

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_n ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}^*$) bằng
- A. $n + 6$. B. $3n + 4$. C. $n - 5$. D. $2n + 5$.
- Câu 2:** Tính tổng $S = 1 + 4 + 7 + \dots + 100$.
- A. 1717. B. 2017. C. 3434. D. 1616.
- Câu 3:** Trong các dãy số hữu hạn sau, dãy số nào là cấp số nhân
- A. 2, 4, 6, 8, 16. B. 2, -4, 8, -16, 32. C. 16, 8, 6, 3, 1. D. 1, 5, 9, 13, 17..
- Câu 4:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Số hạng tổng quát của dãy số là
- A. $n + 1$. B. 2^{n-2} . C. 2^n . D. 2^{2-n} .
- Câu 5:** Tính tổng $S = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9$.
- A. $2^{10} - 1$. B. 2^{10} . C. 2047. D. 2^{11} .
- Câu 6:** Hàm số $u(n) = n^2$ xác định trên tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ là một dãy số hữu hạn. Số hạng cuối của dãy số đã cho là
- A. 1. B. 9. C. 5. D. 25.
- Câu 7:** Cho dãy số 2, 5, 10, 17, 26. Dãy số đã cho được xác định bằng cách
- A. Liệt kê các số hạng của dãy số.
B. Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số.
C. Cho công thức số hạng tổng quát của dãy số.
D. Cho bằng phương pháp truy hồi.
- Câu 8:** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 + 5$. Dãy số đã cho là
- A. Dãy số giảm. B. Dãy số bị chặn.
C. Dãy số tăng. D. Dãy số bị chặn trên.
- Câu 9:** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sin n$. Dãy số (u_n) là
- A. Dãy số tăng. B. Dãy số bị chặn dưới không bị chặn trên.
C. Dãy số giảm. D. Dãy số bị chặn.
- Câu 10:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 4$, công sai $d = 2$. Ba số hạng đầu của cấp số cộng là
- A. 4, 6, 8. B. 4, 2, 1. C. 6, 8, 10. D. 6, 8, 12.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$, công sai $d = 4$. Số 1000 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đã cho

- A. 249. B. 248. C. 250. D. 247.

Câu 12: Tính tổng $S = 10 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{10}$

- A. 1022. B. 1023. C. 2046. D. 2056.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó:

- a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là $-1; 2; 5; 8; 11$
 b) Số hạng thứ tám của dãy là 19
 c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 2n - 3$.
 d) 104 là số hạng thứ 36 của dãy số đã cho

Câu 2: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 20 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 2 triệu đồng.

- a) Với *phương án 1*, tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ hai là 140 triệu đồng.
 b) Với *phương án 2*, tổng số tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ nhất là 106 triệu đồng.
 c) Với *phương án 1*, để người lao động nhận được tổng số tiền lương trên 1 tỷ đồng thì người lao động đó phải làm việc cho doanh nghiệp ít nhất 6 năm.
 d) Nếu người lao động kí hợp đồng với doanh nghiệp 4 năm thì người lao động nên kí hợp đồng theo *phương án 1*.

Câu 3: Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì sau ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Khi đó:

- a) Ngày thứ ba Aladin ước 6 điều.
 b) Ngày thứ năm Aladin ước 21 điều.
 c) Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 1536 điều ước.

d) Ngày ước ít nhất 5000 điều ước là ngày thứ 12.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51$; $u_2 + u_6 = 102$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Số hạng đầu $u_1 = 3$.

b) Số hạng $u_4 = 48$.

c) Số 12288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân (u_n) .

d) Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là 765.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

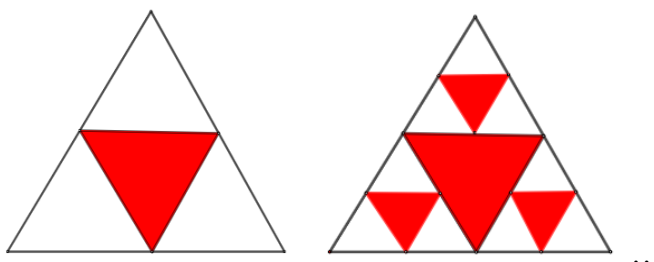
Câu 1: Một hội trường có 10 dãy ghế, mỗi dãy ghế kế tiếp nhiều hơn dãy ghế trước nó 4 ghế. Biết dãy ghế cuối cùng có 45 ghế, hỏi hội trường có bao nhiêu ghế?

Câu 2: Ba số phân biệt có tổng bằng 146 có thể xem là ba số hạng đầu của một cấp số nhân hoặc có thể xem là số hạng thứ 2, số hạng thứ 4 và số hạng thứ 20 của một cấp số cộng. Hãy tìm số lớn nhất trong ba số đó.

Câu 3: Nam đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 12 đô la, tuần thứ hai 15 đô la, tuần thứ ba 18 đô la và cứ như vậy mỗi tuần tiếp theo anh ta để dành nhiều hơn tuần liền trước đó 3 đô la. Một cây guitar có giá ít nhất 567 đô la. Hỏi tối thiểu vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua một cây guitar?.

Câu 4: Cho CSN (u_n) có các số hạng thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ u_1 + u_3 = 2u_2 \\ (u_1 + 2)(u_3 + 9) = (u_2 + 3)^2 \\ u_3 > 0 \end{cases}$$
 . Tính u_1 ?

Câu 5: Một hình tam giác đều màu trắng có cạnh 1 đơn vị dài được chia thành bốn hình tam giác nhỏ hơn và hình tam giác ở chính giữa được tô màu đỏ.



Mỗi hình tam giác màu trắng nhỏ hơn lại được chia thành bốn hình tam giác con, và mỗi hình tam giác con ở chính giữa lại được tô màu đỏ. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại năm lần, thì tổng diện tích các hình tam giác không được tô màu đỏ là bao nhiêu?

Câu 6: Xác định m để phương trình $x^3 + (2m+1)x^2 - (3m+3)x - 8 = 0$ có 3 nghiệm lập thành một cấp số nhân.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	D	A	D	A	C	D	A	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	270	128	18	3	0,33	1

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ công sai $d = 2$. Giá trị u_n ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}^*$) bằng
A. $n + 6$. **B.** $3n + 4$. **C.** $n - 5$. **D.** $2n + 5$.

Lời giải

Chọn C

Vì (u_n) là một cấp số cộng thì $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{10} = u_1 + 9d = 7 + 9.2 = 25$

- Câu 2:** Tính tổng $S = 1 + 4 + 7 + \dots + 100$.
A. 1717. **B.** 2017. **C.** 3434. **D.** 1616.

Lời giải

Chọn A

Dãy số 1, 4, 7, ..., 100 là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, số hạng cuối $u_n = 100$, công sai $d = 4$

Ta có

$$n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1 = \frac{100 - 1}{4} + 1 = 25$$

$$S = S_{25} = \frac{(u_1 + u_{25}) \cdot 25}{2} = \frac{(1 + 100) \cdot 25}{2} = 1275.$$

- Câu 3:** Trong các dãy số hữu hạn sau, dãy số nào là cấp số nhân

- A.** 2,4, 6, 8,16. **B.** 2,−4, 8,−16, 32. **C.** 16,8, 6, 3,1. **D.** 1,5, 9,13, 17..

Lời giải

Chọn B

$$\frac{-4}{2} = \frac{8}{-4} = \frac{-16}{8} = \frac{32}{-16} = -2.$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Số hạng tổng quát của dãy số là

- A.** $n+1$. **B.** 2^{n-2} . **C.** 2^n . **D.** 2^{2-n} .

Lời giải

Chọn D

$$u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}.$$

Câu 5: Tính tổng $S = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^9$.

- A.** $2^{10} - 1$. **B.** 2^{10} . **C.** 2047. **D.** 2^{11} .

Lời giải

Chọn A

S là tổng của 11 số hạng đầu của CSN

$$S = \frac{1(1-2^{10})}{1-2} = 2^{10} - 1$$

Câu 6: Hàm số $u(n) = n^2$ xác định trên tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ là một dãy số hữu hạn. Số hạng cuối của dãy số đã cho là

- A.** 1. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Chọn D

$$u_5 = 5^2 = 25$$

Câu 7: Cho dãy số 2, 5,10,17,26. Dãy số đã cho được xác định bằng cách

- A.** Liệt kê các số hạng của dãy số.
B. Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số.
C. Cho công thức số hạng tổng quát của dãy số.
D. Cho bằng phương pháp truy hồi.

Lời giải

Chọn A

Liệt kê các số hạng của dãy số.

Câu 8: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 + 5$. Dãy số đã cho là

- A.** Dãy số giảm. **B.** Dãy số bị chặn. **C.** Dãy số tăng. **D.** Dãy số bị chặn trên.

Lời giải

Chọn C

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 5 - (n^2 + 5) = 2n + 1 > 0, \forall n \geq 1. \text{ Suy ra dãy số tăng.}$$

Câu 9: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sin n$. Dãy số (u_n) là

- A.** Dãy số tăng. **B.** Dãy số bị chặn dưới không bị chặn trên.
C. Dãy số giảm. **D.** Dãy số bị chặn.

Lời giải

Chọn D

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, -1 \leq \sin n \leq 1.$$

- Câu 10:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 4$, công sai $d = 2$. Ba số hạng đầu của cấp số cộng là
A. 4, 6, 8. **B.** 4, 2, 1. **C.** 6, 8, 10. **D.** 6, 8, 12.

Lời giải**Chọn A**

$$u_1 = 4$$

$$u_2 = 4 + 2 = 6$$

$$u_3 = 6 + 2 = 8$$

- Câu 11:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$, công sai $d = 4$. Số 1000 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng đã cho
A. 249. **B.** 248. **C.** 250. **D.** 247.

Lời giải**Chọn A**

$$n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1 = \frac{1000 - 8}{4} + 1 = 249.$$

- Câu 12:** Tính tổng $S = 10 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{10}$
A. 1022. **B.** 1023. **C.** 2046. **D.** 2056.

Lời giải**Chọn D**

Tổng $S_1 = 2 + 2^2 + \dots + 2^{10}$ là tổng của 10 số hạng đầu của CSN với $u_1 = 2, q = 2$.

$$S_1 = \frac{2(1 - 2^{10})}{1 - 2} = 2046$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + 10 = 2046 + 10 = 2056.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 1$. Khi đó:

- a)** Năm số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là $-1; 2; 5; 8; 11$
b) Số hạng thứ tám của dãy là 19
c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 2n - 3$.
d) 104 là số hạng thứ 36 của dãy số đã cho.

Lời giải**a) Đúng**

$$\text{Ta có: } u_1 = -1; u_2 = u_1 + 3 = 2; u_3 = u_2 + 3 = 5; u_4 = u_3 + 3 = 8; u_5 = u_4 + 3 = 11$$

b) Sai

$$u_6 = u_5 + 3 = 14; u_7 = u_6 + 3 = 17; u_8 = u_7 + 3 = 20$$

c) Sai

Từ giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = u_1 + 3 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots\dots\dots \\ u_n = u_{n-1} + 3 \end{cases}.$$

Cộng theo vế toàn bộ các đẳng thức trên và triệt tiêu các số hạng giống nhau ở hai vế, ta có:

$$u_n = -1 + 3(n-1) = 3n - 4.$$

Vậy công thức số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = 3n - 4$.

d) Đúng

$$\text{Xét } 104 = 3n - 4 \Rightarrow n = 36.$$

Vậy 104 là số hạng thứ 36 của dãy số đã cho.

Câu 2: Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 20 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 2 triệu đồng.

- a) Với *phương án 1*, tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ hai là 140 triệu đồng.
- b) Với *phương án 2*, tổng số tiền lương người lao động nhận được ở năm thứ nhất là 106 triệu đồng.
- c) Với *phương án 1*, để người lao động nhận được tổng số tiền lương trên 1 tỷ đồng thì người lao động đó phải làm việc cho doanh nghiệp ít nhất 6 năm.
- d) Nếu người lao động kí hợp đồng với doanh nghiệp 4 năm thì người lao động nên kí hợp đồng theo *phương án 1*.

Lời giải

a) **Đúng.**

Với *phương án 1*,

- Số tiền người lao động nhận được ở năm thứ nhất là $u_1 = 120$ triệu đồng.
- Số tiền người lao động nhận được ở năm thứ hai là $u_2 = 120 + 20 = 140$ triệu đồng.

b) **Sai.**

Với *phương án 2*,

- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ nhất là $v_1 = 24$ triệu đồng.
- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ hai là $v_2 = 24 + 2,0$ triệu đồng.
- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ ba là $v_3 = 24 + 2.2,0$ triệu đồng.
- Số tiền người lao động nhận được ở quý thứ bốn là $v_4 = 24 + 3.2,0$ triệu đồng.

Vậy số tiền người lao động nhận được ở năm thứ nhất là $S_4 = 108$ triệu đồng.

c) **Đúng.**

Với *phương án 1*.

Gọi u_n là số tiền người lao động nhận được ở năm thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Ta có, dãy số (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 120$, công sai $d = 20$.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau 6 năm làm việc là $S_6 = \frac{6}{2}(2u_1 + 5d) = 1020 > 1000$ triệu đồng.

d) **Sai.**

Với phương án 1.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau 4 năm làm việc là

$$T = \frac{4}{2}[2u_1 + (4-1)d] = 2.(2.120 + 3.20) = 600 \text{ triệu}$$

Với phương án 2.

Tổng số tiền người lao động nhận được sau 4 năm làm việc là

$$T' = \frac{16}{2}[2v_1 + (16-1)d'] = 8(2.24 + 15.2) = 624 \text{ triệu}$$

Câu 3: Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì sau ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chờ lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Khi đó:

- a) Ngày thứ ba Aladin ước 6 điều.
- b) Ngày thứ năm Aladin ước 21 điều.
- c) Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 1536 điều ước.
- d) Ngày ước ít nhất 5000 điều ước là ngày thứ 12.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ngày thứ nhất Aladin ước 3 điều.

Ngày thứ hai Aladin ước 3 điều.

Ngày thứ ba Aladin ước $2 \cdot 3 = 6$ điều.

Ngày thứ tư Aladin ước $2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$ điều.

Ngày thứ năm Aladin ước $2^3 \cdot 3$ điều.

Ngày thứ 10 Aladin ước $2^8 \cdot 3$ điều.

Vậy sau 10 ngày Aladin đã ước: $3(1 + 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^8) = 3\left(\frac{1-2^9}{1-2}\right) + 3 = 1536$ điều.

Ngày ước ít nhất 5000 điều ước, Aladin trải qua n ngày:

$$u_n = 3 + 3 \cdot 2^{n-2} \geq 5000 \Leftrightarrow n - 2 \geq \log_2 \frac{4997}{3} \Leftrightarrow n \geq 12,7$$

Vậy ít nhất $n = 13$ ngày thì Aladin ước ít nhất 5000 điều ước.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51$; $u_2 + u_6 = 102$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Số hạng đầu $u_1 = 3$.
- b) Số hạng $u_4 = 48$.
- c) Số 12288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân (u_n) .
- d) Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là 765.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 q^4 = 51 \\ u_1 q + u_1 q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 (1 + q^4) = 51 & (1) \\ u_1 q (1 + q^4) = 102 & (2) \end{cases}$$

Nếu $u_1 = 0$ hay $q = 0$ thì và điều không thỏa mãn, vì vậy ta có $u_1 q \neq 0$. Chia theo vế cho, ta được: $q = 2$.

a) Thay $q = 2$ vào suy ra $u_1 = \frac{51}{1+q^4} = \frac{51}{1+2^4} = 3$. **Mệnh đề đúng**

b) Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

$u_4 = 3 \cdot 2^3 = 24$. **Mệnh đề sai**

c) Xét $u_n = 12288 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^{n-1} = 12288 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{12} \Leftrightarrow n = 13$.

Vậy 12288 là số hạng thứ 13 của cấp số nhân đã cho. **Mệnh đề sai**

d) Tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân là: $S_8 = \frac{u_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{3 \cdot (1-2^8)}{1-2} = 765$. **Mệnh đề đúng**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một hội trường có 10 dãy ghế, mỗi dãy ghế kế tiếp nhiều hơn dãy ghế trước nó 4 ghế. Biết dãy ghế cuối cùng có 45 ghế, hỏi hội trường có bao nhiêu ghế?

Lời giải

Trả lời: 270

Gọi u_n là số ghế ở dãy thứ n , suy ra (u_n) là một cấp số cộng với $d = 4, u_{10} = 45$.

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d \Leftrightarrow u_1 = u_{10} - 9d = 45 - 9 \cdot 4 = 9$.

Vậy số ghế trong hội trường là $S = \frac{10}{2}(u_1 + u_{10}) = 5(9 + 45) = 270$.

Câu 2: Ba số phân biệt có tổng bằng 146 có thể xem là ba số hạng đầu của một cấp số nhân hoặc có thể xem là số hạng thứ 2, số hạng thứ 4 và số hạng thứ 20 của một cấp số cộng. Hãy tìm số lớn nhất trong ba số đó.

Lời giải

Trả lời: 128

Gọi ba số đó lần lượt là x, xq, xq^2 ($q \neq 1$). Ta có $x + xq + xq^2 = 146$.

Vì ba số đó có thể xem là số hạng thứ 2, số hạng thứ 4 và số hạng thứ 20 của một cấp số cộng

nên $\begin{cases} xq = x + 2d \\ xq^2 = x + 18d \end{cases} (d \neq 0).$

$$\Rightarrow (x + 2d)q = x + 18d \Leftrightarrow x + 2d + 2dq = x + 18d \Leftrightarrow dq = 8d \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 (l) \\ q = 8 \end{cases}$$

Suy ra $q = 8 \Rightarrow x + 8x + 64x = 146 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy số lớn nhất là $2 \cdot 8^2 = 128$.

Câu 3: Nam đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 12 đô la, tuần thứ hai 15 đô la, tuần thứ ba 18 đô la và cứ như vậy mỗi tuần tiếp theo anh ta để dành nhiều hơn tuần liền trước đó 3 đô la. Một cây guitar có giá ít nhất 567 đô la. Hỏi tối thiểu vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua một cây guitar?.

Lời giải

Trả lời: 18

Số tiền ở mỗi tuần lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 12$ và công sai $d = 3$.
Gọi n là số các số hạng đầu của cấp số cộng cần lấy tổng.

Khi đó, tổng số tiền tiết kiệm của Nam là $S_n = \frac{[12 + (n-1).3].n}{2}$

Theo yêu cầu bài toán:

$$S_n \geq 567 \Leftrightarrow \frac{[12 + (n-1).3].n}{2} \geq 567 \Leftrightarrow 3n^2 + 9n - 1134 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \leq -21(L) \\ n \geq 18 \end{cases}$$

Vậy tối thiểu vào tuần thứ 18 Nam đủ tiền mua một cây guitar.

Câu 4:

Cho CSN (u_n) có các số hạng thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ u_1 + u_3 = 2u_2 \\ (u_1 + 2)(u_3 + 9) = (u_2 + 3)^2 \\ u_3 > 0 \end{cases}$$
 . Tính u_1 ?

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có:

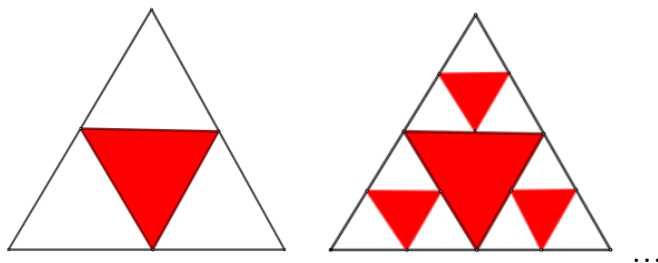
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ u_1 + u_3 = 2u_2 \\ (u_1 + 2)(u_3 + 9) = (u_2 + 3)^2 \\ u_3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_2 = 21 \\ u_1 + u_3 = 2u_2 \\ (u_1 + 2)(u_3 + 9) = (u_2 + 3)^2 \\ u_3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_2 = 7 \\ u_1 = 14 - u_3 \\ (14 - u_3 + 2)(u_3 + 9) = 100 (*) \\ u_3 > 0 \end{cases}$$

Giải (*): $(16 - u_3)(u_3 + 9) = 100 \Leftrightarrow -u_3^2 + 7u_3 + 44 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_3 = 11 \\ u_3 = -4 (L) \end{cases}$

Với $u_3 = 11 \Rightarrow u_1 = 14 - 11 = 3$.

Câu 5: Một hình tam giác đều màu trắng có cạnh 1 đơn vị dài được chia thành bốn hình tam giác nhỏ hơn và hình tam giác ở chính giữa được tô màu đỏ.



Mỗi hình tam giác màu trắng nhỏ hơn lại được chia thành bốn hình tam giác con, và mỗi hình tam giác con ở chính giữa lại được tô màu đỏ. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại năm lần, thì tổng diện tích các hình tam giác không được tô màu đỏ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,33

Lần phân chia thứ nhất, 1 hình tam giác thành 4 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ là $u_1 = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{16}$.

Lần phân chia thứ hai, 3 hình tam giác thành 12 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ tăng thêm là $u_2 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{16} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$.

Lần phân chia thứ ba, 9 hình tam giác thành 36 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ tăng thêm là $u_3 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{16} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$.

Lần phân chia thứ tư, 27 hình tam giác thành 108 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ tăng thêm là $u_4 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{16} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$.

Lần phân chia thứ ba, 81 hình tam giác thành 324 hình tam giác con, diện tích hình tam giác tô màu đỏ tăng thêm là $u_5 = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{16} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4$.

Như vậy diện tích các hình tam giác được tô màu đỏ tăng thêm sau mỗi lần chia tạo thành cấp số nhân có công bội là $q = \frac{3}{4}, u_1 = \frac{\sqrt{3}}{16}$.

Do đó, tổng diện tích hình tam giác tô màu đỏ sau 5 lần chia là

$$S_5 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} \approx 0,33$$

Câu 6: Xác định m để phương trình $x^3 + (2m+1)x^2 - (3m+3)x - 8 = 0$ có 3 nghiệm lập thành một cấp số nhân.

Lời giải

Trả lời: 1

Giả sử $x_1; x_2; x_3$ là ba nghiệm của phương trình $x^3 + (2m+1)x^2 - (3m+3)x - 8 = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)x - x_1x_2x_3 = 0$$

$$\Rightarrow x_1x_2x_3 = 8$$

Vì ba nghiệm $x_1; x_2; x_3$ lập thành một cấp số nhân nên ta có $x_2^2 = x_1x_3 \Rightarrow x_1x_2x_3 = x_2^3$. Ta có:

$$x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2.$$

Mà x_2 là nghiệm của phương trình nên

$$(2)^3 + (2m+1) \cdot (2)^2 - (3m+3) \cdot (2) - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Thử lại với $m = 1$ thì phương trình trở thành $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$

Vậy, $m = 1$.

ĐỀ THỬ SỨC 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số cộng có các số hạng đầu là $1, 4, 7, 10, 13, \dots$. Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = 3n + 1$. B. $u_n = 3n - 1$.

C. $u_n = 3n - 2$. D. $u_n = 3n$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và công sai $d = 2$. Tổng 3 số hạng đầu của cấp số cộng là

A. $S_3 = -9$. B. $S_3 = -1$.

C. $S_3 = -3$. D. $S_3 = -8$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_2 = \frac{7}{2}$. B. $u_2 = 3$. C. $u_2 = \frac{9}{2}$. D. $u_2 = 4$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_n = u_1 + q^{n-1}, n \geq 2$. B. $u_n = u_{n-1} \cdot q, n \geq 2$.

C. $u_2 = u_1 \cdot q$. D. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 2$.

Câu 5: Cho cấp số nhân có công bội $q > 0$ và các số hạng đầu là $4, u_2, 64, \dots$. Giá trị của u_2 là

A. $u_2 = 128$. B. $u_2 = 34$. C. $u_2 = -16$. D. $u_2 = 16$.

Câu 6: Cho dãy số vô hạn $2; 4; 6; \dots; 2n, \dots$. Mệnh đề đúng là

A. Số hạng đầu là 2, số hạng cuối là $2n$.

B. Số hạng đầu là 2, số hạng cuối là 6.

C. Số hạng đầu là 2, số hạng tổng quát là $2n$.

D. Số hạng đầu là 2, số hạng tổng quát là $2(n-1)$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 \\ u_n = u_{n-1} + 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Dãy số cho bằng

A. công thức số hạng tổng quát.

B. phương pháp mô tả.

C. phương pháp truy hồi.

D. phương pháp liệt kê.

Câu 8: Trong các dãy số sau: dãy $(a_n): a_n = n^2$, dãy $(b_n): b_n = 2n + 1$, dãy $(c_n): c_n = \frac{1}{n}$, dãy $(d_n):$

$d_n = 3^n$, Với $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào giảm?

A. (c_n) .

B. (a_n) .

C. (b_n) .

D. (d_n) .

Câu 9: Trong các dãy số sau: dãy $(a_n): a_n = 3 - n$, dãy $(b_n): b_n = \frac{2}{n+1}$, dãy $(c_n): c_n = 2n + 3$, dãy $(d_n): d_n = 2^n$, Với $\forall n \in \mathbb{N}$. Dãy số nào bị chặn?

A. (a_n) . B. (c_n) . C. (d_n) . D. (b_n) .

Câu 10: Dãy số nào sau đây **không phải** là một cấp số cộng?

A. 1; 3; 5; 7; 9. B. (u_n) với $u_n = n + 2$.
C. (v_n) với $v_n = -n$. D. 1; 4; 9; 16.

Câu 11: Số đo ba góc của một tam giác vuông theo thứ tự lần lượt a, b, c là một cấp số cộng. Số đo các góc của tam giác đó là

A. $10^\circ; 60^\circ; 110^\circ$. B. $15^\circ; 60^\circ; 105^\circ$. C. $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$. D. $40^\circ; 60^\circ; 80^\circ$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) hữu hạn có n số hạng và có $u_1 = -10$ và công bội $q = -3$. Tổng n số hạng của cấp số nhân là $S_n = -610$. Dãy số có

A. 5 số hạng. B. 3 số hạng. C. 4 số hạng. D. 6 số hạng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Số hạng $u_1 = \frac{1}{3}$.
b) Số hạng $u_3 = \frac{3}{7}$.
c) $\frac{15}{31}$ là số hạng thứ 15 của dãy số.
d) $u_{2024} + u_{2025} > 1$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức $S_n = n^2 - \frac{3}{2}n$.

- a) Ta có $S_1 = -\frac{1}{2}; S_2 = 1$.
b) Số hạng thứ hai của dãy số là $u_2 = 1$.
c) Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = -\frac{5}{2} + 2n$.
d) Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai là 2.

Câu 3: Một người muốn kí hợp đồng với một cơ sở khoan giếng để khoan một cái giếng lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Cơ sở khoan giếng A đưa ra định mức giá như sau: Giá mỗi mét khoan là 500000 đồng. Cơ sở khoan giếng B đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so

với giá của mét khoan ngay trước đó. Gọi u_n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$) là giá của mét khoan thứ n của cơ sở B thực hiện. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $u_1 = 100000$ đồng.

b) $u_2 = 30000$ đồng.

c) Nếu gia đình lựa chọn cơ sở khoan giếng A và khoan sâu n mét thì số tiền phải thanh toán cho cơ sở đó là $500000n$ đồng.

d) Nếu gia đình đó phải khoan giếng sâu trên 30 mét thì gia đình đó lựa chọn cơ sở A để tiết kiệm hơn.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) gồm các số hạng 5; 10; 20; ...; 163840.

a) Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân lần lượt là $u_1 = 5, q = 5$

b) Số hạng thứ năm của cấp số nhân là $u_5 = 80$

c) Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là $S_8 = 1275$

d) Cấp số nhân đã cho là dãy số hữu hạn gồm có 15 số hạng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị của a để 3 số $1-a, a^2, 1+a$ lập thành một cấp số cộng?

Câu 2: Ba số tạo thành một cấp số cộng có công sai dương và tổng bằng 6, biết rằng nếu hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất cho số hạng thứ hai và giữ nguyên số hạng thứ ba ta được một cấp số nhân. Tích ba số đó bằng bao nhiêu?

Câu 3: Cho hai cấp số cộng có dãy số hạng lần lượt là: 5; 7; 9; ... và 3; 8; 13; ... Hỏi trong 2024 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số, có bao nhiêu số hạng chung?

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_{n+1} = 2u_n + 3$ và tổng mười lăm số hạng đầu là 32722. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số (u_n) .

Câu 5: Cam Cao Phong được xem là đặc sản khá nổi tiếng. Thông thường mùa cam nơi đây bắt đầu vào tháng 9 năm nay và kéo dài tới hết tháng 4 năm sau. Đầu mùa thu hoạch cam, bác nông dân đã bán cam như sau: Người thứ nhất mua nửa số cam thu hoạch được, người thứ hai mua nửa số cam còn lại, người thứ ba mua nửa số cam còn lại, Đến người thứ bảy, bác cũng bán nửa số cam còn lại và bác còn lại 6,25kg. Hỏi vào đầu mùa thu hoạch, bác nông dân đã thu hoạch được bao nhiêu tiền, biết rằng bác bán cam với giá 25 ngàn đồng một kilogam và giả sử mỗi quả cam có khối lượng 250g?

Câu 6: Bốn nghiệm của phương trình $x^4 - 10x^2 + 3a = 0$ là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Tính tổng bình phương các giá trị của a .

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	A	D	C	C	A	D	D	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) S	b) S	b) Đ
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	2	-64	404	13	20	9

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số cộng có các số hạng đầu là 1, 4, 7, 10, 13, Số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng là

A. $u_n = 3n + 1$.

B. $u_n = 3n - 1$.

C. $u_n = 3n - 2$.

D. $u_n = 3n$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Ta có số hạng tổng quát

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = 1 + 3(n - 1) = 3n - 2$$

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và công sai $d = 2$. Tổng 3 số hạng đầu của cấp số cộng là

A. $S_3 = -9$.

B. $S_3 = -1$.

C. $S_3 = -3$.

D. $S_3 = -8$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Cấp số cộng khai triển 3 số hạng đầu $-5; -3; -1$.

$$\text{Vậy tổng 3 số hạng đầu } S_3 = -5 + (-3) + (-1) = -9.$$

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $u_2 = \frac{7}{2}$.

B. $u_2 = 3$.

C. $u_2 = \frac{9}{2}$.

D. $u_2 = 4$.

Lời giải

Chọn B

Lời giải chi tiết bài toán

Cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Ta có số hạng thứ hai

$$u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $u_n = u_1 + q^{n-1}, n \geq 2$.

B. $u_n = u_{n-1} \cdot q, n \geq 2$.

C. $u_2 = u_1 \cdot q$.

D. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}, n \geq 2$.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Mệnh đề A sai.

Câu 5: Cho cấp số nhân có công bội $q > 0$ và các số hạng đầu là $4, u_2, 64, \dots$. Giá trị của u_2 là

A. $u_2 = 128$.

B. $u_2 = 34$.

C. $u_2 = -16$.

D. $u_2 = 16$.

Lời giải

Chọn D

Lời giải chi tiết bài toán

Công thức ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân $u_k^2 = u_{k+1} \cdot u_{k-1}, k \geq 2$ nên ta có

$$u_2^2 = u_3 \cdot u_1 = 64 \cdot 4 = 256 = (\pm 16)^2 \text{ vì } q > 0 \text{ nên } u_2 = 16.$$

Câu 6: Cho dãy số vô hạn $2; 4; 6; \dots; 2n, \dots$. Mệnh đề **đúng** là

A. Số hạng đầu là 2, số hạng cuối là $2n$.

B. Số hạng đầu là 2, số hạng cuối là 6.

C. Số hạng đầu là 2, số hạng tổng quát là $2n$.

D. Số hạng đầu là 2, số hạng tổng quát là $2(n-1)$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Nhìn vào dãy số ta thấy $u_1 = 2 \cdot 1 = 2$ là số hạng đầu và $u_n = 2n$ là số hạng tổng quát.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 \\ u_n = u_{n-1} + 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Dãy số cho bằng

A. công thức số hạng tổng quát.

B. phương pháp mô tả.

C. phương pháp truy hồi.

D. phương pháp liệt kê.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Dãy số cho biết một số hạng đầu và công thức tìm số hạng này theo số hạng kia là dạng truy hồi

Câu 8: Trong các dãy số sau: dãy $(a_n): a_n = n^2$, dãy $(b_n): b_n = 2n + 1$, dãy $(c_n): c_n = \frac{1}{n}$, dãy $(d_n): d_n = 3^n$, Với $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào giảm?

A. (c_n) .

B. (a_n) .

C. (b_n) .

D. (d_n) .

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

Xét $a_{n+1} - a_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số tăng.

$b_{n+1} - b_n = 2(n+1) + 1 - (2n + 1) = 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số tăng.

Xét $c_{n+1} - c_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số giảm.

$d_{n+1} - d_n = (3)^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số tăng.

Vậy dãy số giảm là dãy (c_n) .

Câu 9: Trong các dãy số sau: dãy $(a_n): a_n = 3 - n$, dãy $(b_n): b_n = \frac{2}{n+1}$, dãy $(c_n): c_n = 2n + 3$, dãy $(d_n): d_n = 2^n$, Với $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào bị chặn?

A. (a_n) .

B. (c_n) .

C. (d_n) .

D. (b_n) .

Lời giải

Chọn D

Lời giải chi tiết bài toán

Dãy (a_n) giảm và $3 - n \leq 2$ nên dãy số bị chặn trên.

Dãy (b_n) giảm và $0 < \frac{2}{n+1} \leq \frac{2}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số bị chặn.

Dãy (c_n) tăng và $2n + 3 \geq 5$ nên dãy số bị chặn dưới.

Dãy (d_n) tăng và $2^n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số bị chặn dưới

Vậy dãy số bị chặn là (b_n) .

Câu 10: Dãy số nào sau đây **không phải** là một cấp số cộng?

A. 1; 3; 5; 7; 9.

B. (u_n) với $u_n = n + 2$.

C. (v_n) với $v_n = -n$.

D. 1; 4; 9; 16.

Lời giải

Chọn D

Lời giải chi tiết bài toán

Ta thấy $4 - 1 \neq 9 - 4$ nên dãy số không phải là cấp số cộng.

Câu 11: Số đo ba góc của một tam giác vuông theo thứ tự lần lượt a, b, c là một cấp số cộng. Số đo các góc của tam giác đó là

A. $10^\circ; 60^\circ; 110^\circ$.

B. $15^\circ; 60^\circ; 105^\circ$.

C. $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$.

D. $40^\circ; 60^\circ; 80^\circ$.

Lời giải

Chọn C

Lời giải chi tiết bài toán

Theo tính chất ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng ta có

$$\begin{cases} a+b+c=180 \\ a+c=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b=180 \\ a+c=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=60 \\ a+c=120 \end{cases}$$

Mà giả thiết bài toán cho tam giác là vuông nên góc lớn nhất bằng 90° .

Vậy số đo ba góc lần lượt là $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) hữu hạn có n số hạng và có $u_1 = -10$ và công bội $q = -3$. Tổng n số hạng của cấp số nhân là $S_n = -610$. Dãy số có

A. 5 số hạng.

B. 3 số hạng.

C. 4 số hạng.

D. 6 số hạng.

Lời giải

Chọn A

Lời giải chi tiết bài toán

$$\text{Ta có } S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} \Leftrightarrow \frac{-10(1-(-3)^n)}{1-(-3)} = -610 \Leftrightarrow 1-(-3)^n = 244 \Leftrightarrow (-3)^5 = -243 \Leftrightarrow n = 5$$

Vậy dãy số có 5 số hạng.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số hạng $u_1 = \frac{1}{3}$.

b) Số hạng $u_3 = \frac{3}{7}$.

c) $\frac{15}{31}$ là số hạng thứ 15 của dãy số.

d) $u_{2024} + u_{2025} > 1$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai.

a) **Đúng.** Số hạng $u_1 = \frac{1}{1.3} = \frac{1}{3}$.

b) **Đúng.** Ta có

$$u_3 = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} = \frac{1}{2} \left(\frac{3-1}{3.1} + \frac{5-3}{5.3} + \frac{7-5}{7.5} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{7} \right) = \frac{3}{7}.$$

c) **Đúng.** Ta có: $u_n = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} \right)$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{n}{2n+1}$$

Vậy số hạng tổng quát của dãy số là: $u_n = \frac{n}{2n+1}$. Do đó $\frac{15}{31}$ là số hạng thứ 15 của dãy số.

d) **Sai.** Ta có: $u_{2024} + u_{2025} < \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức $S_n = n^2 - \frac{3}{2}n$.

- a) Ta có $S_1 = -\frac{1}{2}; S_2 = 1$.
- b) Số hạng thứ hai của dãy số là $u_2 = 1$.
- c) Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = -\frac{5}{2} + 2n$.
- d) Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai là 2.

Lời giải

a) **Đúng.** Ta có $S_1 = 1^2 - \frac{3}{2} \cdot 1 = -\frac{1}{2}$ và $S_2 = 2^2 - \frac{3}{2} \cdot 2 = 1$. Suy ra mệnh đề a) **đúng**.

b) **Sai.** Với $n \geq 2$ thì $u_n = S_n - S_{n-1}$. Do đó, $u_2 = S_2 - S_1 = \frac{3}{2}$. Suy ra mệnh đề b) **sai**.

c) **Đúng.** Ta có:

$$u_n = S_n - S_{n-1}$$

$$\begin{aligned} u_n &= n^2 - \frac{3}{2}n - (n-1)^2 + \frac{3}{2}(n-1) = n^2 - \frac{3}{2}n - n^2 + 2n - 1 + \frac{3}{2}n - \frac{3}{2} \\ &= -\frac{5}{2} + 2n, \text{ với } n \geq 2. \text{ Suy ra mệnh đề c) } \mathbf{đúng}. \end{aligned}$$

d) **Đúng.** Ta có $u_n = -\frac{5}{2} + 2n \Rightarrow u_{n+1} = -\frac{5}{2} + 2(n+1) = -\frac{1}{2} + 2n$.

$$\text{Suy ra } u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2} + 2n - \left(-\frac{5}{2} + 2n\right) = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) là một cấp số cộng có công sai là 2. Suy ra mệnh đề d) **đúng**.

Câu 3: Một người muốn kí hợp đồng với một cơ sở khoan giếng để khoan một cái giếng lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Cơ sở khoan giếng A đưa ra định mức giá như sau: Giá mỗi mét khoan là 500000 đồng. Cơ sở khoan giếng B đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Gọi u_n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$) là giá của mét khoan thứ n của cơ sở B thực hiện. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) $u_1 = 100000$ đồng.
- b) $u_2 = 30000$ đồng.
- c) Nếu gia đình lựa chọn cơ sở khoan giếng A và khoan sâu n mét thì số tiền phải thanh toán cho cơ sở đó là $500000n$ đồng.
- d) Nếu gia đình đó phải khoan giếng sâu trên 30 mét thì gia đình đó lựa chọn cơ sở A để tiết kiệm hơn.

Lời giải

a) **Đúng.** Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng nên ta có $u_1 = 100.000$ đồng. Suy ra a) **đúng**.

b) **Sai.** Kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó nên $u_2 = u_1 + 30000 = 130000$ đồng. Suy ra b) **sai**.

c) **Đúng.** Cơ sở A có giá mỗi mét khoan là 500000 đồng nên khi khoan sâu n mét thì số tiền phải thanh toán cho cơ sở này là $T_A = 500000n$ đồng. Suy ra c) **đúng**.

d) **Đúng.** Theo giả thiết, ta có $u_1 = 100.000$ và $u_{n+1} - u_n = 30.000$ với $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$.

Ta có (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100000$ và công sai $d = 30000$.

Số tiền gia đình thanh toán cho cơ sở khoan giếng B chính là tổng các số hạng của cấp số cộng có công sai d . Suy ra số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng B khi giếng khoan sâu n mét là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2 \cdot 100000 + (n-1)30000]}{2} = 15000n^2 + 85000n.$$

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng A khi giếng khoan sâu n mét là:

$$T_A = n \cdot 500000 = 500000n \text{ đồng.}$$

Để chọn cơ sở B để thanh toán tiết kiệm hơn thì $15000n^2 + 85000n < 500000n \Leftrightarrow n \in \left(0; \frac{83}{3}\right)$.

Khi đó giếng sâu dưới 27 mét thì thuê cơ sở B tiết kiệm hơn. Giếng sâu trên 30 mét thì nên chọn cơ sở A để tiết kiệm hơn. Suy ra **d) đúng**.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) gồm các số hạng 5; 10; 20; ...; 163840.

a) Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân lần lượt là $u_1 = 5, q = 5$

b) Số hạng thứ năm của cấp số nhân là $u_5 = 80$

c) Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là $S_8 = 1275$

d) Cấp số nhân đã cho là dãy số hữu hạn gồm có 15 số hạng

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Sai	Đúng	Đúng	Sai

a) Sai. Số hạng đầu và công bội của cấp số nhân lần lượt là $u_1 = 5, q = 2$. Vậy a) Sai

b) Đúng. Số hạng thứ năm của cấp số nhân là $u_5 = u_1 q^{4-1} = 5 \cdot 2^4 = 80$. Vậy b) Đúng

c) Đúng. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là $S_8 = u_1 \frac{1-q^8}{1-q} = 5 \cdot \frac{1-2^8}{1-2} = 1275$. Vậy c) Đúng

d) Sai. Xét cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5, q = 2$

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 163840 = 5 \cdot 2^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow 2^{n-1} = 32768$$

$$\Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{15}$$

$$\Leftrightarrow n-1 = 15$$

$$\Leftrightarrow n = 16$$

Vậy cấp số nhân đã cho có 16 số hạng $\Rightarrow$ d) Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị của a để 3 số $1-a, a^2, 1+a$ lập thành một cấp số cộng?

Lời giải

Trả lời: 2

Ba số $1-a, a^2, 1+a$ lập thành một cấp số cộng khi: $1-a+1+a = 2a^2 \Leftrightarrow a^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 2: Ba số tạo thành một cấp số cộng có công sai dương và tổng bằng 6, biết rằng nếu hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất cho số hạng thứ hai và giữ nguyên số hạng thứ ba ta được một cấp số nhân. Tích ba số đó bằng bao nhiêu.

Lời giải

Trả lời: - 64

Gọi ba số cần tìm lập thành một cấp số cộng là $a-d; a; a+d$.

Tổng ba số của cấp số cộng bằng 6 ta có: $a-d+a+a+d=6 \Rightarrow 3a=6 \Rightarrow a=2$

Hoán đổi vị trí số hạng thứ nhất cho số hạng thứ hai và giữ nguyên số hạng thứ ba ta được một cấp số nhân là: $a; a-d; a+d$

Theo tính chất số hạng của cấp số nhân ta có: $a(a+d)=(a-d)^2 \Leftrightarrow 2(2+d)=(2-d)^2$

$$\Leftrightarrow 4+2d=4-4d+d^2 \Leftrightarrow d^2-6d=0 \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 & (L) \\ d=6 \end{cases}$$

Với $a=2; d=6$ thì ba số hạng cần tìm là: $-4; 2; 8$

Vậy tích ba số là: $-4.2.8 = -64$

Câu 3: Cho hai cấp số cộng có dãy số hạng lần lượt là: $5; 7; 9; \dots$ và $3; 8; 13; \dots$. Hỏi trong 2024 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số, có bao nhiêu số hạng chung?

Lời giải

Trả lời: 404.

Giả sử u_n, v_m theo thứ tự là số hạng thứ n và m của mỗi cấp số cộng, ta có:

$u_n = 5 + 2(n-1); v_m = 3 + 5(m-1)$. Ta có:

$$u_n = v_m \Leftrightarrow 5 + 2(n-1) = 3 + 5(m-1) \Leftrightarrow 3 + 2n = -2 + 5m \Leftrightarrow 2n = 5m - 5 \Leftrightarrow n = 2m - 2 + \frac{m-1}{2}.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{m-1}{2}, \text{ vì } n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow t \in \mathbb{N}^*. \text{ Ta có: } \begin{cases} m = 2t + 1 \leq 2024 \\ n = 5t \leq 2024 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \leq 1011,5 \\ t \leq \frac{2024}{5} = 404,8 \end{cases}.$$

Suy ra $t \in \{1; 2; 3; \dots; 404\}$. Với mỗi giá trị của t , ta có một số hạng chung thuộc về hai dãy $(u_n), (v_m)$. Vậy có tất cả 404 số hạng chung của hai dãy số đã cho trong 2024 số hạng đầu tiên.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_{n+1} = 2u_n + 3$ và tổng mười lăm số hạng đầu là 32722. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số (u_n) .

Lời giải

Trả lời: 13.

Ta có: $u_{n+1} = 2u_n + 3 \Leftrightarrow u_{n+1} + 3 = 2(u_n + 3)$

Đặt $v_{n+1} = u_{n+1} + 3$ với mọi $n \in \mathbb{N}$

Khi đó $v_{n+1} = 2v_n$ hay (v_n) là một cấp số nhân với công bội là 2.

Ta có:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15} + 45$$

$$\Leftrightarrow v_1 \cdot \frac{2^{15} - 1}{2 - 1} = 32722 + 45 \Leftrightarrow v_1 \cdot 32767 = 32767 \Leftrightarrow v_1 = 1$$

Vậy $u_5 = v_5 - 3 = v_1 \cdot 2^4 - 3 = 16 - 3 = 13$.

Câu 5. Cam Cao Phong được xem là đặc sản khá nổi tiếng. Thông thường mùa cam nơi đây bắt đầu vào tháng 9 năm nay và kéo dài tới hết tháng 4 năm sau. Đầu mùa thu hoạch cam, bác nông dân đã bán cam như sau: Người thứ nhất mua nửa số cam thu hoạch được, người thứ hai mua nửa số cam còn lại, người thứ ba mua nửa số cam còn lại,... Đến người thứ bảy, bác cũng bán nửa số cam còn lại và bác còn lại $6,25\text{kg}$. Hỏi vào đầu mùa thu hoạch, bác nông dân đã thu hoạch được bao nhiêu tiền, biết rằng bác bán cam với giá 25 ngàn đồng một kilogam và giả sử mỗi quả cam có khối lượng 250g .

Lời giải

Trả lời: 20.

Mỗi quả cam có khối lượng $250\text{g} = 0,25\text{kg}$

Bác còn lại $6,25\text{kg}$ tức là còn 25 quả.

Gọi x ($x \in \mathbb{N}^*$) là số quả cam mà bác nông dân đã thu hoạch được vào đầu mùa.

Người thứ nhất đã mua: $\frac{x}{2}$ quả,

Người thứ hai đã mua: $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{2^2}$ quả,

Người thứ ba đã mua: $\frac{x}{2^3}$ quả,

.....

Người thứ bảy đã mua: $\frac{x}{2^7}$ quả.

Sau khi người thứ bảy mua thì còn lại 25 quả nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{2^2} + \frac{x}{2^3} + \dots + \frac{x}{2^7} = x - 25 \Leftrightarrow x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^7} \right) = x - 25 \quad (*)$$

$$\text{Lại có } \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^7} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{127}{128}.$$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow x \frac{127}{128} = x - 25 \Leftrightarrow x = 3200.$$

Đầu mùa, bác nông dân đã thu hoạch được: $3200 \cdot 0,25 = 800\text{ kg}$

Vậy bác nông dân đã thu được số tiền là $800 \cdot 25000 = 20000000$ đồng hay .

20 triệu đồng.

Câu 6. Bốn nghiệm của phương trình $x^4 - 10x^2 + 3a = 0$ là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Tính tổng bình phương các giá trị của a .

Lời giải

Trả lời: 9.

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$.

Khi đó phương trình có dạng $t^2 - 10t + 3a = 0$ (*).

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt khi phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt là t_1, t_2 ($0 < t_1 < t_2$), tức là:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-5)^2 - 1.3a > 0 \\ 10 > 0 \\ 3a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \frac{25}{3}.$$

Khi đó 4 nghiệm phân biệt của phương trình ban đầu là: $-\sqrt{t_2} < -\sqrt{t_1} < \sqrt{t_1} < \sqrt{t_2}$.

Bốn nghiệm trên lập thành cấp số cộng khi:

$$\begin{cases} -\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \\ -\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = 2\sqrt{t_1} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 \quad (1).$$

Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 10 \\ t_1.t_2 = 3a \end{cases} \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra hệ phương trình $\begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ t_1 + t_2 = 10 \\ t_1.t_2 = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ 10t_1 = 10 \\ t_1.t_2 = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = 9 \\ a = 3 \end{cases} \quad (TM).$

Thay lại giá trị $a = 3$ vào phương trình đề bài, ta được:

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Khi đó tổng bình phương các giá trị của a là: $3^2 = 9$.

----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2025$, công sai $d = -11$. Khi đó công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng đó là

A. $u_n = 2025 - 11(n-1)$.

B. $u_n = 2025 - 11n$.

C. $u_n = 2025 - 11(n+1)$.

D. $u_n = 2025 + 11(n-1)$.

Câu 2: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = -3$. Khi đó tổng n số hạng đầu của cấp số cộng đó là

A. $S_n = \frac{n[10 - 3(n-1)]}{2}$.

B. $S_n = \frac{n[10 + 3(n-1)]}{2}$.

C. $S_n = \frac{n[6 + 5(n-1)]}{2}$.

D. $S_n = \frac{n[5 - 3(n-1)]}{2}$.

Câu 3: Trong các dãy số sau đây nào là một cấp số nhân.

A. $1; -3; 9; -27; 81$.

B. $1; -3; 9; -27; -81$.

C. $1; 3; -9; 27; 81$.

D. $1; 3; 9; 27; 91$.

Câu 4: Cho một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 5$, công bội $q = 2$. Khi đó số hạng tổng quát của cấp số nhân đó là

A. $u_n = 5.2^n$.

B. $u_n = 5.2^{n-1}$.

C. $u_n = 5.2^{n+1}$.

D. $u_n = 2.5^{n-1}$.

Câu 5: Cho một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Khi đó tổng n số hạng đầu của cấp số nhân đó là

A. $S_n = 3 \frac{(-2)^{n-1} - 1}{2}$.

B. $S_n = 3 \frac{(-2)^n - 1}{2}$.

C. $S_n = (-2)^n - 1$.

D. $S_n = 1 - (-2)^n$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$. Viết 5 số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = -3; u_2 = -1; u_3 = 1; u_4 = 3; u_5 = 7$.

B. $u_1 = 1; u_2 = 3; u_3 = 5; u_4 = 7; u_5 = 9$.

C. $u_1 = -1; u_2 = 3; u_3 = 5; u_4 = 7; u_5 = 9$.

D. $u_1 = -1; u_2 = 1; u_3 = 3; u_4 = 5; u_5 = 7$.

Câu 7: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số cho bằng phương pháp truy hồi.

A. Dãy số $1; 3; 7; 9; 10$.

B. Dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

C. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 - 3^n$.

D. Dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 4 \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

Câu 8: Trong các dãy số có số hạng tổng quát sau đây nào là dãy số tăng.

A. $u_n = \frac{2}{3^n} - 1$.

B. $u_n = 1 - 3n$.

C. $u_n = 2 - 3^n$.

D. $u_n = 2n - 3$.

Câu 9: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số bị chặn.

A. $u_n = 2^n$.

B. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

C. $u_n = 2n$.

D. $u_n = 1 - 2n$.

Câu 10: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số là một cấp số cộng.

A. 1; 3; 7; 9; 10.

B. Dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

C. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 - 3^n$.

D. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 + u_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 11: Người ta muốn trồng 10 hàng cây theo quy luật: Hàng thứ nhất có 10 cây; Hàng thứ hai có 12; Hàng thứ ba có 14; ... Cứ như thế, số cây ở hàng sau nhiều hơn số cây ở hàng trước là 2 cây. Hỏi số cây ở hàng cuối cùng bằng bao nhiêu?

A. 38.

B. 30.

C. 32.

D. 28.

Câu 12: Người ta nghiên cứu sự sinh sản của một loại vi rút trong 10 ngày nhận thấy quy luật: ngày thứ nhất có 10 con; ngày thứ hai có 20 con; ngày thứ ba có 40 con; ... Cứ như thế, số con vi rút ở ngày sau nhiều gấp đôi số con vi rút ở ngày trước. Hỏi tổng số con vi rút đã có trong 10 ngày đó bằng bao nhiêu?

A. 140.

B. 10240.

C. 1024.

D. 10230.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:

a) $u_1 = 2$.

b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

c) $u_n > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

d) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 2: Cho cấp số cộng có các số hạng $-1, 2, 5, 8, 11, 14, 17$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cấp số cộng đã cho có số hạng đầu $u_1 = -1$ và công sai $d = 2$.

b) Cấp số cộng đã cho có $u_5 = -1 + 4d$.

c) Cấp số cộng đã cho có tổng của 100 số hạng đầu tiên là 1475.

d) Tổng $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{98} + u_{100} = 7450$.

Câu 3: Anh An đang tập đầu tư chứng khoán. Ở cuối mỗi lần đầu tư, anh An hoặc mất hết tiền đã đầu tư hoặc lời bằng số tiền đã bỏ ra. Ví dụ, nếu anh An đầu tư a đồng, anh An sẽ mất a đồng nếu lỗ và sẽ có a đồng tiền lãi nếu lời.

Lần đầu tiên anh đầu tư 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đầu tư gấp đôi lần trước. Anh An lỗ 9 lần liên tiếp và rời ở lần thứ 10.

- a) Số tiền đầu tư lần thứ 2 là 400.000 đồng.
- b) Số tiền anh An lỗ lần thứ 9 là 5.120.000 đồng.
- c) Số tiền đã thua trong 5 lần đầu là 620.000 đồng.
- d) Sau lần thứ 10 thì anh An hòa vốn.

Câu 4: Cho cấp số nhân có hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng $\frac{1}{16}$.

- a) Công bội q của cấp số nhân đã cho là số âm.
- b) Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là $u_1 = 2$.
- c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân bằng $\frac{2044}{512}$.
- d) Tổng $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \dots + \frac{1}{u_n} = -\frac{1}{2}(1 - 2^n)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người muốn mua một chiếc điện thoại có giá 15 triệu theo hình thức trả góp trong vòng 1 năm. Người mua có thể thanh toán hàng tháng bằng hai cách:

Cách 1: Trả trước 5 triệu đồng, các khoản thanh toán hàng tháng bằng nhau trong một năm sẽ là khoảng 900 nghìn đồng. Khi đó, gọi số **tiền lãi** phải trả thêm là L_1 .

Cách 2: Trả trước 0 đồng thì khoản thanh toán tháng đầu là 1 triệu đồng và tháng sau nhiều hơn tháng trước 60 nghìn đồng. Khi đó, gọi số **tiền lãi** phải trả thêm là L_2 .

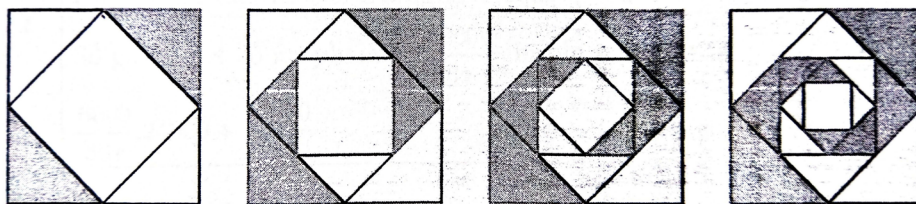
Tính giá trị của $L_2 - L_1$, làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 2: Một cấp số cộng có công sai nằm trong khoảng $(0;10)$ và thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\begin{cases} S_6 = -6 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = 0 \end{cases}$$

Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số này, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

Câu 3: Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một viên gạch hình vuông kích thước $8\text{m} \times 8\text{m}$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu và tô kín màu lên hai tam giác đối diện. Quá trình vẽ và tô theo qui luật đó được lặp lại 6 lần. Biết tiền nước sơn để sơn 1m^2 là 60 nghìn đồng. Hỏi số tiền nước sơn để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí hình vuông đó là bao nhiêu nghìn đồng?



Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_4 - u_2 = 72$ và $u_5 - u_3 = 144$. Số hạng u_8 của cấp số nhân đã cho có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tổng

$$S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2025}\sqrt{u_{2024}} + u_{2024}\sqrt{u_{2025}}} = \frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{b}} \right).$$

Tính giá trị của $P = -2024a + b$.

Câu 6: Ba số phân biệt có tổng là 434 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 3, thứ 10, thứ 45 của một cấp số cộng. Tổng của n số hạng đầu tiên là 1480. Tìm giá trị của n .

HẾT

TRẢ LỜI ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG TRẢ LỜI TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	B	D	D	D	D	B	D	D	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) S	a) S	a) S
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) Đ	c) S
d) S	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	0,16	159	1890	1536	4049	20

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2025$, công sai $d = -11$. Khi đó công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng đó là

A. $u_n = 2025 - 11(n-1)$.

B. $u_n = 2025 - 11n$.

C. $u_n = 2025 - 11(n+1)$.

D. $u_n = 2025 + 11(n-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Câu 2: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = -3$. Khi đó tổng n số hạng đầu của cấp số cộng đó là

A. $S_n = \frac{n[10 - 3(n-1)]}{2}$.

B. $S_n = \frac{n[10 + 3(n-1)]}{2}$.

C. $S_n = \frac{n[6+5(n-1)]}{2}$.

D. $S_n = \frac{n[5-3(n-1)]}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_n = \frac{n[2u_1 + d(n-1)]}{2}$.

Câu 3: Trong các dãy số sau dãy nào là một cấp số nhân.

A. $1; -3; 9; -27; 81$.

B. $1; -3; 9; -27; -81$.

C. $1; 3; -9; 27; 81$.

D. $1; 3; 9; 27; 91$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có dãy số $1; -3; 9; -27; 81$ là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = -3$.

Câu 4: Cho một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 5$, công bội $q = 2$. Khi đó số hạng tổng quát của cấp số nhân đó là

A. $u_n = 5.2^n$.

B. $u_n = 5.2^{n-1}$.

C. $u_n = 5.2^{n+1}$.

D. $u_n = 2.5^{n-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = u_1.q^{n-1}$.

Câu 5: Cho một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Khi đó tổng n số hạng đầu của cấp số nhân đó là

A. $S_n = 3 \frac{(-2)^{n-1} - 1}{2}$.

B. $S_n = 3 \frac{(-2)^n - 1}{2}$.

C. $S_n = (-2)^n - 1$.

D. $S_n = 1 - (-2)^n$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_n = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} (\forall q \neq 1)$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$. Viết 5 số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = -3; u_2 = -1; u_3 = 1; u_4 = 3; u_5 = 7$.

B. $u_1 = 1; u_2 = 3; u_3 = 5; u_4 = 7; u_5 = 9$.

C. $u_1 = -1; u_2 = 3; u_3 = 5; u_4 = 7; u_5 = 9$.

D. $u_1 = -1; u_2 = 1; u_3 = 3; u_4 = 5; u_5 = 7$.

Lời giải

Chọn D

Với dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$ ta thay lần lượt $n = 1; n = 2; \dots n = 5$ ta được
 $u_1 = -1; u_2 = 1; u_3 = 3; u_4 = 5; u_5 = 7$

Câu 7: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số cho bằng phương pháp truy hồi.

A. Dãy số 1; 3; 7; 9; 10 . **B.** Dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

C. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 - 3^n$.

D. Dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 4 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 8: Trong các dãy số có số hạng tổng quát sau đây nào là dãy số tăng.

A. $u_n = \frac{2}{3^n} - 1$.

B. $u_n = 1 - 3n$.

C. $u_n = 2 - 3^n$.

D. $u_n = 2n - 3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số bị chặn.

A. $u_n = 2^n$.

B. $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

C. $u_n = 2n$.

D. $u_n = 1 - 2n$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số bị chặn dưới bởi 0 .

Ta có $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{2} \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số bị chặn trên bởi $\frac{1}{2}$.

Câu 10: Trong các dãy số sau đây dãy nào là dãy số là một cấp số cộng.

A. 1; 3; 7; 9; 10 .

B. Dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$.

C. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 - 3^n$.

D. Dãy số (u_n) với $u_n = 2 + u_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa ta có dãy số (u_n) với $u_n = 2 + u_{n-1} \forall n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số cộng.

Câu 11: Người ta muốn trồng 10 hàng cây theo quy luật: Hàng thứ nhất có 10 cây; Hàng thứ hai có 12; Hàng thứ ba có 14; ... Cứ như thế, số cây ở hàng sau nhiều hơn số cây ở hàng trước là 2 cây. Hỏi số cây ở hàng cuối cùng bằng bao nhiêu?

A. 38 .

B. 30 .

C. 32 .

D. 28 .

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa cấp số cộng ta có số cây của mỗi hàng theo thứ tự là một cấp số cộng có $u_1 = 10$ công sai $d = 2 \Rightarrow u_{10} = 10 + 9 \cdot 2 = 28$.

Câu 12: Người ta nghiên cứu sự sinh sản của một loại vi rút trong 10 ngày nhận thấy quy luật: Ngày thứ nhất có 10 con; ngày thứ hai có 20 con; Ngày thứ ba có 40 con; ... Cứ như thế, số con vi rút ở ngày sau nhiều gấp đôi số con vi rút ở ngày trước. Hỏi tổng số con vi rút đã có trong 10 ngày đó bằng bao nhiêu?

A. 140.

B. 10240.

C. 1024.

D. 10230.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa cấp số nhân ta có số con vi rút của mỗi ngày theo thứ tự là một cấp số nhân có $u_1 = 10$ công bội $q = 2 \Rightarrow S_{10} = 10 \cdot \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 10230$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:

a) $u_1 = 2$.

b) Dãy số (u_n) là dãy số tăng.

c) $u_n > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

d) Dãy số (u_n) là dãy số bị chặn.

Lời giải

a) Ta có $u_1 = 1 + \frac{1}{1} = 2$ suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $u_{n+1} - u_n = n + 1 + \frac{1}{n+1} - n - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n(n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$, suy ra dãy số (u_n) là dãy số tăng. suy ra mệnh đề **đúng**.

c) vì dãy số (u_n) là dãy số tăng nên $u_n > u_1 = 2, \forall n \geq 2$. suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Dãy số (u_n) có $u_n = n + \frac{1}{n} > n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số này không bị chặn trên suy ra dãy số không bị chặn. suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2: Cho cấp số cộng có các số hạng $-1, 2, 5, 8, 11, 14, 17$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cấp số cộng đã cho có số hạng đầu $u_1 = -1$ và công sai $d = 2$.

b) Cấp số cộng đã cho có $u_5 = -1 + 4d$.

c) Cấp số cộng đã cho có tổng của 100 số hạng đầu tiên là 1475.

d) Tổng $u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{98} + u_{100} = 7450$.

Lời giải

a) CSC có số hạng đầu là $u_1 = -1$, công sai $d = u_2 - u_1 = 2 - (-1) = 3$. Mệnh đề đã cho là **Sai**.

b) $u_5 = u_1 + 4d = -1 + 4d$. Mệnh đề đã cho là **Đúng**.

c) Công thức tính tổng của n số hạng đầu $S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d)$

$$S_{100} = \frac{100}{2}(2 \cdot (-1) + 99 \cdot 3) = 14750. \text{ Mệnh đề đã cho là Sai.}$$

d) Ta có $u_2; u_4; u_6; \dots; u_{100}$ gồm 50 số hạng lập thành 1 CSC có $u_1 = 2, d = 6$

Suy ra tổng của 50 số hạng đầu tiên của CSC mới là:

$$u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{100} = S_{50} = \frac{50}{2}(2 \cdot 2 + (50-1) \cdot 6) = 7450. \text{ Mệnh đề đã cho đúng.}$$

Câu 3: Anh An đang tập đầu tư chứng khoán. Ở cuối mỗi lần đầu tư, anh An hoặc mất hết tiền đã đầu tư hoặc lời bằng số tiền đã bỏ ra. Ví dụ, nếu anh An đầu tư a đồng, anh An sẽ mất a đồng nếu lỗ và sẽ có a đồng tiền lãi nếu lời.

Lần đầu tiên anh đầu tư 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đầu tư gấp đôi lần trước. Anh An lỗ 9 lần liên tiếp và lời ở lần thứ 10.

- a) Số tiền đầu tư lần thứ 2 là 400.000 đồng.
- b) Số tiền anh An lỗ lần thứ 9 là 5.120.000 đồng.
- c) Số tiền đã thua trong 5 lần đầu là 620.000 đồng.
- d) Sau lần thứ 10 thì anh An hòa vốn.

Lời giải

Nhận xét: Số tiền đầu tư mỗi lần được tính theo cấp số nhân với $u_1 = 20.000$ và công bội là $q = 2$

a) Số tiền đầu tư lần thứ 2 là

$$u_2 = 20.000 \times 2 = 40.000 \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

b) Số tiền anh An lỗ lần thứ 9 là

$$u_9 = u_1 \times q^8 = 20.000 \times 2^8 = 5.120.000 \text{ suy ra mệnh đề đúng.}$$

c) Số tiền đã lỗ trong 5 lần đầu là

$$S_5 = u_1 + u_2 + \dots + u_5 = \frac{u_1(1 - q^5)}{1 - q} = 620.000 \text{ suy ra mệnh đề đúng.}$$

d) Vì anh An lỗ hết cả 9 lần đầu tiên nên tổng số tiền lỗ là:

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = \frac{u_1(1 - q^9)}{1 - q} = 10.220.000$$

Số tiền mà anh An lời trong lần thứ 10 là

$$u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 10.240.000$$

Ta có $u_{10} - S_9 = 20.000 > 0$ nên anh An lời 20.000 suy ra mệnh đề sai.

Câu 4: Cho cấp số nhân có hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng thứ năm bằng $\frac{1}{16}$.

a) Công bội q của cấp số nhân đã cho là số âm.

b) Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là $u_1 = 2$.

c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân bằng $\frac{2044}{512}$.

d) Tổng $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \dots + \frac{1}{u_n} = -\frac{1}{2}(1 - 2^n)$.

Lời giải

a) Gọi q là công bội của cấp số nhân.

Do hai số hạng đầu tiên là các số dương nghĩa là $u_1 > 0; u_2 > 0$ mà $u_2 = u_1 \cdot q$. Suy ra $q > 0$.

Suy ra a) sai.

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} u_1 \cdot u_3 = 1 \\ u_3 \cdot u_5 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2 \cdot q^2 = 1 \\ u_1^2 \cdot q^6 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2 \cdot q^2 = 1 \\ q^4 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \pm \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Do $q > 0$ nên $q = \frac{1}{2}$

Suy ra b) đúng.

$$\text{c) Tổng của 10 số hạng đầu của cấp số nhân } S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1023}{256}.$$

Suy ra c) sai.

$$\text{d) Ta có: } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^{2-n} \Rightarrow \frac{1}{u_n} = \frac{1}{2^{2-n}} \Rightarrow \frac{1}{u_{n-1}} = \frac{1}{2^{3-n}}.$$

Suy ra $\frac{1}{u_n} : \frac{1}{u_{n-1}} = 2$. Do đó dãy các số hạng $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots; \frac{1}{u_n}$ lập thành cấp số nhân có công bội $q_1 = 2$.

$$\text{Suy ra } \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \dots + \frac{1}{u_n} = \frac{\frac{1}{u_1}(1-q_1^n)}{1-q_1} = \frac{\frac{1}{2}(1-2^n)}{1-2} = -\frac{1}{2}(1-2^n).$$

Suy ra d) đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một người muốn mua một chiếc điện thoại có giá 15 triệu theo hình thức trả góp trong vòng 1 năm. Người mua có thể thanh toán hàng tháng bằng hai cách:

Cách 1: Trả trước 5 triệu đồng, các khoản thanh toán hàng tháng bằng nhau trong một năm sẽ là khoảng 900 nghìn đồng. Khi đó, gọi số **tiền lãi** phải trả thêm là L_1 .

Cách 2: Trả trước 0 đồng thì khoản thanh toán tháng đầu là 1 triệu đồng và tháng sau nhiều hơn tháng trước 60 nghìn đồng. Khi đó, gọi số **tiền lãi** phải trả thêm là L_2 .

Tính giá trị của $L_2 - L_1$, làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Trả lời: 0,16

Theo cách 1: Tổng số tiền phải trả sau một năm là $S_1 = 5 + 0,9 \cdot 12 = 15,8$.

Khi đó, số tiền lãi phải trả thêm là $L_1 = 15,8 - 15 = 0,8$.

Theo cách 2: Số tiền phải trả hàng tháng tạo thành một cấp số cộng có $u_1 = 1; d = 0,06$.

$$\text{Tổng số tiền phải trả sau một năm là } S_2 = \frac{12(2u_1 + 11d)}{2} = \frac{12(2 \cdot 1 + 11 \cdot 0,06)}{2} = 15,96.$$

Khi đó, số tiền lãi phải trả thêm là $L_2 = 15,96 - 15 = 0,96$.

Vậy $L_2 - L_1 = 0,96 - 0,8 = 0,16$.

Câu 2: Một cấp số cộng có công sai nằm trong khoảng $(0;10)$ và thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\begin{cases} S_6 = -6 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = 0 \end{cases}.$$

Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số này, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

Lời giải

Trả lời: 159

$$\begin{cases} S_6 = -6 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2u_1 + 5d) = -6 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -1 - \frac{5}{2}d \\ \frac{1}{-1 - \frac{5}{2}d} + \frac{1}{-1 - \frac{3}{2}d} + \frac{1}{-1 - \frac{1}{2}d} + \frac{1}{-1 + \frac{1}{2}d} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

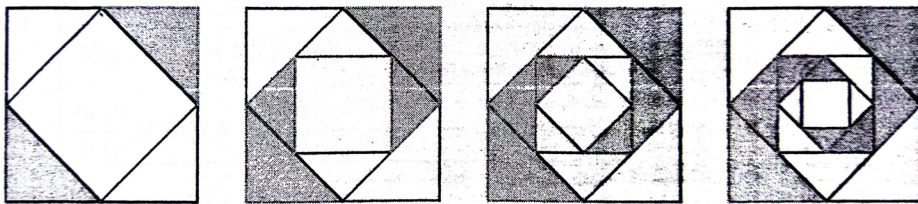
$$(2) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{-1 - \frac{5}{2}d} + \frac{1}{-1 - \frac{3}{2}d} \right) + \left(\frac{1}{-1 - \frac{1}{2}d} + \frac{1}{-1 + \frac{1}{2}d} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{d^3 - 7d^2 - 12d - 4}{(\frac{15}{4}d^2 - 4d + 1)(-\frac{1}{4}d^2 + 1)} = 0$$

$$\Rightarrow d^3 - 7d^2 - 12d - 4 = 0 \Leftrightarrow (d+1)(d^2 - 8d - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ d = 4 + 2\sqrt{5} \\ d = 4 - 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_1 = -11 - 5\sqrt{5} \\ u_1 = -11 + 5\sqrt{5} \end{cases} \quad \text{Với } d \in (0; 10) \Rightarrow \text{chọn } d = 4 + 2\sqrt{5}$$

Tổng của 10 số hạng đầu $S_{10} = \frac{10}{2}(2(-11 - 5\sqrt{5}) + 9(4 + 2\sqrt{5})) = 70 + 40\sqrt{5} \approx 159$.

Câu 3: Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một viên gạch hình vuông kích thước $8\text{m} \times 8\text{m}$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu và tô kín màu lên hai tam giác đối diện. Quá trình vẽ và tô theo qui luật đó được lặp lại 6 lần. Biết tiền nước sơn để sơn 1m^2 là 60 nghìn đồng. Hỏi số tiền nước sơn để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí hình vuông đó là bao nhiêu nghìn đồng?



Lời giải

Trả lời: 1890.

Gọi S_i là diện tích tam giác cần sơn màu mỗi lần tạo ra hình vuông thứ i , S là diện tích hình vuông ban đầu.

$$\text{Ta có } S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} S \right); S_2 = \frac{1}{2^2} \left(\frac{1}{2} S \right); S_3 = \frac{1}{2^3} \left(\frac{1}{2} S \right); S_4 = \frac{1}{2^4} \left(\frac{1}{2} S \right); S_5 = \frac{1}{2^5} \left(\frac{1}{2} S \right); S_6 = \frac{1}{2^6} \left(\frac{1}{2} S \right)$$

Tổng diện tích cần sơn là

$$\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} \right) S = \frac{\frac{1}{2^2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right)}{1 - \frac{1}{2}} S$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^6 \right) S$$

$$= \frac{63}{128} S = \frac{63}{128} \cdot 8.8 = \frac{63}{2} (\text{m}^2)$$

Tổng tiền sơn là $60 \cdot \frac{63}{2} = 1890$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_4 - u_2 = 72$ và $u_5 - u_3 = 144$. Số hạng u_8 của cấp số nhân đã cho có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1536.

Ta có
$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 72 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 72 \\ u_1 q^2 (q^2 - 1) = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 72 \\ 72q = 144 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 72 \\ q = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 \\ q = 2 \end{cases}$$

Vậy $u_8 = u_1 \cdot q^7 = 12 \cdot 2^7 = 1536$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tổng

$$S = \frac{1}{u_2 \sqrt{u_1} + u_1 \sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3 \sqrt{u_2} + u_2 \sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2025} \sqrt{u_{2024}} + u_{2024} \sqrt{u_{2025}}} = \frac{1}{a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{b}} \right).$$

Giá trị của $P = -2024a + b$

Lời giải

Trả lời: 4049.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2} d \Leftrightarrow 100 + 4950d = 14950 \Leftrightarrow d = 3.$$

Do đó $u_{2025} = u_1 + 2024d = 6073$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{u_{k+1}\sqrt{u_k} + u_k\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}} \cdot (\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k} \cdot \sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

Do đó:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \dots + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_{2024}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2025}}} \right) = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2025}}} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6073}} \right). \end{aligned}$$

Câu 6: Ba số phân biệt có tổng là 434 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 3, thứ 10, thứ 45 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 1480?

Lời giải

Trả lời: 20.

Gọi ba số đó là x, y, z . Do ba số là các số hạng thứ 3, thứ 10, thứ 45 của một cấp số cộng nên ta có: $x = u_3; y = u_{10} = x + 7d; z = u_{45} = x + 42d$.

Theo giả thiết, ta có: $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 434$.

Mặt khác, do x, y, z là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x + 7d)^2 = x(x + 42d) \Leftrightarrow d(-4x + 7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x + 7d = 0 \end{cases}$$

Với $d = 0$, ta có: $x = y = z = \frac{434}{3}$. Suy ra $n = 1570: \frac{434}{3} = \frac{2355}{217} \notin \mathbb{N}$.

Với $-4x + 7d = 0$, ta có: $\begin{cases} -4x + 7d = 0 \\ 3x + 49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ d = 8 \end{cases}$. Suy ra $u_1 = u_3 - 2d = 14 - 2 \cdot 8 = -2$.

$$\text{Do đó, } S_n = 1570 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 1480 \Leftrightarrow \frac{[2 \cdot (-2) + 4(n-1)]n}{2} = 1480 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{37}{2} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

----- Hết -----