

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i) \cdot \bar{z} + 2iz = -5 + 3i$. Tìm môđun của số phức $w = z + z^2$.

b) Giải bất phương trình $\log_2(x+1)^2 + \log_{\sqrt{2}}(2x-1) \leq 2$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $d_2: \frac{x-3}{6} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$. Chứng minh hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 .

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Giải phương trình $\sin 2x - 2\cos^2 x = \sin x - \cos x$.

b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu – tơn của $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ với $x > 0$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $A_{n+3}^3 - 6C_{n+1}^3 = 294$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) , (SCD) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A . Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho $AB = 3AD$, H là hình chiếu vuông góc của B trên CD , $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm đoạn thẳng CH . Viết phương trình đường thẳng BC , biết điểm $A(-1; 3)$ và điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: x + y + 7 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình trên tập số thực:

$$\begin{cases} x^2 + 2x - \sqrt{xy+y} = y^2 - 2y + \sqrt{xy-x} \\ x^2 - 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{y^2-4x+1}} + \sqrt{y^2-4x+1} = 0 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ với $x = \max\{x, y, z\}$ đồng thời $y^2 + z^2 \neq 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$T = \frac{6x^2}{x^2+z} + \frac{6y^2}{y^2+z} + \frac{z}{2x+y^3}.$$

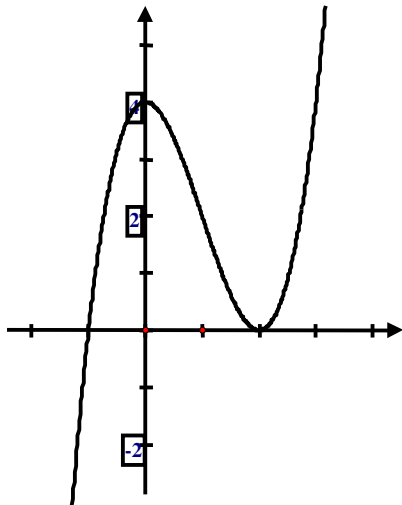
----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

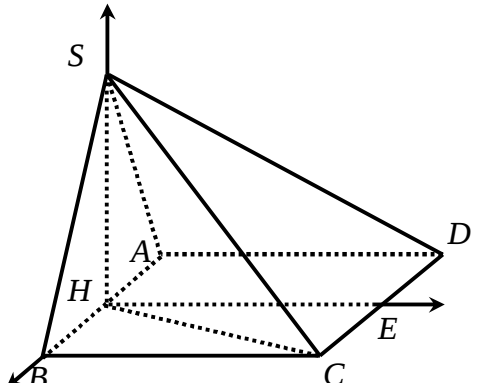
ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QG LẦN IV NĂM HỌC 2015 - 2016

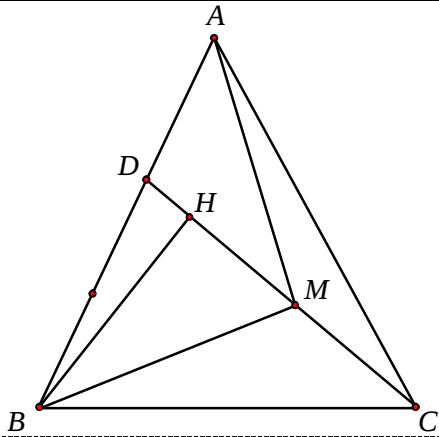
MÔN THI: TOÁN

(Đáp án – thang điểm gồm 05 trang)

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm										
1 (1,0 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$	1,0đ										
	TXĐ: $D = \mathbb{R}$.	0,25										
	- Sự biến thiên *) Giới hạn và tiệm cận $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$, suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận *) Bảng biến thiên $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$<table><tr><td>$x$</td><td>$-\infty$</td><td>$0$</td><td>$2$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$y'$</td><td>$+$</td><td>$0$</td><td>$-$</td><td>$0$</td><td>$+$</td></tr></table> $-\infty$ 4 0 $+\infty$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; 2)$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = 4$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2; y_{CT} = 0$.	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$								
y'	$+$	0	$-$	0	$+$							
Đồ thị 	0,25											
2 (1,0 điểm)	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$.	1,0										
	$f'(x) = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$; Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow f'(1) = 1$	0,25										
	$\Leftrightarrow 3m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$	0,25										
	Với $m = 0$: $f'(x) = 3x^2 - 3$ Lập BBT của hàm số $f(x)$ ta thấy hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $m = 0$ không thỏa mãn.	0,25										
	Với $m = 2$: $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ Lập BBT của hàm số $f(x)$ ta thấy hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$ nên $m = 2$ thỏa mãn. Vậy $m = 2$.	0,25										

3 (1,0 điểm)	a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i).\bar{z}+2iz=-5+3i$. Tìm môđun của số phức $w=z+z^2$.	0,5
	Đặt $z=x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Thay vào giả thiết, ta được $(1-i)(x-yi)+2i(x+yi)=-5+3i \Leftrightarrow x-3y+(x-y)i=-5+3i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x-3y=-5 \\ x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow z=7+4i$	0,25
	Khi đó $w=z+z^2=40+60i \Rightarrow w =\sqrt{40^2+60^2}=20\sqrt{13}$	0,25
	b) Giải bất phương trình $\log_2(x+1)^2+\log_{\sqrt{2}}(2x-1)\leq 2$.	0,5
	ĐK: $x>\frac{1}{2}$ (*). Đưa về BPT: $\log_2(x+1)(2x-1)\leq 1$ (do với $x>\frac{1}{2}\Rightarrow x+1>0$).	0,25
	$\Leftrightarrow 2x^2+x-3\leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\leq x\leq 1$. Kết hợp với ĐK (*) ta được $\frac{1}{2}<x\leq 1$.	0,25
4 (1,0 điểm)	Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx$.	1,0
	Đưa tích phân về $I=\int_0^1 \left(1-\frac{2x}{x^2+1}\right) dx=\int_0^1 dx-\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$.	0,25
	Tính $I_1=\int_0^1 dx=x\Big _0^1=1$.	0,25
	Tính $I_2=\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx=\int_0^1 \frac{d(x^2+1)}{x^2+1}=\ln(x^2+1)\Big _0^1=\ln 2$.	0,25
	Suy ra $I=1-\ln 2$.	0,25
5 (1,0 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-7}{1}=\frac{z-3}{4}$ và $d_2:\frac{x-3}{6}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$. Chứng minh hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 .	1,0
	Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;7;3)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(2;1;4)$. Đường thẳng d_2 đi qua điểm $B(3;-1;-2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(6;-2;-1)$. Ta có $\vec{AB}(2;-8;-5)$	0,25
	Tính được $[\vec{u}_1, \vec{u}_2]=(9;22;-1)\Rightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2].\vec{AB}=-108\neq 0$. Từ đó suy ra hai đường thẳng đó chéo nhau	0,25
	Gọi $\vec{n}$ là VTPT của (P), từ giả thiết ta có $\begin{cases} \vec{n}\perp\vec{u}_1 \\ \vec{n}\perp\vec{u}_2 \end{cases} \Rightarrow$ chọn $\vec{n}=[\vec{u}_1, \vec{u}_2]$ Mp(P) đi qua điểm $A(1;7;3)$ và có VTPT $\vec{n}$ nên có phương trình $9x+22y-10z-133=0$.	0,5

6 (1,0 điểm)	a) Giải phương trình $\sin 2x - 2\cos^2 x = \sin x - \cos x$.	0,5
	• Đưa về phương trình $(\sin x - \cos x)(2\cos x - 1) = 0$.	0,25
	• $\sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.	0,25
	• $2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.	
	b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu – tơn của $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$ với $x > 0$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa $A_{n+3}^3 - 6C_{n+1}^3 = 294$.	0,5
	• Từ giả thiết $A_{n+3}^3 - 6C_{n+1}^3 = 294$ $\Leftrightarrow (n+1)(n+2)(n+3) - (n-1)n(n+1) = 294 \Leftrightarrow (n+1)^2 = 49 \Rightarrow n = 6$.	0,25
7 (1,0 điểm)	• Với $n = 6 \Rightarrow \left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-2)^k x^{\frac{12-3k}{2}}$. Số hạng không chứa x ứng với $k = 4$ là $a_0 = C_6^4 (-2)^4 = 240$.	0,25
	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và góc giữa hai mặt phẳng $(SBC), (SCD)$.	1,0
	• Tính $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}$ Với H là trung điểm AB, ta có $SH \perp (ABCD)$ và góc giữa SC với mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH}$. • Ta có: $HC = \sqrt{HB^2 + BC^2} = \frac{3a}{2}$. $SH = HC \cdot \tan \widehat{SCH} = \frac{3a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$ • $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. • Gọi E là trung điểm CD. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho $H(0;0;0), B\left(\frac{a}{2};0;0\right), E(0;a\sqrt{2};0), S\left(0;0;\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)$. Ta có $C\left(\frac{a}{2};a\sqrt{2};0\right), D\left(-\frac{a}{2};a\sqrt{2};0\right) \Rightarrow \overrightarrow{SB} = \left(\frac{a}{2};0;-\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)$ $\overrightarrow{SC} = \left(\frac{a}{2};a\sqrt{2};-\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right), \overrightarrow{SD} = \left(-\frac{a}{2};a\sqrt{2};-\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)$ $[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}] = \left(\frac{3a^2\sqrt{6}}{2};0;\frac{a^2\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow$ VTPT của mp(SBC) chọn $\vec{n}_1 = (3\sqrt{3};0;1)$ 	0,25

	Tương tự VTPT của mp(SCD) là $\vec{n}_2 = (0; 3\sqrt{3}; 2\sqrt{2})$	
	Gọi góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là φ, ta có: $\cos \varphi = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 } = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{28} \cdot \sqrt{35}} = \frac{\sqrt{10}}{35} \Rightarrow \varphi = \arccos \frac{\sqrt{10}}{35}.$	0,25
8 (1,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC cân tại A. Gọi D là điểm trên cạnh AB sao cho $AB=3AD$, H là hình chiếu vuông góc của B trên CD, $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm đoạn thẳng CH. Viết phương trình đường thẳng BC, biết điểm A(-1;3) và điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: x+y+7=0$.	1,0
	Chứng minh được $MA \perp MB$. 	0,25
	$\overrightarrow{AM}\left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$, đường thẳng BM đi qua M và nhận $\overrightarrow{AM}$ làm vtpt nên có phương trình $x-3y-5=0$; $B = \Delta \cap BM \Rightarrow B(-4; -3)$.	0,25
	Giả sử $D(a; b)$, ta có $\overrightarrow{AB}(-3; -6), \overrightarrow{AD}(a+1; b-3)$ $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a+1) = -3 \\ 3(b-3) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow D(-2; 1)$ $\overrightarrow{MD}\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$ là vtcp của CD nên CD nhận $\vec{n}(1; 1)$ làm vtpt. CD đi qua D nên có phương trình $x+y+1=0$. BH đi qua B và vuông góc với CD nên có phương trình $x-y+1=0$. $H = BH \cap CD \Rightarrow H(-1; 0)$.	0,25
	M là trung điểm CH nên $C(2; -3)$. Từ đó suy ra phương trình BC là $y+3=0$.	0,25
9 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 2x - \sqrt{xy+y} = y^2 - 2y + \sqrt{xy-x} \\ x^2 - 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{y^2-4x+1}} + \sqrt{y^2-4x+1} = 0 \end{cases}$	1,0
	ĐKXĐ: $x > 0, y \geq 1, y^2 - 4x + 1 > 0$. Với ĐKXĐ ta có $(1) \Leftrightarrow x^2 - y^2 + (x+y) + (x - \sqrt{xy-x}) - (\sqrt{xy+y} - y) = 0$ $\Leftrightarrow (x+y)(x-y+1) + \frac{x(x-y+1)}{x+\sqrt{xy-x}} - \frac{y(x-y+1)}{y+\sqrt{xy+y}} = 0$ $\Leftrightarrow (x-y+1) \left(x+y + \frac{x}{x+\sqrt{xy-x}} - \frac{y}{y+\sqrt{xy+y}} \right) = 0 \Leftrightarrow x-y+1=0$	0,25

	Vì với ĐKXD, ta có: $x + y + \frac{x}{x + \sqrt{xy - x}} - \frac{y}{y + \sqrt{xy + y}} = x + \frac{x}{x + \sqrt{xy - x}} + \left(y - \frac{y}{y + \sqrt{xy + y}} \right) > 0$	0, 25
	Thay vào (2) ta được $x^2 - 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}} - \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ (*) Xét hàm $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}} - \sqrt{x^2 - 2x + 2}$, $x > 0$ Ta có $f'(x) = \frac{(1-x)(x^2 - 2x + 4)}{\sqrt{(x^2 - 2x + 2)^3}}$. Từ đó suy ra $\text{Max } f(x) = f(1) = 1$.	0, 25
	Xét $g(x) = x^2 - 2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$, $x > 0$ ta có $g'(x) = \frac{2x^2\sqrt{x} - x - 1}{x\sqrt{x}} = \frac{2(x^2\sqrt{x} - x) + x - 1}{x\sqrt{x}} = (x-1) \left(\frac{\frac{x(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} + 1}{x\sqrt{x}} \right)$ nên $\text{Min } g(x) = g(1) = 1$. Do đó ta có $VT(*) \geq VP(*)$, $\forall x > 0$, phương trình (*) xảy ra $\Leftrightarrow x = 1$. Khi đó $y = 2$. Ta đi đến kết luận hệ có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.	0, 25
10 (1,0 điểm)	Cho ba số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ với $x = \max\{x, y, z\}$ đồng thời $y^2 + z^2 \neq 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T = \frac{6x^2}{x^2 + z} + \frac{6y^2}{y^2 + z} + \frac{z}{2x + y^3}.$	1,0
	Ta có $x = \max\{x, y, z\}$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ nên suy ra $0 \leq z \leq 1, 0 \leq y \leq 1$. $x^2 + z \leq x^2 + y^2 + z, y^2 + z \leq x^2 + y^2 + z$ $\Rightarrow \frac{x^2}{x^2 + z} + \frac{y^2}{y^2 + z} \geq \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z} = \frac{2 - z^2}{2 + z - z^2}$ Và $2x \leq 1 + x^2, y^3 \leq y^2 \Rightarrow 2x + y^3 \leq 1 + x^2 + y^2 = 3 - z^2 \Rightarrow \frac{z}{2x + y^3} \leq \frac{z}{3 - z^2}$. Suy ra $T \geq \frac{6(2 - z^2)}{2 + z - z^2} + \frac{z}{3 - z^2}$.	0, 25
	Để ý $3 - z^2 \geq 2 + z - z^2 > 0 \Leftrightarrow 1 \geq z$ và $2 - z^2 > 0$ (đúng vì $0 \leq z \leq 1$) nên $T \geq \frac{6(2 - z^2)}{2 + z - z^2} + \frac{z}{3 - z^2} \geq \frac{12 + z - 6z^2}{3 - z^2} = f(z)$	0, 25
	Xét hàm $f(z)$ với $0 \leq z \leq 1$. Ta có $f'(z) = \frac{z^2 - 12z + 3}{(3 - z^2)^2}$.	0, 25
	Lập bảng biến thiên ta đi đến kết luận $f(z) \geq f(1) = \frac{7}{2} \forall z \in [0; 1]$. Với $x = z = 1, y = 0$ thì $T = \frac{7}{2}$. Vậy $\text{Min } T = \frac{7}{2}$.	0, 25

----- **Hết** -----