

Dạng 1: ĐỒNG NHẤT HỆ SỐ - MẪU CÓ DẠNG TÍCH

Phương pháp hệ số bất định: Khi mẫu có thể phân tích thành nhân tử.

Câu 1: Cho $\frac{1}{(x+2)(x-5)(x+4)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-5)} + \frac{C}{(x+4)}$

Khi đó tổng $S = A + B + C$ bằng:

A. $-\frac{1}{18}$

B. 0

C. $\frac{1}{14}$

D. $-\frac{1}{63}$

Giải:

$$\frac{1}{(x+2)(x-5)(x+4)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x-5)} + \frac{C}{(x+4)}$$

$$\Rightarrow A(x-5)(x+4) + B(x+2)(x+4) + C(x+2)(x-5) = 1$$

$$+) x = -2 \Rightarrow -14A = 1 \Rightarrow A = -\frac{1}{14}$$

$$+) x = 5 \Rightarrow 63B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{63}$$

$$+) x = -4 \Rightarrow 18C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow A + B + C = 0$$

ĐÁP ÁN B.

Bình luận: Bài toán này chúng ta sẽ tách phân số ở mẫu số có tích thành các phân số đơn giản hơn. Để làm được điều này ta dùng phương pháp đồng nhất hệ số.

Câu 2: Cho $\frac{1}{x(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$. Khi đó $S = 2A + B - C$ bằng:

A. $-\frac{1}{18}$

B. 0

C. $\frac{1}{18}$

D. $-\frac{2}{9}$

Giải:

$$\frac{1}{x(x-3)(x+3)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}$$

$$\Rightarrow 1 = A(x-3)(x+3) + Bx(x+3) + Cx(x-3)$$

$$+) x = 0 \Rightarrow -9A = 1 \Rightarrow A = -\frac{1}{9}$$

$$+) x = 3 \Rightarrow 18B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{18}$$

$$+) x = -3 \Rightarrow 18C = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow 2A + B - C = -\frac{2}{9}$$

ĐÁP ÁN D

Câu 3: Cho các hằng số $A, B, C \in \mathbb{R}$ thỏa mãn: $\frac{2}{x^3 + 3x^2 + 2x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$.

Khi đó $P = A.B.C$ bằng:

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. -2

Giải:

$$A(x+1)(x+2) + Bx(x+2) + Cx(x+1) = 2$$

$$+) x=0 \Rightarrow A=1$$

$$+) x=-1 \Rightarrow B=-2$$

$$+) x=-2 \Rightarrow C=1$$

$$\Rightarrow ABC = -2$$

ĐÁP ÁN D

Câu 4. Cho $\frac{2x+3}{2x^2-x-1} = A \cdot \frac{1}{2x+1} + B \cdot \frac{1}{x+C}$. Khi đó tổng $S = A + B + C$ bằng:

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

Giải:

$$\frac{2x+3}{2x^2-x-1} = \frac{2x+3}{(2x+1)(x-1)} = \left[-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2x+1} + \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{x-1} \right]$$

$$\Rightarrow A = -\frac{4}{3}, B = \frac{5}{3}, C = -1 \Rightarrow S = A + B + C = -\frac{2}{3}$$

ĐÁP ÁN D

Dạng 2: NHẢY LẦU

Câu 6: Nguyên hàm của hàm $I = \int \frac{1-x^5}{x(1+x^5)} dx$ có dạng $= a[\ln|x^5| + b\ln|1+x^5|] + C$

Khi đó $S = 10a + b$ bằng

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Giải:

$$I = \int \frac{(1-x^5)x^4 dx}{x^5(1+x^5)} = \frac{1}{5} \int \frac{(1-x^5)d(x^5)}{x^5(1+x^5)} = \frac{1}{5} \int \left(\frac{1}{x^5} - \frac{2}{1+x^5} \right) d(x^5)$$

$$= \frac{1}{5} [\ln|x^5| - 2\ln|1+x^5|] + C$$

$$\text{Suy ra : } a = \frac{1}{5}, b = -2 \Rightarrow 10a + b = 0$$

ĐÁP ÁN C

Câu 7: Cho $I = \int \frac{5-3x}{(x^2-5x+6)(x^2-2x+1)} dx = \frac{a}{x-1} - \ln \left| \frac{x-b}{x-2} \right| + C$

Khi đó $P = 2a + b$ bằng:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Giải:

Ta có:

$$I = \int \frac{(x^2-5x+6)-(x^2-2x+1)}{(x^2-5x+6)(x^2-2x+1)} dx = \int \frac{dx}{x^2-2x+1} - \int_1^0 \frac{dx}{x^2-5x+6} = \int \frac{dx}{(x-1)^2} - \int \frac{dx}{(x-2)(x-3)}$$

$$I = \int (x-1)^{-2} dx - \int \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) dx = \frac{-1}{x-1} - \ln \left| \frac{x-3}{x-2} \right| + C$$

Suy ra: $a = -1, b = 3 \Rightarrow P = 2a + b = 1$

ĐÁP ÁN B

Câu 8. Cho $I = \int \frac{1}{x^3(1+x^2)} dx = \frac{a}{x^2} + b \ln x + c \ln(1+x^2)$

Khi đó $S = a + b + c$ bằng:

A. -2

B. -1

C. 0

D. $\frac{1}{2}$

Giải:

$$I = \int \frac{(1+x^2)-x^2}{x^3(1+x^2)} dx = \int \left[\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x(1+x^2)} \right] dx = \left[\frac{1}{x^3} - \frac{(1+x^2)-x^2}{x(1+x^2)} \right] = \int \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} + \frac{x}{1+x^2} \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} \right) dx + \frac{1}{2} \int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = -\frac{1}{2x^2} - \ln x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1}{2}, b = -1, c = \frac{1}{2} \Rightarrow S = -1$$

ĐÁP ÁN B

Câu 9. Cho $I = \int \frac{x^2+1}{x^2(x+1)} dx = a \ln|x+1| + \frac{1}{x} + b \ln|x+c|$. Khi đó $P = 2(a+b)c$ bằng:

A. 2

B. -2

C. 1

D. 0

Giải:

$$I = \int \frac{x^2 + 1}{x^2(x+1)} dx = \int \frac{x^2 + (x+1) - x}{x^2(x+1)} dx = \int \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x(x+1)} \right) dx$$

$$= \int \left[\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2} - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \right] dx = \int \left[\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right] dx = 2\ln|x+1| - \frac{1}{x} - \ln|x|$$

$$\Rightarrow a=2, b=-1, c=0 \Rightarrow P=0$$

ĐÁP ÁN D.

Câu 10: Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)^2} dt = \ln a + b$. Khi đó $S = a + 2b$ bằng:

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. 1

D. -1

Giải:

$$I = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)^2} dx = \int_1^2 \frac{x+1-x}{x(x+1)^2} dx = \int_1^2 \frac{1}{x(x+1)} dx - \int_1^2 \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

$$\text{Suy ra } I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx - \int_1^2 (x+1)^{-2} dx = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right|_1^2 + (x+1)^{-1} \Big|_1^2 = \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{3}, b = -\frac{1}{6} \Rightarrow S = 1$$

ĐÁP ÁN C

Câu 11: Nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x^3 + x^5}$ có dạng

$$F(x) = \frac{a}{x^2} - \ln|x^2 + bx + 1| + \frac{1}{2} \ln(x^2 + c) + C \text{ Khi đó } P = (a + b + 2c)b^4 \text{ bằng}$$

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. 0

Giải:

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{1}{x^3 + x^5} = \frac{(1+x^2) - x^2}{x^3(1+x^2)} = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x(1+x^2)} = \frac{1}{x^3} - \frac{(1+x^2) - x^2}{x(1+x^2)} = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} + \frac{x}{1+x^2}$$

$$\text{Vậy } \int f(x) dx = \int \frac{dx}{x^3} - \int \frac{dx}{x} + \int \frac{xdx}{1+x^2} = \frac{-1}{2x^2} - \ln|x| + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = 0, c = 1 \Rightarrow P = 0$$

ĐÁP ÁN D

Câu 12: Cho $I = \int_0^1 \frac{xdx}{x+1} = a + b \ln c$. Biết $b + c = 1$

Với $b, c < 3$. Khi đó $S = \frac{a^2}{4} + b^{2016} - \frac{c}{2}$ bằng:

- A. 0 B. -1 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

Giải:

$$I = \int_0^1 \frac{(x+1)-1}{x+1} dx = \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx = [x - \ln(x+1)]_0^1 = 1 - \ln 2$$

$$\Rightarrow a = 1; b = -1; c = 2 \Rightarrow S = \frac{a^2}{4} + b^{2016} - \frac{c}{2} = \frac{1}{4}$$

ĐÁP ÁN C

Câu 13: Cho $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 dx}{x^2 - 1} = a - \frac{1}{2} \ln b$. Khi đó $S = 24a - \frac{b}{3} - 12$ bằng:

- A. 0 B. -1 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

Giải:

$$I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4}{x^2 - 1} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^4 - 1 + 1}{x^2 - 1} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2 - 1}\right) dx$$

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x + \ln|x^2 - 1| \right]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{13}{24} - \frac{1}{2} \ln 3 \Rightarrow a = \frac{13}{24}, b = 3 \Rightarrow S = 24a - \frac{b}{3} - 12 = 0$$

ĐÁP ÁN A

Dạng 3: MẪU SỐ CÓ CHỨA BIỂU THỨC BÌNH PHƯƠNG

Câu 14: Cho $y = \frac{3x^2 + 3x + 5}{x^3 - 3x + 2} = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$. Khi đó $S = A - B - C$ bằng:

- A. 1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{8}$ D. $-\frac{5}{8}$

Giải:

$$\frac{3x^2 + 3x + 5}{x^3 - 3x + 2} = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2}$$

$$\Rightarrow A(x+2) + B(x-1)(x+2) + C(x-1)^2 = 3x^2 + 3x + 5$$

$$+) x=1 \Rightarrow A = \frac{11}{3}$$

$$+) x=-2 \Rightarrow C = \frac{11}{9}$$

Tính tổng các hệ số không có x, rồi đồng nhất 2 vế ta có

$$+) A + B - 2C = 5 \Rightarrow B = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2} = \frac{11}{3(x-1)^2} + \frac{16}{9(x-1)} + \frac{11}{9(x+2)}$$

$$\Rightarrow A - B - C = \frac{2}{3}$$

ĐÁP ÁN B

Câu 14. Nguyên hàm của $y = \frac{3x^2 + 3x + 5}{x^3 - 3x + 2}$ có dạng $f(x) = \frac{a}{x-1} + b \ln|x-1| + c \ln|x+2| + C$

Biết $a, c < 0$. Chọn nhận định đúng

A. $\frac{a}{3} - b = 0$

B. $a + b + c + d = 3$

C. $ab < cd$

D. $b + c = 3$

Giải:

$$\Rightarrow \int \frac{3x^2 + 3x + 5}{x^3 - 3x + 2} dx = \int \left(\frac{11}{3(x-1)^2} + \frac{16}{9(x-1)} + \frac{11}{9(x+2)} \right) dx = -\frac{11}{3(x-1)} + \frac{16}{9} \ln|x-1| + \frac{11}{9} \ln|x+2| + C$$

$$\Rightarrow a = -\frac{11}{3}, b = \frac{16}{9}, c = \frac{11}{9}, d = 2$$

ĐÁP ÁN D

Câu 15. Cho $\frac{3x+1}{4x^3 + 28x^2 + 65x + 50} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{2x+5} + \frac{C}{(2x+5)^2}$

Khi đó $S = 2A + B - C$ bằng

A. 10

B. 13

C. -13

D. -10

Giải:

Ta phân tích:

$$\frac{3x+1}{(x+2)(2x+5)^2} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{2x+5} + \frac{C}{(2x+5)^2} \Leftrightarrow 3x+1 = A(2x+5)^2 + B(x+2)(2x+5) + C(x+2)$$

$$\text{Cho } x = -2; -\frac{5}{2}; 0 \text{ ta được: } \begin{cases} A = -5 \\ B = 10 \\ C = 13 \end{cases} \Rightarrow S = -13$$

ĐÁP ÁN C

Câu 16: Cho A, B, C thỏa mãn $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{-A}{(x+2)^2} + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2}$

Tính $S = A + B + 2C$

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

Gợi ý:

Đồng nhất ta được $A = B = 1, C = -1$

Dạng 4: BẬC TỬ SỐ LỚN HƠN MẪU

Chúng ta thường thực hiện phép chia cho đa thức rồi tiếp tục tiến hành với phần dư.

Câu 17: Cho $\int_1^2 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = a + \ln b$.

Chọn mệnh đề **đúng**

A. $a > 2b$

B. $2a - b + \frac{2}{3}b^2 = 0$

C. $a = b$

D. $a < b$

Giải:

$$\int_1^2 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = \int_1^2 \left(x + \frac{1}{x + 1} \right) dx = \int_1^2 x dx + \int_1^2 \frac{1}{x + 1} dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln|x + 1| \right) \Big|_1^2 = 2 + \ln 3 - \frac{1}{2} - \ln 2 = \frac{3}{2} + \ln \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}, b = \frac{3}{2} \Rightarrow a = b$$

ĐÁP ÁN C

Câu 18. Tìm hàm số $f(x) = x^2 + ax + \ln|bx + 1| + c$ biết $f'(x) = \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x + 1}$ và $f(0) = 1$. Khi đó

$S = (2a - b)^3 c$ bằng

A. 0

B. 1

C. $\frac{2}{3}$

D. 4

Giải:

$$\text{Ta có } f(x) = \int \frac{4x^2 + 4x + 3}{2x + 1} dx = \int \left(2x + 1 + \frac{2}{2x + 1} \right) dx = x^2 + x + \ln|2x + 1| + c$$

$$\text{Mà } f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f(x) = x^2 + x + \ln|2x+1| + 1$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 2, c = 1 \Rightarrow S = (2a - b)^3 c = 0$$

ĐÁP ÁN A

Câu 19. Cho $I = \int_0^1 \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{(x^2 + 2x + 3)^2} dx = a(\ln b - 1)$. Khi đó $(2a + b)$ bằng:

A. 2

B. 3

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

Giải:.

$$\text{Ta có } x^3 + 3x^2 - x - 3 = (x+1)(x^2 + 2x - 3). \text{ Đặt } t = x^2 + 2x + 3 \Rightarrow \frac{1}{2}dt = (x+1)dx.$$

$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=3, x=1 \Rightarrow t=6$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{2} \int_3^6 \frac{t-6}{t^2} dt = \frac{1}{2} \int_3^6 \left(\frac{1}{t} - \frac{6}{t^2} \right) dt = \frac{1}{2} \left(\ln t + \frac{6}{t} \right) \Big|_3^6 = \frac{1}{2} (\ln 2 - 1)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 2 \Rightarrow (2a + b) = 3$$

ĐÁP ÁN B

Câu 20: $I = \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx = a + \ln b$. Khi đó $S = \frac{a}{b}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

Giải:

$$I_4 = \int_0^1 \frac{x^2 + 1 + 2x}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 \left(1 + \frac{2x}{x^2 + 1} \right) dx = \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$= \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \left(x + \ln(x^2 + 1) \right) \Big|_0^1 = 1 + \ln 2$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

ĐÁP ÁN D

Câu 21: Cho $I = \int_0^1 \frac{x^3 - 3}{x^2 - 2x - 3} dx = a + (b+5)\ln b - c \ln \frac{c}{2}$. Khi đó $P = a.b.c$ bằng

A. 32

B. 30

B. 26

D. -26

Giải:

$$I = \int_0^1 \frac{x^3 - 3}{x^2 - 2x - 3} dx = \int_0^1 \left(x + 2 + \frac{7x+3}{x^2 - 2x - 3} \right) dt = \int_0^1 \left(x + 2 + \frac{6(x+1)+x-3}{(x+1)(x-3)} \right) dt = \int_0^1 \left(x + 2 + \frac{6}{x-3} + \frac{1}{x+1} \right) dx$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} + 2x + 6\ln|x-3| + \ln|x+1| \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{2} + 7\ln 2 - 6\ln 3$$

$$\Rightarrow a = \frac{5}{2}, b = 2, c = 6 \Rightarrow P = 30$$

ĐÁP ÁN B

Câu 22: Cho $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{dx}{x(x+1)} = \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} \right)$. Khi đó $S = (2A + B).I$ bằng:

- A. 2 B. $\frac{2}{3} \ln 2$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\ln 2$

Giải:

$$\text{Ta có: } \frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ A=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=-1 \end{cases}$$

$$\text{Nên } \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

$$\text{Suy ra } I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{dx}{x(x+1)} = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{dx}{x} - \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{dx}{x+1} = \ln x \Big|_{\frac{1}{2}}^2 - \ln(x+1) \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = \ln 2$$

$$\text{Vậy } S = (2A + B).I = I = \ln 2$$

ĐÁP ÁN D

Câu 23: Cho $I = \int \frac{dx}{2x^2 - x - 1} = \int \left(\frac{A}{x-1} + \frac{B}{(2x+1)} \right)$

Khi đó $P = (2A + B)$ bằng:

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 0

Giải:

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{dx}{2x^2 - x - 1} = \int \frac{dx}{(x-1)(2x+1)} = \int \frac{(2x+1) - 2(x-1)}{(x-1)(2x+1)} dx \\ &= \int \frac{1}{3} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{2x+1} \right) dx = \frac{1}{3} \ln|x-1| - \frac{2}{3} \ln|2x+1| + C \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } A = \frac{1}{3}, B = -\frac{2}{3} \Rightarrow 2A + B = 0 \Rightarrow P = 0$$

ĐÁP ÁN D

Câu 24: $I = \int \frac{4x-3}{2x^2-3x-2} dx = (\ln|x-a| + b \ln|cx+1|) + C$. Khi đó $S = \frac{a}{b} + c$ bằng:

A. 2

B. -2

C. 4

D. 3

Giải:

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{4x-3}{2x^2-3x-2} dx = \int \frac{(2x+1)+2(x-2)}{(2x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} + \frac{2}{2x+1} \right) dx \\ &= \int \left(\frac{1}{x-2} + \frac{2}{2x+1} \right) dx = (\ln|x-2| + 2\ln|2x+1|) + C \Rightarrow a=2, b=2, c=2 \Rightarrow S = \frac{a}{b} + c = 3 \end{aligned}$$

ĐÁP ÁN D

Câu 25: Cho $I = \int \frac{4x^3 - 2x^2 + 2x + 2}{2x-1} dx = ax^3 + x + b \ln|2x-1| + C$

Và các mệnh đề sau:

(1) $a < b$

(2) $S = a + b = \frac{16}{3}$

(3) a, b là các số nguyên dương.

(4) $P = ab = 1$

Số mệnh đề đúng là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Giải:

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{4x^3 - 2x^2 + 2x + 2}{2x-1} dx = \int \left(2x^2 + 1 + \frac{3}{2x-1} \right) dx = \left(\frac{2x^3}{3} + x + \frac{3}{2} \ln|2x-1| \right) + C \\ \Rightarrow a &= \frac{2}{3}, b = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

(1). Đúng

(2). $S = a + b = \frac{13}{6}$. Đúng

(3). a, b không phải là số nguyên. Sai

(4) $P = ab = 1$. Đúng

ĐÁP ÁN D.

Câu 26: Cho $I = \int \frac{x^3 - 3x^2 - x + 6}{x^2 - 4x + 3} dx = \left(ax^2 + x + b \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| \right) + C$

Và các mệnh đề sau:

(1) $a=1, b=\frac{3}{2}$

(2) $S=a+b=2$

(3) $a>b$

(4) $P=ab=\frac{3}{2}$

Số mệnh đề **sai** là:

A.0

B.1

C.2

D.3

Giải:

$$I = \int \frac{x^3 - 3x^2 - x + 6}{x^2 - 4x + 3} dx = \int \left(x + 1 + \frac{3}{x^2 - 4x + 3} \right) dx$$
$$= \int \left(x + 1 + \frac{3}{2(x-3)} - \frac{3}{2(x-1)} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{2} \ln \left| \frac{x-3}{x-1} \right| \right) + C$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$$

(1). $a=1, \frac{3}{2}$. **Sai**

(2). $S = a + b = 2$. **Đúng**

(3). a, b không phải là số nguyên. **Sai**

(4) $P = ab = \frac{3}{4}$. **Sai**

ĐÁP ÁN D

Câu 27: Cho $I = \int \frac{8x^3 - 4x^2 - 2}{4x^2 - 4x + 1} dx = \left(ax^2 + x + b \ln |2x-1| + \frac{1}{(2x-1)} \right) + C$

Và các mệnh đề sau:

(1) Modun của số phức $z = 2a + 2bi$ bằng $\sqrt{5}$

(2) $S = a + b = 2$

(3) $a > b$

(4) $P = ab = \frac{3}{2}$

Số mệnh đề **đúng** là:

A.0

B.1

C.2

D.3

Giải:

$$I = \int \frac{8x^3 - 4x^2 - 2}{4x^2 - 4x + 1} dx = \int \left(2x + 1 + \frac{2x - 3}{4x^2 - 4x + 1} \right) dx = \int \left(2x + 1 + \frac{1}{2x - 1} - \frac{2}{(2x - 1)^2} \right) dx$$

$$= \left(x^2 + x + \ln|2x - 1| + \frac{1}{(2x - 1)} \right) + C$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 1$$

(1). **Sai** $|z| = \sqrt{(2a)^2 + (2b)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$.

(2). $S = a + b = 2$. **Đúng**

(3). a, b không phải là số nguyên. **Sai**

(4) $P = ab = \frac{3}{4}$. **Sai**

ĐÁP ÁN B

Câu 28: Cho $I = \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx = a + \ln b$. Cho các mệnh đề sau:

(1). $a = b$

(2) $S = a^3 + 2b^2 = 6$

(3) $I > \ln(ab)$

(4) $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt{2}$ không tồn tại

Số mệnh đề **đúng** là:

A.0

B.1

C.2

D.3

Giải:

$$I_4 = \int_0^1 \frac{x^2 + 1 + 2x}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 \left(1 + \frac{2x}{x^2 + 1} \right) dx = \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$$

$$= \int_0^1 dx + \int_0^1 \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \left(x + \ln(x^2 + 1) \right) \Big|_0^1 = 1 + \ln 2$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 2$$

(1). $a = b$. **Sai**

(2) $S = a^3 + 2b^2 = 9$. **Sai**

(3) $I > \ln(ab) = \ln 1 + \ln 2 = 0 + \ln 2$. **Đúng.**

(4) **Đúng** vì cơ số 1 không tồn tại.

ĐÁP ÁN C

LUYỆN TẬP

Câu 1: Cho $I_1 = \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx = \ln a + b \ln c$. Chọn đáp án đúng

A. $a + b + c = \frac{5}{2}$

B. $a = \frac{1}{b} = \frac{3c}{2}$

C. $(b + 2c)(c + 2a)(a + 2b) > 1$

D. $a > c > b$

Câu 2: Cho $\int_1^2 \frac{1}{x^3(1+x^2)} dx = a + b \ln \frac{5}{8}$. Chọn đáp án đúng

A. $a + b = \frac{7}{2}$

B. $4a = 3b$

C. $(5a - 3b) = \frac{8}{27}$

D. $ab = \frac{3}{18}$

Câu 3: Cho $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx = \ln 3 + b \ln 2 + c$. Chọn đáp án đúng

A. $b + c = \frac{3}{4}$

B. $-2b = c$

C. $bc = 0$

D. b, c là các số nguyên

Câu 4: Cho $I = \int_0^2 \frac{2x+3}{x^2+4x+3} dx = \int_0^2 \left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} \right) dx$. Khi đó $I \cdot (A+B)$ bằng:

A. $2 + \ln \frac{125}{3}$

B. $2 \ln \frac{125}{3}$

C. $\ln \frac{125}{9}$

D. $\frac{1}{2} \ln \frac{125}{9}$

Câu 5: Cho $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{2x^2 + x - 3} = a - \frac{1}{5} \ln b$

Và các mệnh đề sau:

(1) Modun của số phức $z = 2a + 5bi$ bằng 30

(2) $S = a + b = 7$

(3) $a > b$

(4) $P = ab = 6$

Số mệnh đề **đúng** là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 6: Cho $I = \int \frac{4x-5}{x^2-x-2} dx = (\ln|x+a| + b \ln|x+c|) + C$

(1) Modun của số phức $z = (a+b) + ci$ bằng $2\sqrt{2}$

(2) $S = a + b + c = 2$

(3) $c > b > a$

(4) a, b, c là các số thực dương.

Số mệnh đề **sai** là:

- A.0 B.1 C.2 D.3

Câu 7: Cho $I = \int_1^2 \frac{3x+2}{4x^2-4x+1} dx = \int_1^2 \frac{A}{(2x-1)} + \frac{B}{(2x-1)^2} dx$

Khi đó $P = A.B$ bằng:

- A. $\ln 3$ B. $\frac{3}{2} \ln 2$ C. $\ln 2$ D. $\frac{21}{4}$

Câu 8. Cho $I = \int \frac{dx}{(x+1)(4x^2+8x+3)} = \int \left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{2x+1} + \frac{C}{2x+3} \right) dx$

Khi đó $P = (A+B+C).I$ bằng

- A. $\left(-2\ln|x+1| + \ln|4x^2+8x+3| \right) + C$ B. $\left(-\ln|x+1| + \frac{1}{2}\ln|4x^2+8x+3| \right) + C$
C. $\left(\frac{1}{2}\ln|4x^2+8x+3| \right) + C$ D. $\left(\ln|4x^2+8x+3| \right) + C$

Câu 9: Tìm nguyên hàm của $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = \int \left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} \right) dx$

Khi đó $S = A + B$ bằng

- A.0 B.1 C.2 D. $\frac{1}{2}$

Câu 10: Tính $I = \int_0^1 \frac{2x+1}{4-9x^2} dx = \int_0^1 \left(\frac{A}{2-3x} + \frac{B}{2+3x} \right) dx = \frac{-6\ln a - \ln b}{12}$

Khi đó $P = (A+B)(a+2b)$

- A. $\frac{2}{3}$ B.3 C. $\frac{5}{2}$ D.6

Câu 11: Cho $f(x) = \frac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}$

a) Xác định các hằng số A, B, C để $f(x) = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2}$

- A. $A=3, B=1, C=2$ B. $A=1, B=2, C=3$
C. $A=2, B=1, C=3$ D. $A=3, B=2, C=1$

b) Tìm nguyên hàm của f(x).

A. $\frac{3}{x-1} + 2\ln|x-1| + \ln|x+2| + C$

B. $\frac{3}{x-1} - 2\ln|x-1| + \ln|x+2| + C$

C. $\frac{-3}{x-1} + 2\ln|x-1| + \ln|x+2| + C$

D. $\frac{3}{x-1} + 2\ln|x-1| + \ln|x+2|$

Câu 12: Nguyên hàm của $\frac{8-2x}{x^2+4x-5} = a\ln|x-1| - b\ln|x+5| + C$

Tính $S = a+b$

A. 1

B. 2

C. 4

D. -2

Câu 13: Để $\int_0^1 \frac{ax \cdot dx}{x^2+3x+2} = \ln \frac{9}{8}$

Khi đó a bằng:

A. 4

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 14. Tìm a để $\int_1^2 \frac{x^2+x+a}{x+1} dx = \frac{3}{2} + \ln \frac{3}{2}$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 15. Tính $I = \int_0^2 \frac{2x+3}{x^2+4x+3} dx = \int_0^2 \left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} \right)$

Khi đó $P = A \cdot B \cdot I$ bằng:

A. $\frac{3}{4} \ln \frac{125}{9}$

B. $\frac{3}{2} \ln \frac{125}{9}$

C. $\frac{3}{8} \ln \frac{125}{9}$

D. $\ln \frac{125}{9}$

Câu 16. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \frac{4x^2+4x+3}{2x+1}$ và $f(0) = 1$.

A. $x^2 + x + \ln|2x+1|$

B. $x^2 + x + \ln|2x+1| + 1 + C$

C. $x^2 + x + \ln|2x+1| + 1$

D. $x^2 + x - \ln|2x+1| + 1$

Câu 17. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{4x-2}{x^3+2x^2+x+2} dx = \int_0^1 \left(\frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2+1} \right) dx = a + \ln b$

Khi đó $S = (A+B+C) \cdot ab$ bằng:

A. 0

B. $\ln \frac{4}{9}$

C. 1

D. $-2 \ln \frac{4}{9}$

Câu 18. Tìm A, B, C:

$$\int \frac{dx}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{A}{x+2} + \int \left(\frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2} \right) dx$$

A. $A=B=1, C=-1$

B. $A=B=C=1$

C. $A=B=2, C=-1$

D. $A=B=C=-1$

Giải:

Câu 1:

Đáp án D.

Câu 2:

ĐÁP ÁN D

Câu 3.

ĐÁP ÁN C

Câu 4:

ĐÁP ÁN C

Câu 5:

ĐÁP SỐ B

Câu 6:

ĐÁP ÁN D

Câu 7:

ĐÁP ÁN D

Câu 8.

ĐÁP ÁN B.

Câu 9:

ĐÁP ÁN B

Câu 10

ĐÁP ÁN D

Câu 11:

ĐÁP ÁN D

ĐÁP ÁN C

Câu 12:

ĐÁP ÁN C

Câu 13:

ĐÁP ÁN B

Câu 14.

ĐÁP ÁN B

Câu 15

ĐÁP ÁN C

Câu 16.

ĐÁP ÁN C

Câu 17.

ĐÁP ÁN A

Câu 18.

ĐÁP ÁN A

ĐỔI BIẾN

Câu 6 : Cho $I = \int x\sqrt{x^2+3}dx = \frac{\sqrt{(x^2+3)^b}}{a} + C$. Tính $S = \log_b^2 a + \log_a b + 2016$?

A. 2018

B. 2020

C. 2025

D. 2030

Giải:

Đặt $t = \sqrt{x^2+3} \Rightarrow t^2 = x^2+3 \Rightarrow 2tdt = 2xdx \Rightarrow xdx = tdt$.

Suy ra $I = \int t.tdt = \int t^2 dt = \frac{t^3}{3} + C = \frac{(\sqrt{x^2+3})^3}{3} + C$

Vậy $S = \log_3^2 3 + \log_3 3 + 2016 = 2018$

Bình luận: khi có căn $\sqrt{x^2+3}$ ta sẽ tìm cách đặt $t = \sqrt{x^2+3}$. Tiếp đó ta biến đổi các phần còn lại theo t , kể cả dx cũng biểu diễn theo dt . $xdx = tdt$

Câu 7. Cho $I = \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}+4} = \sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1}+4)^n + C$. Tính $S = \sin(\frac{n.\pi}{8})$

A. $\frac{1}{2}$

B. 0

C. 1

D. -1

Giải:

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{2x-1} \Rightarrow t^2 = 2x-1 \Rightarrow tdt = dx$

$\Rightarrow I = \int \frac{tdt}{t+4} = \int \left(1 - \frac{4}{t+4}\right) dt = t - 4\ln|t+4| + C = \sqrt{2x-1} - \ln(\sqrt{2x-1}+4)^4 + C$

Vậy $n = 4$ vậy $S = \sin(\frac{n.\pi}{8}) = 1$

Bình luận: Việc xuất hiện căn $\sqrt{2x-1}$ ta đặt $t = \sqrt{2x-1}$, sau đó vẫn như thói quen, ta biểu diễn dx theo dt : $tdt = dx$

Câu 8. Cho $I = \int x\sqrt{3x^2+1}dx = \frac{1}{a}\sqrt{(3x^2+1)^b} + C$. Giá trị a và b lần lượt là:

A. 4 và 3

B. 9 và 3

C. 3 và 9

D. 4 và 9

Giải:

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x^2 + 1} \Rightarrow 2t dt = 6x dx \Rightarrow \frac{1}{3} t dt = x dx$$

$$I = \frac{1}{3} \int_1^2 t^2 dt = \frac{1}{9} t^3 \Big|_1^2 = \frac{7}{9}$$

$$I = \frac{1}{3} \int t^2 dt = \frac{1}{9} t^3 + C = \frac{1}{9} \sqrt{(3x^2 + 1)^3} + C$$

$$\text{Vậy } a = 9; b = 3$$

Bình luận: Việc xuất hiện căn $\sqrt{3x^2 + 1}$ ta đặt $t = \sqrt{3x^2 + 1}$, sau đó vẫn như thói quen, ta biểu diễn dx theo dt .

Câu 9: Cho $A = \int x^5 \sqrt{1+x^2} dx = at^7 + bt^5 + ct^3 + C$, với $t = \sqrt{1+x^2}$. Tính $A = a - b - c$

A. $\frac{12}{79}$

B. $\frac{95}{103}$

C. $\frac{22}{105}$

D. $\frac{48}{109}$

Giải:

Chọn C

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2 + 1} \Leftrightarrow x^2 = t^2 - 1 \Rightarrow x dx = t dt$$

$$A = \int (t^2 - 1)^2 t^2 dt = \int (t^6 - 2t^4 + t^2) dt = \frac{t^7}{7} - \frac{2}{5} t^5 + \frac{t^3}{3} \Big| + C \Rightarrow a = \frac{1}{7}; b = -\frac{2}{5}; c = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a - b - c = \frac{22}{105}$$

Câu 10. Cho $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^2 x \sqrt{1 + \cos x}} dx = \frac{1}{2\sqrt{2}} (\ln|a + 4\sqrt{3}| + \ln|b + 2\sqrt{2}|) + 1 - \sqrt{\frac{2}{3}}$.

$$\text{Tính } A = \frac{15}{2}(a + b)$$

A. 30

B. 24

C. 36

D. 75

Giải:

Chọn D

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1 + \cos x} \Rightarrow t^2 = 1 + \cos x \Rightarrow 2t dt = -\sin x dx$$

$$x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{3}{2}}; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$$

$$C = \int_{\sqrt{\frac{3}{2}}}^1 \frac{-2t dt}{1 - (t^2 - 1)^2} = \int_{\sqrt{\frac{3}{2}}}^1 \frac{2}{t^2(t^2 - 2)} dt = 2 \left[\int_{\sqrt{\frac{3}{2}}}^1 \left(\frac{1}{t^2 - 2} - \frac{1}{t^2} \right) dt \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln \left| \frac{t - \sqrt{2}}{t + \sqrt{2}} \right| + \frac{1}{t} \right) \right] \Big|_{\sqrt{\frac{3}{2}}}^1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{(2 + \sqrt{3})(\sqrt{2} - 1)}{(2 - \sqrt{3})(\sqrt{2} + 1)} \right| + 1 - \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\ln(7+4\sqrt{3}) + \ln(3-2\sqrt{2}) \right) + 1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow a=7; b=3$$

Câu 11. Cho $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx = a + \ln b - \ln \sqrt{3}$. Tính $\frac{11}{2}(a+b-3)$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Giải:

Chọn A

Đặt $t = \sqrt{1+x^2} \Rightarrow t^2 = 1+x^2 \Rightarrow tdt = xdx$ và $x:1 \rightarrow \sqrt{3}$ thì $t:\sqrt{2} \rightarrow 2$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } I &= \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} xdx = \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{t}{t^2-1} tdt = \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{t^2-1+1}{t^2-1} dt = \int_{\sqrt{2}}^2 \left(1 + \frac{1}{t^2-1} \right) dt \\ &= \int_{\sqrt{2}}^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) \right] dt = \left(t + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| \right) \Big|_{\sqrt{2}}^2 = 2 - \sqrt{2} + \ln(\sqrt{2}+1) - \frac{1}{2} \ln 3 \\ &\Rightarrow a = 2 - \sqrt{2}; b = \sqrt{2} + 1 \Rightarrow \frac{11}{2}(a+b-3) = 0 \end{aligned}$$

Bình luận: Việc xuất hiện căn $\sqrt{1+x^2}$ ta đặt $t = \sqrt{1+x^2}$, ta tiếp tục công việc biểu diễn $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} x$ và dồn về ẩn t , có $xdx = tdt$. Kinh nghiệm cho thấy khi có căn bậc 2 ta cứ đặt căn đó bằng một biến t rồi kiên trì biến đổi là giải được bài toán.

Câu 12. Cho $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+3}} = 2\ln \left(\frac{2+\sqrt{a}}{1+\sqrt{b}} \right)$. Tính $A = a+b$

A. 3

B. 2

C. 5

D. 7

Giải:

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+3}$

$$\Rightarrow dt = \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x+3}} \right) dx = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+3}}{2\sqrt{(x+1)(x+3)}} dx = t \cdot \frac{dx}{2\sqrt{(x+1)(x+3)}} \Leftrightarrow \frac{dx}{\sqrt{(x+1)(x+3)}} = \frac{2dt}{t}$$

Và $x:0 \rightarrow 1$ thì $t:1+\sqrt{3} \rightarrow 2+\sqrt{2}$.

$$\text{Khi đó: } I_4 = 2 \int_{1+\sqrt{3}}^{2+\sqrt{2}} \frac{dt}{t} = 2\ln \left| t \right|_{1+\sqrt{3}}^{2+\sqrt{2}} = 2\ln \left(\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}} \right) \Rightarrow a=2; b=3$$

Câu 13. Cho tích phân $I = \int_a^2 \left(4 + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} \right) dx = \frac{28}{3}$. Giá trị a là: (biết a có giá trị nguyên)

A. 0

B. 1

C. - 1

D. 3

Giải:

Chọn A

Ta có $I = \int_a^2 4dx + \int_a^2 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$

Tính $B = \int_a^2 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$. Đặt $\sqrt{1+x^3} = t \Rightarrow 1+x^3 = t^2 \Rightarrow x^2 dx = \frac{2}{3} t dt$

Khi đó $B = \int_a^2 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx = \frac{2}{3} \sqrt{1+x^3} \Big|_a^2 = 2 - \frac{2}{3} \sqrt{1+a^3}$

Ta có: $I = 4x + \frac{2}{3} \sqrt{1+x^3} \Big|_a^2 = 10 - \left(4a + \frac{2}{3} \sqrt{1+a^3} \right)$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{3} = 10 - \left(4a + \frac{2}{3} \sqrt{1+a^3} \right) \Rightarrow 4a + \frac{2}{3} \sqrt{1+a^3} = \frac{2}{3} \Rightarrow 6a + \sqrt{1+a^3} = 1$$

• *SHIFT - SOLVE* $\Rightarrow a = 0$

LUYỆN TỐC ĐỘ

ĐỀ 1:

Câu 1. Cho tích phân: $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3}+1}{x+2} dx = \sqrt{a} + 2 \ln a$. Tính $S = 4^3 \sqrt{4a}$

A. 10

B. 5

C. 15

D. 8

Câu 2. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^2 + \sqrt{x^4 + 1}} = \frac{\sqrt{a} - 1}{3}$. Giá trị của a là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_a^b \frac{xdx}{\sqrt[3]{2x+2}} (b > 0)$. Biết $z = a + bi$ là căn bậc hai của số phức $-\frac{35}{4} - 3i$

A. $\frac{12}{5}$

B. $\frac{7}{5}$

C. $\frac{6}{5}$

D. $\frac{11}{5}$

Câu 4. Tính tích phân $I = \int_1^2 x(\sqrt{x-1} + \ln x) dx = \frac{19}{a} + \ln b$. Tính $S = \frac{3b^5 - a^2}{3} + 76$

A. 100

B. -100

C. -200

D. 200

Câu 5. Tính tích phân $I = \int_0^1 x(\sqrt{x^2+1} + e^x) dx = \frac{(\sqrt{a}+b)^2 - 1}{3}$. Giá trị của a và b là:

A. 3 và 1

B. 2 và 3

C. 3 và 2

D. 2 và 1

Câu 6. Cho tích phân: $I = \int_0^1 x(ax + b\sqrt{3x^2+1}) dx = 3$, biết $a - b = -1$. Tính $S = a^3 - b^3$

A. -15

B. 20

C. -19

D. 15

Câu 7. Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{x^5}{\sqrt{x^3+1}} dx = \frac{a}{b}$. Tính $S = \left(\frac{a}{10b}\right)^3 + \left(\frac{a}{10b}\right)^2 - \frac{370}{729}$.

- A. $\frac{2}{9}$ B. $-\frac{2}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $-\frac{4}{9}$

Câu 8. Cho $\int \frac{1}{\sqrt{1+x+(\sqrt{1+x})^3}} dx = f(x) + C$. Tính $f'(8) = ?$

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{7}{6}$

Câu 9. Cho tích phân $I = \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}} = \ln a - \ln b$. Tính $e^{8(\ln 2a - \ln 2b)}$

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{25}{9}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{9}{25}$

Câu 10. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{x}{1+\sqrt{x-1}} dx = \frac{a}{b} - \ln 16$. Giá trị của a và b là bao nhiêu (a, b tối giản)

- A. 4 và 15 B. 5 và 3 C. 6 và 3 D. 5 và 6

ĐỀ 2:

Câu 1. Cho $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x} \ln x}{x} dx = a \left(3\sqrt{(1+3\ln x)^5} - 5\sqrt{(1+3\ln x)^3} \right) \Big|_1^e$. Giá trị của a là

- A. $\frac{7}{125}$ B. $\frac{2}{135}$ C. $\frac{9}{145}$ D. $\frac{4}{115}$

Câu 2. Cho $I = \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx = f(x) + C$. Biết rằng f(x) không có hằng số tự do. Tính f(0)

- A. $\frac{5}{27}$ B. $\frac{13}{27}$ C. $\frac{44}{27}$ D. $\frac{19}{27}$

Câu 3. Cho $\int \sqrt[6]{1-\cos^3 x} \cdot \sin x \cdot \cos^5 x dx = 2 \left(\frac{t^\alpha}{\alpha} - \frac{t^\beta}{\beta} \right) + C$ với $t = \sqrt[6]{1-\cos^3 x}$. Tỉ số $\frac{\alpha}{\beta}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $\frac{7}{13}$ D. $\frac{5}{6}$

Câu 4. Tìm nguyên hàm của $I = \int_0^7 \frac{(x+2)dx}{\sqrt[3]{x+1}} = \frac{a}{b}$ biết rằng a, b tối giản. Tính a + b

- A. 214 B. 124 C. 421 D. 241

Câu 5. Cho $I = \int \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x+1}} dx = a(bt^5 + ct^3 + dt) + C$, biết $t = \sqrt{\ln x+1}$. Tính A = abcd

A. -30

B. -60

C. -45

D. -27

Câu 6. Cho $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4\sin^2 x}} dx = \frac{2}{3}$, biết $\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \\ \alpha, \beta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$. Tính $A = \cos(\alpha)$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $-\frac{1}{2}$

D. 0

Câu 7. Tính $B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos x} \sin x dx = a + \frac{4\sqrt{b} - 2}{3}$. Tính $A = \sin^4 a + b^4$

A. $\frac{43}{4}$

B. 29

C. $\frac{37}{4}$

D. 16

Câu 8. $I = \int_1^a \frac{3 - 2\ln x}{x\sqrt{1 + 2\ln x}} dx = \frac{5}{3}$. Giá trị của a là:

A. e^3

B. e^2

C. e

D. $\sqrt{e^3}$

Câu 9. $I = \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{e^x - 1}} = at^3 + bt + C$. Với $t = \sqrt{e^x - 1}$; Tính $A = a^2 + b^2$

A. $\frac{52}{9}$

B. $\frac{40}{9}$

C. $\frac{47}{9}$

D. $\frac{46}{9}$

Câu 10. Cho $I = \int_0^{\ln 3} \frac{e^x dx}{(e^x + 1)\sqrt{e^x + 1}} = \sqrt{a} + b$. Tính $A = 2(a^4 + b^4)$

A. 23

B. 34

C. 21

D. 45

ĐỀ 3:

Câu 1. Cho tích phân sau $I = \int_0^1 \frac{2x+1}{1+\sqrt{3x+1}} dx = \frac{28}{27} - \frac{b}{a} \ln \frac{a}{b}$.

Tính $S = \cos^2\left(\frac{a}{b}\right) + \frac{3997 - \cos a}{b}$. Biết a, b tối giản.

A. $\cos^2(5) + \cos(5) + 1999$

B. 1999

C. 2016

D. $\cos^2(3) + \cos(3) + 2016$

Câu 2. Tính tích phân: $I = \int_1^6 \frac{\sqrt{x+3}+1}{x+2} dx = a + \ln b$. Tính $S = |z + \bar{z}|$. Biết $z = a + bi$.

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1

Câu 3. Tính tích phân $I = \int_5^{10} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2 - 4}}{x - 2} dx = a + \ln b$. Chọn phát biểu đúng

- A. $a < b$ B. $a = b$ C. $b < 21$ D. a, b đều nguyên

Câu 4. Cho tích phân: $I = \int_1^e x \ln x dx = \frac{e^2 + b}{a}$. Tính $S = ab$.

- A. 12 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 5. Cho tích phân: $\int_0^7 x \cdot \sqrt[3]{x+1} dx = \frac{a}{b}$. Giá trị của a là: (biết a, b tối giản)

- A. 64 B. 356 C. 346 D. 1029

Câu 6. Cho tích phân $\int_{-1}^1 \frac{dx}{1+x+\sqrt{1+x^2}} = a$. Tính $S = (ai)^{2016} + (ai)^{2000}$

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 1

Câu 7. Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+\cos x} (\sin x) dx = \frac{4\sqrt{a}-b}{3}$. Tính $S = \sin^4 a\pi + b^4$

- A. 1 B. 9 C. 25 D. 16

Câu 8. Cho tích phân $\int_{e^3}^{e^8} \frac{dx}{x \ln x \sqrt{\ln ex}} = \ln a - \ln b$. Tính $S = \cos^2(a+b) - \frac{\cos\left(\frac{10ab}{6}\right) + 11}{2}$

- A. -10 B. -5 C. -20 D. -40

Câu 9. Cho tích phân: $I = \int_0^2 \frac{2x^3 - 3x^2 + x}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx = \frac{b}{a} + 1$. Tính $S = \log_{729}^2(a) + \log_{1999}^2(b)$? biết a, b tối giản.

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{27}$ C. $\frac{1}{81}$ D. $\frac{1}{36}$

Câu 10. Cho $D = \int \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx = \frac{(3x+1)\sqrt[3]{(3x+1)^2} + b\sqrt[3]{(3x+1)^2}}{a} + C$. Tìm $a + b$

- A. 20 B. 75 C. 55 D. 45

LỜI GIẢI

ĐỀ 1:

Câu 1. Chọn D

Câu 2. Chọn B

Câu 3. Chọn A

- Câu 4. Chọn B
- Câu 5. Chọn D
- Câu 6. Chọn C
- Câu 7. Chọn A
- Câu 8. Chọn C
- Câu 9. Chọn D
- Câu 10. Chọn B

ĐỀ 2:

- Câu 1. Chọn B
- Câu 2. Chọn C
- Câu 3. Chọn C
- Câu 4. Chọn D
- Câu 5. Chọn A
- Câu 6. Chọn B
- Câu 7. Chọn D
- Câu 8. Chọn D
- Câu 9. Chọn B
- Câu 10. Chọn B

ĐỀ 3:

- Câu 1. Chọn B
- Câu 2. Chọn B
- Câu 3. Chọn C
- Câu 4. Chọn B
- Câu 5. Chọn D
- Câu 6. Chọn B
- Câu 7. Chọn D
- Câu 8. Chọn B
- Câu 9. Chọn D
- Câu 10. Chọn A.