

Họ và tên thí sinh: SBD:..... Mã đề: 135

1. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ (C). Các phát biểu sau, phát biểu nào sai ?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
B. Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng của tập xác định của nó;
C. Đồ thị hàm số không có cực trị.
D. Đồ thị hàm số (C) có giao điểm với trục tung tại điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

2. Cho 2 số dương a, b với a khác 1. Mệnh đề nào sai?

- A. $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow b = a^\alpha$ B. $\log_a a = 1$ C. $a^{\log_a b} = b$ D. $\log_a(a^\alpha) = a^\alpha$

3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln(x-1) < 0$.

- A. $S = (-\infty; 1)$. B. $S = (-2; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (1; 2)$.

4. Số phức liên hợp của số phức $z = (1+i)(3i-2)$ là

- A. $\bar{z} = 5-i$. B. $\bar{z} = -5-i$. C. $\bar{z} = -1-5i$. D. $\bar{z} = -1+5i$.

5. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1+z)\bar{z}$.

- A. -2. B. 0. C. -1. D. -i.

6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $R \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		-	-	+	+
y	-2	$+\infty$	1	$+\infty$	-2

- A. Hàm số có $y_{CT} = 0$
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$
C. Hàm số có hai TCD: $x = 1, x = -1$; một TCN: $y = -2$
D. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
B. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
C. Nếu $f(x)$ không đổi trên khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) = 0, \forall x \in (a; b)$.
D. Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in (a; b)$ thì $f(x)$ không đổi trên khoảng $(a; b)$.

8. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (-2; 4; 1)$; $\vec{c} = (-1; 3; 4)$. Vectơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là:

- A. (7; 3; 23). B. (7; 23; 3). C. (23; 7; 3). D. (3; 7; 23).

9. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm I(3; -2; 1) và đi qua điểm M(1; -2; 0).

Viết phương trình mặt cầu (S).

- A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$. B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 8$. D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 8$.

10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + e^{3x} - 2$.

- A. $\int f(x)dx = x^2 + \ln|x| - \frac{1}{x} + \frac{1}{3}e^{3x} - 2x + C$. B. $\int f(x)dx = x^2 + \ln x - \frac{1}{x} + \frac{1}{3}e^{3x} - 2x + C$.
 C. $\int f(x)dx = x^2 + \ln|x| + \frac{1}{x} + \frac{1}{3}e^{3x} - 2x + C$. D. $\int f(x)dx = x^2 + \ln|x| - \frac{1}{x} + e^{3x} - 2x + C$.

11. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)(x+3)^2$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$. A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

12. Tính giá trị của biểu thức $P = (3+2\sqrt{2})^{2016} (2\sqrt{2}-3)^{2017}$.

- A. $P = -3 - 2\sqrt{2}$. B. $P = 2\sqrt{2} + 3$. C. $P = 3 - 2\sqrt{2}$. D. $P = 2\sqrt{2} - 3$.

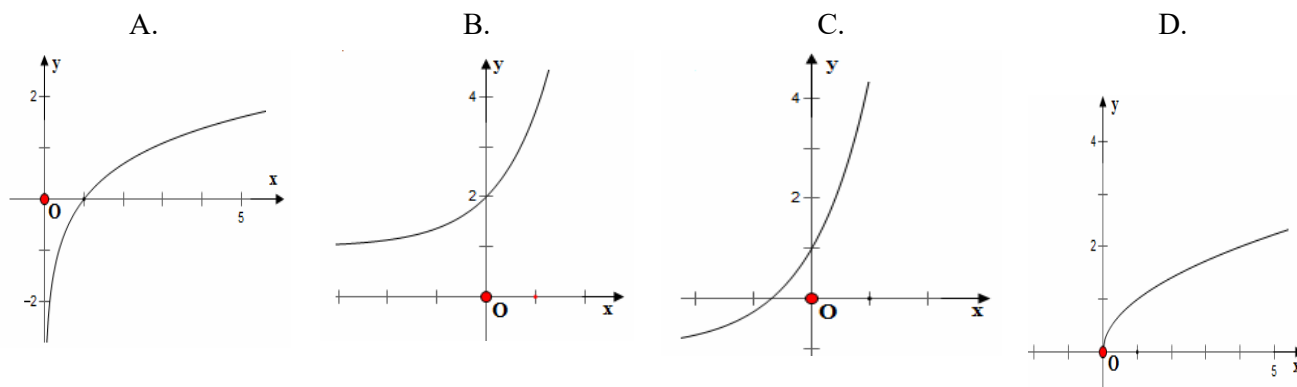
13. Đặt $a = \ln 2$ và $b = \ln 3$. Biểu diễn $S = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{71}{72}$ theo a và b :

- A. $S = -3a + 2b$. B. $S = 3a - 2b$. C. $S = -3a - 2b$. D. $S = 3a + 2b$.

14. Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$ D. $(-2; 0)$.

15. Cho hàm số $f(x) = 2e^x - x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Tìm đồ thị đó.



16. Cho hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$ và có thể tích bằng $12a^3$. Tính chiều cao của hình lăng trụ đã cho. A. a . B. $3a$. C. $9a$. D. $6a$.

17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(2;0;-1)$, $C(0;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(1;-5;2)$. B. $D(-1;3;0)$. C. $D(1;-3;0)$. D. $D(5;-5;0)$.

18. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $z = 1 - i$. Tính môđun của số phức $w = a + bi$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. 3.

19. Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1.$$

- A. $\min P = 5$ B. $\min P = \frac{7}{3}$ C. $\min P = \frac{17}{3}$ D. $\min P = \frac{115}{3}$

20. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + 1 + i| = |2z + \bar{z} - 5 - 3i|$ là:

- A. Một đường tròn. B. Một đường thẳng. C. Một đường Elip. D. Một đường Parabol

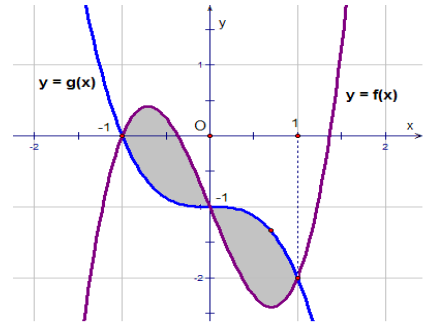
21. Phương trình $\log_5^2 x - 2\log_{25} x^2 - 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 15x_1 + \frac{1}{5}x_2$

- bằng : A. 28 B. $\frac{28}{25}$ C. 100 D. $\frac{1876}{625}$

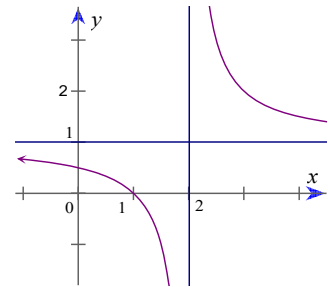
22. Mệnh đề nào sai?

- A. Chỉ có 5 loại khối đa diện đều
B. Hình lăng trụ tam giác đều là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều
C. Hình chóp đều là hình chóp có tất cả các cạnh đều bằng nhau
D. Nếu khối chóp và khối lăng trụ có cùng chiều cao và diện tích đáy thì khối lăng trụ có thể tích gấp 3 lần khối chóp.

23. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx$
B. $S = \int_{-1}^0 [f(x) - g(x)] dx - \int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$
C. $S = \int_{-1}^0 [f(x) - g(x)] dx + \int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$
D. $S = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$



24. Hàm số $y = f(x)$ nào có đồ thị như hình vẽ bên :

- A. $y = f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ B. $y = f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ C. $y = f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ D. $y = f(x) = \frac{x+1}{x+2}$

25. Bạn Hạnh giải bài toán tính tích phân $I = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$ như sau:

Bước 1: Biến đổi I thành $I = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{dx}{(\tan x + 1)^2 \cdot \cos^2 x}$

Bước 2: $I = \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{d(\tan x + 1)}{(\tan x + 1)^2}$

Bước 3: $I = -\frac{1}{\tan x + 1} \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}}$

Bước 4: $I = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

Khẳng định nào sau đây đúng? A. Bạn Hạnh giải đúng.

B. Bài giải sai từ bước 1

C. Bài giải sai từ bước 2.

D. Bài giải sai từ bước 3

26. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường cao h của hình trụ đã cho. A. $h=a$. B. $h=2a$. C. $h=\pi a$. D. $h=2\pi a$.

27. Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + b \ln 2$ với a và b là các số hữu tỉ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

28. Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay được sinh ra bởi đoạn thẳng AC' của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a khi quay xung quang trục AA' . Tìm S .

- A. $S = \pi a^2$ B. $S = \pi a^2 \sqrt{2}$ C. $S = \pi a^2 \sqrt{3}$ D. $S = \pi a^2 \sqrt{6}$

29. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$. Mặt phẳng nào dưới đây chứa d và vuông góc với (Q) ? A. $x + 2y - 1 = 0$ B. $x - 2y + z = 0$ C. $x - 2y - 1 = 0$ D. $x + 2y + z = 0$

30. Cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 6z + 12 = 0$ và $(Q): 2x + 3y - 6z - 2 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . A. $d = 2$. B. $d = \frac{12}{7}$. C. $d = \frac{2}{7}$. D. $d = \frac{14}{49}$.

31. Cho hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có đồ thị là (C_m) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C_m) có ba điểm cực trị cùng với gốc tọa độ tạo thành một hình thoi.

- A. $m = 1 + \sqrt{2}$ hoặc $m = -1 + \sqrt{2}$ B. $m = 2 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 2 - \sqrt{2}$
C. $m = 4 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 4 - \sqrt{2}$ D. Không có giá trị m

32. Cho hàm số $y = x \ln x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $xy' - y = x^2 y''$. B. $y - xy' = x^2 y''$. C. $x^2 y'' + xy' = y + x$. D. $y + xy' = x^2 y''$.

33. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{4}$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x với $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ thì được thiết diện là tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $2x$ và $\sin x$.

- A. $V = \sqrt{2}$. B. $V = 1 - \frac{\pi}{4}$. C. $V = \frac{\pi \sqrt{2}}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$

34. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \cdot 2^{x^3+2} - 4^x + 2x^3 - 4x + 2 = 0$? A. -6 B. 0 C. 2 D. 5

35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

36. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$, $F(1)=1, F(3)=3$ và $\int_1^3 \frac{F(x)}{3x-1} dx = 4$. Tính

$$I = \int_1^3 f(x) \cdot \ln(3x-1) dx \quad \text{A. } I = 8 \ln 2 + 12. \quad \text{B. } I = 8 \ln 2 - 12. \quad \text{C. } I = 8 \ln 2 - 4. \quad \text{D. } I = -81.$$

37. Cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$ và $d': \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-3}$.

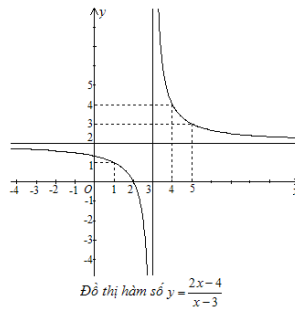
Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d và d' . Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$. B. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$. C. $I\left(-\frac{7}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{11}{2}\right)$.

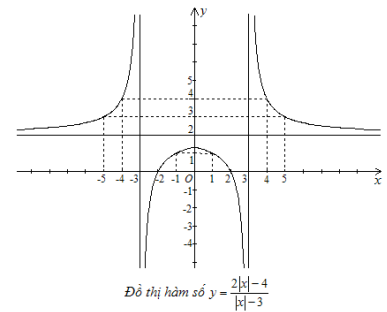
38. Từ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-4}{x-3}$,

suy ra đồ thị (T) của hàm số $y = \frac{|2x-4|}{x-3}$

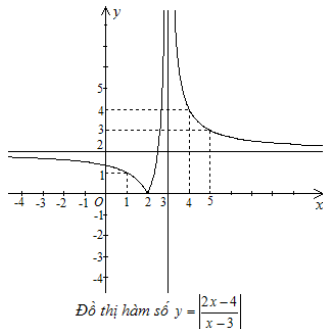
ta được đồ thị nào trong các đồ thị A, B, C, D?



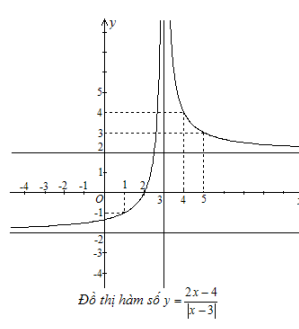
Đồ thị (C)



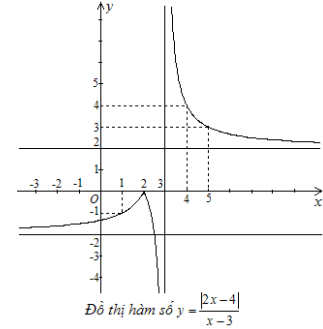
A



B



C



D

39. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình phức $\frac{|z|^4}{z^2} + \bar{z} = \frac{-200}{1-7i}$ quy ước z_2 là số phức có phần ảo âm.

Tính $|z_1 + \bar{z}_2|$. A. $|z_1 + \bar{z}_2| = \sqrt{17}$ B. $|z_1 + \bar{z}_2| = 1$ C. $|z_1 + \bar{z}_2| = 5 + 4\sqrt{2}$ D. $|z_1 + \bar{z}_2| = \sqrt{105}$

40. Bạn Nghèo trúng tuyển vào trường đại học Kinh Tế Quốc Dân nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Nghèo quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Nghèo phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T hàng tháng mà bạn Nghèo phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:

- A. 232289 đồng. B. 309604 đồng. C. 232518 đồng. D. 215456 đồng.

41. Tìm tất các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ cắt đường thẳng

$\Delta: y = x + m$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác OAB vuông tại O .

- A. $m = 6$. B. $m = -3$. C. $m = 5$. D. $m = -1$.

42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình

$(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm H của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu

- (S). A. $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{12}{7}\right)$. B. $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{2}{7}\right)$. C. $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{1}{7}\right)$. D. $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{13}{7}\right)$.

43. Cho hình chóp $S.ABC$ biết tam giác ABC có $AB = a, AC = 2a, \widehat{BAC} = 60^\circ$; $SA \perp (ABC)$; Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc A trên SB và SC . Tính bán kính R của mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, B_1, C_1 .

- A. $R = a$ B. $R = \frac{a}{2}$. C. $R = 2a$ D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

44. Từ một vị trí xuất phát chung, hai chất điểm A và B (đều đang ở trạng thái nghỉ) bắt đầu chuyển động nhanh dần đều về cùng 1 hướng nhưng B xuất phát chậm hơn A 12 giây (vận tốc chuyển động của A và B lần lượt được tính theo công thức $v_A(t) = at$, $v_B(t) = bt$). Biết sau 8 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động thì B đuổi kịp A. Hỏi tại thời điểm B đuổi kịp A, tốc độ chuyển động của B gấp bao nhiêu lần tốc độ chuyển động của A?

- A. 2,5 lần. B. 2,4 lần. C. 3 lần. D. 3,2 lần.

45. Có bao nhiêu số nguyên của $m \in [-2017; 2017]$ sao cho bất phương trình $2x^{m+\frac{1}{2}\log_2 x} \geq 2^{\frac{3}{2}\log_2 x}$ nghiệm đúng $\forall x \in (1; 2\sqrt{2})$? A. 2016 B. 2017 C. 2018 D. 2019

46. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

- A. $-\frac{5}{4} < m < 2$. B. $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$. C. $\frac{5}{4} < m < 2$. D. $-2 < m < \frac{5}{4}$.

47. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$; $(Q): x - 2y + z + 8 = 0$; $(R): x - 2y + z - 4 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt 3 mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C. Đặt $T = AB^2 + \frac{144}{AC}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của T.

- A. $\min T = 96$. B. $\min T = 72\sqrt{3}$. C. $\min T = 72\sqrt[3]{4}$. D. $\min T = 108$.

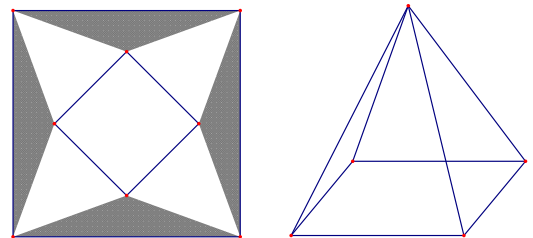
48. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = \sqrt{2}$. Gọi M, m lần lượt là max, min của $T = |z+i| + |z-2-i|$. Tính $S = M^2 + m^2$ được: A. 20 B. 16 C. 24 D. 4

49. Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 2\sqrt{3}$. Hai mặt phẳng song song cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là hai đường tròn (C) và (C') có cùng bán kính. Gọi (T) là khối trụ có hai đáy là hai đường tròn $(C), (C')$ và đường cao h . Tìm h để thể tích của khối trụ (T) lớn nhất

- A. $h = 2\sqrt{6}$ B. $h = 4$ C. $h = 2\sqrt{2}$ D. $h = 2\sqrt{3}$

50. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1 m như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x (m), sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Giá trị của x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất là

- A. $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$ B. $x = \frac{1}{2}$ C. $x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$



∞The end ∞

ĐÁP ÁN

D	D	D	B	C	C	B	D	B	A	B	D	C	D	C	B	A	C	B	D	A	C	B	C	B
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	D	C	A	B	A	D	B	B	B	B	D	A	A	A	D	A	A	B	C	D	C	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

13. Đặt $a = \ln 2$ và $b = \ln 3$. Biểu diễn $S = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{71}{72}$ theo a và b :

- A. $S = -3a + 2b$. B. $S = 3a - 2b$. C. $S = -3a - 2b$. D. $S = 3a + 2b$.

Hướng dẫn:

$$S = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{71}{72} = \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{71}{72} \right) = \ln \frac{1}{72} =$$

$$= -\ln 72 = -\ln(2^3 \cdot 3^2) = -(3 \ln 2 + 2 \ln 3) = -(3a + 2b)$$

27. Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = a\pi + b \ln 2$ với a và b là các số hữu tỉ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

HD: Xét $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$; $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$

$$\Rightarrow I_1 + I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx = \frac{\pi}{4}; \quad I_1 - I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = \ln(\sin x + \cos x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \ln 2$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \ln 2 \Rightarrow a = \frac{1}{8}; b = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}. \text{ Cách giải khác: Đặt } x = \frac{\pi}{4} - t$$

33. Bạn Nghèo trúng tuyển vào trường đại học Kinh Tế Quốc Dân nhưng vì do không đủ nộp học phí nên Nghèo quyết định vay ngân hàng trong 4 năm mỗi năm vay 3.000.000 đồng để nộp học phí với lãi suất 3%/năm. Sau khi tốt nghiệp đại học bạn Nghèo phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) cùng với lãi suất 0,25%/tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T hàng tháng mà bạn Nghèo phải trả cho ngân hàng (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị) là:

- A. 232289 đồng. B. 309604 đồng. C. 232518 đồng. D. 215456 đồng.

HD:

Vậy sau 4 năm bạn Nghèo nợ ngân hàng số tiền là:

$$s = 3000000 \left[(1+3\%)^4 + (1+3\%)^3 + (1+3\%)^2 + (1+3\%) \right] = 12927407,43$$

Lúc này ta coi như bạn Nghèo nợ ngân hàng khoản tiền ban đầu là 12.927.407,43 đồng, số tiền này bắt đầu được tính lãi và được trả góp trong 5 năm.

Ta có công thức:

$$\Rightarrow T = \frac{N(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1} = \frac{12927407,4(1+0,0025)^{60} \cdot 0,0025}{(1+0,0025)^{60} - 1} \approx 232289$$

41. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Δ

$$\frac{2x+3}{x-1} = x+m \Leftrightarrow 2x+3 = (x-1)(x+m) \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m-3 = 0 \quad (x \neq 1)$$

Để đồ thị (C) cắt Δ tại hai điểm A và B thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\begin{cases} (m-3)^2 - 4(-m-3) > 0 \\ 1^2 + (m-3) \cdot 1 - m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 21 > 0 \\ -6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}.$$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1), ta có $A(x_1; x_1 + m)$ và $B(x_2; x_2 + m)$

Để tam giác OAB vuông tại O thì $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + (x_1 + m)(x_2 + m) = 0$

mà $x_1 + x_2 = -m + 3$ và $x_1 \cdot x_2 = -m - 3$ nên $2(-m - 3) + m(-m + 3) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 6$.

44. Từ một vị trí xuất phát chung, hai chất điểm A và B (đều đang ở trạng thái nghỉ) bắt đầu chuyển động nhanh dần đều về cùng 1 hướng nhưng B xuất phát chậm hơn A 12 giây (vận tốc chuyển động của A và B lần lượt được tính theo công thức $v_A(t) = at$, $v_B(t) = bt$). Biết sau 8 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động thì B đuổi kịp A. Hỏi tại thời điểm B đuổi kịp A, tốc độ chuyển động của B gấp bao nhiêu lần tốc độ chuyển động của A ?

A. 2,5 lần.

B. 2,4 lần.

C. 3 lần.

D. 3,2 lần.

Xét đến thời điểm B đuổi kịp A, ta có:

Tổng thời gian đã chuyển động của A và B lần lượt là: $t_A = 12 + 8 = 20$ (s) và $t_B = 8$ (s).

Quãng đường A đã di chuyển được: $S_A = \int_0^{t_A} v_A(t) dt = \int_0^{20} at \cdot dt = 200a$ (m/s)

Quãng đường B đã di chuyển được: $S_B = \int_0^{t_B} v_B(t) dt = \int_0^8 bt \cdot dt = 32b$ (m/s)

Tất nhiên $S_A = S_B$ nên ta có $32b = 200a \Rightarrow 8b = 50a$

Tại thời điểm B đuổi kịp A:

Vận tốc đạt được của A và B lần lượt là $v_A = v_A(20) = 20a$ (m/s) và $v_B = v_B(8) = 8b = 50a$ (m/s)

Như vậy, tại thời điểm B đuổi kịp A, tốc độ của B gấp $\frac{v_B}{v_A} = \frac{50a}{20a} = 2,5$ (lần) tốc độ của A.

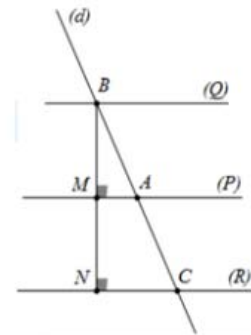
47. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của B lên mp(P), mp(R).

Ta có: $BM = d((P), (Q)) = \frac{9}{\sqrt{6}}$ và $BN = d((R), (Q)) = \frac{12}{\sqrt{6}}$.

Xét $\Delta BMA \sim \Delta BNC$ có: $\frac{BM}{BN} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow \frac{9}{12} = \frac{AB}{AB+AC} \Leftrightarrow AB = 3AC$

Khi đó: $T = AB^2 + \frac{144}{AC} = 9AC^2 + \frac{144}{AC} = 9AC^2 + \frac{72}{AC} + \frac{72}{AC}$

$$\geq 3 \cdot \sqrt[3]{9AC^2 \cdot \frac{72}{AC} \cdot \frac{72}{AC}} = 3 \sqrt[3]{9 \cdot 72 \cdot 72} = 108 \Rightarrow \min T = 108.$$



Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\geq 9AC^2 = \frac{72}{AC} \Leftrightarrow AC = 2$.