

SỞ GD&ĐT BÌNH ĐỊNH
TRƯỜNG QUỐC HỌC QUY NHƠN

ĐỀ THI KHẢO SÁT NĂNG LỰC
TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI: 209



★★★★★

- Câu 1:** Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(x+2yi)+(2-i)-1-3i=0$ với i là đơn vị ảo.
A. $x=3; y=2$. **B.** $x=1; y=3$. **C.** $x=-1; y=2$. **D.** $x=-1; y=1$.
- Câu 2:** Cho hình chóp $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$. Góc giữa SC và (SAB) bằng
A. 90° **B.** 60° **C.** 45° **D.** 30°
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-2=0$. Diện tích mặt cầu (S) bằng
A. 8π . **B.** 64π . **C.** 16π . **D.** 32π .
- Câu 4:** Bất phương trình $4^{x+1}+10.2^x-6>0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[-2020; 2020]$?
A. 2018. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2019.
- Câu 5:** Họ nguyên hàm của hàm số $y=2x^2-5x+\frac{1}{x}$ là
A. $\frac{2x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+\ln x+C$. **B.** $\frac{2x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+\ln|x|+C$.
C. $\frac{2x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}-\ln|x|+C$. **D.** $\frac{2x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}-\frac{1}{x^2}+C$.
- Câu 6:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-4}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ là
A. $(-2;-1]$. **B.** $(-2;1]$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-2;-1)$.
- Câu 7:** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 20 học sinh?
A. 2^{20} . **B.** C_{20}^2 . **C.** A_{20}^2 . **D.** 20^2 .
- Câu 8:** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ (H) và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng
A. $S=2\ln 2-1$. **B.** $S=\ln 2+1$. **C.** $S=\ln 2-1$. **D.** $S=1-2\ln 2$.
- Câu 9:** Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là R , chiều cao h và đường sinh l . Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho
A. $S_{xq}=4\pi R^2$. **B.** $S_{xq}=2\pi Rh$. **C.** $S_{xq}=\pi Rl$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi R^2h$.
- Câu 10:** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$ và $\int_0^1 x^{2019} \cdot f(x) dx = 2$. Tính giá trị của $\int_0^1 x^{2020} \cdot f'(x) dx$.
A. 4040. **B.** -4040. **C.** -4038. **D.** $\frac{1}{1010}$.
- Câu 11:** Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $A = (3-a)a$. B. $A = (3+a)a$. C. $A = \frac{3-a}{a}$. D. $A = \frac{3+a}{a}$.

Câu 12: Xét $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot e^{\cos 2x} dx$, nếu đặt $u = \cos 2x$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot e^{\cos 2x} dx$ bằng

A. $\int_0^1 u \cdot e^u du$. B. $2 \int_0^1 e^u du$. C. $\frac{1}{2} \int_0^1 e^u du$. D. $\frac{1}{2} \int_1^0 e^u du$.

Câu 13: Trong không gian oxyz cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ

A. $4x - y - 4z - 7 = 0$. B. $4x + y + 4z - 9 = 0$. C. $4x - y + 4z - 7 = 0$. D. $4x + y + 4z + 9 = 0$.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = -x^4 - 4x^2$. B. $y = -x^4 + 4x^2$.
C. $y = -x^3 + 2x$. D. $y = x^3 - 2x$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-		+	
y	$-\infty$		$+\infty$		2		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 16: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(8; 8; -1)$. B. $M(-1; -4; 2)$. C. $N(5; 4; -2)$. D. $P(2; 4; -1)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có diện tích bằng $2a^2$. Đường cao $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = 2a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = 6a^3$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 B. 2. C. 4 D. 1.

Câu 19: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_2(x-1)}}$.

A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; +\infty) \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 20: Gọi M và m lần lượt là các giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e^2}; e\right]$.

Khi đó $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{e^2-1}{e}$. B. $\frac{e^2-2}{e^2}$. C. $\frac{e-1}{e}$. D. $\frac{e^2+1}{e}$.

Câu 21: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{1-x}$ là

A. $y = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $y = -1$.

- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
A. $(0;1;-1)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(2;0;0)$. **D.** $(2;0;-1)$.
- Câu 23:** Cho khối cầu có thể tích $V = 288\pi$. Tính bán kính của khối cầu.
A. 6. **B.** $2\sqrt[3]{9}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** 3.
- Câu 24:** Trên tập hợp số phức, phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 trong đó z_2 là số phức có phần ảo dương. Tính mô đun của số phức $w = z_1 + iz_2 + z_1z_2$.
A. $\sqrt{13}$. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 22.
- Câu 25:** Nghiệm của phương trình $5^{2x+1} = 125$ là
A. $x = 4$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.
- Câu 26:** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng
A. $6a$. **B.** $6a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $8a^3$.
- Câu 27:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $u_3 = 1$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là
A. $u_n = -2n + 3$. **B.** $u_n = 2n - 5$. **C.** $u_n = -3n + 2$. **D.** $u_n = 3n - 5$.
- Câu 28:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 - \overline{z_2}$ bằng
A. 2. **B.** -2. **C.** 4. **D.** $4i$.
- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y - 5 = 0$ có phương trình tham số là
A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	2	1	-1	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.** $(-1;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.
- Câu 31:** Nếu $\int_2^3 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 g(x)dx = -1$ thì $\int_2^3 [f(x) - g(x) + 2x]dx$ bằng kết quả nào sau đây?
A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 11.
- Câu 32:** Cho hình nón có chiều cao $h = \sqrt{3}$. Cắt hình nón đã cho bằng một mặt phẳng đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng 1, ta được thiết diện có diện tích bằng $\frac{3}{2}$. Tính thể tích của hình nón?
A. $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $2\pi\sqrt{3}$. **D.** π .
- Câu 33:** Tập nghiệm của bất phương trình $-\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + 3\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - 2 \geq 0$
A. $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(1; \frac{10}{9}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left[\frac{10}{9}; \frac{4}{3}\right]$. D. $[3; 9]$.

Câu 34: Với a là một số thực khác 0 tùy ý, $\log_3(a^2)$ bằng

A. $2\log_3 a$. B. $\frac{1}{2}\log_3 a$. C. $2\log_3 |a|$. D. $2 + \log_3 a$.

Câu 35: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai đáy hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\pi}{2}a^3$. B. $\frac{3\pi}{2}a^3$. C. $65\pi a^3$. D. $\frac{\pi}{3}a^3$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{-y-1}{3} = \frac{z}{2}$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) .

A. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 0)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 3; -2)$. C. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; -1; 0)$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $-\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + 3\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - 2 \geq 0$ là

A. $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(1; \frac{10}{9}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$. C. $\left[\frac{10}{9}; \frac{4}{3}\right]$. D. $[3; 9]$.

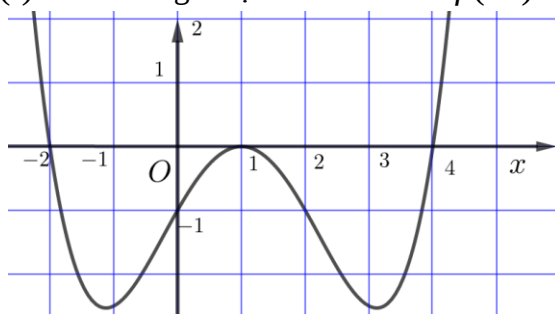
Câu 38: Với a là số thực khác 0 tùy ý, $\log_3(a^2)$ bằng

A. $2\log_3 a$. B. $\frac{1}{2}\log_3 |a|$. C. $2\log_3 |a|$. D. $2 + \log_3 a$.

Câu 39: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' , P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt $C'C$ tại N . Tính thể tích khối đa diện $AMNPBCD$.

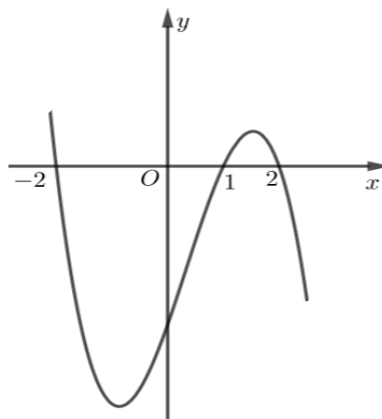
A. $3a^3$ B. $2a^3$ C. $\frac{9a^3}{4}$ D. $\frac{11a^3}{4}$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ và $[1; 4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho biết $f(1) = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = f(-2) + f(4)$.



A. 21 B. 3 C. 9 D. 2

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ và $f(-2) = 0$. Hàm số $g(x) = [f(-x - x^2)]^2$ nghịch biến trên các khoảng nào?



A. $(-4; -1), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; -2), \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $\left(-3; -\frac{1}{2}\right), (0; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 42: Biết $(a; b)$ là khoảng chứa tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $(7 - 3\sqrt{5})^{x^2} + m(7 + 3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2 - 1}$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt. Tính $M = a + b$.

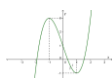
A. $M = \frac{3}{5}$.

B. $M = \frac{1}{8}$.

C. $M = \frac{-7}{16}$.

D. $M = \frac{1}{16}$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\cos x) = m$ có 4 nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$ là

A. $[1; 3)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 44: Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $2\log_2 x - \log_2 y \geq \log_2(x + 6y)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy + 2y^2}$

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 2.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD .

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CA . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SN .

A. $\frac{a}{\sqrt{17}}$.

B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a}{17}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7$. Lấy ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để lấy được số có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

A. $\frac{30}{49}$.

B. $\frac{83}{210}$.

C. $\frac{102}{245}$.

D. $\frac{108}{245}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m sao cho $\max_{[0;2]} |f(x)| + \min_{[0;2]} |f(x)| = 5$. Số phần tử của S là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{a.x+1}{bx+c}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$. C. $a < 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, $f(1) = \frac{1}{6}$ và $f'(x) + (2x+3) \cdot f^2(x) = 0, f(x) > 0, \forall x > 0$. Tính giá trị của $P = 1 + f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$

A. $\frac{3029}{2020}$.

B. $\frac{1518}{1011}$.

C. $\frac{1516}{1011}$.

D. $\frac{1517}{1011}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.D	4.C	5.B	6.A	7.B	8.A	9.C	10.B
11.D	12.C	13.B	14.B	15.D	16.C	17.A	18.C	19.C	20.A
21.D	22.A	23.A	24.A	25.D	26.D	27.B	28.C	29.A	30.D
31.D	32.A	33.C	34.C	35.B	36.B	37.C	38.C	39.A	40.B
41.B	42.D	43.D	44.A	45.B	46.A	47.C	48.C	49.C	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(x+2yi)+(2-i)-1-3i=0$ với i là đơn vị ảo.

A. $x=3; y=2$.

B. $x=1; y=3$.

C. $x=-1; y=2$.

D. $x=-1; y=1$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $(x+2yi)+(2-i)-1-3i=0$

$$\Leftrightarrow x+1+(2y-4)i=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 2y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$$

Câu 2: Cho hình chóp $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$. Góc giữa SC và (SAB) bằng

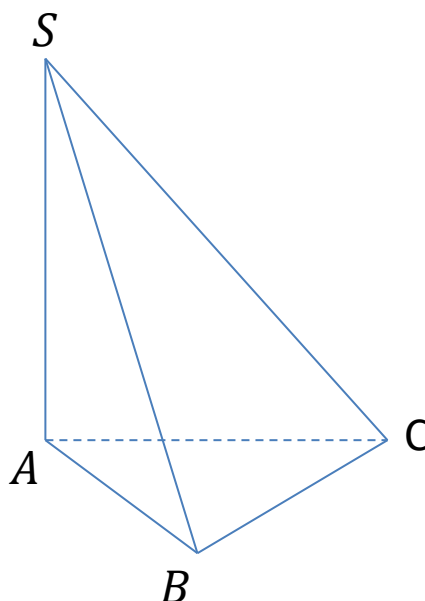
A. 90°

B. 60°

C. 45°

D. 30°

Lời giải.



Chọn D

Do $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên

$$AB=BC=\sqrt{2}a$$

Mặt khác $\triangle SAB$ vuông tại A ta có

$$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{6}a$$

Ta có

$$CB \perp AB, CB \perp SA \Rightarrow CB \perp (SAB)$$

$$\left(SC, (SAB) \right) = \widehat{CSB}$$

$$\tan \widehat{CSB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CSB} = 30^\circ$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Diện tích mặt cầu (S) bằng

- A. 8π . B. 64π . C. 16π . D. 32π .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bán kính mặt cầu } (S) \text{ là } R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 - (-2)} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 4\pi (2\sqrt{2})^2 = 32\pi.$$

Câu 4: Bất phương trình $4^{x+1} + 10 \cdot 2^x - 6 > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[-2020; 2020]$?

- A. 2018. B. 2020. C. 2021. D. 2019.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 4^{x+1} + 10 \cdot 2^x - 6 > 0 \Leftrightarrow 4t^2 + 10t - 6 > 0 \quad (*) \text{ với } t = 2^x, t > 0$$

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow t < -3 \vee t > \frac{1}{2} \Rightarrow t > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^x > \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^x > 2^{-1} \Leftrightarrow x > -1.$$

$$\text{Mà } x \in [-2020; 2020] \text{ do đó } -1 < x \leq 2020.$$

$$\Rightarrow \text{Các giá trị nguyên của } x \text{ là } 0; 1; \dots; 2020.$$

$$\text{Vậy có 2021 nghiệm nguyên } x \text{ thuộc đoạn } [-2020; 2020].$$

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $y = 2x^2 - 5x + \frac{1}{x}$ là

- A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + \ln x + C$. B. $\frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + \ln|x| + C$.
C. $\frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - \ln|x| + C$. D. $\frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} - \frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int \left(2x^2 - 5x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + \ln|x| + C$$

Câu 6: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

- A. $(-2; -1]$. B. $(-2; 1]$. C. $(2; 4)$. D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

$$D = \mathbb{R} \setminus \{m\}; y' = \frac{-m^2 + 4}{(x-m)^2}$$

$$\text{Để hàm số đồng biến trên khoảng } (-1; +\infty) \text{ khi } \begin{cases} y' > 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4 > 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 < m \leq -1.$$

Câu 7: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 20 học sinh?

- A. 2^{20} . B. C_{20}^2 . C. A_{20}^2 . D. 20^2 .

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 20 học sinh bằng số các tổ hợp chập 2 của 20 phần tử. Vậy có tất cả C_{20}^2 cách.

Câu 8: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ (H) và các trục tọa độ.

Khi đó giá trị của S bằng

- A.** $S = 2\ln 2 - 1$. **B.** $S = \ln 2 + 1$. **C.** $S = \ln 2 - 1$. **D.** $S = 1 - 2\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $y = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x-1}{x+1}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ có diện tích là

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = - \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx = - \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx = - \left(x - 2\ln(x+1) \right) \Big|_0^1 = 2\ln 2 - 1.$$

Câu 9: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là R , chiều cao h và đường sinh l . Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho

- A.** $S_{xq} = 4\pi R^2$. **B.** $S_{xq} = 2\pi Rh$. **C.** $S_{xq} = \pi Rl$. **D.** $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$ và

$$\int_0^1 x^{2019} \cdot f(x) dx = 2. \text{ Tính giá trị của } \int_0^1 x^{2020} \cdot f'(x) dx.$$

- A.** 4040. **B.** -4040. **C.** -4038. **D.** $\frac{1}{1010}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^{2020} \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = 2020 \cdot x^{2019} dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_0^1 x^{2020} \cdot f'(x) dx &= x^{2020} \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 2020 \cdot x^{2019} \cdot f(x) dx \\ &= 1^{2020} \cdot f(1) - 0^{2020} \cdot f(0) - 2020 \cdot 2 = -4040. \end{aligned}$$

Câu 11: Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

- A.** $A = (3-a)a$. **B.** $A = (3+a)a$. **C.** $A = \frac{3-a}{a}$. **D.** $A = \frac{3+a}{a}$.

Lời giải

Chọn D

$$A = \frac{\log_2(8m)}{\log_2 m} = \frac{\log_2 8 + \log_2 m}{\log_2 m} = \frac{3+a}{a}.$$

Câu 12: Xét $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot e^{\cos 2x} dx$, nếu đặt $u = \cos 2x$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot e^{\cos 2x} dx$ bằng

- A.** $\int_0^1 u \cdot e^u du$. **B.** $2 \int_0^1 e^u du$. **C.** $\frac{1}{2} \int_0^1 e^u du$. **D.** $\frac{1}{2} \int_1^0 e^u du$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u = \cos 2x \Rightarrow du = -2 \sin 2x dx \Rightarrow \sin 2x dx = -\frac{1}{2} du$

Khi $x = 0 \Rightarrow u = 1$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 0$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot e^{\cos 2x} dx = -\frac{1}{2} \int_1^0 e^u du = \frac{1}{2} \int_0^1 e^u du.$$

Câu 13: Trong không gian $oxyz$ cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và chứa đường thẳng Δ

- A. $4x - y - 4z - 7 = 0$. B. $4x + y + 4z - 9 = 0$. C. $4x - y + 4z - 7 = 0$. D. $4x + y + 4z + 9 = 0$.

Lời giải.

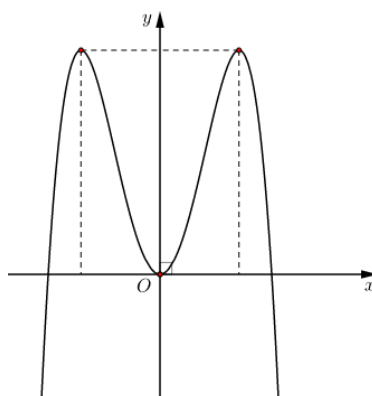
Chọn B

Ta có vectơ chỉ phương của Δ là $v_\Delta = (1; 4; -2)$, lấy điểm $N(3; 1; -1) \in \Delta$; $\overrightarrow{MN} = (1; 0; -1)$. Khi đó vectơ pháp tuyến của (α) là: $\vec{n}_\alpha = [\overrightarrow{MN}, v_\Delta] = (4; 1; 4)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $4(x-2) + 1(y-1) + 4(z-0) = 0 \Leftrightarrow 4x + y + 4z - 9 = 0$

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 - 4x^2$. B. $y = -x^4 + 4x^2$. C. $y = -x^3 + 2x$. D. $y = x^3 - 2x$.



Lời giải.

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy đồ thị có dạng như hình cong bên làm hàm trùng phương, nên ta loại đáp án C và D.

Xét hàm số $y = -x^4 - 4x^2$, $y' = -4x^3 - 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, vậy hàm số này chỉ có một cực trị nên loại đáp án A

Xét hàm số $y = -x^4 + 4x^2$

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 8x, y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

Suy ra đồ thị hàm số trên có 3 cực trị. Vậy đồ thị hàm số trên là của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-		+	
y	$-\infty$		$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(8; 8; -1)$.

B. $M(-1; -4; 2)$.

C. $N(5; 4; -2)$.

D. $P(2; 4; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ lần lượt các điểm Q, M, N, P vào phương trình đường thẳng d ta có điểm N là điểm thuộc d .

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có diện tích bằng $2a^2$. Đường cao $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=2a^3$.

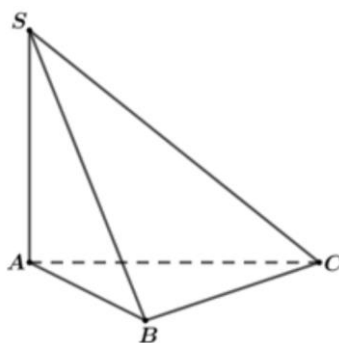
B. $V=a^3$

C. $V=3a^3$.

D. $V=6a^3$.

Lời giải

Chọn A



$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 3a = 2a^3.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3

B. 2.

C. 4

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vì $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x = -1; x = 0; x = 2; x = 4$.

Do đó hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 19: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_2(x-1)}}$.

A. $(1; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(1; +\infty) \setminus \{2\}$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ \log_2(x-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy tập xác định là: $D = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 20: Gọi M và m lần lượt là các giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = x \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e^2}; e\right]$.

Khi đó $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{e^2 - 1}{e}$.

B. $\frac{e^2 - 2}{e^2}$.

C. $\frac{e - 1}{e}$.

D. $\frac{e^2 + 1}{e}$.

Lời giải

Chọn A

Trên đoạn $\left[\frac{1}{e^2}; e\right]$ thì hàm số $y = x \ln x$ luôn xác định

Ta có: $y' = \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e} \in \left[\frac{1}{e^2}; e\right]$.

$y\left(\frac{1}{e^2}\right) = \frac{1}{e^2} \cdot \ln \frac{1}{e^2} = -\frac{2}{e^2}$, $y(e) = e \cdot \ln e = e$, $y\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} \cdot \ln \frac{1}{e} = -\frac{1}{e}$.

Do đó: $M = e$ và $m = -\frac{1}{e}$.

Vậy $M + m = e - \frac{1}{e} = \frac{e^2 - 1}{e}$.

Câu 21: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{1-x}$ là

A. $y = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$.

Vậy $y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; 1; -1)$.

B. $(2; 1; 0)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M'(0; 1; -1)$.

Câu 23: Cho khối cầu có thể tích $V = 288\pi$. Tính bán kính của khối cầu.

A. 6.

B. $2\sqrt[3]{9}$.

C. $6\sqrt{2}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V = 288\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R = 6$

Câu 24: Trên tập hợp số phức, phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 trong đó z_2 là số phức có phần ảo dương. Tính mô đun của số phức $w = z_1 + iz_2 + z_1 z_2$.

A. $\sqrt{13}$.

B. 5.

C. 15.

D. 22.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2 + 2z + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1 - 2i \\ z_2 = -1 + 2i \end{cases}$

Suy ra $w = z_1 + iz_2 + z_1 z_2 = -1 - 2i + i(-1 + 2i) + (-1 - 2i)(-1 + 2i)$

$\Rightarrow w = 2 - 3i \Rightarrow |w| = \sqrt{13}$

Câu 25: Nghiệm của phương trình $5^{2x+1} = 125$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 1$.

Câu 26: Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $6a$.

B. $6a^3$.

C. $2a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải

Chọn D

Gọi V là thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ cần tìm.

Khi đó: $V = (2a)^3 = 8a^3$

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$ và $u_3 = 1$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = -2n + 3$.

B. $u_n = 2n - 5$.

C. $u_n = -3n + 2$.

D. $u_n = 3n - 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow d = \frac{u_3 - u_1}{2} = 2$.

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1).2 = 2n - 5$

Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 - \overline{z_2}$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. $4i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 - \overline{z_2} = (2 + i) - (1 - 3i) = 1 + 4i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 - \overline{z_2}$ bằng 4.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y - 5 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): x - 3y - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 0)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y - 5 = 0$ nên Δ có vector chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (1; -3; 0)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và có vector chỉ phương

là $\vec{u}_{\Delta} = (1; -3; 0)$ là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Vậy chọn A.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	2	1	-1	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1;1)$.

B. $(1;2)$.

C. $(-\infty;-1)$.

D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ đã cho ta suy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$. Vậy chọn D.

Câu 31: Nếu $\int_2^3 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 g(x)dx = -1$ thì $\int_2^3 [f(x) - g(x) + 2x]dx$ bằng kết quả nào sau đây?

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

$$\int_2^3 [f(x) - g(x) + 2x]dx = \int_2^3 f(x)dx - \int_2^3 g(x)dx + \int_2^3 2x dx = 5 - (-1) + 5 = 11.$$

Câu 32: Cho hình nón có chiều cao $h = \sqrt{3}$. Cắt hình nón đã cho bằng một mặt phẳng đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng 1, ta được thiết diện có diện tích bằng $\frac{3}{2}$. Tính thể tích của hình nón?

A. $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

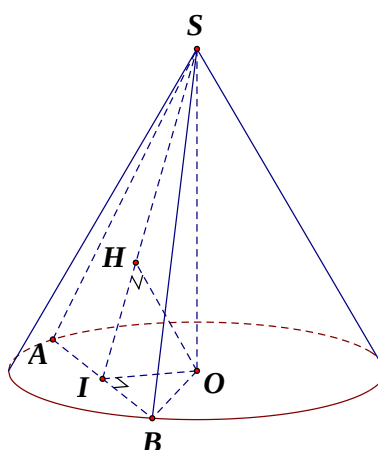
B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $2\pi\sqrt{3}$.

D. π .

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn tâm O, thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB. Gọi I là trung điểm của AB và kẻ $OH \perp SI$ tại H.

Khi đó, $d(O, (SAB)) = OH = 1$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = \frac{SO \cdot OH}{\sqrt{SO^2 - OH^2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác, } S_{SAB} = \frac{1}{2} SI \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2 \cdot S_{SAB}}{SI} = \sqrt{2} \Rightarrow IB = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } R = OB = \sqrt{OI^2 + IB^2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối nón là: } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}.$$

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $-\log_{\frac{1}{3}}^2(x-1) + 3\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - 2 \geq 0$

A. $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right).$ B. $\left(1; \frac{10}{9}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right).$

C. $\left[\frac{10}{9}; \frac{4}{3}\right].$ D. $[3; 9].$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } -\log_{\frac{1}{3}}^2(x-1) + 3\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - 2 \geq 0$$

Điều kiện: $x > 1$

$$\text{Đặt } u = \log_{\frac{1}{3}}(x-1), \text{ ta được: } -u^2 + 3u - 2 \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq u \leq 2$$

$$\text{Do đó } 1 \leq \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{9} \leq x-1 \leq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{10}{9} \leq x \leq \frac{4}{3}$$

$$\text{Vậy } \frac{10}{9} \leq x \leq \frac{4}{3}.$$

Câu 34: Với a là một số thực khác 0 tùy ý, $\log_3(a^2)$ bằng

A. $2\log_3 a.$ B. $\frac{1}{2}\log_3 a.$ C. $2\log_3|a|.$ D. $2 + \log_3 a.$

Lời giải

Chọn C

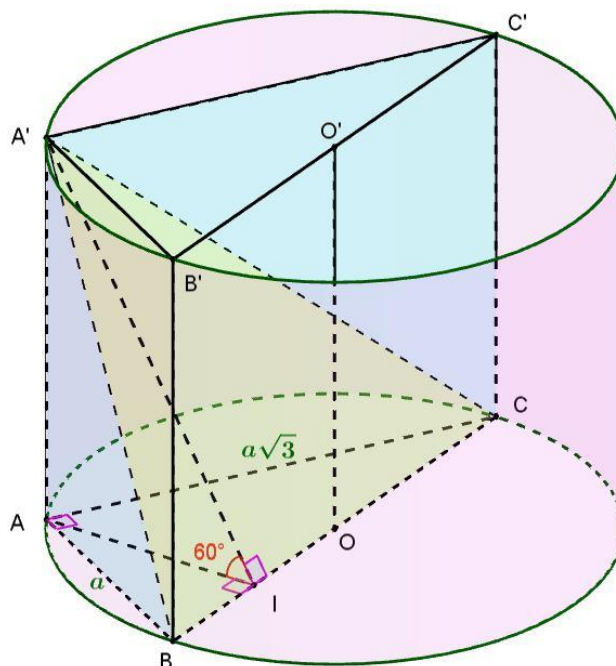
$$\log_3(a^2) = 2\log_3|a|.$$

Câu 35: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích hình trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai đáy hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\pi}{2}a^3.$ B. $\frac{3\pi}{2}a^3.$ C. $65\pi a^3.$ D. $\frac{\pi}{3}a^3.$

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AI \perp BC \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = A'IA = 60^\circ$.

Ta có tam giác ABC vuông tại A có $AI \perp BC$ nên $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a.$$

Suy ra $AA' = AI \cdot \tan A'IA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Bán kính hình trụ là $R = \frac{BC}{2} = a$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\pi}{2} a^3$.

Câu 36: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{-y-1}{3} = \frac{z}{2}$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P).

A. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 0)$.

B. $\vec{n}_3 = (1; 3; -2)$.

C. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$.

D. $\vec{n}_4 = (-2; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{-y-1}{3} = \frac{z}{2}$ viết thành $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{2}$ nên có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1; -3; 2) // \vec{n} = (1; 3; -2)$.

Mà mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{-y-1}{3} = \frac{z}{2}$ nên nhận vector $\vec{n} = (1; 3; -2)$ là một vector pháp tuyến.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $-\log_{\frac{2}{3}}(x-1) + 3\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - 2 \geq 0$ là

A. $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $\left(1; \frac{10}{9}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. $\left[\frac{10}{9}; \frac{4}{3}\right]$.

D. $[3; 9]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$-\log_{\frac{1}{3}}^2(x-1) + 3\log_{\frac{1}{3}}(x-1) - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 1 \leq \log_{\frac{1}{3}}(x-1) \leq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{3} \geq x-1 \geq \frac{1}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{4}{3} \geq x \geq \frac{10}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{10}{9} \leq x \leq \frac{4}{3}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left[\frac{10}{9}; \frac{4}{3}\right]$.

Câu 38: Với a là số thực khác 0 tùy ý, $\log_3(a^2)$ bằng

A. $2\log_3 a$.

B. $\frac{1}{2}\log_3|a|$.

C. $2\log_3|a|$.

D. $2 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn C

Với a là số thực khác 0 tùy ý, ta có: $\log_3(a^2) = 2\log_3|a|$.

Câu 39: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' , P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt $C'C$ tại N . Tính thể tích khối đa diện $AMNPBCD$.

A. $3a^3$

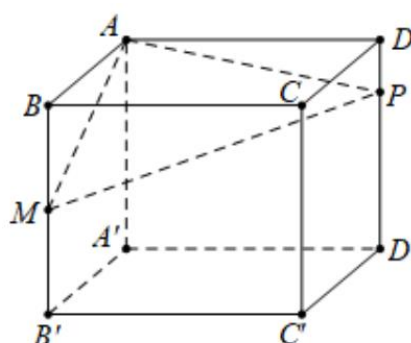
B. $2a^3$

C. $\frac{9a^3}{4}$

D. $\frac{11a^3}{4}$

Lời giải.

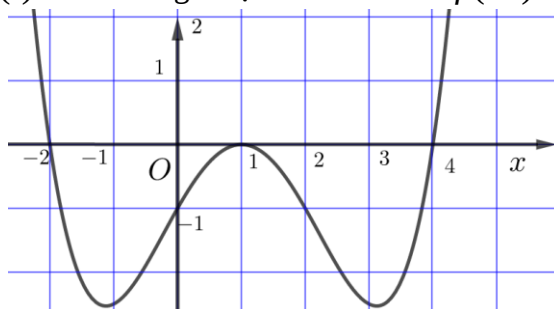
Chọn A.



Sử dụng công thức tỉ số thể tích khối hộp ta có

$$\frac{V_{AMNPBCD}}{V} = \left(\frac{BM}{B'B} + \frac{DP}{D'D} \right) : 2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) : 2 = \frac{3}{8} \Rightarrow V_{AMNPBCD} = \frac{3}{8} \cdot 8a^3 = 3a^3.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ và $[1; 4]$ lần lượt bằng 9 và 12. Cho biết $f(1) = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = f(-2) + f(4)$.



A. 21

B. 3

C. 9

D. 2

Lời giải.

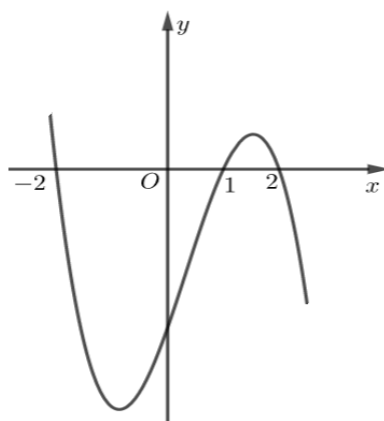
Chọn B.

Ta có

$$\begin{cases} -\int_{-2}^1 f'(x)dx = 9 \\ -\int_1^4 f'(x)dx = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)|_{-2}^1 = -9 \\ f(x)|_1^4 = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) - f(-2) = -9 \\ f(4) - f(1) = -12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - f(-2) = -9 \\ f(4) - 3 = -12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(-2) = 12 \\ f(4) = -9 \end{cases} \Rightarrow f(-2) + f(4) = 3$$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ và $f(-2) = 0$. Hàm số $g(x) = [f(-x - x^2)]^2$ nghịch biến trên các khoảng nào?



- A. $(-4; -1), \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; -2), \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.
C. $\left(-3; -\frac{1}{2}\right), (0; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

Và từ đồ thị ta có hiệu của hai diện tích hình phẳng

$$S_1 - S_2 = -\int_{-2}^1 f'(x)dx - \int_1^2 f'(x)dx > 0 \Leftrightarrow [f(-2) - f(1)] - [f(2) - f(1)] > 0 \Leftrightarrow f(-2) > f(2)$$

Khi đó $f(x) \leq f(-2) = 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Ta xét hàm $g(x) = [f(-x - x^2)]^2$

$$g'(x) = (-2x - 1) \cdot f'(-x - x^2) \cdot f(-x - x^2).$$

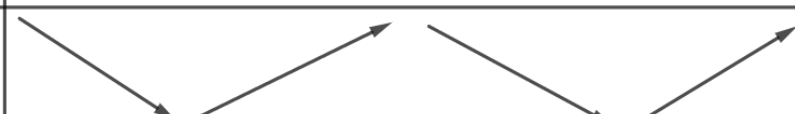
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x - 1) \cdot f'(-x - x^2) \cdot f(-x - x^2) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x-1=0 \\ f'(-x-x^2)=0 \\ f(-x-x^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ -x-x^2=-2 \\ -x-x^2=1 \text{ (VN)} \\ -x-x^2=2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ x=1 \\ x=-2 \end{cases}.$$

$$f'(-x-x^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < -x-x^2 < 1 \\ -x-x^2 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1.$$

□

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$					

Suy ra hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2), (-\frac{1}{2}; 1)$.

Câu 42: Biết $(a; b)$ là khoảng chứa tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt. Tính $M = a + b$.

A. $M = \frac{3}{5}$.

B. $M = \frac{1}{8}$.

C. $M = \frac{-7}{16}$.

D. $M = \frac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình $(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$

$$\Leftrightarrow (7-3\sqrt{5})^{x^2} + m\left(\frac{4}{7-3\sqrt{5}}\right)^{x^2} = 2^{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow (7-3\sqrt{5})^{2x^2} + m \cdot 4^{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 2^{x^2} (7-3\sqrt{5})^{x^2}$$

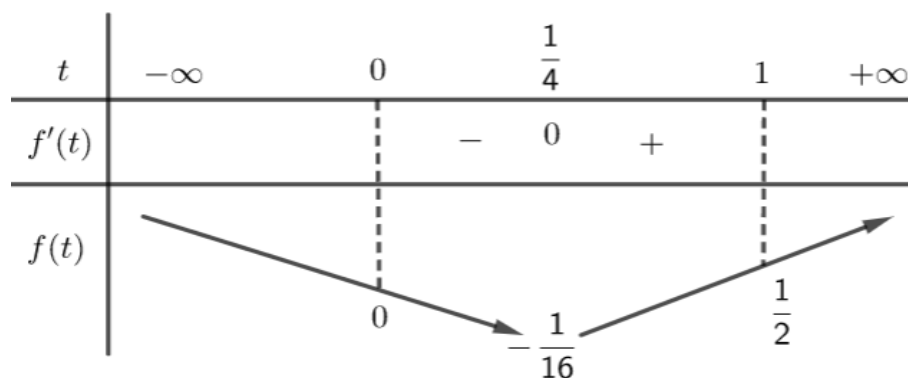
$$\Leftrightarrow \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{2x^2} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2} = -m \quad (*)$$

Đặt $t = \left(\frac{7-3\sqrt{5}}{2}\right)^{x^2}$, $0 < t \leq 1$. Ta được phương trình $t^2 - \frac{1}{2}t = -m \quad (**)$.

Để phương trình $(*)$ có 4 nghiệm thực phân biệt thì phương trình $(**)$ phải có 2 nghiệm thực phân biệt dương.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - \frac{1}{2}t$ trên $(0; 1]$. $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$.

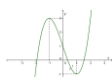
Có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (**) phải có 2 nghiệm thực phân biệt dương thì

$$-\frac{1}{16} < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{16} \Rightarrow a + b = \frac{1}{16}.$$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\cos x) = m$ có 4 nghiệm thuộc nửa khoảng $\left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$ là

A. $[-1; 3)$.

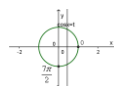
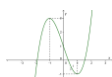
B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $t = \cos x, x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in [0; 1]$

Ta được phương trình: $f(t) = m$ (1)

Từ đường tròn lượng giác ta thấy:

+) $t = -1 \Rightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$

+) $t = 0 \Rightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$

+) $t = 1 \Rightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$

+) $-1 < t < 0 \Rightarrow$ Phương trình (1) có 4 nghiệm $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$.

+) $0 < t < 1 \Rightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$.

Do đó để phương trình đã cho có 4 nghiệm $x \in \left[0; \frac{7\pi}{2}\right)$ thì phương trình (1) có 1 nghiệm

$t \in (-1; 0) \Rightarrow 1 < m < 3$ hay $m \in (1; 3)$

Câu 44: Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $2\log_2 x - \log_2 y \geq \log_2 (x + 6y)$. Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức $P = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy + 2y^2}$

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có :

$$2\log_2 x - \log_2 y \geq \log_2 (x + 6y) \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2}{y} \geq \log_2 (x + 6y) \Leftrightarrow \frac{x^2}{y} \geq x + 6y \Leftrightarrow x^2 - xy - 6y^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{x}{y} - 6 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} \leq -2 \\ \frac{x}{y} \geq 3 \end{cases}. \text{ Vì } x > 0, y > 0 \Rightarrow \frac{x}{y} \geq 3. \text{ Đặt } t = \frac{x}{y} \Rightarrow t \geq 3$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{xy - y^2}{x^2 - 2xy + 2y^2} = \frac{\frac{x}{y} - 1}{\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 2\frac{x}{y} + 2} = \frac{t - 1}{t^2 - 2t + 2}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t - 1}{t^2 - 2t + 2}; f'(t) = \frac{-t^2 + 2t}{(t^2 - 2t + 2)^2} < 0, \forall t \in [3; +\infty)$$

$$\text{Suy ra hàm số } f(t) \text{ nghịch biến trên nửa khoảng } [3; +\infty) \Rightarrow f(t) \leq f(3) = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow P \leq f(t) \leq \frac{2}{5} \Rightarrow \text{Max} P = \frac{2}{5} \text{ khi } t = 3 \text{ hay } x = 3y.$$

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD .

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

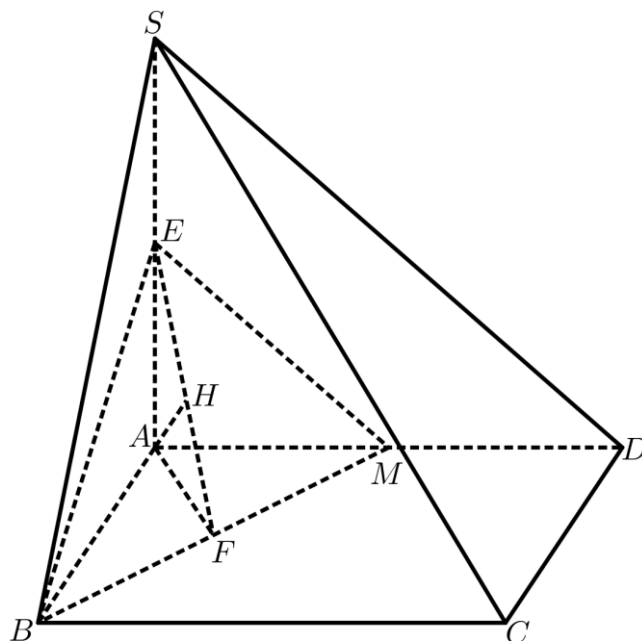
B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm SA .

Ta có $ME \parallel SD \Rightarrow SD \parallel (EBM)$.

Khi đó $d(SD, BM) = d(SD, (EBM)) = d(S, (EBM)) = d(A, (EBM))$.

Vẽ $AF \perp BM$ (1) ($F \in BM$), $AH \perp EF$ (2) ($H \in EF$).

Lại có $AE \perp BM$ (3) (do $SA \perp (ABC)$).

(1), (3) $\Rightarrow BM \perp (AEF) \Rightarrow BM \perp AH$ (4).

(2), (4) $AH \perp (EBM)$.

Vậy $d(A, (EBM)) = AH$.

Tam giác ABM vuông cân tại $A \Rightarrow AF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{6}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Vậy $d(SD, BM) = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của BC và CA . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SN .

A. $\frac{a}{\sqrt{17}}$.

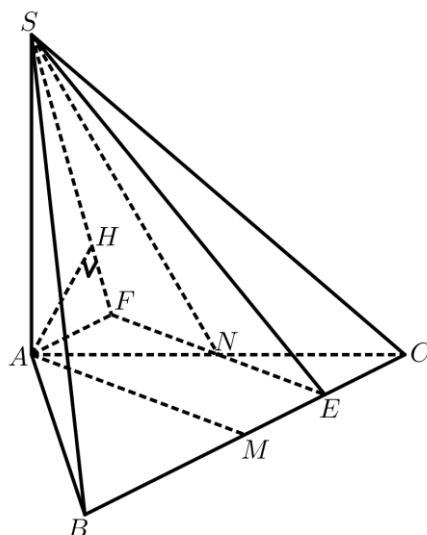
B. $\frac{a}{4}$.

C. $\frac{a}{17}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm MC .

Ta có $MA//NE \Rightarrow MA//(\text{SNE})$.

Khi đó $d(AM, SN) = d(AM, (\text{SNE})) = d(A, (\text{SNE}))$.

Về $AF \perp NE$ (1) ($F \in NE$), $AH \perp SF$ (2) ($H \in SF$).

Lại có $NE \perp SA$ (3) (do $SA \perp (ABC)$).

(1), (3) $NE \perp (SAF) \Rightarrow NE \perp AH$ (4).

(2), (4) $\Rightarrow AH \perp (SNE)$.

Vậy $d(A, (\text{SNE})) = AH$.

Ta có $AMEF$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AF = ME = \frac{a}{4}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{17}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{17}}{17}.$$

$$\text{Vậy } d(AM, SN) = \frac{a\sqrt{17}}{17}.$$

Câu 47: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7$. Lấy ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để lấy được số có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

A. $\frac{30}{49}$.

B. $\frac{83}{210}$.

C. $\frac{102}{245}$.

D. $\frac{108}{245}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số tự nhiên cần lập là $\overline{abcde}$.

a : Có 7 cách chọn.

Chọn số còn lại có A_7^4 cách.

Vậy S có $7 \cdot A_7^4$ phần tử. Suy ra $n(\Omega) = 7 \cdot A_7^4$.

Lập số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ có hai trường hợp sau:

Th1: Trong 3 chữ số chẵn không có chữ số 0: Chọn 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ sau đó sắp xếp 5 chữ số đã chọn để tạo thành một số tự nhiên có 5 chữ số có $C_4^2 \cdot 5!$ cách.

Th2: Trong 3 chữ số chẵn có chữ số 0: Chọn 2 chữ số chẵn (khác 0) và 2 chữ số lẻ sau đó sắp xếp 5 chữ số để tạo thành một số tự nhiên có 5 chữ số có $C_3^2 \cdot C_4^2 \cdot 4 \cdot 4!$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_4^2 \cdot 5! + C_3^2 \cdot C_4^2 \cdot 4 \cdot 4!}{7 \cdot A_7^4} = \frac{102}{245}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m sao cho $\max_{[0;2]} |f(x)| + \min_{[0;2]} |f(x)| = 5$. Số phần tử của S là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x = 4x(x^2 - 3x + 2)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \cdot f(0) = m; f(1) = m + 1; f(2) = m.$$

Suy ra $\min_{[0;2]} f(x) = m; \max_{[0;2]} f(x) = m + 1$.

Th1: $m(m+1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0$ suy ra $\min_{[0;2]} |f(x)| = 0; \max_{[0;2]} |f(x)| = \max\{|m+1|; |m|\}$.

Vì $-1 \leq m \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} |m| \leq 1 \\ |m+1| \leq 1 \end{cases}$ suy ra không có giá trị m thỏa ycbt.

Th2: $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$ suy ra $\max_{[0;2]} |f(x)| + \min_{[0;2]} |f(x)| = |m| + |m+1| \Leftrightarrow |m| + |m+1| = 5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m + m + 1 = 5 \\ m < -1 \\ -m - m - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}. \text{ Vậy } S \text{ có hai phần tử.}$$

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{a \cdot x + 1}{bx + c}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$. C. $a < 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tiệm cận đứng: $x = -\frac{c}{b} = 1 > 0 \Rightarrow c = -b$ hay b và c trái dấu

Đường tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$ hay a và b cùng dấu

$$\text{Ta lại có: } y' = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} = \frac{-2b^2-b}{(bc+c)^2} > 0 \Leftrightarrow -2 < b < 0$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, $f(1) = \frac{1}{6}$ và $f'(x) + (2x+3) \cdot f^2(x) = 0$, $f(x) > 0, \forall x > 0$. Tính giá trị của $P = 1 + f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$

A. $\frac{3029}{2020}$.

B. $\frac{1518}{1011}$.

C. $\frac{1516}{1011}$.

D. $\frac{1517}{1011}$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) + (2x+3) \cdot f^2(x) > 0 \Rightarrow f'(x) = -(2x+3) \cdot f^2(x) \Rightarrow -\frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = x^2 + 3x + C$$

$$f(1) = \frac{1}{6} \Rightarrow 6 = 4 + C \Rightarrow C = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f(x)} = x^2 + 3x + 2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2} = \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$$

$$P = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} = \frac{1516}{1011}$$

----- HẾT -----