

FB Duong Hung



Full 50 chuyên đề
ÔN THI TỐT NGHIỆP

 **MÔN TOÁN 12**

Chủ đề

**Phương pháp Tọa độ
trong không gian Oxyz**



- ① Tóm tắt lý thuyết
- ② Phân dạng toán
- ③ Ví dụ minh họa
- ④ Bài tập rèn luyện



ĐT: 26/11/2020

Tài liệu lưu hành nội bộ



FB: Duong Hung

Bài 1: HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

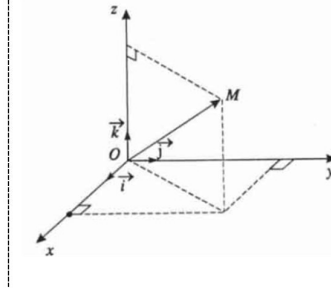
☑ **Dạng ①: Tọa độ vectơ và tính chất cơ bản**

☒ **Lý thuyết cần nắm:**

☞ **Định nghĩa:** $\vec{a} = a_1 \cdot \vec{i} + a_2 \cdot \vec{j} + a_3 \cdot \vec{k} \Leftrightarrow \vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$.

☞ **Tính chất:** Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

♦ Ta có:



①. $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$.

②. $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$.

③. $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3), k \in \mathbb{R}$.

④. $\vec{0} = (0; 0; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$.

⑤. \vec{a} cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{a} = k\vec{b} (\vec{b} \neq \vec{0})$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$$

⑥. A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overline{AB} = k \cdot \overline{AC}$.

☞ **(A). Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; 2; 1), \vec{b} = (-2; 0; 1)$. Độ dài của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

(A). 2.

(B). 1.

(C). $\sqrt{2}$.

(D). 3.

Lời giải

☞ Chọn D

• Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1; 2; 2) \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1+4+4} = 3$.

☞ PP nhanh trắc nghiệm

• Casio:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overline{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm M là

(A). $M(1; 2; 0)$.

(B). $M(2; 1; 0)$.

(C). $M(2; 0; 1)$.

(D). $M(0; 2; 1)$.

Lời giải

☞ PP nhanh trắc nghiệm

➔ **Chọn B**

- Ta sử dụng định nghĩa, nếu điểm M thỏa mãn:

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì $M(x; y; z)$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véc tơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz .

- Hệ số trước $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.
- Suy ra $M(x; y; z)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; 3)$, $B(-2; 5; 4)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- (A). $(-3; 6; 7)$. (B). $(1; -4; -1)$. (C). $(3; -6; 1)$. (D). $(-1; 4; 1)$.

Lời giải

➔ **Chọn D**

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 4; 1)$

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

👉 **(B). Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là

- (A). $\vec{u} = (0; 6; -6)$. (B). $\vec{u} = (6; 0; -6)$. (C). $\vec{u} = (6; -6; 0)$. (D). $\vec{u} = (-6; 6; 0)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- (A). $(10; -2; 13)$. (B). $(-2; 2; -7)$. (C). $(-2; -2; 7)$. (D). $(-2; 2; 7)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{a} = (2; -2; -4)$, $\vec{b} = (1; -1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- (A). $\vec{a} + \vec{b} = (3; -3; -3)$. (B). \vec{a} và \vec{b} cùng phương.
 (C). $|\vec{b}| = \sqrt{3}$. (D). $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a; b; c)$. Tọa độ của véc-tơ \overrightarrow{MO} là

- (A). $(a; b; c)$. (B). $(-a; b; c)$.
 (C). $(-a; -b; -c)$. (D). $(-a; b; -c)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (-2; -4; 6)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- (A). $\vec{a} = 2\vec{b}$. (B). $\vec{b} = -2\vec{a}$. (C). $\vec{a} = -2\vec{b}$. (D). $\vec{b} = 2\vec{a}$.

Câu 6: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- (A). $\vec{a}(-1; 2; -3)$. (B). $\vec{a}(2; -3; -1)$. (C). $\vec{a}(-3; 2; -1)$. (D). $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Câu 7: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, độ dài của véc tơ $\vec{u} = (1; 2; 2)$ là

- (A). 3. (B). 5. (C). 2. (D). 9.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -1)$, $B(2; 3; 2)$. Vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là

- (A). $(1; 2; 3)$. (B). $(-1; -2; 3)$. (C). $(3; 5; 1)$. (D). $(3; 4; 1)$.

Câu 9: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- (A). $\vec{a}(-1; 2; -3)$. (B). $\vec{a}(2; -3; -1)$. (C). $\vec{a}(-3; 2; -1)$. (D). $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1;2)$, $B(2;5-2m)$ và $C(m-3;4)$. Tìm giá trị m để A , B , C thẳng hàng?

- (A). $m = -2$. (B). $m = 2$. (C). $m = 1$. (D). $m = 3$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, để hai vectơ $\vec{a} = (m;2;3)$ và $\vec{b} = (1;n;2)$ cùng phương thì $m+n$ bằng

- (A). $\frac{11}{6}$. (B). $\frac{13}{6}$. (C). $\frac{17}{6}$. (D). 2 .

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1;1;2)$, $\vec{v} = (-1;m;m-2)$. Khi đó $\|\vec{u}, \vec{v}\| = \sqrt{14}$ thì

- (A). $m = 1, m = -\frac{11}{5}$. (B). $m = -1, m = -\frac{11}{3}$.
(C). $m = 1, m = -3$. (D). $m = -1$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$ và $C(7;4;-2)$. Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\vec{CE} = 2\vec{EB}$ thì tọa độ điểm E là

- (A). $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$. (B). $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$. (C). $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ (D). $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$, $M(x;y;1)$. Với giá trị nào của x , y thì A , B , M thẳng hàng?

- (A). $x = 4; y = 7$. (B). $x = -4; y = -7$. (C). $x = 4; y = -7$. (D). $x = -4; y = 7$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3;1;2)$, $B(1;0;1)$, $C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh E là

- (A). $E(4;4;1)$. (B). $E(0;2;-1)$. (C). $E(1;1;2)$. (D). $E(1;3;-1)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$, $D(-2;m;n)$. Trong các hệ thức liên hệ giữa m, n dưới đây, hệ thức nào để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng?

- (A). $2m+n=13$. (B). $2m-n=13$. (C). $m+2n=13$. (D). $2m-3n=10$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.B	4.C	5.B	6.A	7.A	8.A	9.A	10.B
11.B	12.C	13.A	14.D	15.A	16.C				

☑ **Dạng ②: Tọa độ điểm**

☒ **Lý thuyết cần nắm:**

Ⓐ. **Định nghĩa:** $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overline{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (x : hoành độ, y : tung độ, z : cao độ)

Ⓑ. **Chú ý:**

①. $M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0; M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0; M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0$

②. $M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0; M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0; M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0.$

Ⓒ. **Tính chất:** Cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$

①. $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$

②. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

③. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$

④. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC :

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

☞ Ⓐ - **Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2), B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .

- Ⓐ. $I(2;-4;2)$. Ⓑ. $I(4;2;6)$. Ⓒ. $I(-2;-1;-3)$. Ⓓ. $I(2;1;3)$.

Lời giải

☞ **Chọn D**

• Ta có
$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \Rightarrow I(2;1;3) \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 3 \end{cases}$$

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

- Tổng chia đôi

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;5), B(2;0;1), C(0;9;0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- Ⓐ. $G(1;5;2)$. Ⓑ. $G(1;0;5)$. Ⓒ. $G(3;12;6)$. Ⓓ. $G(1;4;2)$.

Lời giải

☞ **Chọn D**

- Ta có $G(x; y; z)$ là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} x = \frac{1+2+0}{3} = 1 \\ y = \frac{3+0+9}{3} = 4 \Rightarrow G(1;4;2) \\ z = \frac{5+1+0}{3} = 2 \end{cases}$$

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

- Tổng chia ba

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ điểm M là

- Ⓐ. $M(1;0;3)$. Ⓑ. $M(0;-2;3)$. Ⓒ. $M(1;0;0)$. Ⓓ. $M(1;-2;0)$.

Lời giải

⇒ **Chọn C**

- Phương trình mặt phẳng $(Oyz): x = 0$.
- Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua A và

$$\text{vuông góc với mặt phẳng } (Oyz) \text{ là: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 \end{cases} .$$

- Do đó $M = d \cap (Oyz) \Rightarrow M(0; -2; 3)$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

- “Chiếu lên mặt nào có thành phần mặt đó, còn lại bằng 0”
 $\Rightarrow M(0; -2; 3)$

👉 **B- Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 1)$. Trọng tâm G của tam giác OAB có tọa độ là

- A. $(0; 1; 1)$.
 B. $(0; \frac{2}{3}; \frac{4}{3})$.
 C. $(0; 2; 4)$.
 D. $(-2; -2; -2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $(a; b; c)$.
 B. $(-a; -b; -c)$.
 C. $(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3})$.
 D. $(\frac{-a}{3}; \frac{-b}{3}; \frac{-c}{3})$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2; 1; 3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox có tọa độ là:

- A. $(0; 1; 0)$.
 B. $(-2; 0; 0)$.
 C. $(0; 0; 3)$.
 D. $(0; 1; 3)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -4)$.
 B. $(0; 0; -4)$.
 C. $(3; 0; -4)$.
 D. $(3; 2; 0)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D(1; 1; 4)$.
 B. $D(-1; 1; \frac{2}{3})$.
 C. $D(1; 3; 4)$.
 D. $D(-1; -3; -2)$

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) :

- A. $M(3; -2; 0)$.
 B. $M(3; 0; 5)$.
 C. $M(0; -2; 5)$.
 D. $M(0; 2; 5)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $M(1; -2; 2)$ và $N(1; 0; 4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là:

- A. $(1; -1; 3)$.
 B. $(0; 2; 2)$.
 C. $(2; -2; 6)$.
 D. $(1; 0; 3)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 5)$. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng

- A. $\sqrt{5}$.
 B. 5 .
 C. 1 .
 D. 2 .

- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;-1), B(1;0;5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
 (A). $I(-2;1;-3)$. (B). $I(-1;1;2)$. (C). $I(2;-1;3)$. (D). $I(4;-2;6)$.
- Câu 10:** Trong không gian cho hai điểm $A(-1;2;3), B(0;1;1)$ độ dài đoạn AB bằng
 (A). $\sqrt{6}$. (B). $\sqrt{8}$. (C). $\sqrt{10}$. (D). $\sqrt{12}$.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
 (A). $G\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. (B). $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. (C). $G(1;-1;0)$. (D). $G(4;-1;-1)$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2); B(2;1;1)$. Độ dài đoạn AB bằng:
 (A). 2. (B). $\sqrt{6}$. (C). $\sqrt{2}$. (D). 6.
- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) là
 (A). $(-1;-2;3)$. (B). $(1;-2;-3)$. (C). $(1;2;-3)$. (D). $(-1;2;-3)$.
- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;2)$ và $B(-2;1;1)$. Đoạn AB có độ dài là
 (A). $3\sqrt{3}$. (B). 3. (C). $\sqrt{3}$. (D). $\sqrt{2}$.
- Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là
 (A). $(-6;-5;-2)$. (B). $(6;-5;2)$. (C). $(6;5;2)$. (D). $(-6;5;2)$.
- Câu 16:** Cho tam giác ABC có $A(1;-2;0), B(2;1;-2), C(0;3;4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
 (A). $D(1;0;-6)$. (B). $D(1;6;2)$. (C). $D(-1;0;6)$. (D). $D(1;6;-2)$.
- Câu 17:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính tọa độ điểm M .
 (A). $M(-1;4;-2)$. (B). $M(-1;4;2)$. (C). $M(1;-4;-2)$. (D). $M(-1;-4;2)$.
- Câu 18:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1;2), B(2;5-2m)$ và $C(m-3;4)$. Tìm giá trị m để A, B, C thẳng hàng?
 (A). $m = -2$. (B). $m = 2$. (C). $m = 1$. (D). $m = 3$.
- Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Tam giác ABC với $A(1;-3;3), B(2;-4;5), C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(2;c;3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a + b + c$ bằng
 (A). -5. (B). 3. (C). 1. (D). -1.
- Câu 20:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCE$ với $A(3;1;2), B(1;0;1), C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh E là
 (A). $E(4;4;1)$. (B). $E(0;2;-1)$. (C). $E(1;1;2)$. (D). $E(1;3;-1)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.D	5.A	6.B	7.A	8.A	9.B	10.A
11.B	12.B	13.C	14.C	15.C	16.C	17.B	18.B	19.C	20.A

☑ Dạng ③: Tích vô hướng và ứng dụng

☒ Lý thuyết cần nắm:

(A) Định nghĩa: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$.

①. Tích vô hướng của hai véc tơ : $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

②. Tích có hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$, được xác định bởi

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$

(B) Chú ý: Tích có hướng của 2 vectơ là 1 vectơ, tích vô hướng của 2 vectơ là 1 số.

(C) Tính chất:

①. $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}; \quad [\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$

②. $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$

③. $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}; \quad [\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}; \quad [\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$

④. $|\vec{a}, \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$

⑤. \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.

⑥. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$

(D) Ứng dụng của tích có hướng:

①. Điều kiện đồng phẳng của ba vectơ: \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$

②. Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{\square ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$

③. Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$

④. Thể tích khối hộp $ABCD A'B'C'D'$: $V_{ABCD A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA}'|$

⑤. Thể tích tứ diện $ABCD$: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$

⑥. Góc giữa hai véc tơ: $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$

☒ (A) Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(1;m-1;3)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N

(A). $m = 3$.

(B). $m = 1$.

(C). $m = 2$.

(D). $m = 0$.

Lời giải

☛ **Chọn B**

• Ta có $\vec{NM} = (3;2;-2)$, $\vec{NP} = (2;m-2;2)$

• Tam giác MNP vuông tại N khi $\vec{NM} \cdot \vec{NP} = 0$
 $\Leftrightarrow 2 \cdot 3 + 2(m-2) - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

☛ **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio:** Solve

Câu 2: Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;-1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;-1;3)$, $D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D .

- (A). -6. (B). 2. (C). 7. (D). -4.

Lời giải

⇒ **Chọn A**

- Do $D \in Oy \Rightarrow D(0;m;0)$.
- $\overline{AB} = (1;1;-2)$, $\overline{AC} = (0;0;2)$, $\overline{AD} = (-2;m+1;-1)$.
- Ta có: $V_{ABCD} = 5 \Rightarrow \frac{1}{6} |[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD}| = 5 \Rightarrow \frac{1}{6} |-6-2m| = 5$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = -18 \end{cases}$.
- Vậy tổng tung độ của các điểm D là $12 + (-18) = -6$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio:**

Câu 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- (A). 120° . (B). 30° . (C). 60° . (D). 150° .

Lời giải

Lời giải

⇒ **Chọn D**

- Ta có $\vec{i} = (1;0;0)$
- $\Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{i}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$. Vậy $(\vec{u}, \vec{i}) = 150^\circ$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio**

👉 **(B). Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(3;0;1)$. Khi đó độ dài vectơ \overline{AB} là

- (A). $\sqrt{19}$. (B). 19. (C). $\sqrt{13}$. (D). 13.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;0;-2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- (A). $3\sqrt{3}$. (B). 11. (C). $\sqrt{11}$. (D). 27.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(-2;3;-1)$; $\vec{b}(2;-1;3)$. Sin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng

- (A). $-\frac{2}{7}$. (B). $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. (C). $-\frac{3\sqrt{5}}{7}$. (D). $\frac{2}{7}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$ và $B(4;2;-2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- (A). $\sqrt{22}$. (B). 4. (C). 2. (D). 22.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- (A). 30° . (B). 120° . (C). 60° . (D). 150° .

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$; $B(0;3;1)$; $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài AM là

- (A). $\sqrt{29}$. (B). $3\sqrt{3}$. (C). $\sqrt{30}$. (D). $2\sqrt{7}$.

Câu 7: Cho hai vec tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- (A). 12. (B). 2. (C). 11. (D). 10.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là góc tù?

- (A). 2. (B). 3. (C). 1. (D). 5.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích tam giác ABC bằng:

- (A). $\frac{\sqrt{11}}{2}$. (B). $\frac{\sqrt{7}}{2}$. (C). $\frac{\sqrt{6}}{2}$. (D). $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- (A). $3|a|$. (B). $\frac{3|a|}{2}$. (C). $2|a|$. (D). $|a|$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ và $B(m; m-1; -4)$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để độ dài đoạn $AB = 3$.

- (A). $m = 2$ hoặc $m = 3$. (B). $m = 1$ hoặc $m = 4$.
(C). $m = 1$ hoặc $m = 2$. (D). $m = 3$ hoặc $m = 4$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 3 = 0$. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục Ox, Oz . Tính diện tích tam giác OMN .

- (A). $\frac{9}{4}$. (B). $\frac{9}{2}$. (C). $\frac{3}{2}$. (D). $\frac{3}{4}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa \vec{u}, \vec{v} bằng 45° .

- (A). $m = 2$. (B). $m = 2 \pm \sqrt{6}$. (C). $m = 2 - \sqrt{6}$. (D). $m = 2 + \sqrt{6}$.

Câu 14: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vectơ \vec{i} và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- (A). 120° . (B). 30° . (C). 60° . (D). 150° .

Câu 15: Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ \vec{u} và \vec{v} là

- (A). 120° . (B). 45° . (C). 135° . (D). 60° .

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ và $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- (A). $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; -2)$. (B). $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; 5; 3)$. (C). $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. (D). $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a} = (3; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-5; 2; -4)$ bằng

- (A). -15. (B). -10. (C). -7. (D). 15.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3; 0; 0)$, $B(0; 0; 4)$. Chu vi tam giác OAB bằng

- (A).14. (B). 7. (C). 6. (D). 12.

Câu 19: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 3; 0)$. Tính $[\vec{u}, \vec{v}]$.

- (A). $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; 2; -1)$. (B). $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; 1)$.
 (C). $[\vec{u}, \vec{v}] = (3; -2; -1)$. (D). $[\vec{u}, \vec{v}] = (-3; 2; 1)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (m; 1; 0)$, $\vec{b} = (2; m-1; 1)$, $\vec{c} = (1; m+1; 1)$. Tìm m để ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

- (A). $m = -2$. (B). $m = \frac{3}{2}$. (C). $m = -1$. (D). $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}(-3; 4; 0)$; $\vec{b}(5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa \vec{a} và \vec{b} bằng

- (A). $\frac{3}{13}$. (B). $\frac{5}{6}$. (C). $-\frac{5}{6}$. (D). $-\frac{3}{13}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2; -3; 1)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- (A). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1}{2\sqrt{7}}$. (B). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2\sqrt{7}}$. (C). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-3}{2\sqrt{7}}$. (D). $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Câu 23: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$. Tam giác ABC là tam giác gì?

- (A). Tam giác tù. (B). Tam giác vuông. (C). Tam giác đều. (D). Tam giác nhọn.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; -1; 0)$, $B(3; 1; -1)$. Điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là:

- (A). $M\left(0; -\frac{9}{4}; 0\right)$. (B). $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$. (C). $M\left(0; -\frac{9}{2}; 0\right)$. (D). $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; -1; 1)$. Tìm điểm C có hoành độ dương trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C .

- (A). $C(3; 0; 0)$. (B). $C(2; 0; 0)$. (C). $C(1; 0; 0)$. (D). $C(5; 0; 0)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.A	5.D	6.A	7.C	8.A	9.C	10.A
11.B	12.A	13.C	14.D	15.C	16.D	17.A	18.D	19.C	20.D
21.D	22.A	23.A	24.D	25.A					



FB: Duong Hung

Bài 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

☑ **Dạng ①:** Xác định tâm, bán kính, nhận dạng mặt cầu.

☒ **Lý thuyết cần nắm:**

①. **Dạng chính tắc:** $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$, có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R

②. **Dạng khai triển:** $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, đk: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$,
có tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

☞ **(A). Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 5$ là:

(A). $I(2;3;0)$, $R = \sqrt{5}$.

(B). $I(-2;3;0)$, $R = \sqrt{5}$.

(C). $I(2;3;1)$, $R = 5$.

(D). $I(2;-2;0)$, $R = 5$.

Lời giải

☞ **Chọn B**

- Mặt cầu có tâm $I(-2;3;0)$ và bán kính là $R = \sqrt{5}$.

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Tính bán kính R của (S) .

(A). 1.

(B). 9.

(C). 2.

(D). 3.

Lời giải

☞ **Chọn D**

- Giả sử phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)
- Ta có: $a = -2, b = 1, c = 0, d = -4$
- Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 3$.

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$.

Tìm tọa độ tâm I và bán kính mặt cầu (S) .

(A). $I(1;-2;2)$; $R = \sqrt{34}$.

(B). $I(-1;2;-2)$; $R = 5$.

(C). $I(-2;4;-4)$; $R = \sqrt{29}$.

(D). $I(1;-2;2)$; $R = 6$.

Lời giải

☞ **Chọn A**

- Từ pt có: $a = 1, b = -2, c = 2, d = -25$.
- Mặt cầu (S) tâm $I(1;-2;2)$; $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 + 25} = \sqrt{34}$.

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

B. Bài tập rèn luyện:

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là
- (A). $I(1;2;-3), R=2$. (B). $I(-1;-2;3), R=2$.
 (C). $I(1;2;-3), R=4$. (D). $I(-1;-2;3), R=4$.
- Câu 2:** Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- (A). $R = \sqrt{3}$. (B). $R = 3$. (C). $R = 9$. (D). $R = 3\sqrt{3}$.
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 16$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.
- (A). $I(-1;3;0); R=16$. (B). $I(-1;3;0); R=4$. (C). $I(1;-3;0); R=16$. (D). $I(1;-3;0); R=4$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- (A). $I(3;-2;4), R=25$. (B). $I(3;-2;4), R=5$.
 (C). $I(-3;2;-4), R=25$. (D). $I(-3;2;-4), R=5$.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 10 = 0$. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.
- (A). $I(1;-2;3), R=2$. (B). $I(-1;2;-3), R=2$.
 (C). $I(-1;2;-3), R=4$. (D). $I(1;-2;3), R=4$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 11 = 0$. Tìm tâm và bán kính của (S) là:
- (A). $I(2;-1;3), R=25$. (B). $I(-2;1;-3), R=5$.
 (C). $I(2;-1;3), R=5$. (D). $I(-2;1;-3), R=\sqrt{5}$.
- Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .
- (A). $I(2;-1;1)$ và $R=3$. (B). $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.
 (C). $I(2;-1;1)$ và $R=9$. (D). $I(-2;1;-1)$ và $R=9$.
- Câu 8:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$.
- (A). $\sqrt{5}$ (B). 5 (C). 2 (D). $\sqrt{6}$
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$. Tính bán kính của (S) .
- (A). 4 . (B). 16 . (C). 7 . (D). 5 .

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử tồn tại mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 2az + 6a = 0$. Nếu (S) có đường kính bằng 12 thì các giá trị của a là

- (A).** $a = -2; a = 8$. **(B).** $a = 2; a = -8$. **(C).** $a = -2; a = 4$. **(D).** $a = 2; a = -4$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.B	5.A	6.C	7.A	8.A	9.A	10.A
11.C	12.B	13.C	14.B	15.B	16.A	17.B	18.C	19.C	20.A

Dạng ②: Phương trình mặt cầu khi biết một số yếu tố cho trước

☒. Phương pháp: Xác định được tâm và bán kính, hoặc là các hệ số a, b, c, d

①. Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R thì có pt chính tắc là:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

②. Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$, đi qua điểm A .

- Tính bán kính $R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2}$

③. Mặt cầu có đường kính AB

- Tìm tọa độ tâm I (trung điểm của đoạn AB)

- Tính bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}{2}$

④. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, (hoặc là : Mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D có tọa độ cho trước)

- Gọi mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)
- Thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào pt mặt cầu, lập được hệ 4pt 4 ẩn a, b, c, d
- Kết luận pt mặt cầu

⑤. Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ Và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$

- Tính bán kính $R = d(I, (P)) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

- Viết pt mặt cầu : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

⑥. Mặt cầu có tâm $I(a; b; c)$ Và tiếp xúc với đường thẳng

$$(\Delta): \frac{x-x_0}{u_1} = \frac{y-y_0}{u_2} = \frac{z-z_0}{u_3}$$

- Xác định tọa độ điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và véc tơ chỉ phương $\vec{u}(u_1; u_2; u_3)$ của đt (Δ)

- Tính bán kính $R = d(I, (\Delta)) = \frac{|\overline{M_0 I, \vec{u}}|}{|\vec{u}|}$

- Viết phương trình mặt cầu: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

☞ (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và bán kính $R = 9$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

Ⓐ. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

Ⓑ. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9.$

Ⓒ. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 9.$

Ⓓ. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81.$

Lời giải

⇒ Chọn A

- Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và bán kính $R = 9$ nên (S)

có phương trình :

$$(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$$

🔗 PP nhanh trắc nghiệm

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -2; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính AB ?

Ⓐ. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$

Ⓑ. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$

Ⓒ. $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$

Ⓓ. $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$

Lời giải

⇒ Chọn A

- Phương trình mặt cầu đường kính AB suy ra tâm I là trung điểm AB suy ra $I(4; 0; 3)$.

- Bán kính $R = IA = \sqrt{(x_A - x_I)^2 + (y_A - y_I)^2 + (z_A - z_I)^2} = \sqrt{14}$.

- Vậy (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

- Từ đó suy ra (S): $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$.

🔗 PP nhanh trắc nghiệm

Câu 3: Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(1; 3; 0)$, $C(-1; 0; 3)$, $D(1; 2; 3)$. Tính bán kính R của (S).

Ⓐ. $R = 2\sqrt{2}$.

Ⓑ. $R = 3$.

Ⓒ. $R = 6$.

Ⓓ. $R = \sqrt{6}$.

Lời giải

⇒ Chọn D

- Giả sử phương trình mặt cầu

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$$

- Vì (S) đi qua 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(1; 3; 0)$, $C(-1; 0; 3)$, $D(1; 2; 3)$

nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -4a + d = -4 \\ -2a - 6b + d = -10 \\ 2a - 6c + d = -10 \\ -2a - 4b - 6c + d = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \\ d = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{0^2 + 1^2 + 1^2 - (-4)} = \sqrt{6}.$$

🔗 PP nhanh trắc nghiệm

- Casio

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$, $M(1; 2; 1)$. Mặt cầu tâm A đi qua M có phương trình là

Ⓐ. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1.$

Ⓑ. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 6.$

Ⓒ. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6.$

Ⓓ. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{6}.$

Lời giải

⇒ Chọn C

- Mặt cầu tâm A đi qua M suy ra bán kính:

$$R = AM = \sqrt{(1+1)^2 + (2-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{6}.$$

- Phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

PP nhanh trắc nghiệm

- Casio

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(-1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 4x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- (A). $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$. (B). $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}$.
 (C). $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$. (D). $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Lời giải

⇒ Chọn A

- Gọi (S) là mặt cầu tâm I , bán kính R và (S) tiếp xúc với $(P): 4x + y - z - 1 = 0$

- Ta có $d(I; (P)) = R \Rightarrow \frac{|4 \cdot (-1) + 2 - 3 - 1|}{\sqrt{4^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

- Vậy mặt cầu (S) có phương trình : $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$, chọn A.

PP nhanh trắc nghiệm

- Casio

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;1;1)$ và diện tích bằng 4π có phương trình là

- (A). $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. (B). $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
 (C). $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$. (D). $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Lời giải

⇒ Chọn D

- Gọi R là bán kính mặt cầu, suy ra diện tích mặt cầu là $4\pi R^2$.
- Theo đề bài mặt cầu có diện tích là 4π nên ta có $4\pi R^2 = 4\pi \Leftrightarrow R = 1$.

- Mặt cầu có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R = 1$ nên có phương trình: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Câu 7: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 7m^2 - 1 = 0$ là phương trình mặt cầu. Số phần tử của S là

- (A). 6. (B). 7. (C). 4. (D). 5.

PP nhanh trắc nghiệm

-

Lời giải

⇒ Chọn D

- Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 7m^2 - 1 = 0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow (m+2)^2 + 4m^2 + m^2 - (7m^2 - 1) > 0$
 $\Leftrightarrow -m^2 + 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 5 \Rightarrow$ có 5 giá trị nguyên thỏa mãn.

PP nhanh trắc nghiệm

-

B. Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; 2; -5)$, $B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

- A. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.
 C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$. D. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$. B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$, $M(1; 2; 1)$. Mặt cầu tâm A đi qua M có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 6$.
 C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{6}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và (S) đi qua điểm $A(3; 0; 2)$.

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.
 C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

- A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Phương trình của mặt cầu có đường kính AB với $A(2; 1; 0)$, $B(0; 1; 2)$ là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.
 C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 0; -1)$ và $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là.

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.
 C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$. D. $x+1^2 + y+1^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 9: Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -3)$ bán kính $R=2$ là:

- (A). $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$. (B). $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
 (C). $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$. (D). $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(5; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với (P) có phương trình là

- (A). $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$. (B). $(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
 (C). $(x+5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. (D). $(x+5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ và tiếp xúc với $mp(P)$ có phương trình: $2x - 2y - z + 3 = 0$ Bán kính của mặt cầu (S) là:

- (A). $R = \frac{2}{9}$. (B). $R = \frac{2}{3}$. (C). $R = \frac{4}{3}$. (D). $R = 2$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc $mp(P)$ có phương trình:

- (A). $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ (B). $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$;
 (C). $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ (D). $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- (A). $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. (B). $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$
 (C). $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. (D). $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O, A(1; 0; 0), B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; 4)$.

- (A). $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z = 0$. (B). $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z = 0$.
 (C). $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y - 4z = 0$. (D). $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $I(0; -3; 0)$. Viết phương trình của mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .

- (A). $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$. (B). $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.
 (C). $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 3$. (D). $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $I(0; -3; 0)$. Viết phương trình của mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) .

- (A). $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$. (B). $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.
 (C). $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 3$. (D). $x^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm $I(-3; 2; -4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz ?

- (A). $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 2$. (B). $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$.

Ⓒ. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 4$.

Ⓓ. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 16$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

Ⓐ. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

Ⓑ. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

Ⓒ. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Ⓓ. $\sqrt{14}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -4)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S) .

Ⓐ. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 25$.

Ⓑ. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 13$.

Ⓒ. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 25$.

Ⓓ. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 13$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc mặt phẳng (ABC) có bán kính R là

Ⓐ. $R = 3$.

Ⓑ. $R = \sqrt{3}$.

Ⓒ. $R = \frac{3}{2}$.

Ⓓ. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.C	5.B	6.D	7.D	8.D	9.A	10.A
11.D	12.C	13.C	14.C	15.D	16.D	17.C	18.C	19.A	20.A



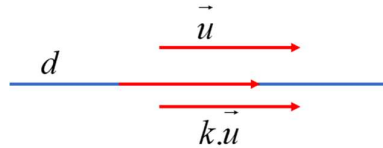
FB: Duong Hung

Bài 4: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

☑ **Dạng ①: Tìm một vtcp của đường thẳng**

⊗ **-Phương pháp:**

- ♦ Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$, \vec{u} có giá song song hoặc trùng với d
 $\Rightarrow \vec{u}$ là 1 VTCP của đường thẳng d



⊗ **-Chú ý:**

①. Nếu \vec{u} là một VTCP của đường thẳng d thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) là một VTCP của đường thẳng d

②. Nếu Δ có trình tham số của dạng:
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$$
 thì Δ có 1 VTCP là $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

③. Nếu $a_1a_2a_3 \neq 0$ thì $\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$ được gọi là phương trình chính tắc.

④. Nếu Δ có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d thì Δ có 1 VTCP là $\vec{a} = [\vec{u}_d, \vec{n}_P]$

👉 **Ⓐ. Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}?$$

- Ⓐ. $(2; -1; 3)$. Ⓑ. $(2; 1; 3)$. Ⓒ. $(1; -2; 0)$. Ⓓ. $(1; 2; 0)$.

Lời giải

➡ **Chọn A**

- Theo phương trình chính tắc của đường thẳng d thì ta thấy d có một vectơ chỉ phương là $(2; -1; 3)$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d song song với trục Oy . Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

- Ⓐ. $\vec{u}_1 = (2019; 0; 0)$. Ⓑ. $\vec{u}_2 = (0; 2021; 0)$.
 Ⓒ. $\vec{u}_3 = (0; 0; 2019)$. Ⓓ. $\vec{u}_4 = (2020; 0; 2020)$.

Lời giải

➡ **Chọn B**

- Vì đường thẳng d song song với trục Oy nên vectơ chỉ phương của d cùng phương với vectơ đơn vị $\vec{j} = (0; 1; 0)$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

- Vậy đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (0; 2021; 0)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ song song với đường thẳng

$$(d) : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Một véc tơ chỉ phương của } \Delta \text{ là}$$

- A. $\vec{a} (2; 0; -6)$. B. $\vec{b} (-1; 1; 3)$. C. $\vec{v} (2; 1; -1)$. D. $\vec{u} (1; 0; 3)$.

Lời giải

➔ **Chọn A**

- Theo phương trình tham số của đường thẳng Δ thì ta thấy Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{a} (2; 0; -6)$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng qua hai điểm $M(-2; 1; 2)$, $N(3; -1; 0)$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. B. $\vec{u} = (5; -2; -2)$. C. $\vec{u} = (-1; 0; 2)$. D. $\vec{u} = (5; 0; 2)$

Lời giải

➔ **Chọn B**

- Đường thẳng đi qua hai điểm $M(-2; 1; 2)$ và $N(3; -1; 0)$ nhận $\vec{MN} = (5; -2; -2)$ làm một VTCP.
- Vậy $\vec{u} = (5; -2; -2)$ cũng là một VTCP của đường thẳng đã cho.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

👉 **B. Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có véc tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -1; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; -2; -3)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha) : x + 2z + 3 = 0$. Một véc tơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{a} (1; 0; 2)$. B. $\vec{b} (2; -1; 0)$. C. $\vec{v} (1; 2; 3)$. D. $\vec{u} (2; 0; -1)$.

Câu 3: Véc tơ nào là véc tơ chỉ phương của đường thẳng $d : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$?

- A. $\vec{u} = (2; -6; 1)$. B. $\vec{u} = (4; -6; 2)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 2)$. D. $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ

phương của d ?

- A. $\vec{u} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{u} = (1; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (-1; -2; 1)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

- (A) $\vec{n} = (1; -2; 1)$. (B) $\vec{n} = (1; 2; 1)$. (C) $\vec{n} = (-1; -2; 1)$. (D) $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+(m-1)t \\ z=3-t \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để d có thể viết được dưới dạng chính tắc?

- (A) $\forall m \in R$. (B) $m \neq -1$. (C) $m \neq 1$. (D) $m = 1$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) vuông góc với mặt phẳng (P): $2x - 3z + 5 = 0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là

- (A) $\vec{u} = (2; -3; 5)$. (B) $\vec{u} = (2; 0; -3)$. (C) $\vec{u} = (2; -3; 0)$. (D) $\vec{u} = (2; 0; 3)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$; $B(3; 2; -8)$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

- (A) $\vec{u} = (1; 2; -4)$. (B) $\vec{u} = (2; 4; 8)$. (C) $\vec{u} = (-1; 2; -4)$. (D) $\vec{u} = (1; -2; -4)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$; $\vec{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

- (A) $\vec{u} = (2; 5; -1)$. (B) $\vec{u} = (2; 3; -5)$. (C) $\vec{u} = (-2; -5; -1)$. (D) $\vec{u} = (2; 5; -9)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(3; -2; 0)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là

- (A) $\vec{u} = (1; 2; -1)$. (B) $\vec{u} = (2; -4; 2)$. (C) $\vec{u} = (2; 4; -2)$. (D) $\vec{u} = (-1; 2; 1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vectơ $\vec{u} = (a; 2; b)$ là vectơ chỉ phương. Tính $a + b$.

- (A) -8 . (B) 8 . (C) 4 . (D) -4 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.D	5.D	6.C	7.B	8.A	9.A	10.D	11.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

☑ **Dạng ②: Viết PT đường thẳng**

☒ **Phương pháp:**

- ①. Xác định một điểm cố định $M_0(x_0; y_0; z_0)$ thuộc Δ .
- ②. Xác định một vectơ chỉ phương $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$ của Δ .
- ③. *Viết PT đường thẳng:*

- Phương trình tham số của Δ có dạng:
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
- Phương trình chính tắc của Δ có dạng:
$$\frac{x-x_0}{a_1} = \frac{y-y_0}{a_2} = \frac{z-z_0}{a_3}$$

($a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \neq 0$)

☞ **(A). Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}$. Phương trình chính

tắc của d là

Ⓐ. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

Ⓑ. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

Ⓒ. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{5}$.

Ⓓ. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

Lời giải

☞ **Chọn D**

• Ta có: $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x-2}{2} \\ t = \frac{y}{-3} \\ t = \frac{z+3}{5} \end{cases}$.

- Do đó phương trình chính tắc của d là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số là

Ⓐ. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

Ⓑ. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Ⓒ. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

Ⓓ. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$.

Lời giải

☞ **Chọn B**

- Trục Ox đi qua $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{i} = (1;0;0)$ làm vectơ chỉ

phương nên có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$
.

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -4)$ là

(A). $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$.

(B). $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{3}$.

(C). $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{-4}$.

(D). $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Lời giải

⇒ **Chọn D**

- Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$ với $a.b.c \neq 0$ là

$$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} \text{ nên phương trình đường thẳng cần tìm là}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-4}.$$

↪ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 4: Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

(A). $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$.

(B). $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$.

(C). $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$.

(D). $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$.

Lời giải

⇒ **Chọn D**

- Ta có $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_{(P)} = (2; 2; 1).$$

$(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (2; -1; 2)$.

- Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là \vec{u}_d .

Do đường thẳng d song song với (P) và (Q) nên

$$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Q)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (5; -2; -6).$$

- Mặt khác đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương

$\vec{u}_d = (5; -2; -6)$ nên phương trình chính tắc của d là

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$$

↪ **PP nhanh trắc nghiệm**

↪ **(B). Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $E(-1; 0; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; 1; -7)$. Phương trình của đường thẳng d là

(A). $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$.

(B). $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.

(C). $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-3}$.

(D). $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

(A).
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

(B).
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

(C).
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

(D).
$$\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trục Oy có phương trình là

(A). $y = 0$

(B).
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

(C). $x = 0$

(D).
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $I(1; -1; -1)$ và nhận $\vec{u}(-2; 3; -5)$ là véc tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

(A).
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{5}.$$

(B).
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}.$$

(C).
$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-5}.$$

(D).
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{5}.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của Δ là

(A).
$$\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

(B).
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

(C).
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 + t \end{cases}$$

(D).
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng qua điểm $A(1; 1; -1)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ là

(A).
$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}.$$

(B).
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}.$$

(C).
$$\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

(D).
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}.$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình trục Oy ?

(A).
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

(B).
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$

(C).
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

(D).
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1; 2; -3)$ nhận vectơ $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

(A).
$$\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}.$$

(B).
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}.$$

(C).
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}.$$

(D).
$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{1}.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$.

$$\textcircled{A}. \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=1-2t \end{cases} \quad \textcircled{B}. \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3-2t \end{cases} \quad \textcircled{C}. \begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=-2+3t \end{cases} \quad \textcircled{D}. \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-2-3t \end{cases}$$

Câu 10: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là

$$\textcircled{A}. \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}. \quad \textcircled{B}. \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}.$$

$$\textcircled{C}. \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}. \quad \textcircled{D}. \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-y+2z-1=0$ là

$$\textcircled{A}. \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}. \quad \textcircled{B}. \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}.$$

$$\textcircled{C}. \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}. \quad \textcircled{D}. \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}.$$

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;5)$ và $B(3;1;1)$?

$$\textcircled{A}. \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{5}. \quad \textcircled{B}. \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-5}{5}.$$

$$\textcircled{C}. \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-4}. \quad \textcircled{D}. \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-4}.$$

Câu 13: Trong không gian cho $A(1;2;3)$ và $B(2;-1;2)$. Đường thẳng đi qua hai điểm AB có phương trình là

$$\textcircled{A}. \begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-3-t \end{cases} \quad \textcircled{B}. \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}. \quad \textcircled{C}. \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}. \quad \textcircled{D}. \begin{cases} x=3+2t \\ y=-4-6t \\ z=1-2t \end{cases}$$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;-4;-5)$ là

$$\textcircled{A}. \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-5}. \quad \textcircled{B}. \begin{cases} x=1+t \\ y=-4+2t \\ z=-5+3t \end{cases}$$

$$\textcircled{C}. \frac{x-1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+5}{3}. \quad \textcircled{D}. \begin{cases} x=1-t \\ y=2+4t \\ z=3+5t \end{cases}$$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oz có phương trình là

$$\textcircled{A}. \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases} \quad \textcircled{B}. \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases} \quad \textcircled{C}. \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \quad \textcircled{D}. \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$$

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$ là

(A) $d: \begin{cases} x=0 \\ y=3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=2t \end{cases}$

(B) $d: \begin{cases} x=1 \\ y=3 \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=2 \end{cases}$

(C) $d: \begin{cases} x=t \\ y=3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=2t \end{cases}$

(D) $d: \begin{cases} x=-t \\ y=-2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z=-3t \end{cases}$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-3+5t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$. Khi

đó phương trình chính tắc của d là

(A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$

(B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$

(C) $x-2 = y = z-3$

(D) $x+2 = y = z-3$

Câu 18: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $I(0; -1; 2)$ và nhận $\vec{u} = (3; 0; -1)$ là vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

(A) $\begin{cases} x=3t \\ y=-1 \\ z=2+t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x=3 \\ y=-t \\ z=-1+2t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=3t \\ y=-1 \\ z=2-t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x=3t \\ y=1 \\ z=2-t \end{cases}$

Câu 19: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

(A) $\begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=-2+3t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-2+3t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=1-t \end{cases}$

Câu 20: Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

(A) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-3t \\ z=2+t \end{cases}$

Câu 21: Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+1=0$, $(Q): 2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$

(B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$

(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$

(D) $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có dạng

(A) $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$

(B) $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$

(C) $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$

(D) $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$, $(Q): 2x + y + 3 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm M đồng thời song song với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

(A). $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.
 (B). $d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 4 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.
 (C). $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.
 (D). $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;4;-1)$, $B(2;4;3)$, $C(2;2;-1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

(A). $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.
 (B). $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.
 (C). $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.
 (D). $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{-2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) .

(A). $\frac{x}{5} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+1}{2}$.
 (B). $\frac{x}{-5} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-1}{2}$.
 (C). $\frac{x}{-5} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+1}{2}$.
 (D). $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 26: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + z = 0$ và $(\beta): x + y - z + 4 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

(A). $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.
 (B). $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.
 (C). $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.
 (D). $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;1;2)$, $B(1;-1;0)$ là

(A). $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$.
 (B). $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
 (C). $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.
 (D). $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$.

Câu 28: Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2

(A). $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
 (B). $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.
 (C). $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.
 (D). $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 29: Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2

(A). $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
 (B). $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3=0$. Đường thẳng Δ qua $A(1;2;-3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-3+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-3 \end{cases}$

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1.B	2.B	3.B	4.C	5.B	6.D	7.D	8.D	9.A	10.B
11.D	12.C	13.D	14.D	15.B	16.C	17.A	18.C	19.C	20.A
21.D	22.D	23.A	24.A	25.B	26.C	27.D	28.C	29.C	30.D

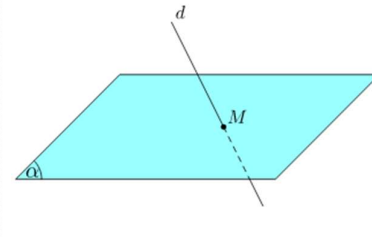
☑ Dạng ③: Tìm điểm thuộc đường thẳng và giao điểm của đt và mặt phẳng.

☞ **Phương pháp:**

①. Phương trình tham số của d : $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

• Điểm $M \in d \Leftrightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$.

②. $M \in (P) \Leftrightarrow A(x_0 + at) + B(y_0 + bt) + C(z_0 + ct) + D = 0$
từ đó suy ra t rồi suy ra tọa độ giao điểm M



☞ **①. Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(-1; 0; 2)$. B. $N(2; 3; 1)$. C. $P(1; 0; 2)$. D. $Q(1; 0; -2)$.

Lời giải

☞ **Chọn D**

- Đường thẳng d qua điểm $Q(1; 0; -2)$.

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$

Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d .

- A. $M(1; -1; -5)$. B. $M(1; -1; 3)$. C. $M(3; -2; -1)$. D. $M(5; -3; 3)$.

Lời giải

☞ **Chọn B**

- Thử đáp án A ta được: $\frac{1-3}{2} = \frac{-1+2}{-1} = \frac{-5+1}{4} = -1$. Suy ra M thuộc đường thẳng d .

- Thử đáp án B ta được: $\frac{1-3}{2} = \frac{-1+2}{-1} \neq \frac{3+1}{4}$. Suy ra M không thuộc đường thẳng d .

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

- Thử đáp án C ta được: $\frac{3-3}{2} = \frac{-2+2}{-1} = \frac{-1+1}{4} = 0$. Suy ra M thuộc đường thẳng d .
- Thử đáp án D ta được: $\frac{5-3}{2} = \frac{-3+2}{-1} = \frac{3+1}{4} = 1$. Suy ra M thuộc đường thẳng d .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-5=0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

- (A). (2;1;-1). (B). (3;-1;-2). (C). (1;3;-2). (D). (1;3;2)

Lời giải

⇒ **Chọn D**

• Xét hệ:
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2t \\ x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 - t + 2(1 + 2t) - 2t - 5 = 0$$

⇔ $t = 1 \Rightarrow A(1;3;2)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 7 = 0$ có tọa độ là

- (A). (3;-1;0) (B). (0;2;-4) (C). (6;-4;3) (D). (1;4;-2)

Lời giải

⇒ **Chọn A**

• Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases}$

• Tọa độ giao điểm của d và (P) là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \\ 2x - y - z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \\ 2(3 + t) + 1 + t - 2t - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \\ z = 0 \\ t = 0 \end{cases}$$

• Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là: (3;-1;0)

⇒ **(B). Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A). $M(-1; 0; 2)$. (B). $N(2; 3; 1)$. (C). $P(1; 0; 2)$. (D). $Q(1; 0; -2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$

Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d .

- (A). $M(1; -1; -5)$. (B). $M(1; -1; 3)$. (C). $M(3; -2; -1)$. (D). $M(5; -3; 3)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 1)$. Đường thẳng nào sau đây đi qua A ?

⇒ **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio:** Solve

⇒ **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio:** Solve

(A). $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$.

(B). $\frac{x+3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$.

(C). $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

(D). $\frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

(A). $P(7;2;1)$. (B). $Q(-2;-4;7)$. (C). $N(4;0;-1)$. (D). $M(1;-2;3)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Trong các điểm dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng Δ ?

(A). $(1;4;-5)$. (B). $(-1;-4;3)$. (C). $(2;1;1)$. (D). $(-5;-2;-8)$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây **KHÔNG** thuộc đường thẳng d ?

(A). $M(3;-2;-4)$. (B). $N(1;-1;-2)$. (C). $P(-1;0;0)$. (D). $Q(-3;1;-2)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

(A). $M(2;1;-2)$. (B). $P(4;1;-4)$. (C). $Q(3;1;-5)$. (D). $N(0;1;4)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(-1;1;0)$ thuộc đường thẳng nào dưới đây?

(A). $d_3: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

(B). $d_1: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

(C). $d_4: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

(D). $d_2: \frac{x-3}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$?

(A). $M(0;1;1)$. (B). $N(2;1;2)$. (C). $P(2;-1;-2)$. (D). $Q(2;-2;-1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A). $(1;2;3)$. (B). $(2;2;-1)$. (C). $(-1;-2;-3)$. (D). $(2;-2;-1)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Tọa độ điểm M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$:

(A). $M(5;-1;-3)$. (B). $M(1;0;1)$. (C). $M(2;0;-1)$. (D). $M(-1;1;1)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

- Ⓐ. (1; 0; 1). Ⓑ. (0; 0; -2). Ⓒ. (1; 1; 6). Ⓓ. (12; 9; 1).

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-5=0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là

- Ⓐ. (2; 1; -1). Ⓑ. (3; -1; -2). Ⓒ. (1; 3; -2). Ⓓ. (1; 3; 2).

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

- Ⓐ. (-3; 2; 0). Ⓑ. (3; -2; 0). Ⓒ. (-1; 0; 0). Ⓓ. (1; 0; 0).

Câu 15: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+7=0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; -1)$ là hình chiếu vuông góc của (A) trên (P) . Tổng $a+b$ bằng

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 3. Ⓒ. -1. Ⓓ. -3.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

- Ⓐ. (0; 1; 3). Ⓑ. (2; 3; 3). Ⓒ. (5; 6; 8). Ⓓ. (1; -2; 0).

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=4-2t \\ y=-3+t \\ z=1-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- Ⓐ. (4; -3; 0). Ⓑ. (2; -2; 0). Ⓒ. (0; -1; -1). Ⓓ. (-2; 0; -2).

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=2t \end{cases}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ là

- Ⓐ. $M(3; -1; 2)$. Ⓑ. $H(11; -17; 18)$. Ⓒ. $N(1; 3; -2)$. Ⓓ. $K(2; 1; 0)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -2; 3)$, $B(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Tọa độ giao điểm C của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là

- Ⓐ. $C(2; 0; -1)$. Ⓑ. $C(1; 1; -1)$. Ⓒ. $C(0; 2; -1)$. Ⓓ. $C(2; -1; 0)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-5=0$. Tọa độ giao điểm A của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

- Ⓐ. (3; 0; -1). Ⓑ. (0; 3; 1). Ⓒ. (0; 3; -1). Ⓓ. (-1; 0; 3).

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.A	5.B	6.D	7. B	8.D	9.D	10.A
11.D	12.B	13.D	14.D	15.A	16.B	17.B	18.A	19.A	20.C

Full Chuyên
đề 12 new
2020-2021

CHƯƠNG ③: PP TỌA ĐỘ TRONG KG OXYZ



FB: Duong Hung

Bài 5: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT PHẪNG VÀ ĐƯỜNG THẲNG

☑ Dạng ①: Vị trí tương đối của 2 mặt phẳng.

① - Lý thuyết cơ bản:

• Cho 2 mặt phẳng $(P): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(Q): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$
 (P) có VTPT $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và (Q) có VTPT $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$.

①. Nếu $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$ thì $(P) // (Q)$.

②. Nếu $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$ thì $(P) \equiv (Q)$.

③. Nếu \vec{n}_1 và \vec{n}_2 không cùng phương thì $(P), (Q)$ cắt nhau (chưa chắc đã vuông góc).

④. Nếu $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$ thì $(P) \perp (Q)$ (hiển nhiên chúng cắt nhau).

② - Phương pháp:

①. Lập tỉ số các vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$ và $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$

②. Tính $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2$

③. Nếu $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ thì $(P) \perp (Q)$

👉 (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (Q) cắt và không vuông góc với (P) .

B. $(Q) \perp (P)$.

C. (Q) song song với (P) .

D. $(Q) \equiv (P)$.

Lời giải

☛ Chọn A

• $\vec{n}_p = (1; -2; 1), \vec{n}_q = (3; -3; 2)$

• Ta có: $\frac{1}{3} \neq \frac{-2}{-3} \Rightarrow (P)$ và (Q) cắt nhau

• Xét: $\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 2 = 11 \neq 0$

$\Rightarrow (P)$ và (Q) cắt và không vuông góc nhau

👉 PP nhanh trắc nghiệm

• Quan sát nhanh tỷ số

• Tính tích vô hướng

$$\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 1 \cdot 3 - 2 \cdot (-3) + 1 \cdot 2 = 11 \neq 0$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y - 6z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y + mz + 1 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song

- A. $m = 3$. B. $m = -3$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

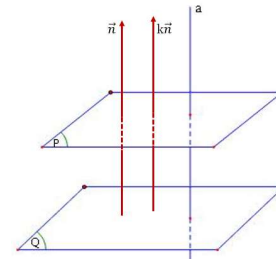
Lời giải

⇒ Chọn B

- (P) có vtpt $\vec{n}_p = (2; 4; -6)$
- (Q) có vtpt $\vec{n}_q = (1; 2; m)$
- 2 mặt phẳng song song suy ra \vec{n}_p, \vec{n}_q cùng phương.
 $\Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{-6}{m} \Rightarrow m = -3$

PP nhanh trắc nghiệm

• Casio



Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 5x - 2y + z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 3y + mz + 11 = 0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc nhau.

- A. $m = -11$. B. $m = 1$. C. $m = 11$. D. $m = -1$.

Lời giải

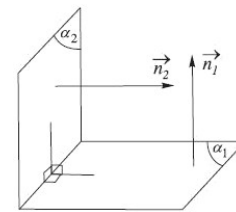
⇒ Chọn C

- (P) có vtpt $\vec{n}_p = (5; -2; 1)$
- (Q) có vtpt $\vec{n}_q = (1; -3; m)$
- 2 mp vuông góc nhau khi $\vec{n}_p \perp \vec{n}_q \Leftrightarrow \vec{n}_p \cdot \vec{n}_q = 0$
 $5 \cdot 1 + (-2)(-3) + 1 \cdot m = 0 \Rightarrow m = -11$

PP nhanh trắc nghiệm

• Casio

$$5 \cdot 1 + (-2)(-3) + 1 \cdot m = 0 \xrightarrow{\text{Shift+Cal}} m = -11$$



📌 (B). Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m = 1$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. Không tồn tại m .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(\alpha) // (Oxy)$. B. $(\alpha) // Oz$. C. $Oz \subset (\alpha)$. D. $(\alpha) \perp Oz$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2z - 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(\alpha) \equiv (Oxy)$. B. $(\alpha) // Oz$. C. $Oz \subset (\alpha)$. D. $(\alpha) \perp Oz$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (Oxz) ?

- A. $(P): x - 3 = 0$. B. $(Q): y - 2 = 0$. C. $(R): z + 1 = 0$. D. $(S): x + z + 3 = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

- A. $m = -2$. B. không tồn tại m . C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$. Hỏi đường thẳng d song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng có phương trình dưới đây?

- A. $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$. B. $(\beta): x + y - 2z + 9 = 0$.

C. $(\gamma): 5x - 3y + z - 2 = 0$.

D. $(\delta): 5x - 3y + z - 9 = 0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) // (Oxy)$.

B. $(\alpha) // Oz$.

C. $Oz \subset (\alpha)$.

D. $Oy \subset (\alpha)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau:

A. (P) đi qua gốc tọa độ O .

B. (P) song song với (Oxy) .

C. (P) vuông góc với trục Oz .

D. (P) song song với trục Oy .

Câu 9: Ba mặt phẳng $x + 2y - z - 6 = 0$, $2x - y + 3z + 13 = 0$, $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm M . Tọa độ của M là:

A. $M(-1; 2; -3)$.

B. $M(1; -2; 3)$.

C. $M(-1; -2; 3)$.

D. $M(1; 2; 3)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 3y + (2m + 3)z - 2 = 0$. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = 2$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y + mz - 2 = 0$ và $(Q): x + ny + 2z + 8 = 0$ song song với nhau. Giá trị của m và n lần lượt là

A. 4 và $\frac{1}{4}$.

B. 4 và $\frac{1}{2}$.

C. 2 và $\frac{1}{2}$.

D. 2 và $\frac{1}{4}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$. Tìm giá trị của các tham số m, n để (P) và (Q) song song.

A. $m = -4, n = 3$.

B. $m = 4, n = 3$.

C. $m = -4, n = 4$.

D. $m = 4, n = -4$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$; $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$

Vị trí tương đối của $(P) \& (Q)$ là

A. song song.

B. cắt nhưng không vuông góc.

C. vuông góc.

D. trùng nhau.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x - y + mz - m + 1 = 0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(\alpha) \perp (\beta)$ là

A. -1 .

B. 0 .

C. 1 .

D. -4 .

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu số thực m để mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$ song song với mặt phẳng $(Q): 2x + (m + 2)y - 2mz - m = 0$?

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng

$(P): 2x + by + 4z - 3 = 0$ và $(Q): ax + 3y - 2z + 1 = 0$, $(a, b \in \mathbb{R})$.

Với giá trị nào của a và b thì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

A. $a = 1; b = -6$.

B. $a = -1; b = -6$.

C. $a = -\frac{3}{2}; b = 9$.

D. $a = -1; b = 6$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x - y - z - 2 = 0$.

B. $x - y - z - 2 = 0$.

C. $x + y + z - 2 = 0$.

D. $2x + y + z - 2 = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.D	5.B	6.A	7.C	8.D	9.A	10.B
11.B	12.D	13.A	14.A	15.B	16.B	17.B			

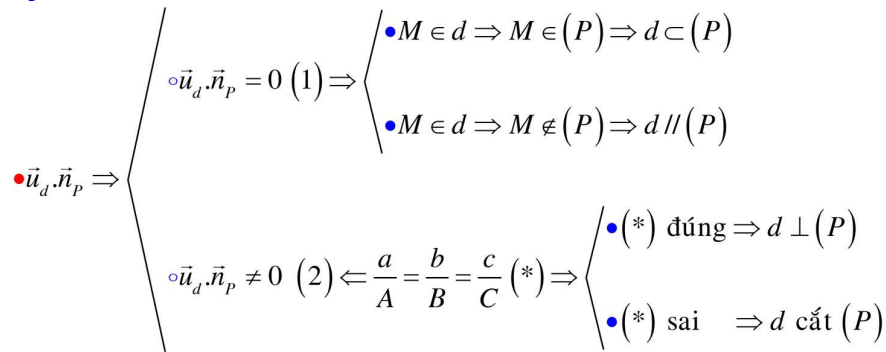
☑ Dạng ②: Vị trí tương đối của mặt phẳng và đường thẳng

☒ Lý thuyết cần nắm:

• Cho đường thẳng d qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (A; B; C)$. Ta có:

- ①. $d // (P)$ nếu $\vec{u}_d \perp \vec{n}_p$ và không có điểm chung.
- ②. $d \equiv (P)$ nếu $\vec{u}_d \perp \vec{n}_p$ và có điểm chung.
- ③. $d \perp (P)$ nếu $\vec{u}_d = k \cdot \vec{n}_p$.

⇒ Sơ đồ tư duy:



☒ (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
 C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

Lời giải

⇒ Chọn A

- Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1; 0; 5)$ có vtcp $\vec{u} = (1; -3; -1)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (3; -3; 2)$.
- $M \notin (P) \Rightarrow$ loại đáp án D.
- \vec{n}, \vec{u} không cùng phương \Rightarrow loại đáp án B.
- $\vec{n} \cdot \vec{u} = 10 \Rightarrow \vec{n}, \vec{u}$ không vuông góc \Rightarrow loại đáp án C.

☒ PP nhanh trắc nghiệm
 • Casio

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình:

$$\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}. \text{ Xét mặt phẳng } (P): 10x + 2y + mz + 11 = 0, m \text{ là tham số thực. Tìm}$$

tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -52$. D. $m = 52$.

Lời giải

⇒ Chọn B

☒ PP nhanh trắc nghiệm

- Đường thẳng $\Delta: \frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 1; 1)$.
- Mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (10; 2; m)$
- (P) vuông góc với đường thẳng Δ khi \vec{u} phải cùng phương với $\vec{n} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vị trí tương đối của $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(P): x - 3y + z - 1 = 0 \text{ là}$$

- A. $d // (P)$. B. $d \subset (P)$. C. $d \perp (P)$. D. d cắt (P) .

Lời giải

☞ Chọn D

- Ta có đường thẳng d đi qua $M(3; -2; 0)$ có vtcp $\vec{u} = (1; -3; -2)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (1; -3; 1)$.
- Ta có: $\vec{u}_d \cdot \vec{n}_p = 1 \cdot 1 + (-3) \cdot (-3) + (-2) \cdot 1 = 8 \neq 0$
- Xét: $\frac{1}{1} = \frac{-3}{-3} \neq \frac{1}{-2} \rightarrow d$ cắt (P) .

☞ PP nhanh trắc nghiệm

☞ (B). Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng

$$(\alpha): x + 2z + 3 = 0. \text{ Một vectơ chỉ phương của } \Delta \text{ là}$$

- A. $\vec{b} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{v} = (1; 2; 3)$. C. $\vec{a} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{u} = (2; 0; -1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(2; 0; -1)$. B. $M(5; -1; -3)$. C. $M(1; 0; 1)$. D. $M(-1; 1; 1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm M nhận vectơ \vec{a} làm vectơ chỉ phương và đường thẳng d' đi qua điểm M' nhận vectơ \vec{a}' làm vectơ chỉ phương. Điều kiện để đường thẳng d song song với đường thẳng d' là

- A. $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}$ B. $\begin{cases} \vec{a} = k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \in d' \end{cases}$ C. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{a}' \\ M \in d' \end{cases}$ D. $\begin{cases} \vec{a} \neq k\vec{a}', (k \neq 0) \\ M \notin d' \end{cases}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 5 = 0$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $d // (\alpha)$. B. $d \subset (\alpha)$.
C. d cắt (α) và d không vuông góc với (α) . D. $d \perp (\alpha)$.

- Câu 5:** Tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ là
A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M là giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$ với mặt phẳng $(P): x-y-z-4=0$.
A. $M(1;-2;0)$. **B.** $M(4;0;0)$. **C.** $M(3;0;-1)$. **D.** $M(2;-1;-1)$.
- Câu 7:** Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ nằm trong mặt phẳng $mx+ny+3z+3=0$. Tổng $m+n$ bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-5=0$. Tọa độ giao điểm của d và (P) là
A. $(2;1;-1)$. **B.** $(3;-1;-2)$. **C.** $(1;3;-2)$. **D.** $(1;3;2)$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. d cắt và không vuông góc với (P) . **C.** d song song với (P) .
B. d vuông góc với (P) . **D.** d nằm trong (P) .
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Hỏi d song song với mặt phẳng nào dưới đây?
A. $x+y+3z+4=0$. **B.** $x+2y+4z+7=0$. **C.** $3x+y+7z+5=0$. **D.** $3x+y+4z+5=0$.
- Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(P): x+my+(m^2-1)z-7=0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .
A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $\begin{cases} m=-1 \\ m=2 \end{cases}$. **D.** $m=2$.
- Câu 12:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) là
A. $\{2\}$. **B.** $\{1;2\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** \emptyset .
- Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+3y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d vuông góc mặt phẳng (P) .
A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

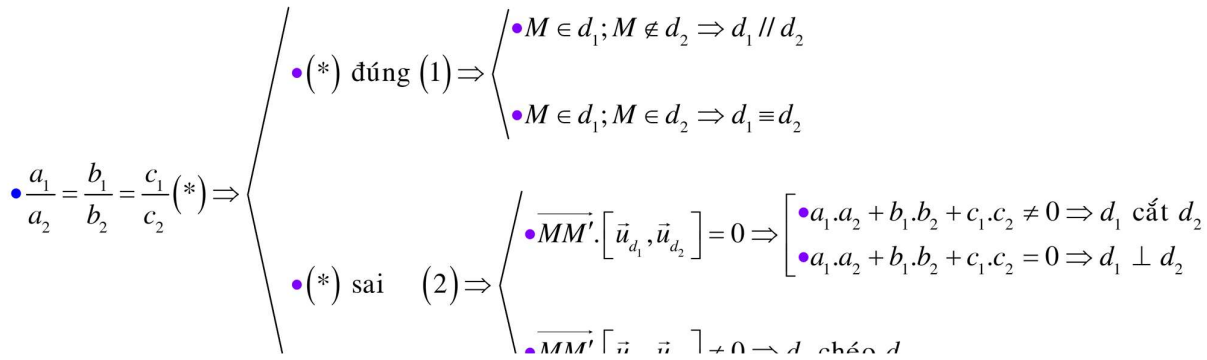
☑ Dạng ③: Vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường thẳng

☒ Lý thuyết cần nắm:

①. Phương pháp: Cho đường thẳng d_1 qua điểm $M(x_1; y_1; z_1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1} = (a_1; b_1; c_1)$ và d_2 qua điểm $M'(x_2; y_2; z_2)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2} = (a_2; b_2; c_2)$.

- ①. $d_1 // d_2$ nếu $\vec{u}_{d_1} = k \cdot \vec{u}_{d_2}$ và có không có điểm chung.
- ②. $d_1 \equiv d_2$ nếu $\vec{u}_{d_1} = k \cdot \vec{u}_{d_2}$ và có một điểm chung.
- ③. d_1 cắt d_2 nếu \vec{u}_{d_1} không song song \vec{u}_{d_2} và $\overline{MM'} \cdot [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = 0$.
- ④. d_1 chéo d_2 nếu \vec{u}_{d_1} không song song \vec{u}_{d_2} và $\overline{MM'} \cdot [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] \neq 0$.

②. Sơ đồ tư duy:



☒ (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vị trí tương đối của đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-3}$

và đường thẳng $d_2: \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{-1}$ là

- A. cắt nhau. B. song song. C. chéo nhau. D. trùng nhau.

Lời giải

☞ Chọn A

- d_1 qua $M_1(-1; 1; -1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1} = (2; 1; -3)$.
 - d_2 qua $M_2(-3; -2; -2)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2} = (2; 2; -1)$.
 - \vec{u}_{d_1} không cùng phương \vec{u}_{d_2} .
 - $\overline{M_1M_2} = (-2; -3; -1)$, $[\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (5; -4; 2)$
 - Ta có: $\overline{M_1M_2} \cdot [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = -2 \cdot 5 + (-3) \cdot (-4) + (-1) \cdot 2 = 0$.
- $\Rightarrow d_1$ đồng phẳng d_2 .

☞ PP nhanh trắc nghiệm

- **Casio:** Kết hợp với sơ đồ tư duy.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vị trí tương đối của $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = t' \\ z = 0 \end{cases}$ là

- A. trùng nhau. B. cắt nhau. C. song song. D. chéo nhau.

Lời giải

☞ Chọn D

- d_1 qua $M_1(0; 0; 4)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1} = (2; 1; 0)$.
- d_2 qua $M_2(3; 0; 0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2} = (-1; 1; 0)$.

☞ PP nhanh trắc nghiệm

\vec{u}_{d_1} không cùng phương \vec{u}_{d_2} .

• $\overline{M_1M_2} = (3; 0; -4)$, $[\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (0; 0; 3)$

• Ta có: $\overline{M_1M_2} \cdot [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}] = (-4) \cdot 3 \neq 0$.

$\Rightarrow d_1$ chéo d_2 . Chọn D

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vị trí tương đối của $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và

$d_2: \frac{x+6}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ là

A. trùng nhau. B. cắt nhau. C. song song. D. chéo nhau.

Lời giải

PP nhanh trắc nghiệm

☛ Chọn C

• d_1 qua $M_1(1; 0; -1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1} = (3; 2; -1)$.

• d_2 qua $M_2(-6; -1; 0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2} = (-3; -2; 1)$.

\vec{u}_{d_1} và \vec{u}_{d_2} cùng phương.

• Thay điểm $M_1(1; 0; -1)$ vào $d_2: \frac{1+6}{-3} \neq \frac{0+1}{-2} \neq \frac{-1}{1}$.

• Suy ra $M_1(1; 0; -1) \notin d_2$.

$\Rightarrow d_1 // d_2$.

☛ (B). Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$. Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

A. chéo nhau. B. cắt nhau. C. trùng nhau. D. song song.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{1}$ và

$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-7}{-3}$. Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

A. cắt nhau. B. trùng nhau. C. chéo nhau. D. song song.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 - 4t \end{cases}$ và

$d_2: \frac{x+4}{6} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+5}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d_1 song song d_2 . B. d_1 và d_2 chéo nhau.
C. d_1 cắt và vuông góc với d_2 . D. d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau.

Câu 4: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$; $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{2}$. Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

A. chéo nhau. B. trùng nhau. C. cắt nhau. D. song song.

Câu 5: Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$. Khẳng định nào sau là đúng?

A. $d_1 // d_2$. B. $d_1 \equiv d_2$. C. d_1, d_2 chéo nhau. D. d_1 cắt d_2 .

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $d_2: \frac{x+3}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+5}{1}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng là

A. song song. B. chéo nhau. C. trùng nhau. D. cắt nhau.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$; ($t, t' \in \mathbb{R}$).

Tìm a để hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau.

A. $a = 0$. B. $a = 1$. C. $a = -1$. D. $a = 2$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 \end{cases}$ và đường thẳng

$\Delta': \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = -3 \end{cases}$. Vị trí tương đối của Δ và Δ' là

A. $\Delta // \Delta'$. B. $\Delta \equiv \Delta'$. C. Δ cắt Δ' . D. Δ và Δ' chéo nhau.

Câu 9: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Đường thẳng nào sau đây song song với d ?

A. $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

B. $\Delta: \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

D. $\Delta: \frac{x-3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{-2}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 2 - 2t' \end{cases}$. Mệnh đề nào

sau đây đúng?

A. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

B. Hai đường thẳng d và d' song song.

C. Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.

D. Hai đường thẳng d và d' trùng nhau.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. C	4. A	5. A	6. D	7. A	8. B	9. B	10. B
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

Full Chuyên
đề 12 new
2020-2021

CHƯƠNG ③: PP TỌA ĐỘ TRONG KG OXYZ



FB: Duong Hung

Bài 6: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VỚI MP VÀ ĐT

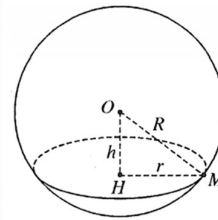
☑ Dạng ①: Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng

① - **Lý thuyết cơ bản**: Cho mặt cầu

$$(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \text{ tâm } I(a;b;c) \text{ bán kính } R$$

và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$.

⇒ Khi đó ta có:



①. Nếu $d(I, (P)) > R$ thì mp (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

②. Nếu $d(I, (P)) = R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau.

♦ Khi đó (P) gọi là mp tiếp diện của mặt cầu (S) và điểm chung gọi là tiếp điểm

③. Nếu $d(I, (P)) < R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường

tròn có phương trình :

$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$$

♦ Trong đó bán kính đường tròn $r = \sqrt{R^2 - d(I, (P))^2}$ và tâm H của đường tròn là hình chiếu của tâm I mặt cầu (S) lên mặt phẳng (P) .

🔗 (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và mặt cầu

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

(A). (P) không cắt (S) .

(B). (P) tiếp xúc (S) .

(C). (P) cắt (S) .

(D). (P) đi qua tâm của (S) .

Lời giải

⇒ Chọn A

• (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 2$.

• Khoảng cách từ tâm I đến (P) :

$$d(I, (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 + (-1) - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{5\sqrt{6}}{6} > R = 2$$

• Vậy (P) không cắt (S) .

🔗 PP nhanh trắc nghiệm

• Casio:

$$\frac{|x-2y+z-1|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}} \quad \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với (P) là

- (A). $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. (B). $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$.
 (C). $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. (D). $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

Lời giải

⇒ **Chọn A**

- Ta có $R = d(I, (P)) = \frac{|1+4+4|}{3} = 3$.
- Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R = 3$ có dạng $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio:**

$$d(I, (P)) = R \Leftrightarrow d(I, (P)) - R = 0$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+3y+4z+m=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 26$. Xác định m để (P) tiếp xúc với (S) ?

- (A). $m = 7; m = -45$. (B). $m = 7, m = 45$. (C). $m = -7, m = 45$. (D). $m = -7, m = -45$.

Lời giải

⇒ **Chọn A**

- (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = \sqrt{26}$.
- (P) tiếp xúc với (S)

$$\Leftrightarrow d(I, (P)) = \frac{|1+3 \cdot 2+4 \cdot 3+m|}{\sqrt{1^2+3^2+4^2}} = \sqrt{26}$$

$$\Leftrightarrow |19+m| = \sqrt{26} \cdot \sqrt{1^2+3^2+4^2} = 26$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 19+m = 26 \\ 19+m = -26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -45 \end{cases}$$

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio:**

$$d(I, (P)) = R \Leftrightarrow d(I, (P)) - R = 0$$

Câu 4: Mặt phẳng cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 1 = 0$ có phương trình là

- (A). $2x+3y-z-16=0$. (B). $2x+3y-z+12=0$.
 (C). $2x+3y-z-18=0$. (D). $2x+3y-z+10=0$.

Lời giải

⇒ **Chọn D**

- (S) có tâm $I(1;-1;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2+1^2+3^2+1} = \sqrt{14}$.
- $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1+3(-1)+3-16|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = \sqrt{14} = R$ nên loại đáp án A
- $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1+3(-1)+3+12|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = \sqrt{14} = R$ nên loại đáp án B
- $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1+3(-1)+3-18|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = \frac{16}{\sqrt{14}} > R$ nên loại đáp án C

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio:**

$$d(I, (P)) < R \Leftrightarrow d(I, (P)) - R < 0$$

👉 **(B). Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Hỏi trong các mặt phẳng sau, đâu là mặt phẳng không có điểm chung với mặt cầu (S) ?

- (A). $(\alpha_4): 2x + 2y - z + 10 = 0$. (B). $(\alpha_1): x - 2y + 2z - 1 = 0$.
 (C). $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 4 = 0$. (D). $(\alpha_3): x - 2y + 2z - 3 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4z + 12 = 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây **đúng**?

- (A). Mặt phẳng (α) đi qua tâm mặt cầu (S) .
 (B). Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) .
 (C). Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.
 (D). Mặt phẳng (α) không cắt mặt Cầu (S) .

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0$, $2x + 2y + z + 2m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để (P) tiếp xúc với (S) ?

- (A). 0. (B). 2. (C). 1. (D). 4.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 5$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là

- (A). $\frac{11\pi}{4}$. (B). $\frac{9\pi}{4}$. (C). $\frac{15\pi}{4}$. (D). $\frac{7\pi}{4}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

- (A). $(P_1): x + 2y - 2z + 8 = 0$. (B). $(P_1): x + 2y - 2z - 8 = 0$.
 (C). $(P_1): x + 2y - 2z - 2 = 0$. (D). $(P_1): x + 2y - 2z - 4 = 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S) .

- (A). $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 2$. (B). $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 4$.
 (C). $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1$. (D). $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 3$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; -2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - 2z + 4 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- (A). $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 9$. (B). $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 3$.
 (C). $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 3$. (D). $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 9$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r . Tính r .

- (A). $r = 3$. (B). $r = 2\sqrt{2}$. (C). $r = \sqrt{3}$. (D). $r = 2$.

Câu 9: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là:

- (A). $r = \sqrt{6}$. (B). $r = 2\sqrt{2}$. (C). $r = 4$. (D). $r = 2\sqrt{3}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 4 = 0$ và một điểm $A(1;1;0)$ thuộc (S) . Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại A có phương trình là

- (A). $x + y + 1 = 0$. (B). $x + 1 = 0$. (C). $x + y - 2 = 0$. (D). $x - 1 = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. B	4. A	5. A	6. B	7. A	8. B	9. C	10. D
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

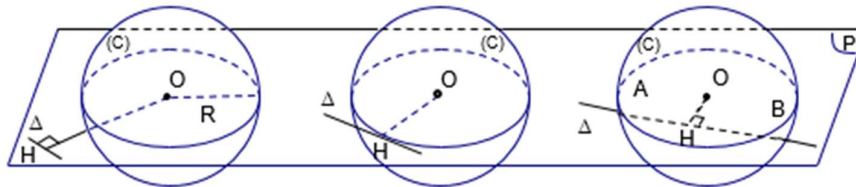
☑ Dạng ②: Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng

☒. Lý thuyết cần nắm:

①. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t & (1) \\ y = y_0 + b_1t & (2) \\ z = z_0 + c_1t & (3) \end{cases}$ qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP là $\vec{u}_d = (a_1; b_1; c_1)$

②. Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$, bán kính R . Với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ thì $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

③. Gọi khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến đường thẳng d là $h = d(I, d) = \frac{|\overrightarrow{IM_0}, \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}$.



- ◆ Nếu $d(I, d) > R$ thì d không cắt (S) .
- ◆ Nếu $d(I, d) = R$ thì d tiếp xúc (S) .
- ◆ Nếu $d(I, d) < R$ thì d cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B và AB vuông góc với đường kính (bán kính) mặt cầu. Khi đó $R^2 = d^2(I, d) + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$.

⊗ **-Phương pháp:** So sánh $d(I, d)$ và R để biết vị trí tương đối.

- ①. $d(I, d) - R > 0$ thì d không cắt (S) .
- ②. Nếu $d(I, d) - R = 0$ thì d tiếp xúc (S) .
- ③. Nếu $d(I, d) - R < 0$ thì d cắt (S) tại hai điểm phân biệt

☛ **Casio:** $d(I, d) = \frac{|\overrightarrow{IM_0}, \vec{u}_d|}{|\vec{u}_d|}$.

☛ (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

- (A). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4.$ (B). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13.$
 (C). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9.$ (D). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10.$

Lời giải

⇒ **Chọn B**

- Gọi M là hình chiếu của I trên $Oy \Rightarrow M(0;1;0)$
- Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính $IM = \sqrt{13}$.
- Vậy (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$

↪ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 2: Bán kính mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ là

- (A). $\sqrt{14}.$ (B). $14.$ (C). $\sqrt{7}.$ (D). $2\sqrt{3}.$

Lời giải

⇒ **Chọn B**

- Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $I(1;3;5)$ và vuông góc với

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ là}$$

$$(P): (x-1) - 1(y-3) - 1(z-5) = 0 \Leftrightarrow x - y - z + 7 = 0.$$

- Giao điểm của d và mặt phẳng (P) là $H(-2;1;4)$.
- Bán kính mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ là } IH = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14}.$$

↪ **PP nhanh trắc nghiệm**

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$, mặt cầu tâm $I(2;5;3)$ tiếp xúc với d là

- (A). $(S): (x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 18.$ (B). $(S): (x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 16.$
 (C). $(S): (x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 25.$ (D). $(S): (x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Lời giải

⇒ **Chọn A**

- d qua $M(1;0;2)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;1;2)$.
 $\vec{IM} = (-1; -5; -1)$.

• $[\vec{IM}, \vec{u}_d] = (9; 0; -9)$.

- Mặt cầu tiếp xúc với đường thẳng nên

$$R = d(I, d) = \frac{[\vec{IM}, \vec{u}_d]}{|\vec{u}_d|} = \sqrt{18}.$$

↪ **PP nhanh trắc nghiệm**

- **Casio:**

$$R = d(I, d) = \frac{[\vec{IM}, \vec{u}_d]}{|\vec{u}_d|} = \sqrt{18}$$

• Vậy $R^2 = 18$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của d và (S) là

- (A). 3. (B). 0. (C). 2. (D). 1.

Lời giải

⇒ Chọn B

- d qua $M(0;1;2)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;1;-1)$
- (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và $R = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2} - 1 = 2$
 $\vec{IM} = (-1;1;4)$
- $[\vec{IM}, \vec{u}_d] = (-5;7;-3)$.
- $d(I, d) = \frac{[\vec{IM}, \vec{u}_d]}{|\vec{u}_d|} \approx 3,7193 > R = 2$.
- Vậy d và (S) không cắt nhau.

↪ **PP nhanh trắc nghiệm**

• Casio:

$$d(I, d) = \frac{[\vec{IM}, \vec{u}_d]}{|\vec{u}_d|} \approx 3,7193 > R = 2$$

↪ (B). **Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;-1), B(-2;3;1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 0$. Đường thẳng AB và mặt cầu (S) có bao nhiêu điểm chung?

- (A). Vô số. (B). 0. (C). 1. (D). 2.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$ và điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với d là

- (A). $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$. (B). $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$.
(C). $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 50$. (D). $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+3}{6} = \frac{z+5}{5}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$. Số điểm chung của d và (S) là

- (A). 0. (B). 1. (C). 2. (D). 3.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

- (A). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. (B). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.
(C). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. (D). $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bán kính của mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với

$$\text{đường thẳng } d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

- A. $\sqrt{7}$. B. 14. C. $\sqrt{14}$. (D). 7.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bán kính của mặt cầu tâm $I(3;3;-4)$ và tiếp xúc với trục Oy bằng

- A.5. B.4. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ tiếp xúc với trục Oy là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
 C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 10$.

Câu 8: Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$. Số giao điểm của (Δ) và (S) là

- A. 2. B.1. C.0. D. 3.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d cắt (S) tại hai điểm. B. d không cắt (S) .
 C. d tiếp xúc với (S) tại $M(-2;2;3)$. D. d cắt (S) và đi qua tâm của (S) .

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 27$. Số điểm chung của d và (S) là

- A. 3. B.0. C.2. D. 1.

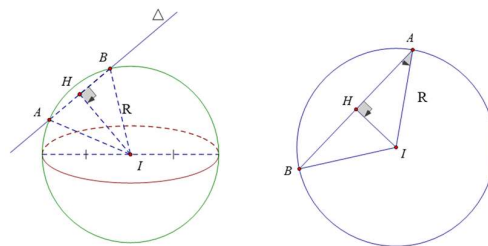
BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. A	4. B	5. C	6. A	7. D	8. A	9. B	10. C
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

☑ Dạng ③: Bài toán liên quan đến độ dài dây cung và diện tích tam giác

☒ Lý thuyết cần nắm:

- $IH \perp AB \Rightarrow HA = HB$
- $AB = 2HA$
- $R^2 = IH^2 + HA^2$
- $S_{\Delta AB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = IH \cdot HA = IH \cdot HB$
- $IH = d(I, AB) = d(I, \Delta) = \frac{|\overline{MI}, \vec{u}_{\Delta}|}{|\vec{u}_{\Delta}|}$



☞ Câu 1: Bài tập rèn luyện:

Câu 1: không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

Chọn B **Lời giải** **PP nhanh trắc nghiệm**

- Câu 2:** A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 13$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 169$.
 C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 13$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 169$.

- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;0)$. Biết mặt phẳng $(P): 3x + y - z - 10 = 0$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn bán kính bằng 2, tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- Ⓐ. $\sqrt{15}$. Ⓑ. $\frac{\sqrt{15}}{2}$. Ⓒ. $\sqrt{3}$. Ⓓ. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(T): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng
- Ⓐ. $\sqrt{11}$. Ⓑ. $\sqrt{3}$. Ⓒ. $\sqrt{5}$. Ⓓ. $\sqrt{7}$.
- Câu 4:** Cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ cắt d tại các điểm A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.
- Ⓐ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. Ⓑ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.
 Ⓒ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. Ⓓ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 2z - m = 0$. Tìm m để bán kính của mặt cầu bằng 4.
- Ⓐ. $m = \sqrt{10}$. Ⓑ. $m = 4$. Ⓒ. $m = 2\sqrt{3}$. Ⓓ. $m = 10$.
- Câu 6:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ và cắt đường thẳng Δ tại hai điểm A, B với $AB = 16$. Bán kính của (S) là
- Ⓐ. $2\sqrt{15}$. Ⓑ. $2\sqrt{19}$. Ⓒ. $2\sqrt{13}$. Ⓓ. $2\sqrt{17}$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.
- Ⓐ. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Ⓑ. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.
 Ⓒ. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Ⓓ. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$. Tập hợp các giá trị thực của a để (S) có chu vi đường tròn lớn bằng 8π là
- Ⓐ. $\{1;10\}$. Ⓑ. $\{2;-10\}$. Ⓒ. $\{-1;11\}$. Ⓓ. $\{1;-11\}$.
- Câu 9:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo một thiết diện là đường tròn (C) . Diện tích của đường tròn (C) là
- Ⓐ. 8π Ⓑ. 12π Ⓒ. 16π Ⓓ. 4π
- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = m^2 + 4$. Tập các giá trị của m để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là:
- Ⓐ. $\{\sqrt{5}\}$. Ⓑ. $\{\pm\sqrt{5}\}$. Ⓒ. $\{0\}$. Ⓓ. \emptyset .

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$.

Tìm m để $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt

(A). $m \leq \frac{31}{2}$.

(B). $m < \frac{31}{2}$.

(C). $m > \frac{31}{2}$.

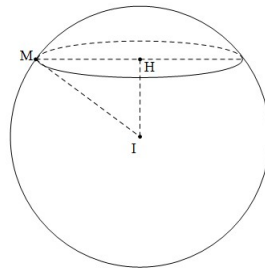
(D). $m \geq \frac{31}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.D	5.D	6.B	7.A	8.C	9.C	10.B	11.B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------

Hướng dẫn giải.

Câu 1:



• Giả sử đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có tâm H , bán kính HM .

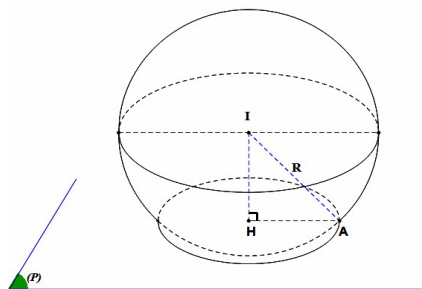
• $IH = d(I, (P)) = \frac{|2 + 1 + 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$.

• Bán kính của mặt cầu (S) là $r = IM = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

• Vậy phương trình của mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 13$.

• Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_p = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 4\pi$.

Câu 2:



• Gọi H là hình chiếu của $I(-1; 2; 0)$ lên (P) .

• Giao tuyến mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) là hình tròn tâm H bán kính $AH = 2$.

• Khoảng cách từ I tới mặt phẳng (P) là

• $IH = d(I, (P)) \Leftrightarrow IH = \frac{|3 \cdot (-1) + 2 + 0 - 10|}{\sqrt{3^2 + 1^2 + (-1)^2}} \Leftrightarrow IH = \sqrt{11}$.

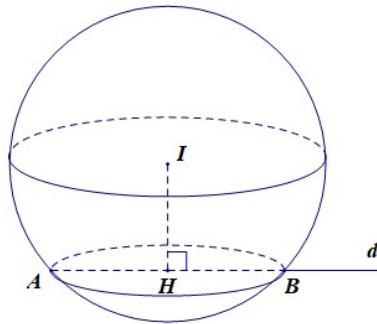
• Bán kính mặt cầu (S) là $R = IA \Leftrightarrow R = \sqrt{AH^2 + IH^2} \Leftrightarrow R = \sqrt{2^2 + (\sqrt{11})^2} \Leftrightarrow R = \sqrt{15}$.

Câu 3:

• Mặt cầu (T) có tâm $I(2; -1; 0)$ và bán kính $R = 3$.

- Mặt phẳng (Oyz) có phương trình: $x=0$.
- Ta có: $d(I, (Oyz)) = h = 2 < R \Rightarrow$ mặt cầu (T) cắt mặt phẳng (Oyz) theo đường tròn có giao tuyến có bán kính $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.

Câu 4:



- Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; 2; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 2)$.
- $\vec{IM} = (-2; 0; 3) \Rightarrow [\vec{IM}, \vec{u}] = (6; 13; 4)$. Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow IH \perp AB$.
- Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d là: $IH = \frac{[\vec{IM}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{36+169+16}}{\sqrt{9+4+4}} = \sqrt{13}$.
- Suy ra bán kính $R = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{13+3} = 4$.
- Phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và có bán kính $R = 4$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16$.

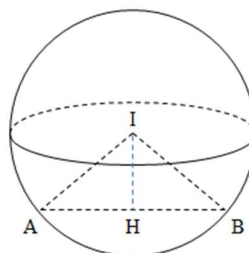
Câu 5:

- Ta có phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ thì bán kính tính theo công thức $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.
- Suy ra $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2 + m} = 4 \Leftrightarrow m = 10$.

Câu 6:

- Theo giả thiết, ta suy ra Δ đi qua $M(-1; 1; 0)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; -4; 1)$.
- Ta có $\vec{IM} = (-3; -2; 1)$. Khi đó, $[\vec{IM}, \vec{u}] = (2; 4; 14) \Rightarrow \frac{[\vec{IM}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = 6\sqrt{6}, |\vec{u}| = 3\sqrt{2}$.
- $d(I, \Delta) = \frac{[\vec{IM}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = 2\sqrt{3}$.
- Suy ra $R = \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + (d(I, \Delta))^2} = \sqrt{8^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{19}$.

Câu 7:



- Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow IH \perp AB$ tại $H \Rightarrow IH = d_{(I;(AB))} = d_{(I;Ox)}$.
- Ox có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 0; 0)$, chọn điểm $M(2; 0; 0) \in Ox$.
- $\Rightarrow \vec{IM} = (1; 2; -3) \Rightarrow [\vec{IM}, \vec{u}] = (0; -3; 2) \Rightarrow IH = d_{(I, Ox)} = \frac{[\vec{IM}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{13}$.
- Mà $HA = \frac{1}{2}AB = \sqrt{3}$.
- Nên bán kính mặt cầu cần tìm là $R = IA = \sqrt{IH^2 + HA^2} = 4$.
- Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 8:

- Đường tròn lớn có chu vi bằng 8π nên bán kính của (S) là $\frac{8\pi}{2\pi} = 4$.
- Từ phương trình của (S) suy ra bán kính của (S) là $\sqrt{2^2 + 1^2 + a^2 - 10a}$.
- Do đó: $\sqrt{2^2 + 1^2 + a^2 - 10a} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 11 \end{cases}$.

Câu 9: • Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ nên hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxy) là $H(1; 2; 0)$

- Suy ra $IH = 3$.
- Bán kính của đường tròn (C) là $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$.
- Diện tích của hình tròn là: $S = 16\pi$.

Câu 10: • Ta có $m^2 + 4 > 0$ với mọi m thuộc \mathbb{R} , nên phương trình đã cho luôn là phương trình của mặt cầu với tâm $I(-3; 0; 2)$, bán kính $R = \sqrt{m^2 + 4}$.

- Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$.
- Ta có: $d(I, (Oyz)) = 3$.
- Để mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) thì $d(I, (Oyz)) = R$.
- Suy ra: $\sqrt{m^2 + 4} = 3 \Leftrightarrow m^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow m^2 = 5 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$.

Câu 11: • Để (S) là mặt cầu thì $1 + 4 + 9 - m + 3 > 0 \Rightarrow m < 17$. Khi đó (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{17 - m}$.

- Để đường thẳng cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt thì $d(I, d) < R$.
- Ta có d đi qua $M(1; 1; 2)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 0)$ ta tính được $d(I, d) = \frac{\sqrt{6}}{2}$.
- $d(I, d) < R \Leftrightarrow \frac{\sqrt{6}}{2} < \sqrt{17 - m} \Rightarrow m < \frac{31}{2}$.



FB: Duong Hung

Bài 7: KHOẢNG CÁCH TỔNG HỢP

☑ Dạng ①: Khoảng cách giữa hai điểm



♦. Cho hai điểm $A(x_1; y_1; z_1), B(x_2; y_2; z_2) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

👉 A. Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- Ⓐ. $OA = 3$. Ⓑ. $OA = 9$. Ⓒ. $OA = \sqrt{5}$. Ⓓ. $OA = 5$.

Lời giải

Chọn A

• $OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 3; -2)$ và $B(3; -5; 0)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- Ⓐ. $\sqrt{69}$. Ⓑ. $\sqrt{38}$. Ⓒ. $\sqrt{96}$. Ⓓ. 4.

Lời giải

Chọn A

• Với $A(4; 3; -2)$ và $B(3; -5; 0)$ thì $\overline{AB} = (-1; -8; 2)$, do đó

$|\overline{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + (-8)^2 + 2^2} = \sqrt{69}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- Ⓐ. $D(-2; 1; 0), D(-4; 0; 0)$. Ⓑ. $D(0; 0; 0), D(-6; 0; 0)$.
Ⓒ. $D(6; 0; 0), D(12; 0; 0)$. Ⓓ. $D(0; 0; 0), D(6; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D

• Gọi $D(x; 0; 0) \in Ox$

• $AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 16} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$.

👉 B. Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 2)$. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

- (A). $OM = 9$. (B). $OM = \sqrt{3}$. (C). $OM = 3$. (D). $OM = \sqrt{5}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .

- (A). $OA' = -1$. (B). $OA' = \sqrt{10}$. (C). $OA' = \sqrt{11}$. (D). $OA' = 1$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 2; 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A). $|\overline{AB}| = \sqrt{61}$. (B). $|\overline{AB}| = 3$. (C). $|\overline{AB}| = 5$. (D). $|\overline{AB}| = 2\sqrt{3}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 1)$, $N(0; 1; -1)$. Tìm độ dài của đoạn thẳng MN .

- (A). $MN = \sqrt{22}$. (B). $MN = 10$. (C). $MN = 22$. (D). $MN = \sqrt{10}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 5)$, $N(6; -4; -1)$ và đặt $u = \overline{MN}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A). $u = (-4; 1; 6)$. (B). $u = \sqrt{53}$. (C). $u = 3\sqrt{11}$. (D). $u = (4; -1; -6)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 1; -3)$, $B(3; -1; 1)$. Gọi M là trung điểm của AB , đoạn OM có độ dài bằng

- (A). $2\sqrt{6}$. (B). $\sqrt{6}$. (C). $2\sqrt{5}$. (D). $\sqrt{5}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; 0; 4)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- (A). $MN = 1$. (B). $MN = 5$. (C). $MN = 7$. (D). $MN = 10$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -1)$; $B(1; 1; 3)$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AOB , tính độ dài đoạn thẳng OI .

- (A). $OI = \frac{\sqrt{17}}{4}$. (B). $OI = \frac{\sqrt{6}}{2}$. (C). $OI = \frac{\sqrt{11}}{2}$. (D). $OI = \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$; $B(-1; 1; 0)$; $C(3; 1; 2)$ Tổng $AB + BC + CA$ là

- (A). $3\sqrt{5}$. (B). $4 + \sqrt{5}$. (C). $2 + 2\sqrt{5}$. (D). $4\sqrt{5}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(3; 1; 2)$. Chu vi của tam giác ABC bằng:

- (A). $4 + \sqrt{5}$. (B). $4\sqrt{5}$. (C). $3\sqrt{5}$. (D). $2 + 2\sqrt{5}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM là

- (A). $AM = 3\sqrt{3}$. (B). $AM = 2\sqrt{7}$. (C). $AM = \sqrt{29}$. (D). $AM = \sqrt{19}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- (A). $\frac{AM}{BM} = 2$. (B). $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$. (C). $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$. (D). $\frac{AM}{BM} = 3$.

Câu 13: Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$.

- (A). $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. (B). $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. (C). $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$. (D). $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$; $B(3; -2; -1)$. Tìm điểm N trên Ox cách đều A và B .

- (A). $(-4; 0; 0)$. (B). $(4; 0; 0)$. (C). $(1; 0; 0)$. (D). $(2; 0; 0)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3; 4; 1)$ và $B(1; 2; 1)$ là

- (A). $M(0; 5; 0)$. (B). $M(0; -5; 0)$. (C). $M(0; 4; 0)$. (D). $M(5; 0; 0)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$ $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM là.

- (A). $\sqrt{30}$. (B). $2\sqrt{7}$. (C). $\sqrt{29}$. (D). $3\sqrt{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1.C	2.D	3.C	4.A	5.B	6.D	7.B	8.D	9.D	10.B
11.C	12.B	13.B	14.B	15.A	16.C				

☑ Dạng ②: Khoảng cách cơ bản

Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song, khoảng cách giữa một đường thẳng song song với mặt phẳng tới mặt phẳng.

⊗-**Phương pháp:**

①. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khi

đó khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) được tính: $d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

✦**Đặc biệt:** $d(M, (Oxy)) = |z_0|$; $d(M, (Oxz)) = |y_0|$; $d(M, (Oyz)) = |x_0|$.

②. Khoảng cách giữa hai mp song song là khoảng cách từ một điểm thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

☞**Chú ý:** Nếu hai mặt phẳng không song song thì khoảng cách giữa chúng bằng 0.

③. Khoảng cách giữa đường thẳng song song với mặt phẳng tới mặt phẳng là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng đến mặt phẳng.

☞**Chú ý:** Nếu đường thẳng không song song với mặt phẳng thì khoảng cách giữa chúng bằng 0.

☞**ⓐ. Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 5)$ và mặt phẳng (α) có phương trình: $2x - y + 2z - 6 = 0$. Khoảng cách từ điểm M mặt phẳng (α) là

- (A). $\frac{5\sqrt{7}}{7}$. (B). $\frac{11}{3}$. (C). $\frac{17}{3}$. (D). $\frac{5}{3}$.

Lời giải

☞**Chọn B**

• $d(M, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 5 - 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{11}{3}$.

☞**PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio**

$d(M, (\alpha)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 \cdot (-3) + 2 \cdot 5 - 6|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{11}{3}$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$, $(\beta): 2x + 3y - z + 16 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là

(A). $\sqrt{14}$.

(B). 0.

(C). 15.

(D). $\sqrt{23}$.

Lời giải

⇒ Chọn A

- Lấy điểm $M(0;0;2) \in (\alpha)$.

Áp dụng công thức $d((\alpha), (\beta)) = d(M, (\beta))$

$$= \frac{|2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 2 + 16|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-1)^2}} = \frac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}.$$

⇒ PP nhanh trắc nghiệm

- Nếu $(\alpha): ax + by + cz + d_1 = 0$
 $(\beta): ax + by + cz + d_2 = 0$

$$\Rightarrow d((\alpha), (\beta)) = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

(A). $d = \frac{1}{3}$.

(B). $d = \frac{5}{3}$.

(C). $d = \frac{2}{3}$.

(D). $d = 2$.

Lời giải

⇒ Chọn C

- (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2; -2; -1)$ và đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2; 1; 2)$ thỏa mãn $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ nên $\Delta // (P)$ hoặc $\Delta \subset (P)$

- Do đó: lấy $A(1; -2; 1) \in \Delta$

ta có: $d(\Delta(P)) = d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 1 + 1|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2.$

⇒ PP nhanh trắc nghiệm

- Casio

⇒ B. Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $Oxyz$.

(A). 1.

(B). 3.

(C). 0.

(D). 2.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng

(A). 2.

(B). 1.

(C). 3.

(D). 4.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ và điểm $A(2; -1; -1)$. Gọi H là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (P) . Tính độ dài đoạn thẳng AH .

(A). 5.

(B). $\frac{11}{5}$.

(C). $\frac{11}{25}$.

(D). $\frac{22}{5}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng (P) .

(A). $d = \frac{\sqrt{31}}{7}$.

(B). $d = \frac{12\sqrt{85}}{85}$.

(C). $d = \frac{12}{7}$.

(D). $d = \frac{18}{7}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) .

(A). $\frac{4\sqrt{21}}{21}$.

(B). $\frac{2\sqrt{21}}{21}$.

(C). $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

(D). $\frac{3\sqrt{21}}{21}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + 5y - 5z - 1 = 0$ và $(Q): x + y - z + 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- Ⓐ. $\frac{2\sqrt{3}}{15}$. Ⓑ. $\frac{2}{5}$. Ⓒ. $\frac{2}{15}$. Ⓓ. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$ gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Khi đó khoảng cách từ điểm $O(0;0;0)$ đến mặt phẳng (ABC) có giá trị bằng

- Ⓐ. $\frac{1}{2}$. Ⓑ. $\sqrt{6}$. Ⓒ. $\frac{6}{7}$. Ⓓ. $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;2;3), B(-3;0;0), C(0;-3;0), D(0;0;6)$. Tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$.

- Ⓐ. 9. Ⓑ. 1. Ⓒ. 6. Ⓓ. 3.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- Ⓐ. $\frac{8}{3}$. Ⓑ. $\frac{7}{3}$. Ⓒ. 3. Ⓓ. $\frac{4}{3}$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;1;-1); B(1;1;2); C(1;-1;0); D(0;0;1)$. Tính độ dài đường cao AH của hình chóp $ABCD$.

- Ⓐ. $3\sqrt{2}$. Ⓑ. $2\sqrt{2}$. Ⓒ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.C	5.A	6.D	7.C	8.D	9.B	10.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

Dạng ③: Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng

⊗ **Phương pháp:**

①. **Cách 1:** Xác định **hình chiếu vuông góc** của điểm A lên đường thẳng Δ .

①. **Bước 1:** Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên Δ . Khi đó tham số hóa tọa độ điểm H theo t .

②. **Bước 2:** Từ $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_\Delta = 0$ tìm ra tham số t rồi suy ra tọa độ điểm H .

③. **Bước 3:** Tính đoạn AH .

②. **Cách 2: Casio:** $d(A, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_\Delta|}{|\vec{u}_\Delta|}, \forall M \in \Delta$

👉 **Ⓐ. Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a;b;c)$. Khoảng cách từ P đến trục tọa độ Oy bằng

- Ⓐ. $a^2 + c^2$. Ⓑ. $\sqrt{a^2 + c^2}$. Ⓒ. b . Ⓓ. $|b|$.

Lời giải

➡ **Chọn B**

- Gọi H là hình chiếu của P lên trục Oy .
- Khi đó $H(0;b;0) \Rightarrow \overrightarrow{HP} = (a;0;c)$.

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

• $\Rightarrow d(P, Oy) = PH = \sqrt{a^2 + c^2}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(4; -3; 2)$ đến đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$$

- (A). $d(M; \Delta) = 3\sqrt{3}$. (B). $d(M; \Delta) = 3$. (C). $d(M; \Delta) = \sqrt{3}$. (D). $d(M; \Delta) = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

☛ **Chọn A**

• Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u} = (3; 2; -1)$ và qua điểm $B(-2; -2; 0)$.

• $\vec{MB} = (-6; 1; -2)$, $[\vec{MB}; \vec{u}] = (3; -12; -15)$.

• $d(M; \Delta) = \frac{|\vec{MB} \cdot [\vec{MB}; \vec{u}]|}{|\vec{u}| \cdot |[\vec{MB}; \vec{u}]|} = \frac{|\vec{MB} \cdot [\vec{MB}; \vec{u}]|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-12)^2 + (-15)^2}} = 3\sqrt{3}$.

☛ **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio**

☛ **B. Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4; 3; 2)$ đến trục Ox là

- (A). $h = 4$. (B). $h = \sqrt{13}$. (C). $h = 3$. (D). $h = 2\sqrt{5}$.

Câu 2: Khoảng cách giữa điểm $M(1; -4; 3)$ đến đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ là

- (A). 6. (B). 3. (C). 4. (D). 2.

Câu 3: Tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -6)$ đến đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

- (A). $\sqrt{5}$. (B). $\frac{\sqrt{30}}{6}$. (C). $\frac{\sqrt{30}}{2}$. (D). $\sqrt{11}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách từ A đến đường thẳng d là

- (A). $3\sqrt{5}$. (B). $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. (C). $2\sqrt{5}$. (D). $\sqrt{5}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4; -1; 2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ .

- (A). $d(M, \Delta) = \sqrt{10}$. (B). $d(M, \Delta) = 3\sqrt{10}$.
(C). $d(M, \Delta) = \frac{1}{2}\sqrt{10}$. (D). $d(M, \Delta) = 2\sqrt{10}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ tính khoảng cách từ điểm $M(1; 3; 2)$ đến đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$$

- (A). 3. (B). $\sqrt{2}$. (C). 2. (D). $2\sqrt{2}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(-4; 4; 0)$, $B(2; 0; 4)$, $C(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng AB là

- (A) $3\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{13}$. (C) $2\sqrt{3}$. (D) 3.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1)$, $B(0; 3; 4)$, $C(2; 1; -1)$. Độ dài đường cao từ A đến BC bằng:

- (A) $\sqrt{6}$. (B) $5\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{\frac{50}{33}}$. (D) $\sqrt{\frac{33}{50}}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;-2)$, $B(1;-3;1)$, $C(3;-5;2)$. Độ dài đường cao AH của tam giác ABC là.

- (A) $\frac{\sqrt{17}}{2}$. (B) $2\sqrt{17}$. (C) $\sqrt{17}$. (D) $3\sqrt{2}$.

Câu 10: Bán kính mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=-1-t \\ z=2-t \end{cases}$ là

- (A) $\sqrt{14}$. (B) 14. (C) $\sqrt{7}$. (D) $2\sqrt{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1.B	2.D	3.A	4.D	5.A	6.D	7.B	8.C	9.C	10.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

☑ Dạng (4): Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

☒ Phương pháp

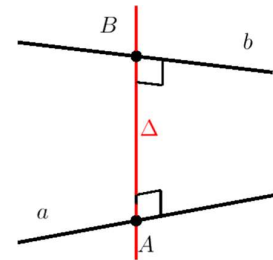
1. Cách 1: Tính đoạn vuông góc chung AB của Δ_1 và Δ_2 .

♦ **Bước 1:** Tham số hóa tọa độ hai điểm A, B theo t_1, t_2 . Xác định hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng lần lượt là \vec{u}_1, \vec{u}_2 .

♦ **Bước 2:** Sử dụng $\begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow t_1, t_2$.

Từ đó xác định được tọa độ hai điểm A, B .

♦ **Bước 3:** Tính đoạn AB .



2. Cách 2: Casio: $d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{MM}'|}{|\vec{u}_1, \vec{u}_2|}$

☞ (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và

$d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng d và d' .

- (A) $h = \frac{8\sqrt{21}}{21}$. (B) $h = \frac{10\sqrt{21}}{21}$. (C) $h = \frac{4\sqrt{21}}{21}$. (D) $h = \frac{22\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

☞ Chọn a

- d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; 2)$, đi qua $M(-1; -1; 1)$.
- d' có vectơ chỉ phương $\vec{u}' = (2; 1; 1)$, đi qua $M'(1; -2; 3)$.

☞ PP nhanh trắc nghiệm

• Casio

$$h = \frac{|\vec{u}, \vec{u}', \vec{MM}'|}{|\vec{u}, \vec{u}'|} = \frac{8}{\sqrt{21}} = \frac{8\sqrt{21}}{21}$$

- Ta có: $[\vec{u}, \vec{u}'] = (1; 2; -4)$, $\overline{MM'} = (2; -1; 2)$
 $\Rightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overline{MM'} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) + (-4) \cdot 2 = -8 \neq 0$
 $\Rightarrow d, d'$ chéo nhau.

• Khi đó: khoảng cách h giữa hai đường thẳng d và d' là:

$$h = \frac{|[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overline{MM'}|}{|[\vec{u}, \vec{u}']|} = \frac{8}{\sqrt{21}} = \frac{8\sqrt{21}}{21}.$$

🔗 **ⓑ. Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và

$d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng d và d' .

- (A) $h = \frac{4\sqrt{21}}{21}$. (B) $h = \frac{10\sqrt{21}}{21}$. (C) $h = \frac{8\sqrt{21}}{21}$. (D) $h = \frac{22\sqrt{21}}{21}$.

Câu 2: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$

- (A) $\frac{12}{5}$. (B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. (C) 3. (D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=1-4t \\ y=2-t \\ z=-3+t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x+2}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Khoảng

cách giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng bao nhiêu?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 3)$, $B(2; -1; 1)$, $C(-1; 1; 0)$, $D(1; 2; -1)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{4}{\sqrt{11}}$. (B) $\frac{6}{\sqrt{11}}$. (C) $\frac{8}{\sqrt{11}}$. (D) $\frac{10}{\sqrt{11}}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ và

$(d_2): \frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+18}{4}$ bằng

- (A) 30. (B) 20. (C) 25. (D) 15.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và

$d_2: \frac{x}{-6} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Khoảng cách giữa chúng bằng

- (A) 5. (B) 4. (C) 2. (D) 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.C	4.C	5.C	6.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----



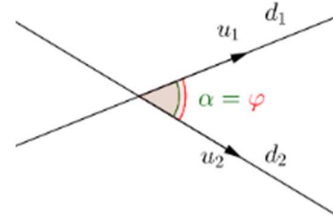
FB: Duong Hung

Bài 8: GÓC CƠ BẢN

☑ Dạng ①: Góc giữa hai đường thẳng

①- Phương pháp:

- Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và đường thẳng d' có vectơ chỉ phương $\vec{a}' = (a'_1; a'_2; a'_3)$.
- Gọi φ là góc giữa đường thẳng d đường thẳng d' , $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$



②- Sử dụng Casio: $\cos(d, d') = \cos \varphi = \left| \cos(\vec{a}; \vec{a}') \right| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{a}'|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{a}'|}$

📌 (A). Bài tập minh họa:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và

$\Delta_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng

- (A). 30° . (B). 45° . (C). 60° . (D). 135° .

Lời giải

➡ Chọn B

- Véc tơ chỉ phương của Δ_1 là $\vec{u}_1 = (-2; 1; 2)$
- Véc tơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u}_2 = (1; 1; -4)$

$$\begin{aligned} \cos(\Delta_1, \Delta_2) &= \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} \\ &= \frac{|(-2) \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2}} = \frac{9}{3 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

- Do đó góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là 45°

📌 PP nhanh trắc nghiệm

- Casio

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{\sqrt{2}} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{\sqrt{2}} = \frac{z-5}{m}$ tạo với nhau góc 60° , giá trị của tham số m bằng

- (A). $m = -1$. (B). $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (C). $m = \frac{1}{2}$. (D). $m = 1$.

Lời giải

➔ **Chọn A**

• Ta có vectơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt là

$$\vec{u}_1 = (1; \sqrt{2}; 1) \text{ và } \vec{u}_2 = (1; \sqrt{2}; m).$$

• Theo công thức tính góc tạo bởi hai đường thẳng thì

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} \text{ với } \varphi = (\widehat{d_1, d_2}).$$

• Từ giả thiết suy ra

$$\frac{1}{2} = \frac{|3+m|}{2\sqrt{m^2+3}} \Leftrightarrow \sqrt{m^2+3} = |3+m| \Leftrightarrow m^2+3 = m^2+6m+9 \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = t \\ z = m-1-t \end{cases}. \text{ Tổng các giá trị thực của tham số } m \text{ để } d \text{ cắt } (S) \text{ tại hai điểm phân biệt}$$

A, B và các tiếp diện của (S) tại A, B tạo với nhau một góc lớn nhất bằng

- (A). $-1, 5$. (B). 3 . (C). -1 . (D). $-2, 25$.

Lời giải

➔ **Chọn C**

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = 2$.

• Các tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau một góc lớn nhất (bằng 90°)

$$\Leftrightarrow IA \perp IB \Leftrightarrow d(I, d) = \frac{R}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

• Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 0; m-1)$ và có một VTCP

$$\vec{u} = (-1; 1; -1).$$

• Suy ra: $\vec{IM} = (1; 0; m+1)$, $[\vec{IM}, \vec{u}] = (-m-1; -m; 1)$.

$$d(I, d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|[\vec{IM}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2m^2+2m+2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow m^2+m-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$$

• Vậy tổng các giá trị thực của tham số m bằng -1 .

(B). Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và

$$\Delta_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}. \text{ Góc giữa hai đường thẳng } \Delta_1, \Delta_2 \text{ bằng}$$

- (A). 30° . (B). 45° . (C). 60° . (D). 135° .

➔ **PP nhanh trắc nghiệm**

- Casio

➔ **PP nhanh trắc nghiệm**

-

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{\sqrt{2}} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{\sqrt{2}} = \frac{z-5}{m}$ tạo với nhau góc 60° , giá trị của tham số m bằng

(A). $m = -1$. (B). $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (C). $m = \frac{1}{2}$. (D). $m = 1$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$; $d': \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 1 + t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases}$.

Biết rằng có 2 đường thẳng có các đặc điểm: song song với (P) ; cắt d, d' và tạo với d góc 30° . Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

(A). $\frac{1}{\sqrt{5}}$. (B). $\frac{1}{\sqrt{2}}$. (C). $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. (D). $\frac{1}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D
-----	-----	-----

Hướng dẫn giải

Câu 2:

Lời giải

- Ta có vectơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; \sqrt{2}; 1)$ và $\vec{u}_2 = (1; \sqrt{2}; m)$.
- Theo công thức tính góc tạo bởi hai đường thẳng thì $\cos\varphi = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$ với $\varphi = (\vec{d}_1, \vec{d}_2)$.
- Từ giả thiết suy ra $\frac{1}{2} = \frac{|3+m|}{2\sqrt{m^2+3}} \Leftrightarrow \sqrt{m^2+3} = |3+m| \Leftrightarrow m^2+3 = m^2+6m+9 \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 3:

Lời giải

- Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, \vec{n}_p là VTPT của mặt phẳng (P) .
- Gọi $M(1+t; t; 2+2t)$ là giao điểm của Δ và d ; $M'(3-t'; 1+t'; 1-2t')$ là giao điểm của Δ và d'
- Ta có: $\overline{MM'}(2-t'-t; 1+t'-t; -1-2t'-2t)$
- $MM' // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \notin (P) \\ \overline{MM'} \perp \vec{n}_p \Leftrightarrow t' = -2 \Rightarrow \overline{MM'}(4-t; -1-t; 3-2t) \end{cases}$
- Ta có: $\cos 30^\circ = \cos(\overline{MM'}, \vec{u}_d) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{|-6t+9|}{\sqrt{36t^2-108t+156}} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -1 \end{cases}$
- Vậy, có 2 đường thẳng thoả mãn là $\Delta_1: \begin{cases} x = 5 \\ y = 4+t \end{cases}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = t' \\ y = -1 \\ z = 10+t \end{cases}$
- Khi đó, $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{1}{2}$

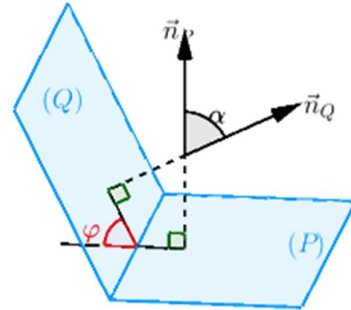
☑ **Dạng ②: Góc giữa hai mặt phẳng**

① - **Phương pháp:**

- Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ và mặt phẳng $(Q): a'x + b'y + c'z + d' = 0$. $\vec{n}_P; \vec{n}_Q$ lần lượt là các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) .
- Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) được xác định bởi

$$\cos[(P);(Q)] = \left| \cos(\vec{n}_P; \vec{n}_Q) \right| = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|}$$

② - **Sử dụng Casio:** $\cos[(P);(Q)] = \left| \cos(\vec{n}_P; \vec{n}_Q) \right| = \frac{|a.a' + b.b' + c.c'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$



Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (P) , số đo góc của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$

(A). 60° .

(B). 30° .

(C). 45° .

(D). 90° .

Lời giải

⇒ **Chọn C**

- Vì H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (P) nên $\vec{OH} = (2;1;2)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (1;1;0)$.
- Gọi góc giữa (P) và (Q) là góc α . Ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- Vì $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

👉 **PP nhanh trắc nghiệm**

- **Casio**

👉 **②. Bài tập rèn luyện:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $x - z - 3 = 0$. Tính góc giữa (P) và mặt phẳng (Oxy) .

(A). 30° .

(B). 60° .

(C). 45° .

(D). 90° .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, biết hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(2;-1;-2)$. Số đo góc giữa mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(Q): x - y - 5 = 0$ là

(A). 45° .

(B). 60° .

(C). 30° .

(D). 90° .

☑ **Dạng ③: Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng**

⊗ **-Phương pháp:**

Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ và đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$.

①. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) , $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$, ta có:

$$\sin \varphi = \left| \cos(\vec{n}; \vec{a}) \right| = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{a}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{a}|}$$

②. **Sử dụng Casio:** $\sin(\widehat{(d, (\alpha))}) = \frac{|\vec{a}_d \cdot \vec{n}_p|}{|\vec{a}_d| \cdot |\vec{n}_p|}$

☞ **Ⓐ. Bài tập minh họa:**

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P):$

$x - y + 3 = 0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- Ⓐ. 60° . Ⓑ. 30° . Ⓒ. 120° . Ⓓ. 45° .

Lời giải

☞ **Chọn A**

- Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (-1; 2; 1)$.
- Một vectơ chỉ phương của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_p = (1; -1; 0)$.
- Ta có $\sin(\widehat{(P), d}) = \frac{|\vec{u}_d \cdot \vec{n}_p|}{|\vec{u}_d| \cdot |\vec{n}_p|} = \frac{|-1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Do đó $\widehat{(P), d} = 60^\circ$.

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio**

Câu 2: Gọi α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z = 0$

Khi đó:

- Ⓐ. $\alpha = 90^\circ$. Ⓑ. $\alpha = 45^\circ$. Ⓒ. $\alpha = 60^\circ$. Ⓓ. $\alpha = 30^\circ$.

Lời giải

☞ **Chọn C**

- Đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}(2; 1; 1)$.
- Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}(3; 4; 5)$.

☞ **PP nhanh trắc nghiệm**

• **Casio**

• Khi đó: $\sin\alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

• Vậy $\alpha = 60^\circ$.

👉 (B). Bài tập rèn luyện:

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x+4y+5z+8=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) có số đo là

- (A). 45° . (B). 90° . (C). 30° . (D). 60° .

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

- (A). $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$. (B). $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{3}$.
 (C). $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$. (D). $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox .

- (A). 60° . (B). 30° . (C). 120° . (D). 150° .

Câu 4: Gọi α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng: $3x+4y+5z=0$ Khi đó:

- (A). $\alpha = 90^\circ$. (B). $\alpha = 45^\circ$. (C). $\alpha = 60^\circ$. (D). $\alpha = 30^\circ$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- (A). 60° . (B). 30° . (C). 120° . (D). 45° .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox .

- (A). 60° . (B). 30° . (C). 120° . (D). 150° .

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x+4y+5z+8=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) có số đo là

- (A). 45° . (B). 90° . (C). 30° . (D). 60° .

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

- (A). 30° . (B). 60° . (C). 150° . (D). 120° .

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): -x+2y-3z=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Khi đó, góc φ bằng

- (A). 0° . (B). 45° . (C). 90° . (D). 60° .

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, gọi α là góc hợp bởi đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-1=0$. Khi đó, giá trị $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- (A). $\frac{1}{2}$. (B). $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (C). $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D). $-\frac{1}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.C	5.A	6.A	7.D	8.A	9.C	10.C
------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	-------------

FB: Duong Hung