2D1-2-101] Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 508. [2D1-2-101] Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

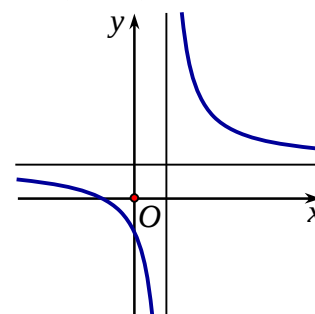
Câu 509. [2D1-1-101] Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Câu 510. [2D1-3-101] Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $m < -1$.

B. $3 < m \leq 4$.

C. $m > 4$.

D. $1 \leq m < 3$.

Câu 511. [2D1-3-101] Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Câu 512. [2D1-3-101] Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

A. $P(1; 0)$.

B. $M(0; -1)$.

C. $N(1; -10)$.

D. $Q(-1; 10)$.

Câu 513. [2D1-2-101] Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $m = 11$.

B. $m = 0$.

C. $m = -2$.

D. $m = 3$.

Câu 514. [2D1-3-101] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

A. $m \in (-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$.

D. $m \in (-2; +\infty)$.

Câu 515. [2D1-1-102] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho

A. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

B. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 516. [2D1-2-102] Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

B. $y = x^3 + x$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = -x^3 - 3x$.

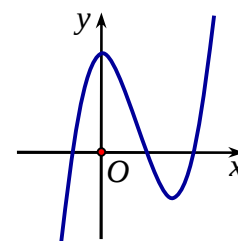
Câu 517. [2D1-2-102] Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.



Câu 518. [2D1-2-102] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

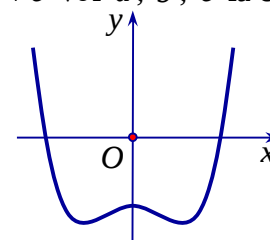
Câu 519. [2D1-2-102] Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

B. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

C. Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.

D. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực.



Câu 520. [2D2-2-102] Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 521. [2D1-7-102] Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$.

A. $M = 9$.

B. $M = 8\sqrt{3}$.

C. $M = 1$.

D. $M = 6$.

Câu 522. [2D1-3-102] Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 5$.

D. $m = -7$.

Câu 523. [2D1-3-102] Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max_{[1;2]} y + \min_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \leq 0$.

B. $m > 4$.

C. $0 < m \leq 2$.

D. $2 < m \leq 4$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

A. $m \in (-\infty; 3)$. **B.** $m \in (-\infty; -1)$.
C. $m \in (-\infty; +\infty)$. **D.** $m \in (1; +\infty)$.

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) không cắt trục hoành. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	2	4	-5	2		

A. Hàm số có bốn điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
C. Hàm số không có cực đại. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

A. $m = \frac{51}{4}$. **B.** $m = \frac{49}{4}$. **C.** $m = 13$. **D.** $m = \frac{51}{2}$.

A Cartesian coordinate system showing the graph of the function $y = \frac{1}{x-2}$. The x-axis is labeled with 'x' and has a tick mark at 2. The y-axis is labeled with 'y' and has a tick mark at 1. A vertical asymptote is shown at $x = 2$ and a horizontal asymptote at $y = 0$. The graph consists of two branches: one in the upper right quadrant relative to the asymptotes, passing through the point (3, 1), and another in the lower left quadrant, passing through the point (1, -1). The origin is labeled 'O'.

A. $y' < 0, \forall x \neq 2$. **B.** $y' < 0, \forall x \neq 1$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 2$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 1$.

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$. **C.** $y = \frac{1}{x^4 + 1}$. **D.** $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Câu 532. [2D1-2-103] Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 533. [2D1-3-103] Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Câu 534. [2D1-3-103] Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $S = 9$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = 5$. D. $S = 10$.

Câu 535. [2D1-3-103] Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 24(m/s). B. 108(m/s). C. 18(m/s). D. 64(m/s).

Câu 536. [2D1-4-103] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

- A. $m > 0$. B. $m < 1$. C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$. D. $0 < m < 1$.

Câu 537. [2D1-1-104] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

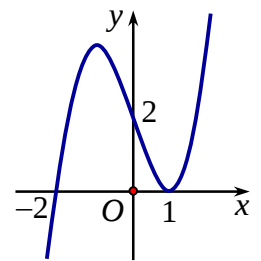
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-		-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 538. [2D1-1-104] Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = x^4 - x^2 + 1$. C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.



Câu 539. [2D1-1-104] Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 540. [2D1-2-104] Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 541. [2D1-2-104] Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

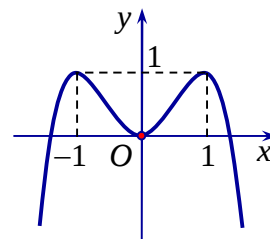
- A. $m = \frac{17}{4}$. B. $m = 10$. C. $m = 5$. D. $m = 3$.

Câu 542. [2D1-1-104] Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 543. [2D1-1-104] Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt

- A. $m > 0$. B. $0 \leq m \leq 1$.
 C. $0 < m < 1$. D. $m < 1$.



Câu 544. [2D1-3-104] Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

Câu 545. [2D1-3-104] Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Câu 546. [2D1-1-MH18] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		-1		3		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 547. [2D1-1-MH18] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 548. [2D1-1-MH18] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 549. [2D1-1-MH18] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 50. B. 5. C. 1. D. 122.

Câu 550. [2D1-2-MH18] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. D. $y = \frac{x}{x + 1}$.

Câu 551. [2D1-3-MH18] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 5. B. 3. C. 0. D. 4.

Câu 552. [2D1-3-MH18] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m + 3\sqrt{m + 3\sin x}} = \sin x$ có nghiệm thực?

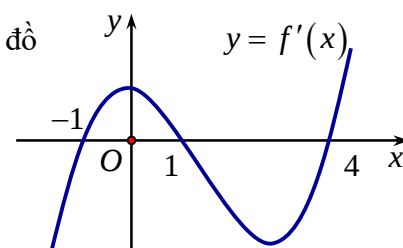
- A. 5. B. 7. C. 3. D. 2.

Câu 553. [2D1-3-MH18] Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 6.

Câu 554. [2D1-3-MH18] Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng:

- A. $(1; 3)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(-2; 1)$. D. $(-\infty; 2)$.



Câu 555. [2D1-3-MH18] Cho hàm số $y = \frac{-x + 2}{x - 1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a; 1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến từ (C) đi qua A . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

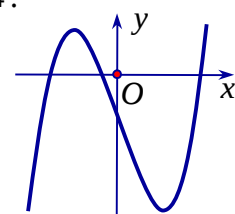
- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 556. [2D1-3-MH18] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

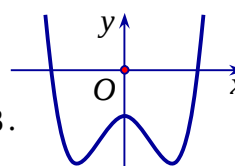
Câu 557. [2D1-1-MĐ111-2018] Đường cong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + x^2 - 1$. B. $y = -x^3 - 3x - 1$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 558. [2D1-1-MĐ111-2018] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.



Câu 559. [2D1-1-MĐ111-2018] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			-1		-2		-1	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

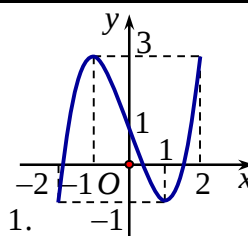
Câu 560. [2D1-2-MĐ111-2018] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.



Câu 561. [2D1-2-MĐ111-2018] Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x^2 + x}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 562. [2D1-2-MĐ111-2018] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

A. -16.

B. -4.

C. 0.

D. 4.

Câu 563. [2D1-2-MĐ111-2018] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$?

A. Vô số.

B. 3.

C. 6.

D. 0.

Câu 564. [2D1-3-MĐ111-2018] Ông A sử dụng hết 5 m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $0,96 \text{ m}^3$.B. $1,01 \text{ m}^3$.C. $1,51 \text{ m}^3$.D. $1,33 \text{ m}^3$.

Câu 565. [2D1-4-MĐ111-2018] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. Vô số.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

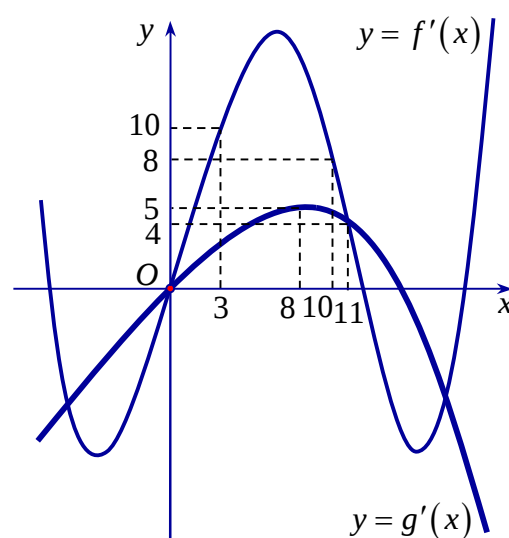
Câu 566. [2D1-4-MĐ111-2018] Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C) . Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C) , đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A. 2.

B. 4.

C. $2\sqrt{2}$.D. $2\sqrt{3}$.

Câu 567. [2D1-4-MĐ111-2018] Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f\left(x+4\right) - g\left(2x - \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5; \frac{31}{5}\right)$.B. $\left(\frac{9}{4}; 3\right)$.C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.D. $\left(6; \frac{25}{4}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	A	A	B	A	D	A	B	D	D	D	D	B	A	D	D	A	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	B	C	B	D	B	C	C	C	A	A	A	B	C	B	B	B	C	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
C	B	C	B	B	B	B	B	B	A	C	B	B	B	C	C	B	C	A	C
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	D	A	C	C	A	B	B	C	A	D	C	D	B	A	D	C	A	D	D
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A	A	C	D	A	C	C	D	C	B	A	B	B	B	D	A	B	D	B	A
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
B	A	D	D	D	D	B	C	C	B	C	D	C	D	C	A	B	B	D	B
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
A	B	B	B	C	B	B	D	D	B	C	C	C	C	C	B	A	D	D	A
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
A	A	D	C	B	B	D	D	D	C	A	D	B	A	A	C	C	C	D	A
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
D	C	B	B	C	A	C	B	D	A	B	B	D	B	C	D	C	A	A	D
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
A	D	D	D	B	A	C	A	A	B	B	B	A	C	B	A	B	B	B	A
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
A	A	D	B	C	C	D	D	C	C	C	B	C	D	B	A	D	A	C	A
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
C	C	D	C	B	B	B	B	B	A	B	C	A	B	D	D	D	C	D	C
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
C	A	D	D	D	C	D	B	A	A	A	A	D	A	B	D	A	A	A	C
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
B	D	D	B	C	A	D	A	A	B	C	D	B	B	A	D	C	A	B	B
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
B	B	A	C	D	B	D	B	D	C	B	D	C	A	D	C	C	A	A	B
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
B	D	D	A	D	A	B	B	A	C	A	D	D	A	D	B	A	B	A	B
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
C	C	D	B	D	C	A	B	D	A	D	D	C	C	A	A	C	B	C	C
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
D	C	C	B	B	B	C	A	A	C	C	D	A	C	B	A	B	B	C	D
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
B	C	D	D	C	D	D	A	C	B	C	C	D	D	C	B	B	D	A	B
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400
C	C	C	A	C	A	B	A	D	C	B	B	A	C	C	A	A	B	A	C
401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
A	C	A	B	B	A	B	B	C	A	B	C	D	C	A	D	C	B	B	A
421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440
D	A	A	C	D	A	C	C	A	D	D	C	B	B	D	A	B	C	B	D
441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460
D	C	B	C	D	B	D	B	B	A	B	A	D	C	D	A	D	C	C	D

[illegible]

MỤC LỤC

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Vấn đề 1. TÍNH CHẤT ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ	1
Dạng 1: Xét tính đơn điệu của hàm số	1
Dạng 2: Tìm tham số (hoặc chứng minh) hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên từng khoảng xác định	5
Dạng 3: Tìm tham số (hoặc chứng minh) hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến)	7
Dạng 4: [NC] Tìm tham số để hàm số $y = f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên khoảng $(a;b)$	9
Dạng 5: [NC] Giải phương trình. Tìm tham số để phương trình (hoặc bất phương trình) có nghiệm	10
Vấn đề 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.....	13
Dạng 1: Tìm cực trị của hàm số bậc ba và bậc bốn trùng phương	15
Dạng 2: Tìm tham số (hoặc chứng minh) hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có cực đại và cực tiểu	16
Dạng 3: Tìm tham số để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) không có cực đại và cực tiểu	18
Dạng 4: Tìm tham số để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có ba cực trị hoặc có 1 cực trị	19
Dạng 5: Tìm tham số để hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) đạt cực đại tại $x = x_0$ (hoặc đạt cực tiểu tại $x = x_0$, hoặc đạt cực tiểu tại $x = x_0$)	20
Dạng 6: [NC] Tìm tham số để hàm số có cực trị thỏa mãn tính chất nào đó	22
Vấn đề 3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ	24
Dạng 1: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$	24
Dạng 2: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ không phải trên $[a;b]$	27
Dạng 3: Ứng dụng GTLN, GTNN của hàm số trong bài toán PT, BPT tham số	28
Dạng 4: Ứng dụng GTLN, GTNN của hàm số vào bài toán thực tế	30
Vấn đề 4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ	33
Dạng 1: Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số	33
Dạng 2: [NC] Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số	34
Vấn đề 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ.....	35
Dạng 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	35
Dạng 2: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$	39
Dạng 3: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$	42

Vấn đề 6. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ CHỨA GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI	44
Vấn đề 7. SỰ TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ.....	46
Dạng 1: Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị $(C): y = f(x)$ và đường thẳng d	46
Dạng 2: Tìm tham số để đồ thị $(C): y = \frac{ax+b}{cx+d}$ cắt đường thẳng d tại hai điểm	47
Dạng 3: Tìm tham số để đồ thị $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt đường thẳng d tại 3 điểm	48
Dạng 4: Tìm tham số để đồ thị $(C): y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt đường thẳng d tại 4 điểm	49
Dạng 5: [NC] Tìm tham số để đồ thị $(C): y = f(x)$ cắt đường thẳng d tại n điểm thỏa tính chất nào đó	50
Vấn đề 8. TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ	52
Dạng 1: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$	52
Dạng 2: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có phương cho trước	54
Dạng 3: [NC] Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$	56
Vấn đề 9. DÙNG ĐỒ THỊ BIỆN LUẬN SỐ NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH	59
Vấn đề 10. ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ.....	61
Dạng 1: Điểm cố định của họ đường	61
Dạng 2: Điểm có tọa độ nguyên	63
BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP.....	64
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	73
Vấn đề 1. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số	73
Vấn đề 2. Cực trị của hàm số.....	80
Vấn đề 3. Giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất của hàm số.....	87
Vấn đề 4. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số.....	96
Vấn đề 5. Đồ thị của hàm số và Phép biến đổi đồ thị	102
Vấn đề 6. Tương giao giữa hai đồ thị.....	114
Vấn đề 7. Tổng hợp	120
Vấn đề 8. Trích đề thi năm 2017, 2018.....	127
BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM.....	139

Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA - 098 373 4349

Chuyên: TOÁN

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN - Lớp: 12 và THPTQG

Năm học 2018-2019

- 1. Tài liệu TOÁN 12 theo chủ đề (7 chủ đề)**
- 2. 1234 bài tập trắc nghiệm TOÁN 10**
- 3. 1500 bài tập trắc nghiệm TOÁN 11**
- 4. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 HK1**
- 5. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 HK2**
- 6. Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 ôn thi THPTQG**
- 7. Bộ đề thi thử THPTQG năm 2019**
- 8. Bộ đề thi ĐH- CĐ - THPTQG từ 2002 → 2018**

Năm học 2018 - 2019

Lưu hành nội bộ